

## به نام خدای چیزهای کوچک

### آزمون یکم آزمایشی مرحله ۳ المپیاد کامپیوتر شازرز

**نکته‌ی گنده: برای هر زیر مساله، باقی مانده‌ی جواب به دست آمده را بر**

**دلتای مخصوص خود، در سایت سابعیت کنید (به جز سوال دوم!)**

**۱.۱. وقتی که سوال اول از چیزی که فکرشو می‌کنی آسون تره.**

آقای ایکس با خانوم ایگرگ دارن دارت بازی می‌کنن. هر کسی تعدادی دارت پرتاب می‌کنه. و از اونجایی که بازیکن‌ها حرفه‌ای هستن، دارتشون حتمن توی ناحیه‌ای از صفحه دارت می‌خوره. امتیاز هر کس توی یک بازی برابر با مجموع امتیاز ناحیه‌هایی هست که دارت‌هاش به اونا خورده. صفحه‌ی دارت از ۲۰ قطاع و دو ناحیه‌ی مرکزی تشکیل شده. هر قطاع شماره‌ای بین ۱ تا ۲۰ داره و از چهار ناحیه تشکیل شده است. امتیاز ناحیه‌های قطاع  $i$  برابر با  $a_i$ ،  $b_i$  و  $c_i$  می‌باشد. دو ناحیه‌ی مرکزی هم امتیاز ۲۵ و ۵۰ دارند. بنابراین صفحه‌ی دارت از ۸۲ ناحیه تشکیل شده. دو نتیجه‌ی بازی با هم متفاوت هستن اگر و تنها اگر  $a_i$  وجود داشته باشه به طوری که ناحیه‌ی برخورد دارت  $i$  در این دو بازی متفاوت باشه. برای مثال یک نفر در یک بازی دارت سه پرتابه می‌تونه ۸۲ نتیجه‌ی مختلف بگیره.

الف (۸ نمره) - آقای ایکس و خانوم ایگرگ هر کدوم دقیقن دو پرتاب انجام می‌دهند. در چند حالت از

بازی، امتیاز خانوم ایگرگ از آقای ایکس اکیدن بیشتر می‌شه؟

ب- (۱۲ نمره) - آقای زد هم از راه رسیده و با آقای ایکس و خانوم ایگرگ بازی می کند. در این دور از بازی هر کدام دقیقن سه پرتاب انجام می دهند. توی چند حالت از بازی این سه نفر، آقای زد بقیه رو لوله می کنه؟ یعنی امتیازش اکیدن از اون ها بیشتر می شه. (ممکنه امتیاز آقای ایکس و خانوم ایگرگ با هم برابر بشه).

## ۰۰۲. حل کردن سوالی که نمی دونی صورتش چیه.

توجه: امتیاز دهی این سوال با تعداد ارسال های غلط شما برای این سوال رابطه ی عکس دارد.

الف- (۱۵ نمره) - یک جواب ارسال کنید تا ببینیم چی می شه... (به ما هم فحش ندین!)

## ۰۰۳. بازی کردن با یه عالمه تیلوی رنگی.

آقای ایکس باز حوصله ش سر رفته و دو تا بازی جدید اختراع کرده. هر دو بازی روی یک جدول  $n \times m$  انجام می شن که سطرهایش از ۱ تا  $n$  و ستونهایش از ۱ تا  $m$  شماره گذاری شده اند. بعضی از خونه های این جدول بسته ان. می دنیم همه ی خونه های سطر یکم باز هستند و خانه ی  $j$ -ام سطر  $i$ -ام بسته ست اگر و تنها اگر باقیمانده ی  $2013j + 2013i + jz$  بر ۱۰۰ کمتر از ۲۰ باشه.

الف- (۱۰ نمره) - بازی روی یک جدول  $500 \times 500$  بین دو نفر انجام می شه. در ابتدا در یکی از خانه های غیر بسته ی جدول یک تیلو قرار داده می شه. در هر مرحله با شروع از بازیکن اول، هر بازیکن تیلو رو به یکی از خونه های پایین، پایین راست یا پایین چپ در صورتی که بسته نباشه و داخل جدول باشه می بره. کسی که نتونه حرکت کنه بازی رو می بازه. به آقای ایکس کمک کنین حساب کنه در چندتا از حالت های اولیه ی بازی نفر اول می تونه طوری بازی کنه که همواره برنده باشه.

ب- (۲۰ نمره) - این مدل از بازی روی یک جدول  $10 \times 10$  بین دو نفر انجام می‌شود. در ابتدا در تعدادی از خونه‌های سطر یکم، تیله قرار گرفته. بازی رو نفر اول شروع می‌کند. در مرحله  $i$ -ام کسی که نوبتش روی تعدادی از خونه‌های بسته نشده‌ی سطر  $i+1$  تیله قرار می‌دهد، به طوری که برای هر تیله‌ی جدید حداقل یکی از خونه‌های بالا، بالا سمت راست یا بالا سمت چپش شامل تیله باشد. اگر توی یک مرحله سطر  $i+1$  وجود نداشته یا بازیکنی که نوبتش بود نتوانست تیله‌ی جدیدی توی سطر  $i+1$  بذاره اون بازیکن بازنده‌ی بازیست. به آقای ایکس کمک کنید حساب کنه در چند حالت از ۱۰۲۴ حالت اولیه‌ی بازی، نفر اول می‌تونه طوری بازی کنه که همواره برنده‌ی بازی باشه.

## ۴.۰۰. فول کردن آزمون مرحله سه...

آقای ایکس از استک فروشی دو تا استک خریده (استک نه ایستکه نه اسنک نه استیک، همون پشتی خودمونه!). توی استک اول اعداد ۱ تا  $n$  به ترتیبی چیده شدن و استک دوم هم اول کار خالیه. خانوم ایگرگ با دیدن استک‌ها ذوق کرده و باهاشون یه بازی جدید اختراع کرده! توی این بازی هر مرحله می‌شه چند تا عضو از بالای یکی از استک‌ها رو برداشت و با همون ترتیب بالای اون یکی استک گذاشت. خانوم ایگرگ وقتی خوش حال می‌شه که همه‌ی اعداد با ترتیب ۱ تا  $n$  توی استک اول قرار گرفته باشن به طوری که عدد  $n$  بالای استک باشه. بازی چند بخش داره که توی حل کردنشون باید به خانوم ایگرگ کمک کنین.

الف- (۵ نمره) - به ازای  $n = 1000$  چند جایگشت اولیه از اعداد استک اول وجود داره که آقای ایکس می‌تونه خانوم ایگرگ رو خوش حال کنه؟ باقی‌مانده‌ی این تعداد را بر  $7 + 10^9$  بدین.

ب- (۱۶ نمره) - به ازای  $n = 8$  چند جایگشت اولیه از اعداد استک اول وجود داره که آقای ایکس می‌تونه در حداکثر پنج مرحله خانوم ایگرگ رو خوش حال کنه؟

پ- (۱۴ نمره) - آقای ایکس به ازای  $n = 8$  و هر جایگشت اولیه برای استک اول، کمترین تعداد مرحله‌ی لازم برای خوش حال کردن خانوم ایگرگ رو یادداشت کرده. مجموع اعدادی که آقای ایکس یادداشت کرده، چه قدره؟

## ایده از چیزهای کوچک

<https://www.facebook.com/chizhayekuchak>

با تشکر از حامد صالح عزیز و کیوان علیزاده وحید (:)