

حرف‌های نامطلوب

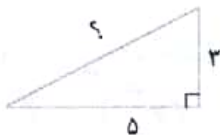
جذر تقریبی

فعالیت



آزاده، نرگس و نسیم هنگام گردش علمی به یک آب‌گذر (کانال) به عرض ۵ متر رسیدند. در طرف دیگر آب‌گذر دیواره‌ای به ارتفاع ۳ متر وجود داشت. آنها می‌خواستند بدانند اگر پلی برای رفتن به طرف دیگر آب‌ساخته شود، طول آن چقدر خواهد بود؟

در ادامه، گفت‌وگوی این سه دانش‌آموز را می‌خوانید که برای حل این مسئله صورت گرفته است. با دقت در این گفت‌وگو سعی کنید نظر هر دانش‌آموز را توضیح دهید.



آزاده: به نظر من این مسئله مانند آن است که یک مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع ۳ و ۵ متر داشته باشیم و بخواهیم وتر آن را به دست آوریم.

نرگس: پس می‌توانیم از رابطه فیثاغورس استفاده کنیم.

نسیم: یعنی رابطه مقابل را داریم: $5^2 + 3^2 = 34$ مربع وتر

آزاده: درست است. اکنون برای به دست آوردن طول وتر باید جذر عدد ۳۴ را به دست آوریم.

نرگس: چون $25 < 34 < 36$ پس $\sqrt{34}$ بین دو عدد ۵ و ۶ قرار دارد.

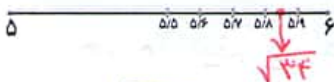
یعنی داریم: $5 < \sqrt{34} < 6$



نسیم: اگر فاصله ۵ تا ۶ را روی محور نصف کنیم، عدد ۵/۵ به دست می‌آید و چون

$(5/5)^2 = 30/25$ ، پس حتماً جذر ۳۴ از ۵/۵ بیشتر است.

آزاده: می‌توانیم چند عدد بزرگ‌تر از ۵/۵ را بررسی کنیم؛ مثلاً ۵/۷ و ۵/۸ و ۵/۹.



$$\left. \begin{aligned} 25 < 34 < 36 \Rightarrow 5 < \sqrt{34} < 6 \\ 5/5^2 = 30/25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 5/5 < \sqrt{34} < 6 \\ 5/5^2 = 30/25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} 5/7 < \sqrt{34} < 6 \\ 5/9^2 = 34/81 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 5/7 < \sqrt{34} < 5/9 \\ 5/8^2 = 33/64 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5/8 < \sqrt{34} < 5/9$$

روش دوم

عدد	۵/۸۱	۵/۸۲	۵/۸۳	۵/۸۴
مجدور	۳۳,۷۵۶۱	۳۳,۸۷۲۴	۳۳,۹۸۸۹	۳۴,۱۰۵۶

سپس آنها به کمک ماشین حساب جدول زیر را تکمیل کردند.

عدد	۵/۷	۵/۸	۵/۹	۶
مجدور	۳۲/۴۹	۳۳/۶۴	۳۴/۸۱	۳۶

در نتیجه با توجه به جدول بالا، مقدار $\sqrt{34}$ تقریباً برابر ۵/۸ است.

آخرین جمله فعالیت بالا را معمولاً به شکل روبه‌رو می‌نویسیم: $\sqrt{34} = 5/8$

اگر این دانش‌آموزان بخواهند به کمک روش بالا مقدار $\sqrt{34}$ را تا دو رقم اعشار حساب

کنند، چگونه باید این کار را انجام دهند؟

روش اول

ادامه در بالا

$$5/85 = 34/2$$

$$5/80 < \sqrt{34} < 5/90$$

$$\Rightarrow 5/80 < \sqrt{34} < 5/85 \Rightarrow 5/82 < \sqrt{34} < 5/85$$

$$5/82^2 = 33,8724$$

مقدار $\sqrt{34}$ تا پنج رقم اعشار به کمک ماشین حساب چنین به دست می‌آید:

$$\sqrt{34} = 5/83095$$

کار در کلاس



۱- با پرکردن جاهای خالی، مقدار $\sqrt{2}$ و $\sqrt{200}$ را به صورت تقریبی تا یک رقم

اعشار به دست آورید. نتیجه را با آنچه ماشین حساب به دست می‌آورد، مقایسه کنید.

$$\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$$

(الف)

$$1 < \sqrt{2} < 2$$

پس:

اکنون با نصف کردن فاصله ۱ تا ۲ روی محور، عدد ۱/۵ را آزمایش می‌کنیم.

چون $(1/5)^2 = 2/25$ ، پس مقدار $\sqrt{2}$ حتماً کمتر از ۱/۵ است.

عدد	۱/۳	۱/۴	۱/۵
مجدور	۱/۶۹	۱/۹۶	۲/۲۵

$$\sqrt{2} = 1,4$$

به کمک جدول بالا می‌توان نوشت:

$$\sqrt{196} < \sqrt{200} < \sqrt{225}$$

$$14 < \sqrt{200} < 15$$

فلاصه درس: ابتدا به دست می‌آوریم جذر عددین کدام دو عدد طبیعی هست

سپس مجدور میانگین آن دو عدد را به دست می‌آوریم برای مثال $5 < \sqrt{34} < 6$

$$5 + \frac{6}{2} = 5/5 \xrightarrow{\text{مجدور}} 5/5^2 = 30/25 < 34 \Rightarrow 5/5 < \sqrt{34} < 6$$

حال جدولی رسم می‌کنیم و در آن مجدور اعداد ۵/۶، ۵/۷، ۵/۸، ۵/۹ را می‌نویسیم یا می‌توانیم همین

روش دوم را ادامه دهیم

$$4 < \sqrt{19} < 5 \quad \frac{4+5}{2} = 4,5 \xrightarrow{\text{مقدور}} 4,5^2 = 20,25$$

عدد	4,1	4,2	4,3	4,4
مقدور	16,81	17,64	18,49	19,36

$$\Rightarrow \sqrt{19} \approx 4,3$$

عدد	9,1	9,2	9,3	9,4
مقدور	82,81	84,64	86,49	88,36

$$9 < \sqrt{80} < 10 \Rightarrow \frac{9+10}{2} = 9,5 \xrightarrow{\text{مقدور}} 9,5^2 = 90,25 > 80$$

اکنون با نصف کردن فاصله ۱۴ تا ۱۵ روی محور اعداد، عدد ۱۴/۵ را آزمایش می‌کنیم. چون $(14/5)^2 = 210/25 = 8,4$ ، بنابراین $\sqrt{200} = 14,1$

$$\sqrt{200} = 14,1$$

بنابراین

عدد	۱۴/۱	۱۴/۲	۱۴/۳	۱۴/۴
مقدور	۱۹۸/۸۱	۲۰۱/۶۴	۲۰۴/۴۹	۲۰۷/۳۶

۲- ابتدا مقدار تقریبی هر عددی را که در جدول آمده است، حدس بزنید. سپس، به کمک ماشین حساب حاصل را تا دو رقم اعشار پیدا کنید و با مقداری که حدس زده‌اید، مقایسه کنید.

عدد	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{10/3}$	$\sqrt{18/5}$	$\sqrt{68}$	$\sqrt{99}$	$\sqrt{140}$
مقدار حدس زده شده	۱,۷	۲,۲	۳,۲	۴,۵	۸,۳	۹,۹	۱۱,۸
ماشین حساب	۱,۷۳	۲,۲۳	۳,۲۰۹	۴,۳۵۱	۸,۲۴	۹,۹۴	۱۱,۸۳

عدد	۱۲,۱	۱۲,۲	۱۲,۳	۱۲,۴
مقدور	۱۴۴,۴۱	۱۴۸,۸۴	۱۵۱,۲۹	۱۵۳,۷۶

$$\Rightarrow \sqrt{150} \approx 12,2$$

$$12 < \sqrt{150} < 13 \Rightarrow \frac{12+13}{2} = 12,5 \xrightarrow{\text{مقدور}} 12,5^2 = 156,25 > 150$$

۱- به کمک روشی که در درس یاد گرفته‌اید، مقدار هر یک از عددهای زیر را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

$$\sqrt{19} \approx 4,3$$

$$\sqrt{19}, \sqrt{40}, \sqrt{150}, \sqrt{385}$$

$$\sqrt{40} \approx 6,3$$

$$\sqrt{150} \approx 12,2$$

$$\sqrt{385} \approx 19,6$$

۲- در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید. از ماشین حساب کمک بگیرید.

$$\sqrt{11} < 3 \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{17} > 4 \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{6/25} = 2 \frac{1}{5}$$

$$1 + \sqrt{15} > 4$$

$$\sqrt{20} - 2 < \sqrt{18}$$

$$(\sqrt{3})^2 = 3$$

$$19 < \sqrt{385} < 20$$

$$\frac{19+20}{2} = 19,5$$

$$19,5^2 = 380,25 < 385$$

عدد	۱۹,۶	۱۹,۷	۱۹,۸	۱۹,۹
مقدور	۳۸۴,۱۶	۳۸۸,۰۹	۳۹۲,۰۴	۳۹۶,۰۱

$$\Rightarrow \sqrt{385} \approx 19,6$$

مهم برای راحتی کار می توانیم مثلث را با همان واحد محور بیرون محور رسم کنیم و پس برگار راه اندازه ی مطلوب باز نموده و همان مورد نظر را رسم کنیم

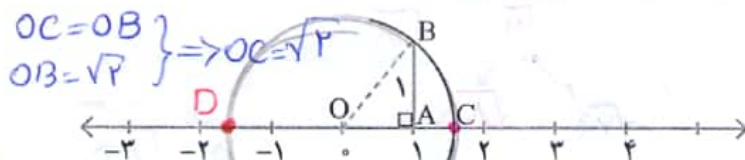
نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

فعالیت



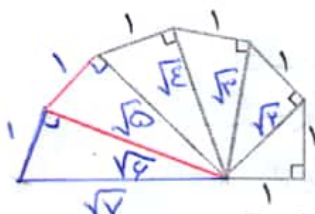
در درس گذشته مقدار $\sqrt{2}$ را هم به صورت تقریبی و هم به کمک ماشین حساب محاسبه کردید.

در این فعالیت، با نمایش $\sqrt{2}$ روی محور اعداد آشنا می شویم. محور عددهای زیر را در نظر بگیرید. مثلث OAB یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین به ضلع ۱ است. به مرکز O و شعاع OB کمانی می زنیم تا محور اعداد را در نقطه C قطع کند. طول پاره خط OC چقدر است؟ $\sqrt{2}$ چرا نقطه C، عدد $\sqrt{2}$ را نمایش می دهد؟



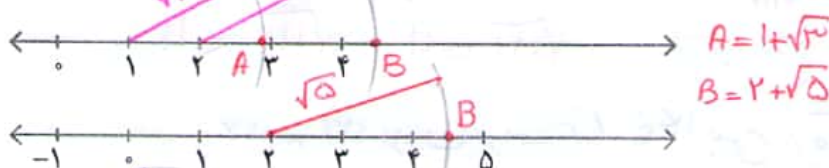
به همین روش، نقطه ای را روی محور بالا معین کنید که عدد $-\sqrt{2}$ را نمایش دهد.

در شکل زیر، تعدادی مثلث قائم الزاویه رسم شده است. در هر یک از این مثلث ها طول یک ضلع زاویه قائمه ۱ واحد است. طول وترهای این مثلث ها به ترتیب $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ است. چرا؟



آیا می توانید به همین ترتیب پاره خطی به طول $\sqrt{6}$ و $\sqrt{7}$ رسم کنید؟ چگونه؟ بله

از شکل داده شده استفاده کنید. دهانه برگار را به اندازه $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ باز کنید و عددهای $1 + \sqrt{3}$ و $2 + \sqrt{5}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.



$$A = -2 + \sqrt{3}$$

$$B = -2 - \sqrt{3}$$

روش اول

کار در کلاس



عدد $\sqrt{3} - 2$ را روی محور اعداد نمایش دهید. برای نمایش عدد $\sqrt{3} - 2$ روی محور از تساوی $\sqrt{3} - 2 = -2 + \sqrt{3}$ استفاده کنید.



در این روش هر واحد ۵cm است

خواص ضرب و تقسیم رادیکالها فعالیت رابطه رادیکالها



با توجه به عددهای داده شده a و b ، مانند نمونه جدول زیر را کامل کنید. با مقایسه دو ستون آخر جدول، چه حدسی می زنید؟

a	$\sqrt{a}$	b	$\sqrt{b}$	ab	$\sqrt{ab}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
4	2	9	3	36	6	6
9	3	16	4	144	12	12
4	2	16	4	64	8	8
25	5	4	2	100	10	10

آیا می توانید حدس خود را به صورت یک عبارت کلامی بیان کنید؟ جذر (رادیکال) حاصل ضرب دو عدد برابر است با حاصل ضرب جذرهای آن دو عدد

اگر a و b دو عدد مثبت باشند، داریم: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ $a, b \geq 0$
به کمک جدول بالا، درستی رابطه را بررسی کنید.

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

نادرست

$$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

۱- در تساوی های زیر جاهای خالی را پر کنید.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{14} = \sqrt{7} \times \sqrt{2}$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{100} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$



کار در کلاس

اصلاح شود $\sqrt{14} \times \sqrt{25} = \sqrt{16} \times \sqrt{25} = 4 \times 5 = 20$

۲- کدام یک از عبارت های زیر درست و کدام نادرست است؟

$$\sqrt{50} = 25$$

$$\sqrt{50} = 5 \times \sqrt{2}$$

نادرست

درست

۳- مانند نمونه تساوی های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{20} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

فعالیت



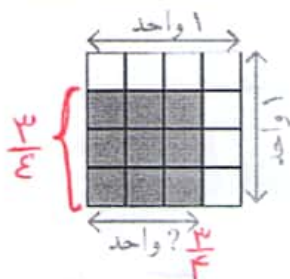
جدول زیر را برای عددهای مثبت a و b کامل کنید. مقدارهای دو سطر آخر را با هم مقایسه کنید و تساوی به دست آمده را به شکل یک قانون کلی بنویسید.

a	۱۶	۲۵	۱	۴۹
b	۹	۳۶	۱۰۰	۶۴
$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$	$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$	$\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$	$\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$	$\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$	$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10}$	$\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8}$

کاردر کلاس



۱- با استفاده از شکل روبه‌رو، درستی رابطه



$$S = \frac{9}{16}$$

$$\text{ضلع} = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

را بررسی کنید.

۲- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

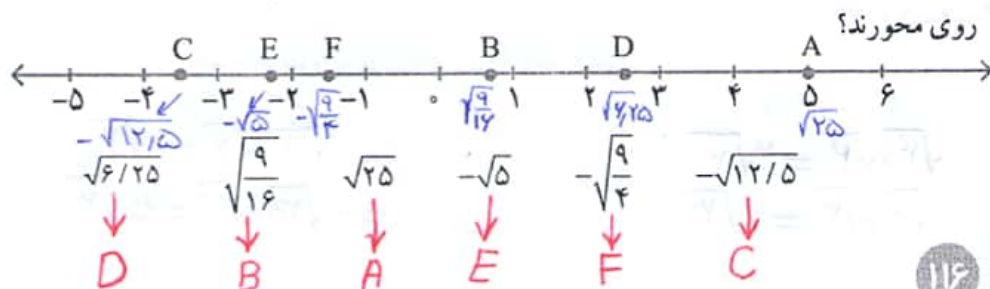
$$-\sqrt{\frac{1}{144}} = -\frac{1}{12}$$

$$\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$$

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$-\sqrt{\frac{1}{49}} = -\frac{1}{7}$$

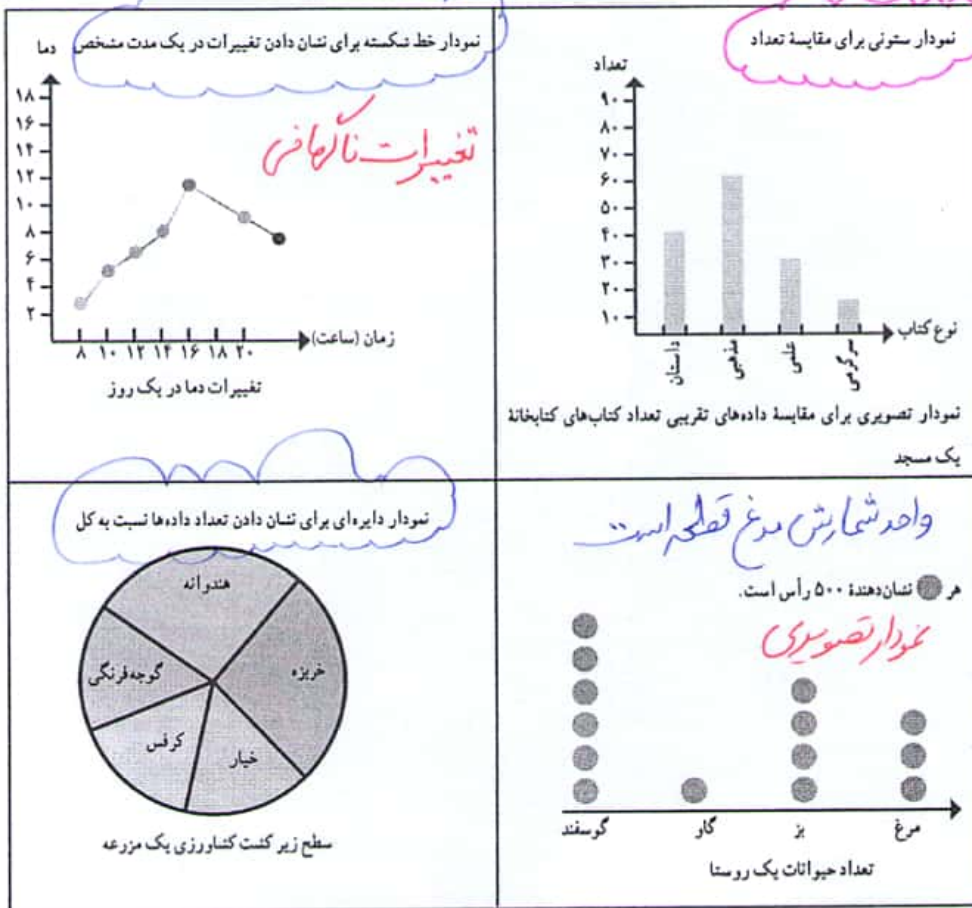
۳- به صورت تقریبی مشخص کنید که عددهای داده شده نظیر کدام یک از نقاط مشخص شده



علم آمار

دسته بندی داده ها

در سال های پیش با علم آمار، که علم جمع آوری، سازماندهی و تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده ها) است، آشنا شدید. داده ها را با چوب خط، سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس، با توجه به موضوع و هدف آمارگیری، نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر، چهار نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است.



اگر داده های جمع آوری شده زیاد و پراکنده باشند، بررسی آنها طولانی می شود. برای اینکه بتوانیم آسان تر و بهتر نتیجه بگیریم، داده ها را متناسب با موضوع آماری دسته بندی و سازماندهی می کنیم.

دسته بندی باید هدفمند باشد که تجربه تحلیل و تفسیر اطلاعات شود

نکته

< ← یعنی شامل خود عدد نمی شود
 ≤ ← شامل خود عدد می شود

دامنه تغییرات

$$\text{طول هر دسته} = \frac{\text{تعداد دسته ها}}{\text{دامنه تغییرات}}$$

$130 \leq x < 145$ داده هایی که بزرگ تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است و کوچک تر از ۱۴۵ است

$$130 \leq x < 145 \Rightarrow 130 \leq x < 145$$

 فعالیت ۱۵



در زیر، داده های جمع آوری شده درباره اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک شهر کوچک بر حسب سانتی متر مشخص شده است. ($n=40$)

۱۶۴ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۸۵ ۱۵۳ ۱۷۴ ۱۷۸ ۱۹۲ ۱۵۰ ۱۷۵ ۱۶۷ ۱۸۴ ۱۴۷ ۱۸۱
 ۱۵۱ ۱۶۲ ۱۶۷ ۱۷۳ ۱۴۲ ۱۶۳ ۱۳۸ ۱۶۵ ۱۳۷ ۱۷۱ ۱۹۳ ۱۶۸ ۱۷۰ ۱۳۰
 ۱۶۵ ۱۸۳ ۱۵۷ ۱۷۹ ۱۷۶ ۱۵۹ ۱۷۰ ۲۰۵ ۱۵۸ ۱۷۳ ۱۹۰ ۱۴۳

دامنه تغییرات $D = \text{Max} - \text{Min}$

Max

Min

کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید.

دامنه تغییرات

← به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می گویند. دامنه تغییرات داده ها را پیدا کنید.

در یک تولیدی شلوار مردانه می خواهیم با توجه به داده های جمع آوری شده بالا اندازه های مختلف را طراحی کنیم. برای این کار، داده ها را دسته بندی می کنیم. هر دسته یک معنای مشخصی دارد. برای مثال، افراد مختلف را می توانیم به صورت زیر تقسیم بندی کنیم:

قد بلند، بلندتر از متوسط، متوسط، کوتاه تر از متوسط و قد کوتاه

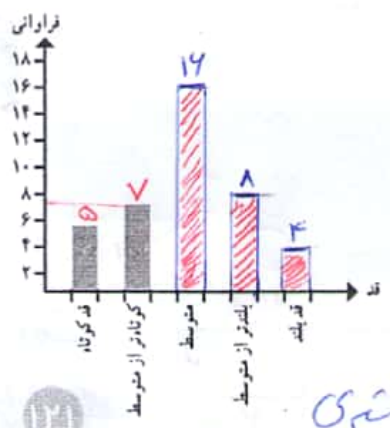
به این ترتیب، داده های ما به ۵ دسته تقسیم می شوند. می توانیم فاصله این دسته ها را مساوی در نظر بگیریم. به همین دلیل، برای رسیدن به حدود دسته ها دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می کنیم تا طول دسته ها به طور تقریبی معلوم شود. به این ترتیب، می توانیم محدوده دسته ها را مشخص کنیم و در یک جدول بنویسیم.

در جدول زیر معنای $130 \leq x < 145$ را توضیح دهید. < و ≤ چه تفاوتی دارند؟

فراوانی

بالا
 فراوانی

می گویند، تعیین کنید.



فراوانی	چوب خط	حدود دسته ها
۵	////	$130 \leq x < 145$
۷	//// //	$145 \leq x < 160$
۱۶	//// //	$160 \leq x < 175$
۸	//// //	$175 \leq x < 190$
۴	////	$190 \leq x \leq 205$

آخرین داده باید در دسته آخری باشد

جواب (۲): مردم این روستا دارای قد طبیعی و نرمال هستند

جواب (۳): با توجه به اینکه غرض از مقایسه است (نمودار ستونی) متوسط قد مردان این روستا در دسته وسطی (دسته سوم) قرار دارد

با توجه به فعالیت صفحه قبل به سوال های زیر پاسخ دهید.

۱- قد اکثر افراد در چه محدوده ای است؟ $140 \leq x < 175$ **دسته سوم**

۲- با توجه به نمودار ستونی متوجه چه چیزی می شوید؟ بیشترین فراوانی در دسته سوم و کمترین فراوانی در دسته اول

۳- فکر می کنید میانگین قد مردان این شهر در کدام دسته قرار می گیرد؟ **دسته سوم** $140 \leq x < 175$

۴- به نظر شما این آمار و اطلاعات و نمودار چه کاربردهای دیگری دارند؟

استعدادیابی برای تیم های ورزشی، این شهر می تواند تیم والیبال و بسکتبال قوی داشته باشد - بهتر است فروشگاه های این شهر لباس های سایز بزرگ تهیه کنند

کارد در کلاس

۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است.

+2	+2	+2	+5	+6	0	-1	-2	0	-3	-7	-2	-1	0	0
-1	-3	-6	-7	-8	+8	+7	+8	+7	+6	+2	+1	+2	+3	+2
+2	+2	-4	-2	-1	0	-5	-3	0	0	+1	+1	+2	+6	+7



جدول فراوانی داده ها را بر اساس سوال های زیر مشخص کرده و نموداری ستونی رسم کنید.

● دامنه تغییرات چقدر است؟ **دامنه تغییرات** $8 - (-8) = 16$ **دسته اول** $-8 \leq x < -4$

● داده ها را به چهار دسته تقسیم می کنیم؛ طول هر دسته چقدر است؟ **دسته دوم** $-4 \leq x < 0$

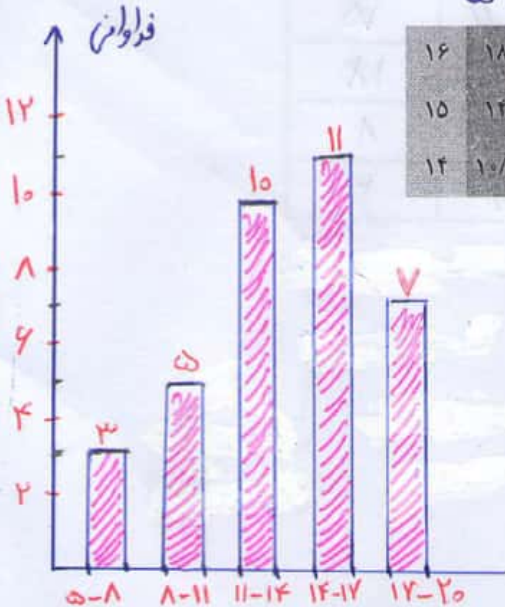
دسته سوم $0 \leq x < 4$ **دسته چهارم** $4 \leq x \leq 8$ **طول هر دسته** $16 \div 4 = 4$

۲- نمره های ریاضی دانش آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات،

آنها را به ۵ دسته مساوی دسته بندی کنید. پس از رسم جدول، نمودار ستونی را رسم کنید و با توجه

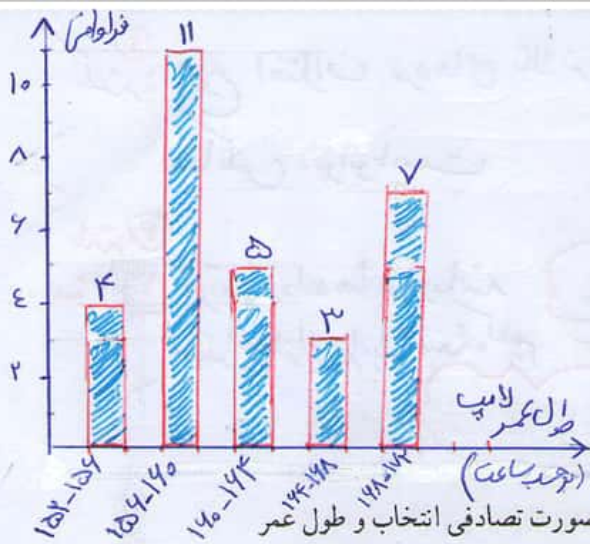
به نمودار، وضعیت این کلاس را توصیف کنید. **طول هر دسته** $\frac{15}{5} = 3$ $20 - 5 = 15$ **دامنه تغییرات**

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۲	۱۲	۱۳/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸
۱۵	۱۲	۱۹	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	۵	۱۳	۱۵
۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷	۱۴	۶	۱۲/۵	۲۰			



فراوانی	حداستان	حدود دسته ها
۳	///	$5 \leq x < 8$
۵	////	$8 \leq x < 11$
۱۰	////	$11 \leq x < 14$
۱۱	////	$14 \leq x < 17$
۷	////	$17 \leq x \leq 20$

با توجه به نمودار وضعیت این کلاس متوسط است چون ۱۸ فقره نمرات کم تر از ۱۴ گرفته اند



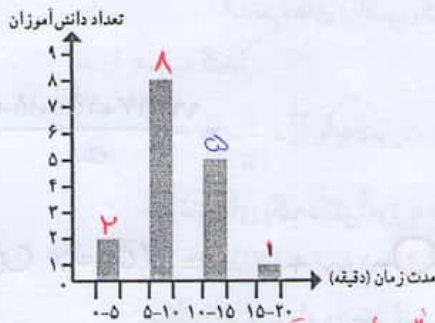
خاسته‌ها	خاسته‌ها	فرایه
152 ≤ x < 154	////	4
152 ≤ x < 140	//// // /	11
140 ≤ x < 144	////	5
144 ≤ x < 148	///	3
148 ≤ x ≤ 172	//// //	7



۱- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده است. داده‌ها را به ۵ دسته تقسیم کنید و جدول

دامنه تغییر = $172 - 152 = 20$
 طول هر دسته = $20 \div 5 = 4$

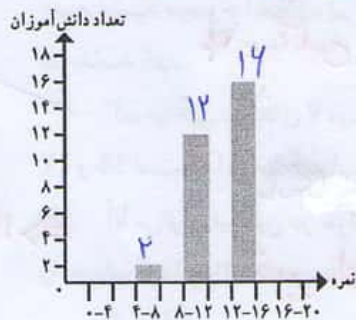
156	159	165	163	161	157	154	157	168	172	163	158	157	161	171
163	168	167	159	152	153	158	157	169	170	153	169	158	165	156



۲- از دانش آموزان یک کلاس درباره مدت زمانی که طول می‌کشد تا آنها از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی این داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش آموز فاصله خانه تا مدرسه را در بیشتر از ۱۰ دقیقه طی می‌کنند؟ این کلاس چند دانش آموز دارد؟

نفر ۴ = $5 + 1$: بیش از ۱۰ دقیقه

نفر ۱۶ = $2 + 8 + 5 + 1$: تعداد کل دانش آموزان



۳- در اینجا نمودار نمره‌های دانش آموزان یک کلاس را می‌بینید.

۱- این کلاس چند دانش آموز دارد؟ ۳ نفر

۲- آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟

۳- آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟

باز پاسخ است →

اجازه دهیم دانش آموزان نظر دهند، بستنی به خواسته‌ها می‌تواند مناسب و یا غیر مناسب باشد

۱۳۳

این کلاس دانش آموزان خیلی قوی ندارد، دانش آموزان خیلی ضعیف هم کم می‌باشد

۵- بله، زیرا تمام حالت‌ها را برای این کلاس در نظر گرفته‌ایم - خیر، زیرا برخی از دسته‌ها خالی است

۳- بله، زیرا این کلاس دانش آموز خیلی ضعیف ندارد (کم است) - خیر، زیرا دانش آموز قوی ندارد

نکته ۱: مجموع اختلاف نمره‌های بالا تر از میانگین با میانگین و نمرات پایین تر از میانگین با

میانگین برابر است

$$S_1 = x_1 \cdot n, S_2 = \bar{x}_2 \cdot n, \bar{x} = \frac{S_1 + S_2}{2n}$$

نکته ۲: اگر تعداد داده‌ها برابر باشد
سوال ۳: می‌توانیم از این رابطه استفاده کنیم

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 \cdot n + \bar{x}_2 \cdot n}{2n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$$

میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی می‌شوند و به کمک نمودارها درک بهتری از داده‌ها به دست می‌آید، می‌توان از میانگین داده‌ها نیز برای کامل تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها و تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. شما در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شده‌اید. میانگین تعدادی داده عددی، از تقسیم مجموع آنها بر تعدادشان به دست می‌آید.

برای تحلیل و تفسیر داده‌های توان از دانستن

تغییرات میانگین در کنار هم استفاده کنیم



۱- نمره‌های ریاضی یک دانش آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷ و ۱۹ است. میانگین نمره‌های

او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

$$\bar{x} = \frac{S}{n} = \frac{19+17+15+18+17}{5} = \frac{86}{5} = 17.2$$

۲- نمره‌های یک دانش آموز به صورت زیر است:

$$16 + 15/5 + 16 + 15 + 17 + 19 + 18/5 + 14 + 16/5 + 17/5 = 145 \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{145}{10} = 14.5$$

میانگین نمره‌های او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین تر از میانگین قرار

می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟ ۴ نمره بالاتر و ۵ نمره پایین تر خیر

اختلاف نمره‌های بالای میانگین را با میانگین حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به

همین ترتیب، مجموع اختلاف نمره‌های پایین تر از میانگین با میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با

هم مقایسه کنید. بالای میانگین ۶ = ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ = ۲۱ و پایین میانگین ۵ = ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ = ۱۵

۳- میانگین نمره‌های ۷ درس یک دانش آموز ۱۶/۵ است. اگر نمره‌های دو درس دیگر او، که ۷ × ۱۶/۵ = ۱۱۵/۵

۱۷ و ۱۵ است، به این میانگین اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید. ۱۱۵/۵ + ۱۷ + ۱۵ = ۱۴۷/۵ مجموع نمرات ۷ درس

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرد (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟ خیر، برای اینکه مساوی نیست ۱۴۷/۵ = ۱۴.۲۵ و ۱۴۷/۵ = ۱۴.۲۸

۴- میانگین نمره‌های زیر را به دست آورید. بین این عددها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ فاصله

هر عدد تا میانگین چقدر است؟

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 11 & 12 & 12 & 13 & 13 & 13 & 15 \\ \hline & 4 & 4 & & & 4 & \\ \hline \bar{x} = \frac{117}{9} = 13 \end{array}$$

بین اعداد و میانگین تقارن وجود دارد

نکته: اگر داده‌ها را مرتب کنیم (در صورتی که تعداد داده‌ها

راست

فرد باشد) و مجموع اختلاف اعداد سمت راست با اعداد سمت چپ با داری وسط برابر باشد آن داده دارد

وسط برابر میانگین خواهد بود

$$\left. \begin{aligned} \text{مجموع اختلاف رده‌های سمت راست با وسط} &= (17-15) + (17-15) + (17-15) + (20-15) = 10 \\ \text{مجموع اختلاف رده‌های سمت چپ با داده وسطی} &= (15-14) + (15-13) + (15-12) + (15-11) = 10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

پس داده وسطی با میانگین برابر است

$$a \leq x < b \Rightarrow \text{مركز دسته} = \frac{a+b}{2}$$
 نکته سوال ۲

کار در کلاس
 ۴ ۳ ۲ ۱ ۱ ۲ ۲ ۵
 ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۲۰
 با توجه به رابطه‌ای که پیدا کرده‌اید، میانگین عددی زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۲ ۲۰ ۱۷ ۱۳ ۱۶

اگر تعداد داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار خوب به دست آورد.

$$\bar{x} = \frac{135}{9} = 15$$



۱- به کمک ماشین حساب، میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده

$$\bar{x} = \frac{4479}{40} \approx 111.975$$

است، پیدا کنید.

۲- برای به دست آوردن مرکز دسته‌ای مانند دسته $130 \leq x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای ۱۳۰ و ۱۴۵ را به دست می‌آوریم و سپس، حاصل را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

$$\text{مركز دسته} = \frac{130 + 145}{2} = 137.5$$

۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت می‌بینید. مرکز هر دسته را به جای داده‌های آن دسته قرار دهید. برای مثال، چون عدد ۱۹۲ در دسته $190 \leq x < 205$ قرار دارد؛ به جای آن عدد ۱۹۷/۵ را، که مرکز این دسته است، قرار دهید.

۱۹۷/۵ ۱۹۷/۵ ۱۹۷/۵ ۱۸۲/۵ ۱۹۷/۵ ۱۹۲ ۱۵۰ ۱۷۵ ۱۶۷ ۱۸۴ ۱۴۷ ۱۸۱

۱۵۱ ۱۶۲ ۱۶۷ ۱۷۳ ۱۴۲ ۱۶۳ ۱۳۸ ۱۶۵ ۱۳۷ ۱۷۱ ۱۹۷/۵ ۱۶۸ ۱۷۰ ۱۳۰

۱۶۵ ۱۸۳ ۱۵۷ ۱۷۹ ۱۷۶ ۱۵۹ ۱۷۰ ۲۰۵ ۱۵۸ ۱۷۳ ۱۹۰ ۱۴۳
 ۱۹۷/۵ ۱۹۷/۵

۴- چرا در عددهای تغییر یافته ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ چون مقدار داده‌های این دسته ۴ تا بود

$$4485 \div 40 = 112.125$$

۵- با توجه به عددهای بالا، میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای پیدا کردن مجموع داده‌ها از ضرب استفاده می‌کنید؟ این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با

فراوانی‌های جدول دارند؟ چون تمام داده‌های هر دسته به میانگین آن دسته (مرکز هر دسته) تبدیل می‌شود

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی، که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید.

مقدار خطای این روش چقدر است؟

$$112.125 - 111.975 = 0.15$$

۱۲۵

نکته: هرچه قدر طول دسته‌ها کمتر باشد خطا کمتر است

با مقایسه میانگین واقعی و این میانگین به این نتیجه می‌رسیم که اختلاف بسیار ناچیز است و با این روش می‌توانیم تقریب خوبی از میانگین واقعی داده‌ها را به دست آوریم

مرکز دسته $\times$ فراوانی	مرکز دسته‌ها	فراوانی	حدود دسته‌ها
$5 \times (-6) = -30$	$\frac{-8 + (-6)}{2} = -6$	5	$-8 \leq x < -6$
-22	-2	11	$-6 \leq x < 0$
+34	+2	17	$0 \leq x < 4$
+72	+4	12	$4 \leq x \leq 8$
54		جمع	

$$\text{میانگین واقعی} = \frac{+35}{45} = +0.78$$

$$\text{میانگین تقریبی} = \frac{+54}{45} = +1.2$$

جواب سوال 1

کاردر کلاس



با توجه به فعالیت صفحه قبل، با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

مرکز دسته $\times$ فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	حدود دسته‌ها
487.5	137.5	5	$120 \leq x < 145$
1047.5	152.5	7	$145 \leq x < 160$
2410	147.5	14	$160 \leq x < 175$
1490	182.5	8	$175 \leq x < 190$
790	197.5	4	$190 \leq x < 205$
4485		40	مجموع

$$\text{میانگین} = \frac{4485}{40} = 112.125$$

مرکز دسته $\times$ فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	حدود دسته‌ها
4112	154	4	$152 \leq x < 158$
1738	158	11	$158 \leq x < 162$
110	142	5	$162 \leq x < 166$
498	172	3	$166 \leq x < 170$
1190	170	7	$170 \leq x < 174$
4852		20	جمع

تمرین

1- میانگین دمای هوا مربوط به کاردر کلاس صفحه 122 و میانگین ساعت‌های عمر

لامپ مربوط به تمرین 1 صفحه 123 را به دست آورید. از جدول فراوانی استفاده کنید. **بالا**

2- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

مرکز $\times$ فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	خط نشان	
12	2	6	///	$0 \leq x < 4$
24	4	4	////	$4 \leq x < 8$
10	10	8	///	$8 \leq x < 12$
238	14	17	///	$12 \leq x < 16$
142	18	9	///	$16 \leq x \leq 20$
514		44		جمع

$$\text{میانگین} = \frac{514}{44} \approx 11.68$$

$$\begin{aligned} \text{میانگین واقعی} &= \frac{4839}{40} = 120.975 \\ \text{میانگین تقریبی} &= \frac{4852}{40} \approx 121.3 \end{aligned}$$

نکته: داده‌هایی که فاصله زیادی تا میانگین دارند تأثیر زیادی روی میانگین دارند
 برای مثال ۳۵ فاصله زیادی تا ۱۷/۲۵ دارد و اگر آن را حذف کنیم میانگین
 به صورت محسوسی اضافه می‌شود

۳- میانگین نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس ۳۰ نفره ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش‌آموزان در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه آنها نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند.

الف) اگر این دانش‌آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟ از این سؤال

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ **مجموع نمرات کلاس = ۵۱۷/۵** $30 \times 17.25 = 517.5$

مجموع نمرات = ۲۹ نفر $517.5 - 3.5 = 514$

$514 \div 29 = 17.72$

نتیجه: نمرات بالا و پایین تأثیر زیادی روی میانگین دارند

ب) حالا فرض کنید همه دانش‌آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته‌اند؛ به جز یک نفر که ۲۰

گرفته است، معدل این کلاس ۳۰ نفره ۱۰/۲۵ شده است. اگر دانش‌آموزی را که نمره ۲۰ گرفته است

کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟

معدل جدید برای ۲۹ نفر $\frac{30 \times 10.25 - 20}{29} = \frac{307.5 - 20}{29} \approx 9.91$

●●●● خواندنی

ایده اولیه احتمال، مبتنی بر بازی‌های شانسی است. این گونه بازی‌ها از زمان‌های بسیار قدیم رایج بوده‌اند، زیرا در حفاری‌های باستان‌شناسی، برخی وسایل و آثار مربوط به بازی‌های شانسی مشاهده شده‌اند؛ از جمله مکعبی استخوانی که روی وجه‌های آن عددهایی از ۱ تا ۶ نقش شده است.

در روزگار کنونی در مواردی که به راحتی نتوان یک انتخاب را بر انتخاب دیگر ترجیح داد، از شانس استفاده می‌شود. برای مثال، در شروع بازی فوتبال از پرتاب سکه استفاده می‌کنند یا برای قبول یا رد یک موضوع، از قرعه کمک می‌گیرند. همچنین بانک‌ها برای اختصاص دادن جایزه به مشتریان دارای حساب قرض الحسنه، از قرعه کشی استفاده می‌کنند.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \text{احتمال زوج بودن} \Rightarrow 2, 4, 6: \text{اعداد زوج}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \text{احتمال فرد آمدن} \Rightarrow 1, 3, 5: \text{اعداد فرد}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \text{احتمال اول آمدن} \Rightarrow 2, 3, 5: \text{اعداد اول}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \text{احتمال غیر اول آمدن} \Rightarrow 1, 4, 6: \text{غیر اول}$$

احتمال یا اندازه گیری شانس ابتدا در جدول آمار و احتمال هفتم تدریس شود



فعالیت اعداد اول: ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹ مرکب: ۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۲۰

۱- ده کارت هم اندازه و هم شکل داریم و روی آنها عددهای ۱۱ تا ۲۰ را نوشته ایم.

کارت ها را به پشت روی میز قرار می دهیم و به طور تصادفی، یکی از آنها را برمی داریم.

احتمال اینکه روی این کارت عددی اول باشد بیشتر است یا احتمال اینکه عددی مرکب باشد؟ چون تعداد اعداد مرکب بیشتر است

$$\text{احتمال اول بودن} = \frac{4}{10} > \text{احتمال مرکب بودن} = \frac{6}{10}$$



وقتی یک سکه را می اندازیم، قبل از آنکه به زمین برسد

نمی دانیم چه پیش می آید؛ یعنی روی سکه می آید یا پشت آن!

اما می دانیم که دو حالت ممکن است پیش آید: روی سکه یا

پشت سکه! از آنجا که این دو حالت مشابه اند، پس امکان اینکه

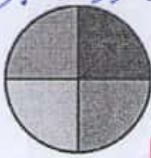
روی سکه یا پشت آن بیاید، برابر است و چون در یک حالت

از این دو حالت ممکن، روی سکه می آید، پس احتمال اینکه

روی آن بیاید $\frac{1}{2}$ است. به همین ترتیب، احتمال اینکه پشت

$$\frac{1}{2} = \text{احتمال رو آمدن}$$

$$\frac{1}{2} = \text{احتمال پشت آمدن}$$



سکه هم بیاید، $\frac{1}{2}$ است. (۵) احتمال هر یک از رنگ های آبی، قرمز، زرد و سبز

$$\frac{1}{4} = \text{احتمال هر یک از رنگ ها}$$

$$\frac{1}{6} = \text{احتمال هر یک از اعداد}$$

۲- در هر یک از موارد زیر، حالت های هم شانس را بنویسید.

الف) عقر به چرخنده را می چرخانیم.

ب) تاسی را می اندازیم. هر کدام از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

۳- معلم از دانش آموزان پرسید: «یک مهره را به طور تصادفی از کیسه ای که در آن سه مهره سبز و یک مهره سفید است، بیرون می آوریم. چند حالت هم شانس می تواند رخ دهد؟»

احتمال اینکه مهره سبز خارج شود بیشتر است

بلافاصله شایان پاسخ داد: «دو حالت: سبز، سفید»

سپس علی برای آنکه بتواند پاسخ سؤال را بدهد،

مهره های سبز را شماره گذاری کرد و پاسخ داد:

«چهار حالت: سبز ۱، سبز ۲، سبز ۳، سفید»

به نظر شما پاسخ کدام یک درست است؟ چرا؟

جواب علی درست است، حالت سبز و سفید هم شانس نیست

ولی اگر مهره ها را شماره گذاری کنیم احتمال اینکه هر کدام خارج شود

$$\frac{1}{4} = \text{احتمال هر کدام برابر است}$$



$$\frac{3}{4} = \text{احتمال رنگ سبز}$$

$$\frac{1}{4} = \text{احتمال رنگ سفید}$$

۴- در آزمایش مربوط به فعالیت ۱ با توجه به اینکه ۱۰ کارت داریم پس بیرون آمدن هر یک از عددهای روی کارت‌ها هم شانس هستند حالا به سؤال‌ها پاسخ دهید:

الف) در چند تا از آنها عدد روی کارت، اول است؟ $\frac{4}{10}$

ب) در چند تا از آنها عدد روی کارت، مرکب است؟ $\frac{6}{10}$

ج) احتمال هر یک از اتفاق‌ها (پیشامد)‌های زیر را پیدا کنید:

$\frac{4}{10}$ = احتمال آنکه عدد روی کارت، اول باشد. $\frac{6}{10}$ = احتمال آنکه عدد روی کارت، مرکب باشد.

برای اینکه احتمال رخ دادن یک پیشامد را بیابیم، تعداد حالت‌های منجر به آن اتفاق را بر تعداد کل حالت‌ها تقسیم می‌کنیم:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}}$$

کارد در کلاس



۱- پنج توپ کوچک با شماره‌های ۱ تا ۵ را داخل یک جعبه ریخته‌ایم. احمد یکی از آنها را به‌طور تصادفی از جعبه خارج می‌کند. قرار است اگر عدد توپ زوج بود، جایزه بگیرد.

احتمال اینکه احمد جایزه بگیرد چقدر است؟ $\frac{2}{5}$ = احتمال زوج بودن

۲- حمید می‌داند دوستش در خرداد به دنیا آمده است اما نمی‌داند چه روزی! احتمال اینکه دوست حمید در روز ۱۵ خرداد به دنیا آمده باشد، چقدر است (خرداد ۳۱ روز دارد).؟ $\frac{1}{31}$

۳- برای هر یک از موارد زیر یک مثال بنویسید.

الف) پیشامدی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد. $\frac{0}{6}$ یک تاس را بیندازید، عددی بزرگتر از ۶ بیاید

ب) پیشامدی که احتمال رخ دادن آن کمتر از $\frac{1}{4}$ باشد. $\frac{2}{6}$ یک تاس را بیندازید، عددی مرکب بیاید

ج) پیشامدی که احتمال رخ دادن آن $\frac{1}{4}$ باشد. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ یک تاس را بیندازید، عددی زوج بیاید

د) پیشامدی که احتمال رخ دادن آن بیشتر از $\frac{1}{4}$ باشد. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ یک تاس را بیندازید، عددی بزرگتر از دو بیاید

ه) پیشامدی که احتمال رخ دادن آن یک باشد. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ یک تاس را بیندازید، عددی کوچک‌تر از ۴ بیاید

عبارت زیر را بخوانید؛ درستی یا نادرستی آن را مشخص کنید و دلیل این تشخیص را در چند جمله بنویسید.

«احتمال رخ دادن یک پیشامد برابر با صفر، یک یا عددی بین صفر و یک است.» درست

۱۳۹

به هیچ وجه رخ ندهد برابر صفر است
اگر حتماً رخ دهد برابر یک است
و بقیه حالت‌ها هم عددی بین صفر و یک است

$$1 = \text{احتمال رخ ندادن آن اتفاق} + \text{احتمال رخ دادن یک اتفاق}$$

نکته سوال ۱

فعالیت



۱- الف) عقربه چرخنده زیر را می چرخانیم. احتمال هریک از حالت های زیر را پیدا کنید و در جدول بنویسید.

نایستد	بایستد	
$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$	عقربه روی نارنجی
$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{8}$	عقربه روی آبی
$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$	عقربه روی سفید



هم سانس

$$\frac{7}{8} + \frac{1}{8} = 1$$

$$\frac{4}{8} + \frac{4}{8} = 1$$

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$$

ب) حاصل جمع دو عدد هر سطر جدول را به دست آورید. چرا حاصل جمع ها با هم برابرند؟ چون کل حالت های موجود را در بر می گیرد
ج) احتمال رخ دادن یک پیشامد $\frac{3}{10}$ است. احتمال رخ ندادن آن چقدر است؟ چرا؟

$$1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \quad \text{احتمال رخ ندادن آن}$$

۲- الف) هر یک از چرخنده های زیر را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید برابر $\frac{1}{4}$ باشد.

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد قسمت های سفید}}{\text{تعداد کل قسمت ها}}$$



ب) بین این فعالیت و تساوی کسرها چه ارتباطی وجود دارد؟ $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

۳- از یک کیسه حاوی ۵۰ مهره، مهره ای را به طور تصادفی بیرون می آوریم. احتمال سبز بودن مهره، $\frac{3}{10}$ است.

$$\frac{3 \times 50}{10 \times 50} = \frac{150}{500} \Rightarrow 150 \text{ مهره سبز داریم}$$

$$S = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر), (پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\}$$

بررسی حالت های ممکن

	هر دو، رو	یکی رو، یکی پشت
در ۲۰ آزمایش	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
در ۸۰ آزمایش	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

۱- سارا، ستاره و محدثه یک بازی طراحی کرده اند. آنها دو سکه را هم زمان می اندازند. اگر هر دو، رو آمد، سارا امتیاز می گیرد و اگر هر دو، پشت آمد، ستاره. اگر هم، یکی رو و یکی پشت آمد، محدثه امتیاز می گیرد.

فکر می کنید این بازی عادلانه است؟ یعنی شانس امتیاز گرفتن بازیکن ها با هم مساوی است؟ **خیر**

۲- دو سکه بردارید و ۲۰ بار آزمایش کنید.

نتایج ۲۰ آزمایش را با رسم چوب خط در جدول ثبت کنید.

نتایج آزمایش خودتان را با نتایج سه هم گروهی تان جمع کنید و با استفاده از نتایج مربوط به ۸۰ آزمایش، درستی فکر تان را بررسی کنید.

آیا نتیجه آزمایش ها، پاسخ شما به فعالیت ۱ را تأیید می کند؟ **بله**

۳- در جدول زیر، حالت های ممکن در پرتاب دو سکه نشان داده شده است. با توجه به این جدول، احتمال امتیاز گرفتن هر کدام از بازیکن ها را محاسبه کنید.

سکه دوم \ سکه اول	رو	پشت
رو	رو-رو	رو-پشت
پشت	پشت-رو	پشت-پشت

$$\text{احتمال اینکه یک سکه رو بیاید و یک سکه پشت} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{احتمال اینکه هر دو سکه رو بیایند} = \frac{1}{4}$$

$$\text{احتمال اینکه هر دو سکه پشت بیایند} = \frac{1}{4}$$

حالا دوباره به سؤال فعالیت ۱ پاسخ دهید و برای پاسخ تان

دلیل بیاورید. **چون احتمال یک سکه رو و یک سکه پشت**

کار در کلاس بیاید بیشتر است و منصفانه نیست

محمد می خواست یک شاخه گل رز برای مادرش و یک شاخه هم برای پدرش بخرد. در گل فروشی تعداد زیادی گل رز به رنگ های سفید، قرمز و صورتی بود.

گل مادر \ گل پدر	سفید	قرمز	صورتی
سفید	س-س	س-ق	س-ص
قرمز	ق-س	ق-ق	ق-ص
صورتی	ص-س	ص-ق	ص-ص

او دو شاخه گل را به طور تصادفی و به ترتیب برای مادر و پدرش برداشت.

الف) همه حالت های ممکن را به کمک جدول پیدا کنید.

ب) در چند تا از این حالت ها دست کم یکی از گل ها سفید است؟

۱۳۳ حالت

فعالیت



۱- می‌خواهیم عقربه‌های دو چرخنده زیر را بچرخانیم و رنگی را که عقربه‌ها روی آن می‌ایستند، یادداشت کنیم.

الف) با کامل کردن نمودار درختی، همه حالت‌های ممکن را پیدا کنید.

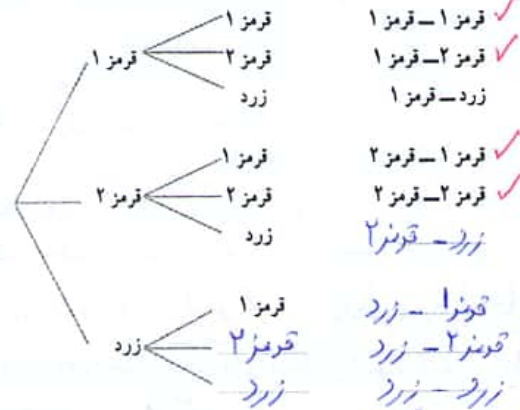
حالت‌های ممکن



چرخنده اول



چرخنده دوم



کل حالت‌های ممکن $3 \times 3 = 9$

$\frac{4}{9}$

ب) احتمال اینکه هر دو عقربه روی رنگ قرمز بایستند، چقدر است؟

۲- سه سکه را هم‌زمان انداختیم. پارسا و عرفان هر کدام با یک روش، همه حالت‌های ممکن را نوشته و تعداد حالت‌ها را یافته‌اند.

الف) راه حل هر دو را کامل کنید.

راه حل عرفان

سکه اول \ سکه دوم		
	رو	پشت
رو	رو - رو	رو - پشت
پشت	پشت - رو	پشت - پشت

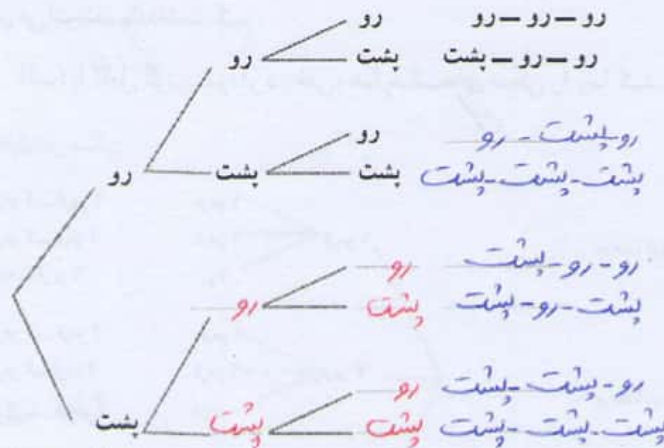
۱۳۳

سکه سوم	سکه دوم	سکه اول
رو	رو	پشت
پشت	رو	پشت
رو	پشت	پشت
پشت	پشت	پشت

راه حل یارسا

حالت های ممکن = ۸

سکه اول × سکه دوم × سکه سوم = ۲ حالت × ۲ حالت × ۲ حالت



ب) شما کدام راه حل را بیشتر دوست دارید؟ پاسخ باز به نظر بنده راه حل یارسا بهتر است

ج) آیا می توانید روش دیگری برای یافتن تعداد حالت های ممکن پیشنهاد کنید؟ $2 \times 2 \times 2 = 8$ بله

د) تعداد حالت های ممکن چند تا است؟ ۸

ه) احتمال اینکه هر سه سکه رو بیاید، چقدر است؟ $\frac{1}{8}$

و) احتمال اینکه دقیقاً دو سکه رو و یکی پشت بیاید، چقدر است؟ $\frac{3}{8}$

تمرین



۱- در یک کارخانه دوچرخه سازی دو مدل دوچرخه تولید می شود: دوچرخه جاده

و دوچرخه کوهستان. در این کارخانه هر نوع دوچرخه در سه رنگ (زرد، قرمز و آبی)

و دو اندازه (۲۴ و ۲۶) تولید می شود.

نوع دوچرخه

رنگ

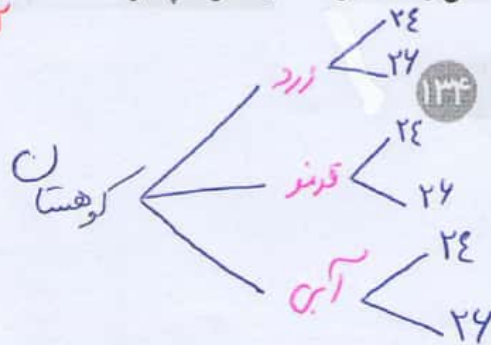
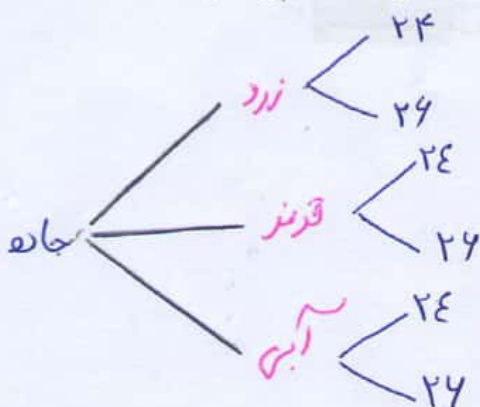
اندازه

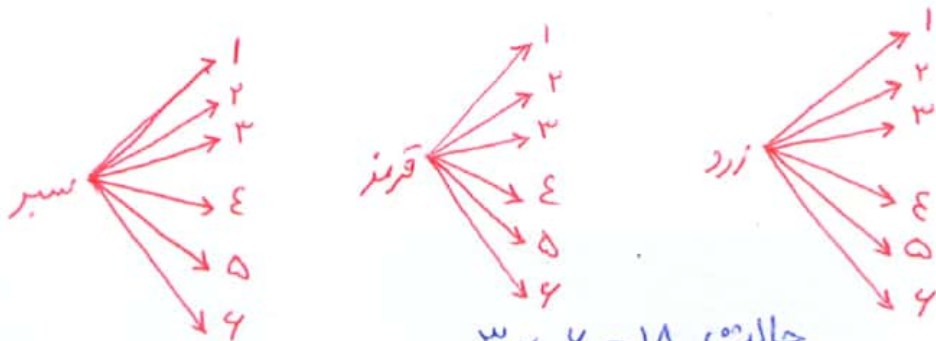
الف) چند نوع دوچرخه مختلف در این کارخانه تولید می شود؟ $2 \times 3 \times 2 = 12$

ب) در نشریه تبلیغاتی این کارخانه، در هر صفحه عکس یکی از این دوچرخه ها آمده است. علی

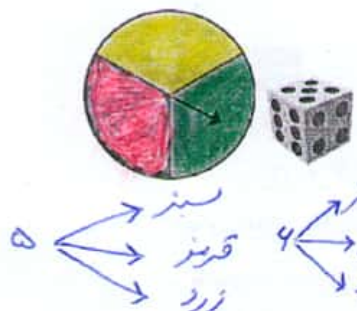
یکی از صفحه ها را به طور تصادفی انتخاب می کند. احتمال اینکه در این صفحه دوچرخه کوهستان

آبی رنگ اندازه ۲۶ دیده شود، چقدر است؟ $\frac{1}{12}$



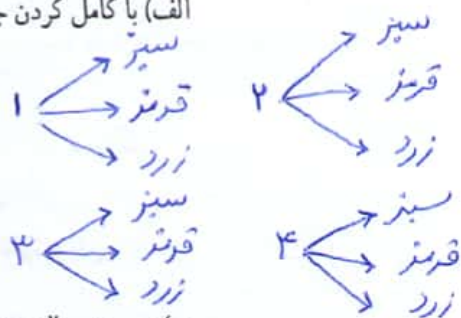


$$3 \times 6 = 18 \text{ حالت}$$



۲- عقربه چرخنده مقابل را می چرخانیم و تاسی را می اندازیم.
الف) با کامل کردن جدول، همه حالت های ممکن را پیدا کنید.

تاس \ چرخنده	۱	۲	۳	۴	۵	۶
سبز						
قرمز						
زرد						



ب) در چند حالت عقربه روی قرمز ایستاده است و تاس عددی زوج را نشان می دهد؟ **سه حالت**

(قرمز، ۲)، (قرمز، ۴)، (قرمز، ۶)

۳- قفلی داریم که رمز آن عددی یک رقمی است. (این رقم می تواند ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ یا ۹ باشد).

الف) احتمال اینکه با یک حدس بتوانیم رمز قفل را پیدا کنیم، چقدر است؟ $\frac{1}{10}$
ب) اگر یک رقم دیگر به رمز اضافه کنیم، این احتمال چه تغییری می کند؟ $\frac{1}{100}$
ج) اگر یک رقم دیگر به رمز اضافه کنیم، این احتمال چه تغییری می کند؟ $\frac{1}{1000}$



۴- دو تاس را می اندازیم:

$$4 \times 4 = 16 \text{ حالت}$$

پاسخ

الف) با رسم جدول مناسب، همه ۳۶ حالت ممکن را پیدا کنید.

(۳، ۵)، (۵، ۳)

ب) احتمال اینکه یکی از تاس ها ۳ و تاس دیگر ۵ بیاید، چقدر است؟ $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

ج) احتمال اینکه هر دو تاس ۵ بیاید، چقدر است؟ $\frac{1}{36}$

د) پاسخ قسمت های ب و ج را با هم مقایسه کنید و دلیل تفاوتشان را بنویسید.

در قسمت ب دو حالت و در قسمت ج یک حالت ممکن است اتفاق بیفتد

۵- دو سکه را می اندازیم. احتمال اینکه دست کم یکی از آنها رو بیاید، چقدر است؟ $\frac{3}{4}$

۶- لوله های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دوشاخه می شوند.

پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید. $2^5 = 32$

