به نام خدا

حل سؤالات برق ارشد درس کنترل ۹۶ دفترچه F

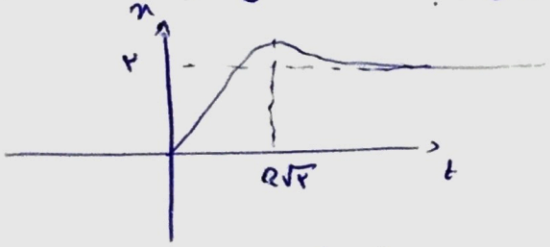
حمیدرضا آفتابی

Telegram @hamid_aftabi

Hamid.aftabi@Gmail.com

۴۱) گزینه ۱ درست است

تابع تبدیل $\frac{x}{F}$ به صورت $\frac{A}{ms^2+Bs+k} = \frac{x}{F}$ می باشد ما ابتدا زمان را موقعی که جرم ۰/۲ کیلوگرم برداشته می شود در نظر می گیریم. برداشتن جرم ۰/۲kg به مانند وارد کردن نیروی ۲ نیوتن به سمت بالا می باشد همچنین x اولیه ۳ و x نهایی ۵ است پس باز هم می توان مبدأ مکان را به $x=3$ منتقل نمود به صورت زیر و تغییرات x را که ۲cm است نشان داد.



حال ورودی به صورتی $\frac{2}{s}$ (به خاطر نیرو ۲N) و تابع تبدیل بعد از برداشته شدن جرم ۰/۲kg به صورت

$$\frac{x}{F} = \frac{k}{s^2+Bs+K} \Longrightarrow t_p = \frac{\pi}{w_d} = 2\sqrt{2} \text{ با توجه به نمودار} \Longrightarrow w_d = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

چون مقدارنهایی x ۲ است و ورودی $\frac{2}{s}$ بوده است پس با به تابع تبدیل $\frac{x}{F}$ برابر ۱ باشد به سراغ گزینه ها می رویم تنها گزینه ای که $w_d = \frac{\sqrt{2}}{2}$ می شود گزینه ۱ است

$$\frac{x}{F} \quad \frac{1}{s^2+\sqrt{2}s+1} \Longrightarrow w_n = 1 \quad \xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ و } w_d = w_n\sqrt{1-\xi^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۴۲) گزینه ۱ درست است

شیب پاسخ پله در $t=\infty$ = مقدار پاسخ ضربه در $t=\infty$ = مقدار اولیه پاسخ ضربه

$$T = \frac{k(s+2\lambda)}{s^2+5\lambda+k(s+2\lambda)} = \frac{k(s+2\lambda)}{s^2+(\lambda+k)s+2k\lambda} \Longrightarrow \text{قضیه مقدار اولیه} \quad T(0) = \lim_{s\to\infty} s\frac{k(s+2\lambda)}{s^2+(\lambda+k)s+2k\lambda} = 2 \Longrightarrow \boxed{k=2}$$

ادامه حل سؤال (۹۲)

برای پیدا کردن کمترین ζ آن را به صورت پارامتر محاسبه کرده نسبت به پارامتر مورد نظر مشتق می‌گیریم

$$T=\frac{2(s+2\lambda)}{s^2+(2+\lambda)s+4\lambda} \Rightarrow \omega_n=2\sqrt{\lambda} \qquad 2\zeta\omega_n=2+\lambda \Rightarrow \zeta=\frac{2+\lambda}{2\omega_n}$$

$$\Rightarrow \zeta=\frac{\sqrt{\lambda}}{4}+\frac{2}{4\sqrt{\lambda}} \xrightarrow{\text{مشتق نسبت به } \lambda} \zeta'=\frac{1}{8\sqrt{\lambda}}+\left(-\frac{-2\times 2}{16\lambda\sqrt{\lambda}}\right)$$

$$\Rightarrow \zeta'=\frac{-1}{4\lambda\sqrt{\lambda}}+\frac{1}{8\sqrt{\lambda}} \Rightarrow \boxed{\lambda=2} \Longrightarrow \frac{4}{\zeta\omega_n} \text{ زمان نشست تقریبی با معیار ۲٪}$$

$$\Longrightarrow t_s=\frac{4}{\frac{(\lambda+1)}{2}}\approx 2$$

(۹۳) گزینه ۱

نکته حل سؤال آن است که dcgain تابع تبدیل قبل و بعد از تقریب با یکدیگر یکسان باشد همچنین قطب های $(s+1)$ و $(s+3)$ غالب هستند پس عبارت $s^2+4s+500$ را حذف می کنیم

$$\frac{2500}{(s+1)(s+3)(s^2+4s+500)} \Rightarrow \text{dcgain}=\frac{5}{3}$$

حال برای تابع تبدیل تقریب زده شده داریم $G=\frac{k}{(s+1)(s+3)} \Rightarrow \boxed{k=5}$

$$G=\frac{5}{(s+1)(s+3)} \Longrightarrow \text{حلقه بسته } T=\frac{5}{s^2+4s+8} \Rightarrow \zeta=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \%M_p=5\%$$

$$\text{dcgain}_{\text{حلقه بسته}}=\frac{5}{8}=0.625$$

گزینه ۱ صحیح است

(۹۴) گزینه ۳

تابع تبدیل حلقه بسته $= C(sI-A)^{-1}B + D = \frac{۲}{(s+۱)(s-k_۲)-۲k_۱} + ۲$

پاسخ پله $= ۲,۲ + c_۱e^{-۲t} + c_۲e^{-۵t}$

قضیه مقدار نهایی $\Longrightarrow c_۱ + c_۲ + ۲,۲ = \lim_{s\to ۰} s \times \frac{۱}{s}\left(\frac{۲}{(s+۱)(s-k_۲)-۲k} + ۲\right) = ۲$

$\Rightarrow c_۱ + c_۲ + ۲,۲ = ۲ \Rightarrow \boxed{c_۱ + c_۲ = -۰,۲}$

(۹۵) گزینه ۴

چون $\frac{۱}{s}$ در مسیر پیشرو $R(s) = \frac{۱}{s}$ داریم پس tracking R به طور کامل اتفاق می افتد و R رد یابی می شود پس خطا به ورودی مرجع صفر است حال به محاسبه ی خطا به ورودی های اغتشاش و نویز می پردازیم

چون قطب مسیر غیر پیشرو قطب $D(s)$ نیز هست پس خطا به ورودی اغتشاش D هم صفری شود

برای ورودی نویز قطب آن نه صفر مسیر پیشرو است و نه قطب مسیر غیر پیشرو پس

باید از تعریف خطا استفاده کنیم برای خطا به ورودی نویز داریم

$E(s) = R(s) - y(s)$ ← به خاطر منفی در مسیر پیشرو است

$\Rightarrow E(s) = -\frac{N(s)}{\text{میمون نویز}} \times \frac{G(s)}{\text{به خروجی}}$

$\Rightarrow E(s) = -\frac{۱}{s}\left(\frac{-\frac{s+۲}{s}G(s)}{۵ + G(s)\frac{(s+۲)}{s}}\right) \Rightarrow E(s) = \frac{۱}{s}\frac{(s+۲)G(s)}{۵s + G(s)(s+۲)}$

← به خاطر تعریف خطا است

قضیه مقدار نهایی برای خطا $\Longrightarrow E(\infty) = s \times \left(\frac{۱}{s}\frac{(s+۲)G(s)}{۵s + G(s)(s+۲)}\right)$ $s \to ۰$

$\Rightarrow E(\infty) = \frac{G(۰)(۲)}{G(۰)(۲)} = \boxed{+۱}$

(۹۶) گزینه ۲ درست است

گزینه ۱ غلط است امکان دارد صفر خیلی دور باشد آنوقت مقطر سریعتر شدن یا بلند تر میرا کم اثر گذار خواهد بود و باعث Overshoot نخواهد شد.

برای مثال می توانید بلوک های $\frac{s+10}{s^2+2s+1}$ و $\frac{1}{s^2+2s+1}$ در متلب رسم کنید متوجه خواهید شد که $s+10$ Overshoot ایجاد نمی کند

گزینه ۳ غلط است برای مثال بازهم در متلب دیاگرام Bode سیستم $\frac{3}{s^2+2s}$ را رسم کنید حد فاز آن ۶۰ درجه (۵۷/۶) است و حد بهره بی نهایت حال اگر بهره را ۱۰ برابر کنیم اندازه نمودار بود بالاتر خواهد رفت و فرکانس عبور بهره در ω_{gc} بزرگتر اتفاق می افتد چون فاز نزولی است پس طبیعتاً حد فاز کوچک تر می شود مثلاً با رسم سیستم $\frac{30}{s^2+2s}$ در متلب متوجه خواهید شد که حد فاز ۲۰ درجه (۲۰/۷) خواهد شد حال اگر ۳۰ درجه نیز به خاطر تأخیر از آن کم کنیم حد فاز ۱۰- درجه می شود که سیستم ناپایدار است!

گزینه ۴ نیز غلط است زیرا امکان دارد تابع تبدیل سیستم قطب سمت راست داشته باشد زیرا در گزینه ۴ درباره پایداری یا ناپایداری صحبتی نشده پس در این حالت با وجود قطب سمت راست باز هم حالت دائم به سمت بی نهایت می رود.

(۹۷)

۴ ریشه متقارن در معادله مشخصه داریم پس سطر s^3 صفر بوده در ابتدا و مشتق سطر s^4 در آن جایگذاری شده ریشه های سمت راست غیرمتقارن تعداد تغییر علامت قبل از سطر صفر است که در اینجا ریشه نامتقارن سمت راست نداریم پس s^4 و s^5 حتماً مثبت هستند و چون ضرایب s^3 مشتق s^4 است پس ضرایب s^3 هم حتماً مثبت است

ادامه‌ی (۹۷)

تعداد تغییر علامت‌ها بعد از سطر صفر نشان دهنده‌ی تعداد قطب‌های سمت راست متقارن است که در اینجا قطب ۵ ریشه‌ی متقارن سمت راست ناپایدار است پس بعد از s^3 یک تغییر علامت داریم.

s^5	n_1	>0
s^4	n_2	>0
s^3	n_3	>0
s^2	n_4	>0 >0 <0
s^1	n_5	<0 >0 <0
s^0	n_6	<0 <0 <0

حالت‌ها در جدول مقابل نشان داده شده است

دقت کنید که امکان ندارد که n_6 مثبت باشد زیرا در صورت مثبت بود n_6 یا تغییر علامت نداریم یا ۲ تغییر علامت داریم

$\Rightarrow$ ✓ $n_4 n_5 n_6 < 0$

گزینه ۲

(۹۸) (۳) درست است

$$T_{\text{حلقه بسته}} = \frac{k(s^2+1)}{(s+1)(s+3)(s+10) + k(s^2+1)} \Rightarrow \Delta(s) = s^3 + 13s^2 + 32s + 20 + ks^2 + k$$

راث می‌زنیم

$$\Rightarrow \Delta(s) = s^3 + (13+k)s^2 + 32s + 20 + k$$

$$\Rightarrow (32)(13+k) - (20+k) = 0 \quad \Rightarrow k = -12/77$$

پس به ازای k منفی برخورد با محور $j\omega$ داریم و فرکانس برخورد می‌شود $\sqrt{32}$ آن که از آن بزرگتر است پس گزینه ۳ صحیح است و توجه کنید که اصلاً نیازی به محاسبه نقطه شکست نبود.

(۹۹) گزینه ۴ درست است

$$GH = \frac{k}{(s+3)(s^2+3)}$$

محل برخورد با جانب ω $\Rightarrow \frac{3}{3} = -1$

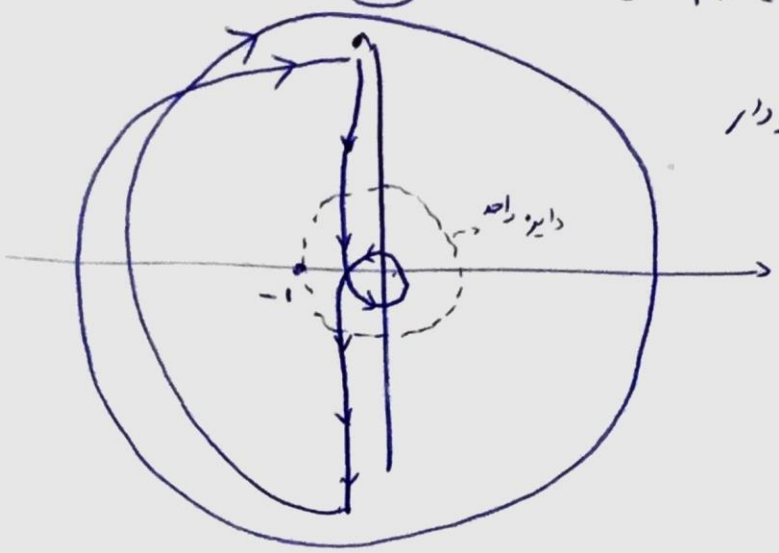
$$\text{نقطه شکست} = \frac{dGH}{ds} = \frac{-k\left((s^2+3)+(s+3)(2s)\right)}{\left((s+3)(s^2+3)\right)^2} \Rightarrow 3s^2 + 6s + 3 = 0 \Rightarrow s^2 + 2s + 1 = 0$$

$s = -1$ و -1

وقتی نقطه شکست و محل برخورد با جانب ω هم می‌افتند یعنی مکان در راستای جانب حرکت می‌کند گزینه ۴

(۱۰۰) تمرینه ۲

سیستم مینیمم فازاست $\Rightarrow p=0$ دیاگرام نایکوئیست را رسم کنید



با تنظیم بهره می توان کاری کرد که نمودار
-۱ را دور نزند پس $N=0$
پس پایدار مشروط زیرا به ازای
بعضی بهره ها پایدار و بعضی بهره ها
ناپایدار

(۱۰۱) تمرینه ① صحیح است

این سئوال نسبت تدریس سئوال امسال بود به تحلیل سئوال دقت کنید این سئوال فوق العاده زیباست

قطب های حلقه باز در $s=0$ و $s=-4$ هستند می توان فرم کلی $G(s)$ را به صورت $\frac{k(s+a)}{(s)(s+4)}$
در نظر گرفت پس قطب های حلقه باز که در صورت سئوال مشخص شده ما به دنبال این هستیم که ببینیم آیا ضرحلقه
بازداریم و یا شاید اصلا ضرنداشته باشیم و همینطور مقدار بهره K
در کانتور عادی نایکوئیست ما بردار محور موهومی حرکت می کنیم در اینجا بردار خط ۲- حرکت می کنیم
پس مانند این است که در تابع تبدیل به جای s ← $s-2$ قرار دهیم (۲ واحد لیفت داریم)
حال به سراغ حاصل نگاشت کانتور می رویم این نگاشت روی محور حقیقی است به طور کامل پس
تابع تبدیل ما باید حتما به صورت توان های زوج s باشد یعنی $G(s^2)$ در بی نهایت به
نسبت ضرر رفته پس تابع G ما حتما اکیدا سره است یعنی حداکثر یک قطب دارد حال به جای s در G
$s-2$ قرار می دهیم داریم $\frac{k(s+a-2)}{s^2-4} = \frac{k(s-2+a)}{(s-2)(s+2)}$ مخرج تابع s^2 است و چون صورت حداکثر
درجه یک است پس می توانیم ضرنداشته باشیم زیرا در G تابع s^2 نیست در $s=0$ هم بهره $\frac{1}{4}$ است پس $k=1$
$\Rightarrow \frac{1}{s^2-4}$ تبدیل یافته G پس فرضیات ما درست بود $\Leftarrow$ $T=\frac{1}{s^2+6s+1}$ همواره فوق ضیم ۱ $\Leftarrow$ $\frac{1}{(s)(s+4)}$ اولیه G

(۱۰۲) تمرینه ۳

تابع تبدیل سیستم به صورت حدودی $\frac{5}{s(s+1)^2}$ می باشد k_v آن حدود ۵ است

پس برای افزایش k_v ما به Lag احتیاج داریم توجه کنید که نمی توان از بهره برای افزایش k_v استفاده کرد زیرا باعث بالاتر رفتن نمودار اندازه و کاهش شدید حد فازی شود.

در صورت سؤال گفته شده ساده ترین کنترلر، برخلاف تصور عموم با کنترلر Lag نیز در شرایطی می توان حد فاز را بهبود بخشید کنترلر Lag باعث می شود اندازه دیاگرام بود پایین تر بیاید زیرا ضرایب کوچکتر کنترلر Lag با افزایش T_2 تأثیر خود را بیشتر نشان می دهد و داریم $Lag = \frac{1+T_1 s}{1+T_2 s} T_1 K T_2$ چون در این سؤال با کاهش و پایین آمدن اندازه دیاگرام بود حد فاز بهبود پیدا می کند زیرا ω_{gc} کوچکتر شده و فاز نزدیک آن به کنترلر Lead نیاز نیست و جواب Lag خواهد بود.

برای توضیحات بیشتر ارتباط

Hamid.aftabi@Gmail.com

Telegram.me/hamid_aftabi