بسمه تعالی

حل تمرین سری دوم **درس ماشینهای مخصوص**

۱. یک موتور القایی تکفاز با توان ۰/۲۵ اسب بخار، ۱۱۰ ولت، ۶۰ هرتز و ۴ قطب مفروض است. پارامترهای موتور عبارتند از :

$$r_{1m} = 2.2\ \Omega,\quad x_{1m} = 2.8\ \Omega,\quad r_{1a} = 7.2\ \Omega,\quad x_{1a} = 3.3\ \Omega$$
$$r_2^{'} = 4.2\ \Omega,\quad x_2^{'} = 2.2\ \Omega,\quad x_m = 66\ \Omega$$

الف) چنانچه موتور به ولتاژ نامی متصل گردد، گشتاور راه‌اندازی را محاسبه کنید.

ب) اگر یک مقاومت ۰/۵ اهمی به سیم‌پیچی کمکی اضافه شود، گشتاور راه‌اندازی چقدر می‌شود؟

ج) اگر یک خازن ۶۰۰ میکروفاراد به سیم‌پیچی کمکی اضافه شود، گشتاور راه‌اندازی چقدر می‌شود؟

جواب:

الف) در حالت راه‌اندازی که لغزش برابر یک است، میدان‌های جلوگرد و عقبگرد و امپدانس‌های آنها کاملاً با هم برابرند. با محاسبه جریان سیم‌پیچی اصلی و کمکی می‌توان گشتاور راه‌اندازی را حساب کرد.

$$Z_f = \frac{\frac{jx_m}{2} * (\frac{r_2^{'}}{2s} + \frac{jx_2^{'}}{2})}{\frac{r_2^{'}}{2s} + (\frac{jx_m}{2} + \frac{jx_2^{'}}{2})} = \frac{33j * (2.1 + 1.1j)}{2.1j + (33 + 1.1)j} = 1.96 + 1.18j = Z_b$$

$$I_m = \frac{V}{Z_{1m} + Z_f + Z_b} = 10.5 - 8.86j = 13.74\angle -40.13^\circ$$

$$I_a = \frac{V}{Z_{1a} + Z_f + Z_b} = 7.86 - 4j = 8.82\angle -27^\circ$$

$$T_{st} = kI_aI_m \sin\alpha = 27.5k$$

ب) با اضافه کردن یک مقاومت به سیم‌پیچی کمکی داریم:

$$I_a = \frac{V}{Z_{1a} + r + Z_f + Z_b} = 7.65 - 3.73\,j = 8.5\angle -26^\circ$$
$$T_{st} = kI_a I_m \sin\alpha = 28.5k$$

ج)

$$X_c = \frac{1}{2\pi\, f\, C} = 4.42$$
$$I_a = \frac{V}{Z_{1a} - jX_c + Z_f + Z_b} = 9.77 - 1.09\,j = 9.83\angle -6.36^\circ$$
$$T_{st} = kI_a I_m \sin\alpha = 75k$$

۲. یک موتور القایی تکفاز با خازن راه‌انداز و مشخصات زیر مفروض است. ۰/۲۵ اسب بخار، ۱۱۵ ولت، ۱۷۳۵ دور بر دقیقه، ۶۰ هرتز و پارامترهای زیر:

$$r_1 = 2.2\ \Omega, \quad r_2' = 3.5\ \Omega, \quad x_1 = 2.5\ \Omega, \quad x_2' = 2.5\ \Omega, \quad x_m = 60\ \Omega,$$

تلفات هسته ۲۰ وات و تلفات اصطکاک و تهویه ۱۵ وات می‌باشند. موتور به ولتاژاسمی متصل شده و تحت لغزش ۴٪ می‌چرخد. سرعت، جریان ورودی، ضریب توان، توان ورودی، توان خروجی، گشتاور، بازده و تلفات اهمی رتور را محاسبه کنید.

حل:

موتور القایی خازن‌راه‌انداز فقط در هنگام راه‌اندازی دارای دو سیم‌پیچی می‌باشد و پس از اینکه راه‌اندازی شد و به حالت دایمی رسید تنها سیم‌پیچی اصلی در مدار است.

$$Z_f = \frac{\frac{jx_m}{2} * (\frac{r_2^{'}}{2s} + \frac{jx_2^{'}}{2})}{\frac{r_2^{'}}{2s} + (\frac{jx_m}{2} + \frac{jx_2^{'}}{2})} = \frac{30j * (43.75 + 1.25j)}{43.75 + (30 + 1.25)j} = 13.62 + 20.27j$$

$$Z_b = \frac{\frac{jx_m}{2} * (\frac{r_2^{'}}{2(2-s)} + \frac{jx_2^{'}}{2})}{\frac{r_2^{'}}{2(2-s)} + (\frac{jx_m}{2} + \frac{jx_2^{'}}{2})} = \frac{30j * (0.89 + 1.25j)}{0.89 + (30 + 1.25)j} = 0.82 + 1.22j$$

$$Z_{in} = 2.2 + 2.5j + Z_f + Z_b = 16.64 + 24j$$

$$I_{in} = \frac{V}{Z_{in}} = 2.24 - 3.2j = 3.94\angle -55.2^\circ$$

$$PF = \cos\varphi = \cos 55.2 = 0.57$$

$$P_{gf} = R_f * I_{in}^2 = 13.62 * 3.94^2 = 211.4(W)$$

$$P_{gb} = R_b * I_{in}^2 = 0.82 * 3.94^2 = 12.7(W)$$

$$P_m = (1-s) * (P_{gf} - P_{gb}) = 190.7(W)$$

برای محاسبه توان ورودی از ولتاژ ورودی، جریان ورودی و ضریب توان استفاده می‌کنیم. چون در این سوال مقاومت مدل کننده تلفات هسته در نظر گرفته نشده است پس تلفات هسته را نیز روی این مقدار بدست آمده اضافه می‌کنیم.

$$P_{in} = V * I * PF + P_{Fe} = 278.3(W)$$

$$P_{out} = P_m - P_{rot} = 190.7 - 15 = 175.7(W)$$

$$n_s = \frac{120 * 60}{4} = 1800(rpm)$$

$$n_r = (1-s)n_s = 1728(rpm)$$

$$T = \frac{P_{out}}{\omega_r} = \frac{175.7}{1728 * 2\pi / 60} = 0.97(N.m)$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} * 100 = 63.1\%$$

با توجه به سرعت نامی موتور که در صورت سوال داده شده مشخص است که موتور ۴ قطب است.

۳. یک موتور القایی ۴ قطب، ۱۲۰ ولت و ۶۰ هرتز در شرایط سکون و فرکانس نامی دارای امپدانس سیم‌پیچی اصلی $Z_m = 1.5 + 4j\ \Omega$ و سیم‌پیچی کمکی $Z_a = 3 + 6j\ \Omega$ می‌باشد.

الف) گشتاور راه‌اندازی این موتور را تعیین کنید.

ب) چه مقدار مقاومت اضافی به سیم‌پیچ کمکی اضافه کنیم تا موتور فاز شکسته دارای بیشترین گشتاور راه اندازی گردد؟

ج) چنانچه یک خازن راه اندازی نیز به سیم‌پیچی کمکی اضافه شود برای ماکزیمم کردن گشتاور مقدار آن چقدر باید باشد؟

د) برای ماکزیمم شدن نسبت گشتاور به جریان راه‌اندازی مقدار خازن را تعیین کنید.

حل:

الف) جریانهای اصلی و کمکی را محاسبه کرده و از روی آنها گشتاور راه‌اندازی را بدست می‌آوریم.

$$I_m = \frac{120}{1.5 + 4j} = 28.1\angle -69.4^\circ$$

$$I_a = \frac{120}{3 + 6j} = 17.9\angle -63.4^\circ$$

$$T_{st} = k.I_a.I_m.\sin\alpha = 52.6k$$

ب)

$$R_a = \frac{x_a}{x_m}(R_m + |Z_m|) = 8.66\Omega$$

$$I_a = \frac{120}{8.66 + 6j} = 11.4\angle -34.7^\circ$$

$$T_{st} = k.I_a.I_m.\sin\alpha = 182.4k$$

ج)

$$x_c = x_a + \frac{R_a R_m}{x_m + |Z_m|} = 7.57\Omega$$

$$I_a = \frac{120}{8.66 - 1.57\,j} = 13.63\angle 10.27^\circ$$

$$T_{st} = k.I_a.I_m.\sin\alpha = 376.8k$$

$$I_{st} = 33.3\angle -45.7^\circ$$

$$\frac{T_{st}}{I_{st}} = 11.3$$

د)

$$x_c = x_a + \frac{-x_m R_a + |Z_m|\sqrt{R_a(R_a + R_m)}}{R_m} = 9.6\Omega$$

$$I_a = \frac{120}{8.66 - 3.6\,j} = 12.8\angle 22.57^\circ$$

$$T_{st} = k.I_a.I_m.\sin\alpha = 359.5k$$

$$I_{st} = 30.44\angle -44.6^\circ$$

$$\frac{T_{st}}{I_{st}} = 11.81$$

۴. یک موتور القایی فاز شکسته ۱۲۰ ولت ۶۰ هرتز دارای امپدانس‌های سکون $Z_m = 2.8 + 4.8j\ \Omega$ و $Z_a = 8 + 6j\ \Omega$ می‌باشد. چه خازنی با سیم‌پیچی کمکی سری شود تا فقط میدان جلوگرد داشته باشیم. در این حال نسبت دور سیم‌پیچی کمکی به اصلی ($a = \frac{N_a}{N_m}$) را نیز تعیین کنید.

حل:

برای اینکه فقط میان حلوگرد داشته باشیم باید موتور تکفاز بصورت یک موتور دوفاز متعادل کار کند یعنی جریان فازها هم‌اندازه به ۹۰ درجه اختلاف فاز باشند. چون در موتور تکفاز نسبت دور سیم‌پیچی اصلی و کمکی برابر نیست پس باید این مسئله را نیز در نظر بگیریم. پس دو شرط لازم برای حذف میدان عقبگرد عبارتند از:

$$\begin{cases} N_m|I_m| = N_a|I_a| \\ \alpha = \theta_a - \theta_m = 90^\circ \end{cases}$$

با فرض وجود یک خازن با راکتانس Xc در مدار سیم‌پیچی کمکی داریم:

$$I_m = \frac{120}{2.8 + 4.8j} = 21.59\angle -59.74^\circ$$

$$I_a = \frac{120}{8 + 6j - jX_c}$$

با توجه به دو شرط باید:

$$|I_a| = 21.59\frac{N_m}{N_a} = 21.59/a$$

$$\theta_a = 90 - 59.74 = 30.26^\circ$$

$$I_a = \frac{1}{a}21.59\angle 30.26^\circ = \frac{1}{a}(18.65 + 10.88j) = \frac{120}{8 + 6j - jX_c}$$

با ضرب دو طرف تساوی فوق و مساوی قرار دادن بخشهای حقیقی و موهومی به دستگاه دو معادله زیر میرسیم:

$$\begin{cases} 120a = 83.92 + 10.88X_c \\ 198.94 - 18.65X_c = 0 \end{cases} \rightarrow \quad X_c = 10.67\,\Omega \quad \rightarrow \quad a = 1.67$$

۵. یک موتور القایی تکفاز ۱۲۰ ولت، ۶۰ هرتز و ۴ قطب با مشخصات زیر دارای یک خازن دایم در مسیر سیم‌پیچی کمکی می‌باشد.

الف) تحت ولتاژ اسمی جریان و گشتاور راه‌اندازی موتور را حساب کنید.

ب) مدار معادل موتور را برای لغزش ۴٪ رسم کنید.

ج) در لغزش ۴٪ گشتاور موتور را حساب کنید.

د) چنانچه این موتور خازن راه‌انداز بود، در لغزش ۴٪ گشتاور آن چقدر بود؟

$$Z_{1m}=1.5+j2\,\Omega,\quad Z_{1a}=2.5+j2\,\Omega,\quad r_2^{'}=1.5\,\Omega,\quad x_2^{'}=2\,\Omega,\quad x_m=48\,\Omega,\quad C=40\,\mu F,\quad a=\frac{N_a}{N_m}=1$$

حل:

با توجه به مدل موتور تکفاز خازن دایم (با سیم‌پیچی اصلی و کمکی) ابتدا امپدانس‌های معادل میدان جلورونده و عقب‌رونده را محاسبه می‌کنیم. چون لغزش راه‌اندازی برابر یک است این دو امپدانس با هم برابرند به علاوه داریم $E_{fm}=E_{bm}$ و $E_{fa}=E_{ba}$ در نتیجه در محاسبه جریان دو منبع موجود بر روی مدل سیم‌پیچی اصلی همدیگر را خنثی می‌کنند همچنین دو منبع سیم‌پیچی کمکی .

$$Z_f=\frac{\frac{jx_m}{2}*(\frac{r_2^{'}}{2s}+\frac{jx_2^{'}}{2})}{\frac{r_2^{'}}{2s}+(\frac{jx_m}{2}+\frac{jx_2^{'}}{2})}=\frac{24j*(0.75+1j)}{0.75+(24+1)j}=.69+.98j=Z_b$$

$$I_m=\frac{V_m}{Z_{1m}+Z_f+Z_b}=14.4-19.8j=24.48\angle-54^{\circ}$$

$$I_a=\frac{V_m}{Z_{1a}-jX_c+Z_f+Z_b}=0.12+1.92j=1.92\angle86.5^{\circ}$$

$$I_{start}=I_m+I_a=23.03\angle-50.95^{\circ}$$

برای محاسبه گشتاور راه‌اندازی از رابطه زیر می‌توان استفاده کرد.

$$T_{start}=\frac{2a|I_m||I_a|(R_f+R_b)}{\omega_s}\sin(\theta_a-\theta_m)=\frac{2*24.48*1.92*(0.69+0.69)}{188.4}\sin(86.5+54)=0.438\ N.m$$

ب) برای رسم مدار معادل باید امپدانس‌های میدان جلورونده و عقب‌رونده را در این لغزش حساب کرد.

$$Z_f=\frac{\frac{jx_m}{2}*(\frac{r_2^{'}}{2s}+\frac{jx_2^{'}}{2})}{\frac{r_2^{'}}{2s}+(\frac{jx_m}{2}+\frac{jx_2^{'}}{2})}=\frac{24j*(\frac{0.75}{0.04}+1j)}{\frac{0.75}{0.04}+(24+1)j}=11.06+9.25j$$

$$Z_b=\frac{\frac{jx_m}{2}*(\frac{r_2^{'}}{2(2-s)}+\frac{jx_2^{'}}{2})}{\frac{r_2^{'}}{2(2-s)}+(\frac{jx_m}{2}+\frac{jx_2^{'}}{2})}=\frac{24j*(\frac{0.75}{1.96}+1j)}{\frac{0.75}{1.96}+(24+1)j}=0.35+0.96j$$

ج) برای محاسبه گشتاور در این حالت باید از رابطه دو معادله دو مجهول داده شده جریان‌های اصلی و کمکی را تعیین کرد.

$$\begin{cases} V_m = I_m(Z_{1m} + Z_f + Z_b) - jE_{fa} + jE_{ba} \\ V_a = I_a(Z_{1a} - jX_c + Z_f + Z_b) + jE_{fm} - jE_{bm} \end{cases} , \quad \begin{cases} E_{fm} = I_m Z_f \\ E_{bm} = I_m Z_b \end{cases} , \quad \begin{cases} E_{fa} = I_a Z_f \\ E_{ba} = I_a Z_b \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} V_m = I_m(12.9 + 12.2\,j) + I_a(8.3 - 10.7\,j) \\ V_a = (-8.3 + 10.7\,j)I_m + (13.9 - 54.13\,j)I_a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_m = 3.73 - 3.24\,j = 4.49\angle -41^\circ \\ I_a = 1.68 + 1.72\,j = 2.4\angle 45.7^\circ \end{cases}$$

$$E_f = Z_f I_m - jE_{fa} = 105.8 - 4\,j$$
$$E_b = Z_b I_m + jE_{ba} = 2.2 + 1.38\,j$$

$$P_{gf} = \mathrm{Re}\left\{E_f I_m^* + jE_f I_a^*\right\} = 596.3\,W$$
$$P_{gb} = \mathrm{Re}\left\{E_b I_m^* - jE_b I_a^*\right\} = 2.27\,W$$
$$T = \frac{P_{gf} - P_{gb}}{\omega_s} = 3.15\ N.m$$

د) چنانچه موتور خازن راه‌انداز باشد، در این لغزش تنها سیم‌پیچی اصلی وجود دارد و از مدار معادل موتور تکفاز با یک سیم‌پیچی استفاده می‌شود. در اینصورت :

$$Z_f = 11.06 + 9.25\,j$$
$$Z_b = 0.35 + 0.96\,j$$
$$Z_{in} = Z_{1m} + Z_f + Z_b = 12.9 + 12.2\,j$$
$$I_m = \frac{V}{Z_{in}} = 4.9 - 4.64\,j = 6.75\angle -43.4^\circ$$

$$P_{gf} = R_f I_m^2 = 503.9\,W$$
$$P_{gb} = R_b I_m^2 = 15.94\,W$$

$$T = \frac{P_{gf} - P_{gb}}{\omega_s} = 2.59\ N.m$$