

تحلیل سوالات ریاضی کنکور ارشد ۱۴۰۲ **مهندس عمران**

معادلات دیفرانسیل	ریاضی ۲	ریاضی ۱	درس-سطح
۳	۱	۱	ساده
۲	۲	۲	متوسط
۰	۲	۲	سخت

پوشش ***فاز ۱** ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد عمران ۱۴۰۲ :

(*فاز ۱ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۸ ساعت است)

سوال ۸

۲۶، ۲۷، ۳۰، ۳۴، ۳۵، ۳۷، ۳۸، ۳۹

پوشش ***فاز ۲** ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد عمران ۱۴۰۲ :

(*فاز ۲ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۱ ساعت است)

سوال ۵

۲۸، ۲۹، ۳۲، ۳۶، ۴۰

(برای اولین بار شاهد طرح ۲ تست مستقیم و ۱ تست غیر مستقیم از فصل توابع برداری بودیم.)

(همچنین پاسخ صحیح سوال ۲۸ در گزینه ها موجود نیست و سوال حذف می شود)

*و در نهایت ۳ تست مستقیم از **جاوهر** و ۳ تست با مشابهت بسیار بالا داشتیم*

در کنکور ۱۴۰۲ عمران، زدن ۶ تست برای دانشجوین خیل خوب محسوب می شود زدن ۸ تا ۹ تست عالی بود.

در کمتر از ۳۰ ساعت از صفر به ۸۵ درصد میرسیدید.

ابراهیم شاه ابراهیمی

نوین نگرش عمران

سوالات و پاسخنامه کلیدی

۲۶- به ازای چند مقدار عدد طبیعی $n \leq 3500$ تساوی $\sin(n\theta) + i \cos(n\theta) = (\sin \theta + i \cos \theta)^n$ برقرار است؟

۱۷۵۰ (۴)

۱۷۴۹ (۳)

۸۷۵ (۲)

۸۷۴ (۱)

۲۷- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^{\frac{1}{n}}}{n}$ کدام است؟

e^{-2} (۴)

e^{-1} (۳)

e (۲)

e^2 (۱)

۲۸- حجم حاصل از دوران منحنی $x^2 + 4y^2 = 1$ واقع در ربع اول صفحات مختصات حول خط $x = -1$ کدام است؟

$\frac{10\pi + 3\pi^2}{12}$ (۴)

$\frac{20\pi + 3\pi^2}{24}$ (۳)

$\frac{5\pi - \pi^2}{6}$ (۲)

$\frac{5\pi + \pi^2}{6}$ (۱)

۲۹- اگر $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+2}$ آنگاه $f'(\pi)$ کدام است؟

$-\frac{\pi}{2}$ (۴)

$\frac{\pi}{2}$ (۳)

$-\pi$ (۲)

π (۱)

۳۰- مقدار $\int_1^2 \frac{1}{x^3 + x} dx$ کدام است؟

$\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} 2 + \ln(2)$ (۴)

$\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} 2$ (۳)

$\ln\left(\sqrt{\frac{8}{5}}\right)$ (۲)

$\ln(2\sqrt{10})$ (۱)

۳۱- بیشترین انحنای $y = \cosh x$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۳۲- اگر θ زاویه بین خم $\vec{r}(t) = (t, t^2, t^3)$ و رویه $xz^2 - 2yz + x^2y = 0$ در نقطه $(1, 1, 1)$ باشد، مقدار $\cos \theta$ کدام است؟

$\frac{1}{\sqrt{142}}$ (۴)

$\frac{1}{\sqrt{141}}$ (۳)

$\frac{1}{\sqrt{140}}$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{139}}$ (۱)

۳۳- طول قوس منحنی حاصل از تقاطع رویه های $z = 1 - \sqrt{2}x$ و $3x^2 + y^2 = 3$ کدام مضرب 2π است؟

$\sqrt{6}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۳۴- مقدار $\int_0^1 \int_y^1 \frac{1}{x^F+1} dx dy$ کدام است؟

$\frac{\pi}{4}$ (۴)

$\frac{\pi}{5}$ (۳)

$\frac{\pi}{6}$ (۲)

$\frac{\pi}{8}$ (۱)

۳۵- فرض کنید c مرز مربع A باشد که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده و $\int (xy^2 + x^3 \sin^3 x) dx + (xy^2 + 2x) dy = 6$ مساحت مربع A کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۶- یکی از جواب های سری فروبنیوس معادله دیفرانسیل $4xy'' + (2x+1)y' - x^3y = 0$ حول نقطه $x=0$ کدام است؟

$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n-\frac{1}{4}}$ (۲)

$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+\frac{3}{4}}$ (۱)

$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n-\frac{1}{2}}$ (۴)

$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+\frac{1}{2}}$ (۳)

۳۷- جواب معادله دیفرانسیل $(x + \frac{y}{y}) dy + y dx = 0$ با شرط اولیه $y(1) = e$ کدام است؟

$xy + 2 \ln y = e + 2$ (۲)

$xy + \ln y = e + 1$ (۱)

$y + 2 \ln y = \frac{e}{x} + 2$ (۴)

$y + \ln y = \frac{e}{x} + 1$ (۳)

۳۸- معادله دیفرانسیل $y'(\sin y + \frac{y}{\cos y}) = -\pi \sin x \cos x \cos y$ مفروض است. اگر جواب معادله از نقطه $(0, \frac{\pi}{4})$ عبور کند

آنگاه یک مقدار از $y(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟

۰ (۴)

$\frac{\pi}{6}$ (۳)

$\frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{\pi}{2}$ (۱)

۳۹- جواب معادله دیفرانسیل $xy'' + (1+x)y' + y = 4x$ با شرایط $y'(0) = -y(0) = 1$ کدام است؟

$y = -x + 1 - 2e^{-x}$ (۲)

$y = x - 1$ (۱)

$y = 3x - 3 + 2e^{-x}$ (۴)

$y = 2(x-1) + e^{-x}$ (۳)

۴۰- فرض کنید $L\{f(x)\} = \ln(\frac{s+1}{s})$ مقدار $f(1)$ کدام است؟

$1 + e^{-1}$ (۴)

$1 - e^{-1}$ (۳)

e^{-1} (۲)

$-e^{-1}$ (۱)

پاسخنامه تشریحی

۲۶- به ازای چند مقدار عدد طبیعی $n \leq 3500$ تساوی $\sin(n\theta) + i \cos(n\theta) = (\sin \theta + i \cos \theta)^n$ برقرار است؟

اعداد مختلف - نکت - مساوی به موارد صنایع (۱، ۱) ۸۷۴ (۱) ۸۷۵ (۲) ۱۷۴۹ (۳) ۱۷۵۰ (۴)

ابتداء به عبارات را بنویسیم استوار $\cos \alpha + i \sin \alpha$ تبدیل کنیم:

$z_1 = z_2^n$
 $z_2 = z_1^{1/n}$
 (ریشه n ام)

$$\rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - n\theta\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} - n\theta\right) = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)^n$$

$$\rightarrow e^{(2k\pi + \frac{\pi}{2} - n\theta)i} = e^{(\frac{\pi}{2} - \theta)i}$$

$$\rightarrow (4k+1)\frac{\pi}{2n} - i\theta = \frac{\pi}{2} - i\theta$$

$$\rightarrow 4k+1 = n$$

$$\xrightarrow{n \leq 3500} 4k+1 \leq 3500$$

$$\rightarrow 4k \leq 3499$$

$$\rightarrow k \leq 874.75$$

$$\rightarrow k = 874, 873, \dots, 3, 2, 0$$

عدد ۸۷۵ (دقت کنید با $k=0$ به $n=1$ می ریم بیرون است)

مهندس شاه ابراهیمی

حد- انتگرال - سری

۲۷- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^{\frac{1}{n}}}{n}$ کدام است؟

e^{-2} (۴)

e^{-1} (۳)

e (۲)

e^2 (۱)

اهمیت آزمون ک ۱۵۱۵۱۵

از ۱۵ به ۱۳۰ به دست
۱۵ روز، ۱۵ آزمون
برگه از کمر درم.

۲ تست به دست لکت کر

در ۱۷ و ۲۷ به دست از این
مبعضت در آزمون طوم:

آزمون ۲ (مبضی) ----- ۱۶ بهمن ۱۴۰۱

۱- حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}}$ کدام است؟

(۱) ۴
(۲) $2e$
(۳) ۲
(۴) $\frac{2}{e}$

آزمون ۱۳ (جامع) ----- ۲۷ بهمن ۱۴۰۱

۱- حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{e}$
(۲) صفر
(۳) $\frac{1}{e}$
(۴) $\frac{4}{e}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!} = \frac{n}{e} \quad (\text{انتگرال})$$

$$\rightarrow \infty = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n/e}{n} = \frac{1}{e}$$

لحظه

۲۸- حجم حاصل از دوران منحنی $x^2 + 4y^2 = 1$ واقع در ربع اول صفحات مختصات حول خط $x = -1$ کدام است؟

مساحت ناحیه پاشنه در یک درازتر از یک است و این است حذف می شود

$$\frac{10\pi + 3\pi^2}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{20\pi + 3\pi^2}{24} \quad (۳)$$

$$\frac{5\pi - \pi^2}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{5\pi + \pi^2}{6} \quad (۱)$$

(حجم دوران - نسبت)

کلاس نکته و تست ریاضی عمومی او ۲ ویژه کنکور ارشد «عمران» ۱۴۰۲

Ebimath

سطح محصور به دایره $x^2 + y^2 = 1$ و محور x ها و محور y ها واقع در ربع اول محورهای مختصات را حول خط $x = -1$ دوران می دهیم، حجم حاصل از دوران کدام است؟

$V = 2\pi \int_a^b (x - \alpha) f(x) dx$

$2\pi(1+\pi) \quad (۴)$ $\pi(1+\pi) \quad (۳)$ $\pi(\frac{1}{3} + \frac{\pi}{6}) \quad (۲)$ $2\pi(\frac{1}{3} + \frac{\pi}{6}) \quad (۱)$

(برای اولین بار در خلاص نکته و تست ریاضی سوال ۳۶) (نصاب سیزدهم)

مهیف این سوال بسیار زیبا که به دلیل عدم آشنایی صراح حدی می شود

روش پاپوس

روش کارکا



$$x^2 + \frac{y^2}{(\frac{1}{2})^2} = 1$$

مساحت \times (محیط دوران) = حجم

$$= (2\pi)(1 + \frac{4}{3\pi}) \times (\frac{1}{4}(\pi(\frac{1}{2})^2)(1))$$

$$= (2\pi)(\frac{4+3\pi}{3\pi})(\frac{\pi}{8})$$

$$= \frac{\pi}{4}(\frac{4+3\pi}{3})$$

$$= \frac{4\pi + 3\pi^2}{12}$$

$$V = 2\pi \int (x + \alpha) f(x) dx$$

$$= 2\pi \int_{x=0}^1 (x+1) \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} dx$$

$$= \pi \left[\int_{x=0}^1 x\sqrt{1-x^2} dx + \int_{x=0}^1 \sqrt{1-x^2} dx \right]$$

مساحت دایره

$$= \pi \left[\left. -\frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}} \right|_0^1 + \frac{\pi(1)}{4} \right]$$

$$= \pi \left[\frac{1}{3} + \frac{\pi}{4} \right]$$

$$= \frac{4\pi + 3\pi^2}{12}$$

مهندس شاه ابراهیمی

(سری متویط)

۲۹- اگر $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1}$ آنگاه $f'(\pi)$ کدام است؟

$-\frac{\pi}{2}$ (۴)

$\frac{\pi}{2}$ (۳)

$-\pi$ (۲)

π (۱)

(مسئله به موارد منابع ۱۴۰۰)

علاوه بر سری

$k=0 \rightarrow \frac{x^2}{1!}$
 $k=1 \rightarrow \frac{-x^4}{3!}$
 $k=2 \rightarrow \frac{x^6}{5!}$
 ...

$\rightarrow f(x) = \frac{x^2}{1!} - \frac{x^4}{3!} + \frac{x^6}{5!} - \dots$
 $= x \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \right)$
 $\quad \quad \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\sin x}$

$\rightarrow f(x) = x \sin x$

$\rightarrow f'(x) = \sin x + x \cos x$

$x=\pi \rightarrow f'(\pi) = 0 + (\pi)(-1) = -\pi$

مهندس شاه ابراهیمی
 (انتگرال - متوسط) (تست ۲۲ حل شده در فایز)

۳۰- مقدار $\int_1^2 \frac{1}{x^3+x} dx$ کدام است؟

$\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} 2 + \ln(2)$ (۴)

$\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} 2$ (۳)

$\ln(\sqrt{\frac{8}{5}})$ (۲)

$\ln(2\sqrt{10})$ (۱)

سوال تکراری حل شده در فیلم فایز

تست ۲۲

$\int \frac{dx}{x^3+x} = ?$

جاسی لا عقل بکم
 بغیرس می دارن

$\ln \left| \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \right| + c$ (۲ ✓)

$\ln \left| \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} \right| + c$ (۴)

$\ln \left| \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} \right| + c$ (۱)

$\ln \left| \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \right| + c$ (۳)

حل:

$$\rightarrow \frac{1}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

$$\begin{cases} \frac{xx}{x \rightarrow 0} \rightarrow \frac{x}{x(x^2+1)} = \frac{Ax}{x} + \frac{(Bx+C)x}{x^2+1} \rightarrow 1 = A \\ \frac{xx}{x \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{x}{x(x^2+1)} = \frac{Ax}{x} + \frac{(Bx+C)x}{x^2+1} \rightarrow 0 = A+B \rightarrow B=-1 \\ \frac{x=1}{x} \rightarrow \frac{1}{x} = A + \frac{B+C}{x} \xrightarrow{A=1, B=-1} \frac{1}{x} = 1 + \frac{-1+C}{x} \rightarrow C=0 \end{cases}$$

$$= \int \frac{1}{x} dx - \int \frac{x}{x^2+1} dx = \ln|x| - \frac{1}{2} \ln|x^2+1| + c$$

$= \ln \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \Big|_1^2$

$= \ln \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right) - \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

$= \ln \left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \right) = \ln \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}} = \ln \left(\sqrt{\frac{8}{5}} \right)$

روش اول
 سراب روش $T = \frac{f(1)+f(2)}{2} \times (2-1) = \frac{0.5+0.1}{2} = 0.3 \approx \frac{1}{2} \ln 2$

مهندس شاه ابراهیمی
راغند - توابع برابری - قسمت ۱

۳۱- بیشترین انحنای $y = \cosh x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

آزمون ۸ (جامع) ----- ۲۲ بهمن ۴۰۱

۷- انحنای منحنی پارامتری، $r(t) = (t + \cos t, t - \cos t, \sqrt{2} \sin t)$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\sqrt{2}t^2$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}t^2$

مسئله حل شده جزوه کارشناسی است

مثال ۸) بیشترین انحنای منحنی $y = e^x$ را بیابید.

$$K = \frac{|\sqrt{x}a|}{|\sqrt{x}|^3}$$

کافی بود رابطه انحنای را بلد باشید!

$$r = (t, \cosh t) \rightarrow r' = (1, \sinh t) \rightarrow r'' = (0, \cosh t)$$

$$\rightarrow \sqrt{x}a = (0, \cosh t) \rightarrow |\sqrt{x}a| = \cosh t$$

$$\rightarrow K = \frac{\cosh t}{(\sqrt{1+\sinh^2 t})^3} = \frac{\cosh t}{\cosh^3 t}$$

$$\rightarrow K = \frac{1}{\cosh^2 t} = \text{sech}^2 t$$

max $K' = 0 \rightarrow t = 0$
 $\rightarrow -2\text{sech}^2 t \text{ by } t=0 \uparrow$

$$\rightarrow K(0) = \frac{1}{\cosh(0)} = \frac{1}{(1)^2} = 1$$

مهندس شاه ابراهیمی

۳۲- اگر θ زاویه بین خم $\vec{r}(t) = (t, t^2, t^3)$ و رویه $xz^2 - 2yz + x^2y = 0$ در نقطه $(1, 1, 1)$ باشد، مقدار $\cos \theta$ کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{142}} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{\sqrt{141}} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{\sqrt{140}} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\sqrt{139}} \quad (۱)$$

(ترکیب سه توابع برداری، توابع چندگانه - نسبت)

$$A \cdot B = |A| \cdot |B| \cos \theta$$

مانند زاویه بین خط مماس بر خم و بردار عمود بر سطح در آن نقطه

$$\vec{r}'(t) = (1, 2t, 3t^2) \xrightarrow{(1,1,1)} \vec{r}'(1) = (1, 2, 3)$$

$$\vec{\nabla} g = (z^2 + 2xy, -2z + x^2, 2xz - 2y)$$

$$\vec{\nabla} g = (3, -1, 0)$$

$$\vec{r}' \cdot \vec{\nabla} = |\vec{r}'| |\vec{\nabla}| \cos \theta$$

$$(1, 2, 3) \cdot (3, -1, 0) = \sqrt{1+4+9} \cdot \sqrt{9+1+0} \cos \theta$$

$$3 - 2 + 0 = \sqrt{14} \cdot \sqrt{10} \cos \theta$$

$$1 = \sqrt{140} \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{140}}$$

مهندس شاه ابراهیمی

۳۳- طول قوس منحنی حاصل از تقاطع رویه های $z = 1 - \sqrt{2}x$ و $3x^2 + y^2 = 3$ کدام مضرب 2π است؟

$\sqrt{6}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

(توابع برابر - طول قوس - متوسط)

طول قوس $= \int_0^{2\pi} \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} dt$

مثال (۴) منحنی فصل مشترک دو رویه $\begin{cases} y\sqrt{3} + z = 1 \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases}$ را در نظر بگیرید:

طول قوس خم، کنج فرجه، انحنا و تاب خم را محاسبه کنید.
(مثال حل شده جزوه کارگاه)

$\frac{z-1}{\sqrt{2}} = -x \rightarrow x^2 + \frac{y^2}{3} = 1 \rightarrow \begin{cases} x = C_1 t \\ y = \sqrt{3} \delta t \end{cases} \rightarrow z = 1 - \sqrt{2} C_1 t$

$\rightarrow r = (C_1 t, \sqrt{3} \delta t, 1 - \sqrt{2} C_1 t)$

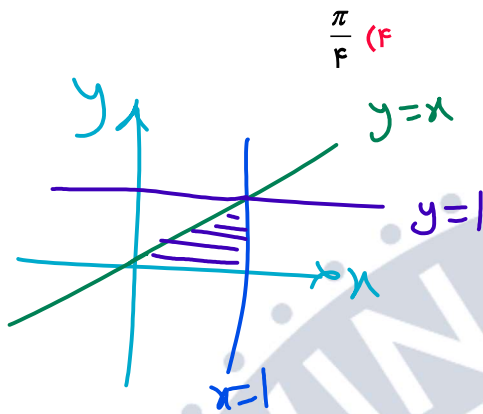
$\rightarrow r' = (\underbrace{-\delta t}_{x'}, \underbrace{\sqrt{3} C_1 t}_{y'}, \underbrace{-\sqrt{2} C_1}_{z'})$

$\rightarrow \mathcal{L} = \int_0^{2\pi} \sqrt{\delta^2 t + 3 C_1^2 t + 2 \delta^2 t} dt$

$= \int_0^{2\pi} \sqrt{3} dt = \sqrt{3} (2\pi)$

۳۴- مقدار $\int_0^1 \int_y^1 \frac{1}{x^4+1} dx dy$ کدام است؟

$\frac{\pi}{8}$ (۱)



$\frac{\pi}{5}$ (۳)

$\frac{\pi}{6}$ (۲)

استرال دوغ - تقویر کرال - متوسط



$$= \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^x \frac{1}{x^4+1} dy dx$$

$$= \frac{x}{x^4+1} \Big|_0^x = \frac{x}{x^4+1}$$

$$= \int_{x=0}^1 \frac{x}{x^4+1} dx$$

$$= \int_0^1 \frac{x}{(x^2)^2+1} dx \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 = u \\ 2x dx = du \end{array} \right.$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{du}{u^2+1}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\tan^{-1} u \right]_0^1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} \right) = \frac{\pi}{8}$$

مهندس شاه ابراهیمی

۳۵- فرض کنید c مرز مربع A باشد که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده و $\int (xy^2 + x^3 \sin^3 x) dx + (xy^2 + 2x) dy = 6$ مساحت مربع A کدام است؟

P

Q

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(انتگرال تم - گرین - ساره)

$$\int P dx + Q dy = \iint \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dA$$

$$= \iint (2xy + 2 - 2xy) dA$$

$$= 2 \iint dA = 2A$$

صوبروض $\rightarrow 2A = 6 \rightarrow A = 3$

مهندس شاه ابراهیمی

۳۶- یکی از جواب های سری فروبنیوس معادله دیفرانسیل $4xy'' + (2x+1)y' - x^3y = 0$ حول نقطه $x=0$ کدام است؟

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+\frac{3}{4}} \quad (1)$$

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n-\frac{1}{4}} \quad (2)$$

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

سبب به آزمون ۱۳
از آزمون ۱۵ x ۱۵ x ۱۵

آزمون ۱۳ (جامع) ----- ۲۷ بهمن ۱۴۰۱

۱۴- کدام یک از سری های توانی زیر می تواند جوابی برای معادله دیفرانسیل $2x^2y'' + xy' - (x+1)y = 0$ باشد؟
 $y = x^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (۴) $y = x^{\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (۳) $y = x^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (۲) $y = x^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (۱)

استاندارد سازنا

$$y'' + \frac{2x+1}{4x} y' - \frac{x^2}{4} y = 0 \rightarrow x=0 \text{ غیر صادی}$$

$$P_0 = \lim_{x \rightarrow 0} x \left(\frac{2x+1}{4x} \right) = \frac{1}{4}$$

$$Q_0 = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left(-\frac{x^2}{4} \right) = 0$$

$$m^2 - m + \frac{1}{4} m = 0$$

$$m^2 - \frac{3}{4} m = 0 \rightarrow m \left(m - \frac{3}{4} \right) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} m=0 \\ m=\frac{3}{4} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow m_1 - m_2 \notin \mathbb{Z} \rightarrow \text{۲ جواب فریبی} \rightarrow y = x^{\frac{3}{4}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+\frac{3}{4}}$$

۳۷- جواب معادله دیفرانسیل $(x + \frac{2}{y})dy + ydx = 0$ با شرط اولیه $y(1) = e$ کدام است؟

(معادلات مرتبه اول - کامل - ساده)

$$xy + 2 \ln y = e + 2 \quad (2)$$

$$xy + \ln y = e + 1 \quad (1)$$

$$y + 2 \ln y = \frac{e}{x} + 2 \quad (4)$$

$$y + \ln y = \frac{e}{x} + 1 \quad (3)$$

$$y dx + (x + \frac{2}{y}) dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1 \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 1 \quad \rightarrow \text{کامل}$$

$$c = \int M dx + \int N dy$$

$$\rightarrow c = \int y dx + \int \frac{2}{y} dy$$

$$\rightarrow c = xy + 2 \ln y$$

فقط در بسازنه
موجودات و بنا بر این اعمال
شرایطت

$$\frac{x=1}{y=e} \rightarrow c = e + 2 \quad \rightarrow e + 2 = xy + 2 \ln y$$

مهندس شاه ابراهیمی

۳۸- معادله دیفرانسیل $y'(sin y + \frac{y}{cos y}) = -\pi sin x cos x cos y$ مفروض است. اگر جواب معادله از نقطه $(0, \frac{\pi}{4})$ عبور کند

آنگاه یک مقدار از $y(\frac{\pi}{6})$ کدام است؟ **ست تکراری آزمون ۲۹ بهمن ۱۴۰۱**

ویژه اهمیت
آزمون کی

۰ (۴)

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{6}$

آزمون ۱۵ (جامع) ----- ۲۹ بهمن ۱۴۰۱

۱- معادله دیفرانسیل $y'(sin y + \frac{y}{cos y}) = -\pi sin x cos x cos y$ مفروض است. جوابی که از نقطه $(x_0, y_0) = (0, \frac{\pi}{4})$ عبور می کند به ازای $x = \frac{\pi}{6}$ دارای کدام مقدار y است؟

سؤالات تکراری با جواب تکرار

*** (بهره نبرستی عدد) ***

$$\int \left(\frac{8ny}{\cos y} + y \sec^2 y \right) dy = -\frac{\pi}{2} \cos 2x dx$$

$$\int -\ln(\cos y) + y \tan y + \ln(\cos y) = \frac{\pi}{4} \cos 2x + C$$

$$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + C \rightarrow C = 0$$

$$\rightarrow y \tan y = \frac{\pi}{4} \cos 2x \Big|_{x=\frac{\pi}{4}} \rightarrow y \tan y = 0 \rightarrow y = 0$$

استدلال کنم $y \sec^2 y$ رقیباً نوی باز ۲۹ بهمن نوشته

$$\int y \sec^2 y = y \tan y + \ln |\cos y|$$

مهندس شاه ابراهیمی

۳۹- جواب معادله دیفرانسیل $xy'' + (1+x)y' + y = 4x$ با شرایط $y'(0) = -y(0) = 1$ کدام است؟

(۲) $y = -x + 1 - 2e^{-x}$

(۱) $y = x - 1$

(۴) $y = 3x - 3 + 2e^{-x}$

(۳) $y = 2(x-1) + e^{-x}$

(مقدار مرتبه ۲ - محلولی اولی با ضرایب متغیر - متوسط)

روش اول

طبق مقدار یکنواخت از جواب که ا حدس می زنیم:

$a + b - c = 0 \rightarrow y = e^{-x}$

تجربه زنده ای که در آن حالت مسغض است

روش دوم

فرضیه ثابت در جواب را به صورت $y = Ax + B$ (طبق تجربه) را بنویسیم:

$y'' = 0$ و $y' = A$

جانته را

$0 + (1+x)A + Ax + B = 4x$

$2Ax = 4x \rightarrow A = 2$

$A + B = 0 \rightarrow B = -2$

$y = 2x - 2$

$y = 2x - 2 + e^{-x}$

روش سوم

تجربه که را در صورت سوال صدق می دادید

* این محارث رو بار و بار در کتاب نگاه کنید و آزمون کنید *

مهندس شاه ابراهیمی

۴۰- فرض کنید $L\{f(x)\} = \ln\left(\frac{s+1}{s}\right)$ مقدار $f(1)$ کدام است؟

(۱) $-e^{-1}$

(۲) e^{-1}

(۳) $1 - e^{-1}$

(۴) $1 + e^{-1}$

(لاپلاس - ساده)

سه تست تکراری حل کرده در فایز (تست ۲۴)

$f(1) = \frac{1 - e^{-1}}{1}$

۲۴) لاپلاس معکوس $F(s) = \ln\left(1 + \frac{1}{s}\right)$ کدام است؟

$\frac{1 - e^{-t}}{t}$ (۲) ✓

$\frac{e^{-t} - 1}{t}$ (۱)

$\frac{1 - e^t}{t}$ (۴)

$\frac{1 + e^{-t}}{t}$ (۳)

حل:

$L^{-1}(F(s)) = -\frac{1}{t} L^{-1}(F'(s)) \rightarrow F(s) = \ln\left(\frac{s+1}{s}\right) = \ln(s+1) - \ln(s)$

$\rightarrow F'(s) = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s}$

$\rightarrow L^{-1}\left(\ln\left(1 + \frac{1}{s}\right)\right) = -\frac{1}{t} L^{-1}\left(\frac{1}{s+1} - \frac{1}{s}\right)$

$= -\frac{1}{t}(e^{-t} - 1) = \frac{1 - e^{-t}}{t}$

یاس راسل به لاپلاس
نوشته مدارات



تحلیل سوالات ریاضی کنکور ارشد ۱۴۰۲ مهندس عمران

معادلات دیفرانسیل	ریاضی ۲	ریاضی ۱	درس-سطح
۳	۱	۱	ساده
۲	۲	۲	متوسط
۰	۲	۲	سخت

پوشش *فاز ۱ ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد عمران ۱۴۰۲:

(*فاز ۱ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۸ ساعت است)

سوال ۸

۲۶، ۲۷، ۳۰، ۳۴، ۳۵، ۳۷، ۳۸، ۳۹

پوشش *فاز ۲ ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد عمران ۱۴۰۲:

(*فاز ۲ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۱ ساعت است)

سوال ۵

۲۸، ۲۹، ۳۲، ۳۶، ۴۰

(برای اولین بار شاهد طرح ۲ تست مستقیم و ۱ تست غیر مستقیم از فصل توابع برداری بودیم.)

(همچنین پاسخ صحیح سوال ۲۸ در گزینه ها موجود نیست و سوال حذف می شود)

*و در نهایت ۳ تست مستقیم از **جاوهر** و ۳ تست با مشابهت بسیار بالا داشتیم*

در کنکور ۱۴۰۲ عمران، زدن ۶ تست برای دانشجوین خیل خوب محسوب می شود زدن ۸ تا ۹ تست عالی بود.

در کمتر از ۳۰ ساعت از صفر به ۸۵ درصد میرسیدید.

ابراهیم شاه ابراهیمی

نوین نگرش عمران