

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۶

جمعه ۹۷/۱۱/۱۹



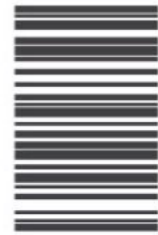
سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم انسانی

دوره ی دوم متوسطه

304|D



304D

برای اطلاع از نتایج آزمون و زمان دقیق اعلام آن در کانال تلگرام گاج عضو شوید. @Gaj_ir



| | |
|--------------------------------------|-------------------------|
| نام و نام خانوادگی: | شماره داوطلبی: |
| تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۸۰ | مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم انسانی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سوال | وضعیت پاسخگویی | شماره سوال | | مدت پاسخگویی |
|------|---------------------|------------|----------------|------------|-----|--------------|
| | | | | از | تا | |
| ۱ | ریاضیات | ۱۵ | اجباری | ۱۰۱ | ۱۱۵ | ۳۰ دقیقه |
| | | ۱۰ | زوج کتاب | ۱۱۶ | ۱۲۵ | |
| | | ۱۰ | | ۱۲۶ | ۱۳۵ | |
| ۲ | اقتصاد | ۱۰ | اجباری | ۱۳۶ | ۱۴۵ | ۱۰ دقیقه |
| ۳ | علوم و فنون ادبی | ۱۵ | اجباری | ۱۴۶ | ۱۶۰ | ۲۵ دقیقه |
| | | ۱۰ | زوج کتاب | ۱۶۱ | ۱۷۰ | |
| | | ۱۰ | | ۱۷۱ | ۱۸۰ | |
| ۴ | زبان عربی (اختصاصی) | ۱۰ | اجباری | ۱۸۱ | ۱۹۰ | ۱۰ دقیقه |
| ۵ | تاریخ | ۱۰ | اجباری | ۱۹۱ | ۲۰۰ | ۲۰ دقیقه |
| | | ۱۰ | زوج کتاب | ۲۰۱ | ۲۱۰ | |
| | | ۱۰ | | ۲۱۱ | ۲۲۰ | |
| ۶ | جغرافیا | ۱۰ | اجباری | ۲۲۱ | ۲۳۰ | ۲۰ دقیقه |
| | | ۱۰ | زوج کتاب | ۲۳۱ | ۲۴۰ | |
| | | ۱۰ | | ۲۴۱ | ۲۵۰ | |
| ۷ | جامعه‌شناسی | ۱۰ | اجباری | ۲۵۱ | ۲۶۰ | ۳۰ دقیقه |
| | | ۱۰ | | ۲۶۱ | ۲۷۰ | |
| | | ۱۰ | | ۲۷۱ | ۲۸۰ | |
| ۸ | فلسفه و منطق | ۱۰ | اجباری | ۲۸۱ | ۲۹۰ | ۳۰ دقیقه |
| | | ۱۰ | | ۲۹۱ | ۳۰۰ | |
| | | ۱۰ | | ۳۰۱ | ۳۱۰ | |
| ۹ | روان‌شناسی | ۱۰ | اجباری | ۳۱۱ | ۳۲۰ | ۱۰ دقیقه |



DriQ.com

ریاضی و آمار

304D

۱۰۱- اگر $d_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2n}$ و $t_n = \frac{2^n}{3}$ باشد، مقدار $d_{10} - 6t_4$ کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۳۴

۱۰۲- اگر $a_n = \frac{\sqrt{5}}{(-1)^n}$ و $b_n = \frac{\sqrt{5}}{(-1)^{n+1}}$ ، آن‌گاه حاصل $a_{2n} + b_{2n}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{5}$

۱۰۳- کدام جمله از دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $e_n = \frac{n^2}{3} - 8$ برابر ۴ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۰۴- جمله‌ی m ام دنباله‌ی $a_n = \frac{2n-1}{2n}$ برابر $\frac{13}{9}$ است. مقدار جمله‌ی $(m+2)$ ام این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{13}$ (۲) $\frac{17}{13}$ (۳) $\frac{14}{11}$ (۴) $\frac{16}{11}$

۱۰۵- ضابطه‌ی تابعی دنباله‌ی زیر کدام است؟

(۱) $a_n = n^2$

(۲) $a_n = \frac{1}{n^2}$

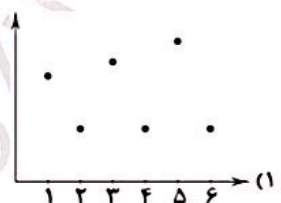
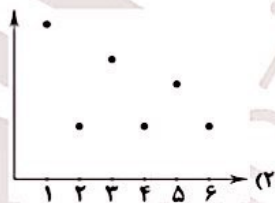
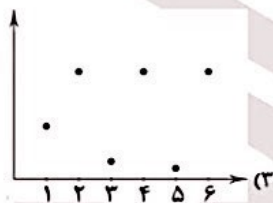
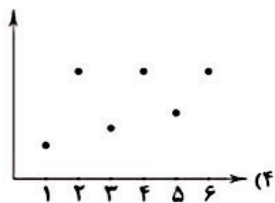
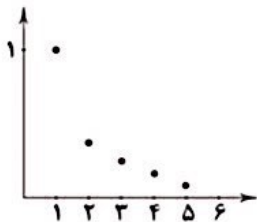
(۳) $a_n = 2n - 1$

(۴) $a_n = 2n^2$

۱۰۶- اگر رابطه‌ی بازگشتی دنباله‌ای به صورت $a_1 = 8$ ، $a_{n+1} = a_n - 2$ باشد، ضابطه‌ی دنباله کدام است؟

- (۱) $a_n = 10 - 2n$ (۲) $a_n = 6 - 2n$ (۳) $a_n = 2n - 10$ (۴) $a_n = 2n - 6$

۱۰۷- نمودار دنباله‌ی $a_n = \begin{cases} 2 & \text{زوج } n \\ \frac{1}{n} & \text{فرد } n \end{cases}$ کدام است؟



۱۰۸- رابطه‌ی بازگشتی دنباله‌ی $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$ کدام است؟

- (۱) $a_{n+1} = 3a_n, a_1 = 1$ (۲) $a_{n+1} = 9a_n, a_1 = 1$ (۳) $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n, a_1 = 1$ (۴) $a_{n+1} = \frac{1}{9}a_n, a_1 = 1$

۱۰۹- در دنباله‌ی بازگشتی $a_1 = 24$ و $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{3}a_n & \text{فرد } n \\ 2a_n - 1 & \text{زوج } n \end{cases}$ جمله‌ی پنجم کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

محل انجام محاسبات



۱۱۰- جملات یک دنباله از رابطه‌ای خطی پیروی می‌کنند که دو نقطه‌ی $(2, 5)$ و $(5, 2)$ بر روی خط متناظر با این رابطه قرار دارند. رابطه‌ی

بازگشتی این دنباله کدام است؟

$$a_{n+1} = a_n + 1, a_1 = 5 \quad (4) \quad a_{n+1} = a_n + 1, a_1 = 7 \quad (3) \quad a_{n+1} = a_n - 1, a_1 = 6 \quad (2) \quad a_{n+1} = a_n - 1, a_1 = 5 \quad (1)$$

* با توجه به جملات دنباله‌ی بازگشتی $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ و $a_1 = a_2 = 1$ ، به سوالات ۱۱۱ تا ۱۱۳ پاسخ دهید:

۱۱۱- جمله‌ی ششم آن کدام است؟

$$8 \quad (1) \quad 13 \quad (2) \quad 21 \quad (3) \quad 34 \quad (4)$$

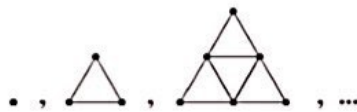
۱۱۲- در بین ده جمله‌ی اول آن، چه تعداد از جملات بر عدد ۳ بخش پذیرند؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۱۱۳- مجموع ۸ جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

$$42 \quad (1) \quad 44 \quad (2) \quad 52 \quad (3) \quad 54 \quad (4)$$

۱۱۴- در دنباله‌ی تعداد رئوس الگوی زیر، آرایه‌ی هشتم چند رأس دارد؟



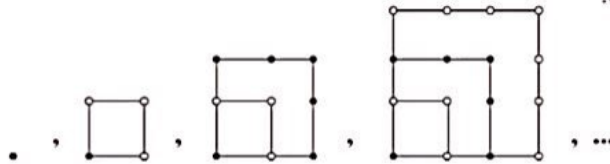
$$28 \quad (1)$$

$$32 \quad (2)$$

$$34 \quad (3)$$

$$36 \quad (4)$$

۱۱۵- براساس الگوی زیر، تعداد دایره‌های سفید در شکل هشتم کدام است؟



$$28 \quad (1)$$

$$36 \quad (2)$$

$$38 \quad (3)$$

$$46 \quad (4)$$

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (ریاضی و آمار (۱)، شماره‌ی ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (ریاضی و آمار (۲)، شماره‌ی ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

ریاضی و آمار (۱) (سوالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- اگر $a+b=4$ و $ab=2$ ، حاصل a^2+b^2 کدام است؟

$$24 \quad (1) \quad 28 \quad (2) \quad 34 \quad (3) \quad 40 \quad (4)$$

۱۱۷- در تجزیه‌ی عبارت $x^5 + x^4 - 16x - 16$ کدام عامل وجود دارد؟

$$x-1 \quad (1) \quad x+1 \quad (2) \quad x+4 \quad (3) \quad x^2+2 \quad (4)$$

۱۱۸- ساده‌شده‌ی عبارت $\frac{2a}{a^2-b^2} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b}$ کدام است؟

$$\frac{1}{a+b} \quad (1) \quad \frac{2}{a+b} \quad (2) \quad \frac{1}{a-b} \quad (3) \quad \frac{2}{a-b} \quad (4)$$

۱۱۹- فردی $\frac{1}{4}$ پول خود را اتومبیل خرید، $\frac{1}{5}$ پول خود را سرمایه‌گذاری کرد، $\frac{1}{6}$ پول خود را به دوست خود قرض داد و در حال حاضر ۲۶ میلیون تومان پول دارد. کل پول او چند میلیون تومان بوده است؟

$$108 \quad (1) \quad 116 \quad (2) \quad 120 \quad (3) \quad 140 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۱۲۰- معادله‌ی درجه دوم $x^2 - ax + a - 1 = 0$ به ازای یک مقدار a دارای ریشه‌ی مضاعف است، مقدار ریشه‌ی مضاعف کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۲۱- در معادله‌ی درجه دوم $x^2 - bx - (6b + 4) = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر ۶ است. حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

- (۱) -۲۰ (۲) -۴۰ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

۱۲۲- معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌های آن اعداد $1 - \sqrt{2}$ و $1 + \sqrt{2}$ باشد، کدام است؟

(۱) $x^2 - 4x - 1 = 0$ (۲) $x^2 + 4x - 1 = 0$

(۳) $x^2 - 2x - 1 = 0$ (۴) $x^2 + 2x + 1 = 0$

۱۲۳- مجموع دو عدد که معکوس یکدیگرند $\frac{25}{12}$ است. قدرمطلق تفاضل آن دو عدد کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{7}{12}$

۱۲۴- فرض کنید p قیمت فروش هر واحد کالا باشد و تعداد فروش این کالا از رابطه‌ی $30p - 6000$ به دست آید. اگر هزینه‌ی اولیه برای تولید این

کالا ۲۵۰ واحد پولی و هزینه‌ی تولید هر واحد آن ۶۰ واحد پولی باشد، تابع سود حاصل از فروش این کالا کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{30}x^2 + 140x - 250$ (۲) $-\frac{1}{30}x^2 + 140x - 250$

(۳) $-\frac{1}{30}x^2 + 260x - 250$ (۴) $-\frac{1}{30}x^2 + 260x - 250$

۱۲۵- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $1 - \frac{24}{10-x} = \frac{24}{x+10}$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) -۲۴ (۳) ۴۸ (۴) -۴۸

زوج درس ۲

ریاضی و آمار (۲) (سوالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- در جای خالی کدام گزاره را قرار دهیم تا ارزش کل گزاره نادرست باشد؟

«در یک معادله‌ی درجه دوم اگر $\Delta = 0$ باشد، معادله دارای ریشه‌ی مضاعف است» و «.....».

(۱) صفر، عددی صحیح است. (۲) احتمال زوج آمدن یک تاس، برابر $\frac{1}{4}$ است.

(۳) $1 = 0!$ است. (۴) ۳۹ عددی اول است.

۱۲۷- اگر گزاره‌های نادرست و q و r گزاره‌های دلخواه باشند، ارزش کدام گزاره‌ی زیر درست است؟

(۱) $(q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)$ (۲) $p \wedge (q \vee r)$

(۳) $(r \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ (۴) $(q \Rightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

۱۲۸- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، گزاره‌ی $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

- (۱) p (۲) q (۳) $\sim p$ (۴) $\sim q$

۱۲۹- نقیض گزاره‌ی $q \Rightarrow \sim p$ کدام است؟

- (۱) $\sim p \wedge q$ (۲) $p \wedge \sim q$ (۳) $\sim p \wedge \sim q$ (۴) $p \wedge q$

۱۳۰- اگر p و q گزاره‌هایی نادرست باشند، ارزش گزاره‌های $q \Leftrightarrow p$ و $\sim q$ به ترتیب کدام است؟

(۱) هر دو درست (۲) هر دو نادرست

(۳) $\sim q \equiv T, (p \Leftrightarrow q) \equiv T$ (۴) $\sim q \equiv T, (p \Leftrightarrow q) \equiv F$

محل انجام محاسبات



۱۳۱- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشند، ارزش گزاره‌های زیر چیست؟

(الف) $(p \Rightarrow q) \wedge r$

(ب) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$

(۲) هر دو نادرست

(۱) هر دو درست

(۴) الف نادرست و ب درست

(۳) الف درست و ب نادرست

۱۳۲- اگر ارزش گزاره‌ی $r \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست باشد، هم‌ارز گزاره‌ی $(q \vee r) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$ کدام است؟

q (۴)

r (۳)

F (۲)

T (۱)

۱۳۳- با توجه به جدول زیر A و B به ترتیب کدامند؟ (T به معنای درست و F به معنای نادرست است)

| p | q | $\sim(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$ |
|---|---|---|
| T | F | A |
| F | F | B |

$B=T, A=T$ (۱)

$B=F, A=T$ (۲)

$B=T, A=F$ (۳)

$B=F, A=F$ (۴)

۱۳۴- کدام گزاره به طور نادرست به نمادهای ریاضی تبدیل شده است؟

(۱) مجموع معکوس دو عدد، کوچک‌تر یا مساوی معکوس حاصل ضرب آن‌ها است.

(۲) نصف مجموع مربع عددی با ۴، بزرگ‌تر از پنج برابر مجذور آن عدد است.

(۳) مجذور هر عدد بین صفر و یک، همواره بزرگ‌تر از خود آن عدد است.

(۴) مربع مجموع دو عدد با مجموع مربعات دو عدد به علاوه‌ی دو برابر حاصل ضرب آن‌ها برابر است.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{1}{ab}$$

$$\left(\frac{x+4}{y}\right)^2 > \Delta x^2$$

$$0 < x < 1 \Rightarrow x^2 > x$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

۱۳۵- در مورد استدلال زیر کدام گزینه صحیح است؟

مقدمه‌ی ۱: اگر باران ببارد، درخت بارور می‌شود.

مقدمه‌ی ۲: درخت بارور نشده است.

نتیجه: باران نباریده است.

(۱) نتیجه‌ی به دست‌آمده، قطعاً درست است.

(۳) مغالطه است.

(۲) نتیجه‌ی به دست‌آمده، ممکن است درست باشد.

(۴) نتیجه‌ی به دست‌آمده، قطعاً نادرست است.



DriQ.com

اقتصاد



۱۳۶- کدام گزینه پاسخ درست پرسش‌های زیر است؟

(الف) فقر یا تهی‌دستی مطلق به معنی است.

(ب) در هر جامعه، افرادی که درآمد آن‌ها از سطح حداقل معیشتی معین کم‌تر باشد، محسوب می‌شوند.

(ج) جزء اهداف اصلی برنامه‌ریزی اقتصادی در هر کشوری نمی‌باشد.

(۱) الف: نداشتن حداقل معیشت ب: زیر خط فقر ج: کاهش مصرف‌گرایی

(۲) الف: نداشتن هیچ‌گونه درآمدی ب: زیر خط فقر ج: دستیابی به عدالت

(۳) الف: نداشتن حداقل معیشت ب: فقیر نسبی ج: کاهش فاصله‌ی درآمدی

(۴) الف: نداشتن هیچ‌گونه درآمدی ب: فقیر نسبی ج: نابود کردن فقر

محل انجام محاسبات

گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم: **۱ ۱۰۵**

$$1) a_n = n^2 \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow a_1 = (1)^2 = 1 \\ n=2 \Rightarrow a_2 = (2)^2 = 4 \end{cases} \text{ نادرست}$$

$$2) a_n = \frac{1}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{(1)^2} = 1 \\ n=2 \Rightarrow a_2 = \frac{1}{(2)^2} = \frac{1}{4} \\ n=3 \Rightarrow a_3 = \frac{1}{(3)^2} = \frac{1}{9} \\ n=4 \Rightarrow a_4 = \frac{1}{(4)^2} = \frac{1}{16} \\ n=5 \Rightarrow a_5 = \frac{1}{(5)^2} = \frac{1}{25} \end{cases}$$

جملات دنباله را مشخص می‌کنیم: **۱ ۱۰۶**

$$\xrightarrow{n=1} a_7 = a_1 - 2 \Rightarrow a_7 = 1 - 2 = -1$$

$$\xrightarrow{n=2} a_7 = a_2 - 2 \Rightarrow a_7 = \frac{1}{4} - 2 = -\frac{7}{4}$$

$$\xrightarrow{n=3} a_7 = a_3 - 2 \Rightarrow a_7 = \frac{1}{9} - 2 = -\frac{17}{9}$$

پس جملات دنباله به صورت $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \dots$ است و ضابطه‌ی آن برابر است با:

$$a_n = -2n + 1 \text{ یا } a_n = 1 - 2n$$

جملات دنباله را پیدا می‌کنیم: **۳ ۱۰۷**

$$n=1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{1} = 1$$

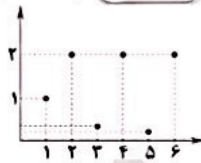
$$n=2 \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}$$

$$n=3 \Rightarrow a_3 = \frac{1}{3}$$

$$n=4 \Rightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

$$n=5 \Rightarrow a_5 = \frac{1}{5}$$

$$n=6 \Rightarrow a_6 = \frac{1}{6}$$

با دقت در اعداد متوجه می‌شویم که هر جمله در $\frac{1}{n}$ ضرب

$$a_{n+1} = \frac{1}{n+1} a_n, a_1 = 1$$

شده و جمله‌ی بعدی را می‌سازد، پس:

۴ ۱۰۹

$$\xrightarrow{n=1} a_7 = \frac{1}{7} a_1 = \frac{1}{7} (24) = \frac{24}{7}$$

$$\xrightarrow{n=2} a_7 = 2a_2 - 1 = 2(8) - 1 = 15$$

$$\xrightarrow{n=3} a_7 = \frac{1}{3} a_3 = \frac{1}{3} (15) = 5$$

$$\xrightarrow{n=4} a_7 = 2a_4 - 1 = 2(5) - 1 = 9$$

۲ ۱۱۰

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 2}{2 - 5} = \frac{3}{-3} = -1$$

$$y = mx + n \xrightarrow{\substack{m=-1 \\ x=2, y=5}} 5 = (-1)(2) + n$$

$$\Rightarrow 5 = -2 + n \Rightarrow n = 7$$

$$y = mx + n \xrightarrow{\substack{m=-1 \\ n=7}} y = -x + 7 \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی دنباله}} a_n = -n + 7$$

چه چیزی را می‌توانیم از متن برداشت کنیم؟ **۱ ۹۸**

(۱) محصولات [دارای] «فناوری پیشرفته» از دهه‌ی ۱۹۸۰ راحت‌تر در دسترس بوده‌اند.

(۲) «فناوری پیشرفته» آخرین محصول موجود در بازار را توصیف می‌کند.

(۳) یک شخم چوبی که توسط گاوها کشیده می‌شود «پیشرفته‌ترین فناوری» است.

(۴) «پیشرفته‌ترین فناوری» به اندازه‌ی «فناوری پیشرفته» محبوب نیست.

کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست نیست؟ **۴ ۹۹**

(۱) از [زمان] انقلاب رایانه، اصطلاح «پیشرفته‌ترین فناوری» محبوب شده است.

(۲) «پیشرفته‌ترین فناوری» محصولی را توصیف می‌کند که بهترین و مدرن‌ترین از نوع خودش است.

(۳) با پیشرفت سریع فناوری رایانه‌ای، یک رایانه [ی دارای] پیشرفته‌ترین فناوری ممکن است به راحتی قدیمی شود.

(۴) تمام محصولات وقتی ابتدا معرفی می‌شوند [دارای] «پیشرفته‌ترین فناوری» هستند.

بهترین عنوان برای متن است. **۲ ۱۰۰**

فناوری رایانه

فناوری پیشرفته و پیشرفته‌ترین فناوری

پیشرفته‌ترین فناوری

اصطلاحات متداول فناوری

ریاضی و آمار

$$t_7 = \frac{2^7}{3} = \frac{128}{3} \Rightarrow 6t_7 = 6\left(\frac{128}{3}\right) = 2(128) = 256$$

$$d_5 = \frac{(-1)^{2(5)+1}}{2(5)} = \frac{(-1)^{11}}{10} = \frac{-1}{10} \Rightarrow 10d_5 = 10\left(-\frac{1}{10}\right) = -1$$

$$\Rightarrow 6t_7 - 10d_5 = 256 - (-1) = 256 + 1 = 257$$

۱ ۱۰۲

$$a_{2n} = \frac{\sqrt{5}}{(-1)^{2n}} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

$$b_{2n} = \frac{\sqrt{5}}{(-1)^{2n+1}} = \frac{\sqrt{5}}{-1} = -\sqrt{5}$$

$$a_{2n} + b_{2n} = \sqrt{5} + (-\sqrt{5}) = 0$$

۳ ۱۰۳

$$e_n = 4 \Rightarrow \frac{n^2}{3} - 8 = 4 \Rightarrow \frac{n^2}{3} = 4 + 8 \Rightarrow \frac{n^2}{3} = 12$$

$$\Rightarrow n^2 = 36 \xrightarrow{n>0} n = 6$$

۴ ۱۰۴

$$\frac{2n-1}{2n} = \frac{12}{9} \Rightarrow 26n = 27n - 9 \Rightarrow 26n - 27n = -9$$

$$\Rightarrow -n = -9 \Rightarrow n = 9$$

یعنی مقدار جمله‌ی نهم برابر $\frac{12}{9}$ است ($m=9$)، حال مقدارجمله‌ی ($m+2$)ام، یعنی ($9+2$)ام را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{11} = \frac{2(11)-1}{2(11)} = \frac{22-1}{22} = \frac{21}{22} = \frac{14}{11}$$



۱۱۹ ۳ کل بول این فرد را x در نظر می‌گیریم، طبق اطلاعات مسئله داریم:

$$x - \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5}\right) = 26$$

$$\Rightarrow x - \left(\frac{20x + 15x + 12x}{60}\right) = 26 \Rightarrow x - \frac{47x}{60} = 26$$

$$\Rightarrow \frac{60x - 47x}{60} = 26 \Rightarrow \frac{13x}{60} = 26 \Rightarrow 13x = 26 \times 60$$

ساده کردن ۱۳
از طرفین تساوی $\Rightarrow x = 2 \times 60 \Rightarrow x = 120$

۱ ۱۲۰

$$x^2 - ax + a - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 \text{ ضریب } a = 1 \\ x \text{ ضریب } b = -a \\ \Delta = c = a - 1 \end{cases}$$

شرط آن که معادله‌ی درجه دوم دارای ریشه‌ی مضاعف باشد، آن است که $\Delta = 0$ باشد:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-a)^2 - 4(1)(a-1) = 0 \Rightarrow a^2 - 4a + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (a-2)^2 = 0 \Rightarrow a-2=0 \Rightarrow a=2$$

$$\frac{a=2}{\text{جایگذاری}} \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = \frac{2}{2} = 1$$

۲ ۱۲۱

$$x^2 - bx - (6b+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -b \\ c = -(6b+4) \end{cases}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها } = S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-b)}{1} = b \Rightarrow b = 6$$

$$\frac{b=6}{\text{جایگذاری}} \rightarrow x^2 - 6x - (6(6)+4) = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 40 = 0$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها } = x_1 \cdot x_2 = P = \frac{c}{a} = \frac{-40}{1} = -40$$

۳ ۱۲۲

$$S = x_1 + x_2 = 1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 2$$

$$P = x_1 \times x_2 = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = (1)^2 - (\sqrt{2})^2 = 1 - 2 = -1$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \xrightarrow{S=2, P=-1} x^2 - 2x - 1 = 0$$

۴ ۱۲۳

$$x + \frac{1}{x} = \frac{25}{12} \xrightarrow{\times 12x} 12x(x + \frac{1}{x}) = \frac{25}{12} \times 12x$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 12 = 25x \Rightarrow 12x^2 - 25x + 12 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (25)^2 - 4(12)(12) = 625 - 576 = 49$$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-25) \pm \sqrt{49}}{2(12)} = \frac{25 \pm 7}{24}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{25+7}{24} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3} \\ x_2 = \frac{25-7}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

آن دو عدد $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{3}$ هستند:

$$|x_1 - x_2| = \left| \frac{4}{3} - \frac{3}{4} \right| = \left| \frac{16-9}{12} \right| = \left| \frac{7}{12} \right| = \frac{7}{12}$$

حال جملات دنباله را می‌یابیم:

$$a_1 = -1 + 7 = 6, a_2 = -2 + 7 = 5, a_3 = -3 + 7 = 4, a_4 = -4 + 7 = 3$$

$$6, 5, 4, 3, \dots$$

مشاهده می‌کنیم که از هر جمله یک واحد کاسته شده، پس ضابطه‌ی بازگشتی دنباله به صورت $a_{n+1} = a_n - 1$ و $a_1 = 6$ است.

۱ ۱۱۱

جملات دنباله را تشکیل می‌دهیم (این دنباله به دنباله‌ی فیبوناتچی معروف است):

$$\frac{n=1}{\rightarrow} a_2 = a_1 + a_0 = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{n=2}{\rightarrow} a_3 = a_2 + a_1 = 2 + 1 = 3$$

$$\frac{n=3}{\rightarrow} a_4 = a_3 + a_2 = 3 + 2 = 5$$

$$\frac{n=4}{\rightarrow} a_5 = a_4 + a_3 = 5 + 3 = 8$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید در این دنباله، هر جمله برابر با مجموع دو جمله‌ی قبلی است، پس جملات دنباله به صورت $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$ برابر ۸ است.

۲ ۱۱۲

در بالا ده جمله‌ی اول دنباله‌ی فیبوناتچی را نوشتیم. در بین این ده جمله اعداد ۳ و ۲۱ بر عدد ۳ بخش‌پذیرند (یعنی دو جمله).

۴ ۱۱۳

$$\text{مجموع ۸ جمله } = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 = 54$$

۴ ۱۱۴

جمله‌ی عمومی این دنباله (که به دنباله‌ی مثلثی معروف است)،

$$\text{به صورت } a_n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ است، پس مقدار جمله‌ی هشتم برابر است با:}$$

$$a_8 = \frac{8(8+1)}{2} = \frac{8 \times 9}{2} = 36$$

۲ ۱۱۵

تعداد کل دایره‌ها در شکل n از مجموع n عدد فرد متوالی اولیه به دست می‌آید، بنابراین تعداد کل دایره‌های شکل هشتم برابر است با مجموع ۸ عدد فرد طبیعی متوالی اولیه:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$$

که براساس الگوی داده‌شده تعداد دایره‌های سفید برابر است با:

$$3 + 7 + 11 + 15 = 36$$

۴ ۱۱۶

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab(a+b) \Rightarrow a^2 + b^2 = (4)^2 - 2(2)(4)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 16 - 16 = 0$$

۲ ۱۱۷

$$x^5 + x^4 - 16x - 16 = x^4(x+1) - 16(x+1)$$

$$= (x+1)(x^4 - 16) = (x+1)(x^2 - 4)(x^2 + 4)$$

$$= (x+1)(x-2)(x+2)(x^2 + 4)$$

از بین گزینه‌ها عبارت $x+1$ جزو عوامل تجزیه است.

۲ ۱۱۸

$$\frac{2a}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b} = \frac{2a + (a-b) - (a+b)}{(a-b)(a+b)}$$

$$= \frac{2a + a - b - a - b}{(a-b)(a+b)} = \frac{2a - 2b}{(a-b)(a+b)} = \frac{2(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{2}{a+b}$$