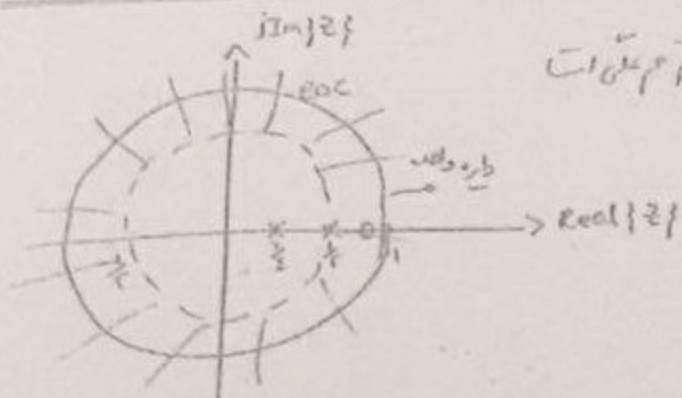




محیط ROC باید داخل دایره واحد باشد
 که صورت مشتقده هم داخل است.
 پس دایره واحد دارد

$$H(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1} - \frac{1}{4}z^{-2}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 + \frac{1}{2}z^{-1})} = \frac{A}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})} + \frac{B}{(1 + \frac{1}{2}z^{-1})}$$

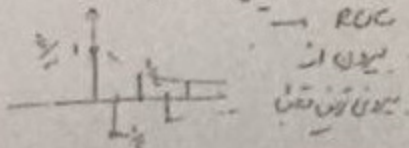
$$A = \frac{1 - \frac{1}{2}(2) - \frac{1}{4}(4)}{1 + \frac{1}{2}(2)} = \frac{1 - 1 - 1}{1 + 1} = \frac{-1}{2} \quad \left[z^{-1} = 2 \right]$$

$$B = \frac{1 - \frac{1}{2}(-2) - \frac{1}{4}(-4)}{1 - \frac{1}{2}(-2)} = \frac{1 + 1 + 1}{1 + 1} = \frac{3}{2} \quad \left[z^{-1} = -2 \right]$$

$$H(z) = \frac{-\frac{1}{2}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})} + \frac{\frac{3}{2}}{(1 + \frac{1}{2}z^{-1})} \quad \left[|z| > \frac{1}{2} \right]$$

$$|z| > \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{|z|} < 2 \rightarrow |z| < 2$$

$$h[n] = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^n u[n] + \frac{3}{2} \left(-\frac{1}{2} \right)^n u[n]$$



$|z| > 1/2$
 پس دایره واحد است

محیط ROC باید داخل دایره واحد باشد
 که صورت مشتقده هم داخل است.
 پس دایره واحد دارد

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega + 4000)(j\omega)^2 + 5j\omega + 25}{j\omega(j\omega + 50)(j\omega + 300)(j\omega + 10,000)}$$

$$H(j\omega) = \frac{4000 \times 25}{1 \times 50 \times 300 \times 10,000} \times \frac{(j\frac{\omega}{4000} + 1)(j\frac{\omega}{5})^2 + j\frac{\omega}{5} + 1}{(j\frac{\omega}{1})(j\frac{\omega}{50} + 1)(j\frac{\omega}{300} + 1)(j\frac{\omega}{10000} + 1)}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{1500} \sqrt{\left(\frac{\omega^2}{4000^2} + 1\right) \left[\left(j\frac{\omega}{5}\right)^2 + \frac{\omega^2}{25}\right]}$$

$$\sqrt{\frac{\omega^2}{1} \left(\frac{\omega^2}{50^2} + 1\right) \left(\frac{\omega^2}{300^2} + 1\right) \left(\frac{\omega^2}{10000^2} + 1\right)}$$

$$\omega \ll 1, 5^+, 50^-, 300^-, 4000^+, 10000^-$$

$$\omega \ll 1$$

$$20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \left[\frac{1}{1500} \cdot \frac{1}{\omega} \right] = -20 \log \omega - 63.5$$

$$1 \ll \omega \ll 5$$

$$20 \log \left[\frac{1}{1500} \times \frac{1}{\omega} \right] = 20 \log \frac{1}{1500} - 20 \log \omega - 63.5$$

$$5 \ll \omega \ll 50$$

$$20 \log \left[\frac{1}{1500} \times \frac{\omega^2}{25} \right] = 20 \log \omega - 91.5$$

$$20 \log \left[\frac{1}{1500} \times \frac{\omega^2}{25} \right] = 20 \log \frac{50}{1500 \times 25} = -57.5, \quad 50 \ll \omega \ll 300$$

$$20 \log \left[\frac{1}{1500} \times \frac{\omega^2}{25} \right] = 20 \log \left(\frac{50 \times 300}{\omega \times 1500 \times 25} \right), \quad 300 \ll \omega \ll 4000$$

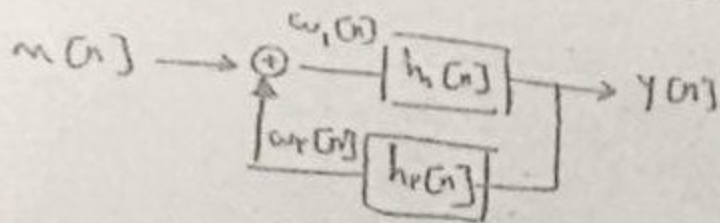
$$= -20 \log \omega - 8$$

$$20 \log \left[\frac{1}{1500} \times \frac{\omega^2}{25} \times \frac{\omega}{4000} \right] = 20 \log \frac{50 \times 300}{1500 \times 25 \times 4000}, \quad 4000 \ll \omega \ll 10000$$

$$= 20 \log (0.0001) = -80$$

$$20 \log \left[\frac{1}{1500} \times \frac{\omega^2}{25} \times \frac{\omega}{4000} \right] = 20 \log \frac{50 \times 300 \times 10000}{\omega \times 15000 \times 25 \times 4000}, \quad \omega \gg 10000$$

$$= -20 \log \omega - 1$$



$$H(z) = \frac{H_1(z)}{1 + H_1(z)H_r(z)} \quad (1)$$

$$w_1[n] = x[n] - \cancel{w_2[n]} h_r[n] y[n]$$

$$w_2[n] = y[n] h_r[n]$$

$$y[n] = w_1[n] h_1[n]$$

$$\frac{d}{dt} y(t) + 50 \frac{d}{dt} x(t) = \frac{d}{dt} x(t) + 4000 x(t)$$

$$\rightarrow (j\omega)^2 Y(j\omega) + 50 (j\omega) Y(j\omega) = j\omega X(j\omega) + 4000 X(j\omega)$$

$$\rightarrow (j^2 \omega^2 + 50 j\omega + 1) Y(j\omega) = (j\omega + 4000) X(j\omega) \rightarrow H_1(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{j\omega + 4000}{(j\omega)^2 + 50 j\omega + 1}$$

$$H_1(s) = \frac{s + 4000}{s^2 + 50s + 1}$$

$$\omega_n^2 = 1 \rightarrow \omega_n = 1$$

$$2\zeta\omega_n = 50 \rightarrow \zeta = \frac{50}{2 \times 1} = 25 > 1 \rightarrow \text{overdamped} \rightarrow \omega_{n1,2} = \frac{-50 \pm \sqrt{2500 - 4}}{2}$$

$$\rightarrow \omega_{n1,2} = \frac{-50 \pm 50}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -50 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow H_1(s) = \frac{s + 4000}{s(s + 50)}$$

$$\frac{d}{dt} y(t) + 10300 \frac{d}{dt} y(t) + 3,000,000 y(t) = \frac{d}{dt} x(t) + 5 \frac{d}{dt} x(t) + 25 x(t)$$

$$\rightarrow (j\omega)^2 Y(j\omega) + 10300 (j\omega) Y(j\omega) + 3,000,000 Y(j\omega) = (j\omega)^2 X(j\omega) + 5 (j\omega) X(j\omega) + 25 X(j\omega)$$

$$\rightarrow H_2(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{(j\omega)^2 + 5 j\omega + 25}{(j\omega)^2 + 10300 j\omega + 3,000,000}$$

$$\rightarrow H_2(s) = \frac{s^2 + 5s + 25}{s^2 + 10300s + 3,000,000}$$

$$\omega_n^2 = 25 \rightarrow \omega_n = 5$$

$$2\zeta\omega_n = 5 \rightarrow \zeta = \frac{5}{2 \times 5} = \frac{1}{2} < 1 \rightarrow \text{underdamped}$$

$$\rightarrow H_2(s) = \frac{s^2 + 5s + 25}{(s + 300)(s + 10000)}$$

$$\omega_n^2 = 3,000,000 \rightarrow \omega_n = \sqrt{3,000,000}$$

$$2\zeta\omega_n = 10300 \rightarrow \zeta = \frac{10300}{2 \times \sqrt{3,000,000}} > 1 \rightarrow \text{overdamped}$$

$$\omega_{n1,2} = \frac{-10300 \pm \sqrt{(10300)^2 - 12,000,000}}{2} = \frac{-10300 \pm 9200}{2}$$

$$\rightarrow H(s) = H_1(s) H_2(s) = \frac{(s + 4000)(s^2 + 5s + 25)}{s(s + 50)(s + 300)(s + 10000)}$$

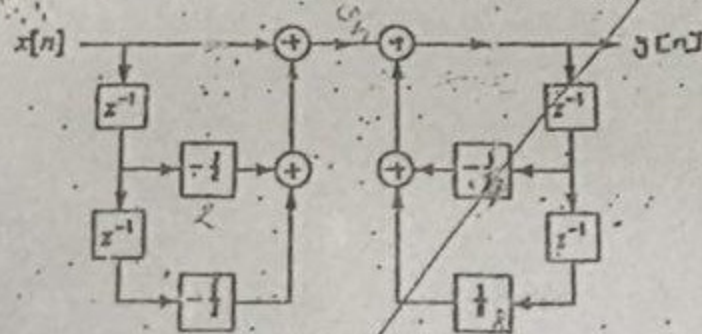
پاسخ فرکانسی یک سیستم LTI بصورت زیر است:

$$H(j\omega) = \frac{10(j\omega + 5)(10 - j\omega)}{j\omega(j\omega + 50)(1 - \frac{\omega^2}{10000} + j\frac{\omega}{100})}$$

الف- نمودار Bode (میانجی) اندازه آنرا در کاغذ نیمه لگاریتمی (ضمیمه) رسم نمایید.

ب- معادله دیفرانسیلی که رابطه بین ورودی $x(t)$ و خروجی $y(t)$ این سیستم را توصیف کند بنویسید.

نمودار بلوکی یک سیستم حلقی زمان-گسسته در شکل زیر نشان داده شده است.



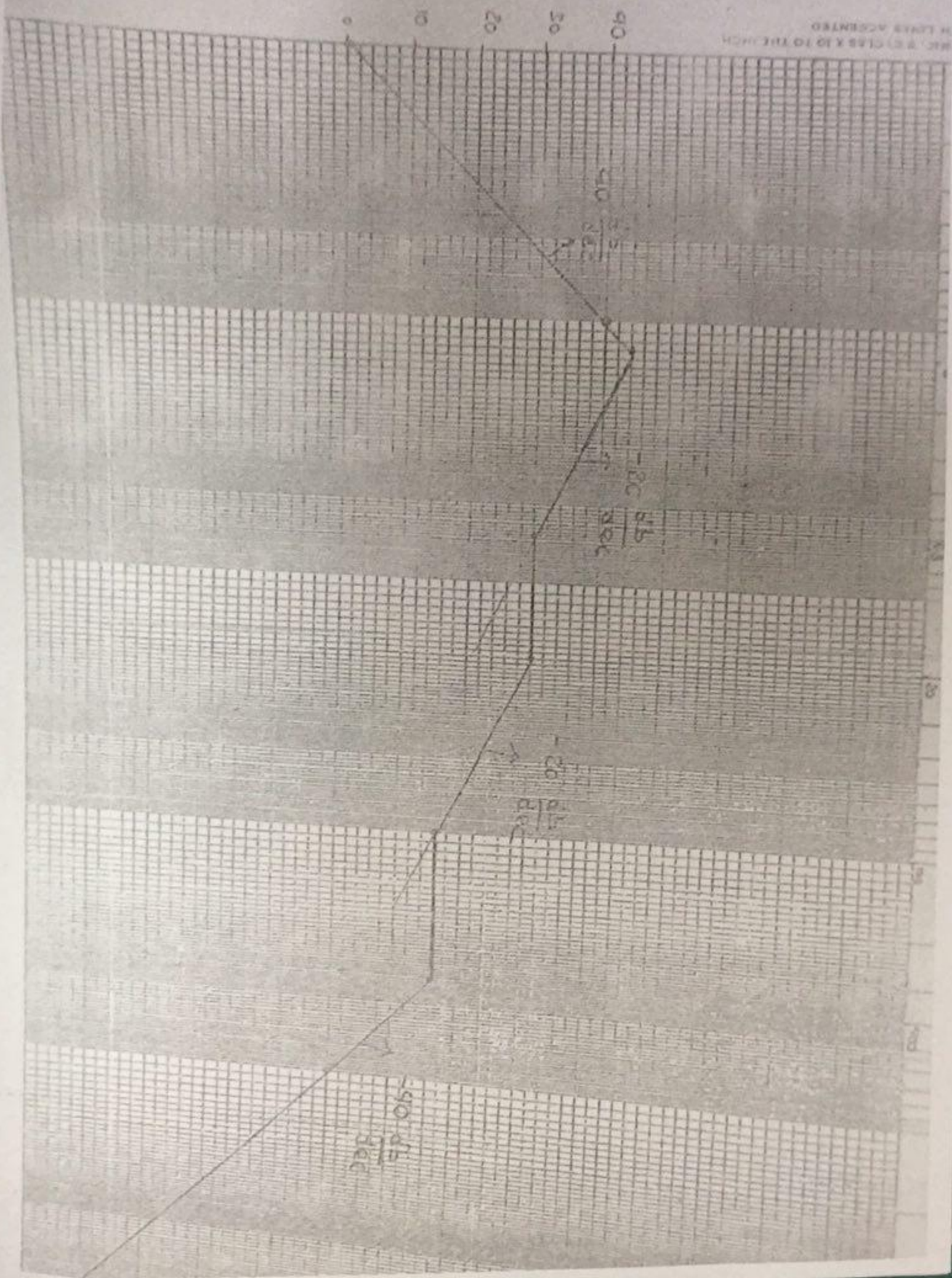
الف- تابع سیستم $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ را بدست آورده و نمودار صفر و قطب آنرا رسم نمایید.

ب- ناحیه همگرایی $H(z)$ را مشخص نموده و پایداری سیستم را تعیین کنید.

ج- پاسخ ضربه سیستم را بیابید.

د- معادله تفاضلی سیستم را که رابطه بین ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را توصیف کند بنویسید.

REF. 251 CLASS 1.10 TO THE HCH
IN LINES ACCEPTED



40 $\frac{dy}{dx}$

30 $\frac{dy}{dx}$

20 $\frac{dy}{dx}$

10 $\frac{dy}{dx}$

$$\rightarrow |H(j\omega)| = \frac{100 \sqrt{(\omega^2)((\frac{10}{100})^2 + 1)((\frac{10}{6.3})^2 + 1)}}{\sqrt{[(1 - (\frac{\omega}{400})^2)^2 + (\frac{10}{400})^2][(1 - (\frac{\omega}{1.3})^2)^2 + (\frac{10}{1.3})^2]((\frac{\omega}{20})^2 + 1)(\frac{\omega^2}{100})}}$$

$$\rightarrow 20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \left[\frac{100 \times \omega^2}{1} \right] = 20 \log \omega + 40 \quad \omega < 1$$

$$20 \log \left[\frac{100 \times \omega^2}{1} \right] = 20 \log \omega + 40$$

$$1 \ll \omega \ll 1.3$$

$$20 \log \left[\frac{100 \times \omega^2}{(\frac{\omega}{1.3})^2} \right] = 20 \log \frac{100 \times (1.3)^2}{\omega}$$

$$= -20 \log \omega + \frac{46.8}{40}$$

$$1.3 \ll \omega \ll 6.3$$

$$20 \log \left[\frac{100 \times \omega^2 \times \frac{\omega}{6.3}}{\frac{\omega^2}{(1.3)^2}} \right] = 20 \log \frac{100 \times (1.3)^2}{6.3}$$

$$= 20.8$$

$$= 20$$

$$6.3 \ll \omega \ll 20$$

$$20 \log \left[\frac{100 \times \omega^2 \times \frac{\omega}{6.3}}{\frac{\omega^2}{(1.3)^2} \times \frac{\omega}{20}} \right] = 20 \log \frac{20 \times 100 \times (1.3)^2}{6.3 \times \omega}$$

$$= -20 \log \omega + \frac{56.8}{40}$$

$$= 56$$

$$20 \ll \omega \ll 100$$

$$20 \log \left[\frac{100 \times \omega^2 \times \frac{\omega}{6.3} \times \frac{\omega}{100}}{\frac{\omega^2}{(1.3)^2} \times \frac{\omega}{20}} \right] = 20 \log \left[\frac{1.3^2 \times 20}{6.3} \right]$$

$$= 16.8$$

$$= 16$$

$$100 \ll \omega \ll 400$$

$$\omega > 400$$

$$20 \log \left[\frac{20 \times \omega^2 \times \frac{\omega}{6.3} \times \frac{\omega}{100}}{\frac{\omega^2}{(1.3)^2} \times \frac{\omega}{20} \times \frac{\omega}{100}} \right] = 20 \log \left[\frac{2 \times 10^2}{6.3 \times 10^2} \right]$$

$$= -20 \log \omega + \frac{18.8}{40}$$

ω (rad/s)	$20 \log H(j\omega) $
$\omega < 1 \rightarrow$	40
$\omega = 1.3 \rightarrow$	46.8 or 46
$\omega = 6.3 \rightarrow$	20
$\omega = 20 \rightarrow$	20
$\omega = 100 \rightarrow$	16
$\omega = 400 \rightarrow$	16
$\omega = 1000 \rightarrow$	0

سؤال اول (۲ نمره)

الف- اگر ورودی یک سیستم LTI با پاسخ ضربه $h(t) = \frac{\sin 4(t-1)}{\pi(t-1)}$ بصورت $x(t) = \frac{\sin 6(t-1)}{\pi(t-1)}$ باشد، خروجی $y(t)$ را بیابید.
 ب- اگر پاسخ ضربه بصورت $h(t) = \frac{8t}{(t^2+16)^2}$ و ورودی بصورت $x(t) = \cos 5t$ باشد، خروجی $y(t)$ چگونه است.

سؤال دوم (۳ نمره)

یک سیستم LTI با پاسخ ضربه $h_1[n] = \frac{1}{3}u[n]$ به یک سیستم علی LTI دیگر با پاسخ ضربه $h_2[n]$ بطور موازی متصل شد.
 است. چنانچه پاسخ فرکانسی سیستم حاصل بصورت $H(j\omega) = \frac{-12+5e^{-j\omega}}{12-7e^{-j\omega}+e^{-j2\omega}}$ باشد،
 الف- پاسخ ضربه $h_2[n]$ را بیابید.
 ب- خروجی سیستم $h_2[n]$ را برای ورودی $x_2[n] = (-\frac{1}{4})^n u[n] + (-\frac{7}{8})^n$ تعیین کنید.

سؤال سوم (۲ نمره)

یک سیستم LTI علی برای ورودی $x[n] = (\frac{1}{2})^n u[n] - \frac{1}{4}(\frac{1}{2})^{n-1} u[n-1]$ خروجی $y[n] = (\frac{1}{3})^n u[n]$ را تولید می کند.
 الف- پاسخ فرکانسی، پاسخ ضربه و معادله تفاضلی آن چگونه بایستی باشد.

طه ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ یک سیستم علی توسط معادله تفاضلی زیر بیان شده است:

$$y[n] - \frac{1}{4}y[n-1] - \frac{1}{8}y[n-2] = x[n] + x[n-1]$$

- تابع سیستم $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ را بیابید.

- نمودار صفر و قطبهای سیستم را رسم نموده و ناحیه همگرایی را مشخص کنید.

- در باره پایداری سیستم تحقیق کنید.

- پاسخ ضربه سیستم را بیابید.

ورودی $x[n]$ چگونه بایستی باشد تا خروجی $y[n]$ بصورت زیر باشد:

$$y[n] = -\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{4}\right)^n u[n] - \frac{4}{3}(2)^n u[-n-1]$$

ح تبدیل یک سیستم خطی بصورت زیر است:

$$H(s) = \frac{32(s^2+s+1)(s^2+150s+5000)}{15s(s^2+15s+50)(s^2+1000s+10^6)}$$

دار بود (Bode) دامنه آنرا در کاغذ نیمه لگاریتمی داده شده رسم نمایند.

$$x_1[n] \leftrightarrow x_1(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \quad |z| > \frac{1}{2} \rightarrow x_2[n+3] \leftrightarrow \frac{z^3}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \quad |z| > \frac{1}{2}$$

$$x_2[n] \leftrightarrow x_2(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}} \quad |z| > \frac{1}{3} \rightarrow x_2[-n] \leftrightarrow \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z} \quad |z| < 3$$

$$x_2[-n+1] = x_2[-(n-1)] \leftrightarrow \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{3}z} \quad |z| < 3$$

ل چهارم (2 نمره):

ال $y[n]$ به صورت زیر با دو میگنال $x_1[n]$ و $x_2[n]$ مرتبط است

$$y[n] = x_1[n+3] * x_2[-n+1] \rightarrow Y(z) = \frac{z^3}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \cdot \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{3}z} \quad 1 < |z| < 3$$

$$= \frac{-3z}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 - \frac{1}{3}z)} \quad 1 < |z| < 3$$

$$x_1[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n], \quad x_2[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

فاده از خواص تبدیل z ، تبدیل z میگنال $y[n]$ را بیابید

ل پنجم (3 نمره):

دی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ یک سیستم LTI علی بن نمایش دیاگرام بلوکی نشان داده شده در مقابل بهم مرتبطند.

- معادله تفاضلی حاکم بر $x[n]$ و $y[n]$ را تعیین کنید.

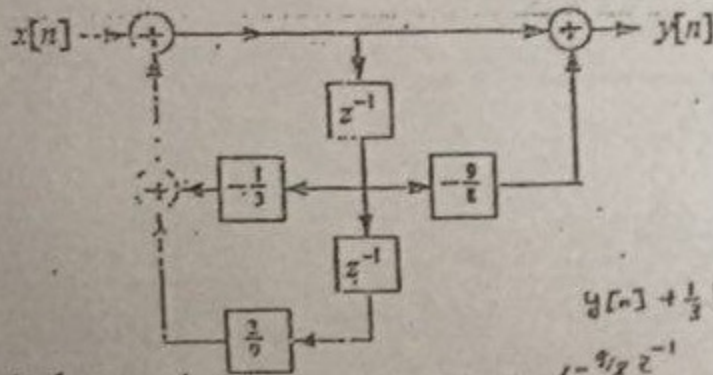
$$y[n] + \frac{1}{3}y[n-1] - \frac{2}{3}y[n-2] = x[n] - \frac{1}{3}x[n-1]$$

$$\text{تابع میس } H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \text{ را بیابید.}$$

مواقع قطبها و صفرهای میس را رسم نموده ناحیه

استقراری را مشخص کنید.

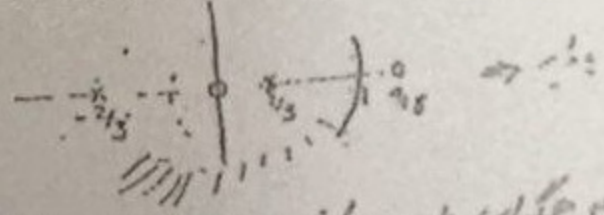
درگاه باشکوه میس بحث کنید.



$$H(z) = \frac{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}{1 + \frac{1}{3}z^{-1} - \frac{2}{3}z^{-2}} = \frac{z(z - \frac{1}{3})}{z^2 + \frac{1}{3}z - \frac{2}{3}} = \frac{z(z - \frac{1}{3})}{(z - \frac{1}{3})(z + \frac{2}{3})}$$

نویس $y[n]$ و $x[n]$ را بیابید

مؤید باشید - احمد و نود



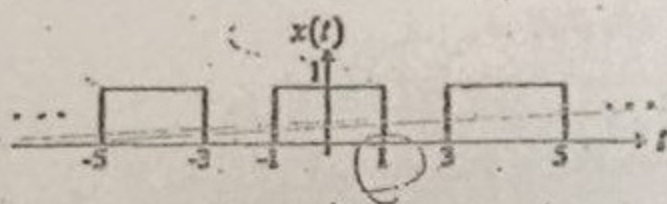
سیستم علی استقراری باید بررسی کرد. بررسی فشرده را به دست

سوال اول (۳ نمره):

سیستم LTI شکل زیر را در نظر بگیرید.

$$x(t) \rightarrow \boxed{h(t)} \rightarrow y(t)$$

در صورتیکه $h(t) = \frac{\sin \frac{\pi}{4} t}{\pi t}$ بوده و ورودی نیز پهنه مستطیلی متناوب شکل زیر باشد، خروجی را بیابید.



سوال دوم (۳ نمره):

بدیل فوریه یک میگال خاص عبارت است از:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(\frac{1}{2})^{|n|}}{1 - \frac{1}{2} e^{-j\omega(n-1)}}$$

می توان نشان داد که $x[n] = g[n]q[n]$

در آن $g[n] = a^n u[n]$ و $q[n]$ میگالی متناوب با دوره تناوب N می باشد.

الف- مقدار a را تعیین کنید. ب- مقدار N را تعیین کنید. ج- استدلال کنید آیا $x[n]$ حقیقی است.

سوال سوم (۲ نمره):

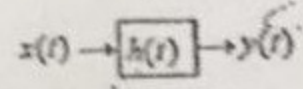
ی سیستم علی LTI با معادله دیفرانسیل زیر توصیف شده است:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2 \frac{dx(t)}{dt} + 10x(t) = 10 \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + 100r(t)$$

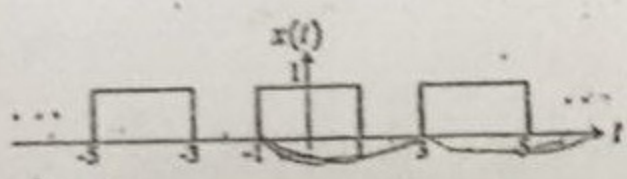
بخش هر کلاسی ۱۰ بانه و تابع مقدار آنرا بر روی کاغذ نیمه لگاریتمی رسم نمایید.

سوال اول (۲ نمره):

سیستم LTI شکل زیر را در نظر بگیرید



در صورتیکه $h(t) = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}t)}{\pi t}$ بوده و ورودی نیز پهنجره مستطیلی متناوب شکل زیر باشد خروجی را بیابید



سوال دوم (۳ نمره):

تبدیل فرویه یک میگنال خاص عبارت است از:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(1)^n}{1 + \frac{1}{4}e^{-j(\omega - \pi)}}$$

می توان نشان داد که $z[n] = g[n]q[n]$

که در آن $g[n] = a^n u[n]$ و $q[n]$ میگنالی متناوب با دوره تناوب N می باشد

الف- مقدار a را تعیین کنید. ب- مقدار N را تعیین کنید. ج- استخراج کنید آیا $z[n]$ حقیقی است یا خیر

سوال سوم (۲ نمره):

یک سیستم علی LTI با معادله دیفرانسیل زیر توصیف شده است:

$$\frac{dy(t)}{dt} + 7\frac{dy(t)}{dt} + 10\frac{dy(t)}{dt} = 10\frac{dx(t)}{dt} + 100x(t)$$

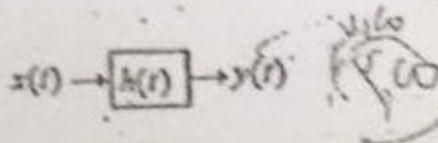
ماتریس فرکانسی، ا بانه و تابع مقدار آنرا بر روی کاغذ شبکه لگاریتمی رسم نمایید

(۱۰ بهای امتحان ۴۰۰۰۰۰)

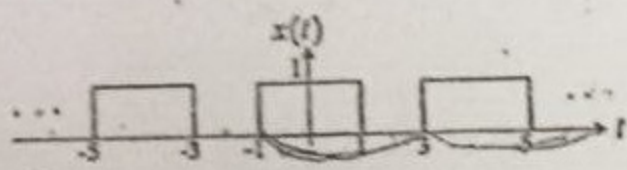
(ادامه سئوالات در پشت برگه)

سوال اول (۳ نمره):

سیستم LTI شکل زیر را در نظر بگیرید.



در صورتیکه $h(t) = \frac{\sin \frac{\pi}{4} t}{\pi t}$ بوده و ورودی نیز پهنای مستطیلی متناوب شکل زیر باشد، خروجی را بیابید.



سوال دوم (۳ نمره):

تبدیل فوریه یک میگنال خاص عبارت است از:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(1/2)^k}{1 - \frac{1}{4} e^{-j\omega(k+1)}}$$

می توان نشان داد که $x[n] = g[n]q[n]$

که در آن $g[n] = \alpha^n u[n]$ و $q[n]$ میگنالی متناوب با دوره تناوب N می باشد.

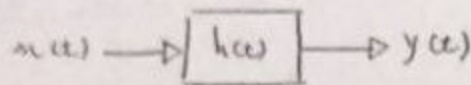
الف- مقدار α را تعیین کنید. ب- مقدار N را تعیین کنید. ج- استیلا کنید آیا $x[n]$ حقیقی است.

سوال سوم (۲ نمره):

یک سیستم علی LTI با معادله دیفرانسیل زیر توصیف شده است:

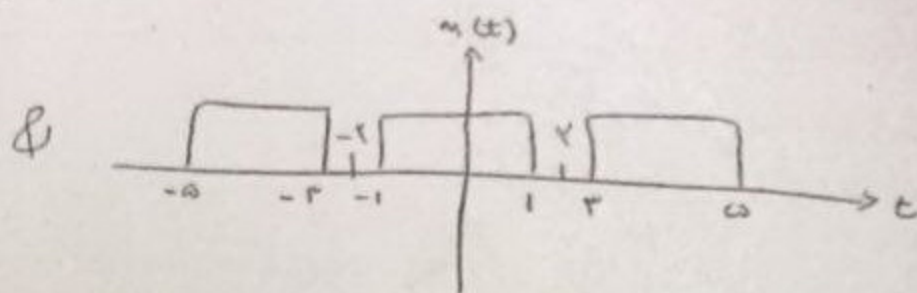
$$\frac{dy(t)}{dt} + 7\frac{dy(t)}{dt} + 10\frac{dy(t)}{dt} = 10\frac{dx(t)}{dt} + 100x(t)$$

ماتریس فرکانسی، ا بانه و تابع مقدار آنرا بر روی کاغذ نیمه لگاریتمی رسم نمایید.



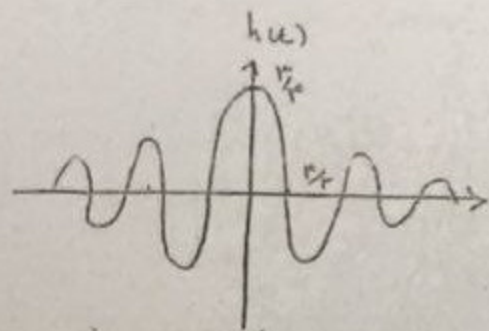
(۱)

if $h(t) = \frac{\sin \pi f_c t}{\pi t}$

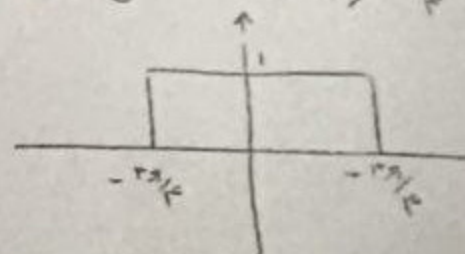


$y(t) = x(t) * h(t) \rightarrow Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H(j\omega)$

$h(t) = \frac{\sin \pi f_c t}{\pi t}$



$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \pi f_c \\ 0 & |\omega| > \pi f_c \end{cases}$



$T = \frac{1}{f_c} \rightarrow \frac{1}{f_c}$

$x(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases}$
در یک دوره ۱ واحد

$X(j\omega) = \sum_k a_k \delta(\omega - k\pi)$

$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-j\omega_k t} dt$

$a_k = \frac{1}{T} \int_{-1}^1 x(t) e^{-j\omega_k t} dt = \frac{1}{T} \int_{-1}^1 e^{-j\omega_k t} dt$

$\Rightarrow a_k = \frac{1}{T} \left[\frac{e^{-j\omega_k t}}{-j\omega_k} \right]_{-1}^1 = \frac{1}{T j \omega_k} (e^{-j\omega_k} - e^{j\omega_k})$

$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j k \pi t}$

$x(t) = \sum_k a_k \delta(\omega - k\pi)$

$a_k = \frac{1}{n} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{-j\omega_n t}$

سئوال چهارم (۳ نمره)

پاسخ فرکانسی یک سیستم LTI بصورت زیر است:

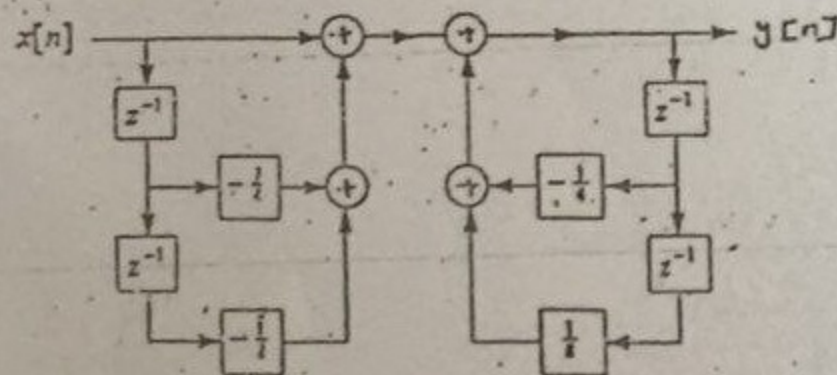
$$H(j\omega) = \frac{10(j\omega + 5)(10 - j\omega)}{j\omega(j\omega + 50)(1 + \frac{\omega^2}{10000} + j\frac{\omega}{100})}$$

الف- نمودار Bode (مجانبی) اندازه آنرا در کاغذ نیمه لگاریتمی (ضمیمه) رسم نمایید.

ب- معادله دیفرانسیلی که رابطه بین ورودی $x(t)$ و خروجی $y(t)$ این سیستم را توصیف کند بنویسید.

سئوال پنجم (۳ نمره)

نمودار بلوکی یک سیستم علی زمان- گسته در شکل زیر نشان داده شده است.



الف- تابع سیستم $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ را بدست آورده و نمودار صفر و قطب آنرا رسم نمایید.

ب- ناحیه همگرایی $H(z)$ را مشخص نموده و پایداری سیستم را تعیین کنید.

ج- پاسخ ضربه سیستم را بیابید.

د- معادله تفاضلی سیستم را که رابطه بین ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را توصیف کند بنویسید.

مزید باشد- احمدوند

Handwritten notes and calculations at the bottom of the page, including the transfer function $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ and some algebraic manipulations.

نام درس:	سیستم‌های دینامیکی	نام استاد:	دکتر کرمی	گروه آموزشی:	گروه آموزشی ریاضیات
تاریخ امتحان:	۱۳۸۲/۰۲/۰۴ مدت امتحان:	۱۲۰ دقیقه	مقطع:	کارشناسی ارشد	دکتری
نوع امتحان:	آزمون تئوری	آزمون عملی:	آزمون ترکیبی:	آزمون تئوری:	آزمون عملی:
نام خانوادگی دانشجو:	شماره دانشجویی:	شماره امتحانی:	شماره سوال:	شماره سوال:	شماره سوال:

سوال اول (۳ نمره):

خروجی $y(t)$ یک سیستم علی LTI با ورودی $x(t)$ توسط معادله زیر با هم مرتبط اند.

$$\frac{d}{dt}y(t) + 10y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau)z(t-\tau)d\tau - x(t)$$

که در آن $z(t) = e^{-t}u(t) + 2\delta(t)$

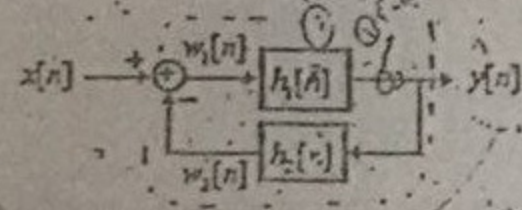
الف- پاسخ فرکانسی این سیستم $H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$ را بیابا کنید.

ب- پاسخ ضربه سیستم را بیابید.

ج- در صورتیکه ورودی این سیستم برابر $x(t) = te^{-t}u(t) + e^{-2t}u(t)$ باشد، $y(t)$ را تعیین کنید.

سوال دوم (۳ نمره):

سیستم پایدار زمان-گسسته LTI داده شده در شکل را در نظر بگیرید.



$$h_1[n] \Rightarrow y[n] = y[n-1] + \frac{1}{2}x[n]$$

$$h_2[n] \Rightarrow w_2[n] = 2w_1[n-1] + y[n-1]$$

$$w_1[n] = x[n] - w_2[n]$$

الف- پاسخ فرکانسی $H(e^{j\omega}) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})}$ سیستم را بیابید.

ب- معادله تفاضلی سیستم را که رابطه بین ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را توصیف کند بنویسید.

ج- پاسخ ضربه سیستم را بیابید.

سوال سوم (۲ نمره):

دو سیستم LTI با پاسخهای فرکانسی زیر را در نظر بگیرید:

$$H_1(e^{j\omega}) = \frac{1 + e^{-j\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j\omega}} \quad \text{و} \quad H_2(e^{j\omega}) = \frac{1 + \frac{1}{2}e^{-j\omega}}{1 + e^{-j\omega}}$$

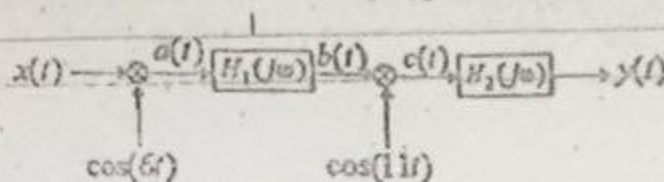
نشان دهید که هر دو پاسخ فرکانسی دارای تابع مقدار یکسان هستند. ولی برای $\omega > 0$ تاخیر گروه $H_2(e^{j\omega})$ بزرگتر از $H_1(e^{j\omega})$ است.

$$H_1 = \frac{1 + \cos\omega - j\sin\omega}{1 + \frac{1}{2}\cos\omega - \frac{j}{2}\sin\omega} \quad |H_1| = \frac{\sqrt{(1+\cos\omega)^2 + \sin^2\omega}}{\sqrt{(1+\frac{1}{2}\cos\omega)^2 + (\frac{1}{2}\sin\omega)^2}}$$

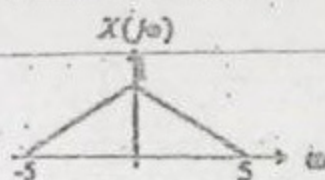
$$H_2 = \frac{1 + \frac{1}{2}\cos\omega - \frac{j}{2}\sin\omega}{1 + \cos\omega - j\sin\omega} \quad |H_2| = \frac{\sqrt{(1+\frac{1}{2}\cos\omega)^2 + (\frac{1}{2}\sin\omega)^2}}{\sqrt{(1+\cos\omega)^2 + \sin^2\omega}}$$

سوال چهارم (۳ نمره):

نمودار بلوکی نشان داده شده در شکل زیر را در نظر بگیرید.



که در آن $H_1(j\omega)$ یک فیلتر ایده آل بالا گذران با فرکانس قطع $\omega_c = 6$ و $H_2(j\omega)$ یک فیلتر ایده آل پایین گذران با فرکانس قطع $\omega_c = 5$ می باشد. چنانچه تبدیل فوریه میگنال ورودی $x(t)$ بصورت زیر باشد:



- الف- تبدیل فوریه میگنالهای $a(t)$ ، $b(t)$ ، $c(t)$ و $y(t)$ را رسم نمایید.
ب- نشان دهید چگونه می توان $x(t)$ را از روی $y(t)$ بدست آورد.

سوال پنجم (۳ نمره):

یک سیستم علی LTI با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ و تابع میسّم مشخص شده بصورت زیر را در نظر بگیرید.

$$H(z) = H_1(z)H_2(z)$$

که در آن

$$H_1(z) = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{1}{4}z^{-2}} \quad \text{و} \quad H_2(z) = 1 - \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{1}{2}z^{-2}$$

- الف- یک دیاگرام بلوکی شکل مستقیم II (شکل متعارفی) برای این میسّم رسم نمایید.
ب- نمودار صفر و قطب تابع میسّم را رسم نموده. ناحیه همگرایی آنرا مشخص و پایداری میسّم را تعیین کنید.
ج- پاسخ فریه میسّم را بیابید.
د- معادله تفاضلی میسّم را که رابطه بین ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را توصیف کند بنویسید.

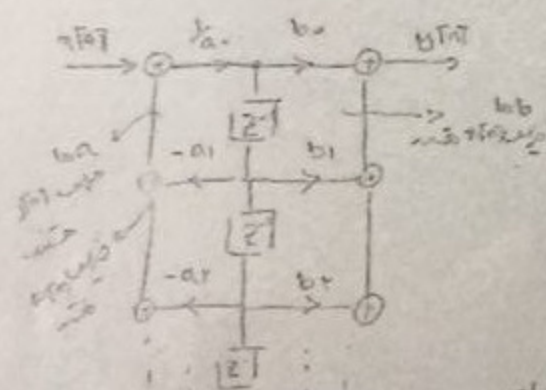
$$H(j\omega) = \frac{10(j\omega + 5)(1 - j\omega)}{j\omega(j\omega + 5)(1 - \frac{j\omega}{1000} + \frac{j\omega}{100})}$$

$$H(j\omega) = \frac{10(1 - (j\omega)^2 + 5j\omega + 50)}{j\omega(j\omega + \frac{j\omega}{1000} + \frac{j\omega}{100} + 50 + \frac{50}{1000}j\omega + \frac{50}{100}j\omega)}$$

$$H(j\omega) = \frac{10(- (j\omega)^2 + 5j\omega + 50)}{j\omega(1 - (j\omega)^2 + 5j\omega + 50)}$$

$$H(j\omega) = \frac{-10(j\omega)^2 + 50j\omega + 500}{j\omega(1 - (j\omega)^2 + 5j\omega + 50)}$$

$$\frac{1}{1000} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{10}{1000} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{10}{100} \frac{dy(t)}{dt} + 50 \frac{dy(t)}{dt} = -10 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 50 \frac{dx(t)}{dt} + 500 x(t)$$



فرکانس

سوال پنجم (۳۳۰) : ۱۲۸۳-۸۴
 $H(z) = 0$ for $n < 0$

درست به هم سری شده اند.

$$H_1(z) = \begin{cases} b_0 = 1 \\ b_1 = -\frac{1}{2} \\ b_2 = -\frac{1}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \end{cases}$$

$$H_1(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1} - \frac{1}{4}z^{-2}}{1}$$

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ -a_1 = -\frac{1}{2} \rightarrow a_1 = \frac{1}{2} \\ -a_2 = \frac{1}{4} \rightarrow a_2 = -\frac{1}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} b_0 = 1 \\ b_1 = 0 \\ b_2 = 0 \end{cases}$$

$$y[n] + \frac{1}{2}y[n-1] - \frac{1}{4}y[n-2] = w[n] \rightarrow H(z)$$

$$H_1(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1} - \frac{1}{4}z^{-2}}{1} \quad H_2(z) = \frac{1}{1}$$

$$H(z) = H_1(z)H_2(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1} - \frac{1}{4}z^{-2}}{1} = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1} - \frac{1}{4}z^{-2}}{(z + \frac{1}{2})(z - \frac{1}{2})}$$

$$\frac{z^2 - \frac{1}{2}z - \frac{1}{4}}{z^2 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{4}}$$

$$\begin{cases} z = \frac{1}{2} \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

مخرج

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

موضوعات امتحانی! این نرم ۸۴-۸۴

(۱) خودی (یا سیستم) علی LT با ورودی $u(t)$ و خروجی $y(t)$ را بنویسید.

$$\frac{dy(t)}{dt} + 1 \cdot y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{m(\tau) z(t-\tau)}{n(\tau)} d\tau - u(t)$$

معرمان $z(t) = e^{-t} u(t) + 3\delta(t)$

الف) پاسخ فرکانسی این سیستم $H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$ را بیابید؟

ب) پاسخ خودی سیستم را بیابید؟

ج) ورودی سیستم برابر $u(t) = e^{3t} + te^{3t} u(t)$ باشد، خروجی $y(t)$ را تعیین کنید؟

$$y(t) \rightsquigarrow Y(j\omega) \xrightarrow{F} \frac{dy(t)}{dt} \rightsquigarrow e^{j\omega t} Y(j\omega)$$

$$z(t) = e^{-t} u(t) + 3\delta(t) \xrightarrow{F} Z(j\omega) = \frac{1}{1-j\omega} + 3$$

$$m(t) \rightsquigarrow X(j\omega)$$

$$\Rightarrow \frac{Y(j\omega)}{j\omega} + 1 \cdot Y(j\omega) = X(j\omega) \left(\frac{1}{1-j\omega} + 3 \right) - X(j\omega)$$

$$\Rightarrow Y(j\omega) \left(\frac{1}{j\omega} + 1 \right) = X(j\omega) \left(\frac{1}{1-j\omega} + 3 - 1 \right) \Rightarrow H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{1 - 3(1-j\omega) - (1-j\omega)}{e^{-j\omega} + 1}$$

$$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{3 - 2j\omega}{e^{-j\omega} + 1}$$

۲

۳) $h(t) = ?$

$$x(t) \rightarrow X(j\omega)$$

$$x(t) = e^{-t} u(t) \rightarrow X(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega}$$

$$t x(t) \rightarrow j \frac{d}{d\omega} X(j\omega)$$

$$x(t) = te^{-t} u(t) \rightarrow X(j\omega) = j \frac{d}{d\omega} \frac{1}{1+j\omega} = j \frac{-1}{(1+j\omega)^2} = \frac{-j}{(1+j\omega)^2}$$

$$y(t) = x(t) + 3x(t)$$

$$X(j\omega) = \frac{1}{(j\omega+1)^2} + \frac{1}{j\omega-3}$$

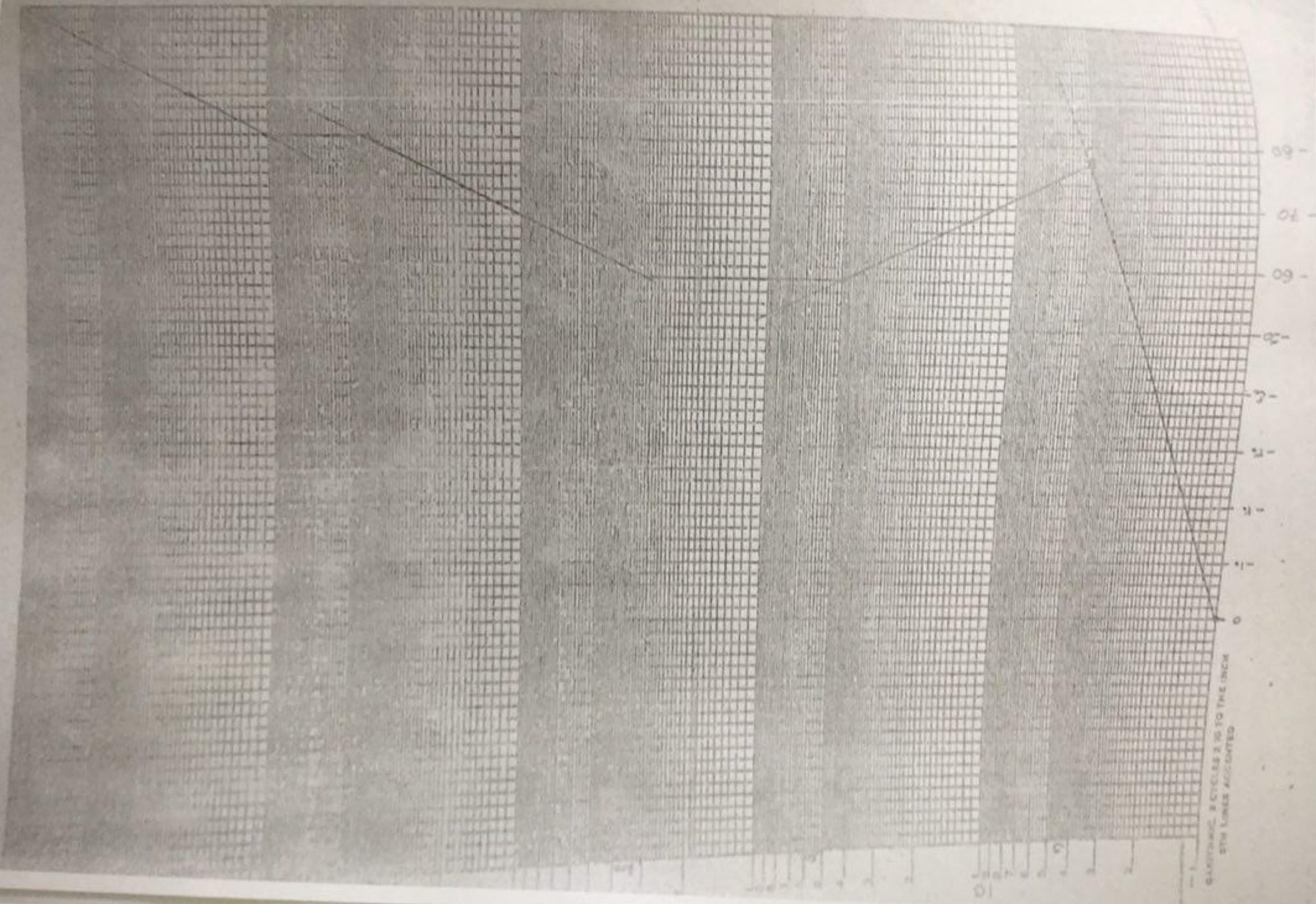
$$H(j\omega) = \frac{(j\omega + 1)(1 + j\omega + 1)}{((\frac{j\omega}{100} + 1)(j\omega)^r + j\omega + 1)} = \frac{10}{1} \times \frac{(j\frac{\omega}{10} + 1)(j\frac{\omega}{0.1} + 1)}{[(\frac{j\omega}{10} + 1)(j\frac{\omega}{1} + j\frac{\omega}{1} + 1)]}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{10 \sqrt{[(\frac{\omega}{10})^2 + 1][(\frac{\omega}{0.1})^2 + 1]}}{\sqrt{[(\frac{\omega}{10})^2 + 1][(\frac{\omega}{1})^2 + \omega^2 + 1]}}$$

Let $\omega_c: 0.1, 1, 10, 100$

$$r_0 \log |H(j\omega)| = \begin{cases} r_0 \log [10] = r_0 & \omega \ll 0.1 \\ r_0 \log \left[\frac{10\omega}{0.1} \right] = r_0 \log \omega + r_0 & 0.1 \ll \omega \ll 1 \\ r_0 \log \left[10 \frac{\omega}{0.1} \frac{\omega}{10} \right] = r_0 \log \frac{100}{\omega} = -r_0 \log \omega + 20 & 1 \ll \omega \ll 10 \\ 20 \log \left[\frac{10 \frac{\omega}{0.1} \times \frac{\omega}{10}}{\omega^2} \right] = 20 \log 1 = 20 & 10 \ll \omega \ll 100 \\ 20 \log \left[10 \times \frac{\omega}{10} \times \frac{\omega}{0.1} \right] = 20 \log \frac{1000}{\omega} = -20 \log \omega + 60 & \omega \gg 100 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \omega = 0.1 & \rightarrow r_0 \log |H(j\omega)| = r_0 \\ \omega = 1 & \rightarrow = 40 \\ \omega = 10 & \rightarrow = 20 \\ \omega = 100 & \rightarrow = 20 \\ \omega = 200 & \rightarrow = 14 \end{aligned}$$



GRAPHING 8 CYCLES 2.50 TO THE INCH
BY LINEAR ASSUMED

مسئله پنجم (نمره ۳): یک سیستم LTI را سری کردن دو سیستم LTI بدست آمده است. بطوریکه ورودی - خروجی سیستم اول به ترتیب با $x_1(t)$ و $y_1(t)$ نمایش و توسط معادله دیفرانسیل زیر با هم مرتبط اند:

$$\frac{d^2}{dt^2} y_1(t) + 110 \frac{d}{dt} y_1(t) + 1000 y_1(t) = 50 \sqrt{1000} \left[\frac{d^2}{dt^2} x_1(t) + 40 \frac{d}{dt} x_1(t) + 400 x_1(t) \right]$$

و ورودی - خروجی سیستم دوم به ترتیب با $x_2(t)$ و $y_2(t)$ نمایش و توسط معادله دیفرانسیل زیر با هم مرتبط اند:

$$\frac{d^2}{dt^2} y_2(t) + 1002 \frac{d}{dt} y_2(t) + 2000 y_2(t) = 100 \frac{d^2}{dt^2} x_2(t) + 100 \frac{d}{dt} x_2(t) + 100 x_2(t)$$

پاسخ فرکانسی هر یک از این سیستمها را یافته و نمودار برد اندازه پاسخ فرکانسی سیستم کلی را بر روی کاغذ نیمه پایین همین صفحه رسم نمایید.
موفق باشید - احمدوند



مسئلات امتحانی پایان نیمسال اول سال تحصیلی ۱۳۸۴-۱۳۸۵

نام: ... شماره دانشجویی: ... نام استاد: ... کد درس: ... گروه آموزشی: ...

تاریخ امتحان: ۱۳۸۴/۱۰/۲۵ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه مقطع: کارشناسی □ ارشد □ دکتری □ جزوه □ باز □ پت □

ازم مجاز: ...

شماره صندوقی:

شماره دانشجویی:

نام خانوادگی دانشجو:

$$m(t) * h(t) = x(t) \times H(\omega)$$

مسئله اول (۳ نمره):

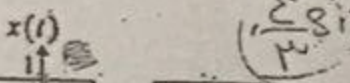
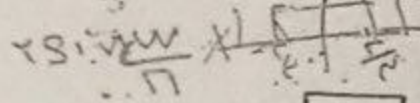
سیستم LTI شکل زیر را در نظر بگیرید.

$$x(t) \rightarrow [h(t)] \rightarrow y(t)$$

$$\frac{\sin \omega t}{\omega}$$



در صورتیکه $h(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$ بوده و ورودی نیز پهنای مستطیلی متناوب شکل زیر باشد، خروجی را بیابید.



$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t-n}{1}\right)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t-n}{1}\right)$$

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\omega} e^{-j\omega n}$$

$$X(\omega) = \frac{1}{1 - e^{-j\omega}}$$

۱۴ فصل ۵

مسئله دوم (۳ نمره):

تبدیل فوریه یک میگنال خاص عبارت است از:

$$x[n] = g[n]q[n]$$

که در آن $g[n] = a^n u[n]$ و $q[n]$ میگالی متناوب با دوره تناوب N می باشد.

الف - مقدار a را تعیین کنید. ب - مقدار N را تعیین کنید. ج - استدلال کنید آیا $x[n]$ حقیقی است.

$$\frac{1}{N}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[n - (k + m)]$$

مسئله سوم (۲ نمره):

یک سیستم علی LTI با معادله دیفرانسیل زیر توصیف شده است:

$$\frac{dy(t)}{dt} + 7y(t) = 10 \frac{dx(t)}{dt} + 100x(t)$$

ماتریس فرکانسی ۱۰ بایانه و تابع مقدار آرایه روی کاغذ نیمه لکاربتمی قیبه رسم نباید

(ادامه مسائل در پشت برگه)

$$\frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

$$H_1(z) = \frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

$$H_2(z) = \frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

$$H_3(z) = \frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

$$H_4(z) = \frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

$$H_5(z) = \frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

$$H_6(z) = \frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

$$H_7(z) = \frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

$$H_8(z) = \frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

$$H_9(z) = \frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

$$H_{10}(z) = \frac{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}{5000 \sqrt{1000} \times 100 (1 + \frac{z}{20})^2 (1 + \frac{z}{20})}$$

سوال پنجم (۳ نمره) : یک سیستم LTI از سری کردن دو سیستم LTI بدست آمده است. بطوریکه

ورودی - خروجی سیستم اول به ترتیب با $x_1(t)$ و $y_1(t)$ نمایش و توسط معادله دیفرانسیل زیر با هم مرتبط اند:

$$\frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} + 110 \frac{dy_1(t)}{dt} + 1000 y_1(t) = 50 \sqrt{1000} \left[\frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + 40 \frac{dx_1(t)}{dt} + 400 x_1(t) \right]$$

و ورودی - خروجی سیستم دوم به ترتیب با $x_2(t)$ و $y_2(t)$ نمایش و توسط معادله دیفرانسیل زیر با هم مرتبط اند:

$$\frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} + 1002 \frac{dy_2(t)}{dt} + 2000 y_2(t) = 100 \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + 100 \frac{dx_2(t)}{dt} + 100 x_2(t)$$

پاسخ فرکانسی هر یک از این سیستمها را یافته و نمودار بود اندازه پاسخ فرکانسی سیستم کلی را بر روی کاغذ نیمه پلین همین صفحه رسم نمایید. (۲۰۰۰ زن ۱۰۰ زن ۴۰۰ زن) موفق باشید - احملوند



$$H(s) = \frac{100 \times 20 \times 1.3 \times 1.3^2 \times 400^2 s^r (s+100)(s+6.3)}{6.3 \times 100 [s^r + 400s + 400^2] (s^r + 1.3\sqrt{r}s + 1.3^2) (s^r + 21.3s + 26)}$$

$$H(j\omega) = \frac{100 \times 20 \times 1.3 \times 1.3^2 \times 400^2}{6.3 \times 100} \times \frac{(j\omega)^r (j\omega+100)(j\omega+6.3)}{(j\omega)^r + 400j\omega + 400^2 (j\omega)^r + 1.3\sqrt{r}j\omega + 1.3^2 (j\omega)^r + 21.3j\omega + 26}$$

$$\begin{cases} s^r + 400s + 400^2 \\ s^r + r\xi\omega_n s + \omega_n^2 \end{cases} \rightarrow \omega_n^2 = 400^2 \rightarrow \omega_n = 400 \rightarrow r\xi\omega_n = 400 \rightarrow \xi = \frac{400}{2 \times 400} = \frac{1}{2} < 1$$

$$\begin{cases} s^r + 1.3\sqrt{r}s + 1.3^2 \\ \omega_n^2 = 1.3^2 \rightarrow \omega_n = 1.3 \rightarrow r\xi\omega_n = 1.3\sqrt{r} \rightarrow \xi = \frac{1.3\sqrt{r}}{r \times 1.3} = \frac{\sqrt{r}}{r} < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s^r + 21.3s + 26 \\ \omega_n^2 = 26 \rightarrow \omega_n = \sqrt{26} \rightarrow r\xi\omega_n = 21.3 \rightarrow \xi = \frac{21.3}{2 \times \sqrt{26}} = 2.08 > 1 \end{cases}$$

$$\omega_{n,r} = \frac{-21.3 \pm \sqrt{(21.3)^2 - 4(26)}}{r} = \frac{-21.3 \pm 18.7}{2} \begin{cases} -20 \\ -1.3 \end{cases}$$

$$\rightarrow H(j\omega) = \frac{100 \times 20 \times 1.3 \times 1.3^2 \times 400^2}{6.3 \times 100} \times \frac{(j\omega)^r (j\omega+100)(j\omega+6.3)}{[(j\omega)^r + 400j\omega + 400^2] [(j\omega)^r + 1.3\sqrt{r}j\omega + 1.3^2] (j\omega+20)(j\omega+1.3)}$$

$$\rightarrow H(j\omega) = \frac{(100 \times 20 \times 1.3 \times 1.3^2 \times 400^2 \times 100 \times 6.3)}{6.3 \times 100 \times 400^2 \times 1.3^2 \times 20 \times 1.3} \times \frac{(j\frac{\omega}{1})^r (j\frac{\omega}{100} + 1)(j\frac{\omega}{6.3} + 1)}{\left[\left(\frac{j\omega}{400} \right)^r + \frac{j\omega}{400} + 1 \right] \left[\left(\frac{j\omega}{1.3} \right)^r + \frac{\sqrt{r}j\omega}{1.3} + 1 \right] \left(j\frac{\omega}{20} + 1 \right)}$$

قطب ω_c : $1, 1.3, 6.3, 20, 100, 400$

سوالات امتحانی پایان ترم نیمسال

[۸۶-۸۷]

گروه آموزشی: مهندسی برق - مخابرات
کد درس: ... استاد: آقای مهندس احمدوند
سیستمها

مقطع: کالریشناسی ☒ ارشد ☐ دکتری ☐ جزوه ☐ باز ☐ بسته ☒
مدت امتحان: ۱۲ دقیقه
۱۳۸۷/۰۷/۱۲

نام و نام خانوادگی:

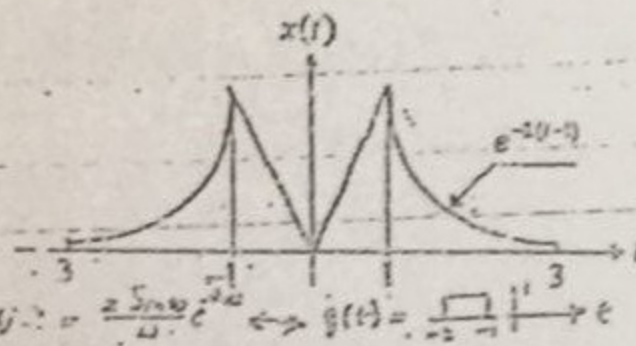
شماره دانشجویی:

شماره دانشجوئی:

نام دانشجو:

اول (۳ نمره):

یگنال نشان داده شده در شکل، عبارت زیر را نمایش دهید.



$$\begin{aligned} X &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^1 e^{-j\omega t} dt = \frac{1 - e^{-j\omega}}{j\omega} \\ &= \frac{2 \sin(\omega/2) e^{-j\omega/2}}{j\omega} \end{aligned}$$

سیستم LTI با پاسخ ضربه $h_1[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ به یک سیستم علی LTI دیگر با پاسخ ضربه $h_2[n]$ بطور مولاری متصل شده.

$$\begin{aligned} H_1(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n z^{-n} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}} = \frac{z}{z - \frac{1}{3}} \\ H_2(z) &= \frac{H(z)}{H_1(z)} = \frac{z}{z - \frac{1}{3}} \cdot \frac{z - \frac{1}{3}}{z} = 1 \end{aligned}$$

ل سوم (۳ نمره):

سیستم LTI از سری کردن دو سیستم LTI بدست آمده است. بطوریکه:

ی- خروجی سیستم اول به ترتیب با $x_1(t)$ و $y_1(t)$ نمایش و توسط معادله دیفرانسیل زیر با هم مرتبط اند:

$$\frac{d}{dt} y_1(t) + 50 y_1(t) = \frac{d}{dt} x_1(t) + 4000 x_1(t) \Rightarrow H_1(s) = \frac{s + 4000}{s + 50}$$

ودی- خروجی سیستم دوم به ترتیب با $x_2(t)$ و $y_2(t)$ نمایش و توسط معادله دیفرانسیل زیر با هم مرتبط اند:

$$\frac{d^2}{dt^2} y_2(t) + 10300 \frac{d}{dt} y_2(t) + 3000000 y_2(t) = \frac{d^2}{dt^2} x_2(t) + 5 \frac{d}{dt} x_2(t) + 25 x_2(t) \Rightarrow H_2(s) = \frac{s^2 + 5s + 25}{(s + 300)(s + 10000)}$$

سیستم کلی را بر روی کاغذ ترسیم

درج دوم مدله؟

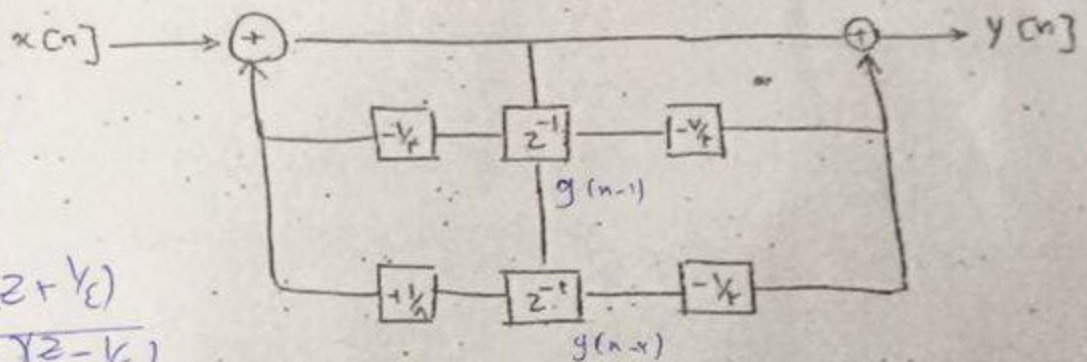
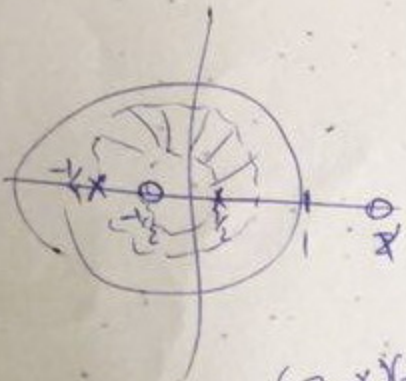
مطلقاً معین نیست

انتخاب درگاه و پیدایر این سیستم تعیین کننده

نمایم این

$$H(z) = \frac{1 - \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{1}{4}z^{-2}}{1 + \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{1}{4}z^{-2}}$$

شکل ۵



$$\frac{(z - \frac{1}{2})(z + \frac{1}{2})}{(z + \frac{1}{4})(z - \frac{1}{4})}$$

$$H(z) = \frac{z^2 - \frac{1}{4}z - \frac{1}{4}}{z^2 + \frac{1}{4}z - \frac{1}{4}} = \frac{(z + \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{5}}{4}j)(z - \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{5}}{4}j)}{(z + \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{5}}{4}j)(z - \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{5}}{4}j)}$$

$$\frac{49}{14}$$

$$m = \frac{-\frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16} - 4(1)(-\frac{1}{4})}}{2} \Rightarrow m = \frac{-\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}j}{2} = -\frac{1}{8} \pm \frac{\sqrt{5}}{4}j$$

معها

$$m = \frac{\frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16} - 4(1)(-\frac{1}{4})}}{2} \Rightarrow m = \frac{\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}j}{2} = \frac{1}{8} \pm \frac{\sqrt{5}}{4}j$$

معها

$$y[n] + \frac{1}{4}y[n-1] - \frac{1}{4}y[n-2] = x[n] - \frac{1}{4}x[n-1] - \frac{1}{4}x[n-2]$$

$$y[n] = -\frac{1}{4} \left\{ r^n - (-\frac{1}{4})^n \right\} u[n-1]$$

ی[n]؟

$$u(z) = \frac{1}{z} \left\{ \frac{1}{1 - rz^{-1}} - \frac{1}{1 + \frac{1}{4}z^{-1}} \right\} = \frac{z}{(z - r)(z - \frac{1}{4})}$$

$$Y(z) = H(z)u(z) = \frac{z(z + \frac{1}{4})}{(z + \frac{1}{4})(z - \frac{1}{2})} = \frac{z}{z - \frac{1}{2}}$$

ب