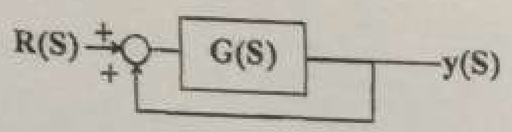
آزمون خودسنجی

OK ۱ـ چنانچه نمایش حلقه بسته یک سیستم چند ورودی ـ چند خروجی به صورت زیر باشد، در این صورت اگر یک MFD اول برای ماتریس تابع تبدیل حلقه باز سیستم به صورت $G(S)=N(S)D^{-1}(S)$ باشد، از این‌رو کدام گزینه نمایش دهنده یک MFD نسبت به هم اول برای ماتریس تابع تبدیل حلقه بسته سیستم است؟



۱) $N(S)(D(S)-N(S))^{-1}$

۲) $N^{-1}(S)(D(S)-N(S))$

۳) $N(S)(D^{-1}(S))$

۴) $N(S)(D(S)-N(S))^{-1}D^{-1}(S)$

OK ۲ـ ماتریس تابع تبدیل سیستمی به صورت زیر ارائه شده است:

$$G(S)=\frac{1}{(S+1)}\begin{bmatrix}(S+1) & (S+3) & (S+5)\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

۱) $M(S)=\frac{1}{(S+1)^2}\begin{bmatrix}(S+1) & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$

۲) $M(S)=\frac{1}{(S+1)^2}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & (S+1) & 0\end{bmatrix}$

۳) $M(S)=\frac{1}{(S+1)^2}\begin{bmatrix}(S+1) & 0 & 0\\ 0 & (S+1) & 0\end{bmatrix}$

۴) $M(S)=\frac{1}{(S+1)^2}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & (S+1)^2 & 0\end{bmatrix}$

OK ۳ـ ماتریس تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:

$$G(S)=\begin{bmatrix}\frac{1}{S^2} & \frac{1}{S(S+1)}\\ \frac{1}{(S+1)} & \frac{1}{S^2}\end{bmatrix}$$

در این صورت نوع سیستم برابر کدام گزینه است؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

OK ۴ـ صفرهای لایتغیر (تغییر ناپذیر) و صفرهای دکوپله ورودی سیستم فوق برابر است با

$$P(S)=\left[\begin{array}{cc|c}S+1 & S^2 & S\\ 0 & S+1 & 1\\ \hline 0 & 1 & 0\end{array}\right]$$

۱) $S=1\ ,\ S=-1$

۲) $S=-1\ ,\ S=1$

۳) $S=\{\}\ ,\ S=1$

۴) $S=\{\}\ ,\ S=-1$

OK ۵ـ ماتریس تابع تبدیل سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$G(S)=\begin{bmatrix}\frac{1}{S(S+1)} & 0 & \frac{(S+1)}{(S+1)(S+2)}\\ \frac{-1}{S^2} & \frac{S-1}{S(S+1)} & 0\end{bmatrix}$$

(جواب صحیح در گزینه‌ها نیست)

در این صورت کدام گزینه نمایش دهنده مشخص قطب‌های انتقال سیستم فوق است؟

۱) $\Delta(S)=S^2(S+1)^2(S+2)^2$

۲) $\Delta(S)=S^4(S+1)^2(S+2)^2$

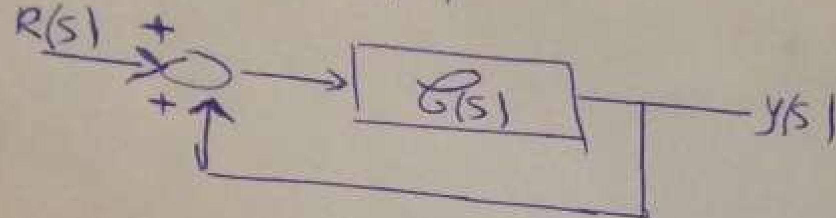
۳) $\Delta(S)=S^2(S+1)\,(S+2)^2$

۴) $\Delta(S)=(S+1)^2(S+2)^2(S-1)^2\,2$

آزمون خودسنجی

۲

$G(s) = N(s)D^{-1}(s)$



$$\longrightarrow T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} \longrightarrow \begin{cases} n=1 \\ P_1 = G(s) \quad \Delta_1 = 1 \\ \hline L_1 = G(s) \end{cases}$$

$$T(s) = \frac{\sum p_i \Delta_i}{\Delta} = \frac{G(s)}{1-G(s)} \underset{\text{MIMO}}{\Longrightarrow} \frac{G(s)}{I-G(s)} \longrightarrow$$

$G(s)=N(s)D^{-1}(s)$ جایگذاری می‌کنیم:

و I را هم جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{N(s)D^{-1}(s)}{\left(D(s)D^{-1}(s) - N(s)D^{-1}(s)\right)} = \frac{N(s)D^{-1}(s)}{\left(D(s)-N(s)\right)D^{-1}(s)}$$

$$\boxed{T(s) = N(s)\left(D(s)-N(s)\right)^{-1}}$$

الف

آزمون خودسنجی (2)

$$G(s) = \frac{1}{s+1}\begin{pmatrix} (s+1) & (s+3) & (s+5) \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$D_0(s) = 1$$

$$D_1(s) = 1$$

$$D_2(s) = \begin{pmatrix} s+1 & s+3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} s+1 & s+5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} s+3 & s+5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{ب.م.م}}$$

$$(s+1) \quad , \quad 2(s+1) \quad , \quad 2(s+3) - s - 5$$

$$2s + 6 - s - 5$$

$$(s+1)$$

$$D_2(s) = (s+1)$$

$$S(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (s+1) & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow M(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به گزینه}} \frac{1}{(s+1)^2}\begin{pmatrix} (s+1) & 0 & 0 \\ 0 & (s+1)^2 & 0 \end{pmatrix}$$

گ ۳

آسون خودمونیم

(3)

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s^2} & \frac{1}{s(s+1)} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s^2} \end{pmatrix}$$

* s های خالص از مبدای تقسیم بیرون :

$$G(s) = \frac{1}{s^2} G'(s)$$

(1) smith → (2) $\Delta(s)$ محاسبه

$$\frac{1}{s^2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{s}{s+1} \\ \frac{s^2}{s+1} & 1 \end{pmatrix}$$

p

$G'(s)$

$$G'(s) = \frac{1}{(s+1)} \begin{pmatrix} (s+1) & s \\ s^2 & (s+1) \end{pmatrix}$$

$D_0(s) = 1$

$D_1(s) = 1$

$D_2(s) = (s+1)^2 - s^3 \longrightarrow s^2 + 2s + 1 - s^3 \longrightarrow -s^3 + s^2 + 2s + 1$

$$S(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -s^3 + s^2 + 2s + 1 \end{pmatrix} \longrightarrow M(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{-s^3+s^2+2s+1}{s+1} \end{pmatrix}$$

$\Delta(s) = (s+1)^2$

$$\lim_{s \to 0} \frac{\Delta(s)}{s^l} \neq 0 \longrightarrow \lim_{s \to 0} \frac{(s+1)^2}{s^l} \begin{cases} 0 & \text{if } l < 0 \\ 1 & \text{if } l = 0 \\ \infty & \text{if } l > 0 \end{cases} \longrightarrow l = 0$$

now $\longrightarrow l + p = \boxed{2}$ $\quad$ 3

آزمون خودسنجی ④

$$P(s) = \left(\begin{array}{cc|c} s+1 & s^2 & s \\ 0 & s+1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow$$

محاسبه صفرهای دکوپلینگ ورودی (صفرهای کنترل ناپذیر):

$$A(s) = \left(P(s) \;\vdots\; B(s) \right) \longrightarrow \left(S(s) \;\vdots\; 0 \right)$$

$$A(s) = \left(\begin{array}{cc|c} s+1 & s^2 & s \\ 0 & s+1 & 1 \end{array}\right)$$

$D_0(s) = 1$

$D_1(s) = 1$

$$D_2(s) = \begin{pmatrix} s+1 & s^2 \\ 0 & s+1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} s+1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} s^2 & s \\ s+1 & 1 \end{pmatrix} = 1$$

$(s+1)^2$ $\quad$ $(s+1)$ $\quad$ $-s(s+1)+s^2$ $\quad$ $-\cancel{s^2} - s + \cancel{s^2}$ $\quad$ s

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow i.d.z = z_{i.d} = \{\emptyset\}$$

* حذف گزینه‌های ① و ②

محاسبه صفرهای نامتغیر.

$$\begin{array}{c} 123 \\ P \\ 123 \end{array} = \begin{pmatrix} s+1 & s^2 & s \\ 0 & s+1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\det} \{0\} \cdot \{s+1\} = 0 \longrightarrow \boxed{s = -1}$$

۴

آزمون خودسنجی

۶ـ ماتریس سیتم زیر را در نظر بگیرید: ok

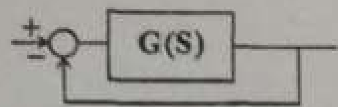
$$P(S)=\left[\begin{array}{cc|cc} S & -1 & 2 & 1 \\ -1 & S & 1 & 0 \\ \hline -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

در این صورت در خصوص کنترل پذیری و رویت پذیری سیستم فوق کدام گزینه صحیح است؟

۱) کنترل پذیر و رویت پذیر است. ✓
۲) کنترل ناپذیر و رویت پذیر است.
۳) کنترل ناپذیر و رویت ناپذیر است.
۴) کنترل پذیر و رویت ناپذیر است.

۷ـ ماتریس تابع تبدیل سیستمی به صورت زیر ارائه شده است: ok

$$G(S)=\frac{1}{S^2+1}\begin{bmatrix} S-1 & S+1 \\ -(S+1) & S-1 \end{bmatrix}$$



۱) مینیمم فلز و پایدار حاشیه‌ای
۲) غیر مینیمم فاز و پایدار
۳) غیر مینیمم فاز و ناپایدار
۴) مینیمم فاز و پایدار ✓

۸ـ سیستم زیر را در نظر بگیرید: ok

$$x^{\circ}=\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}x+\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}u$$
$$y=\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}x$$

در این صورت در خصوص پایداری سیستم فوق کدام گزینه صحیح است؟

۱) پایداری BIBO است. ۲) پایداری مجانبی است. ۳) پایداری لیاپانوف است. ۴) همه موارد فوق صحیح است. ✓

۹ـ چنانچه نامعینی در سیستم‌های چند متغیره را به وسیله بلوکی به صورت $\Delta(s)$ نمایش دهیم در این صورت کدام نمایش، مدلی از نامعینی ورودی ضربی معکوس برای ماتریس تابع تبدیل $G(S)$ است؟

۱) $G(S)\,(I+\Delta(S))$ ۲) $G(S)\,(I+\Delta(S))^{-1}$ ۳) $(I+\Delta(S))G(S)$ ۴) $(I+\Delta(S))^{-1}G(S)$

۱۰ـ در سیستم‌های کنترل چند متغیره چنان‌چه $\underline{\sigma}(G(j\omega))$ مقدار حداقل و $\overline{\sigma}(G(j\omega))$ مقدار حداکثر مقدار ویژه ماتریس تابع تبدیل $G(S)$ در حوزه فرکانس باشد، جهت دفع اثر اغتشاش و نویز در یک سیستم چند متغیره با فیدبک واحد منفی کدام شرط لازم است؟

۱) $\underline{\sigma}$ افزایش و $\underline{\sigma}$ افزایش ۲) $\overline{\sigma}$ کاهش و $\underline{\sigma}$ افزایش ۳) $\underline{\sigma}$ افزایش و $\overline{\sigma}$ کاهش ۴) $\overline{\sigma}$ کاهش و $\overline{\sigma}$ کاهش

۱۱ـ ماتریس سیستم زیر را در نظر بگیرید: ok

$$P(S)=\begin{bmatrix} \dfrac{2s}{(s-1)(s+2)} & \dfrac{12}{(s-1)^2} \\ \dfrac{36}{(2s+3)^2} & \dfrac{2s}{3s-2} \end{bmatrix}$$

در این صورت در خصوص کنترل پذیری و پایدار پذیری انتگرالی کدام گزینه صحیح است؟

۱) سیستم کنترل‌پذیر انتگرالی بوده ولی پایدارپذیر انتگرالی نمی‌باشد
۲) سیستم کنترل‌پذیر انتگرالی نبوده ولی پایدارپذیر انتگرالی است.
۳) سیستم کنترل‌پذیر و پایدارپذیر انتگرالی نمی‌باشد. ✓
۴) سیستم همواره کنترل‌پذیر انتگرالی و پایدارپذیر انتگرالی است.

(۵)

آزمون خودبستگی

(ص ۱)

$$P(s)=\left(\begin{array}{cc|cc} s & -1 & 2 & 1 \\ -1 & s & 1 & 0 \\ \hline -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow$$

$$A(s)=\left(P(s) \;\vdots\; Q(s)\right) \longrightarrow A(s)=\left(S(s) \;\vdots\; 0\right)$$

$$A(s)=\left(\begin{array}{cc|cc} s & -1 & 2 & 1 \\ -1 & s & 1 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow$$

$$D_0(s)=1$$

$$D_1(s)=1$$

$$D_2(s)=\underset{s^2-1}{\overset{(s+1)(s-1)}{\begin{pmatrix} s & -1 \\ -1 & s \end{pmatrix}}},\ \overset{(s+2)}{\begin{pmatrix} s & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}},\ \overset{1}{\begin{pmatrix} s & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}},\ \overset{-1-2s}{\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ s & 1 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{-s}{\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ s & 0 \end{pmatrix}},\ \underset{-1}{\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} \longrightarrow D_2(s)=1$$

$$A(s)=\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow$$ کنترل پذیر است

گ ۳ و ۴ حذف

$$B(s)=\left(P(s)^{-} \;\vdots\; -R(s)^{-}\right) \longrightarrow B(s)=\left(S(s) \;\vdots\; 0\right) \longrightarrow$$

← ادامه 2 (۶) آزمون خروجی

(ص ۳)

$$B(s) = \left(\begin{array}{cc|cc} s & -1 & -1 & 0 \\ -1 & s & -1 & -1 \end{array}\right) \longrightarrow$$

$D_0(s) = 1$

$D_1(s) = 1$

$$D_2(s) = \underset{\substack{s^2-1 \\ (s+1)(s-1)}}{\begin{pmatrix} s & -1 \\ -1 & s \end{pmatrix}},\ \underset{\substack{-s-1 \\ -(s+1)}}{\begin{pmatrix} s & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}},\ \underset{-s}{\begin{pmatrix} s & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}},\ \underset{(1+s)}{\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ s & -1 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{1}{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ s & -1 \end{pmatrix}},\ \underset{1}{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}} \longrightarrow D_2(s) = 1$$

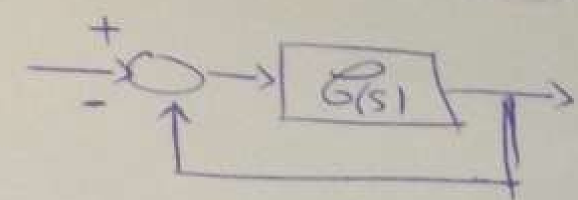
$$S(s) = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow$$

رویت پذیر است (مدهای رویت ناپذیر یا همان صفر دکوپلینگ خروجی ندارد)

۱

7

$$G(s)=\frac{1}{s^2+1}\begin{pmatrix} s-1 & s+1 \\ -(s+1) & s-1 \end{pmatrix}$$



$\rightarrow D_0(s)=1$

$D_1(s)=1$

$D_2(s)=(s-1)^2+(s+1)^2 \longrightarrow s^2\cancel{-2s}+1+s^2\cancel{+2s}+1 \longrightarrow$

$2s^2+2 \longrightarrow 2(s^2+1)$

$$S(s)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2(s^2+1) \end{pmatrix} \longrightarrow M(s)=\begin{pmatrix} \frac{1}{s^2+1} & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(۳) , (۲) حذف گزینه

سیستم مینیمم فاز است.

$\boxed{\text{سوالی که مطرح می شود آیا حلقه باز پایداری مرزی است!!!}}$

حل کلی پایداری برای حلقه بسته به این فرم است:

$$\det\left\{I+K(s)G(s)\right\}=0 \longrightarrow$$

$$\det\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \frac{s-1}{s^2+1} & \frac{s+1}{s^2+1} \\ \frac{-(s+1)}{s^2+1} & \frac{s-1}{s^2+1} \end{pmatrix}\right\}=0 \longrightarrow$$

$$\det\left\{\begin{pmatrix} 1+\frac{s-1}{s^2+1} & \frac{s+1}{s^2+1} \\ \frac{-(s+1)}{s^2+1} & 1+\frac{(s-1)}{s^2+1} \end{pmatrix}\right\}=0 \longrightarrow \frac{\cancel{(s^2+1)}(s^2+2s+1)}{\cancel{(s^2+1)}}=0$$

$s^2+2s+1=0 \longrightarrow \boxed{s=-1,-1}$

سیستم حلقه بسته پایدار است.

۴

آزمون خودسنجی ۸

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} x \longrightarrow$$

$$|sI - A| = 0 \longrightarrow \det\left\{\begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}\right\} = 0 \longrightarrow$$

$$\det\left\{\begin{pmatrix} s+1 & -1 \\ 0 & s+5 \end{pmatrix}\right\} = 0 \longrightarrow (s+1)(s+5) = 0 \longrightarrow \boxed{s = -1, -5}$$

مقادیر ویژه همه دارای قسمت حقیقی منفی می باشند پایدار BIBO است.

نکته: پایداری BIBO + کنترل پذیر و رویت پذیر = پایداری مجانبی

حال به چک کردن کنترل پذیر و رویت پذیر می پردازیم

$$Q_c = \begin{pmatrix} B & AB \end{pmatrix} \longrightarrow Q_c = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -5 & -10 \end{pmatrix}_{2\times 4} = 2$$

۴

full rank می باشد.

$$Q_o = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} \longrightarrow Q_o = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}_{2\times 2} = 2 \longrightarrow$$

full rank می باشد.

* به علت اینکه مقادیر ویژه حقیقی منفی می باشند و کنترل پذیر و رویت پذیر است می توان گفت پایدار مجانبی است.

* تست پایداری لیاپانوف: مقادیر ویژه حقیقی مثبت نداشته باشد و مقادیر ویژه حقیقی صفر به صورت جبران مرتبه ۱ باشد در صورت وجود.

۱۱

آزمون خودسنجی

$$P(s)=\begin{pmatrix}\frac{2s}{(s-1)(s+2)} & \frac{12}{(s-1)^2}\\ \frac{36}{(2s+3)^2} & \frac{2s}{2s^3-2}\end{pmatrix}$$

* برای پایدار پذیری انتگرالی ابتدا می بایست $P(0)$ را حساب کرده و سپس دترمینان آن را حساب کنیم (محاسبه) در صورتی که مثبت باشد می توانیم بگوییم که پایدار پذیر انتگرالی است.

$$P(0)=\begin{pmatrix}0 & 12\\ 4 & 0\end{pmatrix} \longrightarrow |P(0)| = -48 < 0$$

لذا سیستم پایدار پذیری انتگرالی نمی باشد.

* برای محاسبه کنترل پذیری انتگرالی می بایست مقادیر ویژه $P(0)$ در یعنی $(sI-P(0))$ حساب کرده در صورتی که تمام مقادیر ویژه مثبت باشند سیستم کنترل پذیر انتگرالی است.

$$|sI-P(0)|=0 \longrightarrow \det\left\{\begin{pmatrix}s & 0\\ 0 & s\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0 & 12\\ 4 & 0\end{pmatrix}\right\}=0 \longrightarrow$$

$$\det\begin{pmatrix}s & -12\\ -4 & s\end{pmatrix}=0 \longrightarrow s^2-48=0 \longrightarrow s^2=48 \longrightarrow$$

$$s=\pm 2\sqrt{12}$$

کنترل پذیر انتگرالی هم نمی باشد.

۳

۱۲ـ ماتریس تابع تبدیل سیستمی به صورت زیر ارائه شده است:

$$G(S)=\begin{bmatrix} \dfrac{۲۴e^{-۲S}}{۱/۹S+۱۲} & \dfrac{-۲e^{-۲S}}{۱/۸S+۱} \\ \dfrac{-۵S+۲}{۱/۹S+۱} & \dfrac{-۲۴e^{-۲S}}{۱/۸S+۸} \end{bmatrix}$$

آزمون خودسنجی

RAG

در این صورت کدام گزینه نمایش‌گر RAG (آرایه بهره تناسبی) ماتریس تابع تبدیل G(S) است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۳ & -۲ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} -۳ & ۲ \\ ۲ & -۳ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} -۲ & ۳ \\ ۳ & -۲ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۳ & -۲ \end{bmatrix}$

ok

۱۳ـ ماتریس تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:

$$G(S)=\frac{۱}{۱/۲۵(S+۱)(S+۲)}\begin{bmatrix} S-۱ & S \\ -۶ & S-۲ \end{bmatrix}$$

در این صورت مرتبه تحقق مینیمال ماتریس تابع تبدیل G(S) برابر است با؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ✓ ۴) ۱

ok

۱۴ـ ماتریس تابع تبدیل سیستمی به صورت زیر ارائه شده است.

$$G(S)=\begin{bmatrix} \dfrac{۱}{S+۱} & \dfrac{\alpha}{S+۳} \\ \dfrac{۱}{S+۱} & \dfrac{۱}{S+۱} \end{bmatrix}$$

در این صورت به ازای چه مقداری از α سیستم مینیمم فاز است:

۱) $۱<\alpha<۳$ ✓ ۲) $\alpha<۱, \alpha>۳$ ۳) $-۳<\alpha<-۱$ ۴) $\alpha<-۱, \alpha<۳$

آزمون خودسنجی

$$G(s) = \frac{1}{1.25(s+1)(s+2)} \begin{pmatrix} s-1 & s \\ -6 & s-2 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$G_1(s) = \frac{1}{1.25(s+1)(s+2)} \begin{pmatrix} s-1 \\ -6 \end{pmatrix} = \frac{1}{1.25(s^2+3s+2)} \begin{pmatrix} s-1 \\ -6 \end{pmatrix} \longrightarrow \quad \delta_1 = 2$$

$$G_2(s) = \frac{1}{1.25(s+1)(s+2)} \begin{pmatrix} s \\ s-2 \end{pmatrix} = \frac{1}{1.25(s^2+3s+2)} \begin{pmatrix} s \\ s-2 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$\delta_1 + \delta_2 = \boxed{4} \qquad 3 \qquad \delta_2 = 2$$

* با توجه به این نکته که شما از روش اسمیت رفتی و قطب‌های انتقال بدست آمدی و متوجه شدی با توجه به اینکه تحقق گیلبرت ماتریس تابع تبدیل، بلوک جردن وجود ندارد (عدم تکراری بودن قطب‌های انتقال)

$$\longrightarrow \begin{cases} D_0(s) = 1 \\ D_1(s) = 1 \\ D_2(s) = s^2+3s+2 \end{cases} \longrightarrow S(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (s+1)(s+2) \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow M(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{1.25(s+1)(s+2)} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \Delta(s) = 1.25(s+1)(s+2) \rightarrow$$

$$T.P = \{-1, -2\}$$

۱۴

آزمون خودسنجی

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{\alpha}{s+3} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix} \longrightarrow \frac{1}{(s+1)(s+3)} \begin{pmatrix} (s+3) & \alpha(s+1) \\ (s+3) & (s+3) \end{pmatrix}$$

$D_0(s) = 1$

$D_1(s) = 1$

$D_2(s) = (s+3)^2 - \{\alpha(s+1)(s+3)\} \longrightarrow$

$(s+3)\{(s+3) - \alpha(s+1)\}$ ۱

$$S(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (s+3)\{(s+3) - \alpha(s+1)\} \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$M(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{(s+1)(s+3)} & 0 \\ 0 & \frac{(s+3) - \alpha(s+1)}{(s+1)} \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$\text{now} \longrightarrow s + 3 - \alpha - \alpha s = 0 \longrightarrow (1-\alpha)s + (3-\alpha) = 0 \longrightarrow$

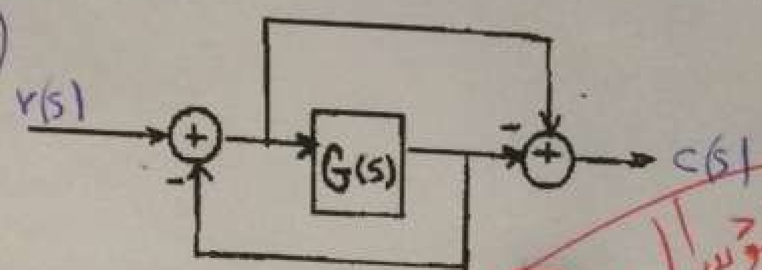
$$\begin{cases} \alpha - 3 < 0 \longrightarrow \alpha < 3 \\ 1 - \alpha < 0 \longrightarrow -\alpha < -1 \longrightarrow \alpha > 1 \end{cases}$$

$\boxed{1 < \alpha < 3}$

$\boxed{\text{شرط مینیمم فازی بودن}}$

دکتری ۹۲

OK ۱۷- در سیستم فیدبک شکل روبه‌رو، اگر $N(s)D^{-1}(s)$ یک MFD راست اول برای $G(s)$ باشد، آنگاه یک MFD راست اول برای ماتریس انتقال حلقه بسته، کدام است؟



۱) $(D(s)-N(s))\,D^{-1}(s)$

۲) $(D(s)+N(s))\,D^{-1}(s)$

۳) $(D(s)-N(s))\,(D(s)+N(s))^{-1}$ ✓

۴) $(D(s)+N(s))\,(D(s)-N(s)^{-1}$

اخو سوال امتحان میان ترم

OK ۱۸- برای سیستم

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\2&3&0\\1&1&1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0&0\\1&0\\0&1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}x$$

دگزینه‌ها نیست

با قانون کنترل $u=r-\begin{bmatrix}7&0\\1&2\end{bmatrix}y$، ماتریس انتقال از r به y کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}\frac{1}{s+1}&0\\0&\frac{1}{s^2+4s+5}\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}\frac{1}{s+1}&0\\0&\frac{s+1}{s^2+4s+5}\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}\frac{1}{s^2+4s+5}&0\\0&\frac{1}{s+1}\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}\frac{s+1}{s^2+4s+5}&0\\0&\frac{1}{s+1}\end{bmatrix}$

OK ۱۹- ماتریس تابع تبدیل سیستمی عبارت است از:

$$G(s)=\begin{bmatrix}\frac{1}{s-2}&\frac{1}{s+1}\\\frac{2}{s+3}&\frac{1}{s+2}\end{bmatrix}$$

مرتبهٔ می‌نیمال تحقق فضای حالت آن، کدام است؟

۱) سه

۲) چهار ✓

۳) پنج

۴) ندارد.

دکترای ۹۲

۱۷

اول ماتریس

دوم معکوس

$$G(s) = N(s)\,D^{-1}(s) \longrightarrow \text{MFD راست}$$

[illegible] $m=2$

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} \longrightarrow \begin{cases} P_1 = -G(s) & \Delta_1 = 1 \\ P_2 = 1 & \Delta_2 = 1 \\ \hline L_1 = -G(s) & \end{cases}$$

$$\Delta = 1 + G(s)$$

$$T(s) = \frac{\sum P_i \Delta_i}{\Delta} = \frac{-G(s)+1}{1+G(s)} = \frac{I - G(s)}{I + G(s)}$$

* چون ابتدا خود ماتریس و بعد معکوس ماتریس است به همان فرم نوشت :

$$\longrightarrow T(s) = \big(I - G(s)\big)\big(I + G(s)\big)^{-1} \longrightarrow$$

$G(s) = N(s)\,D^{-1}(s)$ جایگذاری و بجای I در دومی $\big(D(s)D^{-1}(s)\big)$ قرار میدهیم:

$$T(s) = \big(D(s)D^{-1}(s) - N(s)D^{-1}(s)\big)\big(D(s)D^{-1}(s) + N(s)D^{-1}(s)\big)^{-1} \longrightarrow$$

$$T(s) = \Big(\big(D(s) - N(s)\big)D^{-1}(s)\Big)\Big(\big(D(s)+N(s)\big)\big(D^{-1}(s)\big)\Big)^{-1} \longrightarrow$$

$$\big(D(s) - N(s)\big)\underbrace{D^{-1}(s)\,D(s)}_{I}\big(D(s) + N(s)\big)^{-1} \longrightarrow$$

$$\boxed{T(s) = \big(D(s) - N(s)\big)\big(D(s) + N(s)\big)^{-1}}$$

۳

۹۸ دکترای ۹۲

(ص ۱)

$$\dot{x}=\begin{pmatrix}0&1&0\\2&3&0\\1&1&1\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}0&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}u$$

$$y=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}x$$

$\longrightarrow$ با اعمال قانون کنترلی :

$$\dot{x}=\begin{pmatrix}0&1&0\\2&3&0\\1&1&1\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}0&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}\left(r-\begin{pmatrix}7&0\\1&2\end{pmatrix}_{2\times2}\begin{pmatrix}1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}_{2\times3}x\right)\longrightarrow$$

$$\dot{x}=\begin{pmatrix}0&1&0\\2&3&0\\1&1&1\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}0&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}r-\begin{pmatrix}0&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}_{3\times2}\begin{pmatrix}7&7&0\\1&1&2\end{pmatrix}_{2\times3}x\longrightarrow$$

$$\dot{x}=\begin{pmatrix}0&1&0\\2&3&0\\1&1&1\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}0&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}r-\begin{pmatrix}0&0&0\\7&7&0\\1&1&2\end{pmatrix}_{3\times3}x\longrightarrow$$

$$\dot{x}=\begin{pmatrix}0&1&0\\-5&-4&0\\0&0&-1\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}0&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}r$$

$$y=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}x$$

$\longrightarrow$ ماتریس انتقال از r به y :

$$G(s)=C(sI-A)^{-1}B+D\longrightarrow$$

دکترای ۹۲ 18

$$G(s)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\underbrace{\begin{pmatrix}s & -1 & 0\\ 5 & s+4 & 0\\ 0 & 0 & s+1\end{pmatrix}^{-1}}\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\longrightarrow \text{ص ۲}$$

$$\frac{1}{s(s+1)(s+4)-\{-5(s+1)\}}\underbrace{\begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}}$$

$$s(s+1)(s+4)+5(s+1)$$

$$A_{11}=(-1)^2\begin{vmatrix}s+4 & 0\\ 0 & s+1\end{vmatrix}=\boxed{(s+1)(s+4)}$$

$$A_{12}=(-1)^3\begin{vmatrix}5 & 0\\ 0 & s+1\end{vmatrix}=\boxed{5(s+1)}$$

$$A_{13}=0$$

$$A_{21}=0$$

$$A_{22}=(-1)^4\begin{vmatrix}s & 0\\ 0 & s+1\end{vmatrix}=\boxed{s(s+1)}$$

$$A_{23}=0$$

$$A_{31}=0$$

$$A_{32}=0$$

$$A_{33}=(-1)^6\begin{vmatrix}s & -1\\ 5 & s+4\end{vmatrix}=s(s+4)+5\longrightarrow \boxed{s^2+4s+5}$$

دکتری ۹۲

18 اردیبهشت

س۳

$$(sI-A)^{-1} \Rightarrow \frac{1}{s^3+5s^2+9s+1}\begin{pmatrix}(s+1)(s+4) & 0 & 0\\ 5(s+1) & s(s+1) & 0\\ 0 & 0 & s^2+4s+5\end{pmatrix}$$

now

$$\frac{1}{(s^3+5s^2+9s+1)}\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}_{2\times 3}\underbrace{\begin{pmatrix}(s+1)(s+4) & 0 & 0\\ 5(s+1) & s(s+1) & 0\\ 0 & 0 & s^2+4s+5\end{pmatrix}_{3\times 3}\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}_{3\times 2}}$$

(1)

$$\begin{pmatrix}0 & 0\\ s(s+1) & 0\\ 0 & s^2+4s+5\end{pmatrix}_{3\times 2}$$

(2)

$$\begin{pmatrix}s(s+1) & 0\\ 0 & s^2+4s+5\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$G(s) = \frac{1}{s^3+5s^2+9s+1}\begin{pmatrix}s(s+1) & 0\\ 0 & s^2+4s+5\end{pmatrix}$$

درکنترل‌ها نیست

(سرکاری بود)

۱۲

دکترای ۹۲

* برای محاسبه‌ی مرتبه‌ی تحقق مینیمال دو حالت داریم:

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{(s-2)} & \frac{1}{(s+1)} \\ \frac{2}{(s+3)} & \frac{1}{(s+2)} \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)(s-2)} \begin{pmatrix} (s+1)(s+2)(s+3) & (s+2)(s+3)(s-2) \\ 2(s+1)(s+2)(s-2) & (s+1)(s+3)(s-2) \end{pmatrix}$$

① ②

← به روش تحقق کنترل‌پذیر اقدام می‌کنیم:

$$G_1(s) = \frac{1}{\underbrace{(s+3)(s-2)}_{s^2+s-6}} \begin{pmatrix} (s+3) \\ 2(s-2) \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

تحقق ستون اول $\delta_1 = 2$ (توان بزرگترین s در مخرج)

۲

$$G_2(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \begin{pmatrix} (s+2) \\ (s+1) \end{pmatrix} \longrightarrow$$

تحقق ستون دوم $\delta_2 = 2$

(توان بزرگترین s در مخرج)

در کل مرتبه‌ی تحقق مینیمال $\delta = 4$ است

۲۰- معادلات دیفرانسیل سیستمی عبارتند از:

ok

$$\ddot{y}_1 + y_1 + y_2 = \dot{u}_2 + u_1$$
$$\dot{y}_1 + \dot{y}_2 + 2y_2 = \dot{u}_2$$

ماتریس تابع تبدیل آن کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} s^2+1 & 1 \\ s & s+2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & s \\ 0 & s \end{bmatrix}$ ✓

۲) $\begin{bmatrix} 1 & s \\ 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^2+1 & 1 \\ s & s+2 \end{bmatrix}^{-1}$

۳) $\begin{bmatrix} s^2+1 & 1 \\ s & s+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s \\ 0 & s \end{bmatrix}^{-1}$

۴) $\dfrac{1}{s^3+2s^2+2} \begin{bmatrix} s+2 & s^2-s+2 \\ s & -2 \end{bmatrix}$

۲۱- ماتریس تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{-1}{s+1} & \dfrac{-1}{s+1} \\ \dfrac{4}{s+2} & \dfrac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

(RGA مبحث

در رابطه با کنترل غیر متمرکز این سیستم، کدام گزینه درست است؟

۱) کنترل غیر متمرکز این سیستم، به ناپایداری حلقه بسته منجر می‌گردد.

۲) استفاده از هر کدام از ورودی‌ها، برای هر کدام از خروجی‌ها بلامانع است.

۳) تنها از ورودی اول برای خروجی اول، و ورودی دوم برای خروجی دوم می‌توان استفاده کرد.

۴) تنها از ورودی اول برای خروجی دوم، و ورودی دوم برای خروجی اول می‌توان استفاده کرد.

۲۲- ماتریس سیستم زیر را در نظر بگیرید:

ok

$$P(s) = \left[\begin{array}{cc|cc} (s+2)(s+4) & 0 & -(s+2) & -(s+2) \\ 0 & (s+2)(s+4) & 0 & -(s+4) \\ \hline s+1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 \end{array}\right]$$

شبیه سوال ۳ میان ترم

کدام گزینه درست است؟

۱) این سیستم کنترل‌پذیر است.

۲) این سیستم رویت‌پذیر است. ✓

۳) این سیستم کنترل‌ناپذیر و رویت‌ناپذیر است.

۴) این سیستم کنترل‌پذیر و رویت‌ناپذیر است.

۲. دکترای ۹۲

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 + y_1 + y_2 = \dot{u}_2 + u_1 \\ \dot{y}_1 + \dot{y}_2 + 2y_2 = \dot{u}_2 \end{cases} \xrightarrow{\mathcal{L}} \begin{cases} (s^2+1)y_1 + y_2 = u_1 + su_2 \\ sy_1 + (s+2)y_2 = su_2 \end{cases} \longrightarrow$$

$$\begin{pmatrix} (s^2+1) & 1 \\ s & (s+2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

حال اگر ۲ طرف را در $\begin{pmatrix} (s^2+1) & 1 \\ s & (s+2) \end{pmatrix}^{-1}$ ضرب کنیم:

$$\cancel{\begin{pmatrix} (s^2+1) & 1 \\ s & (s+2) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} (s^2+1) & 1 \\ s & (s+2) \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (s^2+1) & 1 \\ s & (s+2) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} (s^2+1) & 1 \\ s & (s+2) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & s \end{pmatrix}}_{G(s)} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

گ ۱

دکترای ۹۲ (۳۲)

(ص ۱)

$$P(s)=\left(\begin{array}{cc|cc} (s+2)(s+4) & 0 & -(s+2) & -(s+2) \\ 0 & (s+2)(s+4) & 0 & -s(s+4) \\ \hline (s+1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\longrightarrow A(s)=\left(P(s)\;\middle|\;Q(s)\right)\longrightarrow\left(S(s)\;\middle|\;0\right)$$

برای بدست آوردن صفرهای کنترل ناپذیر :

$$A(s)=\left(\begin{array}{cc|cc} (s+2)(s+4) & 0 & -(s+2) & -(s+2) \\ 0 & (s+2)(s+4) & 0 & -s(s+4) \end{array}\right)$$

$$\longrightarrow D_0(s)=1$$

$$D_1(s)=1$$

$$(s+2)^2(s+4)^2 \qquad\qquad 0$$

$$D_2(s)=\begin{pmatrix} (s+2)(s+4) & 0 \\ 0 & (s+2)(s+4) \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} (s+2)(s+4) & -(s+2) \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$-s(s+2)(s+4)^2$$

$$\begin{pmatrix} (s+2)(s+4) & -(s+2) \\ 0 & -s(s+4) \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 0 & -(s+2) \\ (s+2)(s+4) & 0 \end{pmatrix},$$

$$(s+2)^2(s+4)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -(s+2) \\ (s+2)(s+4) & -s(s+4) \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} -(s+2) & -(s+2) \\ 0 & -s(s+4) \end{pmatrix}$$

$$(s+2)^2(s+4) \qquad\qquad s(s+2)(s+4)$$

$$\longrightarrow D_2(s) = (s+2)(s+4)$$

دکتری ۹۲

ادامه ۲۲

ص ۳

$$S(s) = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (s+2)(s+4) & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\{-2,-4\}$ ⟵ مدهای کنترل ناپذیر

که در واقع همان صفرهای دکوپله ورودی هستند:

$$d_{iz} = \beta_i = \{-2,-4\} \longrightarrow$$ حذف کننده‌های ۴، ۲

$$B(s) = \left(D(s)^T \;\middle|\; -R(s)^T \right) \longrightarrow \left(S(s) \;\middle|\; 0 \right)$$

برای بدست آوردن مدهای رویت ناپذیر:

$$B(s) = \left(\begin{array}{cc|cc} (s+2)(s+4) & 0 & (s+1) & 0 \\ 0 & (s+2)(s+4) & 0 & s \end{array}\right)$$

$$D_0(s) = 1$$

$$D_1(s) = 1$$

$$D_2(s) = \underbrace{\begin{pmatrix} (s+2)(s+4) & 0 \\ 0 & (s+2)(s+4) \end{pmatrix}}_{(s+2)^2(s+4)^2},\ \underbrace{\begin{pmatrix} (s+2)(s+4) & (s+1) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{0},$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} (s+2)(s+4) & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix}}_{s(s+2)(s+4)},\ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & (s+1) \\ (s+2)(s+4) & 0 \end{pmatrix}}_{-(s+1)(s+2)(s+4)},\ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ (s+2)(s+4) & s \end{pmatrix}}_{0},$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} (s+1) & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix}}_{s(s+1)}$$

$D_2(s) = 1$

دکترای ۹۲

۲۲

ص ۳

$$\longrightarrow S(s) = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

مودهای رویت ناپذیر $\{\emptyset\}$

که در واقع می‌توان گفت که صفر دکوپله خروجی ندارد، لذا می‌توان گفت که رویت پذیر است.

۲

۲۳- برای سیستم: OK

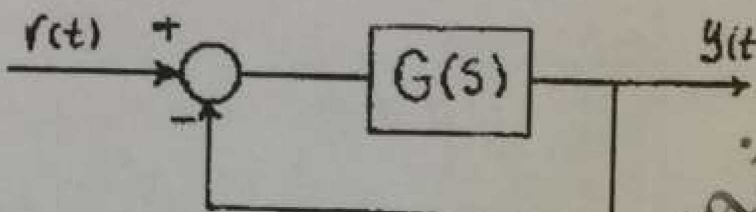
$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&0&1\\0&0&0&-1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0&0\\1&0\\0&1\\0&0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}x$$

کدام گزینه درست است؟

۱) پایدار مجانبی است.
۲) پایدار لیاپانوفی است.
۳) پایدار BIBO است.
۴) هیچ‌کدام

۲۴- سیستم زیر را در نظر بگیرید: OK



$$G(s)=\begin{bmatrix}\frac{s+2}{s+1}&\frac{1000}{s+1}\\\frac{\alpha}{s+1}&\frac{s+2}{s+1}\end{bmatrix}$$

در آن، پارامتر α را چنان تعیین کنید، تا سیستم حلقه بستهٔ فوق، پایدار باشد؟

۱) $\alpha > \frac{9}{1000}$
۲) $\alpha < \frac{9}{1000}$
۳) سیستم حلقه بستهٔ فوق به ازای تمامی αها ناپایدار است.
۴) سیستم حلقه بستهٔ فوق به ازای تمامی αها پایدار است.

۲۵- ماتریس تابع تبدیل سیستم زیر را در نظر بگیرید: OK

$$G(s)=\begin{bmatrix}\frac{s+3}{s+1}&\frac{2}{s+1}\\\frac{3}{s+1}&\frac{1}{s+1}\end{bmatrix}$$

کدام گزینه در مورد سیستم فوق صحیح می‌باشد؟

۱) پایدار و غیر می‌نیمم فاز می‌باشد.
۲) پایدار و می‌نیمم فاز می‌باشد.
۳) ناپایدار و غیر می‌نیمم فاز می‌باشد.
۴) ناپایدار و می‌نیمم فاز می‌باشد.

23

دکترای ۹۲

$$\dot{x} = \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&0&1\\0&0&0&-1\end{pmatrix}x + \begin{pmatrix}0&0\\1&0\\0&1\\0&0\end{pmatrix}u$$

$$y = \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}x$$

$\longleftarrow$ ابتدا به محاسبه مقادیر ویژه ماتریس انتقال حالت می پردازیم:

$$|sI-A|=0 \longrightarrow \left|\begin{pmatrix} s&-1&0&0\\0&s&-1&-1\\0&0&s&-1\\0&0&0&s+1\end{pmatrix}\right| = 0 \longrightarrow$$

$$s^3(s+1)=0 \longrightarrow s=\{0,0,0,-1\}$$

حالا به تعریف پایداری ها می پردازیم:

۱) تعریف پایداری لیاپانوف به این صورت است که ضمن اینکه سیستم دارای مقادیر ویژه منفی می باشد، اگر دارای مقادیر ویژه صفر باشد، باید آن ها ساده باشند. (حذف گزینه ۳)

۲) پایداری مجانبی باید تمام مقادیر ویژه منفی باشد و سیستم دارای مقادیر ویژه مثبت و یا صفر نباشد. (حذف گزینه ۱)

۳) ~~[illegible]~~ در صورتی که سیستم پایدار مجانبی باشد پایدار BIBO هم است در غیر اینصورت اگر پایدار مجانبی نباشد BIBO هم نیست.

سیستم پایدار مجانبی = سیستم پایدار BIBO

گ ۴

ص۱ — دکترای ۹۲ — ۲۴

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{s+2}{s+1} & \frac{1000}{s+1} \\ \frac{\alpha}{s+1} & \frac{s+2}{s+1} \end{pmatrix}$$

* هدف از نشان دادن شکل آن است که بگوییم فیدبک منفی است:

شرط پایداری حلقه بسته { if $K(s)$: پایدار مجانبی $\xrightarrow{\text{شرط اعمال گردد که}}$ { ① $\det(I + G(s)K(s)) = 0$ ② $(I + G(s)K(s))^{-1} G(s)$

$K(s)$ پایدار نمایی باشد:

$$① \longrightarrow \det\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{s+2}{s+1} & \frac{1000}{s+1} \\ \frac{\alpha}{s+1} & \frac{s+2}{s+1} \end{pmatrix}\right\} = 0 \longrightarrow$$

$$\det\left\{\begin{pmatrix} 1+\frac{s+2}{s+1} & \frac{1000}{s+1} \\ \frac{\alpha}{s+1} & 1+\frac{s+2}{s+1} \end{pmatrix}\right\} = 0 \longrightarrow$$

$$\left(\frac{s+1+s+2}{s+1}\right)\left(\frac{s+1+s+2}{s+1}\right) - \left\{\left(\frac{1000}{s+1}\right)\left(\frac{\alpha}{s+1}\right)\right\} = 0 \longrightarrow$$

$$\frac{(2s+3)(2s+3)}{(s+1)^2} - \frac{1000\alpha}{(s+1)^2} = 0 \longrightarrow$$

$$\Delta(s) = 4s^2 + 12s + 9 - 1000\alpha = 0 \longrightarrow$$

شرط پایداری یک معادله درجه دوم این است که $\frac{b}{a} > 0$ و $\frac{c}{a} > 0$ باشد:

$$\begin{cases} \frac{-b}{a} < ۰ \longrightarrow \frac{-۱۲}{۴} = -۳ < ۰ \\ \frac{c}{a} > ۰ \longrightarrow \frac{۹ - ۱۰۰۰\alpha}{۴} > ۰ \longrightarrow ۹ - ۱۰۰۰\alpha > ۰ \longrightarrow \end{cases}$$

ص۲

$$-۱۰۰۰\alpha > -۹ \longrightarrow \boxed{\alpha < \frac{۹}{۱۰۰۰}}$$

ٮ۲

حل

دکترای ۹۲

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{s+3}{s+1} & \frac{2}{s+1} \\ \frac{3}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)} \begin{pmatrix} (s+3) & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$D_0(s) = 1$

$D_1(s) = 1$

$D_2(s) = (s+3) - 6 = 0 \longrightarrow s+3-6=0 \longrightarrow (s-3)=0$

$$S(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (s-3) \end{pmatrix} \longrightarrow M(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{s-3}{(s+1)} \end{pmatrix}$$

$T.P = \{-1, -1\}$ $\longrightarrow$ حلقه باز پایدار ولی غیر مینیمم فاز است.

$T.Z = \{3\}$

گ ۱

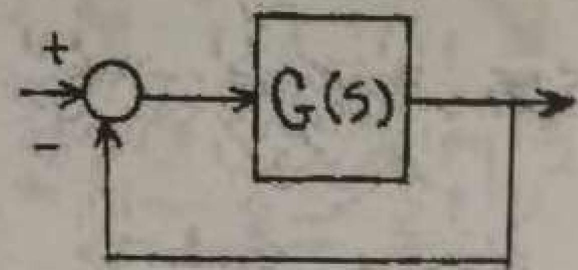
(کپی سوال ۳۸ دکترای ۹۱)

 جالب

۲۶- سیستم فیدبک واحد شکل زیر، با کدام $G(s)$ پایدار BIBO <u>نیست</u>؟

OK

دکتری ۹۲



۱) $G_1(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{-s}{s-1} & \dfrac{s}{s+1} \\ 1 & \dfrac{-2}{s+1} \end{bmatrix}$ ✓

۲) $G_2(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{s-0/5}{2(s+1)(s+2)} & \dfrac{1}{s+2} \\ \dfrac{1}{s+2} & \dfrac{s-0/5}{2(s+1)(s+2)} \end{bmatrix}$

۳) $G_3(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{s+1}{s(s+2)} & \dfrac{1}{2(s+2)} \\ \dfrac{1}{2(s+2)} & \dfrac{s+1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$

۴) $G_4(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{s+3}{s-1} & \dfrac{1000}{s-1} \\ 0 & \dfrac{s+2}{s-1} \end{bmatrix}$

۲۷- فرم اسمیت ـ مک میلان ماتریس انتقال زیر، کدام گزینه است؟

OK

$$G(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{s+1}{s(s+2)} & \dfrac{1}{2(s+2)} \\ \dfrac{1}{2(s+2)} & \dfrac{s+1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$$

۱) $M(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{s(s+2)} & 0 \\ 0 & \dfrac{2s+1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$

۲) $M(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{2s+1}{s(s+2)} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$

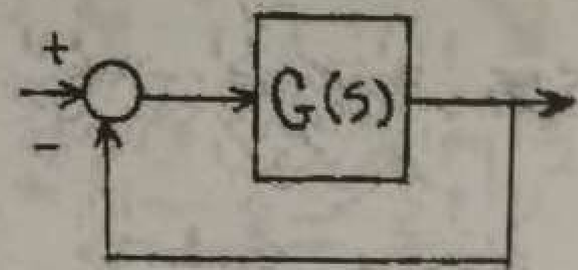
۳) $M(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{s(s+2)} & 0 \\ 0 & \dfrac{\frac{3}{4}s^2+2s+1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$ ✓

۴) $M(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{\frac{3}{4}s^2+2s+1}{s(s+2)} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$

۲۶- سیستم فیدبک واحد شکل زیر، با کدام $G(s)$ پایدار BIBO نیست؟

OK

دکتری ۹۲



۱) $G_1(s)=\begin{bmatrix} \frac{-s}{s-1} & \frac{s}{s+1} \\ 1 & \frac{-2}{s+1} \end{bmatrix}$

۲) $G_2(s)=\begin{bmatrix} \frac{s-0/5}{2(s+1)(s+2)} & \frac{1}{s+2} \\ \frac{1}{s+2} & \frac{s-0/5}{2(s+1)(s+2)} \end{bmatrix}$

۳) $G_3(s)=\begin{bmatrix} \frac{s+1}{s(s+2)} & \frac{1}{2(s+2)} \\ \frac{1}{2(s+2)} & \frac{s+1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$

۴) $G_4(s)=\begin{bmatrix} \frac{s+3}{s-1} & \frac{1000}{s-1} \\ 0 & \frac{s+2}{s-1} \end{bmatrix}$

۲۷- فرم اسمیت ـ مک میلان ماتریس انتقال زیر، کدام گزینه است؟

OK

$$G(s)=\begin{bmatrix} \frac{s+1}{s(s+2)} & \frac{1}{2(s+2)} \\ \frac{1}{2(s+2)} & \frac{s+1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$$

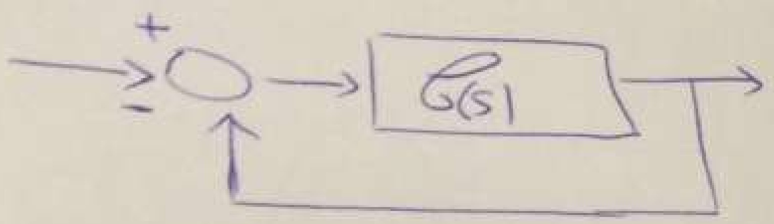
۱) $M(s)=\begin{bmatrix} \frac{1}{s(s+2)} & 0 \\ 0 & \frac{2s+1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$

۲) $M(s)=\begin{bmatrix} \frac{2s+1}{s(s+2)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$

۳) $M(s)=\begin{bmatrix} \frac{1}{s(s+2)} & 0 \\ 0 & \frac{\frac{3}{4}s^2+2s+1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$

۴) $M(s)=\begin{bmatrix} \frac{\frac{3}{4}s^2+2s+1}{s(s+2)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s(s+2)} \end{bmatrix}$

دکتری ۹۲ ۳۶



ص ۱

۱ گزینه $\longrightarrow \det\left(I + G(s)K(s)\right) = 0 \longrightarrow$

$$\det\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{-s}{s-1} & \frac{s}{s+1} \\ 1 & \frac{-2}{s+1} \end{pmatrix}\right\} = 0 \longrightarrow$$

$$\det\left\{\begin{pmatrix} 1-\frac{s}{s-1} & \frac{s}{s+1} \\ 1 & 1-\frac{2}{s+1} \end{pmatrix}\right\} = 0 \longrightarrow$$

$$\left(\frac{s-1-s}{(s-1)}\right)\left(\frac{s+1-2}{(s+1)}\right) - \left\{\frac{s}{s+1}\right\} = 0 \longrightarrow$$

$$\frac{-(s-1)}{(s-1)(s+1)} - \frac{s}{(s+1)} = 0 \longrightarrow \frac{\cancel{-s}+1-s^2\cancel{+s}}{(s-1)(s+1)} = 0$$

$$\frac{-s^2+1}{(s-1)(s+1)} = 0 \longrightarrow \left\{ s^2-1=0 \longrightarrow s^2=1 \longrightarrow s=\pm 1 \right.$$

صفر سمت راست دارد ...

ادامه ۳۶

نکته

طرح ۲

تعبیری این است که اگر تابع تبدیل حلقه باز پایدار حک کنیم:

دکتری ۹۲

$$G_1(s) = \begin{pmatrix} \frac{-s}{(s-1)} & \frac{s}{(s+1)} \\ 1 & \frac{-2}{s+1} \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{1}{(s-1)(s+1)} \begin{pmatrix} -s(s+1) & s(s-1) \\ (s-1)(s+1) & -2(s-1) \end{pmatrix}$$

$D_0(s) = 1$

$D_1(s) = 1$

$s^3 - s^2 - s + 1$

$(s^2 - 2s + 1)$

$$D_2(s) = 2s\overbrace{(s+1)(s-1)}^{s^2-1} - \{ s(s-1)^2(s+1) \} = 0 \longrightarrow$$

$$2s(s^2-1) - \{ s^4 - s^3 - s^2 + s \} = 0 \longrightarrow$$

$$2s^3 - 2s - s^4 + s^3 + s^2 - s = 0 \longrightarrow$$

$$-s^4 + 3s^3 + s^2 - 3s = 0 \longrightarrow s(s^3 - 3s^2 - s + 3) = 0 \longrightarrow$$

$$D_2(s) = (s+1)(s-1)(s-3)$$

$$S(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (s+1)(s-1)(s-3) \end{pmatrix} \longrightarrow M(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{(s-1)(s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{(s+1)(s-1)(s-3)}{(s-1)(s+1)} \end{pmatrix}$$

حلقه باز ناپایدار و غیرمینیمم فاز.

تابع تبدیل حلقه باز ناپایدار است، از این رو سیستم حلقه بسته BIBO نمی‌تواند پایدار باشد.

1

مجبوریم که طرح جواب در گزینه (1) قرار داده وگرنه باید همه گزینه‌ها حک می‌کردیم.

طرح خوب ممنوع

۳۷

دکتری ۹۲

$$G(s)=\begin{pmatrix} \frac{s+1}{s(s+2)} & \frac{1}{2(s+2)} \\ \frac{1}{2(s+2)} & \frac{s+1}{s(s+2)} \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$G(s)=\frac{1}{s(s+2)}\begin{pmatrix} (s+1) & \frac{s}{2} \\ \frac{s}{2} & (s+1) \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$D_0(s)=1$$

$$D_1(s)=1$$

$$D_2(s)=(s+1)(s+1)-\left\{\left(\frac{s}{2}\right)\left(\frac{s}{2}\right)\right\}=0 \longrightarrow$$

$$(s+1)^2-\frac{s^2}{4}=0 \longrightarrow s^2+2s+1-\frac{s^2}{4}=0 \longrightarrow$$

$$D_2(s)=\frac{3}{4}s^2+2s+1$$

$$S(s)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4}s^2+2s+1 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

۳

$$M(s)=\begin{pmatrix} \frac{1}{s(s+2)} & 0 \\ 0 & \frac{\frac{3}{4}s^2+2s+1}{s(s+2)} \end{pmatrix}$$

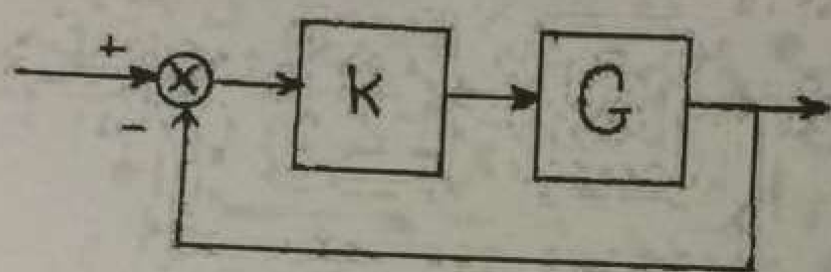
۲۸- یک سیستم فیدبک واحد با ماتریس انتقال حلقه باز $G(s)$ و ماتریس انتقال حلقه بستهٔ $C(s)=(I+G(s))^{-1}G(s)$ را در نظر بگیرید. اگر $\bar{\sigma}(C(j\omega))\le\gamma$ باشد، آنگاه کدام نامساوی درست است؟
($\bar{\sigma}$ ماکزیمم مقادیر استثنایی است)

سخت است

دکتری ۹۲

۱) $\bar{\sigma}(G(j\omega))\le\dfrac{\gamma}{1-\gamma}$
۲) $\bar{\sigma}(G(j\omega))\le\dfrac{\gamma}{1+\gamma}$
۳) $\bar{\sigma}(G(j\omega))\le\dfrac{1-\gamma}{\gamma}$
۴) $\bar{\sigma}(G(j\omega))\le\dfrac{1+\gamma}{\gamma}$

۲۹- سیستم چند متغیره زیر را در نظر بگیرید: ok



ماتریس تابع تبدیل حلقه بسته آن کدام است؟

۱) $(I+KG)^{-1}KG$
۲) $KG(I+KG)^{-1}$
۳) $KG(I+KG)^{-1}$ و $GK(I+GK)^{-1}$
۴) $(I+GK)^{-1}GK$ و $GK(I+GK)^{-1}$

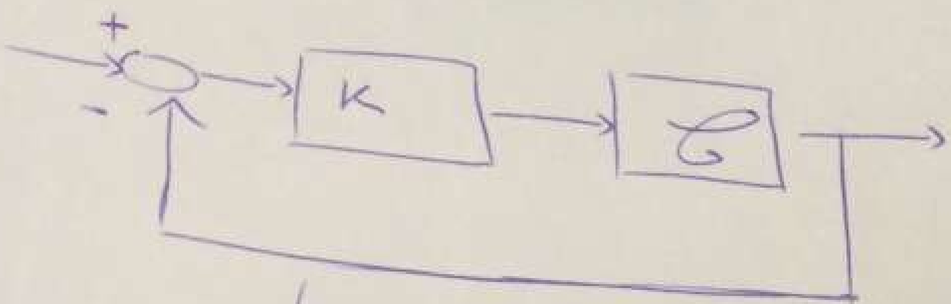
۳۰- چند جمله‌ای مشخصه ماتریس انتقال زیر کدام گزینه است؟ ok

$$G(s)=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{(s+1)^2} & \dfrac{1}{(s+1)(s+2)}\\ \dfrac{1}{s+2} & \dfrac{1}{(s+1)(s+2)}\end{bmatrix}$$

۱) $\Delta(s)=1$
۲) $\Delta(s)=(s+1)(s+2)$
۳) $\Delta(s)=(s+1)^2(s+2)$
۴) $\Delta(s)=(s+1)^2(s+2)^2$

۳۹

دکترای ۹۲



* همگی در بلوک ها از چپ به راست مرتب شده باشند در معادلات ریاضی و محاسبات از راست به چپ در هم ضرب می شوند.

$$SISO \longrightarrow \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{GK}{1+GK}$$

در سیستم های چند متغیره در داخل با ماتریس سروکار داریم ولی بلوک ها همان شده برعکس است و همیشه اولویت با ضرب است:

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{GK}{I+GK} \Rightarrow GK(I+GK)^{-1} = (I+GK)^{-1}GK$$

۴

دکترای ۹۳ — ۱۳

$$G(s)=\begin{pmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} & \frac{1}{(s+1)(s+2)} \\ \frac{1}{(s+2)} & \frac{1}{(s+1)(s+2)} \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$G(s)=\frac{1}{(s+1)^2(s+2)}\begin{pmatrix} (s+2) & (s+1) \\ (s+1)^2 & (s+1) \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$D_0(s)=1$$

$$D_1(s)=1$$

$$D_2(s)=(s+1)(s+2)-\{(s+1)^3\} \longrightarrow$$

$$s^2+3s+2-\{s^3+3s^2+3s+1\} \longrightarrow$$

$$-s^3-2s^2+1=0 \longrightarrow -\{s^3+2s^2-1\} \longrightarrow$$

$$D_2(s)=-(s+1)(s^2+s-1)$$

$$S(s)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -(s+1)(s^2+s-1) \end{pmatrix} \longrightarrow M(s)=\begin{pmatrix} \frac{1}{(s+1)^2(s+2)} & 0 \\ 0 & \frac{-(s^2+s-1)}{(s+1)(s+2)} \end{pmatrix}$$

$$\Delta(s)=(s+1)^3(s+2)^2$$

۴

... رویت‌پذیر است و نمی‌توان چنین L برای آن یافت.

۳) $L = [1 \quad 0]^T$

۴) $L = [-1 \quad 0]^T$

ok

۳۲- فرم اسمیت ـ مک میلان ماتریس انتقال زیر کدام است؟

دکتری ۹۱

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s-1}{(s+1)^2} & \frac{5s+1}{(s+1)^2} \\ \frac{-1}{(s+1)^2} & \frac{s-1}{(s+1)^2} \end{bmatrix}$$

۱) $\begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{s+2}{s+1} \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} & 0 \\ 0 & \frac{s(s+2)}{(s+1)^2} \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} & 0 \\ 0 & \frac{s+2}{(s+1)^2} \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} & 0 \\ 0 & \frac{s+2}{s+1} \end{bmatrix}$

فرهاد غریب نژاد

دکتری ۹۱

31

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{s-1}{(s+1)^2} & \frac{2s+1}{(s+1)^2} \\ \frac{-1}{(s+1)^2} & \frac{(s-1)}{(s+1)^2} \end{pmatrix} \longrightarrow \frac{1}{(s+1)^2} \begin{pmatrix} (s-1) & (2s+1) \\ -1 & (s-1) \end{pmatrix}$$

$D_0(s) = 1$

$D_1(s) = 1$

$D_2(s) = (s-1)^2 + (2s+1) = 0 \longrightarrow s^2 - 2s + 1 + 2s + 1 = 0 \longrightarrow$

$s^2 + 3s + 2 = 0 \longrightarrow (s+1)(s+2) = 0$

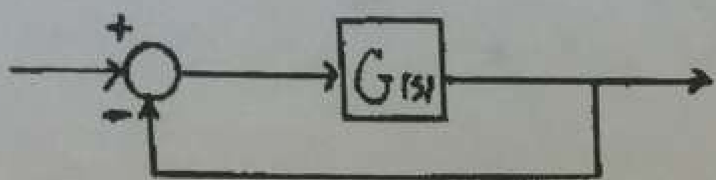
$$S(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (s+1)(s+2) \end{pmatrix} \longrightarrow M(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} & 0 \\ 0 & \frac{(s+2)}{(s+1)} \end{pmatrix}$$

$T.P = \{-1, -1, -1\}$

$T.Z = \{-2\}$ $\longrightarrow$ پایدار حلقه باز و مینیمم فاز است

۴

۳۲- OK برای سیستم فیدبک واحد حول $G(s)=\begin{bmatrix}\frac{k_1}{s-1} & \frac{1}{s+2}\\ 0 & \frac{k_2}{s-3}\end{bmatrix}$، شرط لازم و کافی برای پایداری سیستم حلقه بسته کدام است؟



۱) $k_1>1$ ، $k_2>3$

۲) $k_1>1$ ، $k_2>2$

۳) $1<k_1<2$ ، $k_2>3$

۴) این سیستم حلقه بسته به ازای هیچ مقدار k_1 و k_2 پایدار نخواهد شد.

۳۳- OK در مورد کنترل پذیر بودن زوج (A , B) کدام گزینه صحیح است؟

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & \alpha & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ -1 & 1\end{bmatrix}$$

۱) همواره کنترل پذیر است.

۲) اصلاً کنترل پذیر نیست.

۳) برای $\alpha=1$ کنترل پذیر نمی‌باشد.

۴) به ازای $\alpha=1$ کنترل پذیر است.

۳۴- صفرهای انتقال سیستم زیر کدام گزینه است؟

$$\dot{\underline{x}}=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ -6 & 2 & -3\end{pmatrix}\underline{x}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}\underline{u}$$

$$\underline{y}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}\underline{x}+\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}\underline{u}$$

۱) {-۴}

۲) {۰ , -۱ , -۴}

۳) {۰ , -۳ , -۴}

۴) {-۳ , -۴}

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{k_1}{(s-1)} & \frac{1}{(s+2)} \\ 0 & \frac{k_2}{(s-3)} \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{فیدبک مثبت}} \begin{cases} \det(I - G(s)K(s)) \\ (I - G(s)K(s))^{-1} G(s) \end{cases}$$

۳۲

[illegible]

[illegible]

فیدبک منفی

$$\begin{cases} ① \det(I + G(s)K(s)) = 0 \\ ② (I + G(s)K(s))^{-1} G(s) \end{cases}$$

ص ۱ - س ۳۲

$$\det\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{k_1}{s-1} & \frac{1}{s+2} \\ 0 & \frac{k_2}{s-3} \end{pmatrix}\right\} = 0 \longrightarrow$$

$$\det\left\{\begin{pmatrix} 1+\frac{k_1}{s-1} & \frac{1}{s+2} \\ 0 & 1+\frac{k_2}{s-3} \end{pmatrix}\right\} = 0 \longrightarrow$$

$$\left(\frac{s-1+k_1}{s-1}\right)\left(\frac{s-3+k_2}{s-3}\right) = 0 \longrightarrow$$

$$(s-1+k_1)(s-3+k_2) = 0 \longrightarrow \begin{cases} k_1 - 1 > 0 \longrightarrow \boxed{k_1 > 1} \\ k_2 - 3 > 0 \longrightarrow \boxed{k_2 > 3} \end{cases}$$

② تمرین $\longrightarrow (I + G(s)K(s))^{-1} G(s) \longrightarrow$ دور ۲ س ۳ — 32 2ادا

$$(I + G(s)K(s)) = \begin{pmatrix} \frac{s+k_1-1}{s-1} & \frac{1}{s+2} \\ 0 & \frac{s+k_2-3}{s-3} \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$(I + G(s)K(s))^{-1} \Rightarrow \frac{(s+k_1-1)(s+k_2-3)}{(s-1)(s-3)} \begin{pmatrix} \frac{s+k_2-3}{s-3} & \frac{-1}{s+2} \\ 0 & \frac{s+k_1-1}{s-1} \end{pmatrix} \times G(s) \longrightarrow$$

$\Rightarrow$ نتیجه

$$\begin{pmatrix} \frac{k_1(s+k_2-3)}{(s+k_1-1)(s+k_2-3)} & \frac{(s-1)(s-3)}{(s+k_1-1)(s+k_2-3)(s+2)} \\ 0 & \frac{k_2(s+k_1-1)}{(s+k_1-1)(s+k_2-3)} \end{pmatrix} \longrightarrow$$

در این ماتریس به محاسبه معادله قطب یا همان چند جمله‌ای قطب خواهیم پرداخت که برابر است با کوچکترین مخرج مشترک کلیه درایه‌های تابع تبدیل حلقه بسته:

$$(s+k_1-1)(s+k_2-3)(s+2) \Rightarrow \begin{cases} k_1 - 1 > 0 \longrightarrow k_1 > 1 \\ k_2 - 3 > 0 \longrightarrow k_2 > 3 \end{cases}$$

گ ۱

33

$$A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&\alpha&0\\0&0&0\end{pmatrix}_{3\times3}\qquad B=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\\-1&1\end{pmatrix}_{3\times2}$$

$$\varphi_c=\begin{pmatrix}B & AB & \cdots & A^{n-1}B\end{pmatrix}\longrightarrow\varphi_c=\begin{pmatrix}B & AB & A^2B\end{pmatrix}$$

$$AB=\begin{pmatrix}0&1\\0&\alpha\\0&0\end{pmatrix}_{3\times2}$$

$$A^2B=\begin{pmatrix}0&1\\0&\alpha^2\\0&0\end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow\varphi_c=\begin{pmatrix}1&0&0&1&0&1\\0&1&0&\alpha&0&\alpha^2\\-1&1&0&0&0&0\end{pmatrix}\longrightarrow$$

$$\varphi_c=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&\alpha\\-1&1&0\end{pmatrix}\xrightarrow{det}\left|\{(0)-(-1+\alpha)\}\right|=0\longrightarrow$$

$$1-\alpha=0\longrightarrow\boxed{\alpha=1}$$

گ 3 به ازای $\alpha=1$ دترمینان $|\varphi_c|=0$ می گردد که کنترل پذیر نمی باشد به ازای $\boxed{\alpha=1}$

OK

۳۵- برای ماتریس سیستم $P_1[s]$، صفرهای دکوپله ورودی و صفرهای دکوپله خروجی کدام است؟

$$\left[\begin{array}{ccc|cc} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & (s+۳) & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & s(s+۳) & s(s+۲) & -s & s+۲ \\ \hline ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۱ \\ ۰ & s+۳ & ۰ & ۱ & ۲ \end{array}\right]$$

۱) صفر دکوپله ورودی = $\{-۳\}$، صفرهای دکوپله خروجی = $\{-۳ , ۰ , -۲\}$

۲) صفر دکوپله ورودی ندارد، صفرهای دکوپله خروجی = $\{۰ , -۲\}$

۳) صفر دکوپله ورودی = $\{۰ , -۳\}$، صفرهای دکوپله خروجی = $\{۰ , -۲\}$

۴) صفر دکوپله ورودی = $\{۰ , -۳\}$، صفرهای دکوپله خروجی = $\{-۳ , ۰\}$

(35)

$$P(s)=\left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (s+3) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & s(s+3) & s(s+2) & -s & s+3 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & s+3 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \longrightarrow$$

[illegible]

[illegible] 35

$$A(s)=\left(P(s) \mid Q(s)\right) \longrightarrow \left(S(s) \mid 0\right) \longrightarrow$$

$$A(s)=\left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (s+3) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & s(s+3) & s(s+2) & -s & s+3 \end{array}\right) \longrightarrow$$

$D_0(s)=1$

$D_1(s)=1$

$D_2(s)=1$

$s(s+2)(s+3)$ $\quad$ $-s(s+3)\ \ -s(s+3)$ $\quad$ $-2s(s+3)$ $\quad$ $(s+3)^2$

$$D_3(s)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (s+3) & 0 \\ 0 & s(s+3) & s(s+2) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (s+3) & 1 \\ 0 & s(s+3) & -s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (s+3) & 0 \\ 0 & s(s+3) & (s+3) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & s(s+2) & -s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & s(s+2) & (s+3) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -s & s+3 \end{pmatrix},$$

$-s(s+2)$ $\quad$ 0 $\quad$ $(s+3)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (s+3) & 0 & 1 \\ s(s+3) & s(s+2) & -s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (s+3) & 0 & 0 \\ s(s+3) & s(s+2) & s+3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (s+3) & 1 & 0 \\ s(s+3) & -s & s+3 \end{pmatrix}$$

0 $\quad$ 0 $\quad$ 0

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ s(s+2) & -s & s+3 \end{pmatrix} \longrightarrow \boxed{(s+3)}$$

$$A(s) \longrightarrow \left(S(s) \;\middle|\; 0\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (s+3) & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\longrightarrow \text{id } z = \{-3\} \longrightarrow$$ کنترل ناپذیر (ضدکوپله دارد)

ص ۲ س ۳۵

$$B(s) = \left(\tilde{P}(s) \;\middle|\; -\tilde{R}(s)\right) \longrightarrow \left(S(s) \;\middle|\; 0\right) \longrightarrow$$

$$B(s) = \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (s+3) & s(s+3) & 1 & s+3 \\ 0 & 0 & s(s+2) & 0 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow$$

$D_0(s) = 1$

$D_1(s) = 1$

$D_2(s) = 1$

آخری $\longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ s(s+3) & 1 & (s+3) \\ s(s+2) & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 0

$s(s+3)(s+2)$

$$D_3(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (s+3) & s(s+3) \\ 0 & 0 & s(s+2) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (s+3) & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ 0 }, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (s+3) & (s+3) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ 0 }$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & s(s+3) & 1 \\ 0 & s(s+2) & 0 \end{pmatrix} \to -s(s+2), \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & s(s+3) & (s+3) \\ 0 & s(s+2) & 0 \end{pmatrix} \to -s(s+2)(s+3), \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (s+3) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ 0 }.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (s+3) & s(s+3) & 1 \\ 0 & s(s+2) & 0 \end{pmatrix} \text{ 0 }, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (s+3) & s(s+3) & (s+3) \\ 0 & s(s+2) & 0 \end{pmatrix} \text{ 0 }, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (s+3) & 1 & (s+3) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ 0 }$$

$$B(s) = \left(s(s) \;\middle|\; 0 \right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s(s+2)(s+3) & 0 & 0 \end{array} \right)$$

صفرها $= z_i \Rightarrow \{0, -2, -3\} \longrightarrow$

مد رویت‌ناپذیر (صفر دکوپله خروجی)

گ ۱

ص ۳ س ۳

۳۵- برای ماتریس سیستم $P_1[s]$، صفرهای دکوپله ورودی و صفرهای دکوپله خروجی کدام است؟ OK

$$\left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (s+3) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & s(s+3) & s(s+2) & -s & s+3 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & s+3 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

۱) صفر دکوپله ورودی = {۳-}، صفرهای دکوپله خروجی = {۲- , ۰ , ۳-} ✓

۲) صفر دکوپله ورودی ندارد، صفرهای دکوپله خروجی = {۲- , ۰}

۳) صفر دکوپله ورودی = {۰ , ۳-}، صفرهای دکوپله خروجی = {۲- , ۰}

۴) صفر دکوپله ورودی = {۰ , ۳-}، صفرهای دکوپله خروجی = {۰ , ۳-}

۳۶- مجموع اندیس‌های رویت پذیری برای ماتریس A , C زیر چقدر است؟ OK

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix},\quad C=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

۱) ۱

۲) ۴

۳) ۳

۴) ۲ ✓

۳۷- کدام گزینه در مورد صفرهای انتقال و صفرهای تغییر ناپذیر صحیح نمی‌باشد؟ OK

ص ۱) صفرهای تغییر ناپذیر با فیدبک حالت عوض نمی‌شوند.

ص ۲) صفرهای انتقال ممکن است با فیدبک خروجی عوض شوند.

ص ۳) برای تحقیق مینیمال حتماً صفرهای تغییر ناپذیر = صفرهای انتقال

۴) صفرهای انتقال حتماً زیر مجموعه‌ای از صفرهای تغییر ناپذیر هستند. ✓

۳۸- ماتریس تبدیل زیر را در نظر بگیرید: OK

$$G(s)=\begin{bmatrix} \frac{s+3}{s+1} & \frac{2}{s+1} \\ \frac{3}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

کدام گزینه در مورد سیستم فوق صحیح است؟

۱) سیستم فوق ناپایدار و غیرمینیمم فاز است.

۲) سیستم فوق ناپایدار و مینیمم فاز است.

۳) سیستم فوق پایدار و غیرمینیمم فاز است. ✓

۴) سیستم فوق پایدار و مینیمم فاز است.

36

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&0&2\end{pmatrix}$$

$$\mathcal{O}_o=\begin{pmatrix}C\\CA\\\vdots\\CA^{n-1}\end{pmatrix}\longrightarrow CA=\underbrace{\begin{pmatrix}1&1&2\\1&0&2\end{pmatrix}}_{2\times3}\underbrace{\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}}_{3\times3}=\underbrace{\begin{pmatrix}1&4&2\\1&3&2\end{pmatrix}}_{2\times3}$$

$$CA^2=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&0&2\end{pmatrix}\left\{\underbrace{\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}}\right\}$$

$$\begin{pmatrix}1&2&0\\0&1&0\\0&2&1\end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix}1&7&2\\1&6&2\end{pmatrix}}_{2\times3}$$

$$\mathcal{O}_o=\underbrace{\begin{pmatrix}1&1&2\\1&0&2\\1&4&2\\1&3&2\\1&7&2\\1&6&2\end{pmatrix}}_{6\times3}\qquad \text{Rank}=2\longrightarrow$$

رتبه ماتریس رویت پذیری برابر ۲ خواهد شد، لذا طبق تعریف

مجموع اندیس های رویت پذیری برابر است با رتبه ماتریس رویت پذیری

۴

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{s+3}{s+1} & \frac{2}{s+1} \\ \frac{3}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow G(s) = \frac{1}{(s+1)} \begin{pmatrix} (s+3) & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$D_0(s) = 1$

$D_1(s) = 1$

$D_2(s) = (s+3) - 6 = 0 \longrightarrow s+3-6 = 0 \longrightarrow s-3 = 0 \longrightarrow$

$$S(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (s-3) \end{pmatrix} \longrightarrow M(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{s-3}{s+1} \end{pmatrix}$$

$T.P = \{-1, -1\}$

$T.Z = \{3\}$ $\longrightarrow$

حلقه باز پایدار است

ولی مینیمم فاز نیست

(غیر مینیمم فاز)

۳۹- اگر (A, B, C, D) یک تحقق مینیمال بوده به طوری که گرامیان کنترل پذیری و رویت پذیری آن بترتیب Q , P باشند و $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D})$ یک تحقق بالانس از تحقق فوق باشد به طوری که گرامیان کنترل پذیری و رویت پذیری آن بترتیب $\bar{Q}$, $\bar{P}$ باشند و T نیز ماتریس تبدیل دو تحقق فوق باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

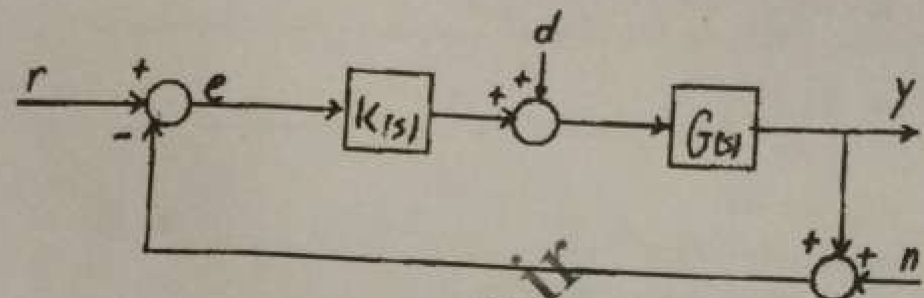
۱) $\bar{P} = \bar{Q}$

۲) ستونی‌های T^{-1} ، بردهای ویژه ماتریس PQ هستند.

۳) $\overline{PQ} = TPQT^{-1}$

۴) $\bar{P} = TPT^{-1}$

۴۰- برای سیستم زیر، کدام یک از گزینه‌ها درست است؟



۱) برای کاهش خطای ردیابی (e)، $\bar{\sigma}(Gk)$ باید تقریباً یک باشد.

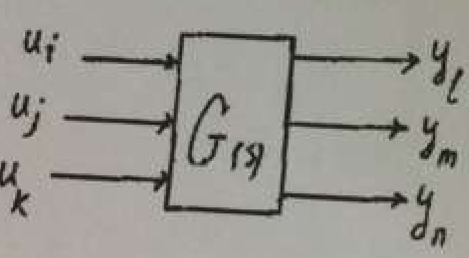
۲) برای کاهش اثر اغتشاشات (d) در خروجی (y)، باید $\bar{\sigma}(Gk)$ خیلی کوچک باشد.

۳) برای کاهش اثر نویز (n) در خروجی (y)، باید $\bar{\sigma}(Gk)$ خیلی کوچک باشد.

۴) برای کاهش خطای ردیابی (e)، $\bar{\sigma}(Gk)$ باید خیلی کوچک باشد.

۴۱- اگر برای ماتریس انتقال $G(s)$، RGA بصورت زیر باشد، زوج‌های مناسب ورودی - خروجی در سیستم کنترل غیرمتمرکز کدامند؟

$$\Lambda[G(0)] = \begin{bmatrix} 0.9\text{[illegible]} & 1.45 & -1.41 \\ 0.94 & -0.37 & 0.43 \\ -0.\text{[illegible]} & -0.07 & 1.98 \end{bmatrix}$$



۱) $\begin{cases} u_1 \leftrightarrow y_1 \\ u_2 \leftrightarrow y_2 \\ u_3 \leftrightarrow y_3 \end{cases}$

۲) $\begin{cases} u_1 \leftrightarrow y_2 \\ u_2 \leftrightarrow y_1 \\ u_3 \leftrightarrow y_3 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} u_1 \leftrightarrow y_2 \\ u_2 \leftrightarrow y_3 \\ u_3 \leftrightarrow y_1 \end{cases}$

۴) $\begin{cases} u_1 \leftrightarrow y_1 \\ u_2 \leftrightarrow y_3 \\ u_3 \leftrightarrow y_2 \end{cases}$

۴۲- برای سیستم چند ورودی ـ چند خروجی با تحقق (A , B , C) و تابع معیار $J=\int_0^\infty e^{2\alpha t}(X^TC^TCX+u^TRu)dt$ به طوریکه $R>0$ ماتریس مثبت معین و $\alpha>0$ است، معادله ریکاتی برای قانون کنترل LQR (مینیمم سازی J) چیست؟

۱) $PA+A^TP-PBR^{-1}B^TP+C^TC+2\alpha P=0$

۲) $PA+A^TP-PBR^{-1}B^TP+C^TC+2\alpha I=0$

۳) $PA+A^TP-PBR^{-1}B^TP+C^TC+\alpha I=0$

۴) $PA+A^TP-PBR^{-1}B^TP+C^TC+\alpha P=0$

۴۳- اگر ماتریس $\begin{bmatrix} A-zI & B \\ C & D \end{bmatrix}$ دارای رتبه کامل سطری بوده و بردارهای y , v وجود داشته باشند به طوری که برای $z_\circ \in \mathbb{C}$ داشته باشیم $[y^* \quad v^*]\begin{bmatrix} A-z_\circ I & B \\ C & D \end{bmatrix}=O$، آنگاه کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

۱) $z_\circ$ همواره یک صفر نامتغیر است.

۲) $z_\circ$ یک مُد کنترل ناپذیر است اگر $v=0$, $y\neq 0$

۳) $z_\circ$ یک صفر نامتغیر است فقط اگر $v\neq 0$, $y\neq 0$

۴) $z_\circ$ همواره یک مُد کنترل ناپذیر است.

۴۴- فرض کنید A , E دو ماتریس بوده به طوری که A تکین (singular) نمی‌باشد. شرط کافی برای تکین نبودن (A + E) چیست؟

۱) $\underline{\sigma}(A)<\overline{\sigma}(E)$

۲) $\overline{\sigma}(A)<\underline{\sigma}(E)$

۳) $\underline{\sigma}(A)>\overline{\sigma}(E)$

۴) $\overline{\sigma}(A)>\underline{\sigma}(E)$

۴۵- OK معادلات حالت زیر را در نظر بگیرید:

$$x^\cdot(t)=\begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}x(t)$$

۱) سیستم فوق کنترل پذیر تابعی بوده ولی کنترل پذیر حالت نمی‌باشد. ✓

۲) سیستم فوق نه کنترل پذیر تابعی است و نه کنترل پذیر حالت

۳) سیستم فوق هم کنترل پذیر حالت و هم کنترل پذیر تابعی است.

۴) سیستم فوق کنترل پذیر حالت بوده ولی کنترل پذیر تابعی نمی‌باشد.

45

برای بررسی کنترل پذیری تابعی $|G(s)| \neq 0$ باشد.

برای بررسی کنترل پذیری با ماتریس کنترل پذیر Q_C را از روی A و B تشکیل داده و بررسی می کنیم که آیا نقص رتبه دارد یا نه؟

$$Q_C = (B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B) \longrightarrow \text{Rank}\, Q_C = 3$$

حالت کنترل پذیر نیست

$$G = C(sI - A)^{-1}B + D \longrightarrow |G(s)| \neq 0$$

۱

کنترل پذیر تابعی