Subject. [redacted] فصل ۳
Year. Month. Date. ( )

۱) الف) $P(A)$

S	۶	B۶	BB۶	BBB۶
	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}$	$(\frac{5}{6})^2\times\frac{1}{6}$	$(\frac{5}{6})^3\times\frac{1}{6}$

$P(A) = \frac{\frac{1}{6}}{1-\frac{5}{6}} = 1$

ب) $P(B) = 1 - P(A) = \varnothing$ پیشامد ناممکن است

S_n	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{25}{216}$	...
n	۱	۲	۳	...

ج) $S_n = P(X = n) = \begin{cases} \frac{1}{6} & n=1 \\ \frac{1}{6}+\frac{5}{36} & n=2 \end{cases}$

۲)

x	۳	۱	۱	−۱	۱	−۱	−۱	−۳
S_n	TTT	TTH	THT	THH	HTT	HHT	HHT	HHH

x	−۳	−۱	۱	۳
S_n	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$P(x \geq 1) = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$

۳)

x	۰	۱	۱	۲	۲	۳
S_n	AAA	AAB	ABA	ABB	BAB	BBA

A [illegible]

x	۰	۱	۲
$P(X=x)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$

$F_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{7} & x=0 \\ \frac{4}{7} & x\leq 1 \\ 1 & x\geq 2 \end{cases}$

۴) است تابع توزیع احتمال

الف) $\frac{0}{15} + \frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{3}{15} + \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{15}{15} = 1$

ب) $\sum_{x=0}^{3} f_X(x) = \frac{5}{6} + \frac{4}{6} + \frac{1}{6} - \frac{4}{6} = \frac{6}{6} = 1$ تابع احتمال نیست چون احتمال منفی دارد
$x=3$ منفی است

ج) $\sum_{x=0}^{3} f_X(x) = \binom{3}{0}\frac{1}{8} + \binom{3}{1}\frac{1}{8} + \binom{3}{2}\frac{1}{8} + \binom{3}{3}\frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$ تابع احتمال

د) $\sum_{x=1}^{5} f_X(x) = \frac{2}{25} + \frac{3}{25} + \frac{4}{25} + \frac{5}{25} + \frac{6}{25} = \frac{20}{25}$ تابع احتمال نیست

۵)

x	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
$x)$	$\frac{۱}{۲۱۶}$	$\frac{۳}{۲۱۶}$	$\frac{۶}{۲۱۶}$	$\frac{۷}{۲۱۶}$	$\frac{۱۵}{۲۱۶}$	$\frac{۲۱}{۲۱۶}$	$\frac{۲۴}{۲۱۶}$	- - - -								

۶)

$$\binom{۴}{۱}\times\binom{۴}{۱}=۴\times۴=۱۶$$

x	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$x)$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۲}{۱۶}$	$\frac{۳}{۱۶}$	$\frac{۴}{۱۶}$	$\frac{۳}{۱۶}$	$\frac{۲}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$

الف)

$$\begin{cases} ۰ & x<۲ \\ \frac{۱}{۱۶} & ۲\leq x<۳ \\ \frac{۳}{۱۶} & ۳\leq x<۴ \\ \frac{۶}{۱۶} & ۴\leq x<۵ \\ \frac{۱۰}{۱۶} & ۵\leq x<۶ \\ \frac{۱۳}{۱۶} & ۶\leq x<۷ \\ \frac{۱۵}{۱۶} & ۷\leq x<۸ \\ ۱ & x\geq ۸ \end{cases}$$

-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۲}{۱۶}$	$\frac{۳}{۱۶}$	$\frac{۴}{۱۶}$	$\frac{۳}{۱۶}$	$\frac{۲}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$

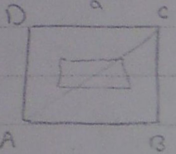
$$\begin{cases} ۰ & x<-۳ \\ \frac{۱}{۱۶} & -۳\leq x<-۲ \\ \frac{۳}{۱۶} & -۲\leq x<-۱ \\ \frac{۶}{۱۶} & -۱\leq x<۰ \\ \frac{۱۰}{۱۶} & ۰\leq x<۱ \\ \frac{۱۳}{۱۶} & ۱\leq x<۲ \\ \frac{۱۵}{۱۶} & ۲\leq x<۳ \\ ۱ & x\geq ۳ \end{cases}$$

B۱R۲B۳
۱

S	R۱R۲R۳	B۱R۲R۳	R۱B۲R۳	R۱B۲B۳	R۱R۲B۳	B۱B۲B۳	B۱B۲R۳
x	۲	۲	۱	۰	۱	۰	۱

x	۰	۱	۲
s	۲/۸	۴/۸	۲/۸

$P(x \geq ۱) = ۴/۸ + ۲/۸ = ۶/۸$



۸)

$۰ \leq x < a$

تابع توزیع x $\quad F_x(x) = P(x \leq x) = \dfrac{\text{مساحت مربع به ضلع } x}{a} = \dfrac{x^۲}{a^۲} \to x^۲/a^۲$

$x < ۰ \to F_x(x) = ۰$

$x \geq a \to F_x(x) = P(x \leq x) = ۱$

، S = مساحت مربع به ضلع x = x² a² که پیوسته است و ناحیه ممکن پیوسته است تا ممکن بوده است

$F_x(x) = \begin{cases} ۰ & x < ۰ \\ x^۲/a^۲ & ۰ \leq x < a \\ ۱ & x \geq a \end{cases} \qquad F_x(x) = \left(x^۲/a^۲\right) = \begin{cases} [illegible] & ۰ \leq x < a \\ ۰ & \end{cases}$

$P(۰ \leq x \leq ۱/۲) = \int_{۰}^{۱/۲} x/2\, dx = x^۲/۴ \Big|_{۰}^{۱/۲}$ [illegible]

۱۱) خواص چگالی الف) $\int_{-\infty}^{+\infty} kx^۲ = ۱ \longrightarrow \int_{-\infty}^{k} + \int_{-k}^{k} kx^۲ dx + \int_{k}^{+\infty} = ۰ + kx^۳/۳ \Big|_{-k}^{k} = k^۴/۳$

$+ k^۴/۳ = ۲k^۴/۳ = ۱ \to ۲k^۴ = ۳ \to k^۴ = ۳/۲ \to k = \sqrt[4]{3/2}$

ب) $F_x(x) = \int f_x(x) = \begin{cases} ۰ & x < -\sqrt[۴]{۳/۲} \\ \sqrt[4]{3/2}\; x^3/3 & -\sqrt[۴]{۳/۲} \leq x < \sqrt[۴]{۳/۲} \\ ۱ & x \geq \sqrt[۴]{۳/۲} \end{cases}$

ج) $P(|x| \leq ۱) = P(-۱ \leq x \leq ۱) = F_x(۱) - F_x(-۱) = \sqrt[۴]{۳/۲} \times ۱/۳ - \left(-\sqrt[۴]{۳/۲} \times ۱/۳\right)$

$= ۲\left(\sqrt[۴]{۳/۲} \times 1/3\right) = 2/3 \sqrt[4]{3/2}$

د) $P([x] = -۱) \Rightarrow P(-۱ \leq x < ۰) = -\sqrt[۴]{۳/۲}\,(-1/3) = 1/3 \sqrt[4]{3/2}$

$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k}{۱+x^۲}dx = ۱ \to k\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{۱}{۱+x^۲}dx = k(\arctan x)\Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\pi}{۲} - \frac{-\pi}{۲} = k\pi$ (۱۱

$k\pi = ۱ \to k = \frac{۱}{\pi}$

$F_x(x) = \begin{cases} ۰ & x<۲ \\ c - \frac{۴}{x^۲} & x \geq ۲\end{cases} \qquad f_x(x) = F'_x(x) = \begin{cases} ۰ & x<۲ \\ \frac{۸}{x^۳} & x\geq ۲\end{cases}$ (۱۲

$c - \frac{۴}{x^۲} = ۱ \xrightarrow{x \geq ۲} c - \frac{۴}{۴} = ۱ \to c = ۲ \qquad P(x<۳) = \int_{-\infty}^{۳} \frac{۸}{x^۳}dx =$

$\int_{-\infty}^{۳}\frac{۸}{x^۳}dx = \int_{۲}^{۳}\frac{۸}{x^۳}dx = -\frac{۴}{x^۲}\Big|_{۲}^{۳} = -\frac{۴}{۹} - \frac{-۴}{۹} = ۱ - \frac{۴}{۹} = \frac{۵}{۹}$

$F_x(x) = \begin{cases} ۰ & x<۲ \\ ۲ - \frac{۴}{x^۲} & x\geq ۲\end{cases} \qquad P(۴ < x \leq ۵) = F_x(۵) - F_x(۴) =$

$(۲ - \frac{۴}{۲۵}) - (۲ - \frac{۴}{۱۶}) = \frac{۵۰-۴}{۲۵} - \frac{۳۲-۴}{۱۶}$

$= \frac{۴۶}{۲۵} - \frac{۲۸}{۱۶} = ۰/۰۹$

$\int_{-۱}^{۳} c(x+۱)dx = ۱ \to \frac{cx^۲}{۲} + cx\Big|_{-۱}^{۳} = (\frac{۹}{۲}c + ۳c) - (\frac{c}{۲} - c) =$ (۱۴

$\frac{۱۵c}{۲} + \frac{c}{۲} = \frac{۱۶c}{۲} = ۸c \to ۸c = ۱ \to c = \frac{۱}{۸}$

$۱ = \int_{۳}^{۴} ۴c\,dx = ۴cx\Big|_{۳}^{۴} = ۱۶c - ۱۲c = ۴c \to ۴c = ۱ \to c = \frac{۱}{۴}$

$\int_{-\infty}^{x}\frac{۱}{۸}(x+۱)dx = \frac{۱}{۸}\frac{x^۲}{۲} + \frac{۱}{۸}x\Big|_{-۱}^{x} = \frac{۱}{۸}(\frac{x^۲}{۲}+x) - (\frac{۱}{۸}\times\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۸}) =$

$\frac{۱}{۸}(\frac{x^۲}{۲}+x) + \frac{۱}{۱۶}$

$\begin{cases} ۰ & x<-۱ \\ \frac{۱}{۸}(\frac{x^۲}{۲}+x) + \frac{۱}{۱۶} & -۱ < x \leq ۳ \\ x+۱ & ۳ < x < ۴ \\ ۱ & x \geq ۴ \end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{x} dx = x\Big|_{-۱}^{x} = x - (-۱) = x+۱$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

ب) $۱ = \int_{0}^{۱} cy\,dy = \frac{cy^{۲}}{۲}\Big|_{0}^{۱} = c/۲ = ۱ \rightarrow c = ۲$ ۱۲)

$۱ = \int_{۱}^{۲} c\,dy = cy\Big|_{۱}^{۲} = ۲c - c = c = ۱ \rightarrow c = ۱$ $\int_{۲}^{۳} (cy + ۳c)\,dy = cy^{۲}/۲ + ۳cy\Big|_{۲}^{۳} =$

$(۹c/۲ + ۹c) - (۴c/۲ + ۶c) = ۲۷c/۲ - ۱۶c/۲ =$

$۱۱/۲\, c = ۱ \rightarrow c = ۲/۱۱$

$$f_y(y) = \begin{cases} ۲y & ۰ < y \le ۱ \\ ۱ & ۱ \le y \le ۲ \\ ۲/۱۱\, y + ۶/۱۱ & ۲ \le y \le ۳ \\ ۰ & \text{[illegible]} \end{cases} \rightarrow F_x(x) = \begin{cases} ۰ & y < ۰ \\ y^{۲} & ۰ < y \le ۱ \\ y & ۱ \le y \le ۲ \\ y^{۲}/۱۱ + ۶y/۱۱ & ۲ \le y < ۳ \\ ۱ & y > ۳ \end{cases}$$

$\int_{-\infty}^{y} ۲y\,dy = ۲y^{۲}/۲\Big|_{0}^{y} = y^{۲}$ $\int_{-\infty}^{y} dy = y\Big| = y$

$\int_{-\infty}^{y} (۲/۱۱\, y + ۶/۱۱)\,dy = ۲/۱۱ \cdot y^{۲}/۲ + ۶y/۱۱\Big|_{۲}^{y} = y^{۲}/۱۱ + ۶y/۱۱$

۱۵)

$\int_{0}^{۳} cx\,dx = cx^{۲}/۲\Big|_{0}^{۳} = ۹c/2 = ۱ \rightarrow ۹c = ۲ \rightarrow c = ۲/۹$

$\int_{۳}^{۶} c(۶ - x) = ۱ \rightarrow c\left[۶x - ۱/۲\, x^{۲}\right]_{۳}^{۶} = ۱ \rightarrow c\left[(۳۶ - ۱۸) - (۱۸ - ۹/۲)\right] = ۱$

$c(۱۸ - ۲۷/۲) = ۱$ $c = ۲/۹$ $F(x) = \begin{cases} ۲/۹ \cdot ۱/۲\, x^{۲} \\ ۲/۹(۶x - ۱/۲\, x^{۲}) \\ ۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۰ & x < ۰ \\ x^{۲}/۹ & ۰ \le x < ۳ \\ ۱۲/۹\, x - x^{۲}/۹ & ۳ \le x < ۶ \\ ۱ & x \ge ۶ \end{cases}$

$P(x = ۳) = ۰$

$P(۱٫۵ < x < ۴٫۵) = F(۴٫۵) - F(۱٫۵) = \left(۱۲/۹\,(۴٫۵) - (۴٫۵/۹)^{۲}\right) - \left(\frac{(۱٫۵)^{۲}}{۹}\right)$

$\int_{\alpha-\beta}^{\alpha+\beta} c\left(1-\left|\frac{x-\alpha}{\beta}\right|\right)=۱ \rightarrow c\left(x-\frac{x}{\beta^۲}\right)\Big|_{\alpha-\beta}^{\alpha+\beta}=۱ \rightarrow$ (۱۶

$c(\alpha+\beta)-\frac{\alpha+\beta}{\beta^۲}-\left(\alpha-\beta-\frac{\alpha-\beta}{\beta^۲}\right)=۱$

$c\left(\frac{\beta^۲\alpha+\beta^۳-\alpha+\beta}{\beta^۲}+\frac{-\beta^۲\alpha+\beta^۳+\alpha-\beta}{\beta^۲}\right)=۱\rightarrow$

$c\left(\beta^۳/\beta^۲\right)=۱ \rightarrow c\beta=۱ \rightarrow c=۱/\beta$

$c(۰+۰)+c(۰+۱)+c(۰+۲)+c(۱+۰)+c(۱+۱)+c(۱+۲)+$ (۱۷

$c(۲+۰)+c(۲+۱)+c(۲+۲)+c(۳+۰)+c(۳,۱)+c(۳,۲)=۱$

$\rightarrow ۰c+۱c+۲c+۱c+۲c+۳c+۲c+۳c+۴c+۳c+۴c+۵c=۱ \rightarrow ۳۰c=۱$

$\rightarrow c=۱/۳۰$

$P(xy\leq ۲)=۱/۳۰$

$(S)=\binom{۸}{۴}$, $n(A)=\binom{۳}{x}\binom{۲}{y}\binom{۳}{۴-x-y}$ (۱۹

ب) $P(۲x+y<۳)=P_{x,y}(۰,۱)+P_{x,y}(۰,۲)+P_{x,y}(۱,۰)=\frac{۳}{۷۰}+\frac{۹}{۷۰}+\frac{۲}{۷۰}=\frac{۱۴}{۷۰}$

الف)

$y \backslash x$	۰	۱	۲	۳	$P_y(y)$
۰	۰	۳/۷۰	۹/۷۰	۳/۷۰	۱۵/۷۰
۱	۲/۷۰	۱۸/۷۰	۱۸/۷۰	۲/۷۰	۴۰/۷۰
۲	۳/۷۰	۹/۷۰	۳/۷۰	۰	۱۵/۷۰
$P_x(x)$	۵/۷۰	۳۰/۷۰	۳۰/۷۰	۵/۷۰	۱

$P(y\leq ۱ \mid x=۲)$

$\rightarrow \frac{P_{x,y}(۲,y)}{P_x(۲)} = \frac{۳/۷۰+۹/۷۰+۳/۷۰}{۳۰/۷۰}$

$=۱/۲$

(۲

$$f_{x,y}(x,y) = \begin{cases} \frac{6-x-y}{8} & 0<x<2 \quad 2<y<4 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

الف) $f_X(x) = \int_2^4 \frac{6-x-y}{8}\,dy = \frac{1}{8}\left(6y - xy - \frac{1}{2}y^2\right)\Big|_2^4 = \frac{1}{4}(3-x)$

$f_Y(y) = \int_0^2 \frac{6-x-y}{8}\,dx = \frac{1}{8}\left(6x - \frac{1}{2}x^2 - xy\right)\Big|_0^2 = \frac{1}{4}(5-y)$

$f_{x,y}(x,y) \neq f_X(x) \cdot f_Y(y)$

ب) $p(2<y<3 \mid x=1) = \frac{f_{x,y}(1,y)}{f_X(x)} = \frac{\int_2^3 \frac{1}{8}(5-y)\,dy}{\frac{1}{4}(3-x)}$

$= \frac{\left(5y - \frac{y^2}{2}\right)\Big|_2^3}{2(3-x)} = \frac{5}{8}$

(۳) الف) $\int_0^1\int_0^{1-x} f_{x,y}(x,y)\,dy\,dx = \int_0^1\int_0^{1-x} cx\,dy\,dx = 1 \rightarrow \int_0^1 (cx - cx^2)\,dx = 1$

$\rightarrow \frac{cx^2}{2} - \frac{cx^3}{c}\Big|_0^1 = 1 \rightarrow \frac{c}{2} - \frac{c}{c} = 1 \rightarrow c = 6$

ب) $f_X(x) = \int_0^{1-x} f(x,y)\,dy = \int_0^{1-x} 6x\,dy = 6x(1-x)$

$f_Y(y) = \int f(x,y)\,dx = \int_0^1 6x\,dx = 3$

$f(x|y) = \frac{f(x,y)}{f_Y(y)} = \frac{6x}{3} = 2x$

$f(y|x) = \frac{f(x,y)}{f_X(x)} = \frac{6x}{6x(1-x)} = \frac{1}{1-x}$

۲۴)

$y \backslash x$	۱	۲	۳	۴	۵	۶	$f_Y(y)$
۲	۱/۳۶	۰	۰	۰	۰	۰	۱/۳۶
۳	۰	۲/۳۶	۰	۰	۰	۰	۲/۳۶
۴	۰	۱/۳۶	۲/۳۶	۰	۰	۰	۳/۳۶
۵	۰	۰	۲/۳۶	۲/۳۶	۰	۰	۴/۳۶
۶	۰	۰	۱/۳۶	۲/۳۶	۲/۳۶	۰	۵/۳۶
۷	۰	۰	۰	۲/۳۶	۲/۳۶	۲/۳۶	۶/۳۶
۸	۰	۰	۰	۱/۳۶	۲/۳۶	۲/۳۶	۵/۳۶
۹	۰	۰	۰	۰	۲/۳۶	۲/۳۶	۴/۳۶
۱۰	۰	۰	۰	۰	۱/۳۶	۲/۳۶	۳/۳۶
۱۱	۰	۰	۰	۰	۰	۲/۳۶	۲/۳۶
۱۲	۰	۰	۰	۰	۰	۱/۳۶	۱/۳۶
$f_X(x)$	۱/۳۶	۳/۳۶	۵/۳۶	۷/۳۶	۹/۳۶	۱۱/۳۶	۱

۲۵)

$$f(x,y) = \begin{cases} c(x^۲ + xy/۳) & ۰<x<۱ ,\ ۰<y<۲ \\ ۰ & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

$$\int_۰^۱\int_۰^۲ c(x^۲ + xy/۲)\,dy\,dx = ۱ \longrightarrow \int_۰^۱ \left(cx^۲y + cx/۴\,y^۲\right)\Big|_۰^۲ dx = ۱$$

$$\longrightarrow \int_۰^۱ c(۲x^۲ + x)\,dx = ۱ \longrightarrow c\left(۲/۳\,x^۳ + x^۲/۲\right)\Big|_۰^۱ = ۱ \longrightarrow c(۲/۳ + ۱/۲) = ۱$$

$$۷/۶\,c = ۱ \longrightarrow c = ۶/۷ \qquad f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy = \int_۰^۲ ۶/۷\,(x^۲ + xy/۲)\,dy$$

$$= ۶/۷\left(x^۲y + x/۴\,y^۲\right)\Big|_۰^۲ = ۶/۷\,(۲x^۲ + x)$$

۲۷) [illegible] برای مثال

$S = \{(۱,۲), (۱,۳), (۲,۳), (۲,۱), (۳,۱), (۳,۲)\}$

$y \backslash x$	۱	۲	۳	$f_y(y)$
۲	$۱/۶$	$۱/۶$	۰	$۲/۶$
۳	$۱/۶$	$۱/۶$	$۲/۶$	$۴/۶$
	$۲/۶$	$۲/۶$	$۲/۶$	۱

$f_x(۲) \cdot f_y(۲) = ۲/۶ \cdot ۲/۶ = ۱/۹$

$f_{x,y}(۲,۲) = ۱/۶$

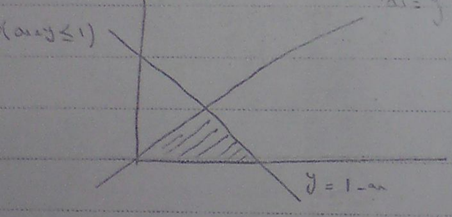
$p(x \le ۲ \mid y = ۳) = \sum_{x=۱}^{۲} \frac{f_{x,y}(x,۳)}{f_y(۳)} =$

$۱/۴ + ۱/۴ = ۱/۲$

۲۸) $۱ = \int_۰^a \int_۰^y ۱/۲\, xy\, dx\, dy = \int_۰^a ۱/۴\, y^۳\, dy = \frac{y^۴}{۱۶}\Big|_۰^a = a^۴/۱۶ = ۱ \to a = \pm ۲ \to$ $a = +۲$ قبول

$f_y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\, dx = \int_۰^y ۱/۲\, xy\, dx = ۱/۴\, x^۲ y = ۱/۴\, y^۳$

$f_{x|y} = \frac{f(x,y)}{f_y(y)} = \frac{۲x}{y^۲} \to f(۰ < x < ۱/۲ \mid y = ۱) = \int_۰^{۱/۲} ۲x\, dx = x^۲ \Big|_۰^{۱/۲} = ۱/۴$

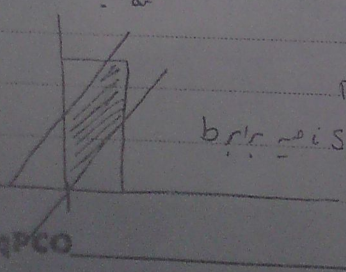


$\int_۰^۱ \int_x^{۱-x} ۱/۲\, xy\, dy\, dx =$

۲۹) $f_{y/x}(y|x) = \begin{cases} b & ۰ < x < ۱,\ x < y < x+۱ \\ ۰ & \end{cases}$ $\quad ۲\left(\frac{۱ \times ۱}{۲}\right) = ۱ \to b = ۱$

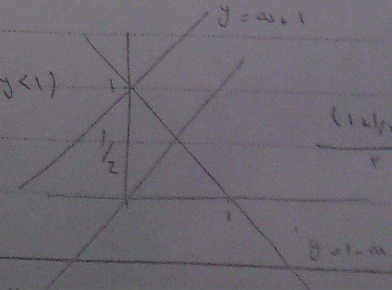
$f_{y|x}(y|x) = \frac{f(x,y)}{f_x(x)} \to f_{x,y}(x,y) = ab$

$\int_۰^۱ \int_x^{x+۱} ab\, dy\, dx = ۱ \to ab = ۱ \to a = ۱$



$P(x+y<۱)$

b [illegible]



$\frac{(۱ \times ۱/۲)}{۲} = ۱/۴ = P(x+y<۱)$

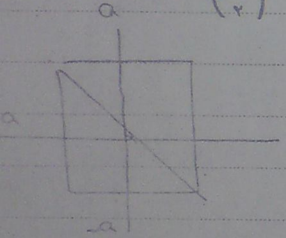
ب) $\int_{0}^{۱/۲}\int_{x}^{۱-x} ۱\,dy\,dx = \int_{0}^{۱/۲}(۱-۲x)\,dx = x - x^{۲}\Big|_{0}^{۱/۲} = ۱/۲ - ۱/۴ = \frac{۲-۱}{۴} = ۱/۴$

$f_Y(y) = \int^{۱} f_{x,y}(x,y)\,dx = ۱$

مستقل اند

$f_X(x) \cdot f_Y(y) = f_{x,y}(x,y) = ۱$

ج) چون ۲ مهره داریم $\frac{\binom{x}{۱}\binom{۲-x}{۱} + \binom{۲}{y}\binom{۲}{۱-y}}{\binom{۱}{۲}\binom{۱}{۲}\binom{۱}{۴}} = h(y)$



د) $۱/۲ = S$ مربع

$(۲a)^{۲} = ۱/۲ \rightarrow a^{۲} = ۱/۸ \rightarrow a = \frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$

$f_X(x) = \int_{-a}^{a} f(x,y)\,dy = ۲\int_{0}^{a} f(x,y)\,dy = ۱/۲\sqrt{۲}$

$f_Y(y) = \int_{-a}^{a} f(x,y)\,dx = ۲\int_{0}^{a} ۱/۲\,dx = ۱/۲\sqrt{۲}$ $\quad P(x+y<0) = ۲a^{۲} = ۲/۸ = ۱/۴$

y \ x	۱	۲	۳	۴	۵	$f_Y(y)$
۱	۱/۵	۱/۱۰	۱/۱۵	۱/۲۰	۱/۲۵	۱۳۷/۳۰۰
۲	۰	۱/۱۰	۱/۱۵	۱/۲۰	۱/۲۵	۷۷/۳۰۰
۳	۰	۰	۱/۱۵	۱/۲۰	۱/۲۵	۴۷/۳۰۰
۴	۰	۰	۰	۱/۲۰	۱/۲۵	۲۷/۳۰۰
۵	۰	۰	۰	۰	۱/۲۵	۱/۲۵
$f_X(x)$	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱

۴) مستقل نیستند

$f_Y(۵) = ۱/۲۵$ ، $f_X(۵) = ۱/۵$

$f_Y(۵) \cdot f_X(۵) = ۱/۱۲۵$

$f_{X,Y}(۵,۵) = ۱/۲۵$

$f(x|y=۲) = \frac{f(x,y=۲)}{f_Y(۲)}$

$D(x/y=۲) = \sum_{x=۱} f_{x/y}(x,۲) = ۰ , \frac{۱/۱۰}{۷۷/۳۰۰}$

$+ (۱/۱۵)(۷۷/۳۰۰) + ۱/۲۰ / (۷۷/۳۰۰) + ۱/۲۵ / (۷۷/۳۰۰)$

$y \backslash x$	0	1	2	
0	0	0	$1/4$	$1/4$
1	$3/4$	0	0	$3/4$
$P_x(x)$	$3/4$	0	$1/4$	1

$P_y(0) = 1/4$

$P(x < 2, 0) = P(0,0) + P(1,$

$P_{x|y=0} \rightarrow P(x < 2 \mid y = 0) =$

$P_y(0) = 1/4 \ , \ P_x(0) = 3/4$

$P_y(0) + P_x(0) = 3/16 \neq P_{x,}$

ب) مستقل نیستند.