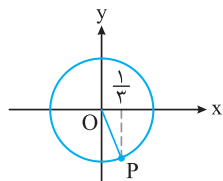


سؤالات امتحان درس: ریاضی	رشته: ریاضی و فیزیک - علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال دهم دوره دوم متوسطه	امتحان میان سال	آزمون شماره (۱)	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. (آ) اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، آن‌گاه A مجموعه‌ای است. (ب) اگر $\sin \alpha > 0$ و $\cos \alpha < 0$ ، آن‌گاه انتهای کمان α در ناحیه قرار می‌گیرد. (پ) اگر $\sqrt[m]{\sqrt[n]{4}} = 2^{\frac{m}{n}}$ باشد، کم‌ترین مقدار $m+n$ برابر می‌شود. ($m, n \in \mathbb{N}$) (ت) رأس سهمی $y = x^2 - 4x + 1$ در ناحیه قرار دارد.	۱
۲	کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟ (آ) اگر \mathbb{Z} مجموعه مرجع باشد، آن‌گاه $(\mathbb{Z} - \mathbb{W})' = \mathbb{N}$ (پ) اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، آن‌گاه $\sqrt[4]{ab} = \sqrt[4]{a} \times \sqrt[4]{b}$ (ت) معادله $x^2 - 4(x+1)^2 = 4$ ، یک معادله درجه دوم است.	۱
۳	اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x-1 < 2\}$ و $B = [0, 4]$ باشد، مجموعه‌های $A \cup B$ و $A - B$ را با بازه‌ها نمایش دهید.	۱/۵
۴	۱۲۰ کارمند دارد. ۷۰ کارمند دارای مدرک دانشگاهی، ۴۰ کارمند دارای مدرک فنی و حرفه‌ای و ۲۰ نفر نیز دارای هر دو مدرک دانشگاهی و فنی و حرفه‌ای می‌باشند. (آ) چند کارمند این شرکت نه مدرک دانشگاهی و نه مدرک فنی و حرفه‌ای دارند؟ (ب) چند کارمند این شرکت فقط یکی از دو مدرک دانشگاهی یا فنی و حرفه‌ای را دارند؟	۱/۵
۵	در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و پنجم برابر ۴۰ و جمله هفتم، ۴۲ واحد بیش‌تر از جمله اول آن است. (آ) جمله عمومی دنباله را بنویسید. (ب) جمله دوازدهم دنباله را مشخص کنید.	۱/۵
۶	حاصل عبارت $\frac{2 \tan 45^\circ + 8 \sin^2 30^\circ}{\cot^2 30^\circ + 8 \cos 60^\circ}$ را به دست آورید.	۱
۷	طول دو ضلع مثلثی $2\sqrt{3}$ و ۴ و زاویه بین این دو ضلع 60° است. مساحت این مثلث را به دست آورید.	۱
۸	نقطه P به طول $\frac{1}{3}$ روی دایره مثلثاتی و در ناحیه چهارم مثلثاتی قرار دارد. اگر θ زاویه بین نیم‌خط \overrightarrow{OP} با محور \overrightarrow{Ox} باشد، حاصل $\cos \theta + \tan^2 \theta$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۹	درستی تساوی $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = 2 \cos^2 \theta - 1$ را ثابت کنید.	۱/۲۵
۱۰	عبارت $\sqrt[3]{\sqrt{2}\sqrt{2}} \div \sqrt[2]{\sqrt{2}\sqrt{2}}$ را ساده و مخرج کسر $\frac{1}{x + \sqrt{y}}$ را گویا کنید.	۱/۷۵
۱۱	(آ) حاصل عبارتهای $(2x-1)^3$ و $(2x+1)(4x^2 - 2x + 1)$ را به کمک اتحادها به دست آورید. (ب) عبارت $x^3 + y^3 + x^2y + xy^2$ را تجزیه کنید.	۱/۵
۱۲	عبارت $\frac{y^5 - y^3 - 12y}{8y^2 + 16y}$ را ساده کنید.	۱/۲۵
۱۳	معادله $x^2 - 6x + 1 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید.	۱/۲۵
۱۴	سهمی به معادله $y = -x^2 + 4x - 3$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۱۵	نامعادله $\frac{x^2 - 4x}{x^2 + x + 1} \leq 0$ را حل کنید.	۱
۱۶	حدود m را طوری مشخص کنید که عبارت $mx^2 + (m+1)x + m$ همواره منفی باشد.	۱
۲۰	جمع نمره	

راهنمای تصحیح سوالات امتحان درس: ریاضی		رشته: ریاضی و فیزیک - علوم تجربی
سال دهم دوره دوم متوسطه	امتحان میان سال	آزمون شماره (۱)
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>(آ) متناهی (ب) دوم (پ) یازده، زیرا: (ت) چهارم، زیرا:</p> $\sqrt[2]{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{9}} = 2^{\frac{m}{n}} \Rightarrow m+n=2+9=11$ $x = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow y = 4 - 8 + 1 = -3 \Rightarrow S(2, -3)$	۱
۲	<p>(آ) نادرست است، زیرا: $Z - W = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} - \{0, 1, 2, \dots\} = \{\dots, -2, -1\} \Rightarrow (Z - W)' = \{0, 1, 2, \dots\} \neq \mathbb{N}$ (ب) درست است، زیرا به ازای $\sin \theta = 1$، مقدار عبارت $2 \sin \theta + 3$ برابر ۵ می‌شود. (پ) درست است. (ت) نادرست است، زیرا داریم: معادله $4 = 2x + 1$، یک معادله درجه اول است.</p>	۱
۱/۵	$ x-1 < 2 \Rightarrow -2 < x-1 < 2 \Rightarrow -1 < x < 3 \Rightarrow A = (-1, 3)$ $A \cup B = (-1, 3) \cup [0, 4] = (-1, 4]$ ، $A - B = (-1, 3) - [0, 4] = (-1, 0)$	۱/۵
۱/۵	<p>B: کارمندان با مدرک فنی و حرفه‌ای، A: کارمندان با مدرک دانشگاهی، U: کارمندان شرکت $n(U) = 120$ ، $n(A) = 70$ ، $n(B) = 40$ ، $n(A \cap B) = 20$ (آ) $n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 120 - (70 + 40 - 20) = 30$ (ب) $n(A - B) + n(B - A) = n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) = 70 - 20 + 40 - 20 = 70$</p>	۱/۵
۱/۵	$\begin{cases} t_1 + t_2 = 40 \\ t_2 - t_1 = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (t_1 + 2d) + (t_1 + 4d) = 40 \\ (t_1 + 6d) - t_1 = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2t_1 + 6d = 40 \\ 6d = 42 \Rightarrow d = 7 \end{cases} \xrightarrow{2t_1 + 6d = 40} 2t_1 + 42 = 40 \Rightarrow t_1 = -1$ <p>(آ) $t_n = t_1 + (n-1)d = -1 + 7(n-1) = 7n - 8$ (ب) $t_{12} = 7(12) - 8 = 84 - 8 = 76$</p>	۱/۵
۱	$\frac{2 \tan 45^\circ + 8 \sin^2 30^\circ}{\cot^2 30^\circ + 8 \cos 60^\circ} = \frac{2(1) + 8(\frac{1}{2})^2}{(\sqrt{3})^2 + 8(\frac{1}{2})} = \frac{2+2}{3+4} = \frac{4}{7}$	۱
۱	$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin A = \frac{1}{2} (2\sqrt{3})(4) \sin 60^\circ = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$	۱
۱/۲۵	<p>$P(x, y)$ ، $x = \frac{1}{3}$ ، $y < 0$ $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow y = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ، $y < 0 \Rightarrow y = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ $\Rightarrow \cos \theta = x = \frac{1}{3}$ ، $\tan \theta = \frac{y}{x} = -2\sqrt{2} \Rightarrow \cos \theta + \tan^2 \theta = \frac{1}{3} + 8 = \frac{25}{3}$</p> 	۱/۲۵
۱/۲۵	$\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}{1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} = \frac{\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}{\frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) = 2 \cos^2 \theta - 1$	۱/۲۵

راهنمای تصحیح سوالات امتحان درس: ریاضی		رشته: ریاضی و فیزیک - علوم تجربی
سال دهم دوره دوم متوسطه	امتحان میان سال	آزمون شماره (۱)

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۰	$\sqrt[3]{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 2} = 2^{2 \times 2 \times \frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} \quad (1)$ $\sqrt[3]{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{(2^2)^2} \times 2} = 2^{2 \times 2 \times \frac{1}{3}} = \sqrt[3]{32} \quad (2)$ $(1), (2) \Rightarrow \text{حاصل} = \sqrt[3]{8} \div \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{\frac{8}{32}} = \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ $\frac{1}{x + \sqrt{y}} = \frac{1}{x + \sqrt{y}} \times \frac{x - \sqrt{y}}{x - \sqrt{y}} = \frac{x - \sqrt{y}}{x^2 - y}$	۱/۷۵												
۱۱	<p>(ا) $(2x - 1)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(1) + 1^2 = 4x^2 - 4x + 1$</p> <p>(ب) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) = (2x)^2 + 1^2 = 4x^2 + 1$</p> $\underbrace{x^2 + y^2 + x^2y + xy^2}_{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} = (x+y)(x^2 - xy + y^2) + xy(x+y) = (x+y)(x^2 - xy + y^2 + xy)$ $= (x+y)(x^2 + y^2)$	۱/۵												
۱۲	$y^5 - y^2 - 12y = y(y^4 - y^2 - 12) = y(y^2 - 4)(y^2 + 3) = y(y - 2)(y + 2)(y^2 + 3)$ $8y^2 + 16y = 8y(y + 2)$ $\Rightarrow \frac{y^5 - y^2 - 12y}{8y^2 + 16y} = \frac{\cancel{y}(y - 2)(\cancel{y + 2})(y^2 + 3)}{8\cancel{y}(y + 2)} = \frac{(y - 2)(y^2 + 3)}{8}$	۱/۲۵												
۱۳	$x^2 - 6x = -1 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = -1 + 9 \Rightarrow (x - 3)^2 = 8 \Rightarrow x - 3 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 3 + 2\sqrt{2} \\ x - 3 = -2\sqrt{2} \Rightarrow x = 3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$	۱/۲۵												
۱۴	$x = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow y = -(2)^2 + 4(2) - 3 = 1 \Rightarrow S(2, 1)$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۰</td> </tr> </table>	x	۱	۲	۳	y	۰	۱	۰	۱/۲۵				
x	۱	۲	۳											
y	۰	۱	۰											
۱۵	$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$ <p>معادله ریشه ندارد. $\Delta = 1^2 - 4(1)(1) = -3 < 0 \Rightarrow$</p> $P \leq 0 \Rightarrow x \in [0, 4]$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>۰</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>$x^2 - 4x$</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$x^2 + x + 1$</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$P = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + x + 1}$</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	۰	۴	$x^2 - 4x$	+	-	$x^2 + x + 1$	+	+	$P = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + x + 1}$	+	-	۱
x	۰	۴												
$x^2 - 4x$	+	-												
$x^2 + x + 1$	+	+												
$P = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + x + 1}$	+	-												
۱۶	<p>در عبارت $ax^2 + bx + c$، اگر $a < 0$ و $\Delta < 0$، آنگاه عبارت همواره منفی است:</p> $a = m < 0 \quad (1), \Delta = (m+1)^2 - 4m^2 = m^2 + 2m + 1 - 4m^2 = -3m^2 + 2m + 1 < 0$ $-3m^2 + 2m + 1 = 0 \Rightarrow m = 1, m = -\frac{1}{3}$ $\Delta < 0 \Rightarrow m \in (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, +\infty) \quad (2)$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>m</td> <td>$-\frac{1}{3}$</td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td>Δ</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table> <p>(۱), (۲) $\Rightarrow m \in (-\infty, -\frac{1}{3})$</p>	m	$-\frac{1}{3}$	۱	Δ	-	+	۱						
m	$-\frac{1}{3}$	۱												
Δ	-	+												
۲۰	جمع نمره													