

هندسه

تفاضل برداری در یک مثلث با طول نیمساز معلوم



دکتر یوسف کوه‌مسکن

هندسه



AvaEducation16.blog.ir



AvaEducation16@gmail.com



[@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)



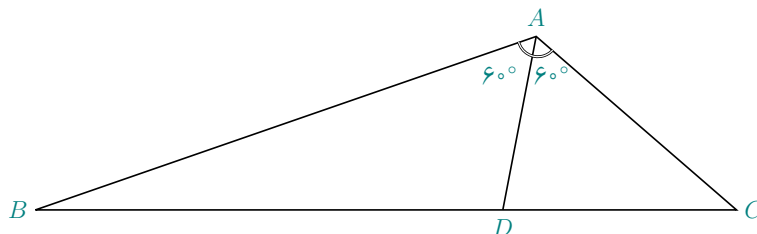
[@AvaEducation16](https://www.youtube.com/AvaEducation16)

توضیحات

- این فایل علاوه بر سایت AvaEducation16.blog.ir در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [REDACTED] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [REDACTED] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت  نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
 -  بسیار ساده جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات
 -  ساده جهت تثبیت مطالب
 -  متوسط جهت تمرین بیشتر مطالب
 -  سخت جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص

۱ مسئله

با توجه به فرض‌های ارائه شده در شکل زیر طول BC چقدر است؟



$$AD = 10, \quad AB = 2AC, \quad BC = ?$$

$$15\sqrt{5} \quad (۲)$$

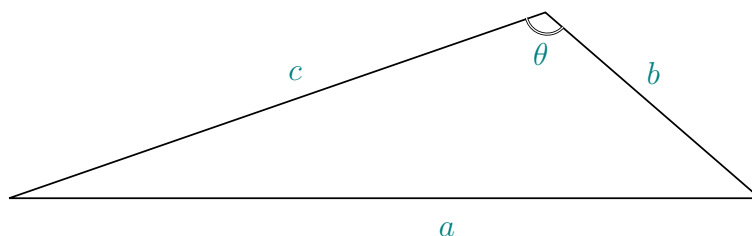
$$15\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$15\sqrt{8} \quad (۴)$$

$$15\sqrt{2} \quad (۳)$$

۲ روش حل مسئله

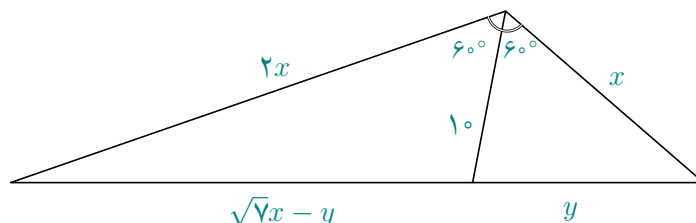
پاسخ: رابطه تفاضل برداری برای یک مثلث که در شکل زیر مشخص شده ارائه می‌شود. 🤔



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta$$

اگر $AC = x$ باشد، آنگاه $AB = 2x$ می‌باشد. با توجه به رابطه تفاضل برداری که در این مثلث با توجه به زاویه 120° مقدار $BC = \sqrt{7}x$ تعیین می‌شود.

با نامگذاری $DC = y$ طول پاره‌خطها به صورت شکل زیر خواهد بود.



در مثلث سمت راست براساس تفاضل برداری رابطه زیر برقرار است:

$$y^2 = x^2 + 10^2 - 2(10)(x) \cos 60^\circ, \Rightarrow y^2 = x^2 + 100 - 10x$$

$$y^2 = x^2 + 100 - 10x \quad (1)$$

در مثلث سمت چپ براساس تفاضل برداری رابطه زیر برقرار است. در ضمن جایی که به مقدار y^2 نیاز باشد از (۱) استفاده می‌شود.

$$(\sqrt{7}x - y)^2 = (2x)^2 + 10^2 - 2(10)(2x) \cos 60^\circ$$

$$7x^2 - 2\sqrt{7}xy + y^2 = 4x^2 + 100 - 20x$$

$$7x^2 - 2\sqrt{7}xy + (x^2 + 100 - 10x) = 4x^2 + 100 - 20x$$

$$4x^2 - 2\sqrt{7}xy + 10x = 0$$

چون $x \neq 0$ می‌توان از رابطه فوق y را تعیین کرد.

$$y = \frac{2x + 5}{\sqrt{7}} \quad (2)$$

با جایگذاری (۲) در (۱)، عبارت زیر حاصل می‌شود.

$$\left(\frac{2x + 5}{\sqrt{7}}\right)^2 = x^2 + 100 - 10x$$

$$4x^2 + 20x + 25 = 7x^2 + 700 - 70x$$

$$3x^2 - 90x + 675 = 0$$

$$x^2 - 30x + 225 = 0$$

$$(x - 15)^2 = 0, \Rightarrow x = 15$$

با نتیجه فوق $BC = \sqrt{7}x = 15\sqrt{7}$ می‌باشد. گزینه ۳ صحیح است.

همان‌گونه که مشتی بسته قادر به
دریافت هدیه نیست، اندیشه و ذهن
بسته هم نمی‌تواند هیچ درسی بیاموزد.
پیتر مک‌ویلیام



 AvaEducation16.blog.ir

 [@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)

   [@AvaEducation16](https://www.facebook.com/AvaEducation16)

 AvaEducation16@gmail.com