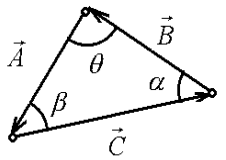
روش جمع و تفریق بردارها (روابط حالت های خاص)

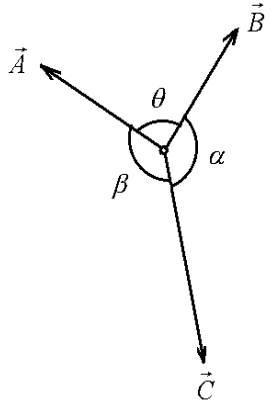
روابط تفریق بردارها (بردار نسبی)		روابط جمع یا بر آیند بردارها (بردار نسبی)		
بردار های یکسان	بردارهای متفاوت	بردار های یکسان	بردارهای متفاوت	زاویه	حالت
$D = 0$	$D = \lvert A - B \rvert$	$R = 2 \times A$	$R = A + B$	$\alpha = 0°$	موافق
$D = 2 \times A$	$D = A + B$	$R = 0$	$R = \lvert A - B \rvert$	$\alpha = 180°$	مخالف
$D = A \times \sqrt{2}$	$D = \sqrt{A^2 + B^2}$	$R = A \times \sqrt{2}$	$R = \sqrt{A^2 + B^2}$	$\alpha = 90°$	عمود
$D = 2 \times A \times Sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$	$D = \sqrt{A^2 + B^2 - 2 \times A \times B \times Cos\,\alpha}$	$R = 2 \times A \times Cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$	$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2 \times A \times B \times Cos\,\alpha}$	$0° \le \alpha \le 360°$	متقاطع

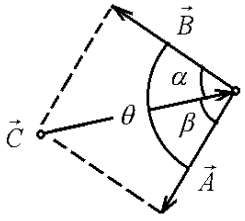
نکتـه :

در یک وضعیت تعادلی مطابق اشکال زیر که در آنها برآیند نیروها صفر است رابطه لا مـی بصورت زیر برقرار خواهد بود .

$$\frac{A}{Sin\,\alpha} = \frac{B}{Sin\,\beta} = \frac{C}{Sin\,\theta}$$







حاصل ضرب یک کمیت بـرداری در یک کمیت نـرده ای :

حاصل این ضرب ، برداری خواهد بود که هم راستای بردار اصلی بوده و لی جهت آن بستگی به علامت کمیت نرده ای دارد .

اگر کمیت مثبت باشد هم جهت ، ولی اگر کمیت منفی باشد مختلف الجهت با بردار اصلی خواهد شد .

$$\vec{A} = A_X \hat{i} + A_Y \hat{j}$$

$$\vec{M} = m \times \vec{A} \Rightarrow \boxed{\vec{M} = m \times A_X \hat{i} + m \times A_Y \hat{j}}$$

حاصل تقسیم یک کمیت بـرداری بر یک کمیت نـرده ای :

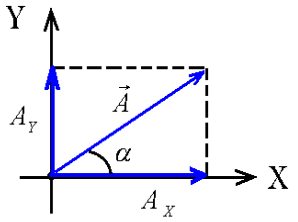
حاصل این تقسیم ، برداری خواهد بود که هم راستای بردار اصلی بوده و لی جهت آن بستگی به علامت کمیت نرده ای دارد .

اگر کمیت مثبت باشد هم جهت ، ولی اگر کمیت منفی باشد مختلف الجهت با بردار اصلی خواهد شد .

$$\vec{A} = A_X \hat{i} + A_Y \hat{j}$$

$$\vec{D} = \frac{\vec{A}}{d} \Rightarrow \boxed{\vec{D} = \frac{A_X}{d}\hat{i} + \frac{A_Y}{d}\hat{j}}$$

تجزیه بـر دارها در دو بعد :



$A_X = A \times Cos\,\alpha$	مولفه افقی ؛
$A_Y = A \times Sin\,\alpha$	مولفه قائم ؛
$Tan\,\alpha = \frac{A_Y}{A_X}$	تعیین زاویه با محور افق ؛
$A = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2}$	تعیین اندازه بردار ؛
$\vec{A} = A_X \hat{i} + A_Y \hat{j}$	معادله برداری ؛

عملیات برداری مختلف برای کمیت های برداری :

اگر داشته باشیم ؛

$$\begin{cases} \vec{A} = A_X\,\hat{i} + A_Y\,\hat{j} + A_Z\,\hat{k} \\ \vec{B} = B_X\,\hat{i} + B_Y\,\hat{j} + B_Z\,\hat{k} \end{cases}$$

الف) محاسبه اندازه آنها ؛

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2 + A_Z^2}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{B_X^2 + B_Y^2 + B_Z^2}$$

ب) حاصل جمع آنها ؛

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{R} = (A_X + B_X)\,\hat{i} + (A_Y + B_Y)\,\hat{j} + (A_Z + B_Z)\,\hat{k}$$

پ) حاصل تفریق آنها ؛

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$$

$$\vec{D} = (A_X - B_X)\,\hat{i} + (A_Y - B_Y)\,\hat{j} + (A_Z - B_Z)\,\hat{k}$$

ت) حاصل ضرب نرده ای آنها ؛

$$|\vec{C}| = \vec{A}\,.\,\vec{B}$$

$$C = (A_X \times B_X) + (A_Y \times B_Y) + (A_Z \times B_Z)$$

$$C = A \times B \times Cos\,\alpha$$

ث) حاصل ضرب خارجی آنها ؛

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

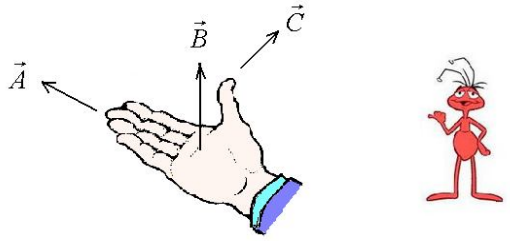
بردار $\vec{C}$ نتیجه تشکیل دترمینان ماتریس روبروست ؛

$$\vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_X & A_Y & A_Z \\ B_X & B_Y & B_Z \end{vmatrix}$$

اندازه حاصل ضرب برداری بردارها ؛

$$C = A \times B \times Sin\,\alpha$$

ج) تعیین جهت حاصل ضرب خارجی آنها ؛



چ) محاسبه زاویه آنها ؛

$$Cos\,\alpha = \frac{A_X \times B_X + A_Y \times B_Y + A_Z \times B_Z}{|\vec{A}| \times |\vec{B}|}$$

ح) شرط عمود بودن آنها ؛

$$A_X \times B_X + A_Y \times B_Y + A_Z \times B_Z = 0$$

خ) شرط موازی بودن آنها ؛

$$\frac{A_X}{B_X} = \frac{A_Y}{B_Y} = \frac{A_Z}{B_Z}$$

نکته :

همواره نتیجه برآیند یا تفاضل بردار ها بین یک مقدار کمینه $|A-B|$ و یک مقدار بیشینه $A+B$ بصورت زیر خواهد بود .

برآیند بردار ؛ $A+B \geq R \geq |A-B|$

تفاضل بردار ؛ $A+B \geq D \geq |A-B|$

شرایط تعادل :

در یک سیستم موقعی تعادل برقرار خواهد شد که شرایط زیر برقرار شود ؛

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} \sum F_X = 0 \\ \sum F_Y = 0 \\ \sum F_Z = 0 \end{bmatrix}$$

$$\sum \vec{\tau} = 0$$

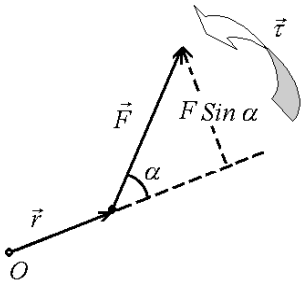
گشتاور نیرو : (مطالعه آزاد)

عامل به گشت آورنده نیرو که نتیجه حاصل ضرب نیرو در فاصله عمودی آن نسبت به تکیه گاه چرخش می باشد ، را گشتاور نیرو گویند .

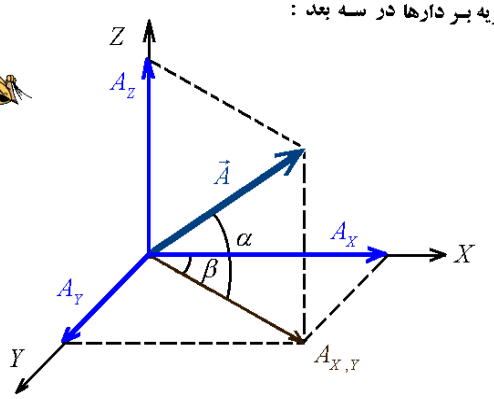
$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_X & r_Y & r_Z \\ F_X & F_Y & F_Z \end{vmatrix}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r \times F \times Sin\,\alpha$$



تجزیه بـر دارها در سـه بعد :



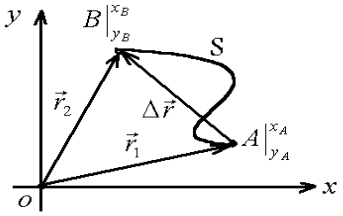
$$A_X = A \times Cos\,\alpha \times Cos\,\beta$$

$$A_Y = A \times Cos\,\alpha \times Sin\,\beta$$

$$A_Z = A \times Sin\,\alpha$$

زاویه / تابع	0	30	37	45	53	60	90	180	270	360
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
Tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{4}{3}$	$\sqrt{3}$	∞	0	$-\infty$	0
Cot	∞	$\sqrt{3}$	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\infty$	0	∞

بـردار تغییر مکان یا جابجایی :



مسافت : S

$$\vec{r}_1 = x_A\hat{i} + y_A\hat{j}$$

$$\vec{r}_2 = x_B\hat{i} + y_B\hat{j}$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

بردار تغییر مکان :

$$\Delta\vec{r} = (x_B - x_A)\,\hat{i} + (y_B - y_A)\,\hat{j}$$

اندازه تغییر مکان :

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

سرعت متوسط :

مقدار سرعت متوسط

$$\overline{V} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

بردار سرعت متوسط

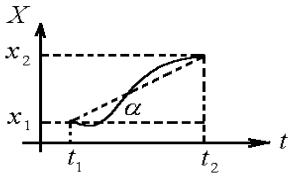
$$\vec{\overline{V}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{\overline{V}} = \overline{V}_x\hat{i} + \overline{V}_y\hat{j} + \overline{V}_z\hat{k}$$

$$\overline{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad , \quad \overline{V}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad , \quad \overline{V}_z = \frac{\Delta z}{\Delta t}$$

نکاتی بر سرعت متوسط :

الف) در نمودار مکان زمان



$$\overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\overline{V} = Tan(\alpha)$$

ب) در حرکت های متوالی

$$\overline{V} = \frac{x_T}{t_T} \quad , \quad \overline{V} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots}{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots}$$

$$x_1 = V_1 \times t_1$$
$$x_2 = V_2 \times t_2$$
$$x_3 = V_3 \times t_3$$
$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

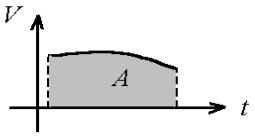
در ازای زمان های یکسان

$$\overline{V} = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n}{n}$$

در ازای مکان های یکسان

$$\frac{n}{\overline{V}} = \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} + \frac{1}{V_3} + \cdots + \frac{1}{V_n}$$

پ) در نمودار سرعت زمان



$$\Delta x = A \quad , \quad \overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

سرعت لحـظه ای :

مقدار سرعت لحـظه ای

$$V = \frac{dr}{dt}$$

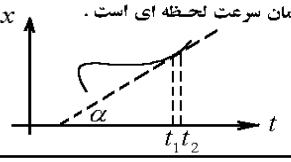
بردار سرعت لحـظه ای

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{V} = V_x\hat{i} + V_y\hat{j} + V_z\hat{k}$$

$$V_x = \frac{dx}{dt} \quad , \quad V_y = \frac{dy}{dt} \quad , \quad V_z = \frac{dz}{dt}$$

نکتـه : شیب خط مماس بر نمودار مکان زمان سرعت لحـظه ای است .



$$V = Tan(\alpha)$$

شتاب متوسط :

مقدار شتاب متوسط

$$\overline{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

بردار شتاب متوسط

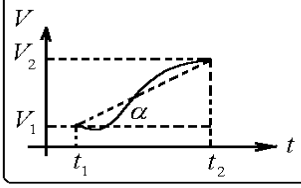
$$\vec{\overline{a}} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

$$\vec{\overline{a}} = \overline{a}_x\hat{i} + \overline{a}_y\hat{j} + \overline{a}_z\hat{k}$$

$$\overline{a}_x = \frac{\Delta V_x}{\Delta t} \quad , \quad \overline{a}_y = \frac{\Delta V_y}{\Delta t} \quad , \quad \overline{a}_z = \frac{\Delta V_z}{\Delta t}$$

نکاتی بر شتاب متوسط :

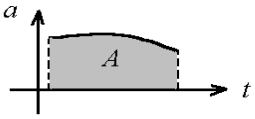
الف) در نمودار سرعت زمان



$$\overline{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

$$\overline{a} = Tan(\alpha)$$

ب) در نمودار شتاب زمان



$$\Delta V = A \quad , \quad \overline{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

شتاب لحـظه ای :

مقدار شتاب لحـظه ای

$$a = \frac{dV}{dt}$$

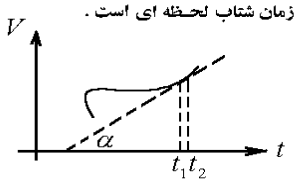
بردار شتاب لحـظه ای

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$$

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} \quad , \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} \quad , \quad a_z = \frac{dV_z}{dt}$$

نکتـه : شیب خط مماس بر نمودار سرعت زمان شتاب لحـظه ای است .



$$a = Tan(\alpha)$$

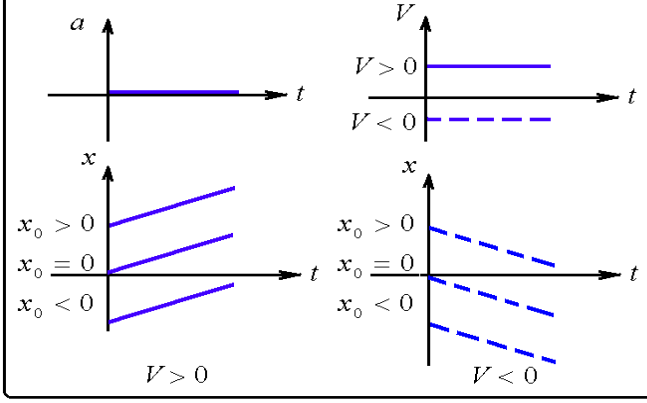
معادلات و شرایط حرکت مستقیم الخط یکنواخت :

الف) شتاب حرکت آن صفر است ؛ $a = 0$

ب) سرعت لحـظه ای و متوسط در آن برابرند ؛ $V = \overline{V}$

پ) معادله حرکت آن ؛ $x - x_0 = V \times t$

ت) برای n ثانیه آخر ؛ $\Delta x_n = n \times V$



معادلات و شرایط حرکت مستقیم الخط شتابدار :

معادله شتاب ؛ $a = \frac{V - V_0}{t}$

معادله سرعت ؛ $V = a \times t + V_0$

معادله مکان ؛ $x - x_0 = \frac{V + V_0}{2} \times t$

معادله حرکت ؛ $x - x_0 = \frac{1}{2} \times a \times t^2 + V_0 \times t$

معادله مستقل از زمان ؛ $2 \times a \times (x - x_0) = V^2 - V_0^2$

معادله سرعت متوسط ؛ $\overline{V} = \frac{V + V_0}{2}$

معادله سرعت متوسط ؛ $\overline{V} = \frac{1}{2} \times a \times t + V_0$

تغییر مکان n ثانیه آخر حرکت ؛ $\Delta x_n = \frac{n}{2} \times a \times (2 \times t - n) + V_0 \times n$

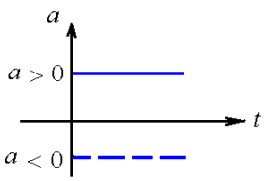
تغییر سرعت n ثانیه آخر حرکت ؛ $\Delta V_n = n \times a$

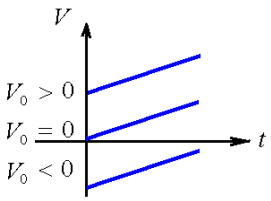
شرایط تصاعدی در حرکت شتابدار ؛ $x_n = a \times t^2 + x_{n-1}$

قدر نسبت در ازای t ثانیه های متوالی ؛ $a t^2$

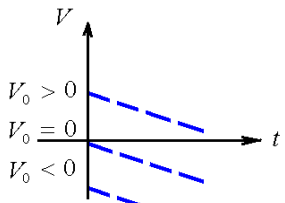
مسافت طی شده به هنگام ترمز تا توقف کامل ؛ $x_S = \left| \frac{V_0^2}{2 \times a} \right|$

زمان طی شده به هنگام ترمز تا توقف کامل ؛ $t_S = \left| \frac{V_0}{a} \right|$

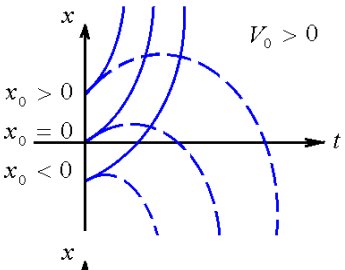


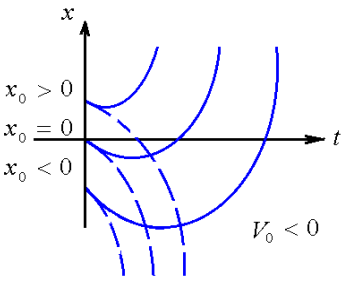


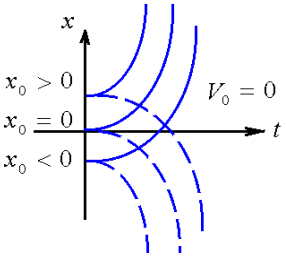
$a > 0$



$a < 0$







معادلات و شرایط حرکت سقوط آزاد :

معادله سرعت ؛ $V = -g \times t + V_0$

معادله مکان ؛ $y - y_0 = \frac{V + V_0}{2} \times t$

معادله حرکت ؛ $y - y_0 = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + V_0 \times t$

معادله مستقل از زمان ؛ $-2 \times g \times (y - y_0) = V^2 - V_0^2$

معادله سرعت متوسط ؛ $\overline{V} = \frac{V + V_0}{2}$

معادله سرعت متوسط ؛ $\overline{V} = -\frac{1}{2} \times g \times t + V_0$

تغییر مکان n ثانیه آخر حرکت ؛ $\Delta y_n = -\frac{n}{2} \times g \times (2 \times t - n) + V_0 \times n$

تغییر سرعت n ثانیه آخر حرکت ؛ $\Delta V_n = -n \times g$

شرایط تصاعدی در سقوط آزاد ؛ $y_n = g \times t^2 + y_{n-1}$

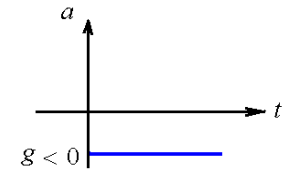
قدر نسبت در ازای t ثانیه های متوالی ؛ $g t^2$

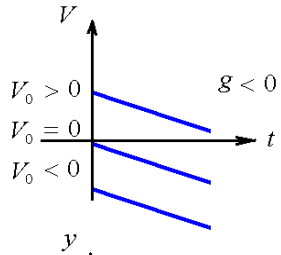
زمان رسیدن به نقطه اوج ؛ $t = \frac{V_0}{g}$

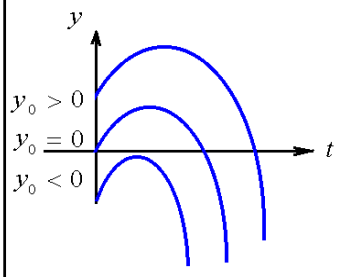
زمان رفت و برگشت به مبدا پرتاب ؛ $T = \frac{2 \times V_0}{g}$

ارتفاع اوج نسبت به مبدا پرتاب ؛ $H = \frac{V_0^2}{2 \times g}$

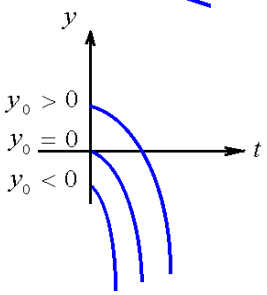
ارتفاع اوج نسبت به زمین ؛ $H = \frac{V_0^2}{2 \times g} + y_0$



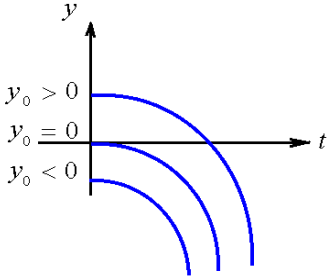




$V_0 > 0$



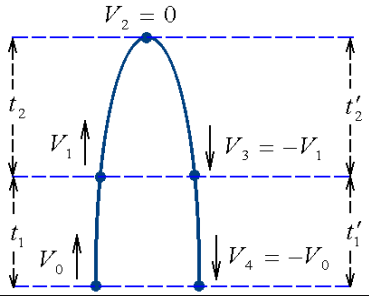
$V_0 < 0$



$V_0 = 0$

نکات خاص برای سقوط آزاد اجسام :

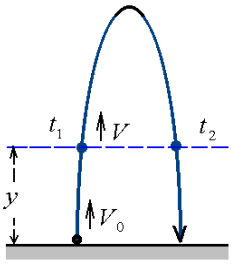
الف) برای جسمی که بسمت بالا پرتاب می شود موارد زیر بر قرار است ؛



$$t_1 = t'_1$$
$$t_2 = t'_2$$

ب) برای جسمی که بسمت بالا پرتاب می شود :

۱ - زمان گذر از یک ارتفاع ؛



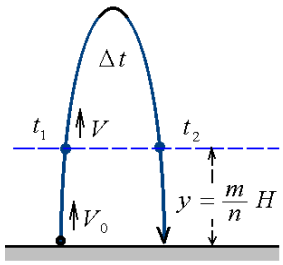
$$t_2 - t_1 = \frac{2 \times \sqrt{V_0^2 - 2 \times g \times y}}{g}$$
$$t_2 + t_1 = \frac{2 \times V_0}{g}$$
$$t_2 \times t_1 = \frac{2 \times y}{g}$$

۲ - سرعت گذر از یک ارتفاع ؛

$$V = \frac{1}{2} \times g \times (t_2 - t_1)$$

پ) برای جسمی که بسمت بالا پرتاب شده :

۱ - سرعت عبور از $\frac{m}{n}H$ ؛



$$V = \pm V_0 \times \sqrt{1 - \frac{m}{n}}$$

۲ - زمان رسیدن به $\frac{m}{n}H$ ؛

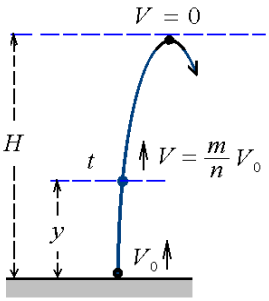
$$t_{1,2} = \frac{V_0}{g} \times \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{m}{n}}\right)$$

۳ - زمان رفت و برگشت از $\frac{m}{n}H$ ؛

$$\Delta t = \frac{2 \times V_0}{g} \times \sqrt{1 - \frac{m}{n}}$$

ت) برای جسمی که بسمت بالا پرتاب شده :

۱ - زمان رسیدن سرعت آن به $\frac{m}{n}V_0$ ؛

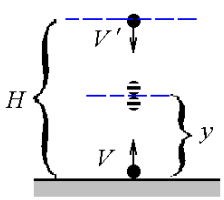


$$t = \frac{V_0}{g} \times \left(1 - \frac{m}{n}\right)$$

۲ - ارتفاع رسیدن به سرعت $\frac{m}{n}V_0$ ؛

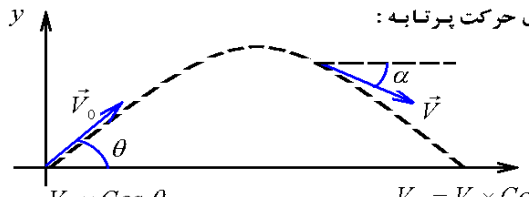
$$y = \frac{V_0^2}{2 \times g} \times \left(1 - \frac{m^2}{n^2}\right)$$

ث) برای دو جسم که از ارتفاع H و سطح زمین بسمت هم پرتاب می شوند زمان برخورد آن‌ها به یکدیگربصورت زیر محاسبه خواهد شد .



$$t = \frac{H}{V + V'}$$

بررسی حرکت پرتابه :



$$V_{0x} = V_0 \times Cos\ \theta \qquad V_x = V \times Cos\ \alpha$$
$$V_{0y} = V_0 \times Sin\ \theta \qquad V_y = V \times Sin\ \alpha$$
$$\vec{V}_0 = V_{0x}\hat{i} + V_{0y}\hat{j} \qquad \vec{V} = V_x\hat{i} + V_y\hat{j}$$
$$V_0 = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2} \qquad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$
$$Tan\ \theta = \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \qquad Tan\ \alpha = \frac{V_y}{V_x}$$

معادلات افقی حرکت

الف) شتاب حرکت افقی صفر است .
$$a_x = 0$$

ب) تغییر سرعت در راستای افقی حرکت صفر است . $(\Delta V_x = 0)$
$$V_{0x} = V_0 \times Cos\ \theta$$
$$V_x = V_{0x}$$

پ) معادله جابجایی افقی ؛
$$x - x_0 = V_0 \times Cos\ \theta \times t$$

معادلات عمودی حرکت

شتاب عمودی حرکت آن ثابت است ؛
$$\overline{a}_y = a_y = -g$$

معادله سرعت ؛
$$V_y = -g \times t + V_0 \times Sin\ \theta$$

معادله مکان ؛
$$y - y_0 = \frac{V_y + V_0 \times Sin\ \theta}{2} \times t$$

معادله حرکت ؛
$$y - y_0 = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + V_0 \times Sin\ \theta \times t$$

معادله مستقل از زمان ؛
$$-2 \times g \times (y - y_0) = V_y^2 - (V_0 \times Sin\ \theta)^2$$

معادله سرعت متوسط ؛
$$\overline{V_y} = \frac{V_y + V_0 \times Sin\ \theta}{2}$$

معادله حرکت مسیر سهمی شکل در حرکت پرتابی ؛
$$y = x \times Tan\ \theta - \frac{g \times x^2}{2 \times V_0^2 \times Cos^2\theta}$$

زمان رسیدن به نقطه اوج ؛
$$t = \frac{V_0 \times Sin\ \theta}{g}$$

فاصله افقی رسیدن به نقطه اوج ؛
$$x = \frac{V_0^2 \times Sin\ 2\theta}{2 \times g}$$

ارتفاع نقطه اوج ؛
$$H = \frac{V_0^2 \times Sin^2\theta}{2 \times g}$$

زمان رفت و برگشت به خط افقی پرتاب ؛
$$T = \frac{2 \times V_0 \times Sin\ \theta}{g}$$

برد حرکت پرتابه ؛
$$R = \frac{V_0^2 \times Sin\ 2\theta}{g}$$

رابطه بین برد و زمان حرکت پرتابه ؛
$$R = \frac{1}{2} \times g \times T^2 \times CoTan\ \theta$$

رابطه بین برد و ارتفاع اوج پرتابه ؛
$$H = \frac{1}{4} \times R \times Tan\ \theta$$

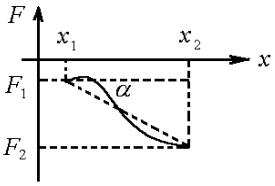
وقتی پرتابه با دو ارتفاع اوج دارای یک برد باشد ؛
$$R = 4 \times \sqrt{H_1 \times H_2}$$

نیروی کشسانی یا الاستیک :

$$F = -K \times \Delta x$$

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

نکته :



$$Tan\ \alpha = \frac{\Delta F}{\Delta x}$$

$$K = Tan\ \alpha$$

$$F = -Tan\ \alpha \times \Delta x$$

ضریب سختی فنر معادل در حالت متوالی ؛

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \cdots$$

ضریب سختی فنر معادل در حالت موازی ؛

$$K = K_1 + K_2 + \cdots$$

نیروی اصطکاک آستانه حرکت ؛

$$f_S = \mu_S \times N$$

نیروی اصطکاک لغزشی ؛

$$f_K = \mu_K \times N$$

نیروی اصطکاک ایستایی ؛

$$f = \sum F_E$$

محاسبه نیروی عمودی سطح :

الف) برای جسم آزاد در سطح افقی ؛

$$N = m \times g$$

ب) برای جسم غیرآزاد در سطح افقی ؛

$$N = m \times g \pm F \times Sin\ \theta$$

پ) برای جسم آزاد بر سطح شیبدار ؛

$$N = m \times g \times Cos\ \alpha$$

نیروی واکنش سطح :

$$R = N \times \sqrt{1 + \mu^2} \quad , \quad R = \sqrt{f^2 + N^2}$$

تکانه یا اندازه حرکت :

$$\vec{P} = m \times \vec{V}$$

تکانه ثانویه ؛ $P = m \times V$

تکانه اولیه ؛ $P_0 = m \times V_0$

تغییر تکانه ؛ $\Delta P = m \times \Delta V$

بررسی رابطه نیرو و تکانه :

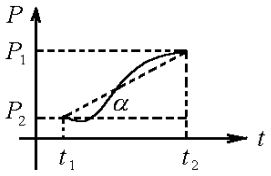
نیروی متوسط ؛

معادله مقداری $\bar{F} = m \times \frac{\Delta V}{\Delta t}$ ، معادله برداری $\vec{\bar{F}} = m \times \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$

نیروی لحظه ای ؛

معادله مقداری $F = m \times \frac{dV}{dt}$ ، معادله برداری $\vec{F} = m \times \frac{d\vec{V}}{dt}$

نکته : در نمودار تکانه حرکت نسبت به زمان شیب نمودار برابر برآیند نیروهای وارد بر سیستم می باشد .



$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$F = Tan\ \alpha$$

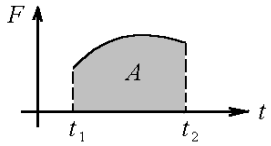
ضربه :

$$\vec{I} = \vec{F} \times \Delta t$$

معادله مقداری $I = \Delta P$ ، معادله برداری $\vec{I} = \Delta \vec{P}$

نکته :

نکته :



$$I = \Delta P = A$$

قانون دوم نیوتون ؛

$$\vec{F} = m \times \vec{a}$$

$$\sum F = \sum m \times a$$

شتاب سیستم × مجموعه جرم دستگاه = مجموع نیروهای مقاوم — مجموع نیروهای محرک

قانون جاذبه عمومی نیوتون (قانون جهانی گرانش) ؛

$$F = G \times \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

ثابت جهانی گرانش ؛ $G = 6.673 \times 10^{-11} \quad Nm^2/Kg^2$

بررسی نیروی جاذبه گرانشی زمین ؛

در ارتفاع h از سطح زمین ، در سطح زمین

$$W' = G \times \frac{M_e \times m}{(R_e + h)^2} \quad , \quad W = G \times \frac{M_e \times m}{R_e^2} \quad , \quad \frac{W}{W'} = \left(1 + \frac{h}{R_e}\right)^2$$

بررسی رابطه شدت میدان جاذبه گرانشی زمین ؛

در ارتفاع h از سطح زمین ، در سطح زمین

$$g' = G \times \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \quad , \quad g = G \times \frac{M_e}{R_e^2} \quad , \quad \frac{g}{g'} = \left(1 + \frac{h}{R_e}\right)^2$$

کاربرد قوانین نیوتون

A - محاسبه زاویه لغزش یکنواخت ؛

$$\mu_K = Tan\ \alpha$$

B - سطح شیبدار بدون اصطکاک ؛

۱ - محاسبه شتاب ؛

$$a = \pm\ g\ Sin\ \alpha$$

حرکت بسمت بالا ؛ −

حرکت بسمت پائین ؛ +

۲ - محاسبه حداکثر فاصله طی شده در پرتاب بسمت بالا ؛

$$x = \frac{V_0^2}{2\ g\ Sin\ \alpha}$$

۳ - محاسبه مدت زمان رسیدن به بالاترین نقطه مسیر ؛

$$t = \frac{V_0}{g\ Sin\ \alpha}$$

C - سطح شیبدار با اصطکاک ؛

۱ - محاسبه شتاب ؛

حرکت بسمت بالا ؛ $a = -g\left(Sin\ \alpha + \mu_K\ Cos\ \alpha\right)$

حرکت بسمت پائین ؛ $a = g\left(Sin\ \alpha - \mu_K\ Cos\ \alpha\right)$

۲ - محاسبه حداکثر فاصله طی شده در پرتاب بسمت بالا ؛

$$x = \frac{V_0^2 + V^2}{4\ g\ Sin\ \alpha}$$

۳ - محاسبه ضریب اصطکاک ؛

$$\mu_K = \frac{V_0^2 - V^2}{4\ g\ x\ Cos\ \alpha}$$

۴ - محاسبه سرعت بازگشت ؛

$$V = V_0 \sqrt{\frac{Sin\ \alpha - \mu_K Cos\ \alpha}{Sin\ \alpha + \mu_K Cos\ \alpha}}$$

D - ماشین آتوود ؛

۱ - محاسبه شتاب حرکت دستگاه ؛

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\ g$$

۲ - محاسبه نیروی کشش ریسمان ؛

$$T = \frac{2\ m_1\ m_2}{m_1 + m_2}\ g$$

E - بررسی حرکت آسانسور ؛

حرکت روبه بالا ؛ + ، $N = m \times (g \pm a)$

حرکت رو به پائین ؛ − ، $T = M \times (g \pm a)$

F - قانون پایستگی تکانه (اندازه حرکت) ؛

$$m_1 V_1' + m_2 V_2' + \cdots = m_1 V_1 + m_2 V_2 + \cdots$$

حرکت دایره ای یکنواخت

زمان تناوب (دوره یا پریود حرکت) : $T = \frac{t}{N}$ ، $T = \frac{1}{f}$

بسامد (تواتر یا فرکانس حرکت) : $f = \frac{N}{t}$ ، $f = \frac{1}{T}$

سرعت زاویه ای یا فرکانس زاویه ای : $\omega = 2 \times \pi \times f$ ، $\omega = \frac{2 \times \pi}{T}$ ، $\overline{\omega} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$

سرعت یا بسامد زاویه ای لحظه ای : $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

محاسبه زاویه چرخش : $\theta = \omega \times t + \theta_0$

محاسبه طول کمان : $ds = r \times d\theta$ ، $S = r \times \Delta\theta$

محاسبه سرعت خطی : $V = r \times \omega$

محاسبه شتاب جانب مرکز : $a = r \times \omega^2$ ، $a = \frac{V^2}{r}$

محاسبه نیروی جانب مرکز : $F = m \times r \times \omega^2$ ، $F = m \times \frac{V^2}{r}$

محاسبات کاربردی حرکت دایره ای

الف) بررسی حد اکثر سرعت مجاز :

۱- در جاده ای با سطح افقی ؛ $V = \sqrt{r \times g \times \mu_K}$

۲ - در جاده ای با شیب عرضی ؛ $V = \sqrt{r \times g \times Tan\ \theta}$

۳ - اندازه شیب عرضی ؛ $Tan\ \theta = \frac{V^2}{r \times g}$

ب) محاسبه ضریب اصطکاک در دیوار مرگ ؛ $\mu = \frac{r \times g}{V^2}$

پ) پاندول مخروطی و محاسبات آن :

۱- محاسبه زاویه انحراف از وضع قائم ؛ $Tan\ \theta = \frac{r \times \omega^2}{g}$

۲ - محاسبه زاویه انحراف از وضع قائم ؛ $Cos\ \theta = \frac{g}{\ell \times \omega^2}$

۳ - محاسبه نیروی کشش نخ ؛ $T = m \times \ell \times \omega^2$

ت) بررسی دوران قائم :

۱ - نیروی کشش در بالاترین نقطه ؛ $T_{Min} = m \times r \times \omega^2 - m \times g$

۲ - نیروی کشش در پائین ترین نقطه ؛ $T_{Max} = m \times r \times \omega^2 + m \times g$

۳ - نیروی کشش در A) نیمه بالایی ؛ − B) نیمه پائینی ؛ +

$$T = m \times r \times \omega^2 \mp m \times g \times Cos\ \theta$$

۴ - حد اقل سرعت در بالاترین نقطه ؛ $V = \sqrt{r \times g}$

۵ - حد اقل سرعت در پائین ترین نقطه ؛ $V = \sqrt{5 \times r \times g}$

۶ - حد اقل سرعت در A) نیمه بالایی ؛ − B) نیمه پائینی ؛ +

$$V = \sqrt{r \times g \times (3 \mp 2 \times Cos\ \theta)}$$

ث) بر رسی حرکت ماهواره :

$V = R_e \times \sqrt{\frac{g}{r}}$ ، $V = \sqrt{\frac{G \times M_e}{r}}$

$T = \frac{2\pi}{R_e} \times \sqrt{\frac{r^3}{g}}$ ، $T = 2\pi \times \sqrt{\frac{r^3}{G \times M_e}}$

حرکت نوسانی ساده

محاسبه دامنه نوسان : $A = y_{Max}$ ، $A = \frac{d}{2}$

زمان تناوب : $T = \frac{1}{f}$ ، $T = \frac{t}{N}$

بسامد : $f = \frac{1}{T}$ ، $f = \frac{N}{t}$

محاسبه فاز نوسان : $\theta = \omega \times t + \theta_0$

سرعت یا بسامد زاویه ای : $\omega = \frac{2 \times \pi}{T}$ ، $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$

$\omega = 2 \times \pi \times f$ ، $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

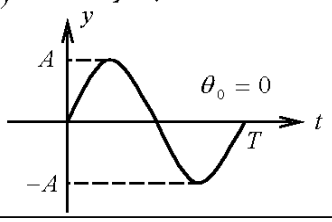
فرمول کلیه حرکات ارتعاشی : $\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{k}{m} \times y$

بررسی معادلات و نمودار بُعد نوسان :

معادله بُعد نوسان ؛ $y = A \times Sin\ (\omega \times t + \theta_0)$

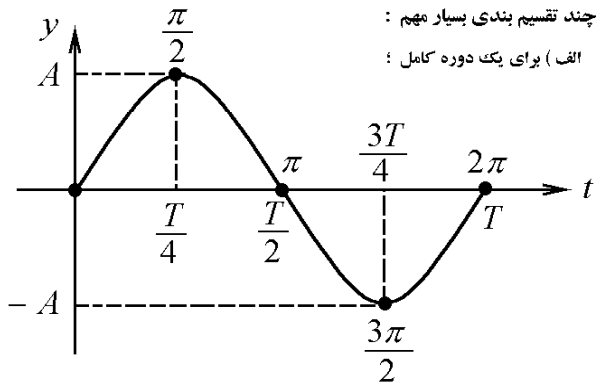
بُعد اولیه نوسان $y_0 = A \times Sin\ \theta_0$

بُعد ماکزیمم $y_{Max} = A$

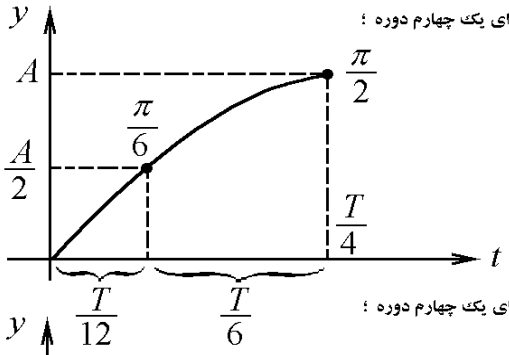


چند تقسیم بندی بسیار مهم :

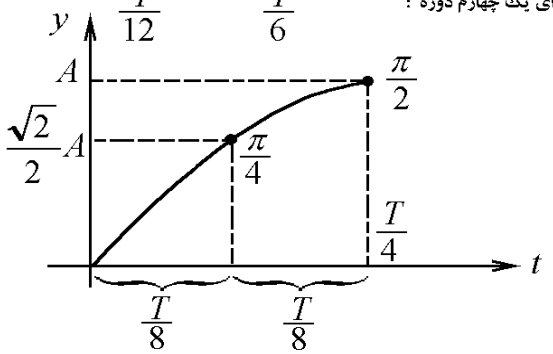
الف) برای یک دوره کامل ؛



ب) برای یک چهارم دوره ؛



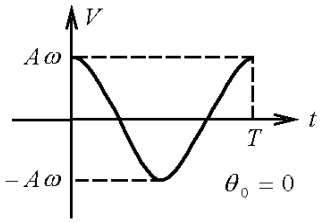
پ) برای یک چهارم دوره ؛



بررسی معادلات و نمودار سرعت نوسان :

معادله سرعت نوسان ؛

$$V = A \times \omega \times Cos\left(\omega \times t + \theta_0\right)$$



سرعت اولیه نوسان

$$V_0 = A \times \omega \times Cos\,\theta_0$$

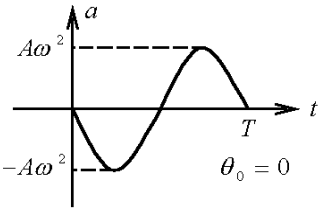
سرعت ماکزیمم

$$V_{Max} = A \times \omega$$

بررسی معادلات و نمودار شتاب نوسان :

معادله شتاب نوسان ؛

$$a = -A \times \omega^2 \times Sin\left(\omega \times t + \theta_0\right)$$



شتاب اولیه نوسان

$$a_0 = -A \times \omega^2 \times Sin\,\theta_0$$

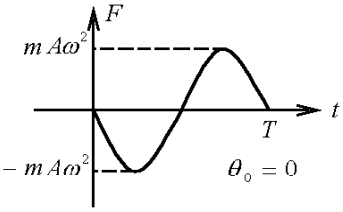
شتاب ماکزیمم

$$a_{Max} = A \times \omega^2$$

بررسی معادلات و نمودار نیروی نوسان :

معادله نیروی نوسان ؛

$$F = -m \times A \times \omega^2 \times Sin\left(\omega \times t + \theta_0\right)$$



نیروی اولیه نوسان

$$F_0 = -m \times A \times \omega^2 \times Sin\,\theta_0$$

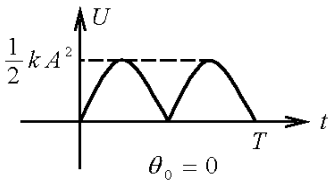
نیروی ماکزیمم

$$F_{Max} = m \times A \times \omega^2$$

بررسی معادلات و نمودار انرژی پتانسیل نوسان :

معادله انرژی پتانسیل نوسان ؛

$$U = \frac{1}{2} \times k \times A^2 \times Sin^2\left(\omega \times t + \theta_0\right)$$



انرژی پتانسیل ماکزیمم

$$U_{Max} = \frac{1}{2} \times k \times A^2$$

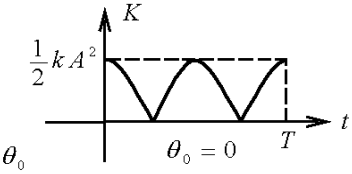
انرژی پتانسیل اولیه نوسان

$$U_0 = \frac{1}{2} \times k \times A^2 \times Sin^2\theta_0$$

بررسی معادلات و نمودار انرژی جنبشی نوسان :

معادله انرژی جنبشی نوسان ؛

$$K = \frac{1}{2} \times k \times A^2 \times Cos^2\left(\omega \times t + \theta_0\right)$$



انرژی جنبشی ماکزیمم

$$K_{Max} = \frac{1}{2} \times k \times A^2$$

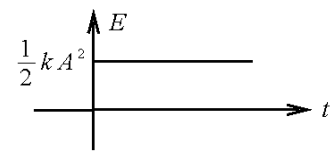
انرژی جنبشی اولیه نوسان

$$K_0 = \frac{1}{2} \times k \times A^2 \times Cos^2\theta_0$$

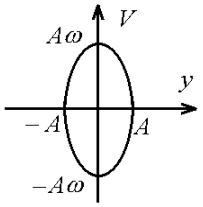
بررسی معادله و نمودار انرژی مکانیکی نوسان :

انرژی مکانیکی مستقل از زمان است

$$E = \frac{1}{2} \times k \times A^2$$

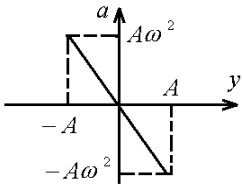


رابطه بین سرعت و بُعد نوسان :



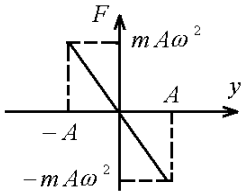
$$V = \pm\,\omega \times \sqrt{A^2 - y^2}$$

رابطه بین شتاب و بُعد نوسان :



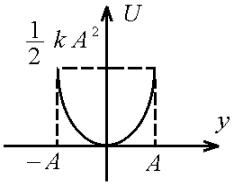
$$a = -\omega^2 \times y$$

رابطه بین نیرو و بُعد نوسان :



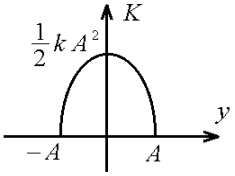
$$F = -m \times \omega^2 \times y$$

رابطه بین انرژی پتانسیل و بُعد نوسان :



$$U = \frac{1}{2} \times k \times y^2$$

رابطه بین انرژی جنبشی و بُعد نوسان :



$$K = \frac{1}{2} \times k \times \left(A^2 - y^2\right)$$

زمان تناوب کلیه حرکات ارتعاشی :

$$T = 2 \times \pi \times \sqrt{-\frac{y}{a}}$$

زمان تناوب فنر نوسان کننده :

$$T = 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{m}{k}}$$

نکته : برای زمان تناوب دو فنر مرتعش می توان رابطه مفیدی بصورت روبرو نوشت .

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m'}{m} \times \frac{k}{k'}}$$

زمان تناوب آونگ ساده :

$$T = 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

نکته : برای زمان تناوب دو آونگ نوسان کننده ، می توان رابطه مفیدی بصورت روبرو نوشت .

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell} \times \frac{g}{g'}}$$

نکته : اگر آونگ ساده ای تحت تاثیر نیرویی غیر از وزن خود قرار گیرد ؛ (مثل نیروی مغناطیسی) زمان تناوب آن به شکل روبرو قابل محاسبه خواهد بود .

$$T = 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{m \times \ell}{m \times g \pm F_B}}$$

موج

محاسبه طول موج ؛ $\lambda = \frac{V}{f}$ ، $\lambda = V \times T$

محاسبه سرعت انتشار موج در ریسمان ؛

$V = \sqrt{\frac{F}{\rho \times A}}$ ، $\mu = \frac{m}{\ell}$ ، $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

نسبت های مفید ؛

$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{F'}{F} \times \frac{\rho}{\rho'} \times \frac{A}{A'}}$ ، $\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{F'}{F} \times \frac{\ell'}{\ell} \times \frac{m}{m'}}$

عدد موج ؛ $k = \frac{\omega}{V}$ ، $k = \frac{2 \times \pi}{\lambda}$

تابع یا معادله موج ؛

$u = A \times Sin(\omega \times t \pm k \times x)$

$u = A \times Sin(\frac{2\pi}{T} \times t \pm \frac{2\pi}{\lambda} \times x)$

$+$ ؛ حرکت در خلاف جهت محور x $-$ ؛ حرکت در هم راستای محور x

موج عرضی ؛ $\begin{cases} U_y = ASin(\omega t - kx) \\ U_x = ASin(\omega t - ky) \end{cases}$

موج طولی ؛ $\begin{cases} U_x = ASin(\omega t - kx) \\ U_y = ASin(\omega t - ky) \end{cases}$

فاز موج ؛ $\phi = \omega \times t \pm k \times x$

نکته : فاز موج بعد از گذشت زمان t و طی فاصله x همواره ثابت باقی می ماند .

وضعیت	نقاط هم فاز	نقاط فاز متقابل
اختلاف فاصله	$\Delta x = n \times \lambda$	$\Delta x = (2 \times n - 1) \times \frac{\lambda}{2}$
تاخیر زمانی	$\Delta t = n \times T$	$\Delta t = (2 \times n - 1) \times \frac{T}{2}$
تاخیر فاز	$\Delta \phi = 2 \times n \times \pi$	$\Delta \phi = (2 \times n - 1) \times \pi$

محاسبه تغییر فاز ؛

الف) برای یک نقطه بعد از گذشت زمان n ثانیه ؛ $\Delta \phi = n \times \omega$

ب) برای دو نقطه به فاصله n متر از هم ؛ $\Delta \phi = n \times k$

نکته : برای محاسبه تغییر فاز بین دو نقطه از محیط انتشار موج به فاصله x از هم که بین آن دو ، چند نقطه با شرایط هم فاز یا فاز متقابل وجود داشته باشد ، می توان بصورت زیر عمل نمود .

الف) در ازای n نقطه هم فاز ؛ $\Delta \phi + 2 \times n \times \pi = k \times x$

ب) در ازای n نقطه با فاز متقابل ؛ $\Delta \phi + (2 \times n - 1) \times \pi = k \times x$

نکته : برای محاسبه تغییر فاز در یک نقطه از محیط انتشار موج بعد از گذشت زمان t در شرایطی که چند لحظه با شرایط هم فاز یا فاز متقابل در این نقطه وجود داشته باشد می توان بصورت زیر عمل نمود .

الف) در ازای n لحظه هم فاز ؛ $\Delta \phi + 2 \times n \times \pi = \omega \times t$

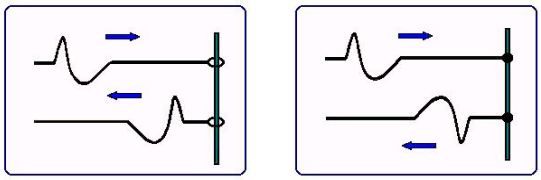
ب) در ازای n لحظه با فاز متقابل ؛ $\Delta \phi + (2 \times n - 1) \times \pi = \omega \times t$

انرژی موج ؛ $E = \frac{1}{2} \times k \times A^2$

توان انتقال انرژی ؛ $\overline{P} = 2 \times \pi^2 \times A^2 \times f^2 \times \mu \times V$

چگالی سطحی انرژی موج ؛ $\sigma_E = \frac{E}{S}$ ، $\sigma_E = \frac{E}{4 \times \pi \times r^2}$

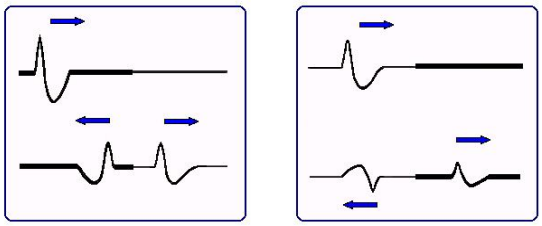
باز تاب یا انعکاس موج



بازتاب از مانع سخت در فاز متقابل — باز تاب از مانع نرم هم فاز

باز تاب و شکست هم زمان موج

۱ - فرود بر محیط سخت ۲ - فرود بر محیط نرم



الف) باز تاب در فاز متقابل ب) شکست هم فاز — الف) باز تاب هم فاز ب) شکست هم فاز

نسبت مفید در شکست امواج ؛ $\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{V'}{V} = \frac{n}{n'}$

$f' = f$ ، $T' = T$ ، $E' = E$

محاسبه تداخل امواج ؛

$u = u_1 + u_2 + \cdots$

$u_1 = A \times Sin(\omega \times t + k \times x + \theta_1)$

$u_2 = A \times Sin(\omega \times t - k \times x + \theta_2)$

$Sin\alpha + Sin\beta = 2 \times Sin\frac{\alpha + \beta}{2} \times Cos\frac{\alpha - \beta}{2}$

معادله کلی موج ایستاده ؛

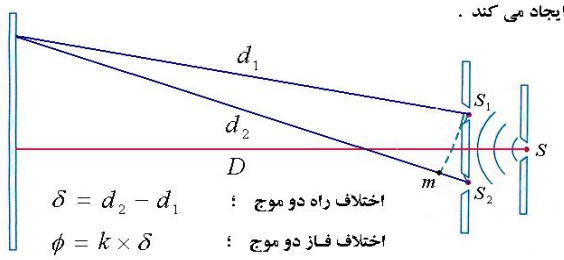
$u = \left[2ACos\left(kx + \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right)\right] \times Sin\left(\omega t + \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)$

اختلاف فاز موج فرودی و باز تابی در دستگاهی با ابتدای بسته ؛ $\Delta\theta = \pi$

اختلاف فاز موج فرودی و باز تابی در دستگاهی با ابتدای باز ؛ $\Delta\theta = 0$

تحلیل تداخل امواج در دو بعد :

اگر دو منبع موج هم دامنه و هم بسامد در یک محیط مثل سطح آب در دو نقطه تولید موج کنند ، مشاهده خواهد شد که جبهه های مختلف امواج حاصله گاه بطور هم فاز و گاه در فاز متقابل به یکدیگر خواهند رسید که در این صورت تداخل سازنده ومخرب ایجاد می کند .



اختلاف راه دو موج ؛ $\delta = d_2 - d_1$

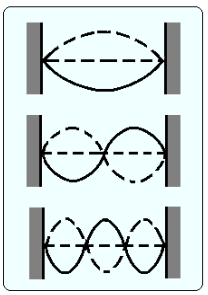
اختلاف فاز دو موج ؛ $\phi = k \times \delta$

محاسبه طول موج تداخلی و جزئیات آن

وضعیت	تداخل سازنده	تداخل مخرب
اختلاف راه دو موج	$\delta = n \times \lambda$	$\delta = (2 \times n - 1) \times \frac{\lambda}{2}$
تاخیر زمانی دو موج	$\Delta t = n \times T$	$\Delta t = (2 \times n - 1) \times \frac{T}{2}$
تاخیر فـاز دوموج	$\phi = 2 \times n \times \pi$	$\phi = (2 \times n - 1) \times \pi$
محاسبه طول موج	$\lambda = \frac{a \times x}{n \times D}$	$\lambda = \frac{2 \times a \times x}{(2 \times n - 1) \times D}$

بررسی وضعیت ارتعاشی در ریسمان یا تـار

الف) تارمرتعش یا تار دو سر بسته ؛



هماهنگ اول ؛ $\ell = \frac{\lambda}{2}$

هماهنگ دوم ؛ $\ell = 2 \times \frac{\lambda}{2}$

هماهنگ سوم ؛ $\ell = 3 \times \frac{\lambda}{2}$

صورت کلی ؛ $\ell = n \times \frac{\lambda}{2}$

تعداد شکم ؛ n ، تعداد گـره ؛ $n+1$

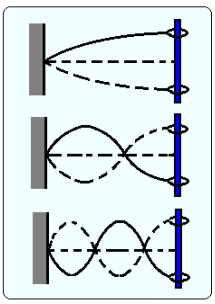
محاسبه طول موج ؛ $\lambda = \frac{2 \times \ell}{n}$

محاسبه بسامد موج ؛ $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، $f_n = n \times \frac{V}{2 \times \ell}$

بسامد هماهنگ اصلی یا هماهنگ اول ؛ $f_1 = \frac{V}{2 \times \ell}$

محاسبه بسامد موج ؛ $f_n = n \times f_1$

ب) تار یک سر بـاز ؛



هماهنگ اول ؛ $\ell = \frac{\lambda}{4}$

هماهنگ سوم ؛ $\ell = 3 \times \frac{\lambda}{4}$

هماهنگ پنجم ؛ $\ell = 5 \times \frac{\lambda}{4}$

صورت کلی ؛ $\ell = (2n-1) \frac{\lambda}{4}$

تعداد گـره یا تعداد شکم ؛ n

محاسبه طول موج ؛ $\lambda = \frac{4 \times \ell}{2 \times n - 1}$

محاسبه بسامد موج ؛ $f_{2n-1} = (2 \times n - 1) \times \frac{V}{4 \times \ell}$

بسامد هماهنگ اصلی یا هماهنگ اول ؛ $f_1 = \frac{V}{4 \times \ell}$

محاسبه بسامد موج ؛ $f_{2n-1} = (2 \times n - 1) \times f_1$

صوت

محاسبه سرعت انتشار موج در محیط سیّال ؛

$V = \sqrt{\gamma \times \frac{R \times T}{M}}$ ، $V = \sqrt{\gamma \times \frac{P}{\rho}}$

تعداد اتم های گاز	تک اتمی	دو اتمی	چند اتمی
ضریب اتمسیته (γ)	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{9}{7}$

محاسبه سرعت انتشار صوت برحسب دمای سلسیوس ؛

تغییر سرعت	اندازه سرعت
$\Delta V = V_0 \times \frac{\Delta \theta}{546}$	$V = V_0 \times \left(1 + \frac{\theta}{546}\right)$

نکتـه : با توجه به اینکه در فشار یک اتمسفر و دمای صفر درجه سلسیوس سرعت صوت برابر ۳۳۱ متر بر ثانیه است ؛

$\Delta V = 0.61 \times \Delta \theta$ ، $V = 331 + 0.61 \times \theta$

شدت صوت ؛ $I = \frac{P}{S}$ ، $I = \frac{E}{S \times t}$

با توجه انتشار کروی صوت در محیط ؛ $I = \frac{P}{4 \times \pi \times r^2}$

نسبت مفید ؛ $\frac{I'}{I} = \left(\frac{f'}{f} \times \frac{A'}{A} \times \frac{r}{r'}\right)^2$

تراز شدت صوت ، شدت نسبی احساس صوت ؛

برحسب دسی بـل	برحسب بـل
$B = 10 \times \log \frac{I}{I_0}$	$B = \log \frac{I}{I_0}$
$\Delta B = 10 \times \log \frac{I_2}{I_1}$	$\Delta B = \log \frac{I_2}{I_1}$
$\Delta B = 10 \times \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$	$\Delta B = \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$
نسبت مفید ؛ $\Delta B = \log \left(\frac{f_2}{f_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{r_1}{r_2}\right)^2$	

مروری بر چند یک از قوانین لگاریتم ؛

الف) لگاریتم حاصل ضرب ؛ $\log_a (x \times y) = \log_a x + \log_a y$

ب) لگاریتم حاصل تقسیم ؛ $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

پ) لگاریتم اعداد توان دار ؛ $\log_a y^x = x \times \log_a y$

ت) اعدادی با توان لگاریتمی ؛ $y^{\log_y x} = x$

ث) اعدادی با توان لگاریتمی ؛ $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$

ج) حاصل ضرب لگاریتم ها ی معکوس ؛ $\log_x y \times \log_y x = 1$

چ) لگاریتم با مبنا های توان دار ؛ $\log_{x^a} y^b = \frac{b}{a} \times \log_x y$

ح) لگاریتم اعداد اعداد معکوس ؛ $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$

خ) لگاریتم با مبنا های معکوس ؛ $\log_{\frac{1}{a}} x = -\log_a x$

الف) تارمرتعش ؛

$\lambda = \frac{2 \times \ell}{n}$ ، $\ell = n \times \frac{\lambda}{2}$

شماره هماهنگ یا هارمونیک ، شماره صوت ، تعداد شکم ؛ n

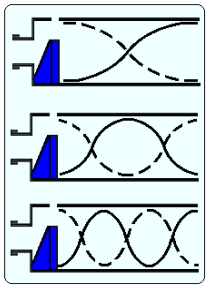
تعداد گره ؛ $n+1$

محاسبه بسامد صوت ؛ $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، $f_n = n \times \frac{V}{2 \times \ell}$

بسامد هماهنگ اصلی یا هماهنگ اول ؛ $f_1 = \frac{V}{2 \times \ell}$

محاسبه بسامد صوت ؛ $f_n = n \times f_1$

ب) لوله صوتی باز ؛



هماهنگ اول ؛ $\ell = \frac{\lambda}{2}$

هماهنگ دوم ؛ $\ell = 2 \times \frac{\lambda}{2}$

هماهنگ سوم ؛ $\ell = 3 \times \frac{\lambda}{2}$

صورت کلی ؛ $\ell = n \times \frac{\lambda}{2}$

شماره هماهنگ یا هارمونیک ، شماره صوت ، تعداد گره ؛ n

تعداد شکم ؛ $n+1$

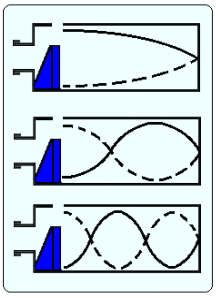
محاسبه طول موج صوتی ؛ $\lambda = \frac{2 \times \ell}{n}$

محاسبه بسامد صوت ؛ $f_n = n \times \frac{V}{2 \times \ell}$

بسامد هماهنگ اصلی یا هماهنگ اول ؛ $f_1 = \frac{V}{2 \times \ell}$

محاسبه بسامد صوت ؛ $f_n = n \times f_1$

پ) لوله صوتی بسته ؛



هماهنگ اول ؛ $\ell = \frac{\lambda}{4}$

هماهنگ سوم ؛ $\ell = 3 \times \frac{\lambda}{4}$

هماهنگ پنجم ؛ $\ell = 5 \times \frac{\lambda}{4}$

صورت کلی ؛ $\ell = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$

شماره صوت ، تعداد گره یا تعداد شکم ؛ n

شماره هماهنگ یا هارمونیک ؛ $2n-1$

محاسبه طول موج صوتی ؛ $\lambda = \frac{4 \times \ell}{2 \times n - 1}$

محاسبه بسامد صوت ؛ $f_{2n-1} = (2 \times n - 1) \times \frac{V}{4 \times \ell}$

بسامد هماهنگ اصلی یا هماهنگ اول ؛ $f_1 = \frac{V}{4 \times \ell}$

محاسبه بسامد صوت ؛ $f_{2n-1} = (2 \times n - 1) \times f_1$

اثر دوپلر ؛

رابطه تغییر بسامد ؛ $\frac{f_L}{V - V_L} = \frac{f_S}{V - V_S}$

رابطه تغییر طول موج ؛ $\lambda_L \times (V - V_L) = \lambda_S \times (V - V_S)$

در روابط فوق سوی شنونده را جهت یا سوی مثبت در نظر می گیریم .

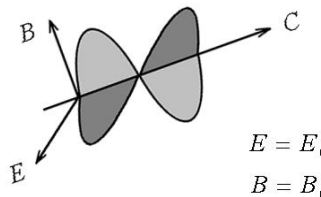
امواج الکترو مغناطیسی

گزیده ای از قوانین حاکم بر امواج الکترومغناطیس :

الف) رابطه بین بردارهای الکتریکی و مغناطیسی بصورت روبروست ؛ $\vec{E} = \vec{C} \times \vec{B}$

ب) سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلاء و سایر محیط های شفاف بصورت زیر محاسبه می شود .

$V = \frac{C}{n}$ ، $V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \times \mu}}$ ، $C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \times \mu_0}}$



پ) امواج الکتریکی و مغناطیسی

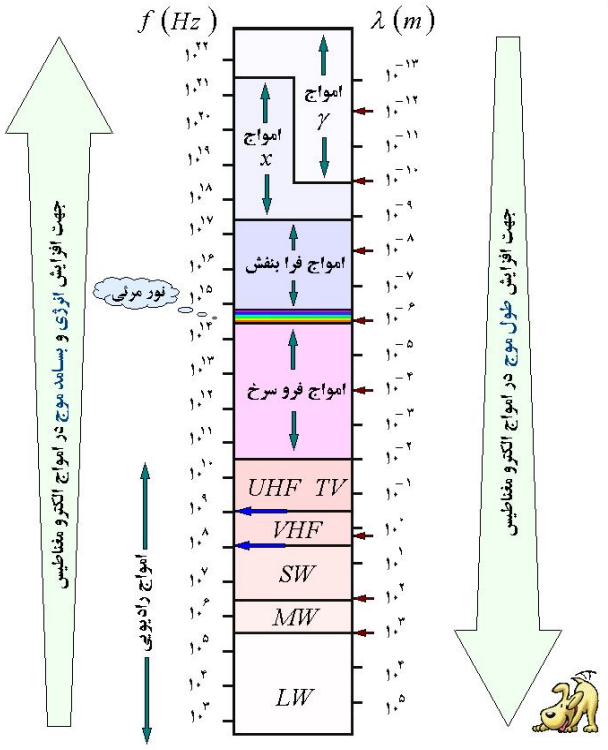
ت) وابسته به یکدیگر ند و عدم

ث) وجـود هریک موجب عدم دیگری است .

$E = E_0 \times Sin(\omega \times t - k \times x)$

$B = B_0 \times Sin(\omega \times t - k \times x)$

طیف یا بیناب کامل امواج الکترو مغناطیسی



معادلات و شرایط حاکم بر آزمایش توماس یانگ Thomas Young :

$W = \frac{\lambda \times D}{2 \times a}$ ، $I = \frac{\lambda \times D}{a}$

محاسبه پهنای نوار تداخلی — محاسبه فاصله دو نوار متوالی

پارامتر	نوار روشن	نوار تاریک
اختلاف راه	$\delta = n \times \lambda$	$\delta = (2 \times n - 1) \times \frac{\lambda}{2}$
تاخیر زمانی	$\Delta t = n \times T$	$\Delta t = (2 \times n - 1) \times \frac{T}{2}$
تاخیر فـاز	$\phi = 2 \times n \times \pi$	$\phi = (2 \times n - 1) \times \pi$
طول موج	$\lambda = \frac{a \times x}{n \times D}$	$\lambda = \frac{2 \times a \times x}{(2 \times n - 1) \times D}$
فاصله نوار تداخلی از نوار مرکزی	$x = n \times I$	$x = (2n - 1) \times W$

فاصله دو نوار تداخلی غیر متوالی :

$\Delta x = x - x'$ ، $\Delta x = x + x'$

در یک طرف نوار مرکزی — در دو طرف نوار مرکزی

فیزیک اتمی

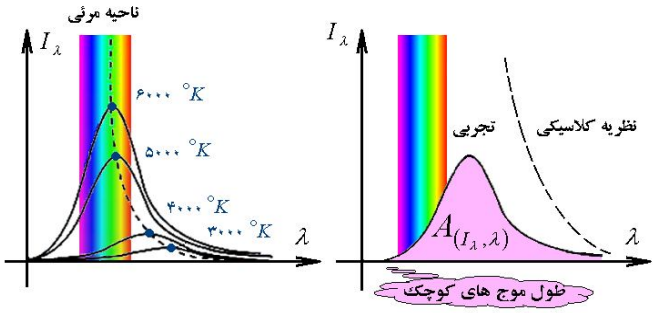
شدت تابشی (توان تشعشع) :

مقدار کل انرژی الکترو مغناطیسی که از واحد سطح جسم در واحد زمان گسیل میگردد .

$$P_A = \sigma \times T^4 \quad , \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \ \frac{W}{m^2 {}^\circ K^4}$$

تابندگی :

مقدار انرژی الکترومغناطیسی با طول موج های بین λ و $\lambda + \Delta\lambda$ که در واحد زمان از واحد سطح جسم گسیل می شود .



$$I_\lambda = \frac{E}{t \times A \times \lambda} \quad , \quad I_\lambda = \frac{P_A}{\lambda} \quad , \quad P_A = A_{(I_\lambda,\lambda)}$$

قانون جابجایی ویلهلم وین :

طول موج وابسته به ماکزیمم تابندگی از سطح یک جسم با دمای مطلق آن نسبت عکس دارد .

$$\lambda_{Max} \times T = C \quad , \quad C = 2.897 \times 10^{-3} \ m^\circ K$$

ضریب جذب :

نسبت انرژی تابشی جذب شده برانرژی تابشی فرودی به ازای طول موج خاص مورد نظر .

$$a_\lambda = \frac{E'_\lambda}{E_\lambda}$$

نکته : انرژی بازتابی از سطح جسم را می توان تابع رابطه زیر دانست .

$$\Delta E_\lambda = E_\lambda - E'_\lambda \quad , \quad \Delta E_\lambda = E_\lambda \times (1 - a_\lambda)$$

جسم سیاه : جسمی که تمام طول موج های نور فرودی را جذب می کند .

$$a_\lambda = 1$$

نظریه کوانتومی نور (نظریه ماکس پلانک) :

نور از بسته های انرژی با نام فوتون تشکیل شده که انرژی آن وابسته به بسامد فوتون نور می باشد .

$$E = n \times h \times f$$

$$E = n \times h \times \frac{C}{\lambda} \quad , \quad C = 3 \times 10^8 \ m/S$$

ثابت پلانک ؛ $h = 6.626 \times 10^{-34} \ JS$

ثابت پلانک ؛ $h = 4.14 \times 10^{-15} \ eVS$

ثابت پلانک ؛ $h = 1240 \ eVnm$

نکته : طبق اصل پلانک انرژی هرفوتون در محیطی غیر از خلاء تابع رابطه زیر است .

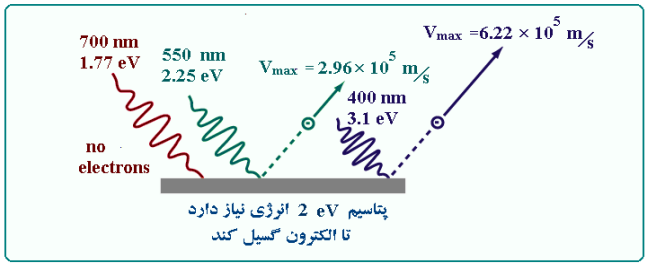
$$E = n \times h \times \frac{V}{\lambda} \quad , \quad V = \frac{C}{n}$$

شکست نور : رفتار فوتون ها نیز مثل امواج نورانی الکترو مغناطیسی می باشد .

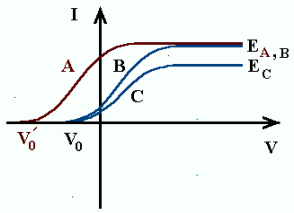
$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{V}{C} = \frac{n}{n'}$$

$$f' = f \quad , \quad T' = T \quad , \quad E' = E$$

پدیده فوتو الکتریک :



نمودار جریان عبوری از لامپ فوتوالکتریک برحسب پتانسیل



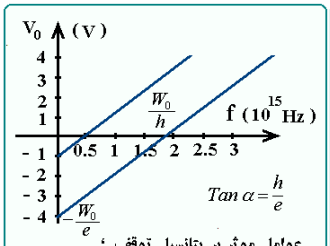
عوامل موثر بر شدت جریان ؛

الف) شدت نور فرودی .

ب) ولتاژ دو سر لامپ .

نکته ؛ ماکزیمم شدت جریان لامپ به بسامد نورفرودی بستگی ندارد .

نمودار پتانسیل توقف بر حسب بسامد نور فرودی برای دو فلز



عوامل موثر بر پتانسیل توقف ؛

الف) بسامد نور فرودی .

ب) جنس الکترود کاتد .

نکته ؛ ولتاژ توقف به انرژی نورفرودی بستگی ندارد .

تابع کار فلز : حداقل کار لازم برای خروج یک فوتو الکترون از سطح فلز .

$$W_0 = h \times f_0 \quad , \quad W_0 = h \times \frac{C}{\lambda_0}$$

بسامد قطع :

حداقل بسامد فوتون فرودی بر فلز که موجب جدا شدن الکترون از سطح فلز میگردد .

$$f_0 = \frac{W_0}{h} \quad , \quad f_0 = \frac{C}{\lambda_0}$$

طول موج قطع :

حداکثر طول موج فوتون فرودی بر فلز که موجب جدا شدن الکترون از سطح فلز می‌گردد .

$$\lambda_0 = h \times \frac{C}{W_0} \quad , \quad \lambda_0 = \frac{C}{f_0}$$

نکته : درازای حداقل کار، انرژی جنبشی فوتوالکترون به بیشینه مقدار خود می رسد .

$$K_{Max} = h \times f - W_0 \quad , \quad K_{Max} = e \times V_0$$

مدل اتمی نیلس بور :

نوع اتم	شعاع مدار مانا	سرعت چرخش	انرژی مدار
برای اتم هیدروژن	$r_n = n^2 \times r_1$	$V_n = \frac{V_1}{n}$	$E_n = -\frac{E_R}{n^2}$
برای سایر عناصر	$r_n = \frac{n^2}{Z} \times r_1$	$V_n = \frac{Z}{n} \times V_1$	$E_n = -E_R \times \frac{Z^2}{n^2}$

شعاع مدار اول در اتم هیدروژن ؛ $r_1 = 0.535 \ Å$

سرعت در مدار اول در اتم هیدروژن ؛ $V_1 = 2.185 \times 10^6 \ m/S$

انرژی مدار اول در اتم هیدروژن ؛ $E_R = 13.6 \ eV$

محاسبه طول موج طیف یا بیناب اتمی :

برای اتم هیدروژن ؛ $\frac{1}{\lambda} = R_H \times \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_F^2} \right)$

برای سایر عناصر ؛ $\frac{1}{\lambda} = R_H \times Z^2 \times \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_F^2} \right)$

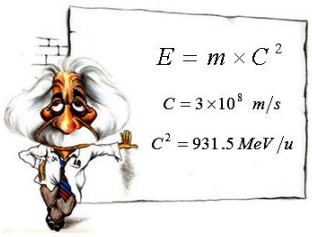
ثابت رید برگ ؛ $R_H = 0.01097 \ nm^{-1}$

فیزیک هسته ای

تئوری نسبیت انیشتین :

جرم و انرژی هردو بیانی مختلف از یک واقعیت فیزیکی هستند .

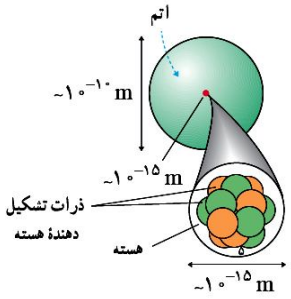
جرم از انرژی جدا نیست و این دو قابل به یکدیگرند ، بگونه ای که نسبت تبدیل آنها بصورت روبروست .



ساختار اتم و هسته آن :

اتم فضایی در حدود $10^{-10}\ m$ را اشغال می‌کند که هسته آن توده ای مرکزی و چگال می باشد که فضای اشغالی توسط آن حدود $10^{-15}\ m$ (یک فرمی) است و در داخل هسته اتم نیز تراز های انرژی وجود دارد .

چگالی هسته در حدود $10^{14}\ g/Cm^3$ می باشد .



مقایسه ابعاد هسته اتم و اتم

عدد اتمی : عددی برابرتعداد پروتون های درون هسته اتم . (Z)

عدد نوترونی : عددی برابرتعداد نوترون های درون هسته اتم . (N)

عدد جرمی : عددی برابر مجموع تعداد پروتون ها و نوترون های درون هسته اتم .

$$A = Z + N$$

یکای جرم اتمی (u) :

$\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ که طبق تعریف u ۱۲/۰۰۰۰۰۰ نشان داده می شود .

$$1u = 1.66\times10^{-27}Kg$$

نوکلئون : کلیه ذرات موجود در هسته اتم مثل پروتون و یا نوترون .

نیروهای هسته ای قوی :

نیروی جاذبه‌ای‌که بین پروتون های بسیار نزدیک به هم وجود دارد و از رانش الکتریکی آنها و متلاشی شدن هسته اتم جلوگیری می‌کند .

نیروهای هسته ای ضعیف :

نیروی جاذبه ای که بین نوکلئون ها در هسته اتم وجود دارد .

نکته : نیرو های هسته ای برد بسیار کوتاهی در حدود ابعاد هسته اتم یعنی $10^{-15}\ m$ (یک فرمی یا یک فمتومتر) دارند . در نتیجه هر نوکلئون فقط نوکلئون مجاور خود را جذب می کند .

انرژی بستگی :

مقدار انرژی‌لازم برای اینکه نوکلئون ها درون هسته اتم در کنار یکدیگر قرارگیرند .

این پدیده معمولاً از تبدیل مقداری از جرم هسته اتم به انرژی توجیح می شود .

$$B_E = \Delta m \times C^2$$

نکته :

جرم هسته اتم از مجموع جرم کلیه نوکلئون‌های درون هسته کمتر است و می توان گفت این کاهش جرم ، انرژی بستگی هسته اتم را تامین نموده است .

$$\Delta m = Z \times m_P + N \times m_N - m_x$$

جرم هسته :

$$m_x = M_x - Z \times m_e$$

نوع ذره	جرم (Kg)	جرم (u)	بارالکتریکی (C)	شعاع (fm)
الکترون	9.1×10^{-31}	0.000549	-1.6×10^{-19}	کوچکتر از 10^{-3}
پوزیترون	9.1×10^{-31}	0.000549	$+1.6\times10^{-19}$	کوچکتر از 10^{-3}
پروتون	1.67×10^{-27}	1.007276	$+1.6\times10^{-19}$	1.2
نوترون	1.68×10^{-27}	1.008665	خنثی	1.2

گستره عناصر طبیعی :

عناصری که عدد اتمی آنها و یا تعداد نوترون آنها در حدود گستره زیر قرارگیرند .

$$0 \le N \le 146 \quad ، \quad 1 \le Z \le 92$$

عناصر فرا اورانیومی :

عناصری با $Z > 92$ که بطور مصنوعی در آزمایشگاهها تولید میشوند .

عناصر پایدار :

عناصری که $N \ge Z$ باشد زیرا نوترون اثری بر دافعه کولنی ندارد اما جاذبه هسته ای را افزایش می دهد . نسبت نوترون به پروتون در این عناصر عبارتست از ؛

هسته سبک ؛ $\frac{N}{Z} = 1$

هسته متوسط ؛ $\frac{N}{Z} = 1.2$

هسته سنگین ؛ $\frac{N}{Z} = 1.5$

ایزوتوپ :

عناصری‌که در تعداد پروتون ویا عدد اتمی برابرند ، ولی تعداد نوترون یکسانی ندارند .

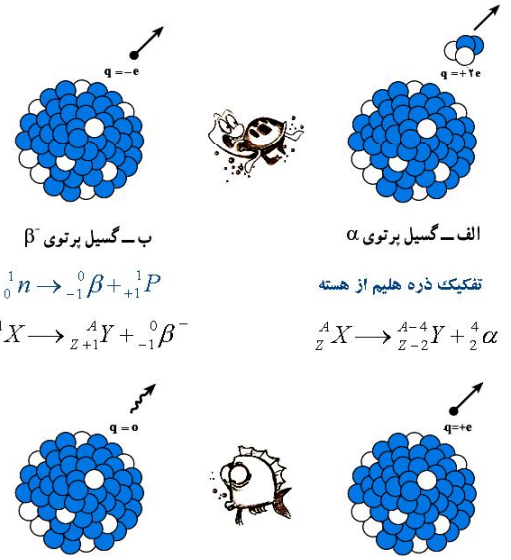
ایزوتوپ ناپایدار :

با زیاد شدن پروتون ها درون هسته و افزایش قطر هسته نقش نیرو های دافعه کولنی بارز شده و هسته را ناپایدار می‌کند ، تجربه نشان داده درتمام عناصری‌که $Z > 83$ باشد ، نا پایداری مشاهده می گردد .

عناصر رادیو اکتیو :

عناصری با هسته سنگین و ناپایدار که در اثر تشعشات مختلف جرم هسته آن ها در حال کاهش است .

گستره ای از پرتو زایی طبیعی



الف ــ گسیل پرتوی α

تفکیک ذره هلیم از هسته

$$^A_Z X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\alpha$$

ب ــ گسیل پرتوی β^-

$$^1_0 n \rightarrow {}^0_{-1}\beta + {}^1_{+1}P$$

$$^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z+1}Y + {}^0_{-1}\beta^-$$

پ ــ گسیل پرتوی β^+

$$^1_{+1}P \rightarrow {}^0_{+1}\beta + {}^1_0 n$$

$$^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z-1}Z + {}^0_{+1}\beta^+$$

ت ــ گسیل پرتوی γ

تغییر تراز انرژی هسته

$$^A_Z X^* \rightarrow {}^A_Z X + {}^0_0\gamma$$

نیمه عمر عنصر رادیو اکتیو (T) :

زمانی که نیمی از جرم عنصر در اثر تشعشات مختلف آن متلاشی گردد .

جرم باقی مانده عنصر رادیو اکتیو :

مقداری از ماده رادیو اکتیو که پس از گذشت زمان t ، از مقدار جرم اولیه آن هنوز بصورت فعال موجود است .

$$n = \frac{t}{T} \quad ، \quad m = \frac{m_0}{2^n}$$

نکته : جرم متلاشی شده از عنصر رادیو اکتیو را می توان بصورت زیر محاسبه نمود .

$$\Delta m = m_0 - m$$