

متن سوالات هندسه کنکور ریاضی ۹۸ (رشته ریاضی و فیزیک)



فایل متنی ای که ملاحظه می فرمائید متن سوالات تست های مربوط به هندسه کنکور سراسری سال ۹۸ رشته ریاضی و فیزیک است. منظور از سوالات هندسه؛ سوالاتی است که در کنکور از سه کتاب هندسه (۱) (پایه دهم)، هندسه (۲) (پایه یازدهم) و هندسه (۳) (پایه دوازدهم) داده می شود.

آنچه در این فایل متنی مشاهده می فرمائید، تست های شماره ۱۲۰ تا ۱۳۶ کنکور سراسری که در دو سری در این فایل متنی آمده است، ابتدا متن سوالات بدون جواب و سپس با پاسخ تشریحی. در فیلم مربوطه - که با عنوان "کنکور ریاضی ۹۸ - بخش دوم" در صفحه riazi.blog.ir مطلب سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک (riazi.blog.ir) است، وجود دارد.

لازم است بدانید:

سوالات مربوط به هندسه، سوالاتی است که بسیاری از داوطلبان از وقت گذاشتن برای آن پرهیز می کنند و وقت آن را به سوالات حسابان اختصاص می دهند. اما بیشتر سوالات، همچنان که خواهید دید قابل حل هستند؛ مهم اینست که تشخیص دهید چه سوالاتی برای حل کردن اولویت دارند و یا به عبارت دیگر نباید از آنها گذشت. ماتریس و بردار (از هندسه (۳)) جزو مباحث ساده است و آنچه مربوط به تالس است و برخی از مباحث هندسه فضائی با کمی تحلیل قابل حل هستند.

البته مسائلی وجود دارند که سطح بالاتری دارند و همچنانکه در بخش سوم فیلم کنکور ریاضی ۹۸ - که به سوالات مربوط به ریاضیات گسسته و آمار و احتمال مربوط است خواهید دید، اگر تسلط بالا نداشته باشیم، وقت بسیاری از ما خواهد گرفت.

هرچند در فیلم های مربوط به آموزش هندسه هر یک از پایه ها، تمرینات تکمیلی متعددی هم حل شده است و توضیحات لازم، به صورت مفصل وجود دارد؛ لیکن به جهت اینکه هدف از حل تشریحی سوالات کنکور توسط من، اینست که علاوه بر آشنایی با سوالات، با روش حل بر مبنای کتاب درسی نیز آشنا شویم، بنابراین به طور مفصل توضیح حل تست ها داده شده است.

توصیه می شود که برای استفاده موثرتر از فیلم های آموزشی حتما آنها را دانلود فرمائید و برای اینکه با بهترین کیفیت (اصلی) دانلود کنید از لینک تلگرام و یا گوگل درایو فیلم ها که در زیر لوگوی فیلم در صفحه اصل مطلب قرار دارد استفاده کنید.

تست به تست پیش بروید و سعی کنید که حتما یکبار خودتان از ابتدا تا انتهای تست را حل کنید و به جواب برسید. یادتان باشد،

"ریاضی را باید با صبر و حوصله و طمأنینه یاد بگیرید"

اصلا "زمان" را در یادگیری موضوعی مهم ندانید، بدانید این زمان "سرمایه ای" است که در هنگام خود به بهره می رسد.

آدرس سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک: riazi.blog.ir

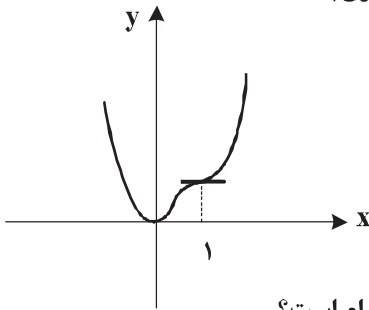
۱۱۶- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۱۷- در تابع با ضابطه $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 2]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = \frac{3}{4}$ چقدر بیشتر است؟

- (۱) ۰/۱۰ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۲۰ (۴) ۰/۲۵

۱۱۸- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ است. a کدام است؟



(۱) -۸

(۲) -۷

(۳) -۵

(۴) -۴

۱۱۹- فاصله نقطه می‌نیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$ از خط مجانب قائم آن کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۲۰- در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند، نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۱۲۱- در مثلث ABC نقطه M وسط BC است. نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC دو ضلع مثلث را در P و Q قطع می‌کنند. نقطه O محل تلاقی AM و PQ است. OM برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}BC$ (۲) AQ (۳) OA (۴) OP

۱۲۲- در چهارضلعی ABCD، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

- (۱) دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.
(۲) دو قطر عمود برهم‌اند.
(۳) دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.
(۴) دو ضلع غیرمجاور، موازی‌اند.

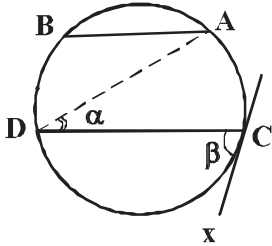
۱۲۳- نقطه A و خط d و صفحه P مفروض‌اند. در رسم صفحه‌ای گذرا از نقطه A، موازی خط d و عمود بر صفحه P، در کدام حالت، تعداد جواب‌ها، بی‌شمار است؟

(۱) $d \cap p = d$ (۲) $d \cap p \neq \emptyset$ (۳) $d \parallel p$ (۴) $d \perp p$

۱۲۴- در یک مکعب، صفحه گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعه نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت حجم‌های این دو قطعه، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

۱۲۵- در شکل زیر، وتر AB برابر شعاع دایره و $AB \parallel CD$ ، زاویه $\beta = 2\alpha$ و CX مماس بر دایره است. کمان \widehat{BD} چند درجه است؟



- (۱) ۵۰
(۲) ۶۰
(۳) ۷۰
(۴) ۷۵

۱۲۶- یک دوزنقه متساوی‌الساقین، با کدام شرط قابل محیط بر دایره است؟

(۱) دو قطر عمود برهم

(۲) یکی از قاعده‌های دوزنقه، برابر یکی از ساق‌ها

(۳) خط واصل وسط دو ساق، گذرا از محل تلاقی قطرهای

(۴) طول پاره‌خط واصل وسط دو ساق، برابر اندازه یکی از ساق‌ها

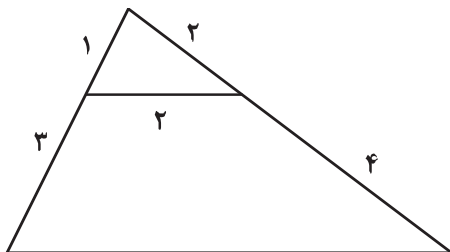
۱۲۷- اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره $6\sqrt{3}$ باشد. آنگاه مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

(۱) $7/2$ (۲) $7/5$ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۲۸- نقطه A در صفحه دو خط متقاطع d و d' است. در رسم مثلث متساوی‌الاضلاع به رأس A، که دو رأس دیگر آن بر روی هر یک از دو خط مفروض باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

(۱) انتقال (۲) بازتاب (۳) تجانس (۴) دوران

۱۲۹- در شکل روبه‌رو، اندازه ضلع بزرگتر چهارضلعی کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{10}$
(۲) $2\sqrt{11}$
(۳) $4\sqrt{3}$
(۴) $5\sqrt{2}$

۱۳۰- از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix} = 0$ ، عدد غیر صفر x ، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۱۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، از رابطه ماتریسی $AX = A - 2I$ ، ماتریس X ، کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

۱۳۲- اگر A ماتریس 3×3 باشد و $|A| = 4$ ، آنگاه دترمینان ماتریس $A \cdot A$ ، کدام است؟

(۱) ۶۴ (۲) ۹۶ (۳) ۱۲۸ (۴) ۲۵۶

۱۳۳- وتر مشترک دایره C با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x = 6$ منطبق بر نیمساز ناحیه اول است. اگر دایره C از نقطه $(-1, 4)$ بگذرد، معادله آن کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - y + 3x = 6$ (۲) $x^2 + y^2 + 2y - x = 6$

(۳) $x^2 + y^2 - 2y + x = 6$ (۴) $x^2 + y^2 - 3y - x = 6$

۱۳۴- معادله یک سهمی با کانون $F(2, 1)$ و خط هادی به معادله $x = 4$ ، کدام است؟

(۱) $y^2 - 2y + 4x = 11$ (۲) $y^2 - 2y + 2x = 5$

(۳) $x^2 - 4x + 4y = 0$ (۴) $x^2 - 6x + 2y = -5$

۱۳۵- در یک بیضی به اقطار $2\sqrt{5}$ و ۲ واحد، دایره‌ای هم مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی، کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۱۳۶- به ازای کدام مقدار m ، سه بردار $\vec{a} = (-1, 2, 3)$ ، $\vec{b} = (2, 0, 1)$ و $\vec{c} = (-4, m, 5)$ در یک صفحه‌اند؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۷- اگر $A = \{\{1, 2, \{1, 2\}\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2\}\}$ و $B = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$ باشند، تعداد زیر مجموعه‌های $A \cap B'$ ، کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۱۳۸- در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه اول ۴ لامپ و در جعبه دوم ۳ لامپ معیوب است. از جعبه اول ۵ لامپ و از جعبه دوم ۷ لامپ، به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، یک لامپ انتخابی از جعبه جدید، معیوب است؟

(۱) $\frac{5}{24}$ (۲) $\frac{11}{48}$ (۳) $\frac{13}{48}$ (۴) $\frac{7}{24}$

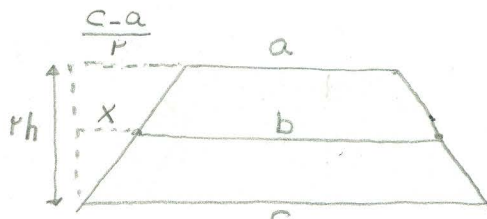
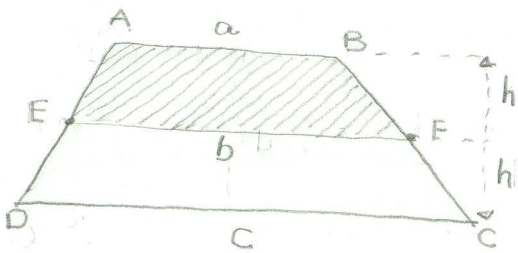
۱۲۰- در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند، نسبت
 قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

$$\frac{3}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (۳)}$$

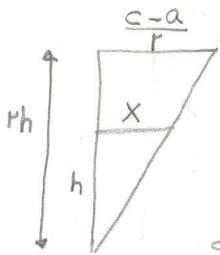
$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۱)}$$



$$x = \frac{c-b}{r} \text{ (۱)}$$

$$x = \frac{c-a}{r} \text{ (۲)}$$



$$\frac{x}{\frac{c-a}{r}} = \frac{rh}{h}$$

$$\rightarrow \frac{rx}{c-a} = \frac{r}{r} \rightarrow x = \frac{c-a}{r} \text{ (۲)}$$

$$(۲), (۱) \rightarrow \frac{c-b}{r} = \frac{c-a}{r} \rightarrow c-b = \frac{c-a}{r} \rightarrow c - \left(\frac{c-a}{r}\right) = b$$

$$\boxed{b = \frac{c+a}{r}} *$$

$$\frac{S_{\text{مشور}}}{S_{\text{مستط}} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{(a+b)h}{r}}{(b+c)h} = \frac{3}{5}$$

$$* \rightarrow \frac{a+b}{b+c} = \frac{a + \frac{c+a}{r}}{\frac{c+a}{r} + c} = \frac{ra + c}{rc + a} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 5a + 5c = 9c + 3a$$

$$2a = 4c \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{1}{3} \text{ (۳) گزینه}$$

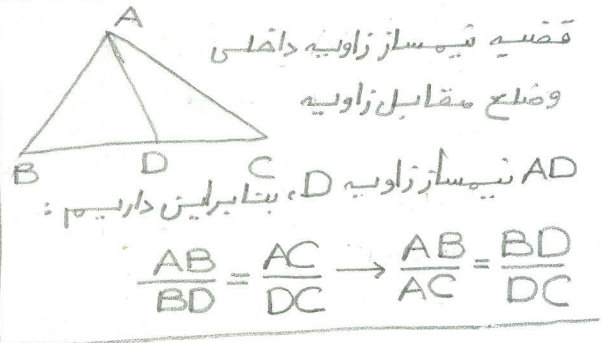
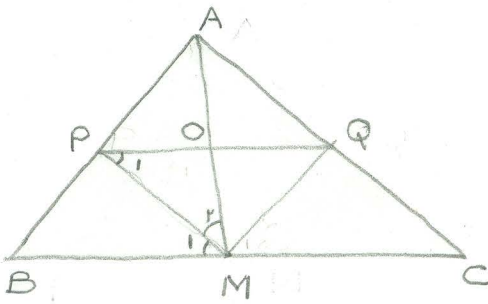
۱۲۱- در مثلث ABC نقطه M وسط BC است. نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC دو ضلع مثلث را در P و Q قطع می کنند. نقطه O محل تلاقی AM و PQ است. OM برابر کدام است؟

OP (۴)

OA (۳)

AQ (۲)

$\frac{1}{4}BC$ (۱)



$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC} \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

نیمساز MQ $\rightarrow \frac{MC}{QC} = \frac{AM}{AQ} \rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{AQ}{QC}$

نیمساز MP $\rightarrow \frac{MB}{BP} = \frac{AM}{AP} \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AP}{BP}$

$$\rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AP}{BP}$$

بنابراین عکس قضیه تالس نتیجه می شود $PQ \parallel BC$

$$\hat{M}_1 = \hat{P}_1$$

بنابراین قضیه قطوط موازی و قطع مورب

و چون $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ پس $\hat{M}_2 = \hat{P}_1$ پس مثلث POM متساوی الساقین $OM = OP$

گزینه (۴)

۱۲۲- در چهارضلعی ABCD، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه گیری

در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

(۲) دو قطر عمود برهم اند.

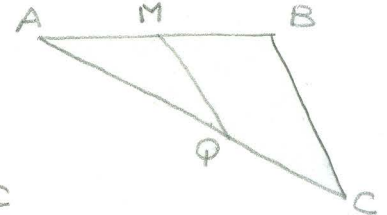
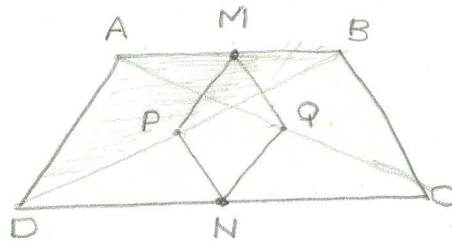
(۱) دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.

(۴) دو ضلع غیرمجاور، موازی اند.

(۳) دو ضلع شامل رأس های لوزی، برابرند.



گزینه (۲) می شود



با توجه به اینکه M وسط AB و Q وسط AC بنابراین عکس تالس $MQ \parallel BC$

به همین صورت می توانیم موازی بودن PN با BC را ثابت کنیم و بعد $MQ \parallel PN$

به همین صورت $MP \parallel QN$ بنابراین چهارضلعی MPNQ لوزی است.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MQ}{BC} \rightarrow BC = MQ \times \frac{AB}{AM}$$

$$\frac{BM}{AB} = \frac{MP}{AD} \rightarrow AD = MP \times \frac{AB}{BM}$$

طرفهای راست به هم برابرند $\rightarrow BC = AD$
گزینه (۱)

۱۲۳- نقطه A و خط d و صفحه P مفروض اند. در رسم صفحه‌ای گذرا از نقطه A، موازی خط d و عمود بر صفحه P،

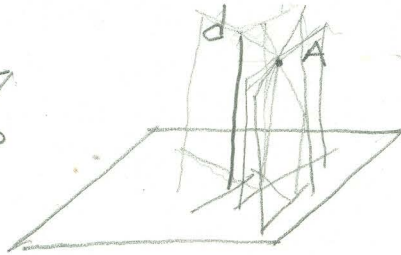
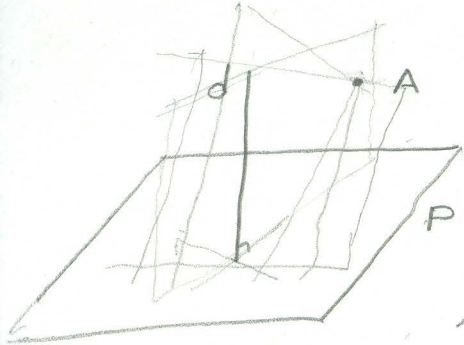
در کدام حالت، تعداد جواب‌ها، بی‌شمار است؟

$d \perp p$ (۴)

$d \parallel p$ (۳)

$d \cap p \neq \emptyset$ (۲)

$d \cap p = d$ (۱)



$d \perp P$

۱۲۴- در یک مکعب، صفحه گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعه نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت حجم‌های این

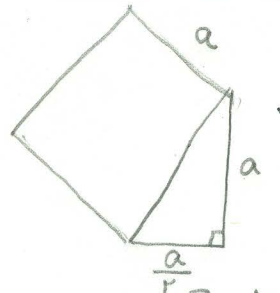
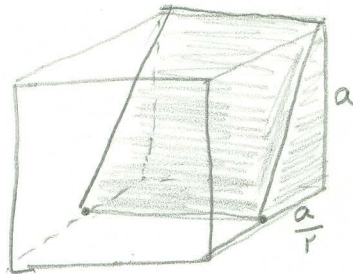
دو قطعه، کدام است؟

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)



$V_{\text{①}} = \frac{a}{2} S_{\text{مربع}} \times h$

$V_{\text{①}} = \left(\frac{a \cdot \frac{a}{2}}{2} \right) \cdot a = \frac{a^3}{4}$

$V_{\text{مکعب}} = a^3$

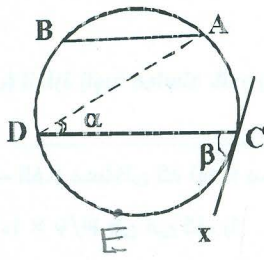
$V_{\text{مکعب}} - V_{\text{①}} = a^3 - \frac{a^3}{4} = \frac{3}{4} a^3$

$\frac{V_{\text{هاشورخورده}}}{V_{\text{سفید}}} = \frac{\frac{a^3}{4}}{\frac{3}{4} a^3} = \frac{1}{3}$

گزینه (۲)

۱۲۵- در شکل زیر، وتر AB برابر شعاع دایره و AB || CD، زاویه $\beta = 2\alpha$ و مماس بر دایره است. کمان BD چند

درجه است؟



۵۰ (۱)

۶۰ (۲)

۷۰ (۳)

۷۵ (۴)

$$\widehat{DEC} = \beta = 2\alpha \Rightarrow \widehat{DEC} = 2\alpha$$

$$\widehat{D} = \alpha \rightarrow \widehat{AC} = 2\alpha$$

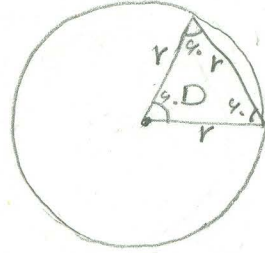
$$AB \parallel DC \rightarrow \widehat{AC} = 2\alpha \quad \widehat{BD} = 2\alpha$$

$$\widehat{AB} = 60^\circ \quad \widehat{AB} + \widehat{BD} + \widehat{DEC} + \widehat{AC} = 136^\circ$$

$$60^\circ + 2\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 136^\circ$$

$$6\alpha = 76^\circ \rightarrow \alpha = \frac{76^\circ}{6} = 12.67^\circ$$

$$\widehat{BD} = 2\alpha = 2 \times 12.67^\circ = 25.34^\circ \text{ (گزینه ۴)}$$



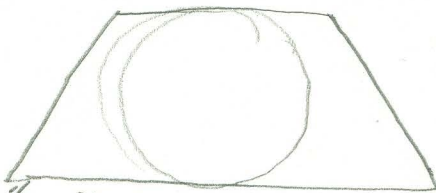
۱۲۶- یک ذوزنقه متساوی الساقین، با کدام شرط قابل محیط بر دایره است؟

(۱) دو قطر عمود برهم

(۲) یکی از قاعده‌های ذوزنقه، برابر یکی از ساق‌ها

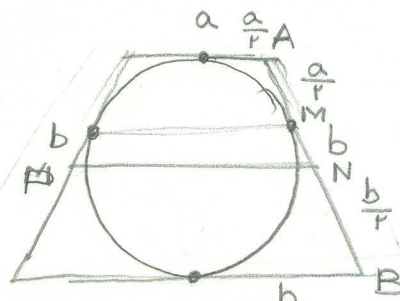
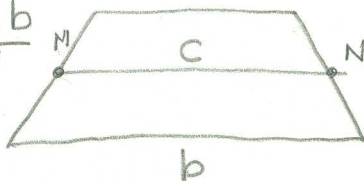
(۳) خط واصل وسط دو ساق، گذرا از محل تلاقی قطرهای

(۴) طول پاره خط واصل وسط دو ساق، برابر اندازه یکی از ساق‌ها



می‌دانیم اگر M و N وسط اضلاع (ساق‌ها) باشند

$$C = \frac{a+b}{2}$$



$$AM = \frac{a}{r} \quad AM + BM = AB = \frac{a+b}{2}$$

$$BM = \frac{b}{r}$$

$$PN = \frac{a+b}{2} \text{ و از طرفی با توجه به اینکه}$$

$AB = PN$ یعنی طول پاره خط واصل وسط دو ساق

برابر طول یکی از ساق‌ها گزینیه (۴)

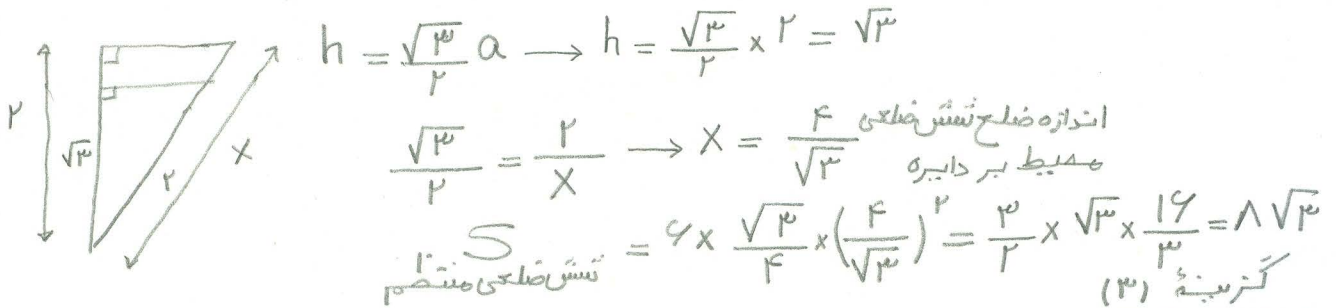
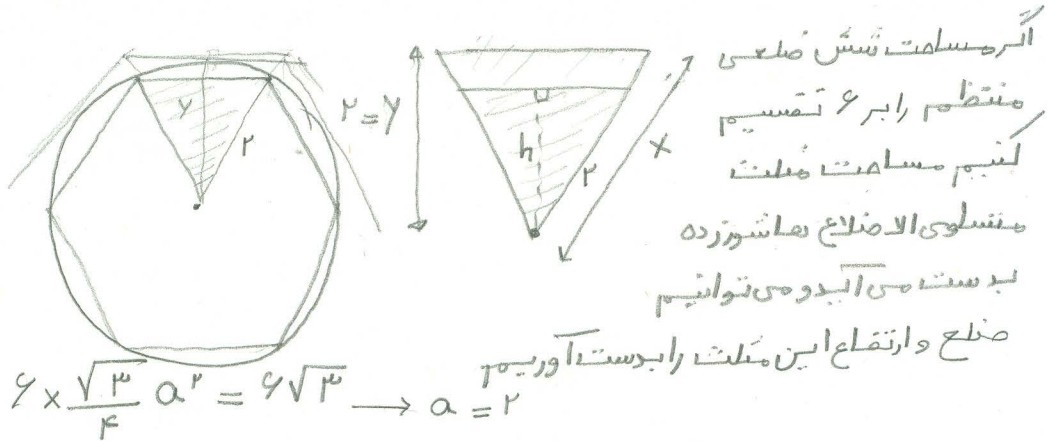
۱۲۷- اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره $6\sqrt{3}$ باشد. آنگاه مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷/۵ (۲)

۷/۲ (۱)



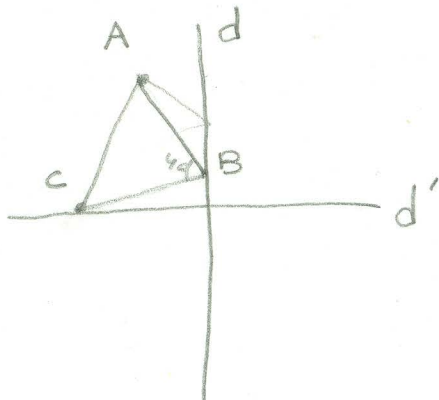
۱۲۸- نقطه A در صفحه دو خط متقاطع d و d' است. در رسم مثلث متساوی الاضلاع به رأس A، که دو رأس دیگر آن بر روی هر یک از دو خط مفروض باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

۴ دوران

۳ تجانس

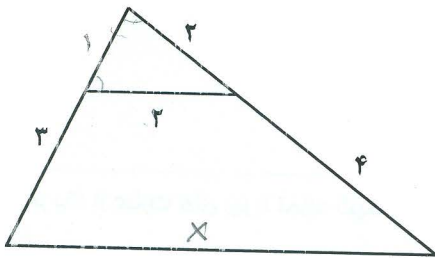
۲ بازتاب

۱ انتقال



گزینه (۴)

۱۲۹- در شکل روبه‌رو، اندازه ضلع بزرگتر چهارضلعی کدام است؟

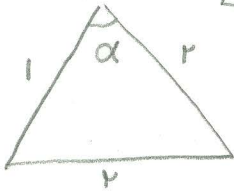


(۱) $2\sqrt{10}$

(۲) $2\sqrt{11}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $5\sqrt{2}$



قضیه کسینوسها: $r^2 = r^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times r \times \cos \alpha$

$r = r + 1 - r \cos \alpha$

$\rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{r}$

$X^2 = r^2 + r^2 - 2 \times r \times r \times \frac{1}{r}$

$X^2 = 16 + 36 - 12 = 40$

$X = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ گزینه (۱)

۱۳۰- از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix} = 0$ ، عدد غیر صفر x ، کدام است؟

$\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{4}{9}$ (۳)

$\frac{2}{8}$ (۲)

$\frac{2}{9}$ (۱)

$\begin{bmatrix} x & 2x & -1 \\ 1 \times 3 & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x + 8x - 1 & -x + 0 - 2 & x - 4x - 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 11x - 1 & -x - 2 & -3x \\ 1 \times 3 & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix} = 11x^2 - x - 2x^2 - 4x + 3x = 9x^2 - 2x = 0$
 $x(9x - 2) = 0$

$x = 0$ غلط

$x = \frac{2}{9}$ گزینه (۱)

۱۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، از رابطه ماتریسی $AX = A - 2I$ ، ماتریس X ، کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

$$A^{-1} \quad A^{-1}(AX) = A^{-1}(A - 2I) \rightarrow IX = A^{-1}A - 2A^{-1}I$$

$$X = I - 2A^{-1}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

گزینه (۲)

۱۳۲- اگر A ماتریس 3×3 باشد و $|A| = 4$ ، آنگاه دترمینان ماتریس $|A \cdot A|$ ، کدام است؟

۲۵۶ (۴)

۱۲۸ (۳)

۹۶ (۲)

۶۴ (۱)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 1 \times (4 \times 2 - 1 \times 0) = 8$$

$$|A \cdot A| = 8 \times A = \begin{bmatrix} 8 & 16 & 24 \\ 0 & 32 & 8 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix} \rightarrow |A \cdot A| = 8 \times (32 \times 16 - 8 \times 0)$$

$$= 8 \times 8 \times 4 \times 8 \times 2$$

$$= 8 \times 8^3$$

بنابراین اگر داشته باشیم A یک ماتریس 3×3 و $|A| = 4$ دترمینان $|A \cdot A|$ یعنی دترمینان ماتریسی که درایه هایش ۴ برابر درایه های ماتریس A است بنابراین دترمینان این ماتریس جدید 4^3 (۶۴ برابر) دترمینان ماتریس A است

$$|A \cdot A| = 64 \times 4 = 256$$

گزینه (۴)

۱۳۳- وتر مشترک دایره C با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x = 6$ منطبق بر نیمساز ناحیه اول است. اگر دایره C از نقطه

$(-1, 4)$ بگذرد، معادله آن کدام است؟

$$x^2 + y^2 + 2y - x = 6 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 - y + 3x = 6 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 3y - x = 6 \quad (4)$$

$$x^2 + y^2 - 2y + x = 6 \quad (3)$$

$$x^2 + y^2 - 4x = 6$$

$$x^2 - 4x + 4 - 4 + y^2 = 6$$

$$(x^2 - 4x + 4) + y^2 = 10$$

$$(x-2)^2 + y^2 = 10 \quad O(2,0) \quad R = \sqrt{10}$$

روش اول: از آنجا که تنها یک دایره از سه نقطه می گذرد نقاط

A و B محل تلاقی نیمساز ربع اول و سوم با دایره $(x-2)^2 + y^2 = 10$ است که روی دایره خواسته شده هم قرار دارد. نقطه C نقطه سوم این دایره

محل برخورد عمود منصف های AC و BC مرکز دایره خواسته شده می شود.

روش دوم: کم کردن معادله دو دایره باید منتهی به $y = x$ (وتر مشترک) شود.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 6 \\ x^2 + y^2 - 3y - x = 6 \end{cases} \quad \text{که تنها در گزینه (4) این وجود دارد.}$$

$$-4x - (-3y - x) = 0 \rightarrow -3x + 3y = 0$$

$$-3x = -3y$$

$$x = y \quad \text{بنابراین گزینه (4)}$$

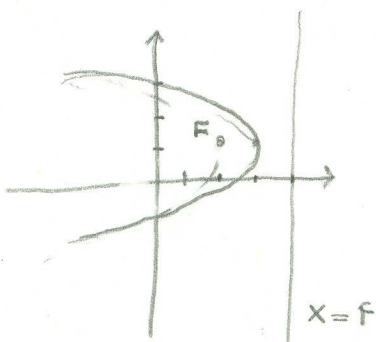
۱۳۴- معادله یک سهمی با کانون $F(2,1)$ و خط هادی به معادله $x = 4$ کدام است؟

$$y^2 - 2y + 2x = 5 \quad (2)$$

$$y^2 - 2y + 4x = 11 \quad (1)$$

$$x^2 - 6x + 2y = -5 \quad (4)$$

$$x^2 - 4x + 4y = 0 \quad (3)$$



$$y^2 = -4ax$$

$$F(-a, 0)$$

$$x = a$$

$$(y-k)^2 = -4a(x-h)$$

$$\text{کانون } F(-a+h, k)$$

$$\text{خط هادی } x = a+h$$

$$-a+h = 2 \rightarrow 2h = 6 \rightarrow h = 3$$

$$a+h = 4 \rightarrow a = 1$$

$$k = 1$$

$$(y-1)^2 = -4(x-3)$$

$$y^2 - 2y + 1 = -4x + 12 \rightarrow y^2 - 2y + 4x = 11$$

گزینه (1)

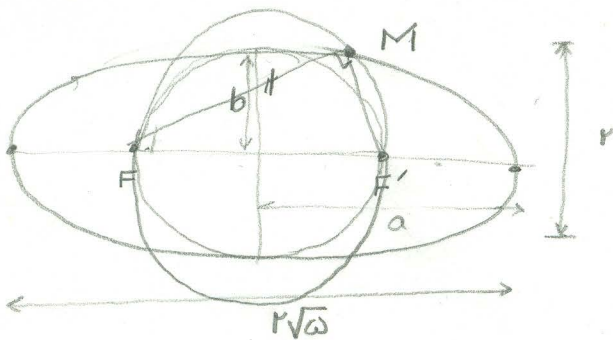
۱۳۵- در یک بیضی به افطار $2\sqrt{5}$ و ۲ واحد، دایره‌ای هم مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی، کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a = \sqrt{5}$$

$$b = 1$$

$$(\sqrt{5})^2 = 1 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{5-1} = 2$$

یعنی دایره مفروض از کانون‌های بیضی می‌گذرد

M روی دایره، مقابل قطر دایره FF' بنابراین $\hat{M} = 90^\circ$

$$MF'^2 + MF^2 = FF'^2$$

$$FF' = 2c \rightarrow FF'^2 = 4^2 = 16$$

گزینۀ (۲)

۱۳۶- به ازای کدام مقدار m، سه بردار $\vec{a} = (-1, 2, 3)$ ، $\vec{b} = (2, 0, 1)$ و $\vec{c} = (-4, m, 5)$ در یک صفحه‌اند؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲)

۰ (۱)

سه بردار متوازی السطوح ایجاد شده برابر صفر است

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \quad \vee \quad \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) \quad \vee \quad \vec{c} \cdot (\vec{b} \times \vec{a})$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -4 & m & 5 \end{vmatrix} = -1(0 \times 5 - m) - 2(10 + 4) + 3(2m - 0) = 0$$

$$= m - 28 + 6m = 0$$

$$7m = 28 \rightarrow m = 4 \quad \text{گزینۀ (۴)}$$