

دیروز سر ظهر- در حالی که داشتم می رفتم سر کار - آهنگی از یکی از خوانندگان که معرفی اش را در کانال تلگرامی گذاشته بودم (آهنگ یارم باش از محمد علیزاده) را زمزمه می کردم که یک قسمتی از آهنگ می گوید،

... آدم حیفش میاد تا تو اینجایی بخواد، به لحظه هم چشمشو رو هم بذاره ... خواستم مطمئن بشوم که "چشمشو" یا "چشماشو". به لحظه چشمم افتاد به تلگرام که یک نفر در پیامی نوشته است این سوال را چی بنویسم، عکسی فرستاده بود از تمرینی از کتاب ریاضی دوازدهم تجربی و نوشته بود شما در فیلم یک جور گفتید در فابل پی دی اف (فایل ضمیمه حل المسائل) یک طور نوشته و معلم مان یک جور. دیدم این سوال ارزش پاسخ را دارد. (چون برخی درس نخوانده شب امتحانی می آیند می گویند، برای ما این فصل از کتاب را توضیح بده!

سوال مربوط به صفحه ۴۱ ریاضی دوازدهم تجربی تمرین ۵ بود

کدامیک از جملات زیر درست و کدام نادرست است؟

(الف) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است.

(ب) می توان بازه ای یافت که تانژانت در آن نزولی باشد.

(پ) می توان بازه ای یافت که تانژانت در آن غیر صعودی باشد.

(ت) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

باز هم تاکید می کنم تک تک جملات و بلکه تک تک حرف های کتاب های درسی مهم و با دقت انتخاب شده اند. من الف را گفته بودم که درست است، در صورتی که نادرست است. می دانیم تابع تانژانت یک تابع متناوب است و در بازه هایی به تناوب  $\pi$  تکرار می شود. اگر در نظر بگیریم تعریف صعودی بودن اینست که به ازای هر  $x_1, x_2 \in D_f$  که  $x_1 < x_2$  داشته باشیم:

$$f(x_1) \leq f(x_2)$$

$$\text{حال آنکه برای دو نقطه مثلا } x_1 = \frac{\pi}{4} \text{ و } x_2 = \frac{3\pi}{4} \text{ شرط اول هست اما می دانیم که } f\left(\frac{3\pi}{4}\right) < f\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

مورد (ب) مشخص است که نادرست است. چرا که در هر بازه ای که در نظر بگیریم "نزولی" نخواهد بود. اما در مورد (پ) هم یک نکته مهم وجود دارد و آن بیانی دیگری از (الف) است. اینکه گفته است می توان بازه ای یافت که تانژانت در آن غیر صعودی باشد؛ این را به ذهن متبادر می کند که چون (ب) که گفتیم درست است و در هیچ بازه ای تانژانت نزولی نیست، و می دانیم ثابت هم نیست، پس باید صعودی باشد و بنابراین قسمت (پ) را نادرست در نظر بگیریم. اما نه! قسمت (پ) درست است. مگر بازه  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$  را نمی توان در نظر گرفت. دقت کنید این خیلی مهم است که گفته است "بازه ای" می توان

یافت، یعنی هر بازه ای ولو اینکه جزو دامنه نباشد. (پس نگویید که نه نمی شود باید  $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$  در نظر گرفت که این هم یک بازه نیست و

اجتماع دو بازه است ...) اما اگر قسمت (ت) را نگاه کنیم باز به یک نکته پی می بریم اینکه تابع در هر بازه ای که تعریف شده باشد، صعودی است.

همه اینها را وقتی کنار هم بگذاریم باز یک مورد مبهم و سوال برانگیز برای دانش آموزی که خیلی "وسواس" دارد ایجاد می شود و آن اینکه چرا (الف) که گفته تابع تانژانت صعودی است را اینطور در نظر نگرفتیم که خوب! تابع تانژانت در دامنه اش تعریف شده و مورد (ت) هم می گوید در هر بازه که در آن تعریف شده باشد صعودی است. چرا ما (ت) را درست و (الف) را نادرست حساب کردیم؟

چون دامنه تابع تانژانت یک بازه نیست، بلکه مجموعه ای از بازه ها است (به دلیل تعریف نشدن در نقاط  $x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ ) و این مجموعه ای از بازه ها

مانع از این می شود که در مجموع قضاوت کنیم. اما مورد (ت) می گوید یک بازه.