



مرکز ملی آموزش ریاضی



آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملامدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرنند

۱۲ اردیبهشت ۹۸

## حدس گلدباخ

محمد مهدی اسماعیلی طرزی؛ دبیرستان علامه حلی دوره اول ناحیه ۲، کرمان

معلم راهنما: دکتر زهیر تویسرکانی؛ اداره آموزش و پرورش شهرستان زرنند

### چکیده

در این مقاله من انگشت روی حدس گلدباخ گذاشته ام و در مورد آن تحقیق‌های فراوانی انجام داده‌ام، هدف من از گردآوری این مقاله آشنایی با حدس گلدباخ و نظریات مربوط به آن بود و در آینده‌ی نچندان دور دستیافتن به اثبات آن. در این مقاله من از منابع مکتوب نظیر از برخی سایت‌های اینترنتی و کتاب‌های مربوط به این مقاله استفاده کردم. خلاصه این مقاله به این شرح است. کریستین گلدباخ در نامه‌ای به لئونارد اویلر بیان کرد که هر عدد بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان به صورت مجموع ۳ عدد اول نوشت (با توجه به اینکه عدد ۱ در آن زمان جزو اعداد اول به شمار می‌رفت). نتایج یک پژوهش در سال ۲۰۱۴ نشان داد که حدس گلدباخ برای همه‌ی اعداد زوج کوچک‌تر از  $4 \times 10^{18}$  درست است. پژوهشسرای دانش‌آموزی ملامدرا

### ۱- مقدمه

در طول تاریخ ریاضیدانان با معماهای زیادی همچون حدس گلدباخ و ... وجود دارد که سال‌های سال است که ریاضیدانان بزرگ تاریخ روی این معماها کار کردند ولی به نتیجه‌ی دلخواه نرسیدند اما توانستند روابطی نزدیک به این حدس‌ها را ثابت کنند. تمام ریاضیدانان دوست دارند این افتخار بزرگ را به نام خود ثبت کنند و این گام بزرگ به سوی پیشرفت بشریت را یک تنه طی کنند اما بسیاری از ریاضیدانان این آرزو را با خود به گور برده‌اند و گروه دیگر خود را برای اثبات این قضایا می‌کشند. در حال حاضر یکی از حیاتی‌ترین امور دانشمندان این دوران می‌باشد.

### ۲- محتوای اصلی

#### ۱- گلدباخ که بود؟



دانشگاه تخصصی ریاضی سینا



آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرنده  
۱۲ اردیبهشت ۹۸

- کرسستین گلدباخ (۱۸ مارس ۱۶۹۰ \_ ۲۰ نوامبر ۱۷۶۴) ریاضی دانی آلمانی که در کونگیزبرگ به دنیا آمد. وی به واسطه حدس گلدباخ مشهور است.
- کریستین گلدباخ:
- متولد: ۱۸ مارس ۱۶۹۰
- کونگیزبرگ، براندنوبرگ - پروس
- مرگ: ۲۰ نوامبر ۱۷۶۴ (۷۴ سال)
- مسکو، امپراتوری روسیه
- ملیت: آلمانی
- رشته فعالیت: حقوق و ریاضیات
- دلیل شهرت: حدس گلدباخ
- هنگامی که در دانشگاه کونیگبرک تحصیلاتش را به پایان رساند، سفر علمی طولانی ای بین سال های ۱۷۱۰ و ۱۷۲۴ را شروع کرد و به ایالات دیگر آلمان، انگلستان و هلند رفت. در این میان با دانشمندانی چون لئونارد اویلر، لایبنیتس و برنولی ملاقات داشت. بعد از بازگشت به کونگیزبرگ با ژاکوب هرمن آشنا شد. در سال ۱۷۲۵ مشغول کار در آکادمی سن پترزبورگ که تازه تأسیس شده بود، شد. گلدباخ به چندین زبان مسلط بود - او یادداشت های خود را به زبان های آلمانی و لاتین، نامه های خود را به آلمانی، لاتین، فرانسوی و ایتالیایی و اسناد رسمی را به روسی، آلمانی و لاتین می نوشت.

## ۲- به چه اعدادی اعداد اول می گویند؟

- عدد اول عددی طبیعی بزرگ تر از یک است که بر هیچ عددی به جز خود و یک بخش پذیر نباشد. تنها استثنا عدد یک است که جزو این اعداد قرار نمی گیرد. اگر عددی طبیعی و بزرگ تر از یک اول نباشد مرکب است.
- پیدا کردن رابطه ای جبری برای اعداد اول جزو یکی از معما های ریاضی باقی مانده است و هنوز کسی به فرمولی برای آن ها دست نیافته است.
- دنباله ی اعداد اول به ای صورت می باشد:
- ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹، ۳۱، ۳۷، ۴۱، ۴۳، ۴۷، ۵۳، ۵۹، ۶۱، ۶۷، ۷۱، ۷۳، ۷۹، ۸۳، ۸۹، ۹۷، ۱۰۱، ۱۰۳، ۱۰۷، ۱۰۹، ۱۱۳، ۱۲۷، ۱۳۱، ۱۳۷، ۱۳۹

## ۳- حدس گلدباخ چه بود؟

- حدس گلدباخ یکی از قدیمی ترین مسئله های حل نشده در نظریه اعداد و تمام ریاضیات است که بیان می کند: «هر عدد زوج بزرگ تر از دو را می توان به صورت مجموع دو عدد اول نوشت.» به عنوان نمونه  $4=2+2$  و  $6=3+3$  و  $8=3+5$  و ده را می توان به دو حالت به صورت جمع دو عدد اول نوشت ( $10=7+3$  و  $10=5+5$ ).



سازمان تخصصی ریاضی سینا



آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرنده

۱۲ اردیبهشت ۹۸

- حدس گلدباخ در سال ۱۷۴۲ میلادی توسط کریستین گلدباخ در نامه ای به لئونارد اویلر مطرح شد. در واقع صورت اولیه این مسئله بیان می داشت که «هر عدد بزرگ تر از ۲، مجموع ۳ عدد اول است» که با توجه به این که عدد یک در آن زمان (به صورت قراردادی) جزو اعداد اول دانسته می شد، توجیه پذیر بود.
- نتایج یک پژوهش در سال ۲۰۱۴ نشان داد که حدس گلدباخ برای همه ی اعداد زوج کوچک تر از  $10^{18}$  درست است.

#### ۴- حدس های مربوط به حدس گلدباخ

- در سال ۱۹۶۶ یک ریاضیدان چینی به نام چن چینگ ران توانست ثابت کند که هر عدد زوج به اندازه ی کافی بزرگ را می توان به صورت مجموع یک عدد اول و عددی دیگر برابر حاصل ضرب دو عدد اول است نوشت. بدین ترتیب بشر یک گام به اثبات حدس گلدباخ نزدیک تر شد. در سال ۱۹۹۵ هم یک ریاضیدان فرانسوی به نام اولیور رامار ثابت کرد که هر عدد زوج بزرگتر و مساوی ۴ را به صورت مجموع شش عدد اول نوشت. در سال ۱۹۳۱ اشنیرلمان (۱۹۰۵-۱۹۳۸) که در آن موقع یک ریاضیدان روس جوان و گمنام بو موفقیت مهمی در این زمینه به دست آورد که برای همه متخصصان غیر منتظره و شگفت آور بود. او ثابت کرد هر عدد صحیح مثبت را می توان به صورت مجموع حداکثر ۳۰۰۰ عدد اول نمایش داد. گرچه این نتیجه در مقایسه با هدف اصلی یعنی اثبات انگاره ی گلدباخ مضحک به نظر می رسد، ولی این نخستین گام در آن جهت بود. این اثبات مستقیم و سازنده است، اما هیچ روش خاصی برای تجزیه یک عدد صحیح دلخواه به اعداد اول ارائه نمی کند. بعدا وینگوراف ریاضیدان روس با استفاده از روش های هاردی، لیتلوند و همکاران هندی برجسته آنها رامانوجان در نظریه تحلیلی اعداد، موفق شد تعداد اعداد اول مورد لزوم را از ۳۰۰۰ به ۴ کاهش دهد. این نتیجه به تعداد مطلوب در انگاره گلدباخ نزدیک است ولی تفاوت عمده ای بین حکم اشنیرلمان و حکم وینوگرادوف وجود دارد که شاید مهم تر از اختلاف ۳۰۰۰ و ۴ باشد. قضیه وینوگرادوف فقط به ازای همه ی اعداد صحیح به اندازه ی کافی بزرگ ثابت شده است؛ به بیان دقیق تر، او ثابت کرد که عدد صحیح  $N$  وجود دارد به طوری که هر عدد صحیح  $n > N$  را می توان به شکل مجموع حداکثر ۴ عدد اول نشان داد. اثبات وینوگرادوف راهی برای برآورده کردن  $N$  به ما نشان نمی دهد، و بر خلاف اثبات اشنیرلمان، اساسا غیر مستقیم و غیر سازنده است. در حقیقت، چیزی که وینوگرادوف ثابت کرد اینکه فرض نا منتناهی بودن تعداد عددهای صحیحی که قابل تجزیه به حداکثر ۴ عدد اول نیستند، به نتیجه نامعقولی می انجامد. در اینجا با نمونه خوبی از تفاوت عمیق میان دو نوع اثبات، مستقیم و غیر مستقیم، رو به روییم. در ۱۹۱۹ وینوگرادوف متفوتی با عنوان روش غربال مطرح کرد که ترمیمی از غربال اراتستن است. او ثابت کرد هر عدد صحیح زوجی که به قدر کافی بزرگ باشد، مجموع دو عدد است که هر کدام از آنها حاصل ضرب حداکثر ۹ عدد اول هستند. در ۱۹۳۷ ریچی ثبت کرد هر



سازمان آموزش عالی و پژوهش

آموزش عالی گویا

آموزشگاه تخصصی ریاضی سینا

آموزشگاه علمی گویا

آموزشگاه علمی گویا

آموزشگاه علمی گویا

آموزشگاه علمی گویا

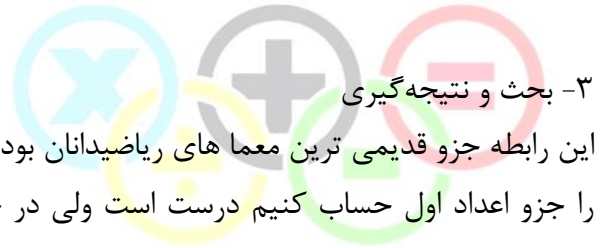
آموزشگاه علمی گویا

آموزشگاه علمی گویا

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرنده

۱۲ اردیبهشت ۹۸

عدد زوج که به قدر کافی بزرگ باشد مجموع دو عدد است که یکی حاصل ضرب حداکثر دو عدد اول و دیگری حاصل ضرب حداکثر ۳۶۶ عدد اول است. کن با بهره‌گیری از ایده‌های ترکیبیاتی بوخستاب ثابت کرد هر عدد زوج بقدر کافی بزرگ مجموع دو عدد است که هر یک حاصل ضرب حداکثر ۴ عدد اول است. در ۱۹۵۷، ونگ یوان با فرض درست بودن صورت تعمیم یافته فرضیه ریمان ثابت کرد هر عدد صحیح زوج بقدر کافی بزرگ، مجموع یک عدد اول و حاصل ضرب حداکثر ۳ عدد اول است. در ۱۹۶۱ باربن نشان داد که  $C=9$  برای این منظور کفایت می‌کند. در ۱۹۶۲، پان چنگ دونگ این مقدار را به  $C=5$  کاهش داد. مدت کوتاهی پس از آن رابن و پان، مستقل از هم، آن را به  $C=4$  کاهش می‌دهند. در ۱۹۶۵ بوخستاب این قضیه را به ازای  $C=3$  کاهش داد. در ۱۹۶۶، چن چینگ ران روش غربال را بهتر کرد و قضیه را به ازای  $C=2$  ثابت کرد.



### ۳- بحث و نتیجه‌گیری

این رابطه جزو قدیمی‌ترین معماهای ریاضیدانان بوده و است. حدس کریستین گلدباخ در صورتی که ما یک را جزو اعداد اول حساب کنیم درست است ولی در حال حاضر حدس گلدباخ برای اعداد بزرگ‌تر از دو تا  $10^{18} * 4$  ثابت شده است و هنوز محققانی روی این قضیه کار می‌کنند ولی به نتیجه‌ی مطلوبی نرسیده‌اند ولی اگر بتوانند این حدس را ثابت کنند گام بزرگی را در عرصه اثبات روابطی نظیر آن برداشته‌اند و حدس‌های دیگر یکی یکی پس از یک دیگر ثابت می‌شوند و بار بزرگی از روی دوش ریاضی دانان جهان برداشته خواهد شد. اما دانشمندان هرگز از اثبات این قضیه مهم دل‌سرد و ناامید نمی‌شوند و دست از تلاش برای اثبات آن بر نمی‌دارند.

## ریاضیات و کاربردها

### منابع

سایت ویکی‌پدیا و معماهای ریاضی و ...