به نام خدا

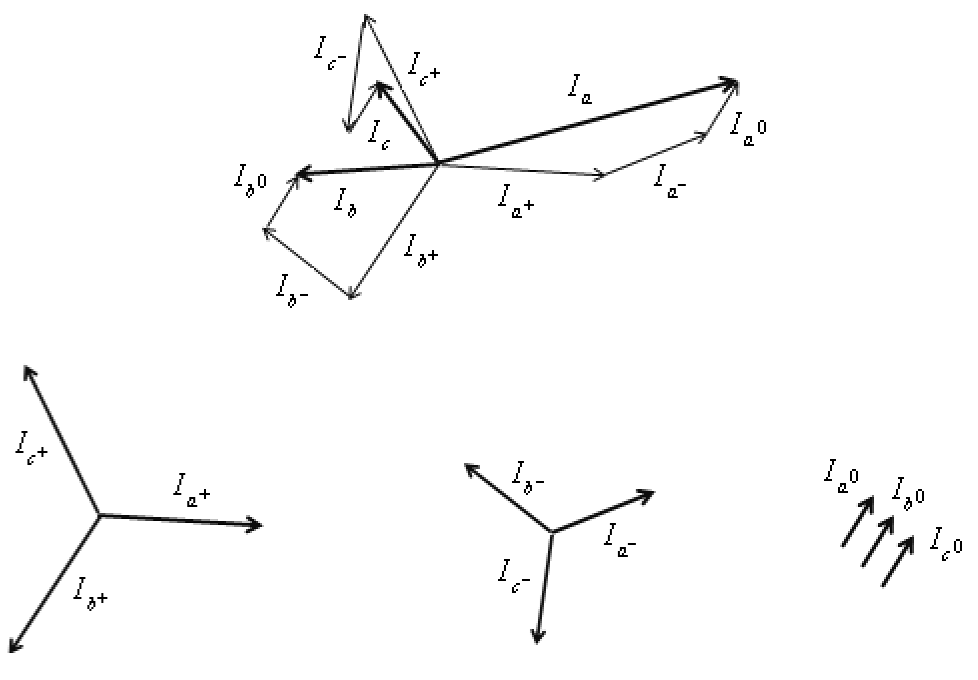
حالت گذرای سیستم قدرت – تحلیل سیستم نامتعادل

(“Electrical Energy systems theory” Elgerd)

در فصل سیستمهای متعادل فرض کردیم سیستم از تعادل کامل برخوردار است. در سیستمهای با بار نامتقارن و یا حالتی که اتصالکوتاه نا متقارن رخ داده است نمی توان از مدل تحلیل تک فاز بهره گرفت. در این شرایط جریان فاز صفر نیز برابر صفر نخواهد بود. در این حالات باید از تحلیل های خاص نا متعادل بهره گرفت.

1- مولفه های متقارن

هر سیستم نا متقارن را می توان توسط سه سیستم متقارن تجزیه نمود. شکل(1) تجزیه یک سیستم نامتقارن به سه سیستم متقارن را نشان می دهد.



شکل (1) تجزیه یک سیستم نا متقارن به سه سیستم متقارن

رابطه بین مولفه های متقارن و سیستم نامتقارن عبارتست از:

$$
\begin{aligned}
I_a &= I_{a^+} + I_{a^-} + I_{a^0} \\
I_b &= I_{b^+} + I_{b^-} + I_{b^0} \qquad (1) \\
I_c &= I_{c^+} + I_{c^-} + I_{c^0}
\end{aligned}
$$

با توجه به رابطه موجود بین مولفه های متقارن می بینیم که

$$I_{b^+} = I_{a^+} e^{-j120^\circ} \qquad I_{c^+} = I_{a^+} e^{j120^\circ}$$
$$I_{b^-} = I_{a^-} e^{j120^\circ} \qquad I_{c^-} = I_{a^-} e^{-j120^\circ} \qquad (2)$$
$$I_{b^0} = I_{c^0} = I_{a^0}$$

با تعریف

$$\alpha = e^{j120^\circ}$$

رابطه (1) بصورت مناسب زیر باز نویسی می شود.

$$I_a = I_{a^+} + I_{a^-} + I_{a^0}$$
$$I_b = \alpha^2 I_{a^+} + \alpha I_{a^-} + I_{a^0} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a^+} \\ I_{a^-} \\ I_{a^0} \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} I_{a^+} \\ I_{a^-} \\ I_{a^0} \end{bmatrix} \qquad (3)$$
$$I_c = \alpha I_{a^+} + \alpha^2 I_{a^-} + I_{a^0}$$

حال با تعریف جریان فاز $I_p = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$ و جریان مولفه های متقارن $I_s = \begin{bmatrix} I_{a^+} \\ I_{a^-} \\ I_{a^0} \end{bmatrix}$ داریم

$$I_p = T I_s \qquad I_s = T^{-1} I_p \qquad (4)$$

که ماتریس تبدیل عبارتست از:

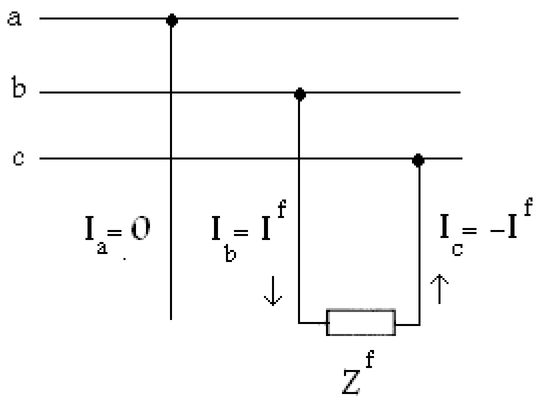
$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \qquad T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5)$$

روابط فوق برای ولتاژها نیز برقرار است یعنی

$$V_p = T V_s \qquad V_s = T^{-1} V_p \qquad (6)$$

که ولتاژهای فاز $V_p = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$ و ولتاژهای مولفه های متقارن $V_s = \begin{bmatrix} V_{a^+} \\ V_{a^-} \\ V_{a^0} \end{bmatrix}$ می باشد.

مثال 1: در شکل(2) یک اتصالکوتاه نامتقارن بین فازهای b و c رخ داده است. مطلوبست تعیین مولفه های نامتقارن و متقارن در سیستم.



شکل (2) اتصالکوتاه خط به خط

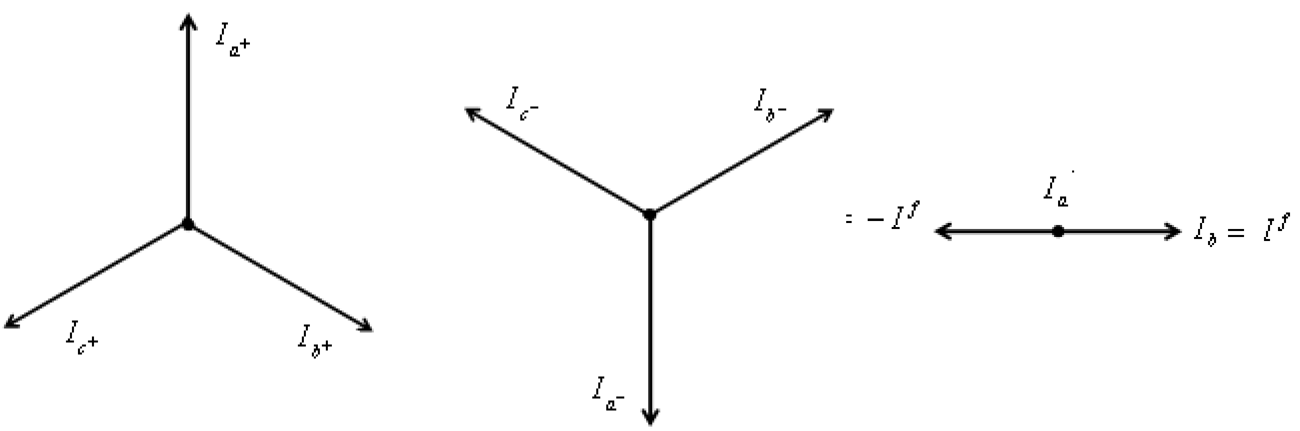
با توجه به شکل جریان های فاز عبارتست از:

$$I_p = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I^f \\ -I^f \end{bmatrix}$$

با توجه به رابطه 4 جریانهای مولفه های متقارن عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} I_{a^+} \\ I_{a^-} \\ I_{a^0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ I^f \\ -I^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{j}{\sqrt{3}} I^f \\ -\frac{j}{\sqrt{3}} I^f \\ 0 \end{bmatrix}$$

شکل سمت راست جریانهای فاز و دو شکل سمت چپ جریانهای مولفه های متقارن(مثبت و منفی) را نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود در یک بار خط بخط و یا اتصالکوتاه خط بخط مولفه توالی صفر نداریم.



حال به بررسی رابطه توان در سیستم سه فاز بر حسب مولفه های فاز و مولفه های توالی می پردازیم:

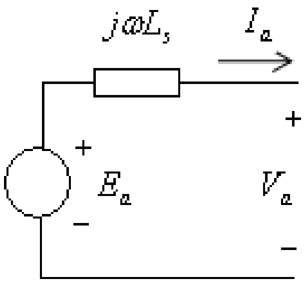
$$S = P + jQ = V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* = \begin{bmatrix} V_a & V_b & V_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a^* \\ I_b^* \\ I_c^* \end{bmatrix} = V_p^T I_p^* \tag{7}$$

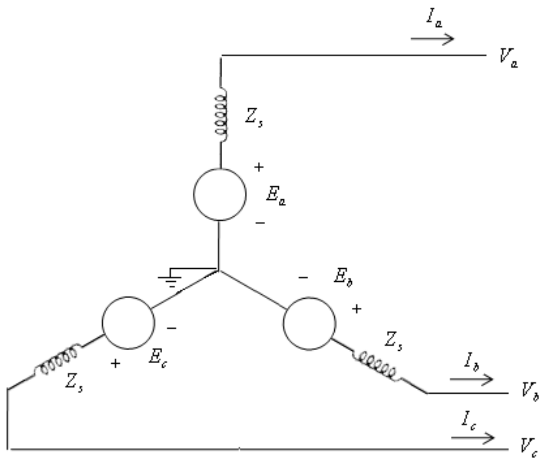
با جاگذاری مولفه های متقارن در رابطه فوق داریم:

$$S = P + jQ = V_p^T I_p^* = (TV_s)^T (TI_s)^* = V_s^T T^T T^* I_s^* = V_s^T 3 I_s^* = 3 V_s^T I_s^* = 3V_{a^+} I_{a^+}^* + 3V_{a^-} I_{a^-}^* + 3V_{a^0} I_{a^0}^* \tag{8}$$

2- نمایش معادلات کار ژنراتور بصورت مولفه های متقارن

در یک ماشین سنکرون که بصورت متقارن بارگذاری شده است با اغماض از برجستگی رتور مدار ماشین بصورت شکل (3) است.





شکل(3) یک ماشین سنکرون　　　　　　　　　　شکل(4) ژنراتور سنکرون در حالت متعادل

در این حالت رابطه بین ولتاژهای فاز و ولتاژهای تحریک و جریان سه فاز و امپدانس سنکرون عبارتست از:

$$\begin{aligned} V_a &= E_a - j\omega LI_a + j\omega MI_b + j\omega MI_c \\ V_b &= E_b + j\omega MI_a - j\omega LI_b + j\omega MI_c \\ V_c &= E_c + j\omega MI_a + j\omega MI_b - j\omega LI_c \end{aligned} \qquad (9)$$

اگر ماشین سنکرون را در حالت کار متعادل در نظر بگیریم $I_a + I_b + I_c = 0$ می باشد و از طرف دیگر اندازه M برابر با نصف L_s می باشد لذا رابطه (9) بصورت زیر در خواهد آمد.

$$V_a = E_a - j\omega LI_a + j\omega MI_b + j\omega MI_c = E_a - j\omega(L+M)I_a = E_a - \frac{3}{2}j\omega LI_a = E_a - j\omega L_s I_a$$

$$V_b = E_b + j\omega MI_a - j\omega LI_b + j\omega MI_c = E_b - j\omega(L+M)I_b = E_b - \frac{3}{2}j\omega LI_b = E_b - j\omega L_s I_b$$

$$V_c = E_c + j\omega MI_a + j\omega MI_b - j\omega LI_c = E_c - j\omega(L+M)I_c = E_c - \frac{3}{2}j\omega LI_c = E_c - j\omega L_s I_c$$

لذا مدار معادل ژنراتور در حالت متعادل بصورت شکل(4) خواهد بود. با فرض اینکه ژنراتور در حال کار متعادل نباشد روابط بصورت زیر تغییر خواهد کرد

$$E_p = \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a \\ \alpha^2 E_a \\ \alpha E_a \end{bmatrix}$$

معادله (9) بصورت ساده زیر بیان می شود:

$$V_p = E_p - Z_p I_p \qquad (10)$$

که Z_p قطری با عناصر قطری Z_s می باشد. اگر سیستم متقارن نباشد در این حالت رابطه (10) برقرار بوده ولی ماتریس امپدانس Z_p دیگر قطری نخواهد بود و رابطه Z_p بصورت زیر خواهد بود.

$$Z_p = \begin{bmatrix} j\omega L & -j\omega M & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L & -j\omega M \\ -j\omega M & -j\omega M & j\omega L \end{bmatrix} \qquad (11)$$

حال اگر بجای ولتاژ و جریان فاز مقادیر ولتاژ و جریان مولفه های متقارن را قرار دهیم داریم:

$$TV_s = E_p - Z_p TI_s \qquad \Rightarrow \qquad V_s = T^{-1}E_p - T^{-1}Z_p TI_s \qquad (12)$$

با فرض $E_s = T^{-1}E_p$ و $Z_s = T^{-1}Z_p T$ داریم:

$$V_s = E_s - Z_s I_s \tag{13}$$

مقادیر E_s و Z_s عبارتند از:

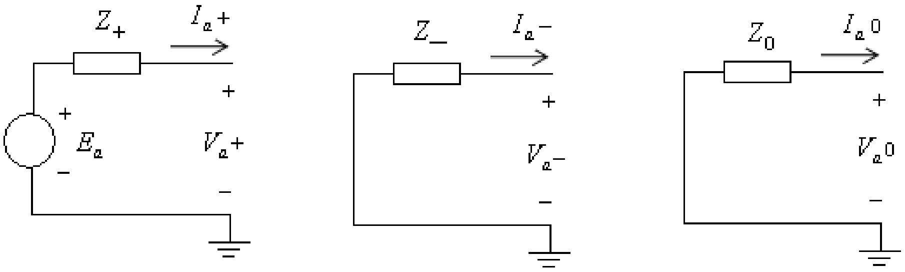
$$E_s = T^{-1}E_p = T^{-1}\begin{bmatrix} E_a \\ \alpha^2 E_a \\ \alpha E_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$Z_s = T^{-1}\begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ z_3 & z_1 & z_2 \\ z_2 & z_3 & z_1 \end{bmatrix} T = \begin{bmatrix} j\omega(L+M) & 0 & 0 \\ 0 & j\omega(L+M) & 0 \\ 0 & 0 & j\omega(L-2M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_+ & 0 & 0 \\ 0 & z_- & 0 \\ 0 & 0 & z_0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

بنابراین رابطه (13) بفرم ساده زیر نشان داده می شود.

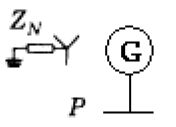
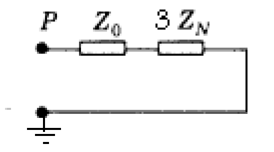
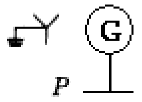
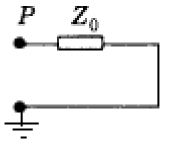
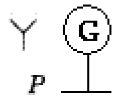
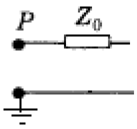
$$\begin{aligned} V_{a^+} &= E_a - Z_+ I_{a^+} \\ V_{a^-} &= -Z_- I_{a^-} \\ V_{a^0} &= -Z_0 I_{a^0} \end{aligned} \tag{16}$$

توجه شود که در ژنراتورها امپدانس توالی + و - با هم برابر و امپدانس توالی صفر کوچکتر از آنها می باشد. بلوکهای توالی + و - و صفر ژنراتور نشان داده شده در شکل 3 بصورت شکل (5) است.



شکل(5) بلوکهای توالی + و - و صفر برای ژنراتور

بلوکهای توالی + و - ژنراتورها مستقل از نوع اتصال مرکز ستاره ژنراتور می باشد ولی بلوک توالی صفر ژنراتور به نحوه اتصال مرکز ستاره ژنراتور بستگی دارد. شکل (6) بلوک توالی صفر ژنراتور را برای حالات مختلف نشان می دهد.

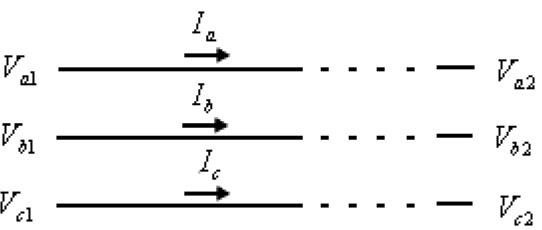
حالت	نماد و نمودار اتصال	مدار معادل توالی صفر
۱		
۲		
۳		

شکل(6) بلوک توالی صفر برای ژنراتور با انواع اتصالات مرکز ستاره

شکل(6) تعیین امپدانس توالی منفی(الف) و صفر ژنراتور(ب)

3- خطوط انتقال بصورت مولفه های متقارن

خط انتقال مقابل بصورت رابطه (20) مدل می شود



$$= Z_1 I_a + Z_2 I_b + Z_2 I_c + V_{a2}$$
$$= Z_2 I_a + Z_1 I_b + Z_2 I_c + V_{b2} \qquad (20)$$
$$= Z_2 I_a + Z_2 I_b + Z_1 I_c + V_{c2}$$

حال اگر بجای ولتاژ و جریان فاز مقادیر ولتاژ و جریان مولفه های متقارن را قرار دهیم داریم:

$$TV_{s1} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 & Z_1 \end{bmatrix} TI_s + TV_{s2} \qquad \Rightarrow \qquad V_{s1} = T^{-1} \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 & Z_1 \end{bmatrix} TI_s + V_{s2} \qquad \Rightarrow$$

21)

$$V_{s1}=\begin{bmatrix} Z_1-Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1-Z_2 & 0 \\ 0 & 0 & Z_1+2Z_2 \end{bmatrix} I_s + V_{s2} \qquad \Rightarrow \qquad Z_{Ls}=\begin{bmatrix} Z_1-Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1-Z_2 & 0 \\ 0 & 0 & Z_1+2Z_2 \end{bmatrix} \quad ($$

پس امپدانسهای توالی مثبت و منفی خطوط انتقال با هم برابر و امپدانس توالی صفر بمراتب از آنها بزرگتر است.

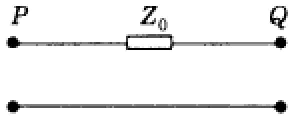
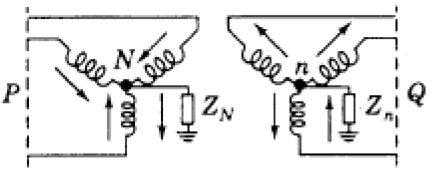
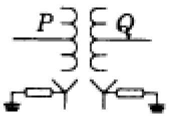
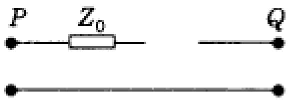
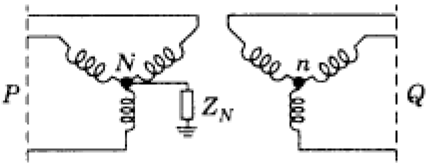
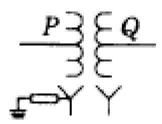
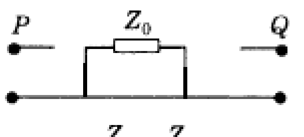
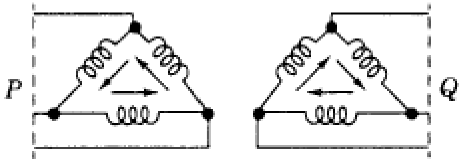
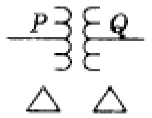
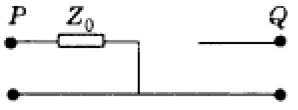
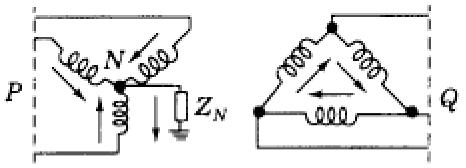
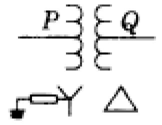
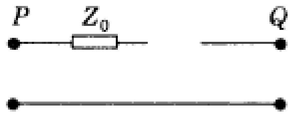
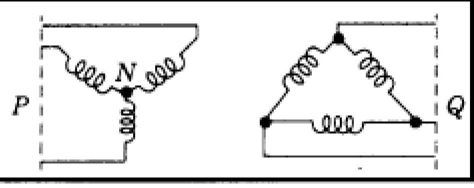
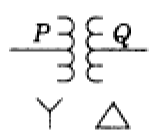
4- ترانسفورمرها بصورت مولفه های متقارن

امپدانس توالی مثبت و منفی ترانسفورمرها با یکدیگر برابر بوده و همان اندوکتانس نشتی می باشد.

$$X_+ = X_- = X_T \qquad (22)$$

امپدانس توالی صفر کاملا تابع نوع اتصال ترانس می باشد. شکل (7) امپدانس توالی صفر را برای حالتهای مهم نشان می دهد.

$$X_+ = X_- = X_T \qquad (22)$$

مدار معادل توالی صفر	نمودار اتصال	نماد	حالت
 $Z_0 = Z_T + 3Z_N + 3Z_n$			۱
 $Z_0 = Z_T + 3Z_N$			۲
 $Z_0 = Z_T$			۳
 $Z_0 = Z_T + 3Z_N$			۴
 $Z_0 = Z_T$			۵

شکل(7) مدار مبین مدار معادل توالی صفر در اتصالات مختلف ترانس

5- تحلیل اتصالکوتاه های نا متقارن در سیستمهای ساده

در تجزیه تحلیل اتصالکوتاه شبکه های نا متقارن سه مرحله زیر باید انجام شود.

الف) تشکیل شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر

ب) انتخاب نوع و محل اتصالکوتاه و بیان آن بر حسب شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر

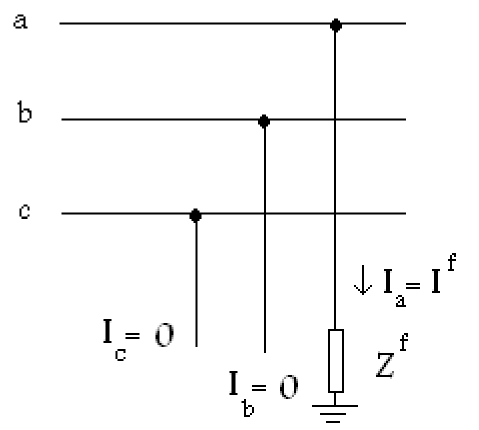
ج) حل معادلات شبکه های بدست آمده و بدست آوردن ولتاژ و جریان در کل شبکه

برای توضیح بخش ب در مراحل فوق باید روش اتصال شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر را در حالات گوناگون بررسی کنیم.

5-1 اتصالکوتاه یک باس به زمین

این نوع اتصالکوتاه در شکل مقابل دیده می شود. در این اتصالکوتاه تنها یکی از فازها حامل جریان بوده و جریان دو فاز دیگر برابر صفر است. لذا جریانهای فاز عبارتند از:

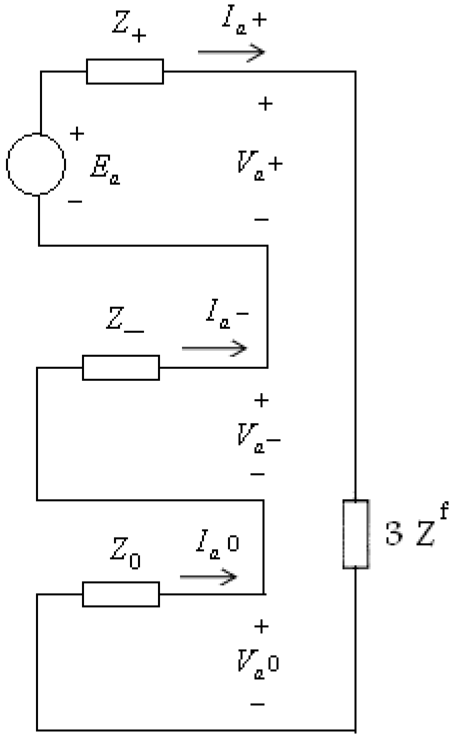
$$I_p = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I^f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



لذا مولفه های متقارن جریان عبارتند از:

$$\begin{bmatrix} I_{a^+} \\ I_{a^-} \\ I_{a^0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I^f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} I^f \\ I^f \\ I^f \end{bmatrix} \qquad (23)$$

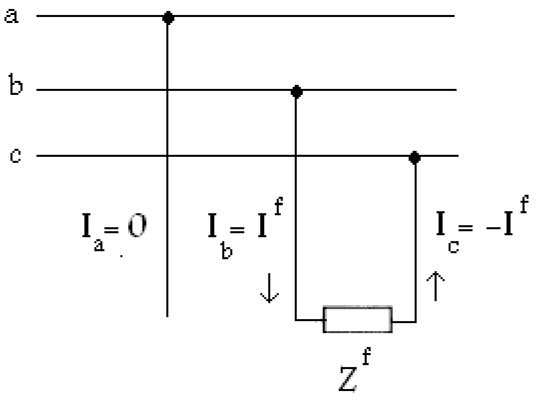
همانگونه که مشخص است در این حالت جریانهای توالی مثبت، منفی و صفر با هم برابر است لذا شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر بصورت شکل (8) مدل می شود.



شکل(8) نحوه اتصال شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر برای یک اتصالکوتاه یک فاز به زمین

2-5 اتصالکوتاه دو فاز به هم

این نوع اتصالکوتاه در شکل مقابل دیده می شود. در این اتصالکوتاه دوفاز به هم از طریق امپدانس خطا متصل شده و فاز سوم باز است. لذا جریانهای فاز عبارتند از:

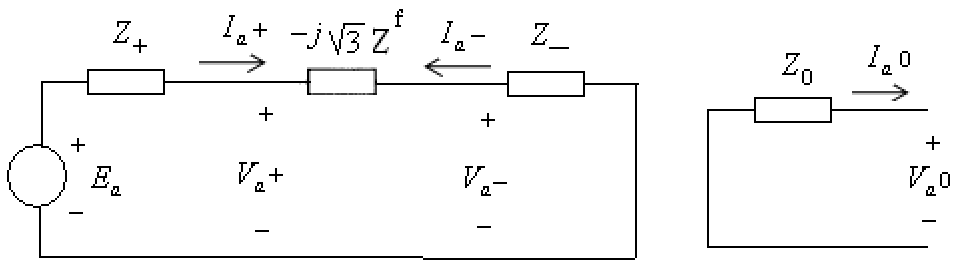


$$I_p = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I^f \\ -I^f \end{bmatrix}$$

لذا مولفه های متقارن جریان عبارتند از:

$$\begin{bmatrix} I_{a^+} \\ I_{a^-} \\ I_{a^0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ I^f \\ -I^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{j}{\sqrt{3}} I^f \\ -\frac{j}{\sqrt{3}} I^f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

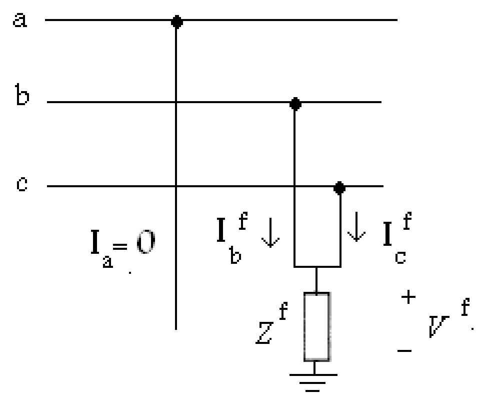
همانگونه که مشخص است در این حالت جریانهای توالی مثبت، منفی قرینه یکدیگر بوده و جریان توالی صفر برابر صفر است. لذا شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر بصورت شکل (9) مدل می شود.



شکل(9) نحوه اتصال شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر برای یک اتصالکوتاه دو فاز به هم

3-5 اتصالکوتاه دو فاز به هم و به زمین

این نوع اتصالکوتاه در شکل مقابل دیده می شود. در این اتصالکوتاه ولتاژ دو فاز b و c با هم برابر است لذا داریم:



$$V_p = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \\ V^f \\ V^f \end{bmatrix}$$

لذا مولفه های متقارن ولتاژ عبارتند از:

$$\begin{bmatrix} V_{a^+} \\ V_{a^-} \\ V_{a^0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_a \\ V^f \\ V^f \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} V_a - V^f \\ V_a - V^f \\ V_a + 2V^f \end{bmatrix} \qquad (25)$$

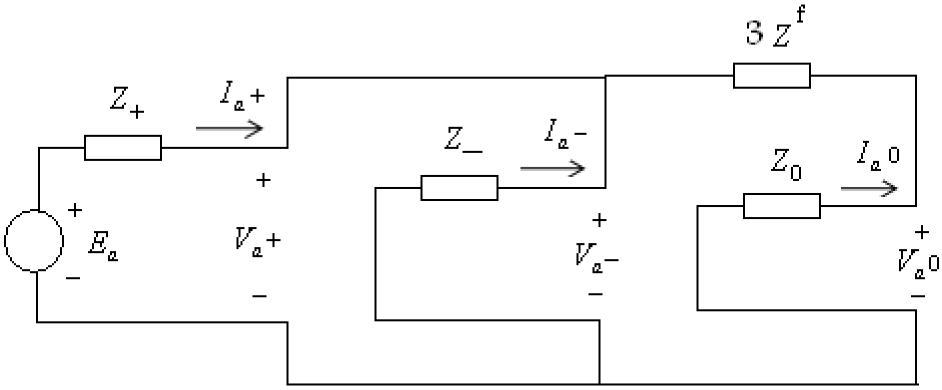
همانگونه که مشخص است در این حالت ولتاژهای توالی مثبت، منفی برابر است. از طرفی چون جریان فاز a برابر صفر است داریم:

$$I_a = 0 \qquad \Rightarrow \qquad I_{a^+} + I_{a^-} + I_{a^0} = 0 \qquad (26)$$

از طرف دیگر می دانیم که $I_{a^0} = \frac{1}{3}(I_b^f + I_c^f)$ لذا از امپدانس خطا تنها جریان $3I_{a^0}$ می گذرد. از طرف دیگر ولتاژ دو سر امپدانس خطا V_f عبارتست از:

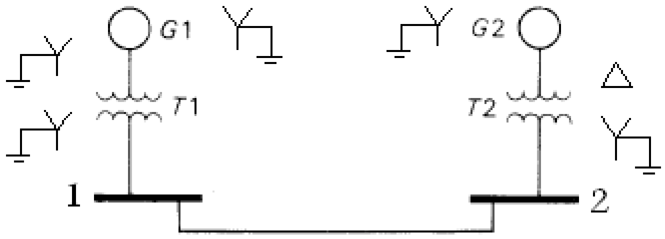
$$V_f = 3Z_f I_{a^0}$$

پس با توجه به توضیحات فوق شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر بصورت شکل (10) مدل می شود.



شکل(10) نحوه اتصال شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر برای یک اتصالکوتاه دو فاز به هم به زمین

مثال 2 : سیستم دارای دو باس شکل (11) را در نظر بگیرید. در این شکل ژنراتورها و ترانسها $300\ MVA$ می باشد. امپدانس توالی مثبت(منفی) و امپدانس توالی صفر خط انتقال بترتیب $0.2\ pu$ و $0.55\ pu$ بر مبنای $300\ MVA$ است. از مقاومت و ظرفیت خازنی خط اغماض می شود. راکتانس ترانسها $0.12\ pu$ و راکتانس فوق گذرای ژنراتورها $0.1\ pu$ و راکتانس توالی صفر ژنراتور $0.05\ pu$ است. ولتاژ قبل از خطا را یک پریونیت فرض کرده و از جریانهای قبل از خطا اغماض کنید.



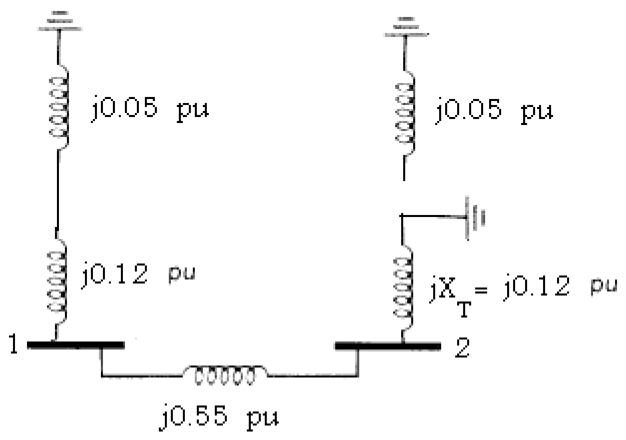
شکل (11) اتصالکوتاه نا متقارن در یک شبکه دو باس

الف) اگر اتصالکوتاه بی واسطه یک فاز به زمین در باس 1 رخ دهد مطلوبست جریانها و ولتاژها در باس 1 و جریانهای سایر المانهای مدار.

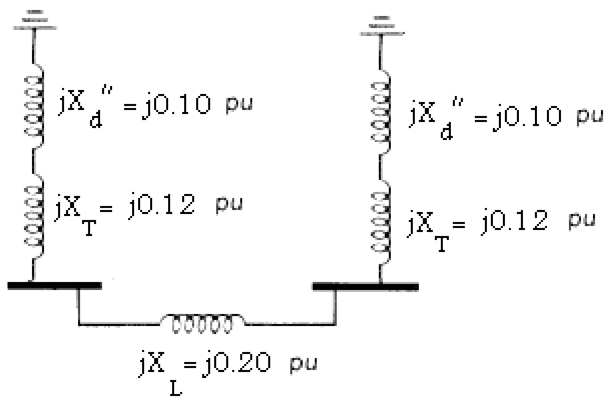
ب) اگر اتصالکوتاه بی واسطه دو فاز به هم در باس 1 رخ دهد مطلوبست جریانها و ولتاژها در باس باس 1 و جریانهای سایر المانهای مدار.

حل: همانگونه که قبلا اشاره شد ابتدا باید شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر بدست آید.

شبکه توالی مثبت و منفی بصورت شکل زیر (سمت راست) و شبکه توالی صفر بصورت شکل زیر (سمت چپ) می باشد.

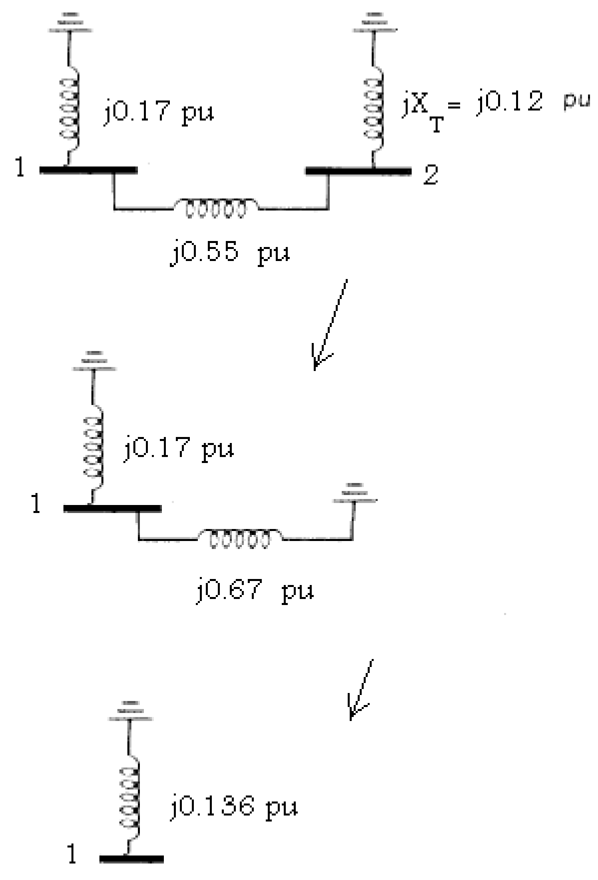


Zero sequence network

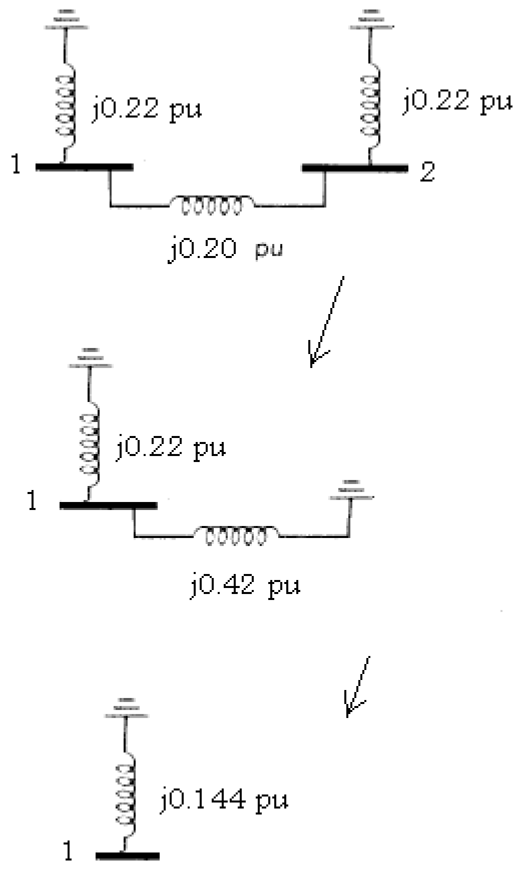


Positive and negative sequence networks

شبکه های توالی ساده شده در باس 1 بصورت زیر است.

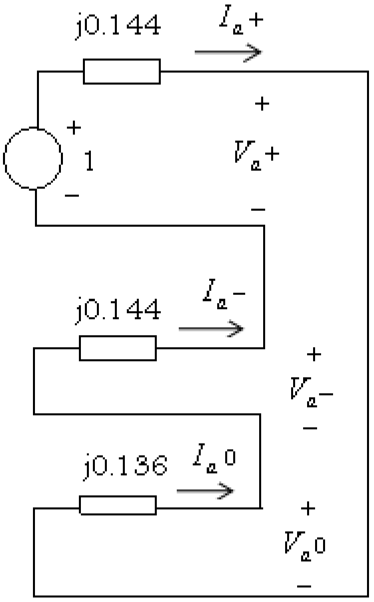


Zero sequence network



Positive and negative sequence networks

حال باید بسته نوع اتصالکوتاه شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر را با یکدیگر در نظر بگیریم.



الف) اگر اتصالکوتاه بی واسطه یک فاز به زمین رخ دهد شبکه های توالی باید بصورت مقابل بهم وصل شوند. با توجه به شکل داریم:

$$I_{a^+} = I_{a^-} = I_{a^0} = \frac{1}{j0.144 + j0.144 + j0.136} = 2.358\angle -90^\circ$$

حال جریانهای فاز عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.358\angle -90^\circ \\ 2.358\angle -90^\circ \\ 2.358\angle -90^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.08\angle -90^\circ \ pu \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ولتاژهای توالی نیز بشرح زیر است:

$$V_{a^+} = 1\angle 0^\circ - j0.144(2.358\angle -90^\circ) = 0.660\angle 0^0$$
$$V_{a^-} = -j0.144(2.358\angle -90^\circ) = 0.340\angle 180^0$$
$$V_{a^0} = -j0.136(2.358\angle -90^\circ) = 0.321\angle 180^0$$

حال ولتاژهای فاز عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.660\angle 0^\circ \\ 0.340\angle 180^\circ \\ 0.321\angle 180^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.991\angle -119^\circ \ pu \\ 0.991\angle 119^\circ \ pu \end{bmatrix}$$

حال جریان ترانس و ژنراتور شماره 1 از رابطه زیر بدست می آید.

$$= I_{a^-G_1} = 2.358\angle -90^\circ \frac{j0.42}{j0.42 + j0.22} = 1.547\angle -90^\circ \qquad I_{a^0G_1} = 2.358\angle -90^\circ \frac{j0.67}{j0.67 + j0.17} = 1.881\angle -90^\circ$$

بنابراین جریانهای فاز در ترانس و ژنراتور شماره 1 عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} I_{aG_1} \\ I_{bG_1} \\ I_{cG_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.547\angle -90^\circ \\ 1.547\angle -90^\circ \\ 1.881\angle -90^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.98\angle -90^\circ \ pu \\ 0.33\angle -90^\circ \ pu \\ 0.33\angle -90^\circ \ pu \end{bmatrix}$$

جریان داخل سیم زمین ترانس و ژنراتور شماره 1 عبارتست از:

$$I_n = 3I_{a^0 G_1} = 5.643\angle -90^\circ \;\; pu$$

جریان سمت ستاره ترانس شماره 2 و خط انتقال از رابطه زیر بدست می آید.

$$_L = I_{a^- L} = 2.358\angle -90^\circ \frac{j0.22}{j0.42 + j0.22} = 0.811\angle -90^\circ \qquad I_{a^0 L} = 2.358\angle -90^\circ \frac{j0.17}{j0.67 + j0.17} = 0.477\angle -90^\circ$$

بنابراین جریانهای سمت ستاره ترانس شماره 2 و خط انتقال عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} I_{aL} \\ I_{bL} \\ I_{cL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.811\angle -90^\circ \\ 0.811\angle -90^\circ \\ 0.477\angle -90^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.1\angle -90^\circ \;\; pu \\ 0.33\angle +90^\circ \;\; pu \\ 0.33\angle +90^\circ \;\; pu \end{bmatrix}$$

جریان داخل سیم زمین سمت ستاره ترانس شماره 2 عبارتست از:

$$I_n = 3I_{a^0} = 1.43\angle -90^\circ \;\; pu$$

توجه شود که فاز b و c در محل اتصالکوتاه جریان ندارد ولی جریانهای محاسبه شده فاز b و c در ترانسها دارای مقدار است.

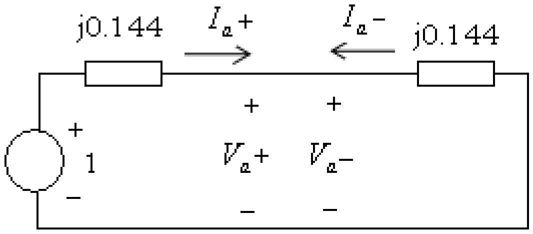
برای محاسبه جریان ژنراتور شماره 2 باید به گروه ترانس ستاره مثلث توجه کرد. جریانهای توالی در ژنراتور شماره 2 عبارتست از:

$$I_{a^+ G_2} = 0.811\angle -90^\circ + 30^\circ \qquad I_{a^- G_2} = 0.811\angle -90^\circ - 30^\circ \qquad I_{a^0 G_2} = 0$$

بنابراین جریانهای ژنراتور شماره 2 عبارتست از:

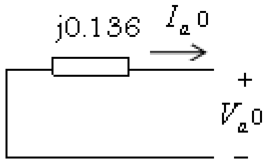
$$\begin{bmatrix} I_{aG2} \\ I_{bG2} \\ I_{cG2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.811\angle -90^\circ + 30^\circ \\ 0.811\angle -90^\circ - 30^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.41\angle -90^\circ \;\; pu \\ 0 \;\; pu \\ 1.41\angle +90^\circ \;\; pu \end{bmatrix}$$

ب) اگر اتصالکوتاه بی واسطه دو فاز به هم زمین رخ دهد شبکه های توالی با ید بصورت مقابل بهم وصل شوند. با توجه به شکل داریم:



$$I_{a^+} = -I_{a^-} = \frac{1}{j0.144 + j0.144} = 3.472\angle -90^\circ$$

$$I_{a^0} = 0$$



حال جریانهای فاز عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.472\angle -90^\circ \\ -3.472\angle -90^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6.01\angle -180^\circ \\ 6.01\angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

ولتاژهای توالی نیز بشرح زیر است:

$$V_{a^+} = V_{a^-} = 1\angle 0^\circ - j0.144(3.472\angle -90^\circ) = 0.5\angle 0^0$$
$$V_{a^0} = 0$$

حال ولتاژهای فاز عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5\angle 0^\circ \\ 0.5\angle 0^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\angle 0^\circ \\ 0.5\angle 180^\circ \ pu \\ 0.5\angle 180^\circ \ pu \end{bmatrix}$$

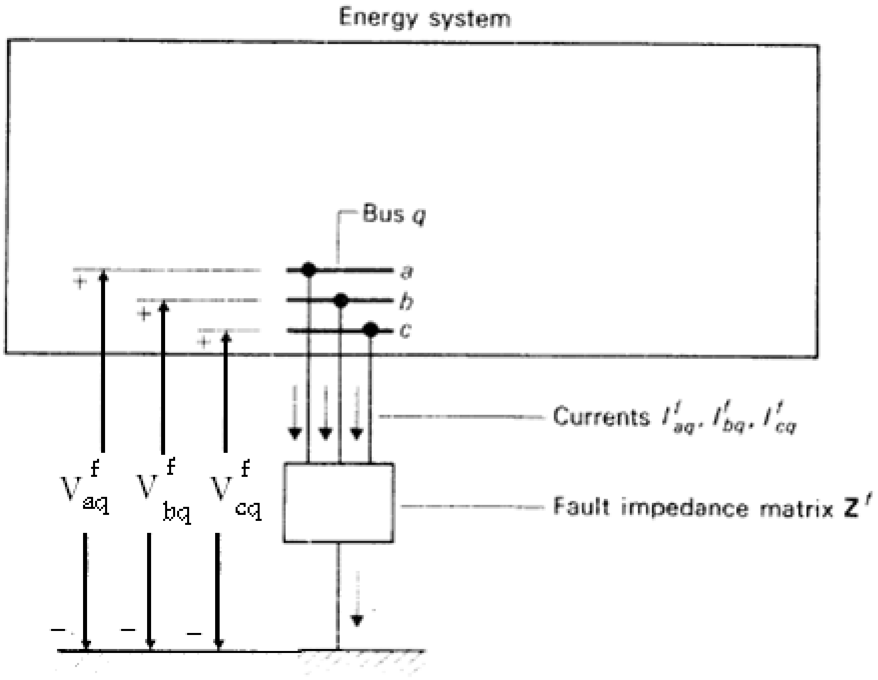
مابقی جریانها مشابه قسمت الف بدست می آید.

6- تحلیل اتصالکوتاه های نا متقارن در سیستمهای با ابعاد بزرگ

در این بخش مشابه حالت متعادل به بررسی محاسبات کلی اتصالکوتاه می پردازیم. در ابتدا توجه شود که جهت راحتی در بیان روابط

- متغیرهای پیش از بروز خطا با بالانویس 0 نمایش داده می شود.
- متغیرهای پس از بروز خطا با بالانویس f نمایش داده می شود.
- متغیرهای فاز بطور کلی با علامت p و بطور جزئی با علائم a ،b و c نشان داده می شود.
- متغیرهای متقارن بطور کلی با علامت s و بطور جزئی با علائم + ، - و 0 نشان داده می شود.

شکل (12) یک سیستم n باس را که در معرض یک خطای اتصالکوتاه در فرم کلی قرار گرفته است نشان می دهد. با انتخاب ماتریس امپدانس عیب نوع خطا محاسبه می شود.



شکل (12) یک سیستم n باس را که در معرض یک خطای اتصالکوتاه در فرم کلی

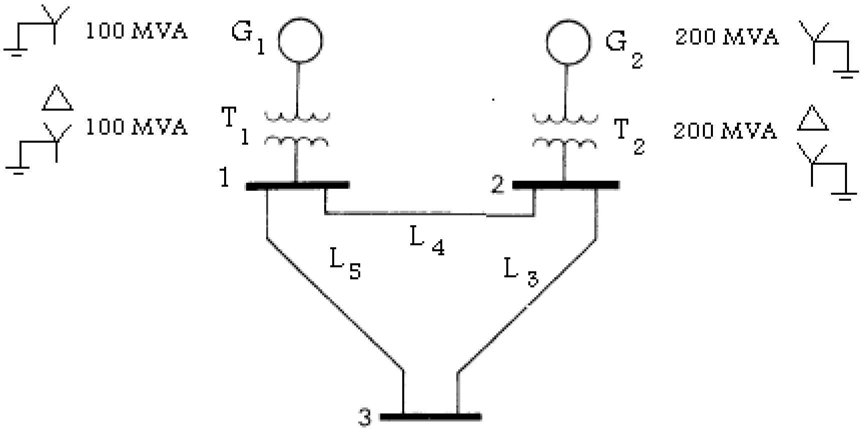
6-1 مدل سازی شبکه به کمک ماتریسهای توالی مثبت و منفی و صفر

در فصل اتصالکوتاه متعادل ماتریس امپدانس Z_{bus} معرفی گردید. در این بخش سه ماتریس امپدانس برای توالی های مثبت و منفی و صفر بدست می آوریم. می دانیم شبکه توالی مثبت و منفی یکسان بوده و تنها در نمایش ژنراتور متفاوت است که در توالی مثبت معمولا امپدانس ژنراتور با X''_d و در توالی منفی امپدانس ژنراتور با X_- مدل می شود. معمولا این دو مقدار برابر بوده و لذا شبکه های توالی مثبت و منفی با هم برابر است.

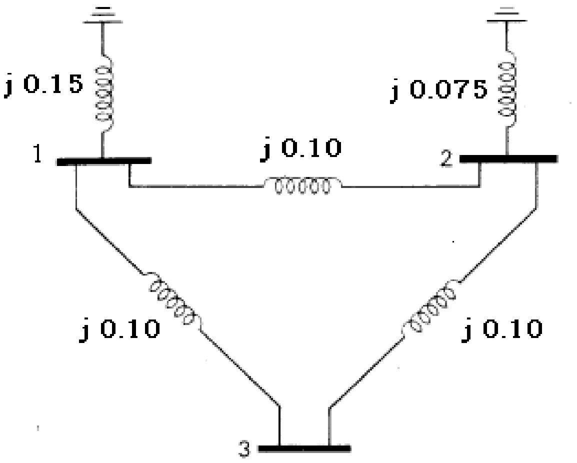
$$Z_{-,bus} = Z_{+,bus} \qquad (27)$$

ولی شبکه صفر کاملا متفاوت بوده و بستگی به نوع اتصال و نقاط صفر شبکه دارد.

مثال 3: شکل (13) یک شبکه سه باسه را نشان می دهد. امپدانس فوق گذرای ژنراتورها بر حسب مقادیر نامی آنها 0/2 و امپدانس توالی صفر 0/1 پریونیت و امپدانس ترانسها بر اساس مقادیر نامی خود 0/1 پریونیت است. امپدانس کلیه خطوط 0/2 پریونیت و امپدانس توالی صفر خطوط 0/4 پریونیت بر مبنای 100 مگاولت آمپر است. می خواهیم ماتریسهای امپدانس توالی را محاسبه کنیم.



شکل (13) شبکه سه باس مثال 3



حل: ابتدا با صفر کردن منابع اکتیو و جایگزینی ژنراتورها و ترانسها با امپدانسهای متناظر شبکه توالی مثبت و منفی بصورت زیر بدست می آید. توجه کنید که امپدانسها باید بر حسب یک مبنای واحد انتخاب شود که در اینجا مبنای 50 مگاولت آمپر انتخاب می شود.

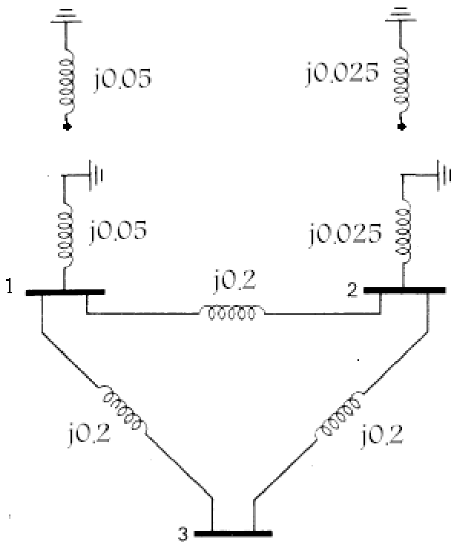
ماتریس امپدانس توالی مثبت ومنفی این شبکه مشابه فصل اتصالکوتاه متقارن عبارتست از:

$$Z_{+,bus} = Y_{+,bus}^{-1} = \begin{bmatrix} j0.073 & j0.0386 & j0.0558 \\ j0.0386 & j0.0558 & j0.0472 \\ j0.0558 & j0.0472 & j0.1014 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{+11} & Z_{+12} & Z_{+13} \\ Z_{+21} & Z_{+22} & Z_{+23} \\ Z_{+31} & Z_{+32} & Z_{+33} \end{bmatrix}$$

امپدانس توالی منفی نیز عبارتست از:

$$Z_{-,bus} = \begin{bmatrix} j0.073 & j0.0386 & j0.0558 \\ j0.0386 & j0.0558 & j0.0472 \\ j0.0558 & j0.0472 & j0.1014 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{-11} & Z_{-12} & Z_{-13} \\ Z_{-21} & Z_{-22} & Z_{-23} \\ Z_{-31} & Z_{-32} & Z_{-33} \end{bmatrix}$$

پس از یکسان سازی امپدانسها بر اساس مبنای 50 مگاولت آمپر، شبکه توالی صفر بصورت زیر بدست می آید.



امپدانس توالی صفر از روش تدریجی و یا روش معکوس ادمیتانس قابل محاسبه است لذا داریم

$$Y_{0,bus}=\begin{bmatrix}-j30 & j5 & j5\\ j5 & -j50 & j5\\ j5 & j5 & -j10\end{bmatrix}$$

$$Z_{0,bus}=Y_{0,bus}^{-1}=\begin{bmatrix}j0.038 & j0.006 & j0.022\\ j0.006 & j0.022 & j0.014\\ j0.022 & j0.014 & j0.118\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_{011} & Z_{012} & Z_{013}\\ Z_{021} & Z_{022} & Z_{023}\\ Z_{031} & Z_{032} & Z_{033}\end{bmatrix}$$

از روی ماتریسهای امپدانس یافت شده ماتریس امپدانس کلی شبکه نا متقارن که یک ماتریس 9 در 9 است محاسبه می شود.

$$Z_{s,bus}=\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc}
j0.073 & 0 & 0 & j0.0386 & 0 & 0 & j0.0558 & 0 & 0\\
0 & j0.073 & 0 & 0 & j0.0386 & 0 & 0 & j0.0558 & 0\\
0 & 0 & j0.038 & 0 & 0 & j0.006 & 0 & 0 & j0.022\\ \hline
j0.0386 & 0 & 0 & j0.0558 & 0 & 0 & j0.0472 & 0 & 0\\
0 & j0.0386 & 0 & 0 & j0.0558 & 0 & 0 & j0.0472 & 0\\
0 & 0 & j0.006 & 0 & 0 & j0.022 & 0 & 0 & j0.014\\ \hline
j0.0558 & 0 & 0 & j0.0472 & 0 & 0 & j0.1014 & 0 & 0\\
0 & j0.0558 & 0 & 0 & j0.0472 & 0 & 0 & j0.1014 & 0\\
0 & 0 & j0.022 & 0 & 0 & j0.014 & 0 & 0 & j0.118
\end{array}\right]$$

÷س برای یک شبکه n باس ماتریس امپدانس کلی شبکه نا متقارن یک ماتریس در $3n\times3n$ است که بصورت زیر دارای n^2 بلوک است. بعنوان مثال بلوک ij قطری بوده و عناصر روی قطر اصلی بترتیب Z_{+ij} و Z_{-ij} و Z_{0ij} است.

$$Z_{s,bus}=\begin{bmatrix} Z_{s11} & Z_{s12} & \dots & Z_{s1n} \\ Z_{s21} & Z_{s22} & \dots & Z_{s2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{sn1} & Z_{sn2} & \dots & Z_{snn} \end{bmatrix} \tag{28}$$

2-6 بردارهای ولتاژ و جریان باس در حالت اتصالکوتاه

اگر شبکه دارای n باس باشد آنگاه ولتاژهای توالی و جریانهای توالی دارای $3n$ عضو می باشد لذا داریم:

$$V_{s,bus}=\begin{bmatrix} V_{+1} \\ V_{-1} \\ V_{01} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ V_{+i} \\ V_{-i} \\ V_{0i} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ V_{+n} \\ V_{-n} \\ V_{0n} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} V_{s1} \\ \dots \\ V_{si} \\ \dots \\ V_{sn} \end{bmatrix} \qquad I_{s,bus}=\begin{bmatrix} I_{+1} \\ I_{-1} \\ I_{01} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ I_{+i} \\ I_{-i} \\ I_{0i} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ I_{+n} \\ I_{-n} \\ I_{0n} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} I_{s1} \\ \dots \\ I_{si} \\ \dots \\ I_{sn} \end{bmatrix} \tag{29}$$

پس در حالت کلی رابطه بین ولتاژ و جریانهای توالی در باسهای مختلف عبارتست از

$$V_{s,bus}=Z_{s,bus}I_{s,bus} \tag{30}$$

3-6 محاسبه ماتریسهای خطا

برای انجام محاسبات بایستی با توجه به نوع اتصالکوتاه رابطه ولتاژ و جریان را در باس اتصالکوتاه شده نیز لحاظ کنیم. فرض کنید مطابق شکل(14) یک اتصالکوتاه در باس qام رخ دهد. با تعریف شبکه امپدانسی شکل(14) هر نوع اتصالکوتاه را می توان مدل کرد. بعنوان مثال با فرض

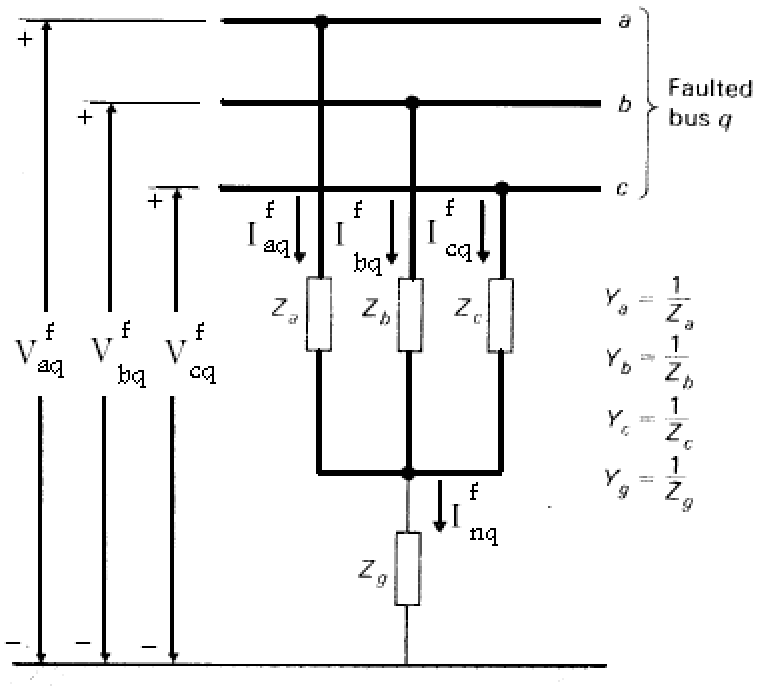
$$Z_a=Z_g=0 \qquad Z_b=Z_c=\infty$$

اتصالکوتاه یک فاز به زمین بی واسطه و با فرض

$$Z_a=\infty \qquad Z_b=Z_c=Z_g=0$$

اتصالکوتاه بی واسطه دو فاز به هم و به زمین مدل می شود. برای مدل کردن اتصالکوتاه بی واسطه دو فاز به هم نیز می توان امپدانسهای مدل شکل(14) را بصورت زیر در نظر گرفت.

$$Z_a = Z_g = \infty \qquad\qquad Z_b = Z_c = 0$$



شکل(14) امپدانس محل اتصالکوتاه

رابطه ولتاژهای خطا و جریانهای خطا در شکل(14) بصورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} V^f_{aq} \\ V^f_{bq} \\ V^f_{cq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a + Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_b + Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_c + Z_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^f_{aq} \\ I^f_{bq} \\ I^f_{cq} \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad V^f_{pq} = Z^f I^f_{pq} \qquad (31)$$

در رابطه فوق V^f_{pq} ولتاژهای باس qام و I^f_{pq} جریانهای باس qام است. حال برای تبدیل این ولتاژ و جریانها به توالی مثبت و منفی و صفر داریم:

$$V^f_{pq} = Z^f I^f_{pq} \quad \Rightarrow \quad TV^f_{sq} = Z^f T I^f_{sq} \quad \Rightarrow \quad V^f_{sq} = T^{-1} Z^f T I^f_{sq} = Z^f_s I^f_{sq} \qquad (32)$$

که Z^f_s ماتریس امپدانس توالی خطا بوده و عبارتست از:

$$Z^f_s = T^{-1} Z^f T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_a + Z_b + Z_c & Z_a + \alpha^2 Z_b + \alpha Z_c & Z_a + \alpha Z_b + \alpha^2 Z_c \\ Z_a + \alpha Z_b + \alpha^2 Z_c & Z_a + Z_b + Z_c & Z_a + \alpha^2 Z_b + \alpha Z_c \\ Z_a + \alpha^2 Z_b + \alpha Z_c & Z_a + \alpha Z_b + \alpha^2 Z_c & Z_a + Z_b + Z_c + 9Z_g \end{bmatrix} \qquad (33)$$

توجه کنید که علیرغم متقارن بودن Z^f ماتریس Z_s^f متقارن نیست. معکوس ماتریس Z_s^fماتریس ادمپدانس توالی خطا بوده و عبارتست از:

$$Y_s^f = Z_s^{f\,-1} = \frac{1}{Y_a + Y_b + Y_c + Y_g}$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{1}{3}Y_g(Y_a+Y_b+Y_c) + (Y_aY_b+Y_bY_c+Y_cY_a) & \frac{1}{3}Y_g(Y_a+\alpha^2Y_b+\alpha Y_c) - (Y_bY_c+\alpha Y_aY_b+\alpha^2Y_aY_c) & \frac{1}{3}Y_g(Y_a+\alpha Y_b+\alpha^2Y_c) \\ \frac{1}{3}Y_g(Y_a+\alpha Y_b+\alpha^2Y_c) - (Y_bY_c+\alpha^2Y_aY_b+\alpha Y_aY_c) & \frac{1}{3}Y_g(Y_a+Y_b+Y_c) + (Y_aY_b+Y_bY_c+Y_cY_a) & \frac{1}{3}Y_g(Y_a+\alpha^2Y_b+\alpha Y_c) \\ \frac{1}{3}Y_g(Y_a+\alpha^2Y_b+\alpha Y_c) & \frac{1}{3}Y_g(Y_a+\alpha Y_b+\alpha^2Y_c) & \frac{1}{3}Y_g(Y_a+Y_b+Y_c) \end{bmatrix} \quad (34)$$

مثال4 : در حالتی که یک فاز توسط امپدانس Z^f به زمین متصل شده است مطلوبست ماتریس امپدانس توالی خطا و ادمیتانس توالی خطا

حل: در این وضعیت داریم:

$$Z_b = Z_c = \infty (Y_b = Y_c = 0) \qquad Z_g = 0 (Y_g = \infty) \qquad Z_a = Z^f \ (Y_a = \frac{1}{Z^f} = Y^f)$$

نظر به اینکه $Z_b = Z_c = \infty$ لذا کلیه المانهای ماتریس Z^f بینهایت بوده و لذا ماتریس امپدانس توالی خطا قابل تعریف نیست ولی ماتریس ادمیتانس توالی خطا را می توان بصورت زیر محاسبه نمود. ابتدا فرض کنید $Y_g = \infty$ لذا ماتریس ادمیتانس عبارتست از:

$$Y_s^f = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} Y_a+Y_b+Y_c & Y_a+\alpha^2Y_b+\alpha Y_c & Y_a+\alpha Y_b+\alpha^2Y_c \\ Y_a+\alpha Y_b+\alpha^2Y_c & Y_a+Y_b+Y_c & Y_a+\alpha^2Y_b+\alpha Y_c \\ Y_a+\alpha^2Y_b+\alpha Y_c & Y_a+\alpha Y_b+\alpha^2Y_c & Y_a+Y_b+Y_c \end{bmatrix}$$

حال با فرض $Y_a = Y^f$ و $Y_b = Y_c = 0$ ماتریس ادمیتانس توالی خطا عبارتست از:

$$Y_s^f = \frac{Y^f}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4-6 روابط اتصالکوتاه با استفاده از Z_s^f

می دانیم که ولتاژهای توالی قبل از خطا عبارتست از:

$$V_{s,bus}^0 = \begin{bmatrix} V_1^0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ V_2^0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ V_n^0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (35)$$

و ولتاژهای توالی پس از خطا عبارتست از:

$$V_{s,bus}^f = V_{s,bus}^0 + Z_{s,bus} I_{s,bus}^f \qquad (36)$$

از طرفی تنها در یک باس در مدار معادل تونن تزریق جریان داریم:

$$I_{s,bus}^f = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ -I_{sq}^f \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow qth \text{ component} \qquad (37)$$

از طرفی فرم با جاگذاری رابطه (37) در رابطه (36) داریم:

$$\begin{aligned} V_{s1}^f &= V_{s1}^0 - Z_{s1q} I_{sq}^f \\ &\dots\dots\dots\dots \\ V_{sq}^f &= V_{sq}^0 - Z_{sqq} I_{sq}^f \\ &\dots\dots\dots\dots \\ V_{sn}^f &= V_{sn}^0 - Z_{snq} I_{sq}^f \end{aligned} \qquad (38)$$

تعداد معادلات فوق 3n بوده و تعداد مجهولات 3(n+1) است لذا به سه معادله دیگر نیاز داریم. برای این منظور اگر رابطه (32) را در (38) ادغام کنیم داریم:

$$V_{s1}^{f} = V_{s1}^{0} - Z_{s1q} I_{sq}^{f}$$

....

$$Z_s^f I_{sq}^f = V_{sq}^0 - Z_{sqq} I_{sq}^f \qquad \Rightarrow \qquad I_{sq}^f = \left(Z_s^f + Z_{sqq}\right)^{-1} V_{sq}^0 \qquad (39)$$

....

$$V_{sn}^{f} = V_{sn}^{0} - Z_{snq} I_{sq}^{f}$$

لذا روابط فوق بصورت زیر ساده می شود.

$$\begin{aligned} V_{si}^f &= V_{si}^0 - Z_{siq}\left(Z_s^f + Z_{sqq}\right)^{-1} V_{sq}^0 \qquad i \neq q \\ V_{sq}^f &= Z_s^f I_{sq}^f = Z_s^f \left(Z_s^f + Z_{sqq}\right)^{-1} V_{sq}^0 \end{aligned} \qquad (40)$$

نکته1: روابط فوق کلی بوده و اتصالکوتاه می تواند در هر باسی باشد.

نکته2: Z_{sqq} ماتریس قطری 3×3 بوده و از روی ماتریس $Z_{s,bus}$ قابل برداشت است. ماتریس $Z_{s,bus}$ یکبار برای کل شبکه محاسبه و به محل خطا ربطی ندارد. ماتریس Z_s^f قطری بوده و به نوع اتصالکوتاه مرتبط است.

نکته3: روابط فوق ولتاژها و جریانها را برحسب توالی ها ارائه می دهد. پس از محاسبه با توجه با رابطه مربوطه می توان بر حسب مقادیر فاز بیان نمود.

نکته4: در محاسبات فوق فرض بر این بود که ماتریس Z_s^f در اختیار است ولی گاهی اوقات نمی توان ماتریس Z_s^f را محاسبه نمود(مثال4) در این حالات باید روابط را بگونه ای اصلاح نمود که نیازی به Z_s^f نباشد.

6-6 روابط اتصالکوتاه با استفاده از Y_s^f

در این بخش فرض کنیم Z_s^f در اختیار نیست. مجددا رابطه (38) را می نویسیم

$$V_{s1}^{f} = V_{s1}^{0} - Z_{s1q} I_{sq}^{f}$$

....

$$V_{sq}^{f} = V_{sq}^{0} - Z_{sqq} I_{sq}^{f} \qquad (38)$$

....

$$V_{nq}^{f} = V_{sn}^{0} - Z_{snq} I_{sq}^{f}$$

با توجه تعداد معادلات فوق 3n بوده و تعداد مجهولات 3(n+1) است لذا به سه معادله دیگر نیاز داریم. برای این منظور از رابطه (32) استفاده می کنیم:

$$
\begin{aligned}
V_{s1}^f &= V_{s1}^0 - Z_{s1q} I_{sq}^f \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
V_{sq}^f &= V_{sq}^0 - Z_{sqq} I_{sq}^f \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
V_{nq}^f &= V_{sn}^0 - Z_{snq} I_{sq}^f
\end{aligned}
\quad \Rightarrow \quad V_{sq}^f = V_{sq}^0 - Z_{sqq} Y_s^f V_{sq}^f \quad \Rightarrow \quad V_{sq}^f = \left(I + Z_{sqq} Y_s^f\right)^{-1} V_{sq}^0 \qquad (41)
$$

لذا روابط فوق بصورت زیر ساده می شود.

$$
\begin{aligned}
V_{si}^f &= V_{si}^0 - Z_{siq} I_{sq}^f = V_{si}^0 - Z_{siq} Y_s^f \left(I + Z_{sqq} Y_s^f\right)^{-1} V_{sq}^0 \qquad i \neq q \\
V_{sq}^f &= \left(I + Z_{sqq} Y_s^f\right)^{-1} V_{sq}^0
\end{aligned}
\qquad (42)
$$

پس مطابق جدول(1) در اثر اعمال اتصالکوتاه در باس qام ولتاژ کلیه باسها را می توان محاسبه نمود.

جدول(1) محاسبه ولتاژ باسها در اثر اتصالکوتاه در باس qام

با فرض وجود Y_s^f	با فرض وجود Z_s^f
$V_{si}^f = V_{si}^0 - Z_{siq} I_{sq}^f = V_{si}^0 - Z_{siq} Y_s^f \left(I + Z_{sqq} Y_s^f\right)^{-1} V_{sq}^0 \quad i \neq q$ $V_{sq}^f = \left(I + Z_{sqq} Y_s^f\right)^{-1} V_{sq}^0$	$V_{si}^f = V_{si}^0 - Z_{siq} \left(Z_s^f + Z_{sqq}\right)^{-1} V_{sq}^0 \quad i \neq q$ $V_{sq}^f = Z_s^f I_{sq}^f = Z_s^f \left(Z_s^f + Z_{sqq}\right)^{-1} V_{sq}^0$

مثال5: اگر در شبکه نشان داده شده در مثال 3 یک اتصالکوتاه یک فاز به زمین توسط امپدانس Z_f در باس سوم رخ دهد مطلوبست ولتاژها و جریانهای پس از وقوع خطا در کل سیستم.

با توجه به اینکه مطابق مثال 4 در اثر اتصالکوتاه یک فاز به زمین ماتریس امپدانس توالی خطا قابل محاسبه نیست ولی ماتریس ادمیتانس توالی خطا بصورت زیر محاسبه شد

$$
Y_s^f = \frac{Y^f}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
$$

حال با استفاده از رابطه 42 ولتاژ توالی پس از وقوع خطا، در باس خطا محاسبه می شود.

$$V_{sq}^{f}=\left(I+Z_{sqq}Y_{s}^{f}\right)^{-1}V_{sq}^{0}=\left(\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}z_{+qq}&0&0\\0&z_{-qq}&0\\0&0&z_{0qq}\end{bmatrix}\frac{Y^{f}}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\right)^{-1}\begin{bmatrix}V_{q}^{0}\\0\\0\end{bmatrix}$$

پس از ساده سازی داریم:

$$V_{sq}^{f}=\left(\begin{bmatrix}1+\frac{Y^{f}}{3}z_{+qq}&\frac{Y^{f}}{3}z_{+qq}&\frac{Y^{f}}{3}z_{+qq}\\\frac{Y^{f}}{3}z_{-qq}&1+\frac{Y^{f}}{3}z_{-qq}&\frac{Y^{f}}{3}z_{-qq}\\\frac{Y^{f}}{3}z_{0qq}&\frac{Y^{f}}{3}z_{0qq}&1+\frac{Y^{f}}{3}z_{0qq}\end{bmatrix}\right)^{-1}\begin{bmatrix}V_{q}^{0}\\0\\0\end{bmatrix}$$

با انجام قدری محاسبات (برای راحتی محاسبه $\frac{Y^{f}}{3}z_{+qq}=\frac{Y^{f}}{3}z_{+qq}=a\ and\ \frac{Y^{f}}{3}z_{0qq}=b$ فرض و مساله حل شود و سپس جایگزین گردد) ولتاژ توالی باس محل خطا پس از وقوع خطا عبارتست از:

$$V_{sq}^{f}=\frac{V_{q}^{0}}{1+\frac{Y^{f}}{3}\left(z_{+qq}+z_{-qq}+z_{0qq}\right)}\begin{bmatrix}1+\frac{Y^{f}}{3}\left(z_{-qq}+z_{0qq}\right)\\-\frac{Y^{f}}{3}z_{-qq}\\-\frac{Y^{f}}{3}z_{0qq}\end{bmatrix}$$

و جریان توالی باس محل خطا پس از وقوع خطا عبارتست از:

$$I_{sq}^{f}=Y_{s}^{f}V_{sq}^{f}=\frac{Y^{f}}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\frac{V_{q}^{0}}{1+\frac{Y^{f}}{3}\left(z_{+qq}+z_{-qq}+z_{0qq}\right)}\begin{bmatrix}1+\frac{Y^{f}}{3}\left(z_{-qq}+z_{0qq}\right)\\-\frac{Y^{f}}{3}z_{-qq}\\-\frac{Y^{f}}{3}z_{0qq}\end{bmatrix}=\frac{\frac{Y^{f}}{3}V_{q}^{0}}{1+\frac{Y^{f}}{3}\left(z_{+qq}+z_{-qq}+z_{0qq}\right)}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$$

ولتاژ سایر باسها نیز از رابطه 42 قابل محاسبه است

$$V_{si}^{f} = V_{si}^{0} - Z_{siq} I_{sq}^{f} = \begin{bmatrix} V_i^0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_{+iq} & 0 & 0 \\ 0 & z_{-iq} & 0 \\ 0 & 0 & z_{0iq} \end{bmatrix} \frac{\frac{Y^f}{3} V_q^0}{1 + \frac{Y^f}{3}\left(z_{+qq} + z_{-qq} + z_{0qq}\right)} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} V_i^0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{\frac{Y^f}{3} V_q^0}{1 + \frac{Y^f}{3}\left(z_{+qq} + z_{-qq} + z_{0qq}\right)} \begin{bmatrix} z_{+iq} \\ z_{-iq} \\ z_{0iq} \end{bmatrix} \qquad i \neq q$$

اگر فرض کنیم اتصالکوتاه بی واسطه است و ولتاژ قبل خطا در مقدار نامی است لذا در اینصورت $Y^f = \infty$ و $V_q^0 = 1$ و لذا روابط فوق بصورت زیر در می آید.

$$V_{sq}^{f} = \frac{V_q^0}{1 + \frac{Y^f}{3}\left(z_{+qq} + z_{-qq} + z_{0qq}\right)} \begin{bmatrix} 1 + \frac{Y^f}{3}\left(z_{-qq} + z_{0qq}\right) \\ -\frac{Y^f}{3} z_{-qq} \\ -\frac{Y^f}{3} z_{0qq} \end{bmatrix} = \frac{1}{z_{+qq} + z_{-qq} + z_{0qq}} \begin{bmatrix} z_{-qq} + z_{0qq} \\ -z_{-qq} \\ -z_{0qq} \end{bmatrix}$$

$$I_{sq}^{f} = \frac{\frac{Y^f}{3} V_q^0}{1 + \frac{Y^f}{3}\left(z_{+qq} + z_{-qq} + z_{0qq}\right)} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{z_{+qq} + z_{-qq} + z_{0qq}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$V_{si}^{f} = \begin{bmatrix} V_i^0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{\frac{Y^f}{3} V_q^0}{1 + \frac{Y^f}{3}\left(z_{+qq} + z_{-qq} + z_{0qq}\right)} \begin{bmatrix} z_{+iq} \\ z_{-iq} \\ z_{0iq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{z_{+qq} + z_{-qq} + z_{0qq}} \begin{bmatrix} z_{+iq} \\ z_{-iq} \\ z_{0iq} \end{bmatrix} \qquad i \neq q$$

چون اتصالکوتاه در باس شماره 3 رخ داده لذا $q = 3$ و داریم:

$$V_{s3}^{f} = \frac{1}{z_{+33} + z_{-33} + z_{033}} \begin{bmatrix} z_{-33} + z_{033} \\ -z_{-33} \\ -z_{033} \end{bmatrix} = \frac{1}{j0.1014 + j0.1014 + j0.118} \begin{bmatrix} j0.1014 + j0.118 \\ -j0.1014 \\ -j0.118 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.685 \\ -0.317 \\ -0.369 \end{bmatrix} pu$$

$$I_{s3}^{f} = \frac{1}{z_{+33} + z_{-33} + z_{033}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{j0.1014 + j0.1014 + j0.118} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j3.12 \\ -j3.12 \\ -j3.12 \end{bmatrix} pu$$

برای محاسبه ولتاژهای توالی باس 1 و 2 داریم

$$V_{s1}^{f}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}-\frac{1}{z_{+33}+z_{-33}+z_{033}}\begin{bmatrix}z_{+13}\\z_{-13}\\z_{013}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}-\frac{1}{j0.1014+j0.1014+j0.118}\begin{bmatrix}j0.0558\\j0.0558\\j0.0220\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.826\\-0.174\\-0.069\end{bmatrix}pu$$

$$V_{s2}^{f}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}-\frac{1}{z_{+33}+z_{-33}+z_{033}}\begin{bmatrix}z_{+23}\\z_{-23}\\z_{023}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}-\frac{1}{j0.1014+j0.1014+j0.118}\begin{bmatrix}j0.0472\\j0.0472\\j0.0140\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.853\\-0.147\\-0.044\end{bmatrix}pu$$

ولتاژها و جریانهای فوق تماما بر حسب توالی ها بوده و لذا باید به ولتاژ و جریان فاز تبدیل شود. ولتاژ و جریانهای فاز 3 عبارتست از:

$$V_{p3}^{f}=TV_{s3}^{f}=\begin{bmatrix}1&1&1\\\alpha^2&\alpha&1\\\alpha&\alpha^2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.685\\-0.317\\-0.369\end{bmatrix}pu=\begin{bmatrix}0\\-0.553-j0.868\\-0.553+j0.868\end{bmatrix}pu=\begin{bmatrix}0\\1.03\angle-127^\circ\\1.03\angle+127^\circ\end{bmatrix}pu$$

$$I_{p3}^{f}=TI_{s3}^{f}=\begin{bmatrix}1&1&1\\\alpha^2&\alpha&1\\\alpha&\alpha^2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-j3.12\\-j3.12\\-j3.12\end{bmatrix}pu=\begin{bmatrix}-j9.36\\0\\0\end{bmatrix}pu$$

برای محاسبه ولتاژهای فاز باس 1 و 2 داریم

$$V_{p1}^{f}=TV_{s1}^{f}=\begin{bmatrix}1&1&1\\\alpha^2&\alpha&1\\\alpha&\alpha^2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.826\\-0.174\\-0.069\end{bmatrix}pu=\begin{bmatrix}0.583\\-0.395-j0.866\\-0.395+j0.866\end{bmatrix}pu=\begin{bmatrix}0.583\angle0^0\\0.952\angle?\\0.952\angle?\end{bmatrix}pu$$

$$V_{p2}^{f}=TV_{s2}^{f}=\begin{bmatrix}1&1&1\\\alpha^2&\alpha&1\\\alpha&\alpha^2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.853\\-0.147\\-0.044\end{bmatrix}pu=\begin{bmatrix}0.662\\-0.400-j0.865\\-0.400+j0.865\end{bmatrix}pu=\begin{bmatrix}0.662\angle0^\circ\\0.955\angle?^\circ\\0.955\angle?^\circ\end{bmatrix}pu$$

نکات جالب زیر از محاسبات فوق بچشم می خورد.

نکته 1: جریان توالی محل اتصالکوتاه همانطور که انتظار داشتیم دارای سه مولفه برابر می باشد و جریان فاز تنها در فاز a جاری بوده و دو فاز دیگر فاقد جریان است.

نکته2: ولتاژ فاز a در باس خطا برابر صفر شده ولی ولتاژهای دو فاز دیگر به مقدار 1.03 اضافه شده است.

نکته3: ولتاژهای توالی هر چه از باس خطا دور شویم دارای توالی مثبت بزرگتر و توالی منفی و صفر کوچکتر است و ولتاژهای فاز هر چه از محل اتصالکوتاه دور شویم به سه فاز متعادل نزدیکتر می شود.

جریانهای توالی خط را نیز براحتی می توان محاسبه نمود. بعنوان مثال جریان خط بین دو باس 1 و3 را می توان از رابطه زیر محاسبه نمود.

$$I^f_{s1\to3}=Y_{s1\to3}\left(V^f_{s1}-V^f_{s3}\right)=\begin{bmatrix}-j10&0&0\\0&-j10&0\\0&0&-j5\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}0.853\\-0.174\\-0.069\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0.685\\-0.317\\-0.369\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}-j1.42\\-j1.42\\-j1.5\end{bmatrix}pu$$

و جریان واقعی خط بین دو باس 1 و3 را می توان از رابطه زیر محاسبه نمود.

$$I^f_{p1\to3}=TI^f_{31\to3}=\begin{bmatrix}1&1&1\\\alpha^2&\alpha&1\\\alpha&\alpha^2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-j1.42\\-j1.42\\-j1.5\end{bmatrix}pu=\begin{bmatrix}-j4.34\\-j0.08\\-j0.08\end{bmatrix}pu$$

توجه شود که با وجود اینکه در محل اتصالکوتاه تنها فاز a جریان داشت ولی در خط بین باس 1 و 3 دو فاز سالم نیز دارای جریانهای جزئی هستند.

مسائل

1- ولتاژهای فاز به زمین یک ژنراتور بصورت زیر است. مطلوبست مولفه های متقارن (توالیهای مثبت و منفی و صفر)

$$V_a=18.0\angle 0^\circ\ kV$$
$$V_b=13.3\angle -132^\circ\ kV$$
$$V_c=12.0\angle 110^\circ\ kV$$

2- در مساله 1 جریانهای فاز عبارتست از:

$$I_a=200\angle -10^\circ\ A$$
$$I_b=350\angle -142^\circ\ A$$
$$I_c=400\angle 100^\circ\ A$$

مطلوبست محاسبه توان از روش مستقیم و از روش توالی ها

3- مساله 2 از طریق یک راکتور 10 اهمی زمین شده است. با فرض جریانهای مساله 2 ولتاژ نقطه صفر ژنراتور نسبت به زمین را محاسبه کنید.

4- یک ژنراتور با مشخصات زیر در نظر بگیرید:

$x_+ = x_- = 0.12\ pu \qquad x_0 = 0.06\ pu$

فرض کنید راکتور 5 پریونیتی بین نقطه صفر ژنراتور و زمین متصل شده است. اگر یک اتصالکوتاه تک فاز به زمین رخ دهد ولتاژ دو فاز دیگر را بیابید.

5- در مثال دو باس داخل فصل فرض کنید اتصالکوتاه تک فاز به زمین در باس یک رخ داده است.

الف) ولتاژهای باس 2 را بیابید.

ب) ولتاژ ترمینالهای ژنراتور را بیابید.

6- در مثال دو باس داخل فصل فرض کنید اتصالکوتاه بدون واسطه بین دو فاز b و c در باس یک رخ داده است.

الف) جریانهای خطا در ژنراتور و ترانس شماره 1 در کلیه فازها محاسبه شود.

ب) جریانهای خطا در ترانس شماره 2 در کلیه فازها محاسبه شود.

ج) جریانهای خطا در ژنراتور شماره 2 در کلیه فازها محاسبه شود.

د) ولتاژهای هر سه فاز در باس شماره 2

ه) ولتاژ هر سه فاز ژنراتورهای شماره 1 و2

7- یک ترانس $Y-\Delta$ دارای مشخصات زیر است:

$$300\ MVA,\ 60\ Hz$$
$$24/240Kv$$

راکتانس نشتی ترانس $0.12\ pu$ است. مطلوبست راکتانس صفر و مدار مربوطه

الف) اگر نقطه صفر ستاره مستقیما زمین شده باشد.

ب) اگر نقطه صفر ستاره از طریق راکتانس 3 اهمی زمین شده باشد.

8- یک ترانس $Y-Y$ دارای مشخصات زیر است:

$$300\ MVA,\ 60\ Hz$$
$$24/240Kv$$

راکتانس نشتی ترانس $0.12\ pu$ است. مطلوبست راکتانس صفر و مدار مربوطه

الف) اگر نقطه صفر دو طرف مستقیما زمین شده باشد.

ب) اگر نقطه صفر فشار ضعیف مستقیما زمین شده باشد ولی نقطه صفر فشار قوی از طریق راکتانس 3 اهمی زمین شده باشد.

ج) اگر نقطه صفر فشار قوی مستقیما زمین شده باشد ولی نقطه صفر فشار ضعیف از طریق راکتانس 3 اهمی زمین شده باشد.

د) اگر نقطه صفر هر دو طرف از طریق راکتانس 3 اهمی زمین شده باشد.