

## پاسخ مسئله‌ها

۱- فرض کنید حداقل اختلاف پتانسیل یک ظرف تجزیه آب  $V$  ولت باشد. برای آنکه یک مولکول هیدروژن آزاد شود، بارالکتریکی  $\gamma e$  (بارالکتریکی الکترون و مقدار آن  $10^{-19} \times 1/6$  کولن است) باید از این اختلاف پتانسیل بگذرد. در اینصورت انرژی مصرف شده برای تجزیه یک مولکول آب چنین است.

$$u = V \times \gamma e$$

هنگامی که یک مولکول گرم آب تجزیه شود،  $N$  مولکول آب تجزیه شده است که  $N = 6/02 \times 10^{23}$  عدد آووگادرو است. بنابراین انرژی مصرف شده برای تجزیه یک مولکول گرم آب چنین است.

$$U = Nu = \gamma N V e$$

این انرژی معادل انرژی است که به هنگام تشکیل یک مولکول گرم آب آزاد می‌شود. در اینجا کل بار الکتریکی که از ظرف تجزیه گذشته،  $\gamma e N$  است، بنابراین:

$$m = \frac{A}{n} \times \frac{Q}{96500} \quad \text{در تجزیه شیمیایی برای جرم آزاد شده داریم:}$$

$$Q = \frac{m \times n \times 96500}{A}$$

اگر هیدروژن را در نظر بگیریم، در تجزیه یک مولکول گرم آب، برای  $Q$  داریم:

$$Q = \frac{2 \times 1 \times 96500}{1} = 19/3 \times 10^4 \text{ Coul}$$

$$U = QV \Rightarrow V = \frac{U}{Q}$$

$$V = \frac{2/875 \times 10^5}{19/3 \times 10^4} = 1/49 \text{ V}$$

۲- هنگامی که جسم را از طرف نیمکره در هر وضعی روی سطح افقی قرار می‌دهیم، در حال تعادل می‌ماند، باید تعادل نیمکره و مخروط چسبیده به آن بی‌تفاوت باشد. در این صورت باید امتداد نیروی وزن در هر حالت از تکیه‌گاه بگذرد. از شکل (۸-۳) پیداست که خط قائمی که از محل تماس نیمکره با سطح افقی رسم شود، از مرکز نیمکره می‌گذرد. پس باید نیروی وزن نیمکره و مخروط از مرکز نیمکره وارد شود. یعنی مرکز ثقل جسم بر مرکز نیمکره منطبق باشد. اگر وزن نیمکره را  $m_1 g$  و وزن مخروط را  $m_2 g$  بگیریم داریم:

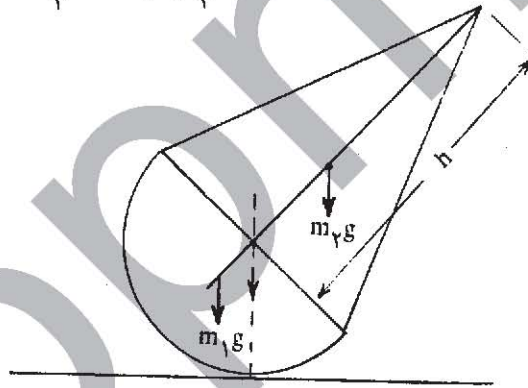
$$m_1 g = \frac{2}{3} \pi R^3 \rho g$$

$$m_2 g = \frac{h}{3} \pi R^2 \rho g$$

اکنون با استفاده از برآیند دو نیروی موازی داریم:

$$\frac{2}{3} \pi R^3 \rho g \frac{R}{4} = \frac{h}{3} \pi R^2 \rho g \frac{h}{4}$$

$$h = R \sqrt{3}$$



شکل (۸-۳)

۳- حجم شیشه به کار رفته در ساخت بطری چنین است.

$$V_g = \frac{m_g}{\rho_g} = \frac{125}{2/5} = 50 \text{ cm}^3$$

بنابراین برای حجم بیرونی بطری داریم:

$$V_o = V_i + V_g = 1000 + 50 = 1050 \text{ cm}^3$$

هنگامی که در بطری را با چوب پنبه می‌بندیم، چون  $4 \text{ cm}^3$  از حجم چوب پنبه بیرون می‌ماند، حجم خارجی بطری در بسته چنین است:  $V = V_0 + 4 = 1054 \text{ cm}^3$  و چون نیمی از چوب پنبه داخل بطری است، حجم داخلی آن چنین است:

$$V = V_i - 4 = 996 \text{ cm}^3$$

برای آنکه بطری در بسته محتوی مقداری جیوه، در آب به حال تعادل بماند، باید نیروی ارشمیدس برابر نیروی وزن باشد. اگر حجم جیوه را  $V_{\text{Hg}}$  بگیریم، داریم:

$$V \rho_w g = m_g g + V_c \rho_c g + V_{\text{Hg}} \rho_{\text{Hg}} g + V_a \rho_a g$$

در رابطه بالا  $V_c \rho_c$  جرم چوب پنبه و  $V_a \rho_a$  جرم هوای بالای جیوه است.

$$1054 \times 1/0.2 = 125 + 8 \times 0.25 + V_{\text{Hg}} \times 13/6 + (996 - V_{\text{Hg}}) \times 1/0.3 \times 10^{-3}$$

$$1075 = 125 + 2 + 13/6 V_{\text{Hg}} - 0.0013 V_{\text{Hg}} + 1/294$$

$$V_{\text{Hg}} = 69/62 \text{ cm}^3$$

۴- فرض می‌کنیم در دمای  $T_1$ ، ارتفاعی از مکعب آلومینیومی که درون جیوه است  $h_1$  باشد. در این صورت داریم:

$$\rho_{\text{Hg}} g h_1 L^2 = m_{\text{Al}} g = L^3 \rho_{\text{Al}} g \quad (1-3)$$

$$h_1 = \frac{\rho_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Hg}}} L$$

در دمای  $T_2$ ، چگالی جیوه و ابعاد مکعب آلومینیومی تغییر می‌کند ولی جرم آن ثابت است فرض می‌کنیم تفاوت دما  $\Delta T$  و ارتفاع  $h_2$  از مکعب درون جیوه باشد در این دما داریم:

$$\frac{\rho_{\text{Hg}}}{(1 + \alpha_{\text{Hg}} \Delta T)} h_2 [L (1 + \lambda_{\text{Al}} \Delta T)]^2 g = m_{\text{Al}} g$$

$$\rho_{\text{Hg}}$$

$$\frac{h_{\gamma} L^{\gamma} (\lambda + \gamma \lambda_{Al} \Delta T)}{\lambda + a_{Hg} \Delta t} = m_{Al} \quad (2-3)$$

از تقسیم رابطه (۲-۳) بر (۱-۳) داریم:

$$\frac{h_{\gamma} (\lambda + \gamma \lambda_{Al} \Delta T)}{h_{\lambda} (\lambda + a_{Hg} \Delta T)} = 1$$

$$h_{\gamma} = h_{\lambda} \frac{\lambda + a_{Hg} \Delta T}{\lambda + \gamma \lambda_{Al} \Delta T} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Hg}} L \frac{\lambda + a_{Hg} \Delta T}{\lambda + \gamma \lambda_{Al} \Delta T}$$

$$\Delta h = h_{\gamma} - h_{\lambda} = L \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Hg}} \left[ \frac{\lambda + a_{Hg} \Delta T}{\lambda + \gamma \lambda_{Al} \Delta T} - 1 \right]$$

$$\Delta h = L \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Hg}} \left[ \frac{(a_{Hg} - \gamma \lambda_{Al})}{\lambda + \gamma \lambda_{Al} \Delta T} \Delta T \right]$$

۵- انرژی منبع، به سطح کره‌ای به شعاع R می‌رسد و بخشی از آن که به سطح یک عرقچین کروی می‌رسد، به ظرف داده می‌شود. انرژی داده شده به عرقچین کروی را  $H_1$  می‌نامیم. داریم:

$$H_1 = H \times \frac{\text{مساحت عرقچین کروی}}{\text{مساحت کره}}$$

$$H_1 = H \times \frac{\gamma \pi R (R - h)}{4 \pi R^2} = \frac{R - h}{\gamma R} H$$

$$R = \sqrt{h^2 + r^2}$$

از شکل (۳-۹) پیدا است که:

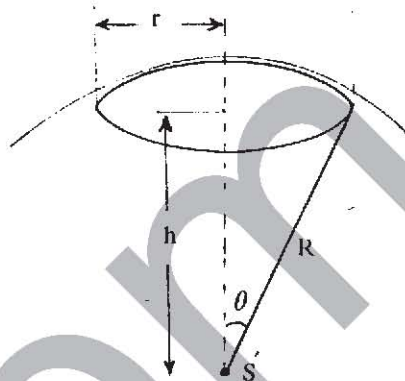
$$H_1 = \frac{\sqrt{h^2 + r^2} - h}{\gamma \sqrt{h^2 + r^2}} H$$

بخشی از انرژی داده شده به ظرف در مدت t صرف بالا بردن دما و بخش دیگری تلف شده

است. داریم:

$$H_1 t = M C (T_2 - T_1) + H' t$$

$$C = \left[ \frac{(\sqrt{h^2 + r^2} - h) H t}{r \sqrt{h^2 + r^2}} - H' t \right] \frac{1}{M (T_2 - T_1)}$$



شکل (۳-۹)

۶- وضعیت لوله پس از باز کردن شیر R در شکل (۳-۱۰) نشان داده شده است. چون سطح مقطع لوله A پنج برابر سطح مقطع لوله B است، پس با ۱۰ cm پایین آمدن جیوه در لوله B، جیوه در لوله A تنها ۲ cm بالا می‌رود. الف- برای هوای لوله A در دو حالت قبل و بعد از باز کردن شیر R داریم:

$$P_{1A} V_{1A} = P_{2A} V_{2A}$$

$$40 \times S_A \times 76 = P_{2A} \times S_A \times 38$$

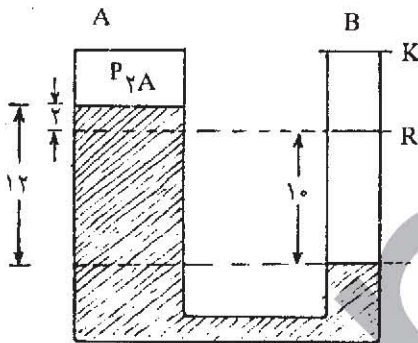
$$P_{2A} = \frac{40 \times 76}{38} = 80 \text{ cm Hg}$$

برای هوای لوله B در دو حالت داریم:

$$P_{1B} V_{1B} = P_{2B} V_{2B}$$

$$P \times S_B \times 40 = (80 + 12) \times S_B \times 50$$

$$P = \frac{92 \times 50}{40} = 115 \text{ cm Hg}$$



شکل (۳-۱۰)

ب - وقتی شیر K نیز باز می شود، فشار لوله B به دلیل ارتباط با هوای خارج دارای فشار یک جو یعنی  $76 \text{ cm Hg}$  می شود و در نتیجه جیوه در لوله A و B به سطح اولی برمی گردد. این حالت  $V_{2B}$  فرض می کنیم. داریم:

$$P_{2B} V_{2B} = P_{1B} V_{1B}$$

$$92 \times 1 \times 50 = 76 \times V_{2B}$$

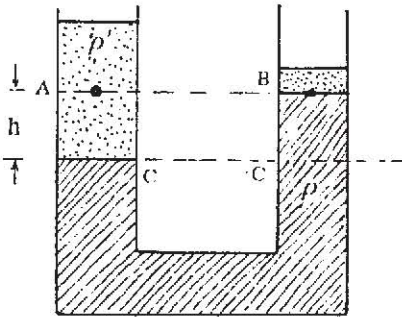
$$V_{2B} = \frac{92 \times 50 \times 1}{76} = 60/5 \text{ cm}^3$$

برای جرم هوای خارج شده داریم:

$$\Delta m_B = \rho \Delta V_B = 1/3 \times 10^{-3} (60/5 - 40) = 26/65 \times 10^{-3} \text{ g}$$

۷- در شکل (۳-۱۱) وضعیت لوله U شکل نشان داده شده است. یک سطح افقی در محل تماس دو مایع در نظر می گیریم. چون زیر این سطح مایع یکسانی در دو لوله وجود دارد، پس فشار در این سطح در دو لوله یکسان است. دو نقطه A و B را که در یک سطح افقی

هستند، یعنی همترازند در دو لوله در نظر می‌گیریم. آشکار است که فاصله این دو نقطه از سطح C یکسان است. با توجه به شکل داریم:



شکل (۳-۱۱)

$$P_A - P_C = \rho' g h$$

$$P_B - P_C = \rho g h$$

$$P_A - P_B = g h (\rho' - \rho)$$

چون مایع دوم روی مایع اول

قرار گرفته است، پس  $\rho' < \rho$

است. در نتیجه داریم:

$$P_A < P_B$$

۸- مطابق شکل (۳-۱۲) مقاومت دو قسمت حلقه را  $R_1$  و  $R_2$  و جریان آنها را  $I_1$  و  $I_2$  فرض می‌کنیم. چون دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  میان دو نقطه C و D به‌طور موازی بسته شده‌اند، داریم:

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 R_1 = I_2 R_2$$

با حل دو معادله بالا برای  $I_1$  و  $I_2$  مقادیر زیر به دست می‌آید.

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

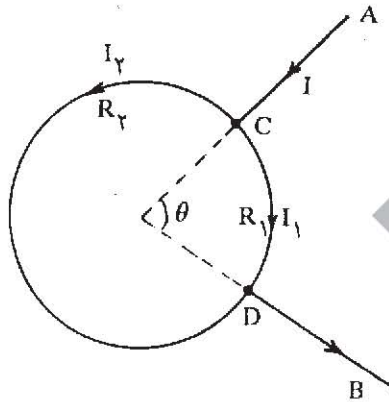
اگر مقاومت کل حلقه را R فرض کنیم، چون مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  به نسبت طول دو قسمت حلقه است، داریم:

$$R_1 = \frac{\theta}{2\pi} R$$

$$R_2 = \frac{2\pi - \theta}{2\pi} R$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{2\pi - \theta}{\theta}$$

(۳-۳)

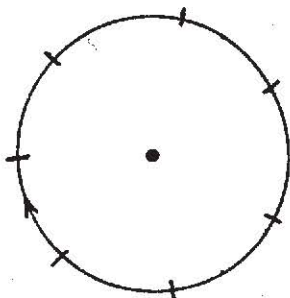


شکل (۳-۱۲)

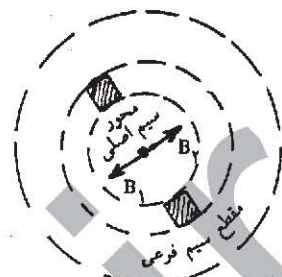
چون دو سیم راست A و B از مرکز دایره می‌گذرند، فاصله این نقطه از محور دو سیم صفر است. اگر از رابطه میدان مغناطیسی سیم راست، یعنی  $B = K \frac{I}{d}$  استفاده کنیم، ظاهراً میدان مغناطیسی دو سیم راست در مرکز دایره بینهایت خواهد شد، ولی این طور نیست. برای یافتن میدان مغناطیسی حاصل از سیمهای راست، به بحث دقیقتری نیازمندیم. هر یک از سیمهای راست را می‌توانیم مرکب از تعداد زیادی سیم فرعی که پهلوی هم قرار گرفته‌اند بدانیم. از هر کدام از سیمهای فرعی بخشی از جریان I می‌گذرد. در شکل (۳-۱۳) مقطع دو تا از این سیمهای فرعی که در دو طرف محور سیم اصلی قرار دارد، و مشابه یکدیگرند نشان داده شده است. هر کدام از این دو سیم فرعی روی نقاط محور سیم اصلی یک میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد که چون جهت جریان در هر دوی آنها یکی است، میدانهای مغناطیسی آنها در دو جهت مخالف هم است. چون جریان دو سیم فرعی نیز به دلیل یکسانی مقطع با هم برابر است، میدانهای مغناطیسی آنها هم اندازه است و در نتیجه برآیند میدان مغناطیسی حاصل از این دو سیم فرعی صفر است. این نتیجه را می‌توان برای هر دو سیم فرعی دیگر به دست آورد و بنابراین میدان مغناطیسی سیم اصلی روی نقاط محورش صفر است. به این ترتیب دو سیم راست A و B در مرکز حلقه میدان مغناطیسی به وجود نمی‌آورند. اکنون باید میدان مغناطیسی دو قطعه دایره را در مرکز حلقه محاسبه کنیم. میدان مغناطیسی در مرکز یک حلقه کامل به شعاع a از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a}$$





شکل (۳-۱۴)



شکل (۳-۱۳)

در شکل (۳-۱۴) یک حلقه که جریان  $I$  از آن می‌گذرد نشان داده شده است. این حلقه به چند قسمت مساوی تقسیم شده است. از تقارن شکل پیداست که میدانهای مغناطیسی که توسط هر یک از قطعه‌ها در مرکز حلقه ایجاد می‌شود، مشابه هم هستند. بنابراین میدان مغناطیسی حاصل از یک حلقه کامل، برآیند میدانهای مغناطیسی حاصل از قطعه‌های حلقه است. مثلاً اگر حلقه را به ۴ ربع دایره تقسیم کنیم، میدان مغناطیسی حاصل از هر کدام، یک چهارم میدان مغناطیسی حلقه است. در نتیجه میدان هر یک از دو قطعه شکل (۳-۱۲) را می‌توان متناسب با طول کمان آن قطعه چنین نوشت:

$$B_1 = \frac{\theta}{2\pi} \frac{\mu_0 I_1}{2a}$$

میدان مغناطیسی کمان کوچکتر

$$B_2 = \frac{2\pi - \theta}{2\pi} \frac{\mu_0 I_2}{2a}$$

میدان مغناطیسی کمان بزرگتر

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\theta}{2\pi - \theta} \frac{I_1}{I_2}$$

از تقسیم دو رابطه بالا داریم:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\theta}{2\pi - \theta} \frac{2\pi - \theta}{\theta} = 1$$

با استفاده از رابطه (۳-۳) داریم:

بنابراین اندازه میدانهای حاصل از دو کمان حلقه، با هم برابر است. از طرفی چون جهت

میدان  $B_1$  به طرف داخل صفحه و جهت میدان  $B_2$  به طرف خارج صفحه است (به شکل (۳-۱۲) نگاه کنید)، پس برآیند دو میدان  $B_1$  و  $B_2$  صفر است. به این ترتیب میدان مغناطیسی در مرکز حلقه وجود ندارد.

۹- مدار مورد نظر در شکل (۳-۱۵) نشان داده شده است. همان‌طور که پیشتر گفته شد، در هر حلقه، جریان معینی را در یک جهت دلخواه در نظر می‌گیریم و مجموع اختلاف پتانسیلها را دور یک حلقه می‌نویسیم. در این مدار سه حلقه و در نتیجه سه جریان وجود دارد. اگر حلقه‌ها را در جهت جریان دور بزنیم داریم:

$$E_1 + E_2 = I_1 (r + R_1) + (R_2 + r) (I_1 - I_2)$$

$$0 = E_2 + (r + R_2) (I_2 - I_1) + (R_3 + r) (I_2 - I_3) + E_3$$

$$E_3 + E_4 = (r + R_3) (I_3 - I_2) + (r + R_4) I_3$$

مقدار کمیت‌های معلوم را در معادله‌های بالا قرار می‌دهیم و داریم:

$$3 = 2 I_1 + 3 (I_1 - I_2)$$

$$0 = 2 + 3 (I_2 - I_1) + 4 (I_2 - I_3) + 3$$

$$7 = 4 (I_3 - I_2) + 5 I_3$$

$$3 = 5 I_1 - 3 I_2$$

$$5 = 3 I_1 - 7 I_2 + 4 I_3$$

$$7 = -4 I_2 + 9 I_3$$

$$I_1 = \frac{45}{77} \quad I_2 = -\frac{2}{77} \quad I_3 = \frac{59}{77}$$

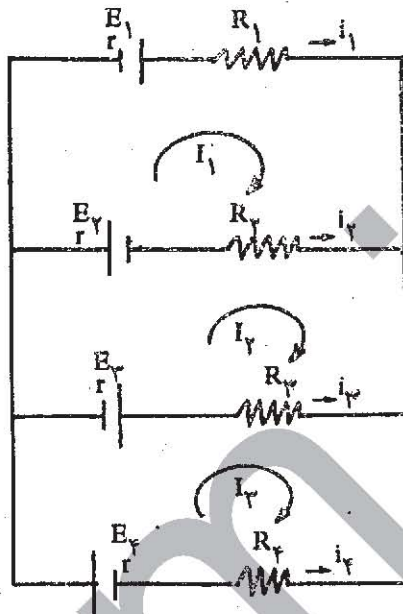
اگر جریان در مقاومتهای  $R_1, R_2, R_3$  و  $R_4$  را به ترتیب با  $i_1, i_2, i_3$  و  $i_4$  نشان دهیم داریم:

$$i_1 = I_1 = \frac{45}{77}$$

$$i_2 = I_2 - I_1 = -\frac{47}{77}$$

$$i_3 = I_3 - I_2 = \frac{61}{77}$$

$$i_4 = -I_3 = -\frac{59}{77}$$



شکل (۳-۱۵)

۱۰- واگن و نیروهای وارد بر آن در شکل (۳-۱۶) نشان داده شده است. شتاب واگن را می‌توان از جابه‌جایی و سرعت نهایی آن به دست آورد.

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$4^2 - 0 = 2a \times 80$$

$$a = 0.1 \text{ m/s}^2$$

این شتاب حاصل نیروهای وارد بر واگن در راستای ریل است. با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

$$F - f - mg \sin \alpha = ma$$

$$F - 0.1 mg - \frac{20}{80} mg = m \times 0.1$$

$$F = 0.1 \times 100 \times 10 + 0.25 \times 100 \times 10 + 0.1 \times 100$$

$$F = 360 \text{ N}$$

کار نیروی موتور برای کشیدن واگن چنین است:

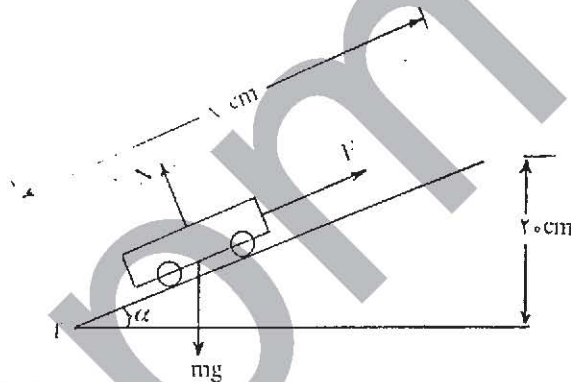
$$W = Fx = ۳۶۰ \times ۸۰ = ۲۸/۸ \text{ kJ}$$

چون بازده موتور ۲۰٪ است، انرژی مصرف شده برای موتور،  $U$  چنین است.

$$W = ۰/۲ U \rightarrow U = ۵ W = ۱۴۴ \text{ kJ}$$

اگر حجم بنزین مصرفی را  $V$  فرض کنیم داریم:

$$V = \frac{۱۴۴ \times ۱۰^۳}{۵ \times ۱۰^۷} = ۲/۸۸ \times ۱۰^{-۳} \text{ lit.}$$



شکل (۳-۱۶)

۱۱- ته ظرف استوانه شکل شیشه‌ای، مانند یک عدسی واگرا عمل می‌کند. فاصله کانونی این عدسی چنین است:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1/6 - 1) \left( \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-۱۰} \right)$$

$$f = - \frac{۱۰۰}{۶}$$

در رابطه بالا چون یک طرف عدسی گود است، شعاع انحنای آن با علامت منفی گذارده شده است. این عدسی واگرا از منبع نورانی (S) تصویری می‌دهد که محل آن از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{q} = -\frac{6}{100} \rightarrow q = -10 \text{ cm}$$

علامت منفی در فاصله تصویر، نشان می‌دهد که تصویر S در عدسی شیشه‌ای مجازی است.

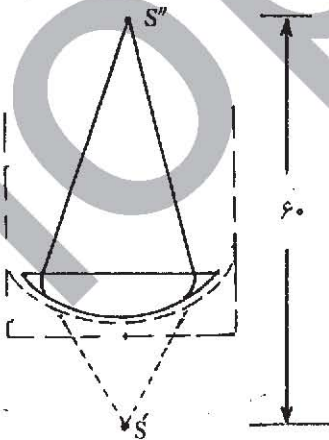
مایعی که در گودی ته ظرف ریخته شده است، مانند یک عدسی همگرا عمل می‌کند. برای فاصله کانونی این عدسی داریم:

$$\frac{1}{f'} = (n' - 1) \left( \frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2'} \right) = (n' - 1) \left( \frac{1}{10} - \frac{1}{\infty} \right)$$

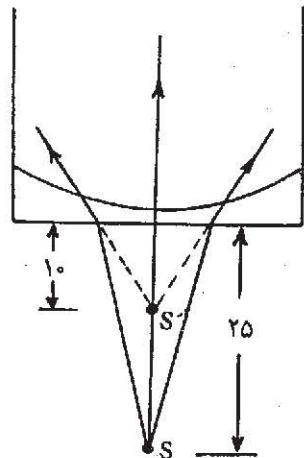
$$\frac{1}{f'} = \frac{(n' - 1)}{10}$$

از شکل (۳-۱۷) پیداست که تصویر مجازی S' که توسط عدسی شیشه‌ای تشکیل می‌شود، برای عدسی همگرای ساخته شده از مایع، مانند یک جسم حقیقی عمل می‌کند و تصویری از آن تشکیل می‌شود. محل تصویر نهایی چنین است.

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{q'} = \frac{1}{f'}$$



شکل (۳-۱۸)



شکل (۳-۱۷)

در شکل (۳-۱۸) تصویر  $S'$  در عدسی همگرا، نشان داده شده است. از این شکل پیداست که

$$q' = 60 - 10 = 50 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{50} = \frac{n' - 1}{10}$$

پس داریم:

$$\frac{n' - 1}{10} = \frac{6}{50}$$

$$n' = 2/2$$

۱۲- در شکل (۳-۱۹) شرایط اولیهٔ گاز نئون نشان داده شده است.

الف- وضعیت لوله را وقتی که آن را ۲ cm از جیوه خارج می‌کنیم، در شکل (۳-۲۰) نشان داده شده است.

با توجه به شکل (۳-۱۹) داریم:

$$P_0 = 76 = P_1 + 74$$

$$P_1 = 2 \text{ cm Hg}$$

با توجه به شکل (۳-۲۰) داریم:

$$P_0 = 76 = P_2 + (92 - h_2)$$

$$P_2 = h_2 - 16 \text{ cm Hg}$$

برای گاز نئون در دو حالت داریم:

$$P_1 \times 16 = P_2 h_2$$

$$2 \times 16 = (h_2 - 16) h_2$$

$$h_2^2 - 16 h_2 - 32 = 0$$

جواب قابل قبول معادلهٔ بالا  $h_2 = 17/8 \text{ cm}$  است. ارتفاع جیوه در لوله چنین است:

$$h' = 100 - 17/8 = 82/8 \text{ cm}$$

فشار گاز در این حالت  $P_2 = 17/8 - 16 = 1/8 \text{ cm Hg}$  است.

ب- وضعیت لوله در ارتفاع ۲ کیلومتری در شکل (۳-۲۱) نشان داده شده است.

فشار گاز نئون در این حالت چنین است.

$$P_3 + (67/9 - 8) = 0/8 P_0 = 0/8 \times 76$$

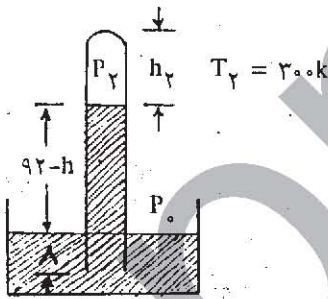
$$P_3 = 60/8 - 59/9 = 0/9 \text{ cm Hg}$$

دو حالت اول و سوم گاز با رابطه زیر به هم مربوط است.

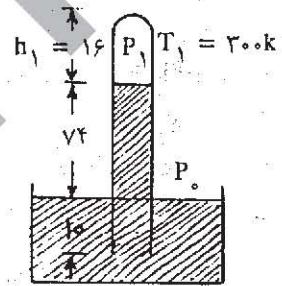
$$\frac{P_3 h_3}{T_3} = \frac{P_1 h_1}{T_1}$$

$$T_3 = \frac{P_3 h_3}{P_1 h_1} T_1$$

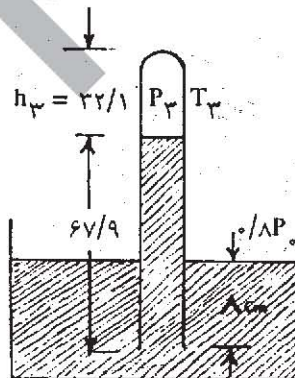
$$T_3 = \frac{0/9 \times 32/1}{1/8 \times 17/8} \times 300 = 270/5^\circ \text{ k}$$



شکل (۲۰-۳)



شکل (۱۹-۳)



شکل (۲۱-۳)