



جدول داده‌های آماری

در یک مسئله آماری در مواردی که اطلاعات جمع آوری شده زیاد و متنوع است برای استفاده‌ی بهتر از اطلاعات آن را در یک جدول به طور منظم قرار می‌دهیم که به آن «جدول داده‌های آماری» می‌گویند. در جدول داده‌های آماری در یک ردیف موضوعات و در ردیف دیگر تعداد مربوط به هر موضوع را یک بار با عدد و یک بار با چوب خط مشخص می‌کنیم.

تذکره اگر تعداد چوب خط‌ها به ۵ برسد، آن‌ها را در دسته‌های ۵ تایی دسته‌بندی می‌کنیم. (|||||)

$$| = 1, || = 2, ||| = 3, |||| = 4, ||||| = 5, ||||| = 6, \dots$$

نکته علم آمار، علم جمع آوری اطلاعات عددی، سازماندهی و بررسی آن‌هاست.

نکته اطلاعات جمع آوری شده در یک مسئله آماری را «داده‌های آماری» می‌نامند.

نکته جدول داده‌های آماری را می‌توان به صورت افقی یا عمودی رسم کرد.

مثال: در یک خیاطی، در فروردین ماه ۷ لباس، اردیبهشت ماه ۱۳ لباس، خرداد ماه ۲۰ لباس و تیر ماه ۳ لباس دوخته شده است. جدول داده‌های اطلاعات فوق را رسم کنید.

پاسخ:

تعداد	ماه
	فروردین
	اردیبهشت
	خرداد
	تیر

مثال: در نظرخواهی از دانش آموزان یک کلاس در مورد رنگ پیراهن تیم ملی نتایج زیر به دست آمده است. جدول داده‌های آماری آن را رسم کنید.

۴ نفر - سبز - ۹ نفر - قرمز - ۶ نفر - سفید - ۱۰ نفر - زرد - ۱ نفر.

پاسخ:

رنگ	آبی	سبز	قرمز	سفید	زرد
تعداد	۴	۹	۶	۱۰	۱



نمودار میله‌ای یا ستونی

برای رسم نمودار میله‌ای یا ستونی پس از رسم دو محور عمود بر هم، «عنوان‌ها» را بر روی محور افقی و عددها را بر روی محور عمودی مشخص می‌کنیم. پس از هر عنوان، میله‌ای تا مقابل عدد مربوط به آن در جدول رسم می‌کنیم.

نکته نمودار میله‌ای برای مقدارهای ثابت رسم می‌شود. مثلاً: ۷، ۱۹، ۳۴.

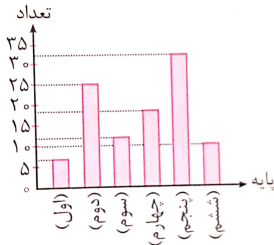
نکته نمودار میله‌ای جهت مقایسه‌ی تعداد، پیدا کردن بیش‌ترین و کم‌ترین داده‌ها به کار می‌رود.

نکته انتخاب مقیاس برای نمودار دلخواه می‌باشد. اگر مقیاس (واحدهای روی محور عمودی) بزرگ انتخاب شود، رسم نمودار سریع‌تر و راحت‌تر انجام می‌شود ولی دقت آن کم می‌باشد. ولی اگر مقیاس کوچک انتخاب شود، رسم نمودار طولانی‌تر و سخت‌تر انجام می‌شود ولی دقت آن بالا و مقایسه‌ی عددها راحت‌تر می‌باشد.

مثال: نمودار میله‌ای جدول مقابل را رسم کنید.

پاسخ:

دانش آموزان یک مدرسه‌ی ابتدایی	
پایه	تعداد (نفر)
اول	۷
دوم	۲۵
سوم	۱۱
چهارم	۱۹
پنجم	۳۲
ششم	۱۰



نمودار خط شکسته

در رسم نمودار خط شکسته ابتدا در مقابل عدد مربوط به هر عنوان یک نقطه قرار داده، سپس نقاط را به ترتیب به یکدیگر وصل می‌کنیم.

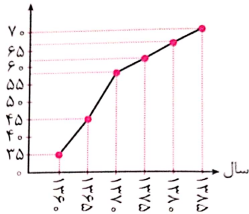
نکته نمودار خط شکسته بیش‌تر برای نمایش تغییرات به کار می‌رود.

نکته در بازارهای مالی مانند قیمت طلا، نفت، تغییرات سهام، رشد یا افت اقتصادی و ... از این نمودار استفاده می‌شود.

مثال: نمودار خط شکسته‌ی جدول مقابل را رسم کنید.

پاسخ:

جمعیت ایران (میلیون)	
سال	تعداد (نفر)
۱۳۶۰	۳۵
۱۳۶۵	۴۵
۱۳۷۰	۵۸
۱۳۷۵	۶۳
۱۳۸۰	۶۷
۱۳۸۵	۷۰



نمودار تصویری

در رسم نمودار تصویری، عنوان‌ها را بر روی محور عمودی نوشته، سپس عددها را با تقریب مناسب گرد کرده، آن‌گاه با توجه به واحد انتخاب شده به تعداد لازم تصویر رسم می‌کنیم.

از نمودار تصویری بیش‌تر برای بررسی مقادیر بسیار زیاد و عددهای بزرگ استفاده می‌شود.



در برنامه‌ریزی‌های کلان معمولاً نیاز به عددهای واقعی و بسیار دقیق نیست، به این دلیل عددها را به صورت تقریبی به کار می‌بریم.

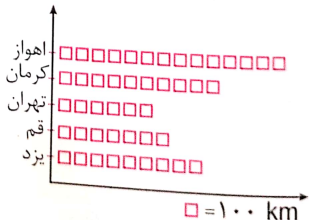


مثال: عددهای جدول مقابل را با تقریب کم‌تر از ۱۰۰ گرد کرده، نمودار تصویری آن را رسم کنید.

فاصله تا شهر مشهد	
شهر	فاصله (کیلومتر)
یزد	۷۸۰
قم	۷۰۷
تهران	۵۸۳
کرمان	۱۰۱۵
اهواز	۱۴۲۰

فاصله تا شهر مشهد		
شهر	فاصله	تقریب (گرد شده)
یزد	۷۸۰	۸۰۰
قم	۷۰۷	۷۰۰
تهران	۵۸۳	۶۰۰
کرمان	۱۰۱۵	۱۰۰۰
اهواز	۱۴۲۰	۱۴۰۰

پاسخ:



نمودار دایره‌ای

در رسم نمودار دایره‌ای ابتدا مقادیر را به «درصد» تبدیل می‌کنیم. به این صورت که هر عدد را بر مجموع آن‌ها تقسیم کرده و حاصل را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم. سپس با فرض آن که دایره به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم شده باشد، اندازه‌ی هر قسمت را مشخص می‌کنیم.

نکته 

در نمودار دایره‌ای نشان می‌دهیم که چگونه یک مقدار مشخص به بخش‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شود. در این نمودار سهم هر بخش را با تقسیم دایره مشخص می‌کنیم.

نکته 

در نمودار دایره‌ای به طور معمول، سهم هر بخش را به صورت «درصد» محاسبه و سپس روی نمودار مشخص می‌کنیم.

نکته 

در بعضی از مسائل نیاز است که پس از تبدیل عددها به درصد از مقدار تقریبی آن استفاده کنیم.

مثال: نمودار دایره‌ای جدول آماری مقابل را رسم کنید.

رنگ	مقدار (کیلوگرم)
سفید	۴
قرمز	۱
آبی	۲
مشکی	۳

پاسخ:

$$۴+۱+۲+۳=۱۰$$

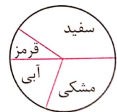
$$\frac{۴}{۱۰} \times ۱۰۰ = ۴۰\%$$

$$\frac{۱}{۱۰} \times ۱۰۰ = ۱۰\%$$

$$\frac{۲}{۱۰} \times ۱۰۰ = ۲۰\%$$

$$\frac{۳}{۱۰} \times ۱۰۰ = ۳۰\%$$

رنگ	مقدار	درصد
سفید	۴	۴۰
قرمز	۱	۱۰
آبی	۲	۲۰
مشکی	۳	۳۰



درس سوم: احتمال یا اندازه‌گیری شانس



حالت‌های ممکن در یک اتفاق (پیشامد)

برای هر اتفاق امکان رخ دادن حالت‌های مختلفی وجود دارد. با شناخت اتفاق می‌توان حالت‌های ممکن برای رخ دادن آن را نوشت.

مثال: یک نوزاد در چه روزهایی از هفته ممکن است متولد شده باشد؟

پاسخ: شنبه - یک شنبه - دوشنبه - سه شنبه - چهارشنبه - پنج شنبه - جمعه (۷ حالت)

مثال: در یک شبانه روز، عقربه‌ی ساعت شمار چند بار ممکن است از روی عدد ۳ عبور کند؟

پاسخ: ۳ بعد از ظهر - ۳ نیمه شب (دو حالت)

مثال: در پرتاب یک سکه چه حالت‌هایی ممکن است رخ دهد؟

پاسخ: «رو» بیاید - «پشت» بیاید (دو حالت)

نکته برای این که امکان وقوع یک پیشامد را در ریاضی مشخص کنیم از کلمه‌ی «احتمال» استفاده می‌کنیم.

مثال: هوا ابری است. احتمال دارد باران ببارد.

مثال: برف شدیدی می‌آید. احتمال دارد مدارس تعطیل شوند.

احتمال صفر و یک

هیچ پیشامدی نمی‌تواند خارج از این سه حالت اتفاق بیفتد. به طور قطع اتفاق می‌افتد - احتمال دارد اتفاق بیفتد - امکان ندارد اتفاق بیفتد.

۱- اگر پیشامدی به طور قطع رخ دهد احتمال آن را با عدد «یک» مشخص می‌کنیم.

۲- اگر پیشامدی احتمال رخ دادن داشته باشد، احتمال آن را با کسری بین «صفر و یک» مشخص می‌کنیم.

۳- اگر پیشامدی امکان رخ دادن نداشته باشد، احتمال آن را با عدد «صفر» مشخص می‌کنیم.

مثال: با کاشت سیب زمینی، پیاز برداشت کنیم (احتمال = ۰)

با پرتاب سکه، سکه «پشت» بیاید (احتمال = $\frac{1}{2}$)

با خواندن نماز به خدا نزدیکتر شویم (احتمال = ۱)

احتمال رخ دادن یک اتفاق (پیشامد)

برای به دست آوردن احتمال رخ دادن یک اتفاق، ابتدا همه‌ی حالت‌های ممکن را پیدا می‌کنیم. سپس حالت‌های مورد نظر را از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. آن‌گاه طبق دستور زیر احتمال خواسته شده را به دست می‌آوریم.

$$\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب برای رخ دادن آن}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن برای رخ دادن آن}}$$

مثال: یک تاس را پرتاب کرده‌ایم. احتمال آمدن ۴ چه قدر است؟

پاسخ: کل حالت‌های ممکن = ۶ حالت (۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶)

حالت‌های مطلوب = یک حالت (۴) $\text{احتمال آمدن ۴} = \frac{1}{6}$

مثال: چرخنده‌ی مقابل را چرخانده‌ایم. احتمال این که روی رنگ سبز بایستد چه قدر است؟

پاسخ: کل حالت‌های ممکن = ۴ حالت (سبز - سفید - سبز - مشکی)



$\text{احتمال ایستادن روی سبز} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

حالت‌های مطلوب = ۲ حالت (سبز - سبز)

مثال: از درون کیسه‌ای حاوی ۴ مهره‌ی سفید، ۲ مهره‌ی زرد، ۳ مهره‌ی بنفش، یک مهره به تصادف خارج کرده‌ایم. احتمال این که «زرد» باشد چه قدر است؟

پاسخ: کل حالت‌های ممکن = ۹ ($4 + 2 + 3 = 9$)

$\text{احتمال «زرد» آمدن} = \frac{2}{9}$

حالت‌های مطلوب = ۲ حالت (۲ مهره‌ی زرد)

مقایسه‌ی احتمال‌ها

با توجه به این که احتمال رخ دادن هر اتفاق یک، صفر یا عددی بین صفر و یک می‌باشد، بنابراین هر چه احتمال به عدد یک نزدیکتر باشد، بزرگتر و هر چه احتمال به عدد صفر نزدیکتر باشد کوچکتر می‌باشد.

مثال: احتمال‌های زیر را با هم مقایسه کنید.

۱- تاسی را پرتاب کرده‌ایم. احتمال این که ۶ بیاید یا فرد بیاید.

$$\left. \begin{aligned} \text{احتمال ۶ آمدن} &= \frac{1}{6} \\ \text{احتمال فرد آمدن} &= \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{احتمال ۶ آمدن} \leq \text{احتمال فرد آمدن}$$

پاسخ:

۲- سکه‌ای را پرتاب کرده‌ایم. احتمال این که «رو» بیاید یا «پشت» بیاید.

پاسخ:

$$\left. \begin{array}{l} \text{احتمال «رو» آمدن} = \frac{1}{2} \\ \text{احتمال «پشت» آمدن} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{احتمال «رو» آمدن} = \text{احتمال «پشت» آمدن}$$

۳- از درون کیسه‌ی مقابل یک مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال این که «سبز» باشد یا «آبی» باشد.



پاسخ:

$$\left. \begin{array}{l} \text{احتمال «سبز» آمدن} = \frac{3}{8} \\ \text{احتمال «آبی» آمدن} = \frac{4}{8} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{احتمال «سبز» باشد} < \text{احتمال «آبی» باشد}$$

درس چهارم: احتمال و تجربه



احتمال تجربی

وقتی می‌گوییم در پرتاب یک سکه احتمال «رو» آمدن $\frac{1}{2}$ است به این معنی نیست که اگر سکه را دو بار پرتاب کنیم حتماً یک بار «رو» و یک بار «پشت» می‌آید. بلکه در تعداد بالای پرتاب، کسر حاصل به عدد $\frac{1}{2}$ نزدیک می‌شود.

$$\text{مثلاً در } 100 \text{ بار پرتاب ممکن است } 56 \text{ بار «رو» بیاید. } \frac{56}{100} \approx \frac{1}{2}$$

$$\text{یا در } 500 \text{ بار پرتاب ممکن است } 238 \text{ بار «رو» بیاید. } \frac{238}{500} \approx \frac{1}{2}$$

بنابراین اگر در 100 بار پرتاب 80 بار «رو» آمد می‌توان مطمئن شد که سکه دارای اشکال می‌باشد.

مثال: یک تاس را 100 بار پرتاب کرده و عددهای آمده را در یک جدول می‌نویسیم. احتمال این که 5 بیاید حدوداً چند بار است؟

پاسخ: $17 \approx 100 \div 6$ بنابراین حدود 17 بار ممکن است 5 بیاید. شاید 14 بار شاید 18 بار و ...