

مؤلفه‌های متقارن

سی. ال. فورتسکیو در سال ۱۹۱۸ در گردهمایی انجمن امریکایی مهندسين برق، یکی از جالب‌ترین شیوه‌های بررسی مدارهای چند فاز نامتعادل را عرضه کرد.* از آن پس، روش مؤلفه‌های متقارن، اهمیت فراوانی یافته و موضوع بسیاری از مقالات و تحقیقات آزمایشی بوده است. عیبهای نامتقارن سیستمهای انتقال مانند اتصال کوتاهها، امپدانس بین خطوط، امپدانس از یک یا دو خط به زمین، یا قطع هادیها را می‌توان با روش مؤلفه‌های متقارن بررسی کرد.

۱-۱۱ محاسبه فازبردارهای نامتقارن از مؤلفه‌های متقارن

کار فورتسکیو ثابت می‌کند که هر سیستم n فازبردار نامتعادل وابسته به هم را می‌توان به n سیستم فازبردار متعادل، به نام مؤلفه‌های متقارن فازبردارهای نخست، تجزیه کرد. n فازبردار هر سیستم مؤلفه، طولهای مساوی و زوایای فاز نسبی برابر دارند. اگرچه این روش می‌تواند برای هر سیستم چند فاز نامتعادل به کار رود ما بحث را به سیستمهای سه فاز محدود خواهیم کرد.

* C. L. Fortescue, "Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks," *Trans. AIEE*, vol. 37, pp. 1027-1140, 1918.

طبق قضیه فورسکیو، هر سیستم شامل سه فاز بردار نامتعادل می تواند به سه سیستم هریک شامل سه فاز بردار متعادل تجزیه شود. سیستمهای متعادل مؤلفهها عبارت انداز

۱. سیستم مؤلفههای ترتیب-مثبت، شامل سه فاز بردار با اندازههای مساوی که 120° بایکدیگر اختلاف فاز دارند و ترتیب فاز آنها مانند فاز بردارهای نخست است.
۲. سیستم مؤلفههای ترتیب-منفی، شامل سه فاز بردار با اندازههای مساوی که 120° بایکدیگر اختلاف فاز دارند و ترتیب فاز آنها مخالف فاز بردارهای نخست است.
۳. سیستم مؤلفههای ترتیب-صفر، شامل سه فاز بردار با اندازههای برابر که بایکدیگر اختلاف فازی ندارند.

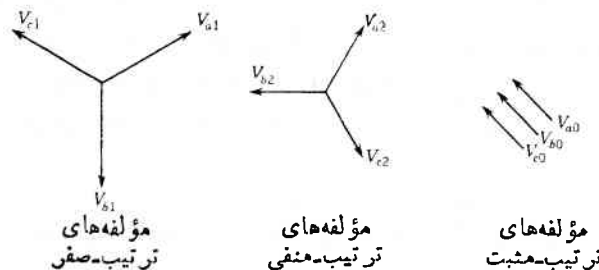
مرسوم است که به هنگام حل يك مسئله به كمك مؤلفههای متقارن، همان طور که ترتیب فاز ولتاژها و جریانهای سیستم abc است، فازهای سیستم را نیز با a, b, c نشان دهند. بنا براین ترتیب فاز مؤلفههای ترتیب-مثبت فاز بردارهای نامتعادل، abc است و ترتیب فاز مؤلفههای ترتیب-منفی acb . اگر فاز بردارهای داده شده، ولتاژ باشند به شکل V_a, V_b, V_c و V_{a0}, V_{b0}, V_{c0} نوشته می شوند. سه سیستم مؤلفههای متقارن، با زیرنوشتههای اضافی ۱، ۲، و ۰ معرفی می شوند که اولی برای مؤلفههای ترتیب-مثبت، دومی برای مؤلفههای ترتیب-منفی، و سومی برای مؤلفههای ترتیب-صفر به کار می رود. مؤلفههای ترتیب-مثبت V_a, V_b, V_c و عبارت انداز V_{a1}, V_{b1}, V_{c1} و همچنین مؤلفههای ترتیب-منفی و ترتیب-صفر عبارت انداز V_{a2}, V_{b2}, V_{c2} و V_{a0}, V_{b0}, V_{c0} شکل ۱۱-۱، این سه سیستم مؤلفههای متقارن را نشان می دهد. فاز بردارهای نمایش دهنده جریان، با نماد I و زیرنوشتههایی نظیر ولتاژها، تعریف می شوند.

از آنجا که هریک از فاز بردارهای نامتعادل نخست، برابر مجموع مؤلفههای خود است، می توان نوشت:

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \quad (1-11)$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0} \quad (2-11)$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0} \quad (3-11)$$



شکل ۱۱-۱ سه سیستم فاز بردار متعادل که مؤلفههای متقارن سه فاز بردار نامتعادل اند.

سه فاز بردار نامتعادل نخست را می‌توان از ترکیب سه سیستم مؤلفه‌های متقارن شکل ۱-۱۱ به صورت شکل ۲-۱۱ به دست آورد.

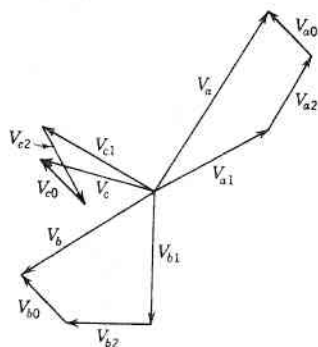
وقتی که روش مؤلفه‌های متقارن را برای بررسی عیبهای نامتقارن در سیستمهایی که از جهات دیگر متقارن اند به کار می‌بریم، مزایای فراوان تحلیل سیستمهای قدرت با این روش به تدریج آشکار خواهند شد. در اینجا کافی است بگوییم که هدف این روش، یافتن مؤلفه‌های متقارن جریان عیب است. پس از آن می‌توان مقادیر جریان و ولتاژ را در نقاط مختلف سیستم پیدا کرد. این روش ساده است و رفتار سیستم را به دقت پیش بینی می‌کند.

۲-۱۱ عملگرها

به علت اختلاف فاز مشخص مؤلفه‌های متقارن ولتاژ و جریان در سیستم سه فاز، بهتر است روش ساده‌ای برای نشان دادن چرخش 120° يك فاز بردار پیدا کنیم. بنا بر حاصل ضرب دو عدد مختلط که برابر است با ضرب اندازه‌ها و جمع زوایای آنها اگر عدد مختلط بیابانگر يك فاز بردار را در عدد مختلطی با اندازه يك و زاویه θ ضرب کنیم، عدد مختلط حاصل، فاز برداری را نمایش خواهد داد که از چرخش فاز بردار نخست، به اندازه θ به دست می‌آید. عدد مختلط با اندازه يك و زاویه θ يك عملگر است و فاز برداری را که روی آن عمل می‌کند به اندازه زاویه θ می‌چرخاند.

عملگرهای z و 1 — را که به ترتیب باعث چرخشهای 90° و 180° می‌شوند می‌شناسیم. دو کاربرد پی‌درپی عملگر z ، سبب چرخش $90^\circ + 90^\circ$ می‌شود و ما را به این نتیجه می‌رساند که $z \times z$ يك چرخش 180° به وجود می‌آورد و بنابراین درمی‌یابیم که z^2 برابر 1 — است. توانهای دیگر عملگر z با تحلیلی مشابه به دست می‌آیند.

معمولاً حرف a برای تعریف عملگری که چرخش 120° در جهت مخالف عقربه‌های ساعت تولید می‌کند، به کار می‌رود. چنین عملگری، يك عدد مختلط با اندازه يك و زاویه



شکل ۲-۱۱ جمع هندسی مؤلفه‌های نشان داده شده در شکل ۱-۱۱ برای به دست آوردن سه فاز بردار نامتعادل.

۱۲۰° است و چنین تعریف می‌شود:

$$a = 1 \angle 120^\circ = 1e^{j2\pi/3} = -0.5 + j0.866$$

اگر عملگر a ، دوبار پشت سرهم به یک فاز بردار اعمال شود فاز بردار را ۲۴۰° می‌چرخاند. با سه بار به کارگیری پی‌درپی a ، فاز بردار، ۳۶۰° می‌چرخد. به این ترتیب

$$a^2 = 1 \angle 240^\circ = -0.5 - j0.866$$

$$a^3 = 1 \angle 360^\circ = 1 \angle 0^\circ = 1$$

شکل ۳-۱۱ فاز بردارهای نمایشگر توانهای مختلف a را نشان می‌دهد.

۳-۱۱ مؤلفه‌های متقارن فاز بردارهای ناممتقارن

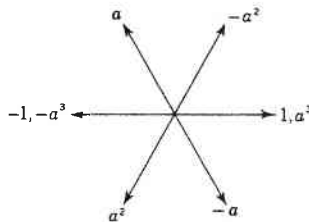
نتیجه‌گیری سه فاز بردار نامتقارن از ترکیب سه سیستم فاز بردار متقارن را دیدیم (شکل ۲-۱۱). این امر، طبق معادله‌های (۱-۱۱) تا (۳-۱۱) انجام شد. اکنون با بررسی همین معادله‌ها چگونگی تجزیه سه فاز بردار نامتقارن به مؤلفه‌های متقارن نشان را خواهیم دید. نخست بدنیست بدانیم که اگر هر مؤلفه V_b و V_c را بر حسب عملگر a و مؤلفه‌های V_a بیان کنیم، تعداد کمیت‌های نامعلوم کاهش می‌یابد. مراجعه به شکل ۱-۱۱ درستی روابط زیر را تأیید می‌کند.

$$\begin{aligned} V_{b1} &= a^2 V_{a1} & V_{c1} &= a V_{a1} \\ V_{b2} &= a V_{a2} & V_{c2} &= a^2 V_{a2} \\ V_{b0} &= V_{a0} & V_{c0} &= V_{a0} \end{aligned} \quad (4-11)$$

معادله‌های (۱-۱۱) تا (۳-۱۱) با توجه به روابط (۴-۱۱) بدین صورت درمی‌آیند

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \quad (5-11)$$

$$V_b = a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0} \quad (6-11)$$



شکل ۳-۱۱ نمودار فاز برداری توانهای مختلف عملگر a .

$$V_c = aV_{a1} + a^2V_{a2} + V_{a0} \quad (7-11)$$

یا به شکل ماتریسی

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \quad (8-11)$$

برای حل این معادله ماتریسی فرض می‌کنیم

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (9-11)$$

سپس همان‌طور که به سادگی قابل اثبات است

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (10-11)$$

با پیش ضرب کردن طرفین معادله (۸-۱۱) در A^{-1} داریم

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (11-11)$$

که چگونگی تجزیه سه فاز بردار نامتقارن به مؤلفه‌های متقارن را نشان می‌دهد. این روابط چنان با اهمیت اند که بهتر است معادله‌ها را جداگانه به شیوه معمولی بنویسیم:

$$V_{a0} = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_c) \quad (12-11)$$

$$V_{a1} = \frac{1}{3}(V_a + aV_b + a^2V_c) \quad (13-11)$$

$$V_{a2} = \frac{1}{3}(V_a + a^2V_b + aV_c) \quad (14-11)$$

می‌توان مؤلفه‌های V_{b0} ، V_{b1} ، V_{b2} ، V_{c0} ، V_{c1} و V_{c2} را نیز در صورت لزوم به کمک معادله‌های (۴-۱۱) پیدا کرد.

بنابر معادله (۱۱-۱۲)، اگر مجموع فاز بردارهای نامتعادل صفر باشد مؤلفه ترتیب-صفر وجود ندارد. از آنجا که مجموع فاز برداری ولتاژهای خط به خط در یک سیستم سه فاز همیشه صفر است - عدم تعادل هر چه باشد - ولتاژهای خط، مؤلفه‌های ترتیب-صفر نخواهند داشت. اما مجموع سه فاز بردار ولتاژهای خط به خنثی لزوماً صفر نیست و ممکن است این ولتاژها دارای مؤلفه‌های ترتیب-صفر باشند. معادله‌های بالا برای هر سیستم فاز بردار به هم وابسته معتبر است و مثلاً ممکن است آنها را به جای ولتاژ برای جریان نیز بنویسیم. این معادله‌ها را می‌توان چه به روش ترسیمی و چه به روش تحلیلی حل کرد. چون معادله‌های پیشین بسیار اساسی‌اند آنها را برای جریانها خلاصه می‌کنیم:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} \quad (11-15)$$

$$I_b = a^2 I_{a1} + a I_{a2} + I_{a0} \quad (11-16)$$

$$I_c = a I_{a1} + a^2 I_{a2} + I_{a0} \quad (11-17)$$

$$I_{a0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) \quad (11-18)$$

$$I_{a1} = \frac{1}{3}(I_a + a I_b + a^2 I_c) \quad (11-19)$$

$$I_{a2} = \frac{1}{3}(I_a + a^2 I_b + a I_c) \quad (11-20)$$

در هر سیستم سه فاز، مجموع جریانهای خط برابر است با جریان I_n در مسیر برگشت از نقطه خنثی. بنابراین

$$I_a + I_b + I_c = I_n \quad (11-21)$$

از مقایسه معادله‌های (۱۱-۱۸) و (۱۱-۲۱) نتیجه می‌شود که:

$$I_n = 3I_{a0} \quad (11-22)$$

در هر سیستم سه فاز بدون مسیر برگشت از نقطه خنثی، I_n صفر است و جریانهای خط، مؤلفه ترتیب-صفر ندارند. بارهای اتصال-مثلثی هیچگونه مسیری به نقطه خنثی ندارند و جریانهای خط گذرنده به بار اتصال-مثلثی نمی‌توانند شامل مؤلفه ترتیب-صفر باشند.

مثال ۱۱-۱ یکی از هادیهای یک خط سه فاز، قطع است. جریان خط a به طرف بار اتصال-مثلثی ۱۰ A است. بنا فرض مرجع بودن جریان خط a و قطع بودن خط c ، مؤلفه‌های متقارن جریان خطها را بیابید.

حل : شکل ۴-۱۱ نمودار مدار است جریان خطها عبارت اند از:

$$I_a = 10 \angle 0^\circ \text{ A} \quad I_b = 10 \angle 180^\circ \text{ A} \quad I_c = 0 \text{ A}$$

از معادله‌های (۱۱-۱۸) تا (۱۱-۲۰):

$$I_{a0} = \frac{1}{3}(10 \angle 0^\circ + 10 \angle 180^\circ + 0) = 0$$

$$I_{a1} = \frac{1}{3}(10 \angle 0^\circ + 10 \angle 180^\circ + 120^\circ + 0)$$

$$= 5 - j2.89 = 5.78 \angle -30^\circ \text{ A}$$

$$I_{a2} = \frac{1}{3}(10 \angle 0^\circ + 10 \angle 180^\circ + 240^\circ + 0)$$

$$= 5 + j2.89 = 5.78 \angle 30^\circ \text{ A}$$

از معادله‌های (۱۱-۴):

$$I_{b1} = 5.78 \angle -150^\circ \text{ A} \quad I_{c1} = 5.78 \angle 90^\circ \text{ A}$$

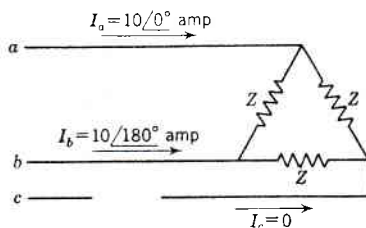
$$I_{b2} = 5.78 \angle 150^\circ \text{ A} \quad I_{c2} = 5.78 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$I_{b0} = 0$$

$$I_{c0} = 0$$

دیده می‌شود که اگرچه خط c قطع است و نمی‌تواند هیچ جریانی از آن بگذرد مؤلفه‌های I_{c1} و I_{c2} مقادیر معینی دارند. بنابراین چنانکه انتظار می‌رود مجموع مؤلفه‌های خط c صفر است. البته مجموع مؤلفه‌های خط a و b به ترتیب برابرند با $10 \angle 0^\circ \text{ A}$ و $10 \angle 180^\circ \text{ A}$

□



شکل ۴-۱۱ مدار مثال ۱-۱۱.

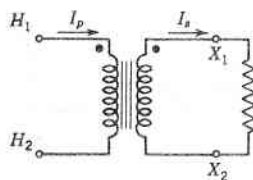
۴-۱۱ تغییر فاز مؤلفه‌های متقارن در گروه ترانسفورماتورهای

ستاره-مثلثی

در بحث مؤلفه‌های متقارن برای ترانسفورماتورهای سه فاز، لازم شیوه استاندارد علامت گذاری سرهای ترانسفورماتور را بررسی کنیم. در بخش ۵-۶ گفتیم که نقطه گذاری در يك سر سیم پیچهای واقع بر روی هسته آهنی مشترك در ترانسفورماتور، نشان می‌دهد كه عبور جریان از سرهای نقطه‌دار به سرهای بی علامت، محرکه‌های مغناطیسی هم جهت در مدار مغناطیسی تولید می‌کند. نیز دیدیم كه اگر از تأثیر كوچك جریان مغناطنده صرف نظر شود، جریانهای I_1 و I_2 - كه از دو سیم پیچ با هسته آهنی مشترك می‌گذرند - به شرطی همفازند كه جریان وارد شونده از سر نقطه‌دار يك سیم پیچ و خارج شونده از سر نقطه‌دار سیم پیچ دیگر را مثبت انتخاب كنیم.

برای علامت گذاری استاندارد ترانسفورماتورهای دو سیم پیچه تكفاز، H_1 و X_1 به ترتیب جانشین نقطه‌های سیم پیچهای فشار قوی و فشار ضعیف می‌شود. سردیگر سیم پیچها با H_2 و X_2 علامت گذاری می‌شود. شكل ۵-۱۱، هر دو علامت گذاری استاندارد و نقطه‌ای و همفاز بودن I_1 و I_2 را نشان می‌دهد. در بخش ۵-۶ گفتیم كه نقطه‌های روی سیم پیچهای يك ترانسفورماتور تكفاز نشان می‌دهند كه افت ولتاژهای دو سیم پیچ از سرهای نقطه‌دار به سرهای بی نقطه، همفازند. به این ترتیب در ترانسفورماتورهای تكفاز، سرهای H_1 و X_1 در آن واحد نسبت به H_2 و X_2 مثبت اند. اگر در شكل ۵-۱۱ در حالی كه جهت پیکان I_1 ثابت می‌ماند جهت پیکان I_2 معكوس شود. I_1 و I_2 اختلاف فاز 180° پیدا می‌كنند. بنابراین بسته به جهتی كه برای جریان، مثبت فرض شده باشد، جریانهای اولیه و ثانویه یا همفازند یا 180° اختلاف فاز دارند. همچنین بسته به اینکه کدام سر برای مشخص کردن افت ولتاژ، مثبت در نظر گرفته شده باشد ولتاژهای اولیه و ثانویه یا همفازند یا 180° اختلاف فاز دارند.

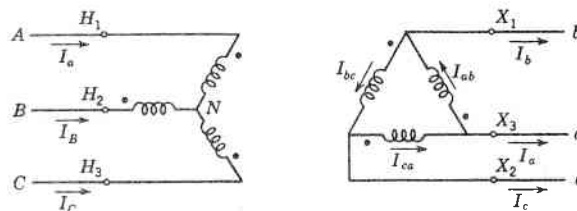
سرهای فشار قوی ترانسفورماتورهای سه فاز با H_1, H_2, H_3 و سرهای فشار ضعیف با X_1, X_2, X_3 علامت گذاری می‌شوند. در ترانسفورماتورهای $Y-Y$ یا $\Delta-\Delta$ علامتها چنان اند كه ولتاژ سرهای H_1, H_2, H_3 و X_1, X_2, X_3 نسبت به نقطه خنثی، به ترتیب با ولتاژ سرهای X_1, X_2, X_3 و X_3, X_1, X_2 نسبت به نقطه خنثی، همفازند.



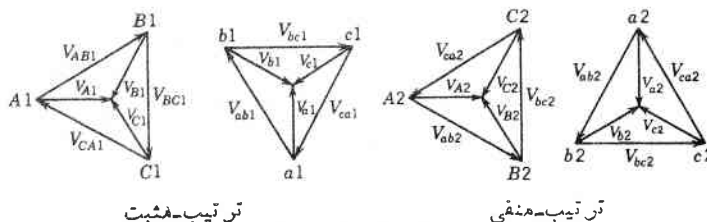
شكل ۵-۱۱ نمودار طرحواره‌ای سیم پیچهای ترانسفورماتور تكفاز، نشان دهنده علامت گذاریهای استاندارد وجهتهای مثبت فرضی برای جریانهای اولیه و ثانویه.

شکل ۱۱-۶ (الف)، نمودار اتصالات يك ترانسفورماتور $\Delta-Y$ است. سرهای فشارقوی H_1 ، H_2 و H_3 به ترتیب به فازهای A ، B و C وصل شده‌اند و ترتیب فازها ABC است. آرایش و نشانه‌گذاری نمودار، مطابق قراردادی است که ما در تمام محاسبات خود از آن پیروی می‌کنیم. سیم‌پیچهای همراستا از آنجا که روی هسته مشترک پیچیده شده‌اند، با یکدیگر حلقه زند مغناطیسی دارند. وقتی حروف بزرگ به فازهای يك طرف ترانسفورماتور اختصاص می‌یابند حروف کوچک به فازهای طرف دیگر اختصاص خواهند یافت. معمولاً حروف بزرگ در طرف فشارقوی و حروف کوچک در طرف فشار ضعیف ترانسفورماتور به کار می‌رود. در شکل ۱۱-۶ (الف) سیم‌پیچ AN ، يك فاز طرف اتصال-ستاره‌ای است که با سیم‌پیچ فاز bc در طرف اتصال-مثلثی، حلقه زند مغناطیسی دارد. وضع نسبی سرهای سیم‌پیچها نشان می‌دهد که V_{bc} یا V_{AN} همفاز است. حالتی را که طرف اتصال-ستاره‌ای، سیم‌پیچ فشار ضعیف باشد بعداً بررسی خواهیم کرد. معمولاً فاز (یا خط) A را به H_1 ، فاز B را به H_2 و فاز C را به H_3 وصل می‌کنند.

بنابراین استاندارد آمریکایی تعریف سرهای H_1 و X_1 در ترانسفورماتور ستاره-مثلثی، صرف نظر از اینکه سیم‌پیچ فشار قوی، ستاره‌ای باشد یا مثلثی، افت ولتاژ ترتیب-مثبت از H_1 تا خنثی، 30° نسبت به افت ولتاژ ترتیب-مثبت از X_1 تا خنثی پیش‌افت دارد. همچنین، ولتاژهای H_2 و H_3 تا خنثی به ترتیب نسبت به ولتاژهای X_2 و X_3 تا خنثی به اندازه 30° پیش‌افت دارند. شکل ۱۱-۶ (ب)، نمودارهای فاز برداری مؤلفه‌های ترتیبی و ولتاژ را نمایش می‌دهد. ولتاژ ترتیب-مثبت V_{AN1} را به صورت V_{A1} مشخص می‌کنیم و برای ولتاژهای دیگر - نسبت به خنثی - به همین شیوه عمل می‌کنیم. دیده می‌شود که V_{A1} نسبت



(الف) نمودار اتصالات



ترتیب-مثبت

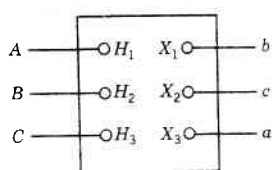
ترتیب-منفی

(ب) ولتاژهای مؤلفه

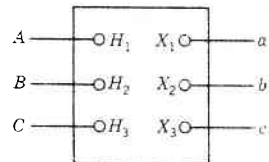
شکل ۱۱-۶ نمودار اتصالات و فاز بردار ولتاژهای يك ترانسفورماتور سه فاز اتصال-ستاره-مثلثی که در آن، طرف ستاره‌ای، طرف پرولتاژ است.

به V_{b1} ، 30° پیش افت فاز دارد بنابراین، سرموصل به فاز b باید علامت X_1 داشته باشد. شکل ۷-۱۱ (الف)، اتصال فازها را به سرهای ترانسفورماتور نشان می دهد به طوری که ولتاژ ترتیب-مثبت نسبت به خنثای V_{A1} از ولتاژ ترتیب-مثبت نسبت به خنثای V_{b1} ، 30° پیش افت دارد. البته ضروری نیست خطوط متصل به سرهای ترانسفورماتور را همانند آنچه انجام داده ایم علامت گذاری کنیم. زیرا هیچ استاندارد برای این کار پذیرفته نشده است. غالباً خطوط، به صورت شکل ۷-۱۱ (ب)، نشانه گذاری می شوند. مسا از طرحواره شکل ۷-۱۱ (الف)، که با نمودارهای اتصالات و فاز برداری شکل ۱۱-۶ مطابقت دارد پیروی خواهیم کرد. زیرا اینها مناسبترین نشانه گذاری برای انجام محاسبات اند. اگر طرحواره شکل ۷-۱۱ (ب) ترجیح داده شود، در مطالب بعد، فقط لازم است که b را به a ، c را به b و a را به c تبدیل کنیم.

بررسی نمودارهای فاز برداری ترتیب-مثبت و منفی شکل ۱۱-۶ نشان می دهد که V_{a1} نسبت به V_{A1} ، 90° پیش افت و V_{a2} نسبت به V_{A2} ، 90° پس افت دارد. نمودارها هم فاز بودن V_{A1} و V_{A2} را - که لزوماً درست نیست - نشان می دهند البته اختلاف فاز بین V_{A1} و V_{A2} ، زاویه 90° درجه بین V_{A1} و V_{a1} یا بین V_{A2} و V_{a2} را تغییر نمی دهد. از آنجا که جهت مشخص شده برای I_A در شکل ۱۱-۶ (الف) از سر نقطه دار به درون سیم پیچ و همچنین جهت I_{b1} از سر نقطه دار به درون سیم پیچ است، این جریانها 180° اختلاف فاز دارند. بنابراین رابطه فازی بین جریانهای Δ و Y همانند شکل ۱۱-۸ است.

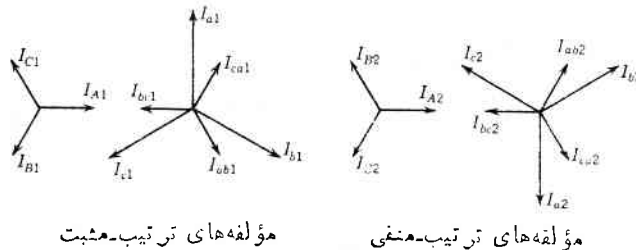


(الف) V_{A1} نسبت به V_{b1} 30° پیش افت دارد



(ب) V_{A1} نسبت به V_{a1} 30° پیش افت دارد

شکل ۷-۱۱ علامت گذاری خطوط متصل به یک ترانسفورماتور $Y-\Delta$ ی سه فاز



مؤلفه های ترتیب-مثبت

مؤلفه های ترتیب-منفی

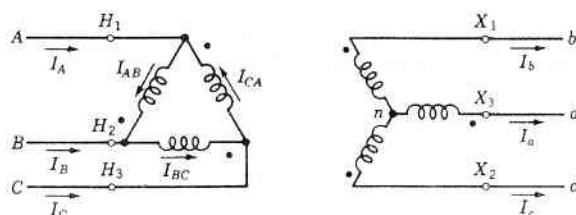
شکل ۱۱-۸ فاز بردارهای جریان یک ترانسفورماتور سه فاز اتصال $Y-\Delta$ که طرف Y آن طرف فشار قوی است.

دیده می‌شود که I_{a1} نسبت به I_{A1} ، 90° پیش‌افت و I_{a2} نسبت به I_{A2} ، 90° پس‌افت دارد. خلاصه کردن روابط بین مؤلفه‌های متقارن جریان در خطوط دوطرف ترانسفورماتور نتیجه می‌دهد که:

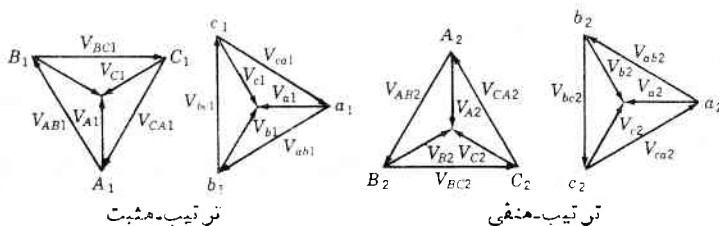
$$\begin{aligned} V_{a1} &= +jV_{A1} & I_{a1} &= +jI_{A1} \\ V_{a2} &= -jV_{A2} & I_{a2} &= -jI_{A2} \end{aligned} \quad (23-11)$$

که در آنها هرولتاژ و جریان بر حسب در-یک بیان شده‌است. از امیدانس و جریان مغناطنده ترانسفورماتور صرف‌نظر شده‌است و این، برابر بودن اندازه در-یکی ولتاژ و جریان دو طرف ترانسفورماتور را (برای مثال $|V_{a1}|$ برابر است با $|V_{A1}|$) توجیه می‌کند. تا اینجا بحث در باره ترانسفورماتور $Y-\Delta$ محدود به حالتی بود که سه سیم پیچهای فشار قوی، اتصال ستاره‌ای داشتند. شکل ۹-۱۱، سیم پیچهای اتصال-مثلثی را در طرف فشار قوی ترانسفورماتور نشان می‌دهد. بنا بر همین شکل، برای اینکه ولتاژ ترتیب-مثبت H_1 ناخنشی نسبت به ولتاژ ترتیب-مثبت X_1 تا خنشی به اندازه 30° پیش‌افت داشته باشد V_{BC1} نسبت به V_{a1} و همچنین همانند شکل ۱۱-۱۰، نسبت به I_{BC1} نسبت به I_{a1} باید 180° اختلاف فاز داشته باشد. نمودارهای فاز برداری ولتاژ و جریانها نشان می‌دهند که معادله‌های (۲۳-۱۱) باز هم معتبرند.

با نمایش I_A ، I_B ، و I_C نزدیک‌شونده به ترانسفورماتور و I_a ، I_b ، و I_c دورشونده از آن، انتقال قدرت بنا به فرض از سیم پیچ فشار قوی به سیم پیچ فشار ضعیف است. اگر

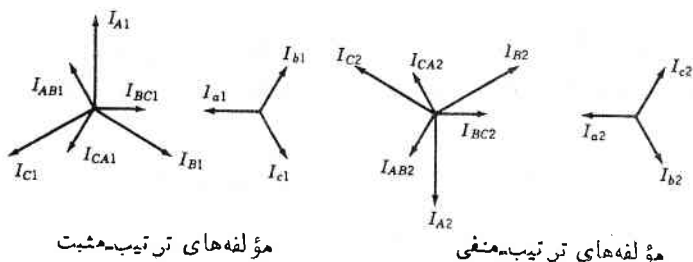


(الف) نمودار اتصالات



(ب) مؤلفه‌های ولتاژ

شکل ۹-۱۱ نمودار اتصالات و فاز بردار ولتاژ یک ترانسفورماتور سه فاز اتصال-مثلث-ستاره‌ای که طرف مثلثی آن طرف فشار قوی است.



شکل ۱۱-۱۰ فاز بردارهای جریان یک ترانسفورماتور سه فاز اتصال-ستاره-مثلثی که طرف مثلثی آن طرف فشارقوی است.

انتقال قدرت را در جهت مخالف فرض کنیم روابط ولتاژ بدون تغییر باقی می‌مانند اما جریان همه خطها در جهت مخالف نشان داده می‌شوند البته این امر باعث تغییرزوایای فاز جریان خطوط اولیه و ثانویه نسبت به یکدیگر نمی‌شود. بنابراین معادله‌های (۱۱-۲۳) هم برای ولتاژها و هم برای جریانها بدون ملاحظه اینکه کدام سیم پیچ، اولیه است معتبرند. مثال ۱۱-۲ سه مقاومت یکسان اتصال-ستاره‌ای به طرف ستاره‌ای فشار ضعیف یک ترانسفورماتور Δ -Y بسته شده‌اند. ولتاژ بین سرهای مقاومت‌های بار عبارت‌اند از

$$\text{در-یک } |V_{ca}| = ۱۲۰, \quad \text{در-یک } |V_{bc}| = ۱۲۲, \quad \text{در-یک } |V_{ab}| = ۰۸۰$$

اگر نقطه خنثای بار به نقطه خنثای ثانویه ترانسفورماتور وصل نباشد ولتاژ و جریان در-یکی را در خطوط طرف مثلثی ترانسفورماتور بیا بید.

حل: با فرض یک زاویه ۱۸۰° برای V_{ca} و با استفاده از قانون کسینوسها برای پیدا کردن زاویه ولتاژ خطوط دیگر، داریم:

$$\text{در-یک } V_{ab} = ۰۸ / ۸۲۲۸^\circ$$

$$\text{در-یک } V_{bc} = ۱۲۲ / -۴۱۲۴^\circ$$

$$\text{در-یک } V_{ca} = ۱۲۰ / ۱۸۰^\circ$$

مؤلفه‌های متقارن ولتاژ خطها عبارت‌اند از

$$V_{ab1} = \frac{1}{3} (۰۸ / ۸۲۲۸^\circ + ۱۲۲ / ۱۲۰^\circ - ۴۱۲۴^\circ + ۱۲۰ / ۲۴۰^\circ + ۱۸۰^\circ)$$

$$= \frac{1}{3} (۰۸۱ + j۰۷۹۴ + ۰۲۳۷ + j۱۱۷۷ + ۰۸۵ + j۰۸۶۶)$$

$$= \text{در-یک (مبنای ولتاژ خط-خط)} \quad ۰۲۷۹ + j۰۹۴۶ = ۰۹۸۵ / ۷۳۲۶^\circ$$

$$V_{ab2} = \frac{1}{3} (0.88 \angle 82.8^\circ + 1.2 \angle 24^\circ - 4.14^\circ + 1.0 \angle 120^\circ + 1.8^\circ)$$

$$= \frac{1}{3} (1.0 + j0.7994 - 1.138 - j0.383 + 0.85 - j0.866)$$

$$\text{در يك (مبنای ولتاژ خط-خط) } 220.3^\circ \angle 0.235 = -0.179 - j0.152$$

برای تعیین ولتاژهای ترتیب-مثبت و منفی نسبت به خنثی، نیازمندیم که اختلاف فاز بین ولتاژهای خط و فاز بارهای متعادل ستاره‌ای را برای ترتیب‌های-مثبت و منفی بررسی کنیم. شکل ۱۱-۱۱ را در نظر بگیرید که در آن V_{ab1} و V_{ab2} به‌طور دلخواه، مبنا فرض شده‌اند. انتخاب مبنا تأثیری در نتایج ندارد. دیده می‌شود که

$$V_{an1} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{ab1} \angle -30^\circ \quad (11-24)$$

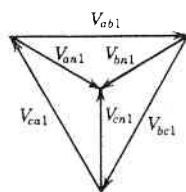
و

$$V_{an2} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{ab2} \angle 30^\circ \quad (11-25)$$

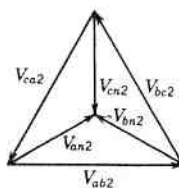
V_{an} از مؤلفه‌های چنین به‌دست می‌آید

$$V_{an} = V_{an1} + V_{an2} \quad (11-26)$$

سایر ولتاژها نسبت به خنثی را نیز که مؤلفه‌هایشان از روی V_{an1} و V_{an2} به کمک معادله‌های (۱۱-۲۴) به‌دست می‌آید پیدا می‌کنیم. اگر مبنای مقسدار در-یکی ولتاژها نسبت به خنثی، ولتاژ نسبت به خنثی باشد و مبنای مقدار در-یکی ولتاژهای خط، ولتاژ خط به‌خط باشد، باید ضرب $1/\sqrt{3}$ از معادله‌های (۱۱-۲۴) و (۱۱-۲۵) حذف شود. اگر هر دو دسته ولتاژ دارای يك مبنا باشند، معادله‌ها به‌همان صورت داده شده درست‌اند.



مؤلفه‌های ترتیب-مثبت



مؤلفه‌های ترتیب-منفی

شکل ۱۱-۱۱ مؤلفه‌های ترتیب-مثبت و منفی ولتاژهای خط به‌خط و خط به‌خنثی یک سیستم سه فاز.

نبودن اتصال خنثی به معنای وجود نداشتن جریانهای ترتیب-صفر است. بنابر این ولتاژ فازها در سربار، تنها مؤلفه‌های ترتیب-مثبت و ترتیب-منفی دارند. ولتاژ فازها از روی معادله‌های (۱۱-۲۴) و (۱۱-۲۵) با حذف ضریب $1/\sqrt{3}$ پیدا می‌شوند زیرا مبنای ولتاژ خطها ولتاژ خط به خط است و مبنای ولتاژ فازها بهتراست ولتاژ نسبت به خنثی باشد به این ترتیب:

$$V_{an1} = 0.985 \angle 73.6^\circ - 30^\circ$$

$$\text{در-يك (مبنای ولتاژ خط-خنثی)} \angle 73.6^\circ / 0.985 =$$

$$V_{an2} = 0.235 \angle 220.3^\circ + 30^\circ$$

$$\text{در-يك (مبنای ولتاژ خط-خنثی)} \angle 250.3^\circ / 0.235 =$$

از آنجا که امپدانس هر مقاومت $1.0 \angle 0^\circ \text{ pu}$ است.

$$I_{a1} = \frac{V_{a1}}{1.0 \angle 0^\circ} = 0.985 \angle 73.6^\circ \text{ در-يك}$$

$$I_{a2} = \frac{V_{a2}}{1.0 \angle 0^\circ} = 0.235 \angle 250.3^\circ \text{ در-يك}$$

جهت مثبت فرضی برای جریانها، از منبع به طرف اولیه مثلثی ترانسفورماتور و از طرف ستاره‌ای ترانسفورماتور به سمت بار است.
با ضرب طرفین معادله‌های (۱۱-۲۳) در j ، برای طرف فشارقوی ترانسفورماتور به دست می‌آوریم:

$$V_{A1} = -jV_{a1} = 0.985 \angle -46.4^\circ = 0.680 - j0.713$$

$$V_{A2} = jV_{a2} = 0.235 \angle -19.7^\circ = 0.221 - j0.079$$

$$V_A = V_{A1} + V_{A2} = 0.901 - j0.792$$

$$\text{در-يك} \angle -41.3^\circ / 1.20 =$$

$$V_{B1} = a^2 V_{A1} = 0.985 \angle 193.6^\circ = -0.958 - j0.232$$

$$V_{B2} = a V_{A2} = 0.235 \angle 100.3^\circ = -0.042 + j0.232$$

$$V_B = V_{B1} + V_{B2} = -1.0$$

$$\text{در-يك} \angle 180^\circ / 1.0 =$$

$$V_{C1} = aV_{A1} = 0.985 \angle 73.6^\circ = 0.278 + j0.942$$

$$V_{C2} = a^2V_{A2} = 0.235 \angle 220.3^\circ = -0.179 - j0.152$$

$$V_C = V_{C1} + V_{C2} = 0.099 + j0.792$$

$$= 0.8 \angle 82.9^\circ \text{ در-يك}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = 0.901 - j0.792 + 1.0 = 1.901 - j0.792$$

$$= 2.06 \angle -22.6^\circ \text{ (مبنای ولتاژ خط-خنثی)}$$

$$= \frac{2.06}{\sqrt{3}} \angle -22.6^\circ = 1.19 \angle -22.6^\circ \text{ (مبنای ولتاژ خط-خط)}$$

$$V_{BC} = V_B - V_C = -1.0 - 0.099 - j0.792 = -1.099 - j0.792$$

$$= 1.355 \angle 215.8^\circ \text{ (مبنای ولتاژ خط-خنثی)}$$

$$= \frac{1.355}{\sqrt{3}} = 0.782 \angle 215.8^\circ \text{ (مبنای ولتاژ خط-خط)}$$

$$V_{CA} = V_C - V_A = 0.099 + j0.792 - 0.901 + j0.792$$

$$= -0.802 + j1.584$$

$$= 1.78 \angle 116.9^\circ \text{ (مبنای ولتاژ خط-خنثی)}$$

$$= \frac{1.78}{\sqrt{3}} \angle 116.9^\circ = 1.028 \angle 116.9^\circ \text{ (مبنای ولتاژ خط-خط)}$$

از آنجا که امپدانس بار در هر فاز، مقاومت $10 \angle 0^\circ \text{ pu}$ است، V_{A1} و I_{A1} در این مسئله، مقدار در-یکی یکسانی دارند و V_{A2} و I_{A2} نیز مقدار در-یکی یکسانی دارند. بنابراین I_A نیز باید مساوی مقدار در-یکی V_A باشد. به این ترتیب

$$I_A = 1.20 \angle -41.3^\circ \text{ در-يك}$$

$$I_B = 1.0 \angle 180^\circ \text{ در-يك}$$

$$I_C = 0.80 \angle 82.9^\circ \text{ در-يك}$$

در حل مسائل دارای عیبهای نامتقارن، مؤلفه‌های ترتیب-مثبت و ترتیب-منفی را جداگانه پیدا می‌کنند و اختلاف فاز را اگر لازم باشد با به‌کارگیری معادله (۱۱-۲۳) به حساب

می‌آورند. می‌توان برنامه‌هایی کامپیوتری نوشت که تأثیر ناشی از اختلاف فازها را به حساب آورد.

□

۵-۱۱ توان بر حسب مؤلفه‌های متقارن

اگر مؤلفه‌های متقارن جریان و ولتاژ معلوم باشند، توان مصرفی در مدار سه‌فاز می‌تواند مستقیماً از روی مؤلفه‌ها حساب شود. اثبات این گفته، مثال خوبی است برای عملیات ماتریسی مؤلفه‌های متقارن.

توان مختلط کل که از طریق خطهای a ، b ، و c به یک مدار سه‌فاز منتقل می‌شود برابر است یا

$$S = P + jQ = V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* \quad (۲۷-۱۱)$$

که در آن V_a ، V_b ، و V_c ولتاژ سرها نسبت به خنثی و I_a ، I_b ، و I_c جریانهای گذرنده از سه خط به مدار است. ممکن است اتصال خنثی موجود باشد یا نباشد. به شکل ماتریسی:

$$S = [V_a \ V_b \ V_c] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (۲۸-۱۱)$$

و می‌دانیم که مزدوج يك ماتریس، عناصر متناظر خود در ماتریس نخست‌اند.

برای توی کار آوردن مؤلفه‌های متقارن ولتاژ و جریان از معادله‌های (۸-۱۱) و (۹-۱۱) استفاده می‌کنیم تا به دست آوریم:

$$S = [AV]^T [AI]^* \quad (۲۹-۱۱)$$

که در آن

$$V = \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad I = \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \quad (۳۰-۱۱)$$

قاعده معکوس سازی در جبر ماتریسی می‌گوید که ترانزاد ضرب دو ماتریس، مساوی حاصل ضرب ترانزاد ماتریسها با ترتیب وارونه است.

$$[AV]^T = V^T A^T \quad (۳۱-۱۱)$$

بنابراین

$$S = V^T A^T [AI]^* = V^T A^T A \cdot I^* \quad (۳۲-۱۱)$$

با توجه به اینکه $A^T = A$ و a و a^* مزدوج یکدیگرند داریم:

$$S = [V_{a_0} \ V_{a_1} \ V_{a_2}] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^* & a \\ 1 & a & a^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^* \\ 1 & a^* & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_1} \\ I_{a_2} \end{bmatrix}^* \quad (۳۳-۱۱)$$

یا، از آنجا که

$$A^T A^* = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

داریم

$$S = 3 [V_{a_0} \ V_{a_1} \ V_{a_2}] \begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_1} \\ I_{a_2} \end{bmatrix}^* \quad (۳۴-۱۱)$$

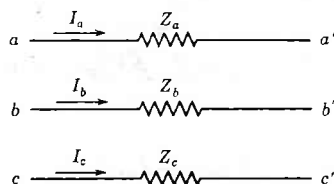
به این ترتیب توان مختلط عبارت است از:

$$V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* = 3 V_0 I_0^* + 3 V_1 I_1^* + 3 V_2 I_2^* \quad (۳۵-۱۱)$$

که نشان می‌دهد چگونه توان مختلط می‌تواند از روی مؤلفه‌های متقارن ولتاژها و جریانه‌های یک مدار سه فاز نامتعادل، حساب شود.

۱۱-۶ امپدانسهای متوالی نامتقارن

معمولاً با سیستمهایی سروکار خواهیم داشت که در حالت عادی متعادل اند و فقط به هنگام وقوع یک عیب نامتقارن، نامتعادل می‌شوند. اما اگر وقتی که امپدانسهای متوالی برابر نیستند، معادله‌های یک مدار سه فاز را بررسی کنیم به نتیجه‌ای می‌رسیم که برای روش تحلیل با مؤلفه‌های متقارن، دارای اهمیت است. شکل ۱۱-۱۲، قسمت نامتقارن یک سیستم



شکل ۱۱-۱۲ قسمتی از یک سیستم سه فاز که نشان دهنده سه امپدانس متوالی نابرابر است.

را با سه امپدانس متوالی نابرابر Z_a ، Z_b و Z_c نشان می‌دهد. اگر بین سه امپدانس، اندوکتانس متقابل (تزویدج) موجود نباشد، افت ولتاژ در این بخش از سیستم از معادله ماتریسی زیر به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (36-11)$$

و برحسب مؤلفه‌های متقارن ولتاژ و جریان:

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} V_{aa'o} \\ V_{aa'1} \\ V_{aa'2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \mathbf{A} \begin{bmatrix} I_{ao} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \quad (37-11)$$

که در آن $\mathbf{A}$ ، ماتریس تعریف شده با معادله (۹-۱۱) است. با پیش ضرب کردن دوطرف معادله در $\mathbf{A}^{-1}$ ، معادله‌ای ماتریسی به دست می‌آید که بنا بر آن داریم:

$$\begin{aligned} V_{aa'1} &= \frac{1}{3} I_{a1} (Z_a + Z_b + Z_c) + \frac{1}{3} I_{a2} (Z_a + a^2 Z_b + a Z_c) \\ &\quad + \frac{1}{3} I_{ao} (Z_a + a Z_b + a^2 Z_c) \\ V_{aa'2} &= \frac{1}{3} I_{a1} (Z_a + a Z_b + a^2 Z_c) + \frac{1}{3} I_{a2} (Z_a + Z_b + Z_c) \\ &\quad + \frac{1}{3} I_{ao} (Z_a + a^2 Z_b + a Z_c) \\ V_{aa'o} &= \frac{1}{3} I_{a1} (Z_a + a^2 Z_b + a Z_c) + \frac{1}{3} I_{a2} (Z_a + a Z_b + a^2 Z_c) \\ &\quad + \frac{1}{3} I_{ao} (Z_a + Z_b + Z_c) \end{aligned} \quad (38-11)$$

اگر امپدانسها برابر شوند (یعنی اگر $Z_a = Z_b = Z_c$) معادله‌های (۳۸-۱۱) بدین صورت درمی‌آیند.

$$V_{aa'1} = I_{a1} Z_a \quad V_{aa'2} = I_{a2} Z_a \quad V_{aa'o} = I_{ao} Z_a \quad (39-11)$$

پس، نتیجه می‌گیریم که به شرط نبودن تزویدج بین فازها، مؤلفه‌های متقارن جریانهای

نامتعادل گذرنده از يك بار متعادل ستاره‌ای یا گذرنده از امیدانسه‌ای متوالی متعادل، فقط افت ولتاژهای ترتیب خود را تولید می‌کنند. اما اگر امیدانسه‌ها برابر نباشند معادله‌های (۱۱-۳۸) نشان می‌دهند که افت ولتاژ هر ترتیب، به جریانه‌های هر سه ترتیب بستگی دارد. اگر بیسن سه امیدانس شکل ۱۱-۱۲ تزویجی نظیر اندوکتانس متقابل موجود باشد، ماتریسهای مربعی معادله‌های (۱۱-۳۶) و (۱۱-۳۷) شامل عناصر غیرقطری می‌شوند و معادله‌های (۱۱-۳۸) جملات اضافی پیدا می‌کنند.

با اینکه جریان هرهادی يك خط انتقال سه‌فاز در فازهای دیگر، ولتاژ القا می‌کند لازم نیست تزویج در روش محاسبه رثکتانس در نظر گرفته شود. اندوکتانس خودی محاسبه شده براساس جایگشت کامل، تأثیر رثکتانس متقابل را در برمی‌گیرد. با داشتن جایگشت نیز امیدانسه‌ای متوالی برابر می‌شوند. پس، در يك خط انتقال، هر جریان مؤلفه، فقط افت ولتاژهای ترتیب خود را تولید می‌کند یعنی جریانه‌های ترتیب-مثبت فقط افت ولتاژهای ترتیب-مثبت را به وجود می‌آورند. همچنین جریانه‌های ترتیب-منفی فقط افت ولتاژهای ترتیب-منفی و جریانه‌های ترتیب-صفر فقط افت ولتاژهای ترتیب-صفر را تولید می‌کنند. معادله‌های (۱۱-۳۸) در مورد بارهای نامتعادل ستاره‌ای صادق‌اند زیرا می‌توان نقاط a' ، b' ، و c' را به هم وصل کرد و يك نقطه خنثی درست کرد. می‌توانستیم صورتهای دیگر این معادله‌ها را برای حالت‌های خاصی مانند بار تکفازی که در آن $Z_b = Z_c = 0$ بررسی کنیم اما بحث را به سیستمهایی که پیش از وقوع عیب متعادل‌اند محدود می‌کنیم.

۱۱-۷ امیدانسه‌های ترتیبی و شبکه‌های ترتیبی

در هر قسمت از يك مدار، افت ولتاژ ناشی از هر جریان ترتیبی بستگی به امیدانس آن قسمت از مدار در برابر آن جریان ترتیبی دارد امیدانس هر بخش از يك شبکه متعادل در برابر يك جریان ترتیبی ممکن است با امیدانس در برابر جریان ترتیبی دیگر متفاوت باشد. امیدانس يك مدار وقتی که تنها جریانه‌های ترتیب-مثبت از آن می‌گذرند، امیدانس در برابر جریان ترتیب-مثبت نامیده می‌شود. همچنانکه وقتی فقط جریانه‌های ترتیب-منفی وجود دارند امیدانس را امیدانس در برابر جریان ترتیب-منفی می‌نامند. وقتی فقط جریانه‌های ترتیب-صفر موجودند، امیدانس را امیدانس در برابر جریان ترتیب-صفر می‌نامیم. اسامی امیدانسه‌ای مدار در برابر جریانه‌های ترتیبی مختلف را معمولاً به اختصار امیدانس ترتیب-مثبت، امیدانس ترتیب-منفی، و امیدانس ترتیب-صفر می‌گویند.

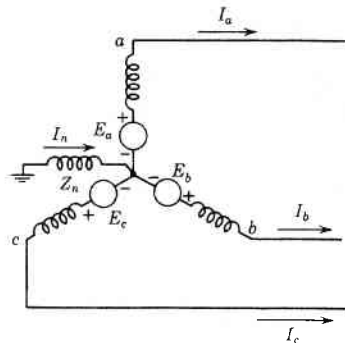
تحلیل يك عیب نامتقارن در يك سیستم متقارن، عبارت از یافتن مؤلفه‌های متقارن جریانه‌های نامتعادل گذرنده از سیستم است. از آنجاکه هر جریان ترتیبی، تنها افت ولتاژهای ترتیب خود را تولید می‌کند و مستقل از جریانه‌های ترتیبی دیگر است، در يك شبکه متعادل می‌توان فرض کرد که هر جریان ترتیبی از شبکه مستقلی می‌گذرد که مرکب از امیدانسه‌های همان جریان ترتیبی است. مدار معادل تکفاز مرکب از امیدانسه‌های هر جریان ترتیبی را شبکه ترتیبی آن جریان ترتیبی می‌نامند. هر شبکه ترتیبی در برگیرنده محرکه‌های الکتریکی

تولیدی ترتیب نخود است. شبکه‌های ترتیبی، حامل جریانهای I_{a1} , I_{a2} , و I_{a0} برای نمایش عیبهای نامتعادل مختلف به هم پیوسته می‌شوند. بنابراین برای محاسبه تأثیر يك عیب به كمك روش مؤلفه‌های متقارن، تعیین امیدانسه‌های ترتیبی و ترکیب آنها برای تشکیل شبکه‌های ترتیبی مورد لزوم است.

۱۱-۸ شبکه‌های ترتیبی ژنراتورهای بی‌بار

يك ژنراتور بی‌بار زمین‌شده از طریق يك رئکتانس، در شکل ۱۱-۱۳ دیده می‌شود. وقتی عیبی (که در شکل رسم نشده) در سرهای ژنراتور رخ می‌دهد جریانهای I_a , I_b , و I_c از خطها می‌گذرند. اگر عیب، شامل زمین باشد جریان گذرنده از سیم خنثای ژنراتور را I_n می‌گیریم. امکان دارد جریان يك یا دو خط صفر باشد اما جریانه‌ها را صرف نظر از چگونگی نامتعادل بودنشان می‌توان به مؤلفه‌های متقارن تجزیه کرد.

رسم شبکه‌های ترتیبی، ساده است. ولتاژهای تولیدی فقط از نوع ترتیب-مثبت‌اند. زیرا ژنراتور برای تأمین ولتاژهای سه‌فاز متعادل طراحی می‌شود. بنابراین شبکه ترتیب-مثبت، مرکب از يك محرکه الکتریکی متوالی با امیدانس ترتیب-مثبت مولد است. شبکه‌های ترتیب-منفی و صفر، محرکه الکتریکی ندارند اما شامل امیدانسه‌های ژنراتور در برابر جریانه‌های ترتیب-منفی و صفرند. جریانه‌های ترتیبی در شکل ۱۱-۱۴ نشان داده شده‌اند و فقط از امیدانسه‌های ترتیب نخود چنانکه در شکل، با زیرنویسهای مناسب مشخص شده می‌گذرند. شبکه‌های ترتیبی نشان داده شده در شکل ۱۱-۱۴، مدارهای تک‌فاز معادلی برای مدارهای سه‌فاز متعادل‌اند و مؤلفه‌های متقارن جریانه‌های نامتعادل از آنها می‌گذرد. محرکه الکتریکی تولیدی در شبکه ترتیب-مثبت عبارت از ولتاژ بی‌باری بین هر سرو نقطه خنثی است که همچنین به علت بی‌بار بودن ژنراتور، برابر ولتاژهای داخلی گذرا و زیر گذراست. رئکتانس شبکه ترتیب-مثبت بسته به اینکه کدام يك از حالات زیر گذرا، گذرا، یا مانا

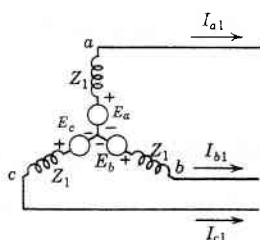


شکل ۱۱-۱۳ نمودار مداری يك ژنراتور بی‌بار زمین‌شده از طریق يك رئکتانس. محرکه‌های الکتریکی فازها عبارت‌اند از E_a , E_b , و E_c .

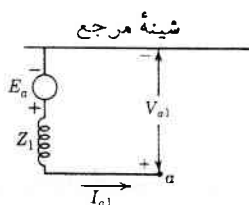
بررسی شود برابر رئکتانس زیر گذرا، گذرا، یا سنکرون است. شینه مرجع برای شبکه‌های ترتیب-مثبت و منفی، نقطه خنثای ژنراتور است. تاجایی که با مؤلفه‌های ترتیب-مثبت و منفی سروکار داریم اگر يك اتصال با امپدانس محدود یا صفر بین نقطه خنثی و زمین موجود باشد، نقطه خنثای ژنراتور در پتانسیل زمین خواهد بود زیرا اتصال بالا، جریان ترتیب-مثبت یا منفی نخواهد داشت.

جریان گذرنده از امپدانس Z_n واقع بین نقطه خنثی و زمین برابر $3I_{a0}$ است. پس مراجعه به شکل ۱۱-۱۴ (ه)، می بینیم که افت ولتاژ ترتیب-صفر از نقطه a تا زمین برابر $3I_{a0}Z_n - I_{a0}Z_{g0}$ است که در آن Z_{g0} امپدانس ترتیب-صفر در فاز ژنراتور است. بنابراین شبکه ترتیب-صفر یعنی مدار تکفازی که بنا به فرض، فقط جریان ترتیب-صفر يك فاز از آن می گذرد باید دارای امپدانس $3Z_n + Z_{g0}$ باشد، شکل ۱۱-۱۴ (و). امپدانس ترتیب-صفر کل که I_{a0} از آن می گذرد عبارت است از:

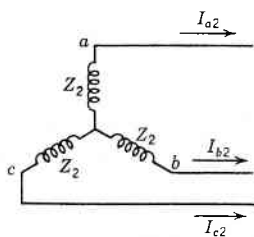
$$Z_0 = 3Z_n + Z_{g0} \quad (۱۱-۴۰)$$



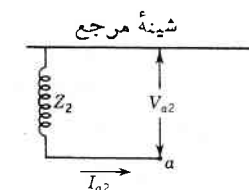
(الف) مسیرهای جریان ترتیب-مثبت



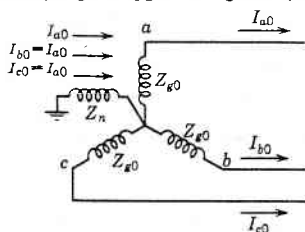
(ب) شبکه ترتیب-مثبت



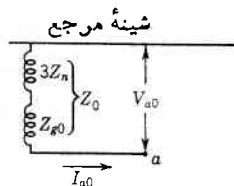
(ج) مسیرهای جریان ترتیب-منفی



(د) شبکه ترتیب-منفی



(ه) مسیرهای جریان ترتیب-صفر



(و) شبکه ترتیب-صفر

شکل ۱۱-۱۴ مسیرهای جریانهای ترتیبی يك ژنراتور و شبکه‌های ترتیبی متناظر آنها.

معمولاً مؤلفه‌های جریان و ولتاژ فاز a از معادله‌های حاصل از شبکه‌های ترتیبی پیدا می‌شوند. معادله‌های مؤلفه‌های افت ولتاژ از نقطه a روی فاز a تا شینه مرجع (یا زمین) — همان‌طور که ممکن است از شکل ۱۱-۱۴ نتیجه گرفته شود — عبارت‌اند از:

$$V_{a1} = E_a - I_{a1} Z_1 \quad (۱۱-۴۱)$$

$$V_{a2} = -I_{a2} Z_2 \quad (۱۱-۴۲)$$

$$V_{a0} = -I_{a0} Z_0 \quad (۱۱-۴۳)$$

که در آن E_a ، ولتاژ بی‌باری ترتیب-مثبت نسبت به‌خشی است، Z_1 و Z_2 امپدانسهای ترتیب-مثبت و منفی ژنراتورند، و Z_0 در معادله (۱۱-۴۵) تعریف شده است. معادله‌های بالا دربارهٔ هر ژنراتوری با جریانهای نامتعادل صدق می‌کنند و به‌دست آوردن معادله‌های جریانهای ترتیبی مربوط به انواع عیبهای مختلف بسا آنها شروع می‌شود. این معادله‌ها برای يك ژنراتور بار شده در حالت مانا صدق می‌کنند. در محاسبهٔ حالت گذرا یا زیر گذرا معادله‌های بالا تنها هنگامی در مورد يك ژنراتور بار شده صادق‌اند که E'_g یا E''_g جانشین E_g شود.

۱۱-۹ امپدانسهای ترتیبی عناصر مدار

امپدانسهای ترتیب-مثبت و منفی در مدارهای خطی، متقارن، ایستا با هم برابرند. زیرا امپدانس چنین مدارهایی به‌شرط متعادل بودن ولتاژهای اعمال شده، مستقل از ترتیب فاز است. امپدانس خطهای انتقال در برابر جریانهای ترتیب-صفر، یا امپدانس آنها در برابر جریانهای ترتیب-مثبت و منفی تفاوت دارد.

امپدانسهای ماشین چرخان در برابر سه جریان ترتیبی، عموماً بسا هم فرق دارند. محرکهٔ مغناطیسی حاصل از جریان ترتیب-منفی آرمچر در خلاف جهت چرخش روتوری که سیم‌پیچ تحریک dc روی آن است می‌چرخد. برخلاف شار حاصل از جریان ترتیب-مثبت که نسبت به روتور ساکن است شار ناشی از جریان ترتیب-منفی، سطح روتور را به‌سرعت جارو می‌کند. جریانهایی که شار چرخان آرمچر در سیم‌پیچهای تحریک و میراگر القا می‌کند روتور را از نفوذ شار محفوظ می‌دارند. این وضعیت شبیه به تغییر سریع شار بلافاصله پس از وقوع اتصال کوتاه در سرهای ماشین است. مسیر شار، همان مسیری است که در تعیین رتکتانس زیر گذرا به آن برخوردیم. بنا بر این در ماشینهای روتور-استوانه‌ای، رتکتانسهای زیر گذرا و ترتیب-منفی مساوی‌اند. مقادیر داده شده در جدول پ-۴، این گفته را تأیید می‌کنند.

وقتی که فقط جریان ترتیب-صفر از سیم‌پیچ آرمچر يك ماشین سه فاز می‌گذرد جریان و محرکهٔ مغناطیسی هر سه فاز با هم ماکزیمم می‌شوند. سیم‌پیچها طوری در اطراف محیط آرمچر توزیع شده‌اند که نقطهٔ ماکزیمم محرکهٔ مغناطیسی ناشی از يك فاز از نظر

مکانی با نقطهٔ ماکزیمم محرکهٔ مغناطیسی هر فاز دیگر 120° درجهٔ الکتریکی فاصله دارد. اگر محرکهٔ مغناطیسی حاصل از جریان هر فاز از نظر مکانی یک توزیع کاملاً سینوسی داشت نمودار محرکهٔ مغناطیسی دورآرمچر، منجر به سه منحنی سینوسی می‌شد که مجموع آنها در هر نقطه برابر صفر بود. هیچ شاری در شکاف هوایی به وجود نمی‌آمد و یگانه رثکتانس سیم پیچ هر فاز، مربوط به رثکتانس نشت و سرپیچکها می‌بود. در یک ماشین واقعی، توزیع سیم پیچ به گونه‌ای نیست که محرکهٔ مغناطیسی کاملاً سینوسی تولید کند. شار ناشی از مجموع محرکه‌های مغناطیسی خیلی کوچک است، اما همین شار، رثکتانس ترتیب-صفری اندکی بزرگتر از حالت ایدئال که در آن هیچ شار فاصلهٔ هوایی ناشی از جریان ترتیب-صفر وجود ندارد ایجاد می‌کند.*

ما در به دست آوردن عبارت اندوکتانس و کاپاسیتانس خط‌های انتقال جایگشت دار، جریانهای سه فاز را متعادل در نظر گرفتیم و ترتیب فاز را مشخص نکردیم. بنابراین عبارتهای نتیجه برای هر دو امپدانس ترتیب-مثبت و منفی صادق است. وقتی از یک خط انتقال، تنها جریان ترتیب-صفر می‌گذرد، جریان فازها یکسان است. جریان از طریق زمین، سیمهای هوایی زمین، یا هر دوی اینها بازمی‌گردد. چون جریان ترتیب-صفر در هر سه فاز یکسان است (بر خلاف معمول که جریان فازها اندازه‌های مساوی و اختلاف فازهای نسبی 120° دارند) میدان مغناطیسی ناشی از جریان ترتیب-صفر با میدان مغناطیسی حاصل از جریان ترتیب-مثبت یا منفی تفاوت بسیاری دارد. تفاوت میدان مغناطیسی، باعث می‌شود که رثکتانس القایی ترتیب-صفر خط‌های هوایی انتقال ۲ الی ۳۵ برابر رثکتانس ترتیب-مثبت باشد. این نسبت، برای خط‌های دودماده و خط‌های بدون سیمهای زمین، به حد بالایی پهنهٔ مشخص شده نزدیکتر است.

ترانسفورماتور در مدار سه فاز ممکن است از سه واحد تکفاز مجزا تشکیل شود یا یک واحد سه فاز باشد. اگر چه امکان دارد مقدار امپدانسهای متوالی ترتیب-صفر واحدهای سه فاز با مقادیر امپدانسهای ترتیب-مثبت و منفی کمی اختلاف داشته باشند، معقول است که امپدانسهای متوالی همهٔ ترتیبها را بدون ملاحظه نوع ترانسفورماتور مساوی فرض می‌کنند. جدول پ-۵ رثکتانسهای ترانسفورماتور را فهرست کرده است. در ترانسفورماتورهای ۱۰۰۰ kVA یا بزرگتر، رثکتانس و امپدانس تقریباً مساوی اند. برای سادگی در محاسبات ادمیتانس موازی را که توجیه کنندهٔ جریان مغناطنده است حذف خواهیم کرد.

* خواننده‌ای که مایل باشد امپدانسهای ماشین را بررسی کند باید از چنین کتابهایی استفاده کند. Central Station Engineers of Westinghouse Electric Corporation, *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, 4th ed., chap. 6, pp. 145-194, East Pittsburgh, Pa., 1964; or A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, Jr., and A. Kusko, *Electric Machinery*, 3d ed., chaps. 6 and 9, McGraw-Hill Book Company, New York, 1971.

امپدانس ترتیب-صفر بارهای متعادل اتصال-ستاره‌ای و اتصال-مثلثی با امپدانس ترتیب-مثبت و ترتیب-منفی مساوی است. شبکه ترتیب-صفر چنین بارهایی را در بخش ۱۱-۱۱ بررسی خواهیم کرد.

۱۱-۱۰ شبکه‌های ترتیب-مثبت و منفی

هدف از به‌دست آوردن مقدار امپدانسهای ترتیبی يك سیستم قدرت، این است که بتوانیم شبکه‌های ترتیبی سیستم کامل را به‌دست آوریم. هر شبکه ترتیبی، همه مسیرهای گذر جریان مربوط به ترتیب خود را در سیستم، نشان می‌دهد.

ساختار برخی از شبکه‌های ترتیب-مثبت نسبتاً پیچیده در فصل ۶ بررسی شد. گذار از شبکه ترتیب-مثبت به شبکه ترتیب-منفی، ساده است. ژنراتورها و موتورهای سنکرون سه‌فاز فقط ولتاژهای داخلی ترتیب-مثبت دارند زیرا آنها برای تولید ولتاژهای متعادل طراحی می‌شوند. از آنجا که در يك سیستم متقارن ایستا، امپدانسهای ترتیب-مثبت و منفی، یکی هستند، تبدیل شبکه ترتیب-مثبت به شبکه ترتیب-منفی، تنها با تغییر - در صورت لزوم - امپدانسهای مربوط به ماشینهای چرخان و حذف محرکه‌های الکتریکی انجام می‌شود. زیرا محرکه‌های الکتریکی یکی بر اساس فرض متعادل بودن ولتاژهای تولیدی و وجود نداشتن ولتاژهای ترتیب-منفی ناشی از منابع خارجی حذف می‌شوند.

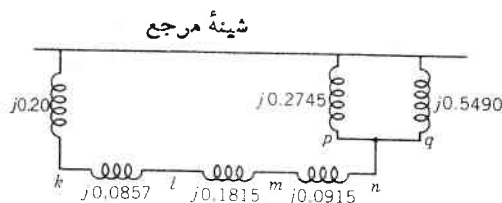
از آنجا که همه نقاط خنثای يك سیستم سه‌فاز متقارن، به‌هنگام عبور جریانهای سه‌فاز متعادل، هم پتانسیل اند همه این نقاط باید چه برای عبور جریانهای ترتیب-مثبت و چه برای عبور جریانهای ترتیب-منفی هم پتانسیل باشند. بنابراین نقطه خنثای يك سیستم سه‌فاز متقارن، پتانسیل مرجع منطقی برای مشخص کردن افت ولتاژهای ترتیب-مثبت و منفی و شینه مرجع برای شبکه‌های ترتیب-مثبت و منفی است. امپدانس متصل بین نقطه خنثای يك ماشین و زمین، جزء شبکه ترتیب-مثبت یا منفی نیست زیرا هیچکدام از جریانهای ترتیب-مثبت و منفی نمی‌توانند از امپدانسی که این چنین وصل شده است بگذرند.

شبکه‌های ترتیب-منفی همانند شبکه‌های ترتیب-مثبت فصل ۶ ممکن است شامل مدار معادلهای کامل قسمتهایی از سیستم باشند یا امکان دارد با حذف مقاومتهای سری وادیمپتانسهای موازی، ساده شوند.

مثال ۱۱-۳ شبکه ترتیب-منفی را برای سیستم توصیف شده در مثال ۱۰-۶ رسم کنید. فرض کنید رثکتانس ترتیب-منفی هوماشین برابر رثکتانس زیرگذرای آن است. مقاومت را در نظر نگیرید.

حل: از آنجا که همه رثکتانسهای ترتیب-منفی سیستم مساوی رثکتانسهای ترتیب-مثبت اند، شبکه ترتیب-منفی، همان شبکه ترتیب-مثبت شکل ۱۰-۶ است جز اینکه محرکه‌های الکتریکی از شبکه ترتیب-منفی حذف می‌شوند. شبکه خواسته شده در شکل ۱۱-۱۵ رسم شده است.

□



شکل ۱۱-۱۵ شبکه ترتیب-منفی مثال ۱۱-۳.

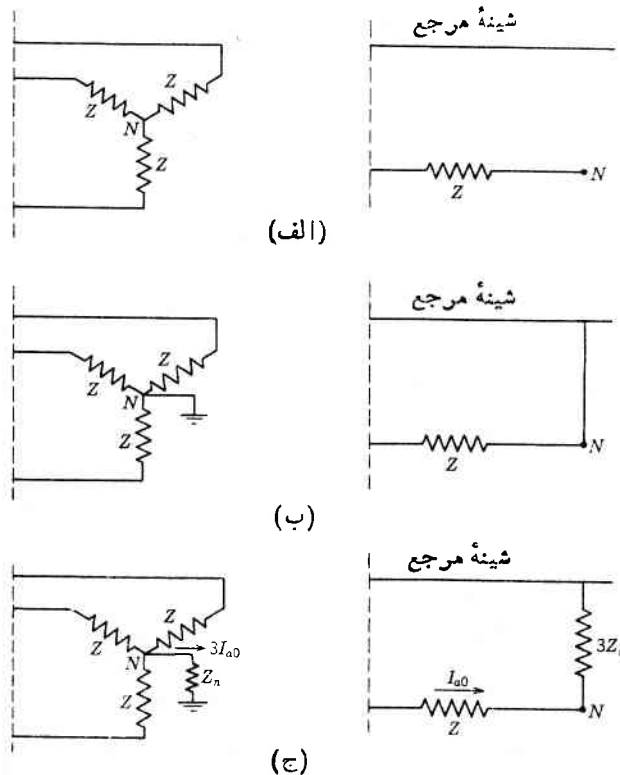
۱۱-۱۱ شبکه ترتیب-صفر

يك سيستم سه فاز تا جایی که در ارتباط با جریانهای ترتیب-صفر است به صورت تکفاز کار می کند زیرا جریانهای ترتیب-صفر در همه فازهای سیستم، يك اندازه و فاز دارند. بنا بر این جریانهای ترتیب-صفر فقط هنگامی می گذرند که يك مسیر برگشت که مدار را کامل می کند موجود باشد. مرجع برای ولتاژهای ترتیب-صفر عبارت از پتانسیل زمین در نقطه ای از سیستم است که در آن هر ولتاژ خاصی مشخص شود. از آنجا که ممکن است جریانهای ترتیب-صفر از زمین بگذرند، همه نقاط زمین لزوماً يك پتانسیل ندارند و شینه مرجع شبکه ترتیب-صفر نشان دهنده يك زمین با پتانسیل یکنواخت نیست. امپدانس زمین و سیمهای زمین در امپدانس ترتیب-صفر خط انتقال به حساب می آیند و مدار برگشت شبکه ترتیب-صفر، يك هادی با امپدانس صفر است که شینه مرجع سیستم است. از آنجا که امپدانس زمین در امپدانس ترتیب-صفر به حساب می آید، ولتاژهای اندازه گیری شده نسبت به شینه مرجع شبکه ترتیب-صفر، ولتاژ صحیحی نسبت به زمین می دهند.

اگر نقطه خنثای يك مدار اتصال-ستاره ای به زمین یا به نقطه خنثای دیگری از مدار وصل نباشد مجموع جریانهای گذرنده فازها به طرف نقطه خنثی صفر است چون جریانهای که جمع آنها صفر است مؤلفه های ترتیب-صفر ندارند، امپدانس در برابر جریان ترتیب-صفر در مدار و برای نقطه خنثی بی نهایت است، این واقعیت را يك مدار باز در شبکه ترتیب-صفر بین نقطه خنثای مدار اتصال-ستاره ای و شینه مرجع همانند شکل ۱۱-۱۶ (الف)، نشان می دهد.

اگر نقطه خنثای يك مدار اتصال-ستاره ای با امپدانس صفر زمین شده باشد، يك اتصال دارای امپدانس صفر، نقطه خنثی را به شینه مرجع شبکه ترتیب-صفر وصل می کند شکل ۱۱-۱۶ (ب).

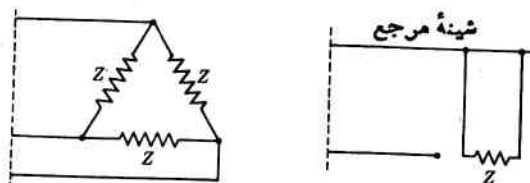
اگر بین زمین و نقطه خنثای يك مدار اتصال-ستاره ای، امپدانس Z_n گذاشته شود باید بین نقطه خنثی و شینه مرجع شبکه ترتیب-صفر، امپدانس $3Z_n$ قرار گیرد، شکل ۱۱-۱۶ (ج). همان گونه که در بخش ۱۱-۸ توضیح داده شده افت ولتاژ ترتیب-صفر ناشی از عبور I_0 از $3Z_n$ در شبکه ترتیب-صفر، مساوی افت ولتاژ ناشی از عبور $3I_0$ از Z_n در سیستم واقعی است. معمولاً امپدانس شامل يك مقاومت یا رثکتانس بین نقطه خنثای ژنراتور و



شکل ۱۱-۱۶ شبکه‌های ترتیب-صفر برای بارهای اتصال-ستاره‌ای.

زمین وصل می‌شود تا جریان ترتیب-صفر را هنگام بروز عیب محدود کند. امپدانس چنین مقاومت یا رکتانس محدودکننده جریان را به روشی که توصیف شد در شبکه ترتیب-صفر نمایش می‌دهند.

يك مدار اتصال-مثلثی از آنجا که نمی‌تواند مسیر برگشت فراهم کند در برابر جریان ترتیب-صفر خط، امپدانس بی‌نهایت نشان می‌دهد. شبکه ترتیب-صفر مدار اتصال-مثلثی به صورت مدار باز است. جریانهای ترتیب-صفر ممکن است در داخل مدار مثلثی گردش کنند زیرا مثلث، يك مدار بسته متوالی برای جریانهای گردشی تکفاز است. البته چنین جریانهایی را یا يك منبع خارجی یا ولتاژهای تولید شده ترتیب-صفر در مدار مثلث، القا می‌کند. يك مدار مثلثی و شبکه ترتیب-صفر آن را شکل ۱۱-۱۷ نشان می‌دهد. حتی وقتی ولتاژهای ترتیب-صفر در فازهای مثلث تولید می‌شوند ولتاژ ترتیب-صفری بین سرهای Δ وجود ندارد زیرا افزایش ولتاژ هر فاز ژنراتور را افت ولتاژ در امپدانس ترتیب-صفر همان فاز جبران می‌کند.



شکل ۱۱-۱۷ بار اتصال-مثلثی و شبکه ترتیب-صفر آن.

مدار معادلهای ترتیب-صفر ترانسفورماتورهای سه‌فاز، سزاوار توجه خاص‌اند. ترکیبهای ممکن مختلف سیم‌پیچهای اولیه و ثانویه ستاره‌ای و مثلثی، شبکه ترتیب-صفر را تغییر می‌دهند. نظریه ترانسفورماتور، امکان می‌دهد که مدار معادل شبکه ترتیب-صفر را بسازیم. می‌دانیم که هرگاه از جریان نسبتاً کوچک مغناطنده صرف نظر شود: (۱) تاوقتی که جریانی از ثانویه نگذرد جریانی از اولیه ترانسفورماتور عبور نمی‌کند. (۲) جریان اولیه، از جریان ثانویه و نسبت دورها تعیین می‌شود. این اصول ما را در تحلیل هر حالت جداگانه راهنمایی می‌کنند. پنج اتصال ممکن ترانسفورماتورهای دو سیم پیچ را بررسی خواهیم کرد. این اتصالها در شکل ۱۸-۱۱ رسم شده‌اند. پیکانهای روی نمودار، اتصالهای مسیرهای ممکن را برای عبور جریان ترتیب-صفر نمایش می‌دهند. نبودن پیکان نشان می‌دهد که اتصال ترانسفورماتور طوری است که جریان ترتیب-صفر نمی‌تواند عبور کند. مدار معادل تقریبی ترتیب-صفر که مقاومت و مسیر جریان مغناطنده از آن حذف شده است در شکل ۱۸-۱۱ برای هر اتصال نشان داده شده است. حروف P و Q نقاط متناظر را روی نمودار اتصال و مدار معادل نمایش می‌دهند. مدار معادل هر اتصال به شرح زیر است:

حالت ۱: گروه ستاره-ستاره‌ای و یک نقطه خنثای زمین شده. اگر یکی از نقاط خنثای گروه ستاره-ستاره‌ای زمین نشده باشد جریان ترتیب-صفر نمی‌تواند از هیچ کسدام از سیم‌پیچها بگذرد نبودن مسیر در یک سیم‌پیچ از وجود جریان در سیم‌پیچ دیگر جلوگیری می‌کند. بین دویخشی از سیستم که با ترانسفورماتور بهم وصل می‌شوند یک مدار باز برای جریان ترتیب-صفر وجود دارد.

حالت ۲: گروه ستاره-ستاره‌ای و دو نقطه خنثای زمین شده. درجایی که هر دو نقطه خنثای گروه ستاره-ستاره‌ای زمین شده‌اند، در هر دو سیم‌پیچ ترانسفورماتور، مسیری برای جریانهای ترتیب-صفر وجود دارد و به شرط اینکه جریان ترتیب-صفر بتواند مدار کاملی در خارج هر دو طرف ترانسفورماتور داشته باشد. می‌تواند از هر دو سیم‌پیچ ترانسفورماتور عبور کند. در شبکه ترتیب-صفر، مانند شبکه‌های ترتیب-مثبت و منفی، نقاط دو طرف ترانسفورماتور با ابعادنس ترتیب-صفر آن بهم وصل شده‌اند.

حالت ۳: گروه ستاره-مثلثی و ستاره زمین شده. اگر نقطه خنثای گروه ستاره-مثلثی زمین شده باشد جریانهای ترتیب-صفر از طریق ستاره به زمین مسیر دارند زیرا جریانهای

نمادها	نمودارهای اتصال	مدار معادلهای ترتیب-صفر

شکل ۱۱-۱۸ مدار معادلهای ترتیب-صفر گروههای ترانسفورما تور سه فاز، به همراه نمودارهای اتصالات و نمادهای نمودارهای تک خطی.

القاشده متناظر می توانند در مثلث گردش کنند. جریان ترتیب-صفر گردش در مثلث برای متعادل کردن جریان ترتیب-صفر در ستاره، نمی تواند در خطوط متصل به مثلث جاری شود. مدار معادل باید مسیری را از خط طرف ستاره ای از طریق مقاومت و رثکتانس نش متعادل ترانسفورما تور به شینه مرجع مهیا کند. در طرف مثلثی باید يك مدار باز بین خط و شینه مرجع داشته باشد. اگر امپدانس اتصال نقطه خشی به زمین Z_n باشد مدار معادل ترتیب-صفر باید امپدانس $3Z_n$ را متوالی با مقاومت و رثکتانس نش متعادل ترانسفورما تور در اتصال خطوط طرف ستاره ای به زمین دارا باشد.

حالت ۴: گروه ستاره-مثلثی با ستاره زمین نشده. ستاره زمین نشده حالتی است که در آن امپدانس Z_n بین نقطه خشی و زمین بی نهایت است. در مدار معادل این حالت، امپدانس

$3Z_n$ برای امپدانس ترتیب-صفر، بسی نهایت می‌شود. جریان ترتیب-صفر نمی‌تواند از سیم پیچهای ترانسفورماتور بگذرد.

حالت ۵: گروه مثلث-مثلثی. از آنجا که مدار مثلثی، مسیر برگشت برای جریانهای ترتیب-صفر فراهم نمی‌کند جریان ترتیب-صفر نمی‌تواند از گروه مثلث-مثلثی بگذرد اگرچه می‌تواند در داخل سیم پیچهای مثلثی گردش کند.

مدار معادلهای ترتیب-صفر جداگانه‌ای که برای قسمتهای مختلف سیستم تعیین کردیم به راحتی باهم ترکیب می‌شوند تا شبکه ترتیب-صفر کامل را به دست دهند. شکل‌های ۱۱-۱۹ و ۲۰-۱۱، نمودارهای تک خطی دو سیستم قدرت کوچک و شبکه‌های ترتیب-صفر متناظرشان را که در پی حذف شدن مقاومتها و ادمیتانسهای موازی ساده شده‌اند، نشان می‌دهند.

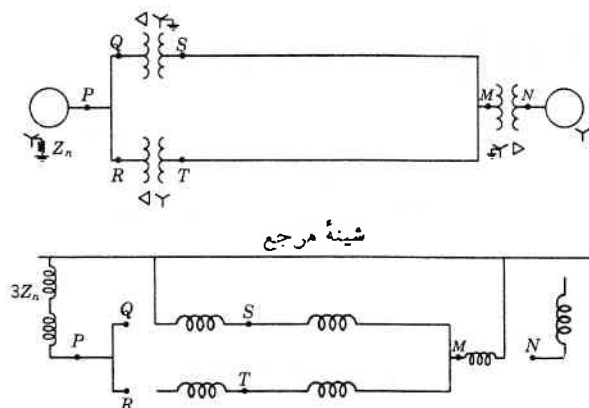
مثال ۱۱-۴ شبکه ترتیب-صفر را برای سیستم توصیف شده در مثال ۱۰-۶ رسم کنید. رثکتانسهای ترتیب-صفر ژنراتورها و موتورها را $0.5 pu$ در نظر بگیرید. نقطه صفر ژنراتور و موتور بزرگتر، هر کدام رثکتانس محدودکننده جریانی برابر 4Ω دارد. رثکتانس ترتیب-صفر خط انتقال، $1.5 \Omega/km$ است.

حل: رثکتانس نشت ترتیب-صفر ترانسفورماتور برابر رثکتانس ترتیب-مثبت است. بنا براین X_0 برای ترانسفورماتورها، مانند مثال ۱۰-۶ برابر 0.875 و 0.915 در-یک است.

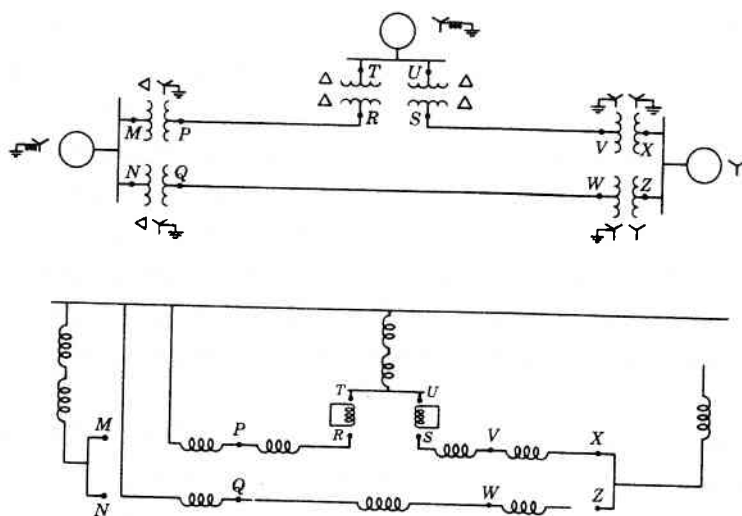
رثکتانسهای ترتیب-صفر ژنراتور و موتور عبارتند از:

$$X_0 = 0.5 \text{ در-یک ژنراتور}$$

$$X_0 = 0.5 \frac{300}{200} \left(\frac{132}{138} \right)^2 = 0.686 \text{ در-یک موتور}$$



شکل ۱۱-۱۹ نمودار تک خطی یک سیستم قدرت کوچک و شبکه ترتیب-صفر متناظرش.



شکل ۱۱-۲۰ نمودار تک خطی يك سیستم قدرت كوچك و شبکه ترتیب-صفر متناظرش.

$$X_o = 0.05 \frac{300}{100} \left(\frac{1372}{1378} \right)^2 = 0.1372 \text{ در-يك موتور ۲:}$$

درمدار ژنراتور:

$$Z = \frac{(20)^2}{300} = 1.333 \Omega \text{ مینا}$$

و درمدار موتور:

$$Z = \frac{(1378)^2}{300} = 6.35 \Omega \text{ مینا}$$

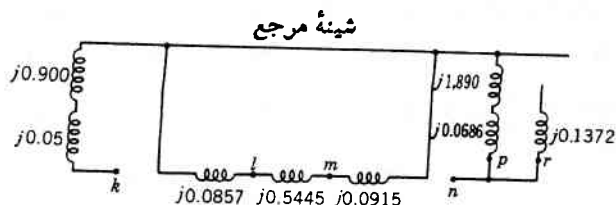
در شبکه امیدانسی برای ژنراتور:

$$3Z_n = 3 \frac{0.4}{1.333} = 0.9 \text{ در-يك}$$

و برای موتور:

$$3Z_n = 3 \frac{0.4}{6.35} = 0.189 \text{ در-يك}$$

برای خط انتقال:



شکل ۱۱-۲۱ شبکه ترتیب-صفر برای مثال ۱۱-۴.

$$X_o = \frac{1.5 \times 62}{176.3} = 0.5445 \text{ در-یک}$$

شبکه ترتیب صفر در شکل ۱۱-۲۱ نشان داده شده است.

۱۱-۱۲ خلاصه

ولتاژها و جریانهای نامتعادل را می‌توان به مؤلفه‌های متقارن نشان تجزیه کرد. بامطرح کردن جداگانه هر دسته مؤلفه و به هم افزودن نتایج، مسائل حل می‌شوند. در شبکه‌های متعادلی که بین فازها توزیع وجود ندارد هر جریان ترتیبی، فقط افت ولتاژهای ترتیب خود را القا می‌کند. امپدانس عناصر مدار در برابر جریانهای ترتیبی ناهمگون، لزوماً مساوی نیستند.

در سیستمهای قدرت، برای بررسی بار، محاسبات عیب، و بررسی پایداری، شناخت شبکه ترتیب-مثبت ضروری است. برای محاسبات عیب یا بررسی پایداری در سیستمهایی که عیبهای نامتقارن دارند و از هر لحاظ دیگر متقارن اند به شبکه‌های ترتیب-منفی و صفر نیز نیاز خواهد بود. تشکیل شبکه ترتیب-صفر نیازمند دقت خاصی است زیرا امکان دارد این شبکه با شبکه‌های دیگر تفاوت فاحش داشته باشد.

مسائل

۱۱-۱ شکل قطبی عبارتهای زیر را تعیین کنید:

(الف) $a - 1$ (ب) $1 - a^2 + a$

(ج) $a^2 + a + j$ (د) $ja + a^2$

۱۱-۲ به ازای $0^\circ / 50$ ، $90^\circ / 20$ ، و $180^\circ / 10$ ، V_{an0} ، ولتاژهای خط به خنثای V_{an} ، V_{bn} ، و V_{cn} را از راه تحلیلی تعیین کنید و همچنین مجموع مؤلفه‌های متقارن داده شده را که تعیین کننده ولتاژهای خط نسبت به خنثی هستند، از راه ترسیمی نمایش دهید.

۱۱-۳ وقتی در يك ژنراتور، سر a باز است و دوسرديگر بايك اتصال کوتاه به يكديگر و به زمین وصل شده اند مقادير نوعی مؤلفه های متقارن جریان فاز a عبارت اند از

$$I_{a_0} = 350 \angle 90^\circ \text{ A}, I_{a_1} = 250 \angle 90^\circ \text{ A}, I_{a_2} = 600 \angle -90^\circ \text{ A}$$

جریان به طرف زمین و جریان هر فاز ژنراتور را بیابید.

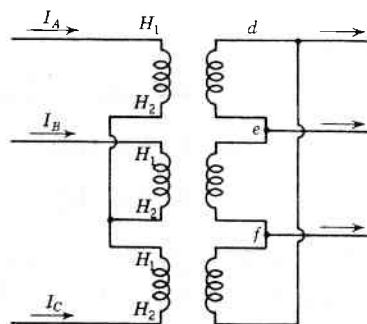
۱۱-۴ مؤلفه های متقارن سه جریان $I_a = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$ ، $I_b = 10 \angle 230^\circ \text{ A}$ ، و $I_c = 10 \angle 130^\circ \text{ A}$ را تعیین کنید.

۱۱-۵ جریانهای گذرنده از خطها به طرف يك بار متعادل اتصال-مثلثی عبارت اند از $I_a = 100 \angle 0^\circ$ ، $I_b = 141.4 \angle 225^\circ$ ، $I_c = 100 \angle 90^\circ \text{ A}$. يك عبارت کلی برای رابطه بین مؤلفه های متقارن جریانهای خط و جریانهای فاز باریعنی بین I_{a_1} و I_{ab_1} و بین I_{a_2} و I_{ab_2} تعیین کنید. از رسم نمودارهای فاز برداری جریانهای ترتیب-مثبت و منفی خط و فاز شروع کنید. I_{ab} را از روی مؤلفه های متقارن جریان داده شده خطها، برحسب آمپر بیابید.

۱۱-۶ ولتاژهای يك بار متعادل اتصال-ستاره ای متشکل از سه مقاومت 10Ω عبارت اند از $V_{ca} = 90 \angle 130^\circ \text{ V}$ ، $V_{bc} = 80.8 \angle -121.4^\circ$ ، $V_{ab} = 100 \angle 0^\circ$. يك عبارت کلی برای رابطه بین مؤلفه های متقارن ولتاژهای خط و فاز یعنی بین V_{an_1} و V_{ab_1} و بین V_{an_2} و V_{ab_2} تعیین کنید. فرض کنید نقطه خنثای بار به چیزی متصل نیست. جریان خطها را از روی مؤلفه های متقارن ولتاژ داده شده خطها بیابید.

۱۱-۷ توان مصرف شده در سه مقاومت 10Ω مسئله ۱۱-۶ را از روی مؤلفه های متقارن جریانها و ولتاژها بیابید. درستی پاسخ را بیازمایید.

۱۱-۸ سه ترانسفورماتور تکفاز همانند شکل ۱۱-۲۲ به هم بسته شده اند تا يك ترانسفورماتور ستاره-مثلثی بسازند. سیم پیچهای فشارقوی اتصال ستاره ای و نشان قطبداشتی



شکل ۱۱-۲۲ مدار برای مسئله ۱۱-۸.

مطابق شکل دارند. سیم پیچهای با ترویج مغناطیسی موازی هم رسم شده‌اند. نشان قطبداشت سیم پیچهای فشار ضعیف را تعیین کنید. سرهای شماره گذاری شده طرف فشار ضعیف را در وضعیتهای زیر مشخص کنید.

(الف) با حروف a, b, c و وقتی که I_{A1} نسبت به I_{a1} ، 30° پیش افقی باشد.

(ب) با حروف a', b', c' و وقتی که I_{A1} با I_{a1} ، 90° اختلاف فاز داشته باشد.

۹-۱۱ فرض کنید که جریانهای مشخص شده در مسئله ۱۱-۵ از خطهای متصل به طرف ستاره ای يك ترانسفورماتور ستاره-مثلثی با مقادیر نامی 10 MVA ، $13.8\text{ kV}/6.6\text{ kV}$ به طرف بار می گذرند. جریانهای گذرنده از خطهای طرف مثلثی را با تبدیل مؤلفه‌های متقارن جریانها به در-يك، با مبنای مقادیر نامی ترانسفورماتور و با تغییر مؤلفه‌ها طبق معادله (۱۱-۲۳) تعیین کنید. درستی نتایج را با محاسبه مستقیم جریانهای هر فاز سیم پیچهای مثلثی بر حسب آمپر، از روی جریانهای طرف ستاره ای و ضرب آنها در نسبت دورسیم پیچها بیازمایید. امتحان درستی را با محاسبه جریان خطها از روی جریان فازهای طرف Δ ، کامل کنید.

۱۰-۱۱ ولتاژهای سه فاز متعادل خط به خط 100 V به يك بار اتصال ستاره ای متشکل از سه مقاومت اعمال شده‌اند. نقطه خنثای بار، زمین نشده است. مقاومت در فازهای a, b, c به ترتیب عبارت از $10, 20, 30\ \Omega$ است. با انتخاب V_{ab} به عنوان مرجع، جریان فاز a و ولتاژ V_{an} را تعیین کنید.

۱۱-۱۱ شبکه‌های امپدانس ترتیب-منفی و صفر را برای سیستم قدرت مسئله ۶-۱۵ رسم و مقدار همه رئکتانسها را بر حسب در-يك، با مبنای 50 MVA ، 13.8 kV در مدار ژنراتور، روی شکل یابید. شبکه‌ها را متناظر با نمودار تک خطی علامت گذاری کنید. نقاط خنثای ژنراتورهای ۱ و ۳ از طریق رئکتانسهای محدود کننده جریانی با رئکتانس 5% به هر کدام با مبنای ماشین مربوط به زمین وصل شده‌اند. رئکتانس ترتیب-منفی و صفر هر ژنراتور به ترتیب ۲۰ و 5% با مبنای مقدار نامی خود است. رئکتانس ترتیب-صفر خط انتقال از B تا C ، برابر $210\ \Omega$ و از C تا E ، برابر $250\ \Omega$ است.

۱۲-۱۱ شبکه‌های امپدانس ترتیب-منفی و صفر را برای سیستم قدرت مسئله ۶-۱۶ رسم کنید. در خط انتقال $40-50\ \Omega$ ، مبنا را 50 MVA ، 13.8 kV انتخاب کنید و سپس همه رئکتانسها را بر حسب در-يك، روی شکل بیاورید. رئکتانس ترتیب-منفی هر ماشین سنکرون برابر رئکتانس زیر گذرای آن است. رئکتانس ترتیب-صفر هر ماشین 8% با مبنای مقدار نامی ماشین است. نقاط خنثای ماشینها از طریق رئکتانسهای محدود کننده جریانی برابر 5% هر کدام با مبنای ماشین مربوط به زمین وصل شده‌اند. رئکتانس ترتیب-صفر خطهای انتقال را 300% رئکتانس ترتیب-مثبت خط فرض کنید.