

**مبحث: مثلث ها**

صفحه کتاب درسی:

نام درس: ریاضی ۸

مقطع و رشته: هشتم

شماره جلسه: فصل ۶ - جلسه اول

نام دبیر: پیمان عسگری

نام آموزشگاه: خلاق

نام دوره:

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار

نام کتاب

برای کلاس دبیر و کار در کلاس

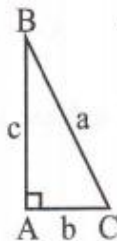
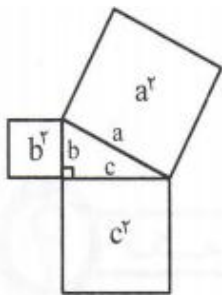
برای کار در منزل

**رابطه فیثاغورس**

**رابطه فیثاغورس:** فیثاغورس «دانشمند یونانی» با اندازه گیری مساحت مربع هایی که روی ضلع های هر

مثلث قائم الزویه تشکیل می شود به رابطه ی زیر دست پیدا کرد.

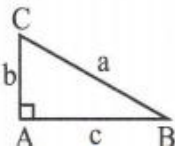
در هر مثلث قائم الزویه، مجذور وتر با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر مساوی است.



$$\Delta ABC \text{ قائم الزویه} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

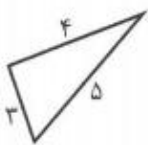
عکس رابطه ی فیثاغورس نیز همواره صمیم می باشد. یعنی اگر در مثلثی مجذور (مربع یا توان دوم) بزرگترین ضلع با

مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر مساوی باشد، آن مثلث قائم الزویه می باشد.



$$\Delta ABC \text{ قائم الزویه} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

مثال: کدام یک از مثلث های زیر قائم الزویه هستند؟

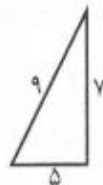


$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$25 = 16 + 9$$

$$25 = 25$$

مثلث قائم الزویه است

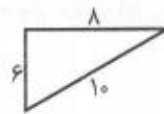


$$9^2 = 5^2 + 7^2$$

$$81 = 25 + 49$$

$$81 \neq 74$$

مثلث قائم الزویه نیست



$$10^2 = 6^2 + 8^2$$

$$100 = 36 + 64$$

$$100 = 100$$

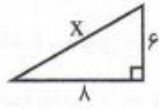
مثلث قائم الزویه است

پاسخ:

کاربرد رابطه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه: در هر مثلث قائم الزاویه با داشتن اندازه‌ی دو ضلع (گاهی اوقات حتی یک

ضلع) به وسیله‌ی رابطه فیثاغورس می‌توان اندازه‌ی ضلع سوم را محاسبه کرد.

برای انجام این کار بهتر است مجهول‌ها را به دو دسته‌ی زیر تقسیم‌بندی کنیم:



۱) وتر مجهول باشد: در این حالت طبق مراحل زیر عمل می‌کنیم: (ضلع مجهول را  $x$  در نظر می‌گیریم)

$$x^2 = 8^2 + 6^2$$

$$x^2 = 64 + 36$$

$$x^2 = 100$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{100}$$

$$x = 10$$

الف) رابطه فیثاغورس را به کمک اندازه‌ی ضلع‌ها می‌نویسیم.

ب) عددها را به توان دو می‌رسانیم.

پ) عددهای به دست آمده را با هم جمع می‌کنیم.

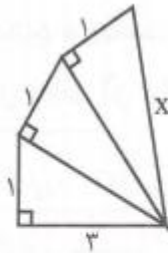
ت) از دو طرف تساوی جذر می‌گیریم. ( $\sqrt{x^2} = x$ )

ث) اندازه‌ی وتر مجهول به دست می‌آید.

نکته مهم: اگر جذر هر عدد را به توان دو برسانیم یا از توان دوم هر عدد جذر بگیریم، خود عدد حاصل می‌شود.

$$\sqrt{a^2} = a \quad \text{یا} \quad (\sqrt{a})^2 = a$$

مثال: در شکل زیر  $x$  را بیابید



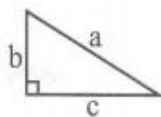
پاسخ:

$$(a = \text{وتر مثلث اول}) \quad a^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow a = \sqrt{10}$$

$$(b = \text{وتر مثلث اول}) \quad b^2 = (\sqrt{10})^2 + 1^2 = 10 + 1 = 11 \Rightarrow b = \sqrt{11}$$

$$x^2 = (\sqrt{11})^2 + 1^2 = 11 + 1 = 12 \Rightarrow x = \sqrt{12} = 3/\sqrt{3}$$

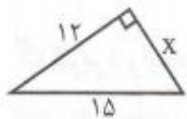
۲) یکی از ضلع‌های زاویه‌ی قائم مجهول باشد.



توجه: در این حالت با نوشتن رابطه فیثاغورس و انتقال مجهول به یک طرف تساوی و معلوم‌ها

به طرف دیگر تساوی، رابطه فیثاغورس به شکل‌های زیر تبدیل می‌شود:

$$b^2 = a^2 - c^2 \quad , \quad c^2 = a^2 - b^2$$



بنابراین در این حالت طبق مراحل زیر عمل می‌کنیم:

$$x^2 = 15^2 - 12^2$$

(الف) رابطه‌ی فیثاغورس را از تساوی‌های فوق می‌نویسیم (مجذور وتر منهای مجذور ضلع معلوم = مجذور ضلع مجهول) را ابتدا می‌نویسیم

$$x^2 = 225 - 144$$

(ب) عددها را به توان دو می‌رسانیم.

$$x^2 = 81$$

(پ) عددهای به دست آمده را از هم کم می‌کنیم.

$$x = \sqrt{81}$$

(ت) از دو طرف تساوی جذر می‌گیریم.

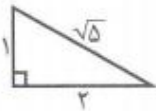
$$x = 9$$

(ث) اندازه‌ی وتر مجهول به دست می‌آید.

**رسم پاره خط به طول  $\sqrt{a}$ :** برای انجام این کار طبق رابطه‌ی فیثاغورس ابتدا دو عدد پیدا می‌کنیم که اگر به توان دو رسانده و با هم جمع کنیم، عدد زیر رادیکال به دست می‌آید. سپس مثلث قائم الزاویه‌ای به اضلاع این دو عدد رسم می‌کنیم. وتر مثلث به اندازه‌ی عدد داده شده می‌باشد.

هم جمع کنیم، عدد زیر رادیکال به دست می‌آید. سپس مثلث قائم الزاویه‌ای به اضلاع این دو عدد رسم می‌کنیم. وتر مثلث به اندازه‌ی عدد داده شده می‌باشد.

مثال: پاره خطی به طول  $\sqrt{5}$  سانتی‌متر رسم کنید.



پاسخ: مثلثی به اضلاع 1 و 2 سانتی‌متر رسم می‌کنیم زیرا:  $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$

طول وتر، اندازه‌ی پاره خط خواسته شده می‌باشد.

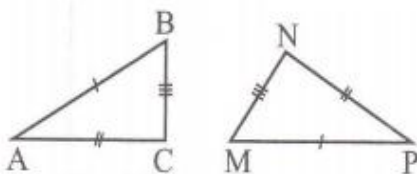
### شکل های هم نهشت

**دو شکل هم نهشت:** اگر بتوانیم شکلی را با دو یا چند تبدیل هندسی (تقارن - دوران - انتقال) بر شکل دیگری منطبق کنیم به طوری که کاملاً یکدیگر را بپوشانند، می‌گوییم این دو شکل با یکدیگر هم‌نهشت هستند.

### اجزای متناظر در دو شکل هم‌نهشت

اگر دو شکل هم‌نهشت را طوری بر روی یکدیگر قرار دهیم تا یکدیگر را به طور کامل بپوشانند، ضلع‌های روی هم قرار گرفته با هم مساوی‌اند و زاویه‌های روی هم قرار گرفته با هم مساوی هستند.

**نکته مهم:** زاویه‌های مقابل به اضلاع مساوی در دو شکل هم‌نهشت با هم مساوی‌اند.



مثال: دو مثلث زیر هم‌نهشت‌اند. اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید.

$$\overline{AB} = \overline{MP} \quad , \quad \overline{BC} = \overline{MN} \quad , \quad \overline{AC} = \overline{NP}$$

$$\hat{A} = \hat{P} \quad , \quad \hat{B} = \hat{M} \quad , \quad \hat{C} = \hat{N}$$

