



نام و نام خانوادگی :

نام درس : ریاضی ۱ - ریشه و توان

پایه تحصیلی : دهم

نام دبیر : نوردی

تاریخ برگزاری ۱۴۰۱/۰۸/۲۵

عنوان آزمون : کاربرگ ۸ - ریشه و توان

۱ چند عدد صحیح وجود دارد که ریشه‌ی پنجم آن در بازه‌ی  $(-2, 2)$  باشد؟

۶۵

۶۴

۶۳

۶۲

۲ کدام رابطه، همواره برقرار نیست؟  $(n \in \mathbb{N})$

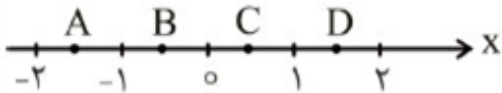
$\bullet < a < 1 \Rightarrow a^{\frac{1}{m}} < a^{\frac{1}{n}}$

$\bullet < a < 1 \Rightarrow a^{\frac{n}{n+1}} < \left(\frac{1}{a}\right)^{-n}$

$-1 < a < \bullet \Rightarrow a^{\frac{1}{m+1}} < a^{2n+1}$

$-1 < a < \bullet \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{2n+1}} < \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{2n+1}}$

۳ اگر  $\sqrt{-x} + x < \bullet$  باشد،  $x$  معادل کدام نقطه از محور اعداد حقیقی زیر است؟



D

C

B

A

۴ حاصل عبارت  $(\sqrt{x+1} - 1) \cdot (\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1})$  کدام است؟

$-2x$

$-x$

$2x$

$x$

۵ اگر  $x = \sqrt{5 + \sqrt{2}} + \sqrt{5 - \sqrt{2}}$  باشد، حاصل  $x^4 - 2 \cdot x^2$  چقدر است؟

$-8$

$8$

$16$

$-16$

۶ چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف)  $\sqrt{\sin 27^\circ} < \sqrt[3]{\sin 27^\circ}$

ب)  $\sqrt{\cos 110^\circ} < \cos 110^\circ$

ج)  $\text{tg } 25^\circ < \text{tg } 45^\circ$

صفر

$3$

$2$

$1$

۷ عدد  $\sqrt{\sqrt{28} + 2\sqrt{18}}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

$3$  و  $4$

$7$  و  $6$

$5$  و  $4$

$6$  و  $5$



۸ اگر  $\frac{2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^{x+4} + 2^{x+5}}{5^{x+2} + 5^{x+3}} = \frac{16}{625}$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۹ حاصل  $\sqrt[3]{-2\sqrt{8}}$  کدام است؟

۴ تعریف نشده است.

۲ (۳)

$\sqrt[6]{32}$  (۲)

$-\sqrt[6]{32}$  (۱)

۱۰ اگر  $a^r < -a$  باشد، کدام گزینه از بقیه بزرگتر است؟

$-a^r$  (۴)

$\frac{-1}{a}$  (۳)

$\sqrt{-a}$  (۲)

$-\sqrt[3]{a}$  (۱)

۱۱ اگر  $\sqrt[n]{2^m 3} = \sqrt[m]{3^n 2}$  باشد، مقدار  $m + n$  کدام است؟

$\frac{5}{2}$  (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

$\frac{2}{2}$  (۱)

۱۲ اگر  $A = \sqrt[6]{2\sqrt[3]{65} - \sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{(-1)^5}}$  و  $B = \frac{\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{7} + \sqrt[5]{32}}{\sqrt[3]{1} + \sqrt[6]{64}}$  باشد، مقدار  $AB$  کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۳ (۱)

۱۳ ساده شده عبارت  $|\sqrt[3]{300} - 4| + |-2\sqrt[3]{300} + 8|$  کدام است؟

$3\sqrt[3]{300} - 12$  (۴)

$-3\sqrt[3]{300} + 12$  (۳)

$\sqrt[3]{300} - 4$  (۲)

$-\sqrt[3]{300} + 4$  (۱)

۱۴ اگر  $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{5} + \dots + \sqrt[3]{26} = a$  باشد، حاصل عبارت زیر برحسب  $a$  کدام است؟

$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{10} + \dots + \sqrt[3]{54}$

$\sqrt[3]{2}(a + 3)$  (۴)

$\sqrt[3]{2}(a + 4)$  (۳)

$\sqrt[3]{2a} + 1$  (۲)

$\sqrt[3]{2a}$  (۱)

۱۵ اگر حاصل  $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{20 + k\sqrt{2}}$  عددی گویا باشد،  $k$  کدام است؟

-۱۸ (۴)

-۱۶ (۳)

-۱۴ (۲)

-۱۲ (۱)

۱۶ اگر  $a = \sqrt[3]{14 + 6\sqrt{5}}$  و  $b = \sqrt[3]{14 - 6\sqrt{5}}$  باشد، حاصل  $\frac{a+b}{a-b}$  کدام است؟

$\sqrt{10}$  (۴)

$\sqrt[3]{6}$  (۳)

$\sqrt{5}$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)



۱۷ اگر  $a$  عددی حقیقی باشد و  $a^2 + 1$  دارای  $x$  تا ریشه چهارم و عدد  $a^2 - 1$  دارای  $y$  تا ریشه پنجم باشد، حاصل  $x + y$  کدام است؟

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۴      ۴) بستگی به مقدار  $a$  دارد.

۱۸ کدام گزینه درست است؟

- ۱)  $\sqrt{2/5} < \sqrt[3]{2/5}$       ۲)  $\sqrt{0/25} > \sqrt[3]{0/25}$   
 ۳)  $\sqrt[5]{-0/3} > \sqrt{-0/3}$       ۴)  $(-0/3)^2 > (-0/3)^5$

۱۹ حاصل  $(-8)^{\frac{1}{3}}$  کدام است؟

- ۱) -۲      ۲) ۲      ۳)  $-2\sqrt{2}$       ۴) تعریف نشده است.

۲۰ حاصل  $\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}} \div \sqrt[2]{\sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}}}$  را به صورت توانی از  $\sqrt{3}$  نوشته‌ایم. آن توان کدام است؟

- ۱)  $\frac{29}{60}$       ۲)  $\frac{41}{120}$       ۳)  $\frac{41}{30}$       ۴)  $\frac{29}{30}$

۲۱ اگر حاصل  $(0/5)^{\frac{2}{3}} - 3\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$  به صورت  $m \times \frac{a}{b} + n$  نوشته شده باشد، حاصل  $\frac{a+b+x}{m+n}$  کدام است؟  
 $x$  کوچک‌ترین عدد صحیح ممکن است.

- ۱) -۸      ۲) ۱۰      ۳) -۱۰      ۴) ۸

۲۲ چه تعداد از روابط زیر همواره صحیح است؟

- الف)  $\left(-\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{2}$       ب)  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$   
 پ)  $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$       ت)  $(\sqrt[n]{x})^n = x$
- ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) ۳

۲۳ اگر  $0 < b < a < -1$  و  $n \in \mathbb{N}$  باشد، کدام رابطه همواره برقرار است؟

- ۱)  $(-a)^{\frac{1}{2n+1}} < (-b)^{\frac{1}{2n+1}}$       ۲)  $\left(-\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{2n+1}} > \left(-\frac{1}{b}\right)^{\frac{1}{2n+1}}$   
 ۳)  $a^{-\frac{1}{2n+1}} > b^{-\frac{1}{2n+1}}$       ۴)  $\left(\frac{1}{a}\right)^{-\frac{1}{2n+1}} > \left(\frac{1}{b}\right)^{-\frac{1}{2n+1}}$



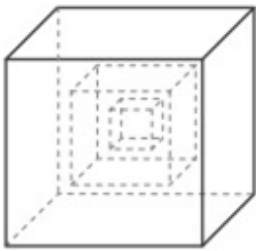
۲۴ هرگاه  $A = \sqrt[3]{9\sqrt{27}} \times (24)^{-\frac{1}{6}}$  باشد، مقدار  $(4A^2 + 238)^{-\frac{1}{2}}$  کدام است؟

- ۱  $\frac{1}{4}$       ۲ ۴      ۳  $\frac{1}{2}$       ۴ ۲

۲۵ مقدار  $x$  به دست آمده از معادله  $(x\sqrt{x})^{\frac{1}{9}} = 9$  کدام است؟

- ۱  $\sqrt{3}$       ۲  $3\sqrt{3}$       ۳  $9\sqrt{3}$       ۴ ۳

۲۶ سه مکعب کوچک تودرتو مانند شکل مقابل واقع شده‌اند. حجم مکعب بزرگ  $130$  و حجم مکعب کوچک  $7$  واحد است. در این صورت طول ضلع مکعب میانی چند عدد صحیح می‌تواند داشته باشد؟



- ۱ ۱      ۲ ۲      ۳ ۳      ۴ ۴

۲۷ اگر  $A = \sqrt[3]{25\sqrt{125}} \left(\frac{1}{5}\right)^{-1/5}$  باشد، حاصل  $(5A)^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

- ۱  $\cdot / 2$       ۲  $\cdot / 25$       ۳  $\cdot / 5$       ۴  $\cdot / 75$

۲۸ هرگاه تساوی  $\sqrt[4]{4} \times \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{3 + 2\sqrt{2}} = 2^{3m-1}$  برقرار باشد،  $m$  کدام است؟

- ۱  $\frac{3}{4}$       ۲  $\frac{2}{3}$       ۳  $\frac{9}{4}$       ۴  $\frac{5}{4}$

۲۹ کدام گزینه بزرگترین عدد را نسبت به بقیه‌ی گزینه‌ها نشان می‌دهد؟

- ۱  $(\sqrt{3})^{\frac{2}{5}}$       ۲  $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$       ۳  $\sqrt[5]{3^2\sqrt{3}}$       ۴  $\sqrt[15]{9\sqrt{\frac{1}{2}}}$

۳۰ ساده شده عبارت  $\sqrt{a\sqrt{2a}\sqrt[4]{4a}} \times \sqrt[4]{a\sqrt{2a}\sqrt[4]{4a}}$  کدام است؟

- ۱  $2^{\frac{11}{22}} \times a^{\frac{9}{16}}$       ۲  $2^{\frac{5}{22}} \times a^{\frac{15}{16}}$       ۳  $2^{\frac{7}{22}} \times a^{\frac{13}{16}}$       ۴  $2^{\frac{9}{22}} \times a^{\frac{11}{16}}$



# پاسخنامه تشریحی

$$-2 < \sqrt[5]{x} < 2 \xrightarrow{\text{به توان ۵}} (-2)^5 < x < 2^5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱

$$-32 < x < 32 \xrightarrow{\text{عدد صحیح}} -31 \leq x \leq 31 \Rightarrow \text{تعداد اعداد صحیح} = 2 \times 31 + 1 = 63$$

$$\Rightarrow 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 31$$

$$0 < a < 1 \Rightarrow \begin{cases} a > a^2 > a^3 > \dots > a^n \\ a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \dots < \sqrt[n]{a} \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲

$$0 < a < 1, \frac{n}{n+1} < n \Rightarrow a^{\frac{n}{n+1}} > a^n$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کل عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج باید نامنفی باشد: ۳

رد گزینه های  $D$  و  $C \Rightarrow x < 0 \Rightarrow -x > 0$

از طرفی:  $x < 0$ : با فرض  $\sqrt{-x} + x < 0$

$$\begin{cases} \sqrt{-x} < -x \\ (-x) < x^2 \end{cases}$$

دو طرف به توان ۲

$$x^2 + x > 0$$

$$x(x+1) > 0$$

↓ چون  $x < 0$  (حاصل ضرب دو عبارت منفی، می تواند مثبت شود).

$$x+1 < 0$$

$x < -1$  رد گزینه  $B$ ، بنابراین  $x$  فقط می تواند  $A$  باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1} = \sqrt{(1+\sqrt{x+1})^2} = 1 + \sqrt{x+1}$$

$$(1+\sqrt{x+1})(\sqrt{x+1}-1) = x+1-1 = x$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵

$$x^2 = 5 + \sqrt{2} + 5 - \sqrt{2} + 2\sqrt{(5+\sqrt{2})(5-\sqrt{2})} = 10 + 2\sqrt{23}$$

$$\Rightarrow x^2 - 10 = 2\sqrt{23} \Rightarrow x^4 - 20x^2 + 100 = 4 \times 23 = 92 \Rightarrow x^4 - 20x^2 = -8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶

الف)  $0 < 47^\circ < 90^\circ \Rightarrow 0 < \sin 47^\circ < 1 \Rightarrow \sqrt{\sin 47^\circ} < \sqrt[3]{\sin 47^\circ}$

ب)  $90^\circ < 110^\circ < 180^\circ \Rightarrow -1 < \cos 110^\circ < 0 \Rightarrow \sqrt{\cos 110^\circ} < \cos^3 110^\circ$

ج)  $45^\circ < 50^\circ < 90^\circ \Rightarrow \operatorname{tg} 50^\circ > 1 \Rightarrow \operatorname{tg}^2 50^\circ < \operatorname{tg}^4 50^\circ$

بنابراین موارد الف، ب و ج هر سه درست هستند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

$$5^2 < 28 < 6^2 \Rightarrow 5 < \sqrt{28} < 6$$

$$4^2 < 18 < 5^2 \Rightarrow 4 < \sqrt{18} < 5 \Rightarrow 8 < 2\sqrt{18} < 10 \Rightarrow 3^2 < 13 < \sqrt{28} + 2\sqrt{18} < 16$$

$$\Rightarrow 3 < \sqrt{\sqrt{28} + 2\sqrt{18}} < 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸

$$\frac{2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^{x+4} + 2^{x+5}}{5^{x+2} + 5^{x+3}} = \frac{16}{625}$$

$$\Rightarrow \frac{2^x(2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)}{5^x(5^2 + 5^3)} = \frac{16}{625} \Rightarrow \frac{2^x \times 60}{5^x \times 150} = \frac{16}{625}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x \times \frac{2}{5} = \frac{16}{625} \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{8}{125} \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \Rightarrow x = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹

$$\sqrt[3]{-2\sqrt{8}} = -\sqrt[3]{2\sqrt{8}} = -\sqrt[3]{\sqrt{2^2 \times 8}} = -\sqrt[3]{32}$$

$$a^2 < -a$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰

ابتدا باید حدود  $a$  را تعیین کنیم:

روش اول:

$$\text{اگر } a > 0 \Rightarrow \begin{matrix} a^2 < -a \\ \text{منفی} & \text{نامنفی} \end{matrix} \times$$

پس حتماً  $a < 0$  است و  $-a > 0$ ، پس داریم:

$$a^2 < -a \Rightarrow (-a)^2 < -a \Rightarrow 0 < -a < 1 \Rightarrow -1 < a < 0$$

روش دوم:

$$a^2 < -a \Rightarrow a^2 + a < 0 \Rightarrow a(a+1) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < a < 0$$

حالا کافی است یک عدد مثل  $a = -\frac{1}{8}$  رو بین صفر و  $(-1)$  در نظر بگیریم:

$$\text{گزینه ۱: } -\sqrt[3]{a} = -\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{گزینه ۲: } \sqrt{-a} = \sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{گزینه ۳: } -\frac{1}{a} = -\left(-\frac{1}{\frac{1}{8}}\right) = 8$$

$$\text{گزینه ۴: } -a^2 = -\left(-\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{(2^3)^2} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) از سایر گزینه‌ها بزرگ‌تر است.



۱۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{r^m \times r}} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{r^n \times r}} \Rightarrow \sqrt[mn]{r^m \times r} = \sqrt[mn]{r^n \times r}$$

$$\Rightarrow r^m \times r = r^n \times r \Rightarrow r^{m-1} = r^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} m-1 = \cdot \Rightarrow m=1 \\ n-1 = \cdot \Rightarrow n=1 \end{cases} \Rightarrow m+n=2$$

۱۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \sqrt[6]{\sqrt{2} \sqrt[6]{65 - 2 + 1}} = \sqrt[6]{\sqrt{2} \sqrt[6]{64}} = \sqrt[6]{\sqrt{2} \times 2} = \sqrt[6]{4} = \sqrt[3]{2}$$

$$B = \frac{\sqrt[3]{4} \sqrt{1+2}}{\sqrt{1+2}} = \frac{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt[3]{4}$$

$$AB = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2$$

۱۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$200 > 256 \Rightarrow \sqrt[3]{200} > \sqrt[3]{256} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

$$\begin{cases} \underbrace{|\sqrt[3]{200} - 4|}_{\text{مثبت}} = \sqrt[3]{200} - 4 \\ \underbrace{|-2\sqrt[3]{200} + 8|}_{\text{منفی}} = 2\sqrt[3]{200} - 8 \end{cases} \Rightarrow \text{حاصل عبارت} = (\sqrt[3]{200} - 4) + (2\sqrt[3]{200} - 8)$$

$$= 3\sqrt[3]{200} - 12$$

۱۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{10} + \dots + \sqrt[3]{54}$$

$$= \sqrt[3]{2} (1 + \underbrace{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{5} + \dots + \sqrt[3]{26} + \sqrt[3]{27}}_a)$$

$$= \sqrt[3]{2} (1 + a + 3) = \sqrt[3]{2} (a + 4)$$

۱۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $3 - 2\sqrt{2}$  همان  $(\sqrt{2} - 1)^2$  است. پس داریم:

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = (\sqrt{2} - 1)$$

برای گویا شدن حاصل عبارت باید جواب ریشه‌ی سوم حتماً  $a - \sqrt{2}$  باشد، بنابراین:

$$\sqrt[3]{20 + k\sqrt{2}} = a - \sqrt{2} \Rightarrow 20 + k\sqrt{2} = a^3 - 3\sqrt{2}a^2 + 6a - 2\sqrt{2}$$

$$= \underbrace{a^3 + 6a}_{20} - \underbrace{(3a^2 + 2)}_{+k} \sqrt{2}$$

$$k = -(3 \times 2^2 + 2) = -14$$

از رابطه‌ی  $20 = a^3 + 6a$  با کمی دقت  $a = 2$  است پس:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه کنید که  $a = \sqrt[3]{9 + 5 + 2 \times 3 \sqrt{5}} = \sqrt[3]{(3 + \sqrt{5})^2} = \sqrt{3 + \sqrt{5}}$  و به همین ترتیب  $b = \sqrt{3 - \sqrt{5}}$  است.

$$ab = 2 \Rightarrow b = \frac{2}{a} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{a + \frac{2}{a}}{a - \frac{2}{a}} = \frac{a^2 + 2}{a^2 - 2} = \frac{5 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$a^2 + 1$  یک عدد حقیقی مثبت است پس دارای دوتا ریشهٔ چهارم است یعنی  $x = 2$  و  $a^2 - 1$  همواره یک ریشهٔ پنجم دارد، پس  $y = 1$ ، در نتیجه  $x + y = 3$ .

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

طبق مطلب کتاب درسی اگر  $a < 0$  باشد،  $a^{\frac{1}{n}}$  تعریف نشده است. ( $n \in \mathbb{N}$ )

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{3^3}\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{(3^3)^2} \times 3} = \sqrt[3]{3^6} = 3^2 = 9$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{3^2}\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{حاصل} = 3^{\frac{2}{3}} \div 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}} = 3^{\frac{2-1}{3}} = 3^{\frac{1}{3}} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{29}{27}} = (\sqrt[3]{3})^{\frac{29}{27}} \Rightarrow \text{توان مورد نظر} = \frac{29}{27}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[3]{4\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{4^3}\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{(2^2)^3 \times 2^2} = \sqrt[3]{2^6 \times 2^2} = \sqrt[3]{2^8} = 2^{\frac{8}{3}} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل} = 2^{\frac{2}{3}} - 2 \left(2^{\frac{2}{3}}\right) = 2^{\frac{2}{3}}(1 - 2) = -2^1 \times 2^{\frac{2}{3}} = -2^{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow -2^{\frac{5}{3}} = (-1) \times 2^{\frac{5}{3}} + 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ x = 2 \\ a = 5 \\ b = 3 \\ n = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b+x}{m+n} = \frac{5+3+2}{-1+0} = \frac{10}{-1} = -10$$





الف) نادرست است، چون پایه یک عدد توان‌دار با توان کسری نمی‌تواند منفی باشد:

$$\left(-\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} \times$$

ب) نادرست است. کافی است  $n$  زوج و  $a$  و  $b$  هر دو منفی باشد. برای مثال  $\sqrt[3]{-8}$  و  $\sqrt[3]{-2}$  تعریف نشده است اما:

$$\sqrt[3]{(-2)(-8)} = \sqrt[3]{16} = 2$$

پ) نادرست است. زیرا به‌طور مثال:

$$\sqrt[3]{1+7} \neq \sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{7}$$

ت) درست است، اگر  $n$  فرد باشد که همواره صحیح است و اگر  $n$  زوج باشد حتماً زیر رادیکال مثبت است:

$$x > 0 \Rightarrow (\sqrt[n]{x})^n = \sqrt[n]{x^n} = |x| \stackrel{x > 0}{=} x$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-1 < a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{2m+1}} > \left(\frac{1}{b}\right)^{\frac{1}{2m+1}} \Rightarrow a^{-\frac{1}{2m+1}} > b^{-\frac{1}{2m+1}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $24 = 2^3 \times 3$  و  $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m \times k]{a^{n \times k}}$

$$A = \sqrt[6]{9^r \times (\sqrt{27})^r \times 2^{-\frac{r}{6}} \times 3^{-\frac{1}{6}}}$$

$$A = \sqrt[6]{3^{2r} \times 2^{\frac{r}{2}} \times 2^{-\frac{r}{6}} \times 3^{-\frac{1}{6}}} = \sqrt[6]{3^{\frac{5r}{3}} \times 2^{\frac{r}{3}} \times 3^{-\frac{1}{6}}} = \sqrt[6]{3^{\frac{5r}{3} - \frac{1}{6}} \times 2^{\frac{r}{3}}} = \sqrt[6]{3^{\frac{10r-1}{6}} \times 2^{\frac{r}{3}}}$$

$$A^r = \frac{9}{2} \rightarrow 4A^r = 18 \Rightarrow (4A^r + 23A)^{-\frac{1}{r}} = (18 + 23A)^{-\frac{1}{r}} = (256)^{-\frac{1}{r}} = (2^8)^{-\frac{1}{r}} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left(x^{\frac{r}{5}}\right)^{\frac{5}{3}} = 9 \Rightarrow x^{\frac{r}{3}} = 9 \Rightarrow x = 9^{\frac{3}{r}} = 3^{2 \times \frac{3}{r}} = 3^{\frac{6}{r}} = 3\sqrt[3]{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ضلع مکعب متوسط را  $a$  در نظر می‌گیریم. پس حجم آن  $a^3$  است:

$$7 < a^3 < 130 \Rightarrow \sqrt[3]{7} < a < \sqrt[3]{130}$$

$$1 < 7 < 8 \Rightarrow 1 < \sqrt[3]{7} < 2$$

$$125 < 130 < 216 \Rightarrow 5 < \sqrt[3]{130} < 6$$

پس برای  $a$  مقادیر صحیح، ۲، ۳، ۴ و ۵ قابل قبول است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۷

$$A = \sqrt{\sqrt{5^r} \sqrt{5^r} \times 5^{\frac{r}{2}}} = \sqrt{\sqrt{5^r \times 5^r} \times \sqrt{5^r}} = \sqrt{5 \sqrt{5^r}} = 25$$

$$\Rightarrow (5A)^{-\frac{1}{r}} = (125)^{-\frac{1}{r}} = \frac{1}{\sqrt[r]{125}} = \frac{1}{5} = 0.2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۸

$$\sqrt[r]{4} \times \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[r]{3 + 2\sqrt{2}} = 2^{3m-1}$$

$$\sqrt[r]{4(16 + 8 - 16\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})} = 2^{3m-1}$$

$$\frac{\sqrt[r]{32(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})}}{1} = 2^{3m-1} \Rightarrow 2^{\frac{5}{r}} = 2^{3m-1}$$

$$3m - 1 = \frac{5}{r} \Rightarrow 3m = \frac{9}{r} \Rightarrow m = \frac{3}{r}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹

گزینه ۱:  $(\sqrt{3})^{\frac{r}{5}} = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{r}{5}} = \sqrt[5]{3^r}$

گزینه ۲:  $\sqrt[r]{3} \sqrt{3} = \sqrt[r]{3 \times 3^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[r]{3^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[r]{\sqrt{3^3}} = \sqrt{3}$

گزینه ۳:  $\sqrt[5]{3} \sqrt[r]{3} = \sqrt[5]{3 \times 3^{\frac{1}{r}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{r+1}{r}}} = \sqrt[5]{\sqrt[r]{3^5}} = \sqrt{3}$

گزینه ۴:  $\sqrt[15]{9} \sqrt[16]{\frac{1}{3}} = \sqrt[15]{\sqrt[9]{\frac{9}{3}}} = \sqrt[15]{\sqrt[9]{\frac{3}{3}}} = \sqrt[15]{\sqrt[9]{1}} = \sqrt[15]{1} = 1$

$$\Rightarrow \sqrt{3} > \sqrt{3} > \sqrt{3} > \sqrt{3}$$

$$a > 1 \Rightarrow \dots > a^r > a^r > a > \sqrt{a} > \sqrt{a} > \sqrt{a} > \dots > 1$$

نکته:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۰

$$\sqrt{\sqrt[r]{a^r} \cdot 2a \sqrt[4]{4a}} \times \sqrt{\sqrt[r]{a^r} \cdot 2a \sqrt{4a}} = \sqrt[4]{2a^5} \sqrt[4]{4a} \times \sqrt[4]{2a^5} \sqrt[4]{4a}$$

$$= \sqrt[4]{206a^5} \times 4a \times \sqrt[4]{2a^5} \times 4a = \sqrt[4]{2^{10} a^{21}} \times 2^2 a^{11}$$

$$= \sqrt[4]{2^{14} a^{28}} = \sqrt[4]{2^7 a^{28}} = 2^{\frac{7}{4}} \times a^{\frac{14}{2}}$$



# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴