



مجموعه سوالات چهارگزینه‌ای ریاضی ۳ دوازدهم تجربی

گردآوری شده توسط: مهدی فرشی

تمام سوالات موجود در این جزوه از بین سوالات
آزمون‌های معتبری مانند کنکور سراسری، کنکور
آزاد، قلمچی، گاج، گزینه دو، مرآت، گاما و
کنکورهای آزمایشی استان یزد انتخاب شده‌اند.

این جزوه در ۲ قسمت تهیه شده است. در قسمت
اول سوالات آموزشی قرار دارند که دانش‌آموزان
باید بدون در نظر گرفتن وقت آنها را حل کرده
و سپس در کلاس رفع اشکال کنند. در قسمت
دوم خودآزمایی‌ها قرار دارند که پس از اتمام حل
سوالات آموزشی یک مبحث باید با در نظر گرفتن
وقت پیشنهادی حل شوند.

فهرست مندرجات

| | | |
|----|---|-------|
| ۱ | تابع | ۱ |
| ۱ | توابع چند جمله‌ای - توابع صعودی و نزولی | ۱.۱ |
| ۳ | توابع صعودی و توابع نزولی | ۱.۱.۱ |
| ۵ | ترکیب توابع | ۲.۱ |
| ۷ | تبدیل نمودار توابع | ۱.۲.۱ |
| ۹ | تابع وارون | ۳.۱ |
| ۱۱ | مثلثات | ۲ |
| ۱۱ | تناوب و تانژانت | ۱.۲ |
| ۱۴ | معادلات مثلثاتی | ۲.۲ |
| ۱۴ | نسبت‌های مثلثاتی زوایای دو برابر کمان | ۱.۲.۲ |
| ۱۵ | معادلات مثلثاتی | ۲.۲.۲ |
| ۱۷ | حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت | ۳ |
| ۱۷ | حد بی‌نهایت | ۱.۳ |
| ۱۷ | یادآوری و تکمیل | ۱.۱.۳ |
| ۱۸ | حد توابع کسری | ۲.۱.۳ |
| ۱۹ | حد نامتناهی | ۳.۱.۳ |
| ۲۱ | حد در بی‌نهایت | ۲.۳ |
| ۲۳ | مشتق | ۴ |
| ۲۳ | آشنایی با مفهوم مشتق | ۱.۴ |
| ۲۳ | خط مماس بر یک منحنی | ۱.۱.۴ |
| ۲۵ | محاسبه‌ی $f'(a)$ به روش دیگر | ۲.۱.۴ |
| ۲۷ | مشتق‌پذیری و پیوستگی | ۲.۴ |
| ۲۹ | تابع مشتق | ۱.۲.۴ |
| ۳۱ | محاسبه تابع مشتق برخی توابع | ۲.۲.۴ |

| | | |
|----|---|-----------------------|
| ۳۳ | مشتق تابع مرکب / قاعده زنجیری | ۳.۲.۴ |
| ۳۵ | مشتق‌پذیری روی یک بازه | ۴.۲.۴ |
| ۳۶ | مشتق مرتبه دوم | ۵.۲.۴ |
| ۳۷ | آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر | ۳.۴ |
| ۳۹ | | ۵ کاربرد مشتق |
| ۳۹ | اکستریم‌های تابع | ۱.۵ |
| ۳۹ | یکنوایی تابع و ارتباط آن با مشتق | ۱.۱.۵ |
| ۴۰ | اکستریم‌های نسبی تابع | ۲.۱.۵ |
| ۴۱ | نقاط بحرانی تابع | ۳.۱.۵ |
| ۴۲ | اکستریم‌های مطلق تابع | ۴.۱.۵ |
| ۴۳ | بهینه‌سازی | ۲.۵ |
| ۴۵ | | ۶ هندسه |
| ۴۵ | تفکر تجسمی و آشنایی با مقاطع مخروطی | ۱.۶ |
| ۴۵ | دوران حول محور | ۱.۱.۶ |
| ۴۶ | برش | ۲.۱.۶ |
| ۴۷ | بیضی | ۳.۱.۶ |
| ۴۸ | دایره | ۲.۶ |
| ۵۱ | | ۷ احتمال |
| ۵۱ | قانون احتمال کل | ۱.۷ |
| ۵۳ | | ۸ خودآزمایی‌ها |
| ۵۴ | خودآزمایی شماره ۱ (توابع چند جمله‌ای - توابع صعودی و نزولی) | ۱.۸ |
| ۵۷ | خودآزمایی شماره ۲ (ترکیب توابع) | ۲.۸ |
| ۶۰ | خودآزمایی شماره ۳ (ترکیب توابع) | ۳.۸ |
| ۶۳ | خودآزمایی شماره ۴ (تابع وارون) | ۴.۸ |
| ۶۶ | خودآزمایی شماره ۵ (تناوب و تنازات) | ۵.۸ |
| ۶۹ | خودآزمایی شماره ۶ (معادلات مثلثاتی) | ۶.۸ |
| ۷۱ | خودآزمایی شماره ۷ (حد بی‌نهایت) | ۷.۸ |
| ۷۴ | خودآزمایی شماره ۸ (حد در بی‌نهایت) | ۸.۸ |

| | | |
|----|--|------|
| ۷۶ | خودآزمایی شماره ۹ (آشنایی با مفهوم مشتق) | ۹.۸ |
| ۷۹ | خودآزمایی شماره ۱۰ (مشتق پذیری و پیوستگی) | ۱۰.۸ |
| ۸۱ | خودآزمایی شماره ۱۱ (مشتق پذیری و پیوستگی) | ۱۱.۸ |
| ۸۴ | خودآزمایی شماره ۱۲ (آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر) | ۱۲.۸ |
| ۸۷ | خودآزمایی شماره ۱۳ (اکسترمم‌های یک تابع) | ۱۳.۸ |
| ۹۰ | خودآزمایی شماره ۱۴ (بهینه‌سازی) | ۱۴.۸ |
| ۹۳ | خودآزمایی شماره ۱۵ (تفکر تجسمی و آشنایی با مقاطع مخروطی) | ۱۵.۸ |
| ۹۶ | خودآزمایی شماره ۱۶ (دایره) | ۱۶.۸ |
| ۹۸ | خودآزمایی شماره ۱۷ (قانون احتمال کل) | ۱۷.۸ |

۱۰۱ ۹ سؤالات کنکورهای اخیر

| | | |
|-----|--|-------|
| ۱۰۱ | سؤالات کنکور ۹۸ | ۱.۹ |
| ۱۰۱ | سؤالات رشته تجربی (داخل کشور) | ۱.۱.۹ |
| ۱۰۳ | سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور) | ۲.۱.۹ |
| ۱۰۴ | سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور) | ۳.۱.۹ |
| ۱۰۵ | سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور) | ۴.۱.۹ |
| ۱۰۷ | سؤالات کنکور ۹۹ | ۲.۹ |
| ۱۰۷ | سؤالات رشته تجربی (داخل کشور) | ۱.۲.۹ |
| ۱۰۸ | سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور) | ۲.۲.۹ |
| ۱۰۹ | سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور) | ۳.۲.۹ |
| ۱۱۱ | سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور) | ۴.۲.۹ |
| ۱۱۲ | سؤالات کنکور ۱۴۰۰ | ۳.۹ |
| ۱۱۲ | سؤالات رشته تجربی (داخل کشور) | ۱.۳.۹ |
| ۱۱۳ | سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور) | ۲.۳.۹ |
| ۱۱۵ | سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور) | ۳.۳.۹ |
| ۱۱۶ | سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور) | ۴.۳.۹ |
| ۱۱۸ | سؤالات کنکور ۱۴۰۱ | ۴.۹ |
| ۱۱۸ | سؤالات رشته تجربی (داخل کشور) | ۱.۴.۹ |
| ۱۱۹ | سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور) | ۲.۴.۹ |
| ۱۲۱ | سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور) | ۳.۴.۹ |
| ۱۲۲ | سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور) | ۴.۴.۹ |

فصل ۱

تابع

۱.۱ توابع چند جمله‌ای - توابع صعودی و نزولی

(۱) کدام یک از توابع زیر، یک چندجمله‌ای از درجه‌ی ۵ است؟

(۱) $f(x) = 5x + 3$ (۲) $f(x) = x^5 + x\sqrt{x} + 3$ (۳) $f(x) = 2x^5 - 4x^3 + \sqrt{7}x$ (۴) $f(x) = \frac{x^y + x}{x^2}$

(۲) در تابع $y = (x-1)^3 - 1$ ، چند عدد صحیح در اشتراک دامنه و برد این تابع قرار ندارند؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۳) نمودار تابع $y = x^2$ را ابتدا یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم، سپس ۱ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم، ضابطه‌ی نمودار حاصل کدام است؟

(۱) $y = x^2 + 2x$ (۲) $y = x^2 + 2x + 2$ (۳) $y = x^2 - 2x$ (۴) $y = x^2 - 2x + 2$

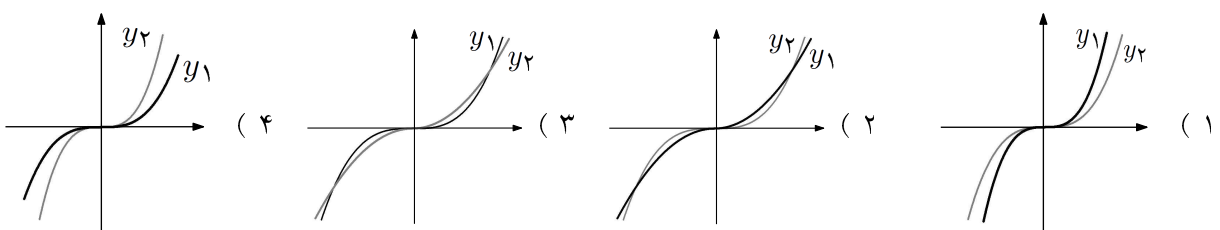
(۴) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه‌ی (a, b) بالای نمودار تابع $y = x^3$ قرار دارد، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟ ($a \geq 0$)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

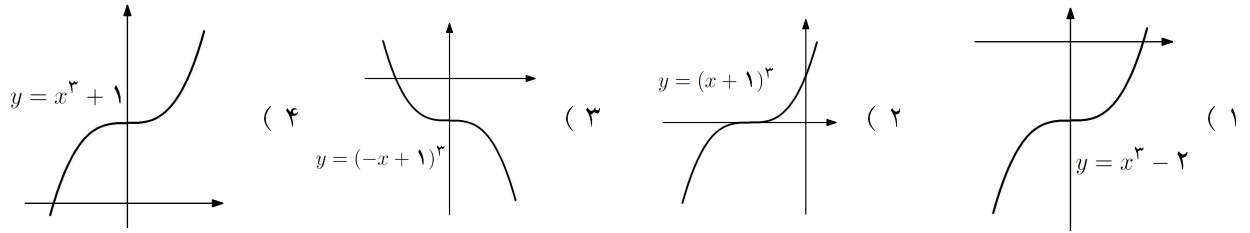
(۵) نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ ، در بازه‌ی $(-\infty, a)$ زیر محور x ها است، بیشترین مقدار a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۶) در کدام شکل نمودار دو تابع $y_1 = x^3$ و $y_2 = |x|$ نسبت به هم درست رسم شده‌اند؟



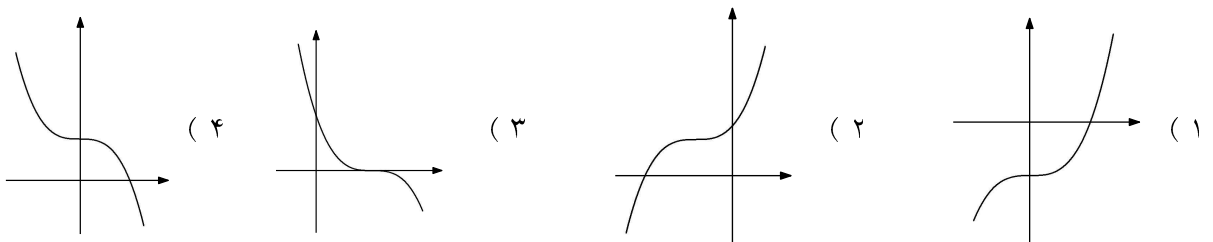
۷) با توجه به نمودار تابع $y = x^3$ ، نمودار کدام تابع درست رسم نشده است؟



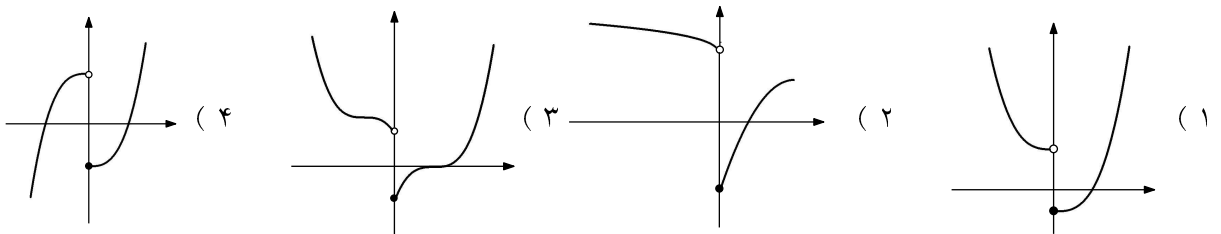
۸) نمودار تابع $y = \sqrt{x} + 1$ در چند نقطه نمودار تابع $y = (x-1)^3$ را قطع می کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

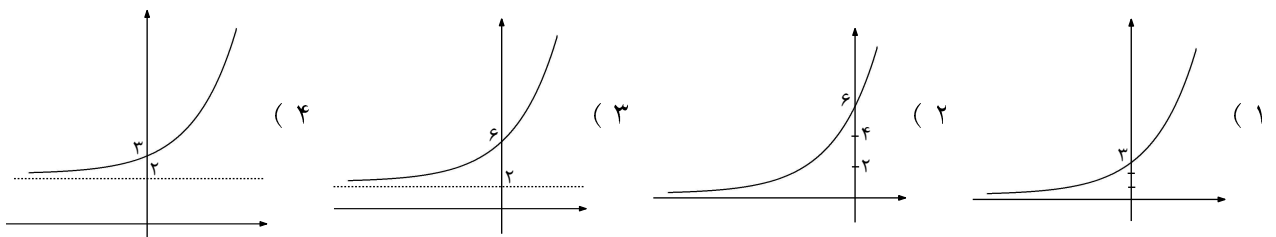
۹) نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 2$ کدام است؟



۱۰) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & ; x \geq 0 \\ -x^3 + 2 & ; x < 0 \end{cases}$ کدام است؟



۱۱) نمودار تابع $y = 2 \times 2^{x+1} + 2$ به کدام صورت است؟



۱۲) نقطه‌ی تلاقی نمودار توابع $f(x) = x^3 - 2$ و $g(x) = -x^3$ در کدام ناحیه‌ی مختصات قرار دارد؟

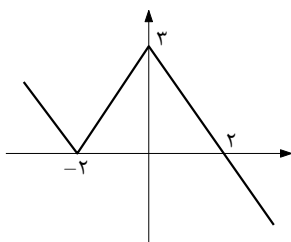
- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۳) به ازای چه مقادیری از h نمودار تابع $f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + h$ از ربع دوم نمی گذرد؟

- (۱) $h \leq 0$ (۲) $h \geq 0$ (۳) $h \leq 8$ (۴) $h \geq 8$

۱.۱.۱ توابع صعودی و توابع نزولی

(۱۴) نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است، تابع f روی کدام بازه اکیداً صعودی است؟



(۱) $(-2, 0)$ (۲) $(-2, 2)$

(۳) $(-\infty, -2)$ (۴) $(0, +\infty)$

(۱۵) تابع نمایی $f(x) = (3k + 1)^x$ اکیداً صعودی است، حدود k کدام است؟

(۱) $0 < k < \frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3} < k < 0$ (۳) $-\frac{1}{3} < k < \frac{1}{3}$ (۴) $k > 0$

(۱۶) تابع $f(x) = \sin x$ روی بازه $[a, \frac{3\pi}{4}]$ اکیداً نزولی است، حداقل مقدار a چقدر است؟

(۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

(۱۷) تابع $f = \{(2, -2), (3, m-1), (4, 2-2m)\}$ صعودی اکید است، تابع $g(x) = |m|^x$ چگونه است؟ ($m \neq 0$)

(۱) نه صعودی نه نزولی (۲) صعودی (۳) صعودی اکید (۴) نزولی اکید

(۱۸) کدام تابع نزولی است؟

(۱) $y = [x] + [-x]$ (۲) $y = x([x] + [-x])$ (۳) $y = \frac{x}{[x] + [-x]}$ (۴) $y = \frac{[x] + [-x]}{x}$

(۱۹) اگر بازه $[-2, +\infty)$ بزرگترین بازه‌ای باشد که تابع $f(x) = x^2 + ax + 3$ روی آن صعودی است آنگاه نمودار این تابع از کدام ناحیه‌ی مختصات عبور نمی‌کند؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

(۲۰) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 1 \\ a & ; x = 1 \\ x^2 - 2x + 3 & ; x > 1 \end{cases}$ صعودی باشد، حدود a کدام است؟

(۱) $[0, 1]$ (۲) $[0, 2]$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $[2, 3]$

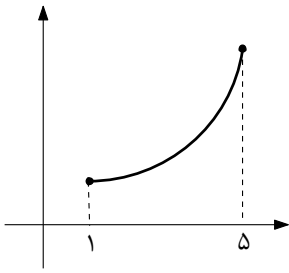
(۲۱) اگر f تابعی نزولی با دامنه‌ی \mathbb{R} باشد، دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{f(2x) - f(x+3)}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

(۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(۲۲) اگر تابع f روی \mathbb{R} اکیداً نزولی باشد و $f(2) = 0$ ، دامنه‌ی تابع $g(x) = \sqrt{-f(x)}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, 2]$ (۲) $[2, +\infty)$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 0]$

۲۳) نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است، کدام تابع اکیداً نزولی است؟



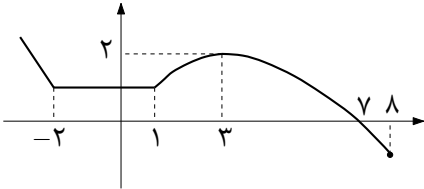
(۲) $y = f^2(x)$

(۱) $y = \frac{1}{f(x)}$

(۴) $y = xf(x)$

(۳) $y = x^2 f(x)$

۲۴) شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ را نشان می‌دهد. بزرگترین بازه‌ای که تابع f روی آن صعودی است، کدام است؟



(۲) $[-2, 3]$

(۱) $[1, 3]$

(۴) $[-2, 6]$

(۳) $[1, 6]$

۲۵) اگر تابع $y = f(x)$ صعودی اکید باشد، کدام تابع همواره صعودی اکید است؟

(۴) $|x|f(x)$

(۳) $x + f(x)$

(۲) $xf(x)$

(۱) $|x| + f(x)$

۲۶) کدام تابع غیریکنوا است؟

(۲) $g = \{(2, 1), (3, 0), (4, -1)\}$

(۱) $f = \{(-2, 1), (-1, 2), (1, 3)\}$

(۴) $k = \{(2, 1), (3, 2), (4, 0)\}$

(۳) $h = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$

۲۷) تابع $f = \{(1, a-2), (2, 3a+4), (3, 2a-b)\}$ هم صعودی است و هم نزولی، مقدار $a+b$ کدام است؟

(۴) -5

(۳) -4

(۲) -2

(۱) صفر

۲۸) اگر تابع $f = \{(3, |a^2 - 3a - 4|), (2, a^2 - 3a - 4)\}$ نزولی باشد، حدود تغییرات a کدام است؟

(۴) \mathbb{R}

(۳) $(-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$

(۲) $[-1, 4]$

(۱) \emptyset

۲۹) هر تابع یک به یک لزوماً تابعی است:

(۴) هیچکدام

(۳) هم صعودی و هم نزولی

(۲) نزولی

(۱) صعودی

۳۰) کدام تابع صعودی است؟

(۴) $y = x^2 + x$

(۳) $y = x^2|x|$

(۲) $y = |x|$

(۱) $y = x|x|$

۳۱) کدام تابع با ضابطه‌ی زیر بر \mathbb{R} نزولی است؟

(۴) $y = \frac{1}{x+1}$

(۳) $y = 2^{-x}$

(۲) $y = -2^{-x}$

(۱) $y = -|x|$

۲.۱ ترکیب توابع

(۳۲) اگر f صعودی و g نزولی باشد، آنگاه $f \circ g$ و $f \circ g \circ f$ به ترتیب:

(۱) نزولی - نزولی (۲) صعودی - نزولی (۳) نزولی - صعودی (۴) صعودی - صعودی

(۳۳) اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $f = \{(x, 2x - 1), x \in A\}$ ، تابع $f(f(x))$ کدام است؟

(۱) $\{(1, 1), (2, 5), (3, 9)\}$ (۲) $\{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7), (5, 9)\}$

(۳) $\{(1, 1), (2, 5), (9, 3)\}$ (۴) $\{(2, 5), (3, 9)\}$

(۳۴) اگر تابع f به صورت $f = \{(0, 1), (1, 2), (2, 0), (3, 1), (4, 3)\}$ تعریف شده باشد، تابع $f \circ f^2$ کدام است؟

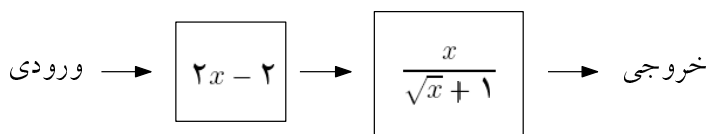
(۱) $\{(0, 1), (1, 2), (4, 3)\}$ (۲) $\{(0, 1), (1, 4), (2, 0), (3, 1), (4, 9)\}$

(۳) $\{(0, 1), (2, 0), (3, 1)\}$ (۴) $\{(0, 2), (1, 3), (3, 2), (2, 1)\}$

(۳۵) با توجه به ماشین $1 \rightarrow 3x + 1$ \rightarrow g \rightarrow f \rightarrow x اگر $f(x) = 2x - 1$ حاصل $g(3)$ کدام است؟

(۱) $\frac{11}{2}$ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) $\frac{9}{2}$

(۳۶) اگر خروجی از ماشین شکل مقابل $\frac{4}{3}$ باشد، مقدار ورودی کدام است؟



(۱) $\frac{11}{9}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۴

(۳۷) اگر $f(x) = x^2 - 7$ و $g(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 7}$ ، کمترین مقدار تابع $f \circ g(x)$ کدام است؟

(۱) ۰ (۲) -۷ (۳) -۱۶ (۴) -۱۲

(۳۸) اگر $f(x) = \sqrt{2-x}$ و $g(x) = \sqrt{x-2}$ آنگاه دامنه $f \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

(۳۹) اگر $D_f = [-2, 2]$ آنگاه دامنه $f(2[x])$ کدام است؟

(۱) $[-1, 1]$ (۲) $[-1, 2]$ (۳) $[-1, 1)$ (۴) $(-2, 2)$

۴۰) اگر $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ دامنه‌ی تابع $f(3-x)$ ، کدام است؟

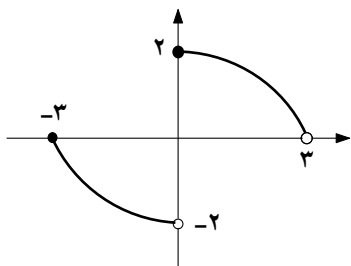
(۴) $[1, 3]$

(۳) $[1, 2]$

(۲) $[0, 3]$

(۱) $[0, 2]$

۴۱) اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه‌ی تابع $y = 3f(-2x + 1) - 1$ کدام گزینه است؟



(۲) $[-1, 2]$

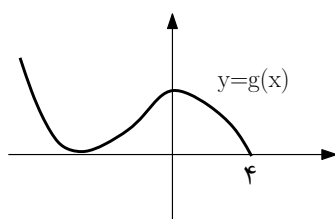
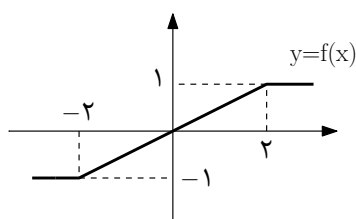
(۱) $(-1, 2]$

(۴) $[-1, 2]$

(۳) $(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}]$

۴۲) نمودار توابع f و g به صورت مقابل داده شده است،

دامنه‌ی تابع $h(x) = \frac{g(2x)}{1+f(x)}$ کدام است؟



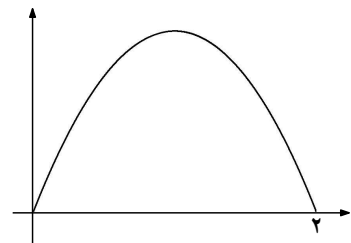
(۴) $(-\infty, 2]$

(۳) $(-\infty, 4]$

(۲) $[-2, 4]$

(۱) $(-2, 2]$

۴۳) اگر نمودار تابع f به شکل زیر باشد، آنگاه دامنه‌ی تابع g با ضابطه‌ی $g(x) = \frac{f(1-x)}{f(x)}$ کدام است؟



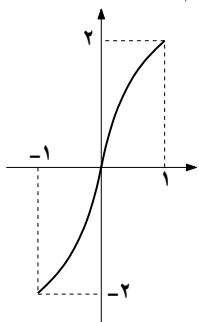
(۱) $[-1, 1]$

(۲) $[0, 2]$

(۳) $(0, 1]$

(۴) $[-1, 0)$

۴۴) هرگاه منحنی تابع $y = f(x)$ در فاصله‌ی $[-1, 1]$ به صورت مقابل باشد، برد تابع $y = \frac{1}{f}f(x^2 + 1) + 2$ کدام است؟



(۲) $[-1, 1]$

(۱) $[2, 3]$

(۴) $\{3\}$

(۳) $[-2, 2]$

۴۵) اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ و $g(x) = x^2 + 1$ برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

(۴) $[4, +\infty)$

(۳) $[-1, 1]$

(۲) $[1, +\infty)$

(۱) $[0, +\infty)$

۴۶) اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g = \{(1, 2), (5, 4), (6, 5), (2, 3)\}$ و $g(f(a)) = 5$ باشد عدد a کدام است؟

(۴) ۴

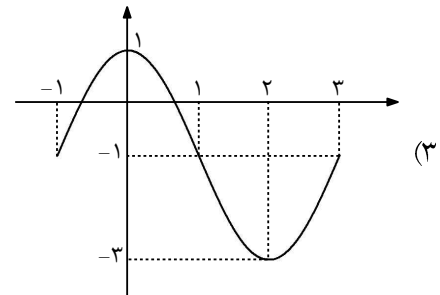
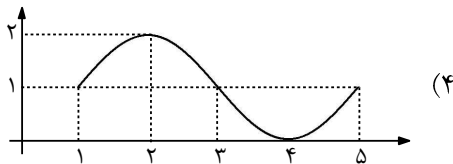
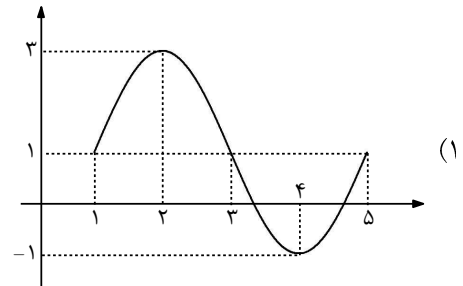
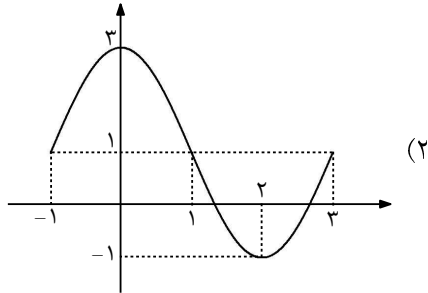
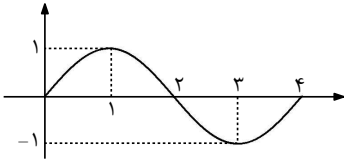
(۳) ۳

(۲) ۲

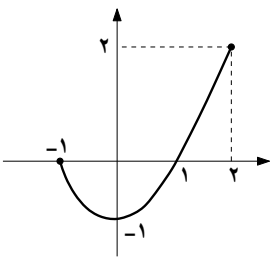
(۱) ۱

۱.۲.۱ تبدیل نمودار توابع

۴۷) نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y = 2f(x+1) + 1$ ، کدام است



۴۸) هرگاه نمودار تابع f در بازه $[-1, 2]$ به صورت مقابل باشد، برد تابع $g(x) = 2f(x) - 1$ کدام است؟



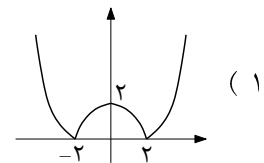
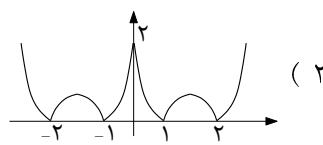
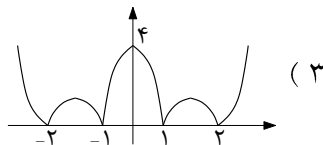
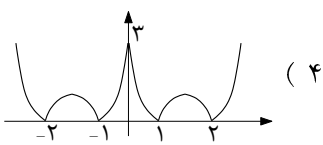
(۲) $[-2, 4]$

(۱) $[-1, 0]$

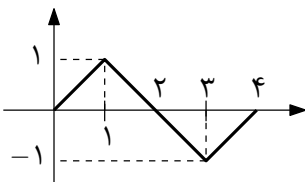
(۴) $[-3, 3]$

(۳) $[0, 4]$

۴۹) نمودار $y = |x^2 - 3|x| + 2|$ کدام است؟



۵۰) با توجه به نمودار تابع f ، برد تابع $y = |f(x-2)| + 1$ کدام است؟



(۲) $[1, 2]$

(۱) $[0, 2]$

(۴) $[0, 1]$

(۳) $[-1, 0]$

۵۱) خط $y = k$ نمودار تابع $y = ||x| - 1|$ را در سه نقطه قطع می‌کند، k کدام است؟

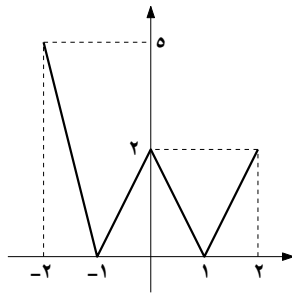
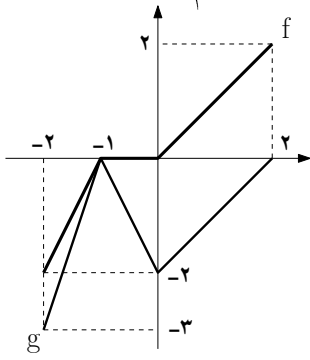
(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

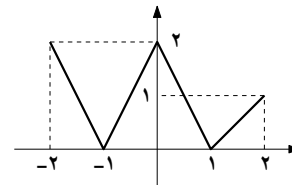
(۲) ۱

(۱) صفر

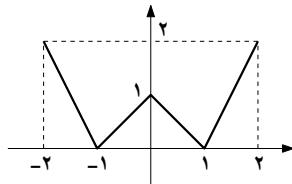
۵۲) نمودار توابع f و g در $[-2, 2]$ به صورت روبه‌رو می‌باشد، نمودار $h(x) = |f(x) + g(x)|$ در این فاصله کدام است؟



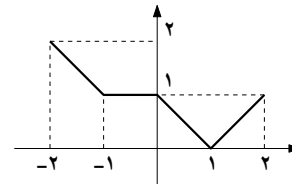
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

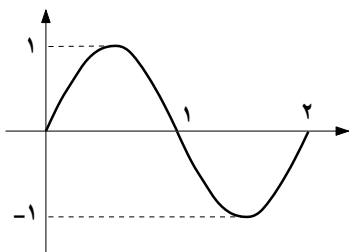
۵۳) نمودار $y = \sqrt{2x}$ را نسبت به محور y ها انعکاس داده، سپس آن را سه واحد در جهت راست و بعد ۵ واحد به پایین حرکت داده‌ایم. ضابطه‌ی تابع به دست آمده کدام است؟

$y = \sqrt{-2x+6} - 5$ (۴)

$y = \sqrt{-2x+3} - 5$ (۳)

$y = \sqrt{-2x} - 2$ (۲)

$y = \sqrt{2x+3} - 5$ (۱)



۵۴) اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، برد تابع $g(x) = 1 + 3f(\frac{x}{3})$ کدام است؟

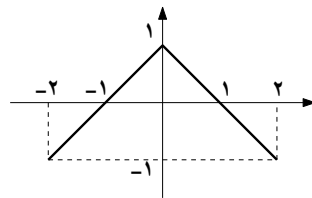
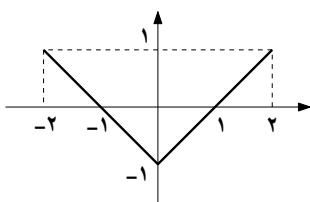
$[2, 4]$ (۲)

$[-2, 4]$ (۱)

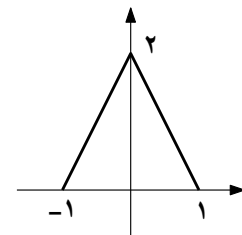
$[-2, 2]$ (۴)

$[-2, 0]$ (۳)

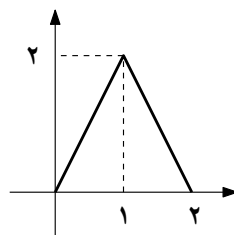
۵۵) اگر نمودار تابع $y = -f(\frac{x}{3}) + 1$ به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $y = f(x-1)$ کدام است؟



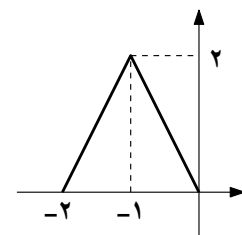
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۵۶) اگر دامنه‌ی تابع f به صورت $[-1, 1]$ باشد، دامنه‌ی $f(2x) + 1$ کدام است؟

$[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ (۴)

$[0, 2]$ (۳)

$[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ (۲)

$[-1, 1]$ (۱)

۳.۱ تابع وارون

(۵۷) کدام تابع وارون پذیر است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x \leq 0 \\ -x^2 & ; x > 0 \end{cases} \quad (۲)$$

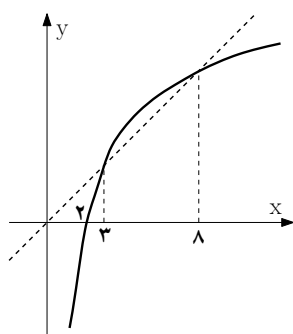
$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & ; x \leq 0 \\ x^2 & ; x \geq 1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(x) = x^2|x| \quad (۴)$$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & ; x \leq 0 \\ x^2 & ; x > 0 \end{cases} \quad (۳)$$

(۵۸) اگر رابطه‌ی $f = \{(4, 2), (m^2 - 3m, 2), (-1, m^2), (m, -1)\}$ یک تابع یک به یک باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) فقط $m = 4$ (۲) فقط $m = -1$ (۳) $m = -1$ یا $m = 4$ (۴) مقداری برای m وجود ندارد.



(۵۹) شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم است. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ ، کدام است؟

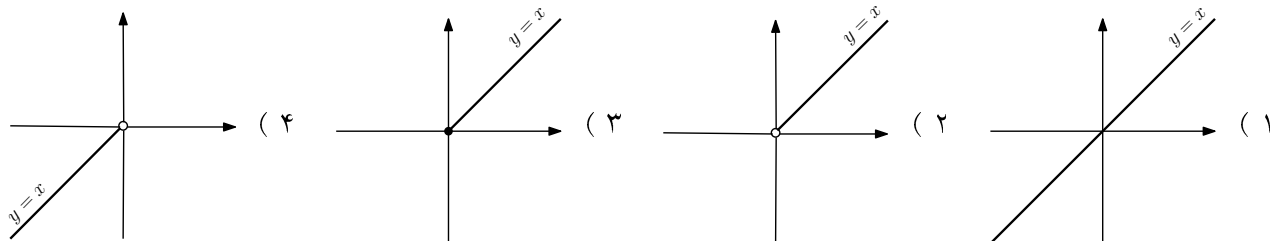
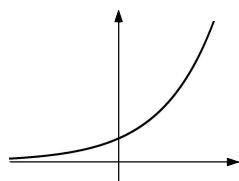
سراسری تجربی ۹۴

- (۱) $(0, 2]$ (۲) $[2, 3]$
 (۳) $[2, 8]$ (۴) $[3, 8]$

(۶۰) بزرگترین بازه‌ای که وارون تابع $y = x|x|$ در آن صعودی است، کدام است؟

- (۱) $[0, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, +\infty)$

(۶۱) نمودار تابع f به صورت مقابل است، نمودار $f \circ f^{-1}$ کدام است؟



(۶۲) اگر $f = \{(1, 2), (-3, 1), (4, 3), (-1, 4)\}$ و $g = \{(4, 1), (5, 3), (-1, 2), (2, -1)\}$ ، $(g \circ f)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $\{(2, 4), (4, 2)\}$ (۲) $\{(3, 4), (8, -1)\}$ (۳) $\{(1, -1), (-1, 1)\}$ (۴) $\{\}$

۶۳ اگر $f = \{(1, 2), (3, 1), (2, 4), (4, 1)\}$ و $g = \{(3, 2), (2, 4), (4, 1)\}$ آنگاه $f \circ g^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\{(4, 3), (1, 2), (2, 4)\}$ (۲) $\{(3, 4), (2, 1), (4, 2)\}$

(۳) $\{(1, 1), (4, 4), (1, 2)\}$ (۴) $\{(1, 1), (4, 4), (2, 1)\}$

۶۴ اگر $f(x) = 1 + \sqrt{x}$ و $g(x) = x^2$ و $x > 0$ آنگاه ضابطه‌ی تابع $f^{-1} \circ g^{-1}$ کدام است؟

(۱) $x - 1$ (۲) $x + 1$ (۳) $x^2 - 1$ (۴) $x^2 + 1$

۶۵ اگر $h(x) = 1 - 2f(3 - 4x)$ و تابع f یک‌به‌یک و $D_f = \mathbb{R}$ باشد و $f^{-1}(1) = 11$ ، مقدار $h^{-1}(-1)$ چقدر است؟

(۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) $f(11)$

۶۶ اگر تابع $f = \{(1, a), (2, 5), (3, 4), (4, 0), (5, b)\}$ با تابع معکوس خود دارای ۳ عضو مشترک باشد، $a + b$ برابر است با:

(۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 6

سراسری ریاضی ۸۸

۶۷ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ ، مقدار $f^{-1}(4)$ کدام است؟

(۱) -8 (۲) -5 (۳) -2 (۴) تعریف نشده

۶۸ معکوس تابع $f(x) = x|x|$ کدام است؟

(۱) $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$ (۲) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$

(۳) $f^{-1}(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ (۴) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$

۶۹ مقدار k کدام باشد تا تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x-3}{2x-k}$ معکوس خودش باشد؟

(۱) -1 (۲) 1 (۳) -2 (۴) 2

۷۰ اگر $f(x) = \sqrt{2x-3}$ دامنه‌ی f^{-1} کدام است؟

(۱) \mathbb{R} (۲) $(0, +\infty)$ (۳) $[0, 7]$ (۴) $[0, +\infty)$

فصل ۲

مثلثات

۱.۲ تناوب و تانژانت

(۷۱) کدام یک از توابع زیر در طول‌های مضارب فرد π مماس بر محور x ها است؟

$y = \sin x$ (۴ $y = \sin x + 1$ (۳ $y = 2 \cos x - 1$ (۲ $y = \cos x + 1$ (۱

(۷۲) مقدار تابع $y = \sin^3 x$ ، در فاصله‌ی $[0, \pi]$ ، در چند نقطه برابر با صفر می‌شود؟

5 (۴ 3 (۳ 4 (۲ 2 (۱

(۷۳) اگر تابع $y = \sin ax$ محور x ها را در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، 7 بار قطع کند، کمترین مقدار مثبت a کدام است؟

$\frac{7}{4}$ (۴ 4 (۳ 3 (۲ 2 (۱

(۷۴) تابع $f(x) = |\sin x|$ مفروض است. در کدام یک از بازه‌های زیر، به ازای هر x_1 و x_2 عضو این بازه، رابطه‌ی $x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$ برقرار است؟

$[0, \frac{\pi}{4}]$ (۴ $[-\frac{\pi}{4}, 0]$ (۳ $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ (۲ $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ (۱

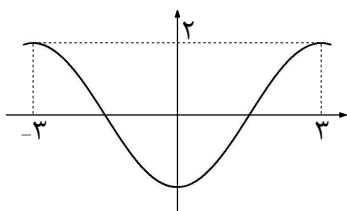
(۷۵) تابع $y = \sin kx$ از ابتدا تا انتهای بازه‌ی $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ یک تناوب کامل را طی می‌کند، مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

4 (۴ 3 (۳ 2 (۲ 1 (۱

(۷۶) اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = \sin(\pi ax)$ عدد $\frac{1}{4}$ باشد، آنگاه دوره‌ی تناوب تابع $g(x) = \cos(\frac{\pi x}{a})$ کدام است؟ ($a > 0$)

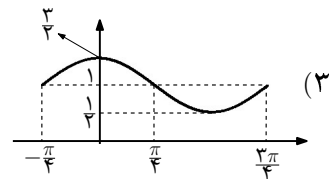
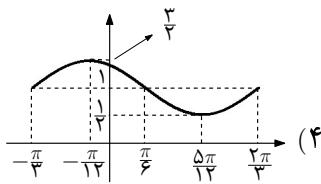
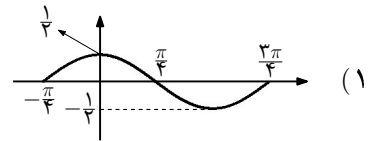
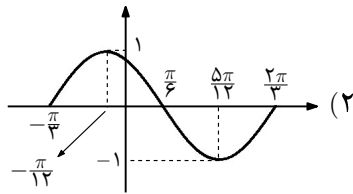
$\frac{1}{4}$ (۴ 2 (۳ 4 (۲ 8 (۱

(۷۷) نمودار تابع $f(x) = a \cos bx$ به شکل مقابل است، مقدار ab کدام می‌تواند باشد؟

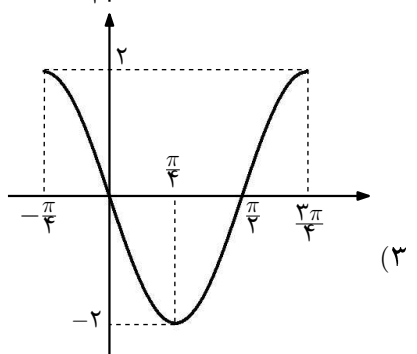
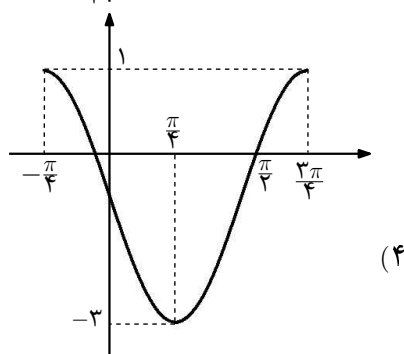
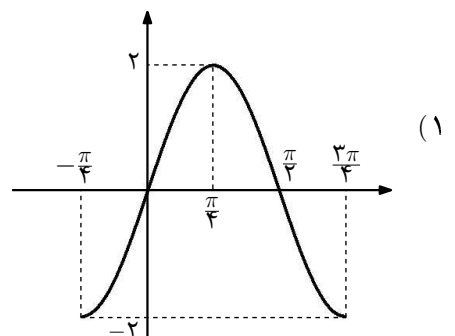
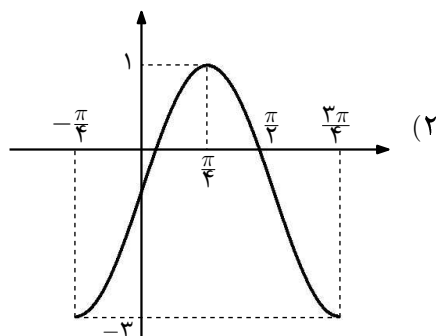


$-\frac{\pi}{6}$ (۴ $-\frac{2\pi}{3}$ (۳ $-\frac{\pi}{3}$ (۲ $\frac{\pi}{3}$ (۱

۷۸) کدام شکل می‌تواند نشان دهنده‌ی نمودار تابع $y = \frac{1}{3} \sin 2(x + \frac{\pi}{3}) + 1$ باشد؟



۷۹) نمودار تابع $y = -1 - 2 \cos 2(x + \frac{\pi}{4})$ در بازه‌ی $[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ کدام است؟



۸۰) دوره‌ی تناوب و مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 3 - 2 \cos(\pi x)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۴) 2π و ۶

(۳) ۲ و ۶

(۲) 2π و ۴

(۱) ۱ و ۶

۸۱) برد تابع $y = 2 - \frac{3}{4} \sin x$ کدام است؟

(۴) $[\frac{5}{4}, \frac{11}{4}]$

(۳) $[\frac{5}{8}, \frac{11}{8}]$

(۲) $[-1, 1]$

(۱) $[-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}]$

۸۲) اگر $y = \cos^2 x - 3 \sin^2 x$ باشد، محدوده‌ی تغییرات y کدام است؟

- (۱) $-3 \leq y \leq 1$ (۲) $-1 \leq y \leq 3$ (۳) $-3 \leq y \leq 0$ (۴) $0 \leq y \leq 3$

۸۳) اگر $x = \frac{2\pi}{3}$ طول اولین نقطه با طول مثبت باشد که تابع $y = \sin(x - a)$ در آن به حداکثر می‌رسد، a کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۸۴) زاویه‌ی α در کدام ربع باشد تا داشته باشیم $\tan \alpha < \sin \alpha$ ؟

- (۱) دوم یا چهارم (۲) اول یا سوم (۳) اول یا دوم (۴) سوم یا چهارم

۸۵) کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) تانژانت در هر ربعی تابعی اکیداً صعودی است.
 (۲) کتانژانت در هر ربعی تابعی اکیداً نزولی است.
 (۳) اگر $f(x) = \tan x + \cot x$ آنگاه به ازای هر $x \neq \frac{k\pi}{4}$ داریم $f(-x) = f(x)$
 (۴) $\tan x + \cot x \geq 2$ (زاویه‌ای در ربع اول یا سوم است).

۸۶) دامنه‌ی تابع $y = \tan\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$ (که $k \in \mathbb{Z}$) کدام است؟

(۱) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi\}$ (۲) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{4}\}$

(۳) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi\}$ (۴) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{4}\}$

۸۷) اگر $f(x) = \tan x$ و $g(x) = \cot x$ باشند، دامنه‌ی تابع $f.g$ کدام است؟ (که $k \in \mathbb{Z}$)

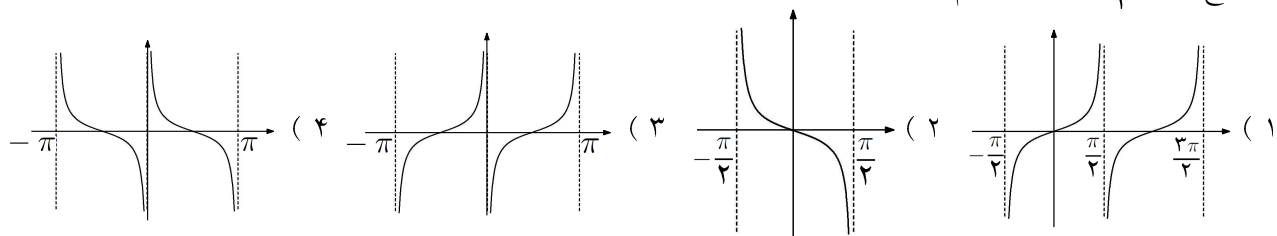
(۱) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi\}$ (۲) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi\}$

(۳) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{4}\}$ (۴) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{4}\}$

۸۸) اگر دوره‌ی تناوب دو تابع $f(x) = \frac{1}{4} \tan(2\pi x)$ و $g(x) = |\sin ax|$ برابر باشند، مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) π (۲) 2π (۳) 4π (۴) $\frac{\pi}{4}$

۸۹) نمودار تابع $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ کدام است؟



۲.۲ معادلات مثلثاتی

۱.۲.۲ نسبت‌های مثلثاتی زوایای دو برابر کمان

(۹۰) دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = \sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x)$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

(۹۱) حاصل عبارت $4 \sin 375^\circ - 3 \sin 105^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (۲) $\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (۳) $2\sqrt{2-\sqrt{3}} - \frac{3}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$ (۴) $2\sqrt{2-\sqrt{3}} + \frac{3}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$

سراسری ریاضی ۷۹

(۹۲) حاصل عبارت $\sin x \cdot \cos x (1 - 2 \sin^2 x)$ به ازای $x = 7/5^\circ$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{16}$

(۹۳) حاصل $\frac{\sin 2x + \sin x}{\cos 2x + \cos x + 1}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\cot x$ (۲) $\tan x$ (۳) $\sin x$ (۴) $\cos x$

(۹۴) حاصل عبارت $\cos 2a + 3 \sin^2 a - 2$ کدام است؟

- (۱) $-\cos^2 a$ (۲) $\cos^2 a$ (۳) $-\sin^2 a$ (۴) $\sin^2 a$

(۹۵) اگر $\cos \alpha + \sin \beta = \sin \alpha$ ، آنگاه $\cos^2 \beta$ همواره کدام است؟

- (۱) $\sin 2\alpha$ (۲) $\sin^2 \alpha$ (۳) $1 - \sin 2\alpha$ (۴) $1 - \sin^2 \alpha$

(۹۶) حاصل عبارت $2\sqrt{2+\sqrt{3}} \cos 75^\circ$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۹۷) اگر $\alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{4})$ و $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ ، آنگاه مقدار $\cot \frac{\alpha}{4}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

سراسری ریاضی ۸۳

(۹۸) اگر $a + b = \frac{\pi}{4}$ باشد، حاصل $8 \cos a \cos b \cos \left(\frac{\pi}{4} - a\right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - b\right)$ کدام است؟

- (۱) $\sin 4a$ (۲) $\cos 4a$ (۳) $\sin^2 2a$ (۴) $\cos^2 2a$

(۹۹) خلاصه شده‌ی عبارت $\tan 20^\circ (1 + \cos 40^\circ)$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sin 20^\circ$ (۲) $\sin 40^\circ$ (۳) $\cos 20^\circ$ (۴) $\cos 40^\circ$

۲.۲.۲ معادلات مثلثاتی

(۱۰۰) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{\sin 3x + \sin x}{\sin x} = 1$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{3}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۱۰۱) تعداد جواب‌های معادله‌ی $\sin(\pi \cos x) = -1$ در فاصله‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(۱۰۲) معادله‌ی $\sin 2x = 2 \cos x$ در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) سه

(۱۰۳) تعداد جواب‌های معادله‌ی $\frac{\cos 2x(1 + \sin 2x)}{\sin x + \cos x} = 0$ در فاصله‌ی $[0, \pi]$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

(۱۰۴) تابع $y = -\frac{1}{3} \sin(3\pi x)$ در بازه‌ی $[-\frac{1}{3}, 1]$ چند بار بیشترین مقدار را دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۱۰۵) جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin \frac{5\pi}{4} + \sin(\frac{\pi}{4} + x) \sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{4}$

(۱۰۶) جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 3x + \sin x = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{k\pi}{2}$ (۲) $k\pi$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

(۱۰۷) معادله‌ی $8 \cos x \cos 2x = \frac{1}{\sin x}$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

(۱۰۸) انتهای کمان جواب‌های معادله‌ی $\cos x = \cos^4 x - \sin^4 x$ بر روی دایره‌ی مثلثاتی رئوس یک n ضلعی منتظم هستند، n کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

(۱۰۹) صورت کلی تمام قوس‌هایی که در معادله‌ی $2 \cos^2(x + \frac{\pi}{4}) = 1 + 2 \sin x$ صدق می‌کنند، کدام است؟

- (۱) $\frac{k\pi}{2}$ (۲) $2k\pi$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۴) $k\pi$

فصل ۳

حد بی نهایت و حد در بی نهایت

۱.۳ حد بی نهایت

۱.۱.۳ یادآوری و تکمیل

بخش پذیری بر $x - a$

(۱۱۷) عبارت $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ بر کدام عبارت بخش پذیر نیست؟

- $x + 3$ (۴) $x - 3$ (۳) $x + 1$ (۲) $x - 1$ (۱)

(۱۱۸) چندجمله‌ای $x^6 + mx^5 - 4x^2 + 1$ بر $x + 1$ بخش پذیر است، باقی مانده‌ی تقسیم $x^3 + 2x^2 + mx + 3$ بر $x - 2$ کدام است؟

- 11 (۴) 9 (۳) 7 (۲) 5 (۱)

(۱۱۹) فرض کنید $f(x)$ و $g(x)$ چندجمله‌ای باشند و $g(1) = -5$ و $g(x) = f(x + 6) + 5$ ، در این صورت چندجمله‌ای $f(x)$ بر کدام عبارت زیر بخش پذیر است؟

- $x - 5$ (۴) $x - 2$ (۳) $x - 7$ (۲) $x - 8$ (۱)

(۱۲۰) خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $2x - 1$ چندجمله‌ای $Q(x)$ بوده و باقی مانده‌ی آن برابر ۲ است و همچنین باقی مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x - 2$ برابر ۵ است، باقی مانده‌ی تقسیم $Q(x)$ بر $x - 2$ برابر است با:

- 0 (۴) 1 (۳) 2 (۲) 3 (۱)

(۱۲۱) اگر باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x - 5$ و $x - 4$ به ترتیب برابر ۳ و ۵ باشد، نمودار تابع $y = f(f(x)) + 2x$ خط $x = 4$ را با چه عرضی قطع می‌کند؟

- 5 (۴) 11 (۳) 15 (۲) 8 (۱)

(۱۲۲) اگر $f(x)$ یک چندجمله‌ای و نمودار تابع $y = x + f(x)$ محور x ها را در نقاط $x = 1$ و $x = 2$ قطع کند، باقی مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ کدام است؟

- $1 - x$ (۴) $x + 1$ (۳) $-x$ (۲) x (۱)

۲.۱.۳ حد توابع کسری

(۱۲۳) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + x + 1}{x^3 - 1}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

(۱۲۴) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x-2} & ; x \geq 0 \\ \frac{x^2+x}{x^2-x} & ; x < 0 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 0$ دارای حد باشد، $f(0)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲-

(۱۲۵) اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} = -1$ حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

(۱۲۶) حد عبارت $f(x) = \frac{x^2 - |x - 2| - 4}{x - 2}$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۲

(۱۲۷) حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^+} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} - \left| \frac{x}{x+1} \right| \right)$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

(۱۲۸) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{2x - \sqrt{x}}{4x - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(۱۲۹) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x^2 - 4}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) وجود ندارد. (۴) ۱

(۱۳۰) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^3} - 2\sqrt{x} + 1}{(x-1)^2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{16}$

(۱۳۱) اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b - x^2}{1 - \sqrt{x}} = k$ باشد، آنگاه حاصل $b - k$ کدام است؟ (k عددی صحیح، منتهای و غیرصفر است).

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) ۴

۳.۱.۳ حد نامتناهی

۱۳۲) اگر بازه‌ی $(x - 2, 4x - 1)$ یک همسایگی برای $1/4$ و $1/8$ باشد، محدوده‌ی x کدام است؟

- (۱) $(-0/2, 0/6)$ (۲) $(-0/6, 0/2)$ (۳) $(-0/1, 0/2)$ (۴) $(-0/2, 0/1)$

۱۳۳) اگر $(a, a + b) \cup (b - 2, a + 5)$ یک همسایگی محذوف -1 باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) -3 (۳) 3 (۴) -1

۱۳۴) در صورتی که $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-5x^2}{x^2 + a} = +\infty$ آنگاه a کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 1 (۳) صفر (۴) همه اعداد

۱۳۵) حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) صفر (۴) 1

سراسری تجربی ۸۹

۱۳۶) حد عبارت $\frac{\cos x}{1 - \sin x}$ وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+$ ، کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۱۳۷) حد چپ و راست تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x}{\cos x - 1}$ در $x = 0$ به ترتیب از راست به چپ، کدام اند؟

- (۱) $+\infty$ و $-\infty$ (۲) $-\infty$ و $+\infty$ (۳) $+\infty$ و $+\infty$ (۴) $-\infty$ و $-\infty$

۱۳۸) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} \frac{x}{\cos x}$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) -1 (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۱۳۹) حاصل $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{1+x}{1+\sin x}$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -1 (۳) $-\infty$ (۴) $+\infty$

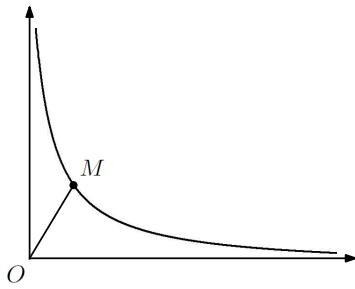
۱۴۰) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\tan x}{\sqrt{1 + \cos 2x}}$ کدام است؟

- (۱) $+1$ (۲) $-\infty$ (۳) $+\infty$ (۴) -1

۱۴۱) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 + x - 2|}{x^3 - x^2 - x + 1}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $+\infty$ (۳) $-\infty$ (۴) $\frac{1}{2}$

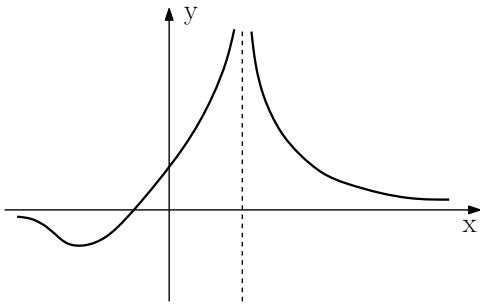
۱۴۲) از مبدأ مختصات به نقطه‌ای روی منحنی $f(x) = \frac{1}{|x|}$ (در ناحیه‌ی اول مختصات) پاره‌خطی وصل می‌کنیم. نقطه‌ی روی منحنی را M و نقطه‌ی مبدأ را O می‌نامیم. وقتی $x \rightarrow 0^+$ ، طول OM به سمت کدام عدد میل می‌کند؟



- (۱) $+\infty$ (۲) ۱ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{5}$

سراسری تجربی ۹۳

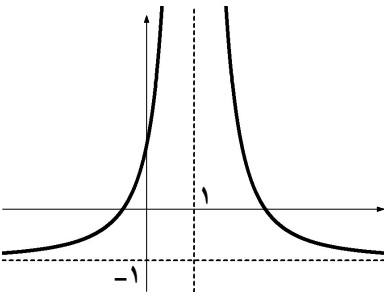
۱۴۳) شکل مقابل نمودار تابع $y = \frac{x+a}{x^2+bx+4}$ است. مقادیر a و b ، چگونه است؟



- (۱) $b = 4, a < 0$ (۲) $b = -4, a < 0$
 (۳) $b = 4, a > 0$ (۴) $b = -4, a > 0$

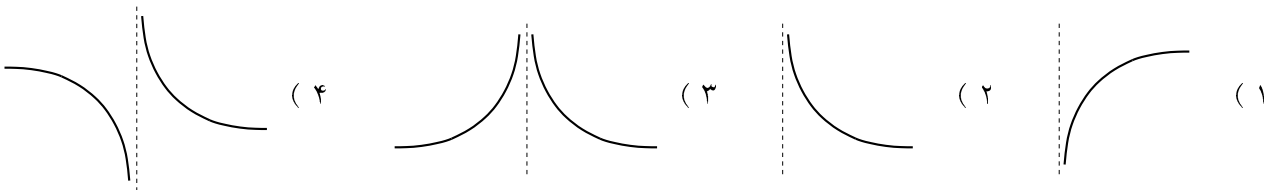
سراسری ۷۴

۱۴۴) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{-x^2+2x+1}{x^2+cx+1}$ است، c کدام است؟

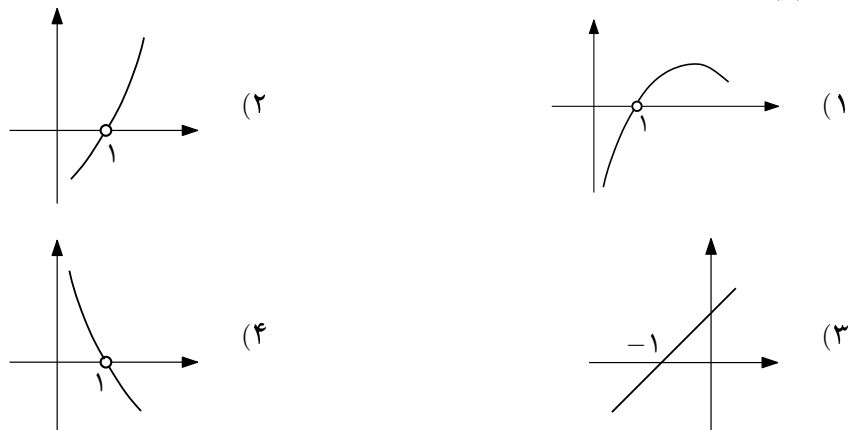


- (۱) -۲ (۲) ۲
 (۳) ۴ (۴) -۴

۱۴۵) اگر $f(x) = \log \frac{x^2+x}{x-1}$ باشد، آنگاه نمودار آن در اطراف خط $x = 1$ به کدام صورت است؟



۱۴۶) با فرض $f(x) = \frac{1}{g(x)}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ ، کدام نمودار زیر می‌تواند نمودار تابع g باشد؟



۲.۳ حد در بی نهایت

(۱۴۷) هرگاه $3x + 2f(x) - 5xf(x) + 2 = 0$ حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ کدام است؟

- $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۱)

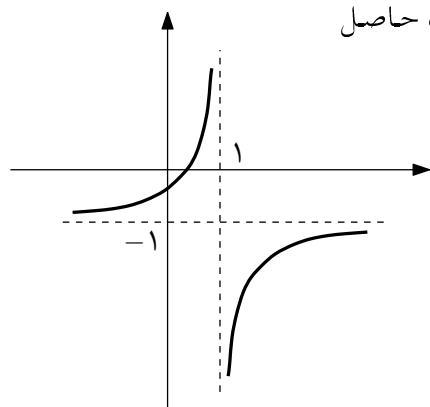
(۱۴۸) مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^{10}(5x+2)^{20}}{(2x+1)^{30}}$ کدام است؟

- $(\frac{5}{2})^{20}$ (۴) $(\frac{2}{5})^{20}$ (۳) $(\frac{5}{2})^{30}$ (۲) $(\frac{2}{5})^{30}$ (۱)

(۱۴۹) حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - |x| + 1}{|1 - 3x| + 2}$ کدام است؟

- صفر (۴) $-\frac{1}{3}$ (۳) -1 (۲) 1 (۱)

(۱۵۰) منحنی تابع $y = f(x)$ مطابق شکل روبه‌رو است. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ ، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow -L^-} f(x)$ کدام است؟



- $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۱)
 -1 (۴) 1 (۳)

(۱۵۱) در صورتی که $f(x) = \frac{mx^n + 5x^{n-1} + 3}{4x^2 - 3x + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{3}$ باشد، $m + n$ کدام است؟

- 4 (۴) -4 (۳) 5 (۲) -5 (۱)

(۱۵۲) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{ax^2 - 5x - 2}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{3}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

- $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{7}{5}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۱)

(۱۵۳) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^4 + 1}{2x^b + x^2 + 1} = 2$ ، آنگاه $a + b$ کدام است؟

- 10 (۴) 8 (۳) 6 (۲) 4 (۱)

(۱۵۴) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - (a-2)x^2 + 3}{3x^2 + 1} = -\frac{2}{3}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- -4 (۴) 4 (۳) $\frac{10}{3}$ (۲) $-\frac{10}{3}$ (۱)

(۱۵۵) مقادیر a و b در عبارت $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + (b-1)x^2 + 2}{2bx^2 - x - 3} = 1$ کدام است؟

- $b = 0, a = 0$ (۴) $b = -\frac{1}{2}, a = -1$ (۳) $b = 0, a = 1$ (۲) $b = -1, a = 0$ (۱)

(۱۵۶) حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{-x + 3}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۳ (۳) $-\infty$ (۴) $+\infty$

(۱۵۷) اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} - ax - b \right) = 0$ ، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۰ (۴) ۱

سراسری ریاضی ۷۰

(۱۵۸) اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} - ax - b) = 0$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) ۰

(۱۵۹) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x (\sqrt{x^2 + 8} - \sqrt{x^2 - 4})$ برابر است با:

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۶ (۴) -۶

سراسری تجربی ۹۰

(۱۶۰) در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{ax^n + 4}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{3}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(۱۶۱) حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - \sqrt{x^2 + 7x - 1}}{5x + \sqrt{x^2 + x} - 2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

فصل ۴

مشتق

۱.۴ آشنایی با مفهوم مشتق

۱.۱.۴ خط مماس بر یک منحنی

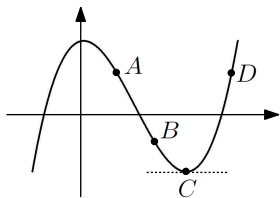
(۱۶۲) اگر $g(x) = |x^2 - 1|$ و $g'(a) = 0$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

(۱۶۳) خط d در $x = 1$ بر نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2x$ مماس است، عرض از مبدأ خط d کدام است؟

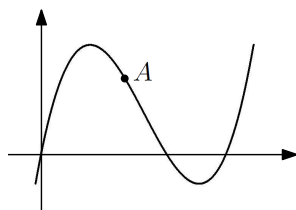
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

(۱۶۴) در کدام یک از نقاط مشخص شده روی نمودار تابع f ، مقدار $f(x)f'(x)$ عددی منفی است؟



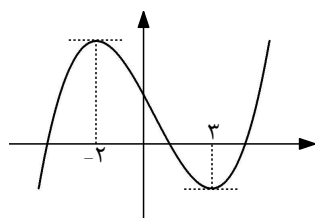
- (۱) A (۲) B (۳) C (۴) D

(۱۶۵) نمودار تابع f به شکل مقابل مفروض است، کدام یک از خطوط داده شده می تواند معادلهی خط مماس بر نمودار تابع f در نقطهی A باشد؟



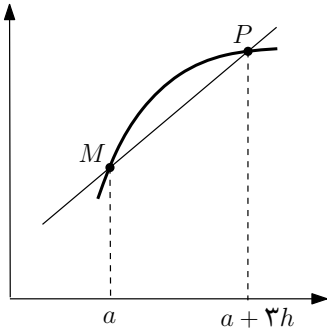
- (۱) $2x + 3y + 1 = 0$ (۲) $-3x + 4y + 2 = 0$
(۳) $x + y - 5 = 0$ (۴) $x - 2y - 3 = 0$

(۱۶۶) نمودار تابع f به شکل مقابل است، کدام یک از گزینه‌های زیر می تواند ضابطه‌ی تابع f' باشد؟



- (۱) $f'(x) = x^2 - x + 4$ (۲) $f'(x) = x^2 + 2x - 6$
(۳) $f'(x) = 2x^2 - 2x - 12$ (۴) $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$

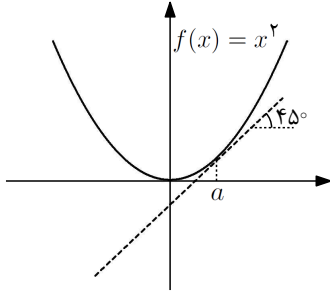
۱۶۷) شکل زیر بخشی از نمودار تابع $y = f(x)$ را نشان می‌دهد. حد شیب وتر MP ، وقتی $h \rightarrow 0$ ، کدام است؟



(۱) $f'(a)$ (۲) $\frac{2}{3} f'(a)$

(۳) $3f'(a)$ (۴) $\frac{1}{3} f'(a)$

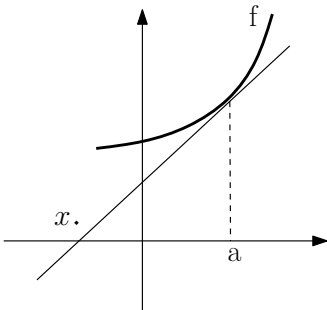
۱۶۸) با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $f(a) + f'(a)$ کدام است؟



(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۶۹) با توجه به نمودار تابع f و خط مماس در نقطه‌ی $x = a$ اگر $\frac{f(a)}{f'(a)} = a + 3$ باشد، مقدار x_0 چقدر است؟



(۱) -۲ (۲) -۳

(۳) -۵ (۴) -۶

۱۷۰) اگر $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt{x^2 - 7x}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۲

(۴) $-\frac{3}{4}$

(۳) $-\frac{3}{2}$

(۲) -۳

(۱) -۶

۱۷۱) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h) - f(1)}{h} = 3$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

(۴) $\frac{9}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) $-\frac{9}{2}$

(۱) $-\frac{3}{2}$

۱۷۲) فرض کنید مشتق تابع f در $x = 1$ موجود بوده و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - h}{h} = 3$ باشد، مقدار $f(1) + f'(1)$ کدام است؟

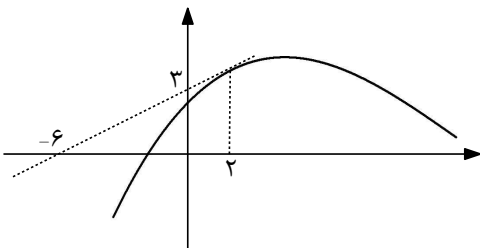
(۴) ۱

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۱۷۳) با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ کدام است؟



(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$

(۳) صفر (۴) ۲

۱۷۴) اگر $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)\sqrt{1+h} - 1}{h}$ باشد، ضابطه‌ی تابع $f(x)$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{x^4}$

(۳) $\sqrt{x^3}$

(۲) $\sqrt{1+x}$

(۱) \sqrt{x}

۲.۱.۴ محاسبه‌ی $f'(a)$ به روش دیگر

(۱۷۵) در تابع $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 15x$ رابطه‌ی $f'(-1) + f'(a) = 0$ برقرار است، a کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰/۵ (۳)

۸/۵ (۲)

۹ (۱)

(۱۷۶) کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ صحیح نیست؟

$f'(-1) + f'(2) < 0$ (۴)

$f'(-1) > f'(-2)$ (۳)

$f'(-1) = -f'(1)$ (۲)

$f'(-1) < 0$ (۱)

(۱۷۷) اگر f یک تابع چندجمله‌ای و $f(2) = 6$ و $3f'(2) = f(2)$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2h}{f(2+h) - f(2)} + \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - f^2(2)}{x^2 - 2x}$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

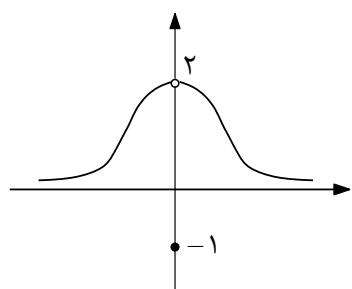
(۱۷۸) اگر مقدار مشتق و مقدار تابع f در نقطه‌ی $x = 1$ به ترتیب برابر ۳ و -۲ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - f^2(1)}{x - 1}$ کدام است؟

۱۲ (۴)

-۱۲ (۳)

۶ (۲)

-۶ (۱)



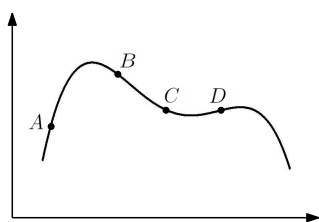
(۱۷۹) اگر نمودار تابع f به صورت شکل روبه‌رو باشد، مشتق تابع $g(x) = xf(x)$ در $x = 0$ کدام است؟

-۱ (۲)

۲ (۱)

وجود ندارد. (۴)

صفر (۳)



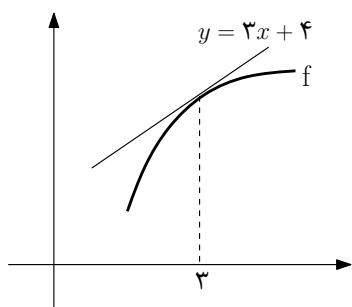
(۱۸۰) نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است، کدام گزینه صحیح است؟ (شیب خط مماس در نقطه‌ی A را با m_A نمایش داده‌ایم.)

$|m_C| > |m_B|$ (۲)

$m_A < m_D$ (۱)

$m_D < 0$ (۴)

$m_A + m_C > 0$ (۳)



(۱۸۱) با توجه به شکل مقابل، حاصل کدام یک از حدهای زیر قطعاً صحیح است؟

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 4}{x - 3} = 13 \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 3}{x - 3} = 4 \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 3}{x - 3} = 3 \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 13}{x - 3} = 3 \quad (۳)$$

(۱۸۲) اگر شیب خط مماس بر منحنی $y = f(x)$ در $x_0 = 1$ برابر با ۵ و $f(1) = 3$ باشد، آنگاه مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 1}$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۱/۵ (۲)

۲/۵ (۱)

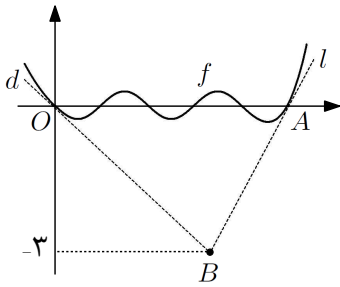
۱۸۳) خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{4}{x}$ در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن، محور طول‌ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

۸ (۴)

-۸ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)



۱۸۴) خطوط d و l بر نمودار تابع f به ترتیب در مبدأ مختصات و نقطه‌ی A مماس هستند.

اگر $x_A = k$ و $-\frac{1}{4}f'(k) = f'(0) = -\frac{1}{4}$ باشد، مساحت مثلث OAB کدام است؟

$\frac{15}{4}$ (۲)

$\frac{15}{2}$ (۱)

$\frac{45}{4}$ (۴)

$\frac{45}{2}$ (۳)

۱۸۵) خط $5y + x = 32$ قائم بر منحنی در نقطه‌ای به طول $x = 2$ روی منحنی تابع مشتق‌پذیر f می‌باشد. حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - f(x) - 30}{5x - 10}$$

کدام است؟

$-\frac{11}{25}$ (۴)

$\frac{11}{25}$ (۳)

-۱۱ (۲)

۱۱ (۱)

۱۸۶) اگر خط $y = 10x - 10$ در نقطه‌ی برخوردش با محور x ها بر منحنی $y = f(x)$ مماس باشد، مشتق تابع

$$y = (f(x) + f^2(x))(x^3 - 2)(x^3 - 3) \dots (x^3 - 10)$$

در نقطه‌ی $x = 1$ کدام است؟

$-2 \times 10!$ (۴)

$2 \times 10!$ (۳)

$-10!$ (۲)

$10!$ (۱)

۱۸۷) اگر نیمساز ناحیه‌ی اول مختصات بر نمودار تابع f در نقطه‌ی $x = 1$ مماس باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1 + \frac{x}{2}) - 1}{x}$ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۱۸۸) خط $y - 4x - 3 = 0$ بر نمودار تابع پیوسته‌ی f در نقطه‌ای به طول $x = 1$ مماس است، حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f^2(x) - 11f(x) - 21}{2(x-1)}$$

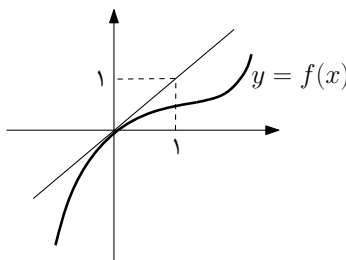
کدام است؟

۶۸ (۴)

۵۱ (۳)

۳۴ (۲)

۱۷ (۱)



۱۸۹) با توجه به شکل روبه‌رو، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

۱ (۲)

صفر (۱)

$+\infty$ (۴)

$-\infty$ (۳)

۱۹۰) مشتق تابع $f(x) = \frac{(x-1) \cdot \sqrt[3]{3x-2}}{(5x-3)^4}$ در نقطه‌ی $x = 1$ کدام است؟

$\frac{5}{16}$ (۴)

$\frac{3}{40}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{16}$ (۱)

۲.۴ مشتق پذیری و پیوستگی

سراسری ۸۲

(۱۹۱) تابع f با ضابطه‌ی مقابل در چند نقطه ناپیوسته و در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; x < 0 \\ x + 1 & ; 0 \leq x < 1 \\ 2x + 2 & ; 1 \leq x < 2 \\ x^2 + 2 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

(۱) یک نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر
 (۲) دو نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر
 (۳) یک نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر
 (۴) دو نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر

(۱۹۲) به ازای کدام مقادیر a تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x + 1 & ; x \geq 1 \\ 2x + 4 & ; x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است؟

(۱) $\{0\}$ (۲) $\{3\}$ (۳) $\{0, 3\}$ (۴) \emptyset

(۱۹۳) به ازای چه مقدار b ، تابع $f(x) = \begin{cases} a|x - 1| + b & ; x < 2 \\ \sqrt{8x} & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق پذیر است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

سراسری ریاضی ۸۷

(۱۹۴) تابع با ضابطه‌ی $y = x\sqrt{x^2}$ از نظر پیوستگی و مشتق پذیری در صفر چگونه است؟

(۱) پیوسته و مشتق پذیر است. (۲) پیوسته است ولی مشتق پذیر نیست.

(۳) نه پیوسته است و نه مشتق پذیر (۴) فقط از راست پیوسته و از راست مشتق پذیر است.

(۱۹۵) اگر تابع $f(x) = (x^2 + ax + b)[x]$ در $x = 2$ مشتق پذیر باشد، $a + b$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

(۱۹۶) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x[\sin x]$ روی بازه‌ی $(-\pi, \frac{\pi}{4})$ کدام وضعیت را دارد؟

(۱) پیوسته - مشتق پذیر (۲) ناپیوسته - مشتق پذیر (۳) پیوسته - مشتق ناپذیر (۴) ناپیوسته - مشتق ناپذیر

سراسری ۶۲

(۱۹۷) تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x^2[x]$ تعریف شده، کدام یک از گزاره‌های زیر درست می‌باشد؟

(۱) f در نقطه‌ی $x = 0$ مشتق چپ دارد ولی مشتق راست ندارد.
 (۲) f در نقطه‌ی $x = 0$ مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد.
 (۳) f در نقطه‌ی $x = 0$ نه مشتق چپ دارد و نه مشتق راست.
 (۴) f در نقطه‌ی $x = 0$ دارای مشتق است.

سراسری تجربی ۸۷

(۱۹۸) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x| \cdot [x]$ ، مقدار $f'_+(\infty) - f'_-(\infty)$ ، کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۹۹) مشتق راست تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ([x] - |x|)\sqrt[9]{x}$ در نقطه‌ی $x = -3$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{16}{3}$ (۲) -5 (۳) -4 (۴) $\frac{7}{3}$

۲۰۰) مشتق چپ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ در نقطه‌ی $x = 0$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۲۰۱) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ در $x = 0$:

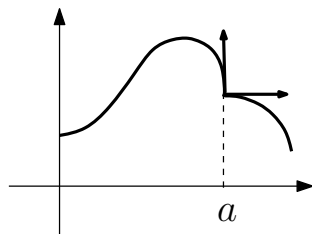
- (۱) مشتق پذیر است. (۲) مشتق چپ دارد و مشتق راست ندارد.

- (۳) مشتق راست دارد و مشتق چپ ندارد. (۴) مشتق چپ و راست ندارد.

۲۰۲) اگر مماس چپ و مماس راست تابع $f(x) = |x|(x+a)$ در نقطه‌ی گوشه‌ای آن بر هم عمود باشند، مجموعه مقادیر a کدام است؟

- (۱) $\{-1\}$ (۲) $\{1\}$ (۳) $\{-1, 1\}$ (۴) \emptyset

۲۰۳) اگر منحنی تابع f به شکل روبه‌رو باشد، کدام گزینه درست است؟



- (۱) $f'_+(a) = -\infty$ (۲) $f'_-(a) = -\infty$ (۳) $f'_-(a) = 0$ (۴) f در a مشتق پذیر است.

۲۰۴) تابع $f(x) = |x^3 - 4x|$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۰۵) تابع $f(x) = \begin{cases} 2-x & ; |x| \leq 1 \\ |x-2| & ; |x| > 1 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰۶) تابع $f(x) = |x^2 - 3|x||$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۵ نقطه (۲) ۳ نقطه (۳) ۲ نقطه (۴) ۱ نقطه

۲۰۷) کدام تابع در اعداد حقیقی مشتق پذیر است؟

- (۱) $y = \sqrt{x^3 - x^2}$ (۲) $y = |\sin x|$ (۳) $y = |x^2 - x + 1|$ (۴) $y = |x^2 - 1|$

۱.۲.۴ تابع مشتق

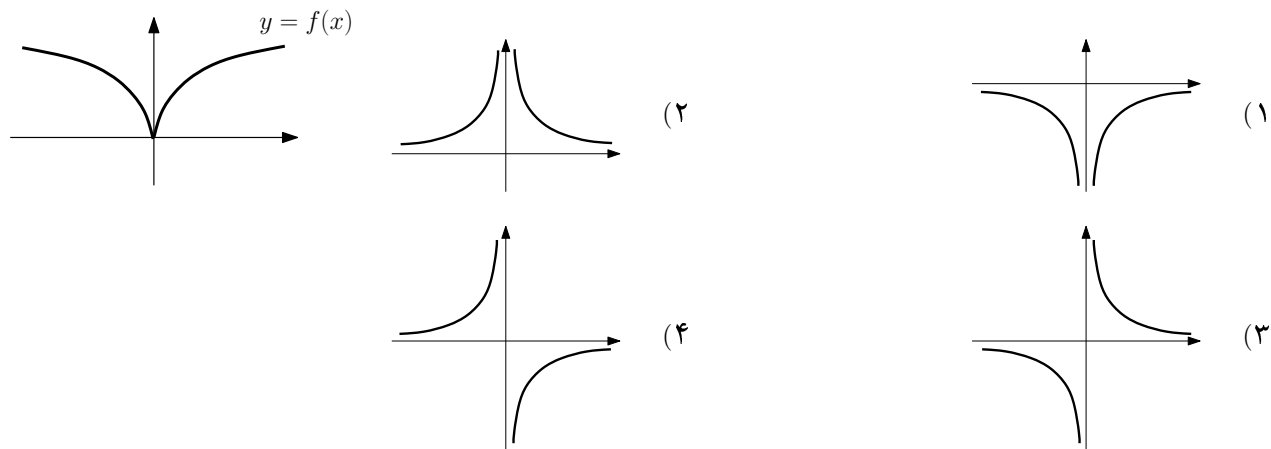
(۲۰۸) دامنه‌ی کدام تابع با دامنه‌ی تابع مشتق آن یکسان است؟

$$k(x) = \sqrt{x} \quad (۴) \quad h(x) = \frac{1}{|x|} \quad (۳) \quad g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases} \quad (۲) \quad f(x) = |x^2 - 1| \quad (۱)$$

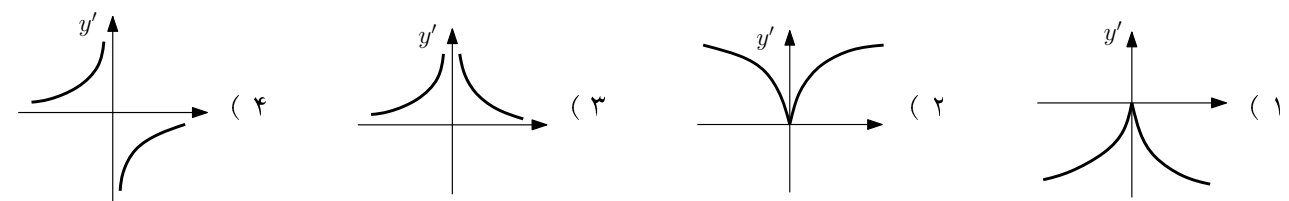
(۲۰۹) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \geq 1 \\ x^2 - 1 & ; x < 1 \end{cases}$ باشد، کدام گزینه نا درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = 2 \quad (۴) \quad f'_-(1) = 2 \quad (۳) \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = 2 \quad (۲) \quad f'_+(1) = 2 \quad (۱)$$

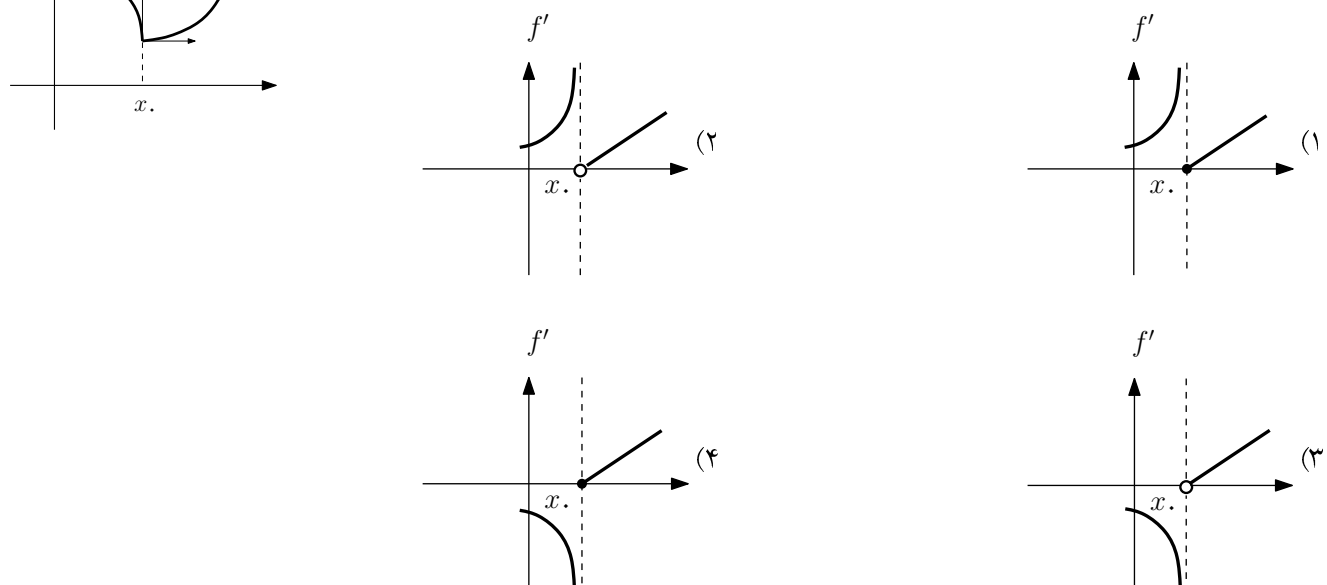
(۲۱۰) اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت شکل مقابل باشد، نمودار تابع $y = f'(x)$ به کدام صورت است؟



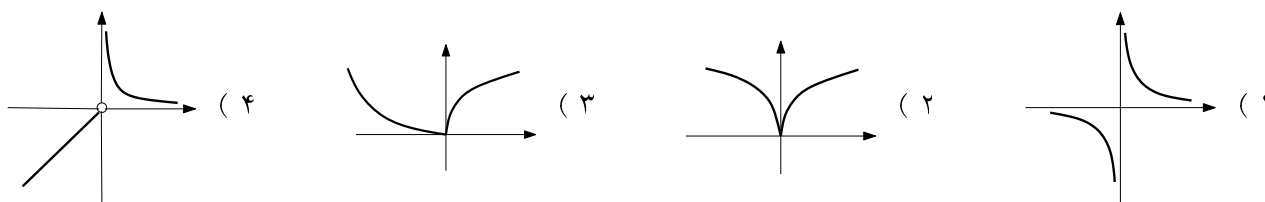
(۲۱۱) اگر $y = \sqrt{x^2(x-1)}$ نمودار مشتق آن در اطراف $x = 0$ به کدام صورت است؟



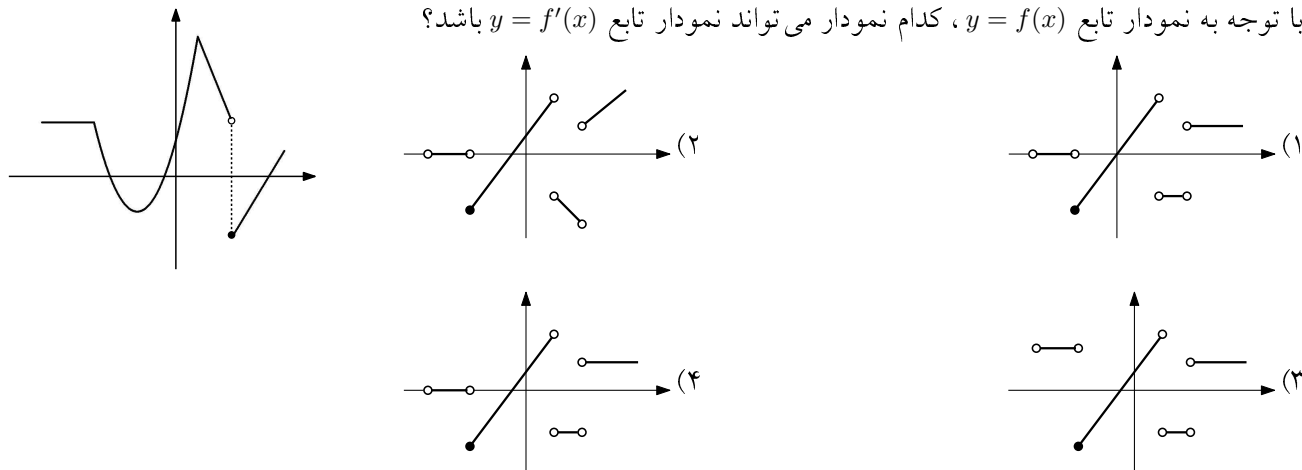
(۲۱۲) اگر منحنی تابع f به صورت روبه‌رو باشد، نمودار مشتق تابع f به کدام صورت می‌تواند باشد؟



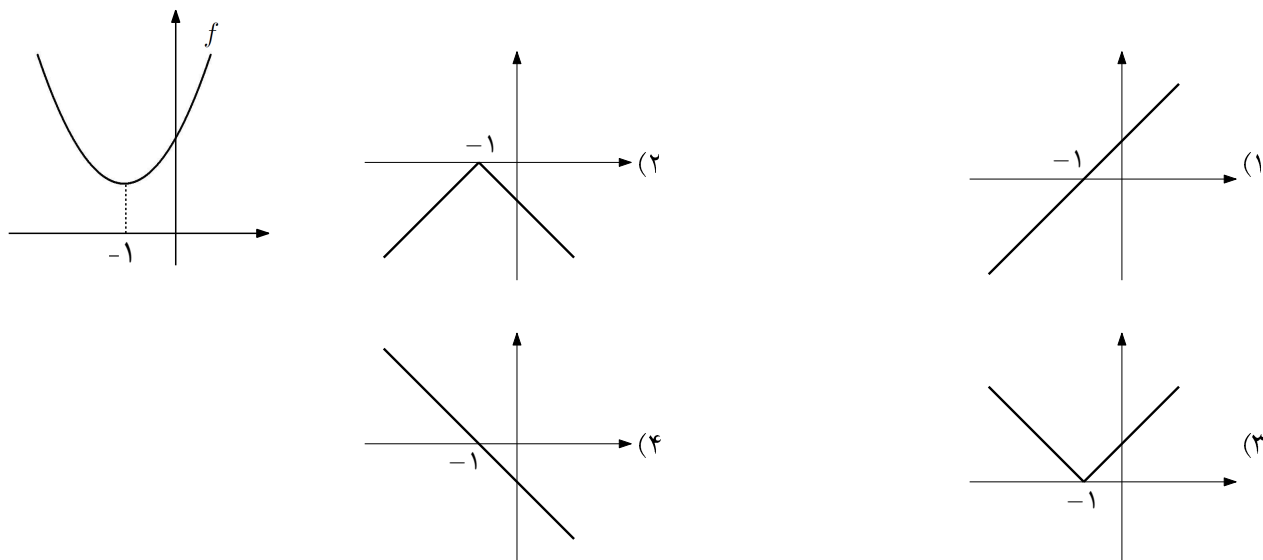
۲۱۳) نمودار تابع مشتق تابع $y = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ x^2 & ; x < 0 \end{cases}$ کدام است؟



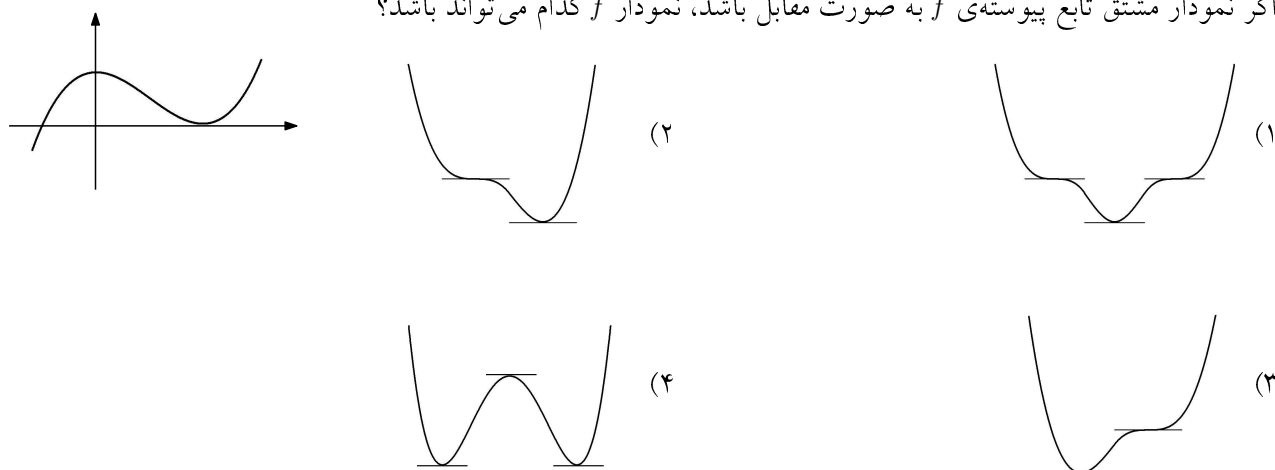
۲۱۴) با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، کدام نمودار می تواند نمودار تابع $y = f'(x)$ باشد؟



۲۱۵) اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت سهمی مقابل باشد، نمودار تابع $y = f'(x)$ به کدام صورت است؟



۲۱۶) اگر نمودار مشتق تابع پیوسته f به صورت مقابل باشد، نمودار f کدام می تواند باشد؟



۲.۲.۴ محاسبه تابع مشتق برخی توابع

(۲۱۷) اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + x$ ، آنگاه $g'(f(x))$ کدام است؟

- (۱) x (۲) $x-1$ (۳) x^2+1 (۴) $x-2$

(۲۱۸) اگر $f(x) = (\sqrt{1+x^2} - x)^5$ و $g(x) = \frac{1}{(\sqrt{1+x^2} + x)^5}$ ، مقدار $f'.g - g'.f$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 0 (۳) 1 (۴) 2

(۲۱۹) اگر $f(x)$ و $g(x)$ توابعی مشتق پذیر و $g(x) \times f(x) = x^2$ باشد، حاصل $\frac{f'}{f} + \frac{g'}{g}$ کدام است؟

- (۱) $2x$ (۲) x^2 (۳) $\frac{2}{x}$ (۴) $\frac{2}{x^2}$

(۲۲۰) اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ، آنگاه $\frac{f(x)}{f'(x)}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{x+1}{2}$ (۲) $-2(x+1)$ (۳) $-2(x+1)^2$ (۴) $-\frac{x+1}{2}$

(۲۲۱) مشتق تابع $y = \frac{x + \sqrt{x-x^2}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ (۲) $\frac{2x+1}{\sqrt{x-x^2}}$ (۳) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (۴) $\frac{x-2}{\sqrt{x-x^2}}$

(۲۲۲) اگر $f(x) = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$ باشد، $f'(0)$ کدام است؟

- (۱) 0 (۲) 1 (۳) $3!$ (۴) $8!$

(۲۲۳) مشتق تابع $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ در نقطه‌ی $x=1$ برابر ۳ است. اگر $f(1) = 0$ ، $f'(1) = 4$ و $g'(1)$ موجود باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟

سراسری تجربی ۸۱

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

(۲۲۴) مقدار مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ||x-x^2| - 6|$ به ازای $x=2$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 3

(۲۲۵) اگر $f(x) = (x^2+x-2)(x^3-1)(x+\sqrt{x})$ ، آنگاه $f'(1)$ برابر است با:

- (۱) 0 (۲) 2 (۳) 6 (۴) 12

(۲۲۶) مشتق تابع $f(x) = \frac{(x-1)^2(x+1)^2}{x^2+x+1}$ در نقطه‌ی $x=1$ برابر است با:

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) 0 (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) 1

(۲۲۷) اگر $f(x) = x^2 - x$ و $g(x) = \sqrt{2x}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x)g(2 + \Delta x) - f(2)g(2)}{\Delta x}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

(۲۲۸) اگر $f(x) = (\sqrt{x^2 + 1} + 1)^3$ و $g(x) = (\sqrt{x^2 + 1} - 1)^3$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h)g(-1+h) - f(-1)g(-1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) -۱۲

(۲۲۹) شیب خط مماس بر منحنی $y = x^3 + 3x^2 - 8$ در نقطه‌ی تقاطع آن با منحنی $y = 3x^2$ برابر کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴

(۲۳۰) اگر منحنی $y = x^3 + ax^2 + bx + 6$ بر خط $y = 2x + 1$ در $x = -1$ مماس باشد، b کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۷ (۳) ۱۲ (۴) ۶

(۲۳۱) به ازای کدام مقدار a منحنی به معادله‌ی $ay = x^2 + 5x + 4$ بر نیمساز ناحیه‌ی اول مماس است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۹

(۲۳۲) به ازای کدام مقدار b خط به معادله‌ی $y = -3x + b$ بر نمودار تابع $y = x^3 - 3x^2$ مماس است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

(۲۳۳) خط مماس بر منحنی $y = x^2$ در نقطه‌ی $A(\alpha, \alpha^2)$ محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض -۱ قطع می‌کند. طول نقطه‌ی تماس کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۳ (۴) ۲

(۲۳۴) خطی به موازات $y = -2x + 1$ بر منحنی $y = x^2$ مماس است، طول نقطه‌ی تماس کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴) -۲

(۲۳۵) خط مماس بر تابع $f(x) = x^3 - x^2$ در کدام یک از نقاط زیر (واقع بر منحنی تابع) بر خط $5y + x + 2 = 0$ عمود است؟

- (۱) (۱, ۰) (۲) (۰, ۰) (۳) (-۱, -۲) (۴) (۲, ۴)

(۲۳۶) خط قائم بر منحنی تابع $y = \frac{x+2}{x-1}$ در نقطه‌ی برخورد منحنی با محور عرض‌ها از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

- (۱) (۰, ۱) (۲) (۳, -۱) (۳) (۲, ۴) (۴) $(-1, -\frac{1}{3})$

(۲۳۷) به ازای کدام مقدار a نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = ax^2 + 4x$ ، بر هم مماس‌اند؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۳.۲.۴ مشتق تابع مرکب / قاعده زنجیری

(۲۳۸) در رابطه‌ی $f(x+g(x)) = g(2x)$ وقتی $g'(0) = 2$ و $g(0) = 1$ آنگاه $f'(1)$ کدام است؟ (f و g در \mathbb{R} مشتق پذیرند.)

- (۴) ۱ (۳) $\frac{2}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{2}{3}$

(۲۳۹) اگر $(f \circ g)(x) = x$ و $f'(x) = \frac{1}{x}$ باشد، $g'(x)$ کدام است؟

- (۴) $g(x)$ (۳) $-\frac{1}{g(x)}$ (۲) $\frac{1}{g(x)}$ (۱) $-g(x)$

(۲۴۰) اگر $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ و $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ مقدار $g'\left(\frac{3}{4}\right)$ کدام است؟
سراسری ۷۵

- (۴) $-\frac{16}{15}$ (۳) $-\frac{15}{16}$ (۲) $\frac{15}{16}$ (۱) $\frac{16}{15}$

(۲۴۱) اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ و $g(x) = |5-x|$ و $p(x) = g \circ f(x)$ مقدار $p'(1) + p'(4)$ کدام است؟

- (۴) ۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱) -3

(۲۴۲) مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{2x^2}$ کدام است؟
سراسری تجربی ۷۱

- (۴) $f'(x) = \frac{2x+1}{2x^3}$ (۳) $f'(x) = \frac{2x+1}{x^3}$ (۲) $f'(x) = \frac{2x-1}{x^3}$ (۱) $f'(x) = \frac{2x-1}{2x^3}$

(۲۴۳) اگر مشتق تابع $f(x)$ برابر $\tan x$ باشد، مشتق تابع $f(ax)$ که در آن a ثابت است برابر است با:

- (۴) $\tan x$ (۳) $a \tan ax$ (۲) $a \tan x$ (۱) $\tan ax$

(۲۴۴) اگر $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x+2}}$ ، مشتق تابع $f(xf(x))$ در نقطه‌ی $x=2$ کدام است؟
سراسری ریاضی ۸۹

- (۴) ۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۱) -1

(۲۴۵) اگر $f(x) = \frac{x^2-2}{1+x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ حاصل $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ ، کدام است؟
سراسری ریاضی ۹۲

- (۴) $\frac{x-3}{x^2}$ (۳) $\frac{1}{3x}$ (۲) $\frac{3}{x^2}$ (۱) $\frac{3}{x}$

(۲۴۶) اگر $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$ و $g(x) = 4x + |x|$ باشند، مشتق تابع $f \circ g$ ، کدام است؟
سراسری تجربی ۹۴

- (۴) مشتق ندارد. (۳) ۴ (۲) ۳ (۱) ۲

(۲۴۷) اگر $f(x) = x^2 + 2x$ و $g(x) = x^2 + x$ باشد حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f \circ g)(1+h) - 12}{h}$ برابر کدام است؟

- (۴) ۴۸ (۳) ۴۲ (۲) ۳۶ (۱) ۲۸

(۲۴۸) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2x-h) - f(2x+h)}{h} = \sqrt{x}$ مقدار $f'(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

(۲۴۹) هرگاه $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x - 1} = 4$ و $h(x) = f(x) + g(2-x)$ باشد، آنگاه $h'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

(۲۵۰) حد کدام یک از کسرهای زیر وقتی $h \rightarrow 0$ برابر $f'(x)$ است؟

(۱) $\frac{f(x+2h) - f(x-h)}{h}$ (۲) $\frac{f(x) - f(x+h)}{h}$

(۳) $\frac{f(x+h) - f(x-h)}{h}$ (۴) $\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$

(۲۵۱) با فرض $f(x) = |x|\sqrt{x+4}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2h) - f(-3h)}{h}$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۲ (۴) -۲

(۲۵۲) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 & ; x \geq 2 \\ 3x^2 + 2 & ; x < 2 \end{cases}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(2-h) - f(2)}{h}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) صفر (۳) -۱۲ (۴) وجود ندارد.

(۲۵۳) در تابع $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & ; x \geq 1 \\ 5x & ; x < 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h^2) - f(1)}{h^2}$ چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

(۲۵۴) مشتق $f(\sqrt[3]{6x+2})$ در نقطه‌ی $x = 1$ برابر ۲- است، شیب خط قائم بر نمودار f در نقطه‌ای به طول ۲ کدام است؟ سراسری ریاضی ۸۶

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴

(۲۵۵) هرگاه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+1) - 5}{x^2 - 4} = 3$ ، شیب خط مماس بر منحنی $y = f^2(x)$ در $x = 3$ کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۱۲۰

(۲۵۶) منحنی $y = (x\sqrt{x} - 1)^2$ در نقطه‌ای به طول صفر بر کدام خط مماس است؟ آزاد ریاضی ۶۷

- (۱) $y = x$ (۲) $y = 0$ (۳) $x = 1$ (۴) $y = 1$

۴.۲.۴ مشتق پذیری روی یک بازه

۶۹ سراسری (۲۵۷) اگر مشتق تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & ; x > 1 \\ x + b\sqrt{x} & ; x \leq 1 \end{cases}$ بر \mathbb{R} پیوسته باشد، $a + b$ چقدر است؟

- ۲ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۹۲ سراسری ریاضی (۲۵۸) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & ; x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & ; x \geq 1 \end{cases}$ ، بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

- ۲ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

(۲۵۹) تابع با ضابطه $f(x) = \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$ در کدام بازه مشتق پذیر است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- $(-\infty, -1)$ (۴) $[1, +\infty)$ (۳) $(-1, 0)$ (۲) $[0, 1]$ (۱)

(۲۶۰) تابع با ضابطه $f(x) = x[\sin x]$ روی بازه $(-\pi, \frac{\pi}{4})$ کدام وضعیت را دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) پیوسته - مشتق پذیر (۲) ناپیوسته - مشتق پذیر (۳) پیوسته - مشتق ناپذیر (۴) ناپیوسته - مشتق ناپذیر

(۲۶۱) کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} |x-1| & ; x > 0 \\ -x & ; x \leq 0 \end{cases}$ صحیح است؟

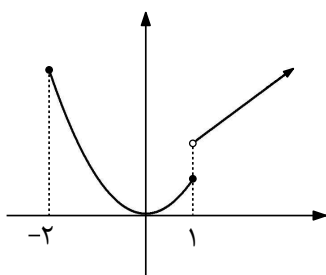
- (۱) تابع در $x = 0$ مشتق پذیر است. (۲) تابع در فاصله $[-\infty, 0]$ مشتق پذیر است.

- (۳) $f'_-(0) = f'_+(0) = -1$ (۴) تابع در فاصله $(0, +\infty)$ مشتق پذیر است.

(۲۶۲) تابع $f(x) = \left\lfloor 2x - \frac{1}{4} \right\rfloor$ روی بازه $[1, 1+k]$ مشتق پذیر است، بیشترین مقدار k کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

(۲۶۳) نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است، این تابع روی کدام بازه مشتق پذیر نیست؟



- (۱) $[-2, 1]$ (۲) $(1, +\infty)$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $[-2, 0]$

۵.۲.۴ مشتق مرتبه دوم

(۲۶۴) اگر $f(x) = \frac{x^2 + x}{x + 1}$ حاصل $f''(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۱

(۲۶۵) اگر $f(x) = \sqrt{x+5}$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x+1) - f'(4)}{x^2 - 9}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{108}$ (۲) $-\frac{1}{648}$ (۳) $-\frac{1}{162}$ (۴) $-\frac{1}{27}$

(۲۶۶) فرض کنیم تابع $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ روی \mathbb{R} مشتق پذیر از مرتبه دوم باشد و $f'(1) = 1$ و $h(x) = f(1 - 4x^2)$ ، $\forall x \in \mathbb{R}$ ، مقدار $h''(0)$ کدام است؟

- (۱) -۱۶ (۲) -۸ (۳) ۸ (۴) ۱۶

سراسری ۶۶

(۲۶۷) تابع f با ضابطه $f(x) = x^2|x|$ در $x = 0$

- (۱) مشتق اول دارد ولی مشتق دوم ندارد. (۲) مشتق دوم دارد ولی مشتق اول ندارد.

سراسری ۷۵

- (۳) مشتق اول و دوم ندارد. (۴) مشتق اول و دوم دارد.

(۲۶۸) مشتق مرتبه دوم تابع $f(x) = (2x - 1)^2 \sqrt{x + \frac{1}{4}}$ در $x = \frac{1}{4}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

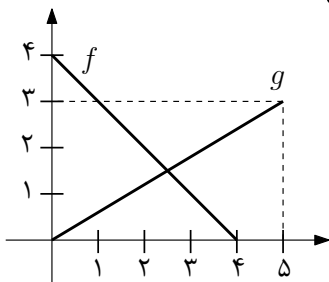
(۲۶۹) اگر $f(x) = \sqrt{2x+3}$ باشد، حاصل $ff'' + (f')^2$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

(۲۷۰) اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $f'(a) = f''(a)$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

(۲۷۱) نمودار توابع f و g به صورت روبه‌رو است. اگر $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ آنگاه حاصل $h''(2)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{5}{6}$

- (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۳.۴ آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر

۲۷۲) آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{2x+5}$ در بازه‌ی $[-\frac{1}{4}, a]$ برابر $\frac{2}{5}$ است، مقدار a کدام است؟

- ۲ (۱) ۲/۵ (۲) ۳ (۳) ۳/۵ (۴)

۲۷۳) اگر آهنگ تغییر لحظه‌ای $f(x)$ در نقطه‌ی $x = 2$ برابر $-\frac{3}{4}$ باشد، حد عبارت $\frac{f(2) - f(2+h)}{h}$ وقتی $h \rightarrow 0$ برابر کدام است؟

سراسری تجربی ۷۷

- ۳ (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۲۷۴) در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ تغییر متوسط تابع نسبت به تغییر متغیر، روی بازه $[2/25, 2/56]$ ، از آهنگ آنی، در شروع این بازه، چقدر کمتر است؟

سراسری تجربی ۸۷

- $\frac{1}{93}$ (۱) $\frac{2}{93}$ (۲) $\frac{1}{62}$ (۳) $\frac{1}{31}$ (۴)

۲۷۵) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x ، در نقطه‌ی $x = 1$ با نمو متغیر $0/21$ از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه، چقدر کمتر است؟

سراسری تجربی ۹۴

- $\frac{1}{42}$ (۱) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{3}{42}$ (۳) $\frac{2}{21}$ (۴)

۲۷۶) در تابعی با ضابطه‌ی $f(t) = \frac{240}{t}$ ، آهنگ تغییر آنی f در لحظه‌ی $t = 4$ چقدر از آهنگ متوسط تغییر f از لحظه‌ی $t = 3$ تا $t = 5$ بیشتر است؟

سراسری ریاضی ۸۰

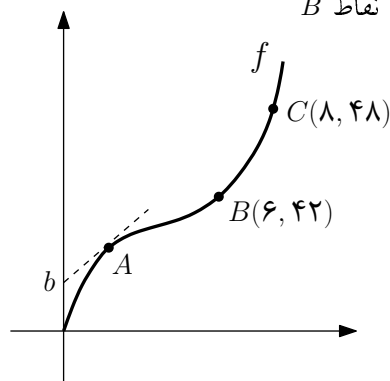
- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۲۷۷) آهنگ لحظه‌ای تغییر حجم V یک کره نسبت به شعاع r در $r = 1$ ، چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت آن نسبت به شعاع در $r = 1$ است؟

- $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۲۷۸) در شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع f رسم شده است. اگر آهنگ متوسط تغییر تابع بین نقاط B

تا C ، برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطه‌ی $A(a, 2a)$ باشد، حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟



- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲)

- $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۲۷۹) معادله‌ی حرکت یک گلوله توپ که از زمین به طور قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود به صورت $S = -5t^2 + 20t$ است، آهنگ لحظه‌ای این گلوله در زمان برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ (با صرف نظر کردن از مقاومت هوا)

- ۲۰ (۱) -۱۵ (۲) -۱۰ (۳) -۵ (۴)

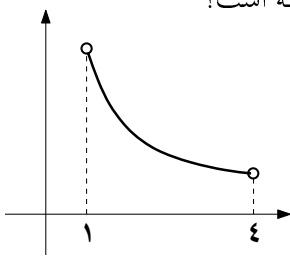
فصل ۵

کاربرد مشتق

۱.۵ اکسترم‌های تابع

۱.۱.۵ یکنوایی تابع و ارتباط آن با مشتق

(۲۸۰) در شکل مقابل نمودار تابع f در بازه‌ی $(1, 4)$ رسم شده است، نمودار $y = \frac{f(x)}{x^3}$ در این بازه چگونه است؟



(۲) نزولی

(۱) صعودی

(۴) ابتدا نزولی و بعد صعودی

(۳) ابتدا صعودی و بعد نزولی

سراسری ۷۱

(۲۸۱) در کدام فاصله تابع با ضابطه‌ی $y = x + 1 + \frac{4}{x^2}$ صعودی است؟

(۴) $(-\infty, 0)$ و $[2, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -2]$ و $[0, +\infty)$

(۲) $(-\infty, 2]$

(۱) $[0, +\infty)$

سراسری ۷۹

(۲۸۲) عدد a را در کدام بازه اختیار کنیم که تابع $f(x) = \frac{ax-2}{x+a-3}$ برای $x < 1$ صعودی اکید باشد؟

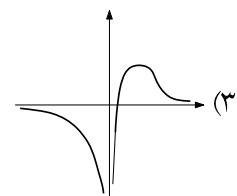
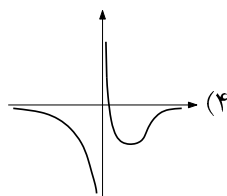
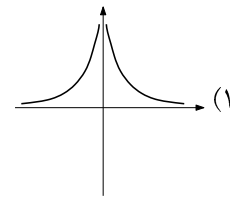
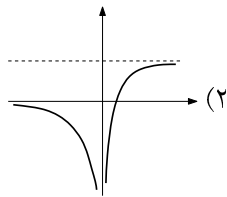
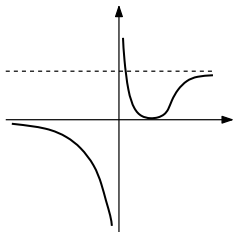
(۴) $(-\infty, 1)$

(۳) $(2, +\infty)$

(۲) $(1, +\infty)$

(۱) $(1, 2)$

(۲۸۳) اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار f' به کدام صورت می‌تواند باشد؟

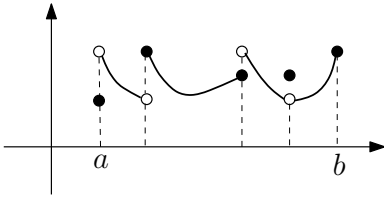


۲.۱.۵ اکستریم‌های نسبی تابع

(۲۸۴) کدام گزینه‌ی زیر درست نمی‌باشد؟

- (۱) اگر تابع f در a مشتق‌پذیر و a طول نقطه‌ی اکستریم تابع f باشد آنگاه $f'(a) = 0$
- (۲) اگر تابع f در بازه‌ی I تعریف شده باشد و برای هر $x \in I$ داشته باشیم $f'(x) = 0$ آنگاه f در بازه‌ی I ثابت است.
- (۳) اگر تابع f در a مشتق‌پذیر و $f'(a) = 0$ آنگاه a طول نقطه‌ی اکستریم تابع است.
- (۴) اگر تابع f در $[a, b]$ پیوسته و در (a, b) مشتق‌پذیر باشد آنگاه عددی مانند c در بازه‌ی (a, b) وجود دارد به طوری که $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$

(۲۸۵) شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ در بازه‌ی $[a, b]$ می‌باشد، این تابع دارای چند اکستریم نسبی است؟



- | | |
|-------|-------|
| ۳ (۲) | ۲ (۱) |
| ۵ (۴) | ۴ (۳) |

(۲۸۶) کدام یک از گزینه‌های زیر طول مینیمم نسبی تابع $y = |\sqrt{x} - 1| + |-\sqrt{x} + 2|$ است؟

- | | | | |
|---------------------|-------------|-----------------------|-------------|
| $x = \sqrt{27}$ (۴) | $x = 9$ (۳) | $x = \sqrt[3]{2}$ (۲) | $x = 8$ (۱) |
|---------------------|-------------|-----------------------|-------------|

(۲۸۷) تابع $y = (-1)^{[x]} x^2$ در نقاط به طول‌های $x = 1$ و $x = 2$ به ترتیب دارد.

- | | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------|--------------------|
| (۱) ماکزیمم، مینیمم | (۲) مینیمم، ماکزیمم | (۳) ماکزیمم، ماکزیمم | (۴) مینیمم، مینیمم |
|---------------------|---------------------|----------------------|--------------------|

(۲۸۸) تابع $y = \frac{|x|}{x-1}$ مفروض است، کدام گزاره‌ی زیر درست است؟

- | | |
|--------------------------------------|---|
| (۱) در نقطه‌ی $x = 0$ مشتق‌پذیر است. | (۲) در نقطه‌ی $x = 0$ دارای نقطه‌ی عطف است. |
|--------------------------------------|---|

- | | |
|---|--|
| (۳) در نقطه‌ی $x = 0$ مینیمم نسبی دارد. | (۴) در نقطه‌ی $x = 0$ ماکزیمم نسبی دارد. |
|---|--|

آزاد ریاضی ۶۶

(۲۸۹) تابع $y = \sqrt{x^2 - x^4}$ در $x = 0$ چه وضعی دارد؟

- | | |
|------------------|-------------------|
| (۱) مینیمم دارد. | (۲) ماکزیمم دارد. |
|------------------|-------------------|

- | | |
|--------------------|----------------------|
| (۳) مشتق‌پذیر است. | (۴) نقطه‌ی عطف دارد. |
|--------------------|----------------------|

(۲۹۰) نقطه‌ی $x = 0$ برای تابع $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ چه نقطه‌ای است؟

- | | | | |
|------------------|-----------------|---------|----------|
| (۱) ماکزیمم نسبی | (۲) مینیمم نسبی | (۳) عطف | (۴) عادی |
|------------------|-----------------|---------|----------|

۳.۱.۵ نقاط بحرانی تابع

(۲۹۱) مجموع طول‌های نقاط بحرانی تابع $y = |x^3 - 3x^2|$ در بازه‌ی $[-1, 4]$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

سراسری تجربی ۸۳

(۲۹۲) مجموعه‌ی طول‌های نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (x^2 - 28)\sqrt{x}$ کدام است؟

- {-۲, ۲} (۱) $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$ (۲) $\{-2, 0, 2\}$ (۳) $\{-7, 0, 1\}$ (۴)

سراسری تجربی ۸۵

(۲۹۳) نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2(x-2)^2$ سه رأس یک مثلث‌اند، نوع این مثلث کدام است؟

- (۱) متساوی الاضلاع (۲) فقط متساوی الساقین (۳) فقط قائم‌الزاویه (۴) قائم‌الزاویه و متساوی الساقین

(۲۹۴) تابع f روی بازه‌ی $[a, b]$ تعریف شده است، در این مورد کدام بیان درست است؟

(۱) هر نقطه‌ی بحرانی، نقطه‌ی اکسترمم نسبی است. (۲) هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی، نقطه‌ی بحرانی است.

(۳) در هر نقطه‌ی بحرانی، مشتق تابع صفر است. (۴) در هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی، مشتق تابع صفر است.

سراسری ۷۹

(۲۹۵) اگر تابع f در نقطه‌ی $x = c$ دارای اکسترمم نسبی باشد الزاماً تابع f چگونه است؟

(۱) $f'(c) = 0$ (۲) در c پیوسته است.

(۳) در همسایگی c تعریف شده است. (۴) در c مشتق‌پذیر است.

(۲۹۶) حاصل‌جمع مقادیر اکسترمم تابع $y = (x-1)(x-2)(x-3)$ چقدر است؟

- ۴ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

(۲۹۷) حاصل‌ضرب طول‌های نقاط اکسترمم منحنی تابع $f(x) = ax^3 - 4x^2 - 2x + 1$ برابر $\frac{2}{3}$ است، مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴)

(۲۹۸) به ازای کدام مقادیر m ، خط به معادله‌ی $y = m$ منحنی تابع $y = x^3 - 6x^2$ را در سه نقطه‌ی متمایز قطع می‌کند؟

- $-8 < m < 8$ (۱) $-16 < m < 16$ (۲) $-64 < m < -32$ (۳) $-32 < m < 0$ (۴)

سراسری تجربی ۷۰

(۲۹۹) طول پاره‌خط واصل بین نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع با ضابطه‌ی $y = x^3 - 3x + 2$ کدام است؟

- $3\sqrt{2}$ (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴)

۲.۵ بهینه‌سازی

۳۰۸) دو برابر عددی از عدد دیگر ۶ واحد بیشتر است. اگر حاصل ضرب آنها مینیمم باشد، مجموع آن دو عدد کدام است؟

سراسری ۸۱

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۳۰۹) مربع مستطیلی که یک ضلع آن بر روی محور x و دو رأس آن بر روی منحنی $y = -x^2 + 4$ در بازه $[-2, 2]$ می‌باشد، مفروض است. اگر مساحت این مربع مستطیل بیشترین مقدار ممکن باشد، مقدار آن کدام است؟

(۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $16\sqrt{2}$ (۳) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{32}{3\sqrt{3}}$

۳۱۰) ماکزیمم مساحت مستطیل محاط شده در مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائمه‌ای a و b به طوری که دو ضلع مستطیل بر اضلاع قائمه‌ی مثلث واقع باشند، کدام است؟

(۱) $\frac{ab}{4}$ (۲) $\frac{ab}{2}$ (۳) $\frac{ab}{3}$ (۴) $\frac{ab}{8}$

۳۱۱) بیشترین مساحت از مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ای که مجموع یک ضلع زاویه‌ی قائمه و وتر آن ۶ باشد کدام است؟

سراسری ۸۲

(۱) ۳ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۴ (۴) $3\sqrt{2}$

۳۱۲) خطی با ضریب زاویه‌ی m از نقطه‌ی $(1, 2)$ رسم می‌کنیم تا محور طول‌ها را در نقطه‌ی A با طول مثبت و محور عرض‌ها را در نقطه‌ی B با عرض مثبت قطع کند، به ازای چه مقدار m مساحت مثلث OAB مینیمم می‌شود؟ (O مبدا مختصات است.)

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۳۱۳) بیشترین حجم از بین مخروط‌هایی که طول مولد آنها $3\sqrt{3}$ سانتی متر است، کدام است؟

سراسری ۷۸

(۱) 12π (۲) 15π (۳) 18π (۴) 27π

۳۱۴) سطح جانبی یک استوانه S' و سطح قاعده‌ی آن S است. اگر $S + S' = 12$ فرض شود، شعاع قاعده‌ی استوانه چقدر باشد تا حجم ماکزیمم گردد؟

سراسری ۷۰

(۱) $\frac{2}{\pi}$ (۲) $\frac{3}{\pi}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ (۴) $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$

۳۱۵) اگر یک قوطی استوانه‌ای شکل به حجم ماکزیمم از یک صفحه‌ی فلزی به مساحت 150π سانتی متر مربع بسازیم حجم این استوانه چند سانتی متر مکعب خواهد بود؟

سراسری تجربی ۶۹

(۱) 250π (۲) 280π (۳) 300π (۴) 320π

۳۱۶) در داخل کره‌ای به شعاع ۳ واحد، مخروطی با حجم ماکزیمم محاط می‌کنیم، ارتفاع مخروط کدام است؟

سراسری تجربی ۷۷

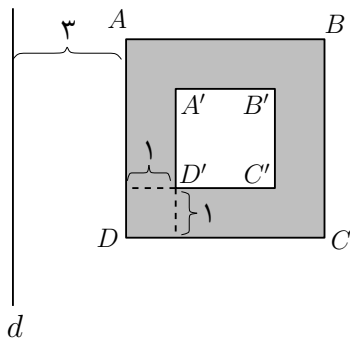
(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۵

فصل ۶

هندسه

۱.۶ تفکر تجسمی و آشنایی با مقاطع مخروطی

۱.۱.۶ دوران حول محور

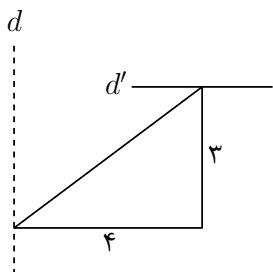


۳۱۷) حجم حاصل از دوران شکل روبه‌رو حول محور d کدام است؟
(چهارضلعی‌های $ABCD$ و $A'B'C'D'$ مربع هستند و $AB = 4$ و $A'B' = 2$.)

- ۸۰π (۱) ۱۲۰π (۲) ۱۰۰π (۳) ۱۵۲π (۴)

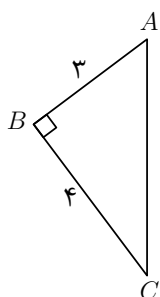
۳۱۸) اگر مثلث متساوی‌الساقین را حول قاعده‌ی آن دوران دهیم، در این صورت دو مخروط با قاعده‌ی یکسان حاصل می‌شود که . .

- ۱) شعاع قاعده‌ی آن برابر طول ساق مثلث است.
- ۲) شعاع قاعده‌ی آن برابر طول قاعده‌ی مثلث است.
- ۳) شعاع قاعده‌ی آن برابر ارتفاع وارد بر قاعده‌ی مثلث است.
- ۴) شعاع قاعده‌ی آن برابر نصف طول قاعده‌ی مثلث است.



۳۱۹) اگر مثلث قائم‌الزاویه‌ی شکل زیر را حول خط d و سپس حول خط d' که از یک سر وتر این مثلث می‌گذرد و موازی با ضلع دیگر قائمه است دوران دهیم، نسبت حجم بزرگتر حاصل شده به حجم کوچکتر حاصل شده کدام است؟

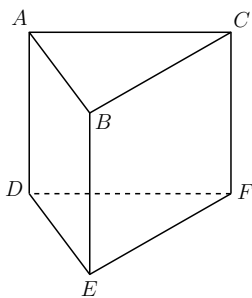
- ۱۶/۳ (۱) ۱۶/۹ (۲) ۴/۳ (۳) ۹/۴ (۴)



۳۲۰) مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ($\hat{B} = 90^\circ$) را 360° درجه حول بزرگترین ضلع آن دوران می‌دهیم. حجم شکل فضایی حاصل کدام است؟

- ۴۸π/۵ (۱) ۱۴۴π/۵ (۲) ۴۸π/۲۵ (۳) ۱۴۴π/۲۵ (۴)

۲.۱.۶ برش



(۳۲۱) در منشور قائم مقابل، همه‌ی یال‌ها برابر ۶ می‌باشند. مساحت مقطعی که صفحه‌ی گذرنده از نقاط A ، E و C با منشور پدید می‌آورد، کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{7}$ (۲) $12\sqrt{7}$ (۳) $6\sqrt{7}$ (۴) $9\sqrt{7}$

(۳۲۲) قاعده‌ی هرمی، مستطیل $ABCD$ به اضلاع ۴ و ۶ واحد است. رأس هرم (نقطه‌ی O) به فاصله‌ی 10° واحد از صفحه‌ی قاعده‌ی هرم قرار گرفته است. مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای که بر ارتفاع هرم عمود باشد و فاصله‌ی این صفحه تا صفحه‌ی قاعده ۴ واحد باشد، کدام است؟

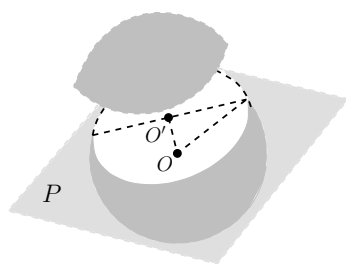
- (۱) $10/42$ (۲) $10/64$ (۳) $9/46$ (۴) $8/64$

(۳۲۳) دو کره به شعاع‌های یکسان متقاطع‌اند به طوری که فاصله‌ی مراکز آنها، $\sqrt{3}$ برابر شعاع یکی از کره‌هاست. مساحت مقطع برخورد دو کره، چند برابر مساحت یکی از کره‌هاست؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{8}$

(۳۲۴) سطح مقطع یک استوانه در برخورد با صفحه‌های افقی، عمودی و صفحه‌ی مایلی که از قاعده‌های استوانه عبور نمی‌کند، کدام شکل نمی‌تواند باشد؟

- (۱) بیضی (۲) سهمی (۳) مستطیل (۴) دایره



(۳۲۵) اگر صفحه‌ی P ، کره‌ای به شعاع $6\sqrt{3}$ را طوری قطع کند که فاصله‌ی مرکز سطح مقطع حاصل تا مرکز کره، (پاره‌خط $O'O$) برابر $2\sqrt{6}$ باشد، آنگاه مساحت سطح مقطع حاصل چقدر است؟

- (۱) 48π (۲) 24π (۳) 36π (۴) 18π

(۳۲۶) دو کره با شعاع‌های r و r' ، یکدیگر را قطع کرده‌اند. اگر تمامی نقاط مشترک دو کره را به مراکز هر دو کره وصل کنیم، چه شکلی حاصل می‌شود؟ (مرکز هیچ کدام از دو کره داخل دیگری قرار ندارد.)

- (۱) کره (۲) نیم کره (۳) دو مخروط (۴) یک مخروط

(۳۲۷) اگر صفحه‌ی P ، کره‌ای به شعاع R را در فاصله‌ی $\frac{R}{4}$ از مرکز کره قطع کند و مساحت سطح مقطع حاصل 18π باشد، شعاع کره کدام است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{6}$ (۳) $3\sqrt{6}$ (۴) $4\sqrt{6}$

۳.۱.۶ بیضی

۳۲۸) بیضی قائمی که بر محورهای مختصات مماس می‌باشد با مرکز $A(2, 3)$ است، مختصات یکی از کانون‌های آن کدام است؟

- (۱) $(2, \sqrt{5})$ (۲) $(2, 2\sqrt{5})$ (۳) $(2, 3 - \sqrt{5})$ (۴) $(2, 3 - 2\sqrt{5})$

۳۲۹) نقطه‌ی $(2, 1)$ مرکز یک بیضی قائم است. اگر نقاط $(5, 1)$ و $(2, 6)$ روی این بیضی قرار داشته باشند، یکی از کانون‌های این بیضی کدام است؟

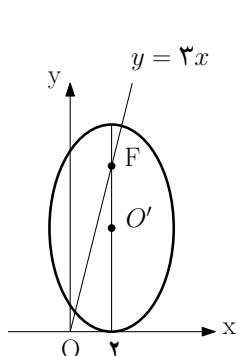
- (۱) $(2, 3)$ (۲) $(2, -3)$ (۳) $(2, -4)$ (۴) $(2, 4)$

۳۳۰) منحنی C مکان هندسی تمام نقاط یک صفحه است به طوری که مجموع فاصله‌های آنها تا دو نقطه‌ی ثابت $F(2, 1)$ و $F'(8, 1)$ برابر عدد ثابت 10 است. در کدام نقطه از منحنی C حاصل ضرب فاصله‌ی آنها تا دو نقطه‌ی F و F' ماکزیمم است؟

- (۱) $(4, 6)$ (۲) $(6, 4)$ (۳) $(5, 5)$ (۴) $(6, 6)$

۳۳۱) نقطه‌ی M روی بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارد. اگر $MF + MF' = 8$ و خروج از مرکز بیضی $\frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، طول قطر کوچک بیضی کدام است؟

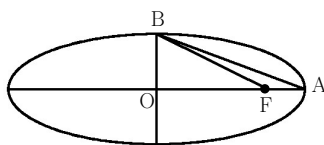
- (۱) 2 (۲) 4 (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$



۳۳۲) اگر خروج از مرکز بیضی شکل زیر $\frac{1}{3}$ باشد، فاصله‌ی یک کانون این بیضی تا نزدیکترین رأس کدام است؟ (F و O' به ترتیب مرکز و کانون بیضی هستند.)

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 6

۳۳۳) در شکل مقابل، اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{3}{4}$ باشد، نسبت مساحت مثلث OBF به مساحت مثلث OBF کدام است؟ (F کانون بیضی است.)



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۳۴) نقاط $(3, 1)$ و $(-5, 1)$ کانون‌های یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{4}{5}$ هستند، این بیضی محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۳۳۵) نسبت دو قطر یک بیضی $\frac{4}{3}$ است، خروج از مرکز آن کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

۲.۶ دایره

۳۳۶) فاصله‌ی نقطه‌ی $M(x, y)$ از نقطه‌ی $A(3, 6)$ ، دو برابر فاصله‌ی آن از مبدأ مختصات است. بزرگترین وتر از مکان نقاط M کدام است؟

سراسری تجربی ۹۷

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{5}$

۳۳۷) سطح دایره‌ی $12 = (2x + 2)^2 + (2y - 4)^2$ در کدام نواحی مختصات قرار دارد؟

- (۱) فقط دوم (۲) اول، دوم و سوم (۳) اول و دوم (۴) هر چهار ربع

۳۳۸) مرکز دایره‌ای بر روی نیمساز ناحیه‌ی اول است. اگر این دایره از نقطه‌ی $A(6, 3)$ گذشته و بر خط به معادله‌ی $y = 2x$ مماس شود، شعاع آن کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۲

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{10}$

۳۳۹) چند دایره وجود دارد که از نقطه‌ی $A = (1, 2)$ بگذرد و در ناحیه‌ی اول مختصات بر هر دو محور x و y مماس باشد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۳۴۰) دو دایره‌ی گذرا بر نقطه‌ی $(2, -9)$ بر هر دو محورهای مختصات مماس است. شعاع دایره‌ی بزرگتر، کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۵

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۳۴۱) به ازای کدام مقدار a ، زاویه‌ی بین خط مماس بر دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x + y = 1$ و خط به معادله‌ی $3x + 2y = a$ در نقطه‌ی تلاقی آنها، 90° درجه است؟

سراسری ریاضی ۹۶

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۴۲) بیشترین فاصله‌ی نقطه‌ی $A(5, -1)$ از دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۳۴۳) طول وترى که دایره‌ی $x^2 - 2x + y^2 = \frac{19}{5}$ از خط $y - 2x = 0$ جدا می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۴۴) معادله‌ی دایره به مرکز $C(0, 1)$ که از خط به معادله‌ی $y = 4$ و تری به طول ۸ جدا می‌کند، کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ (۲) $x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$

(۳) $x^2 + y^2 - 2y = 24$ (۴) $x^2 + y^2 - 2y + 24 = 0$

۳۴۵) طول کوتاه‌ترین وتری که از نقطه‌ی $(-3, 1)$ درون دایره‌ی $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 = 0$ رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{14}$ (۲) $2\sqrt{11}$ (۳) $2\sqrt{13}$ (۴) $2\sqrt{15}$

۳۴۶) مکان هندسی وسط وترهایی به طول ۴ در دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 14$ کدام است؟

(۱) $y^2 = 3x - 1$ (۲) $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$

(۳) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 12$ (۴) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 16$

سراسری تجربی ۹۳

۳۴۷) شعاع دایره‌ی گذرا بر سه نقطه‌ی $(0, 0)$ ، $(2, 1)$ و $(1, -2)$ ، برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\frac{1}{3}\sqrt{13}$

۳۴۸) به ازای کدام مقدار a نمودار معادله‌ی $x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0$ یک دایره‌ی حقیقی است؟

- (۱) $-2\sqrt{2} < a < 2$ (۲) $0 < a < 20$ (۳) $a < 8/5$ (۴) $a \leq 17$

۳۴۹) اگر دایره به معادله‌ی $x^2 + ax + y^2 - 4y = b$ در ربع اول بر محورهای مختصات مماس باشد، $a + 2b$ کدام است؟

- (۱) -8 (۲) -4 (۳) -16 (۴) -12

۳۵۰) شعاع دایره‌ای که از دو نقطه‌ی $A = (3, 0)$ و $B = (-1, 0)$ گذشته و بر خط $y = -1$ مماس است، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۳۵۱) شعاع دایره‌ای که از دو نقطه‌ی $(1, 2)$ و $(3, 0)$ گذشته و مرکز آن روی خطی به معادله‌ی $y = 2x - 1$ باشد، کدام است؟

سراسری ۷۵

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $\sqrt{13}$

۳۵۲) اگر نقطه‌ی $(2, -1)$ خارج دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x - 4y + m = 0$ باشد آنگاه حدود تغییرات m کدام است؟

- (۱) $m < 5$ (۲) $m > -5$ (۳) $-5 < m < 5$ (۴) $0 < m < 5$

۳۵۳) دایره‌های $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$ و $x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$ نسبت به هم

- (۱) متداخل‌اند. (۲) متخارج‌اند. (۳) مماس داخل‌اند. (۴) مماس خارج‌اند.

۳۵۴) دو دایره‌ی C و C' در نقطه‌ی $(0, 1)$ مماس برون‌ی هم هستند. اگر قائم‌های بر دایره‌ی C همواره از نقطه‌ی $(2, -3)$ بگذرد، مرکز دایره‌ی C' با شعاع $\sqrt{5}$ کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۴

- (۱) $(-1, 3)$ (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(1, -2)$ (۴) $(1, -1)$

۳۵۵) طول وتر مشترک دایره‌های $x^2 + y^2 - 3x = 0$ و $x^2 + y^2 - 3y = 0$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۳۵۶) از نقطه‌ی $M = (1, 2)$ دو مماس بر دایره‌ای به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ رسم شده است، زاویه‌ی بین این دو مماس چند درجه است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۳۰ (۳) ۹۰ (۴) ۴۵

۳۵۷) از نقطه‌ی $P = (3, 0)$ دو مماس بر دایره‌ی $x^2 + y^2 = 3$ رسم می‌کنیم تا بر دایره در نقاط A و B مماس شوند. طول پاره‌خط AB ، کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۳۵۸) از نقطه‌ی A به طول ۱ دو مماس عمود بر هم بر دایره‌ای به معادله‌ی $x^2 + y^2 = 5$ رسم شده است، عرض نقطه‌ی A کدام عدد می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۳۵۹) حدود تغییرات k کدام باشد تا از نقطه‌ی $A(1, 2)$ بتوان دو مماس بر منحنی $x^2 + y^2 - kx + y = 1$ رسم کرد؟

- (۱) $k > 6$ (۲) $k < 6$ (۳) $k > -6$ (۴) $k < -6$

فصل ۷

احتمال

۱.۷ قانون احتمال کل

۳۶۰) برای رسیدن به مرحله نهایی مسابقات ورزشی، لازم است تیم‌های شرکت کننده در دو دور مسابقات مقدماتی شرکت کنند. تیمی که در هر دو دور بازنده شود به مرحله نهایی راه نمی‌یابد. اگر احتمال پیروزی در هر بازی برای تیمی $0/4$ باشد، احتمال حضور این تیم در مرحله نهایی کدام است؟

$0/4$ (۱) $0/6$ (۲) $0/64$ (۳) $0/8$ (۴)

۳۶۱) در جعبه‌ای A ، ۵ مهره سفید و ۵ مهره قرمز و در جعبه‌ی B ، ۷ مهره سفید و ۳ مهره قرمز موجود است. جعبه‌ای به تصادف انتخاب و مهره‌ای به تصادف از آن بیرون می‌آوریم، احتمال آنکه مهره سفید باشد کدام است؟

$\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{7}{10}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۱)

۳۶۲) کیسه‌ای شامل دو ظرف، ظرف اول ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و ظرف دوم ۶ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است. اگر بخواهیم در برداشتن یک مهره به تصادف از این کیسه احتمال سیاه و سفید برابر باشد، چند مهره سیاه باید به ظرف دوم اضافه کنیم؟

آزاد ۸۳

7 (۴) 5 (۳) 3 (۲) 4 (۱)

۳۶۳) دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم اگر مجموع اعداد ظاهر شده از ۶ بزرگتر بود یک تاس دیگر پرتاب می‌کنیم و در غیر این صورت یک سکه پرتاب می‌کنیم، احتمال اینکه مجموع اعداد ظاهر شده در تاس‌ها ۱۵ باشد چقدر است؟

$\frac{10}{36}$ (۴) $\frac{8}{36}$ (۳) $\frac{10}{216}$ (۲) $\frac{7}{36}$ (۱)

۳۶۴) در دو جعبه به ترتیب ۳ و ۲ لامپ وجود دارد. در جعبه‌ی اول ۵ لامپ معیوب و در جعبه‌ی دوم ۳ لامپ معیوب وجود دارد. از جعبه‌ی اول ۱۰ لامپ و از جعبه‌ی دوم ۸ لامپ به تصادف انتخاب کرده و در جعبه‌ی جدیدی می‌ریزیم سپس از این جعبه به تصادف لامپی بیرون می‌آوریم. احتمال آنکه این لامپ معیوب باشد، چقدر است؟

$\frac{43}{250}$ (۴) $\frac{43}{270}$ (۳) $\frac{34}{250}$ (۲) $\frac{34}{270}$ (۱)

۳۶۵) دو ظرف داریم. در اولی ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در دومی ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه است. از ظرف اول یک مهره برداشته پس از رؤیت در ظرف دوم قرار می‌دهیم آنگاه از ظرف دوم یک مهره بیرون می‌آوریم، با کدام احتمال این مهره سفید است؟

سراسری ۸۴

$\frac{41}{81}$ (۴) $\frac{34}{81}$ (۳) $\frac{11}{27}$ (۲) $\frac{8}{27}$ (۱)

۳۶۶) در کیسه‌ای ۳ مهره سفید و ۳ مهره سیاه وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره خارج می‌کنیم و بدون آنکه به رنگ آنها نگاه کنیم، مهره‌ی چهارمی خارج می‌کنیم. احتمال آنکه مهره‌ی آخری سفید باشد کدام است؟

سراسری ۶۷

$\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۳۶۷) یک جامعه‌ی آماری شامل ۱۰۰ خانوار است به طوری که ۱۰ خانواده بدون فرزند، ۲۰ خانواده دارای یک فرزند، ۳۰ خانواده دارای دو فرزند و ۴۰ خانواده دارای ۳ فرزند هستند. از این جامعه خانواده‌ای به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال آنکه این خانواده لااقل یک فرزند دختر داشته باشد چقدر است؟

$\frac{13}{20}$ (۴) $\frac{29}{40}$ (۳) $\frac{23}{40}$ (۲) $\frac{27}{40}$ (۱)

۳۶۸) دو ظرف داریم که در اولی ۳ مهره سفید و ۱ مهره سیاه و در دومی ۴ مهره سفید و ۴ مهره سیاه قرار دارد. ابتدا از ظرف اول یک مهره برمی‌داریم و در ظرف دوم قرار می‌دهیم سپس از ظرف دوم یک مهره به تصادف برمی‌داریم و در ظرف اول قرار می‌دهیم. حال از ظرف دوم یک مهره دیگر به تصادف برمی‌داریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

$\frac{19}{36}$ (۴) $\frac{17}{31}$ (۳) $\frac{15}{29}$ (۲) $\frac{13}{23}$ (۱)

۳۶۹) یک کارخانه‌ی اسباب بازی دو محصول A و B را تولید می‌کند. در محصول A ، ۵ کارت آبی و ۳ کارت قرمز و در محصول B ، ۳ کارت قرمز و ۲ کارت آبی وجود دارد. ۴ عدد از محصول A و ۲ عدد از محصول B را در یک کیسه قرار می‌دهیم و سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال اینکه این کارن قرمز باشد، کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{9}{20}$ (۳) $\frac{39}{40}$ (۲) $\frac{39}{80}$ (۱)

۳۷۰) در جعبه‌ی A تعدادی مهره سفید و ۵ مهره سیاه و در جعبه‌ی B ، ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه موجود است. از جعبه‌ی A یک مهره به دلخواه بیرون آورده و در جعبه‌ی B می‌گذاریم. حال از جعبه‌ی B مهره‌ای به تصادف بیرون می‌آوریم. اگر احتمال سفید بودن مهره بیرون آورده شده از جعبه‌ی B ، $\frac{2}{3}$ باشد، تعداد مهره‌های جعبه‌ی A کدام است؟

۲۰ (۴) ۱۵ (۳) ۱۰ (۲) ۵ (۱)

۳۷۱) محصولات یک کارخانه توسط ۳ ماشین A ، B و C تولید می‌شوند. سهم ماشین‌های A و B به ترتیب ۶۰ و ۲۵ درصد است و تولیدات این سه ماشین به ترتیب ۹۶، ۹۴ و ۹۲ درصد سالم است. اگر یکی از محصولات این کارخانه به دلخواه انتخاب شود، چند درصد احتمال دارد که معیوب باشد؟

$\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{1}$ (۳) ۵ (۲) $\frac{4}{9}$ (۱)

فصل ۸

خودآزمایی‌ها

۱.۸ خودآزمایی شماره ۱ (توابع چند جمله‌ای - توابع صعودی و نزولی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) اشتراک بردهای توابع $f(x) = x^3 - 2$ و $g(x) = -(x-2)^3$ کدام است؟

- (۱) $(-2, +\infty)$ (۲) $(-2, 2)$ (۳) $(-\infty, -2)$ (۴) \mathbb{R}

(۲) بازه‌ای با بزرگترین طول که تابع $f(x) = x^3$ بالاتر از تابع $g(x) = x^2$ قرار ندارد، کدام است؟

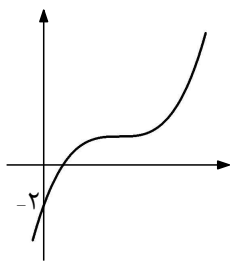
- (۱) $[0, 1]$ (۲) $[-1, 1]$ (۳) $(-\infty, 0]$ (۴) $(-\infty, 1]$

(۳) نمودار تابع $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ از کدام ناحیه‌ی دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول و سوم (۲) دوم و سوم (۳) سوم و چهارم (۴) دوم و چهارم

(۴) نمودار تابع $f(x) = x^3 - 2$ چند بار خط $y = x$ را قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

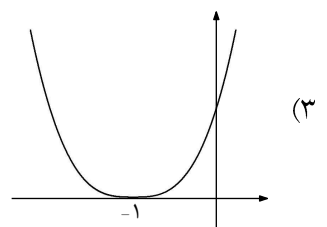
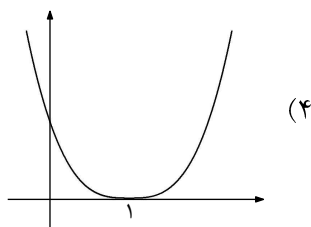
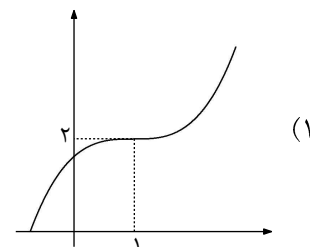
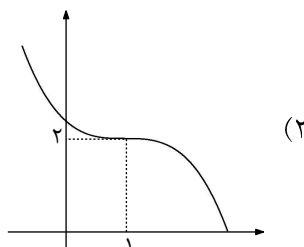


(۵) اگر نمودار تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + k$ شکل روبه‌رو باشد، $f(3)$ کدام است؟

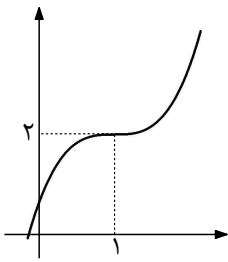
- (۱) ۴ (۲) ۵

- (۳) ۶ (۴) ۷

(۶) نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2 + 2$ کدام است؟

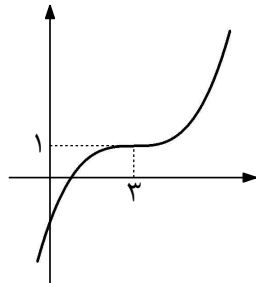


۷) اگر نمودار تابع $f(x) = (x+a)(x^2+bx+c)$ به صورت مقابل باشد، $ab+c$ کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۳
(۴) -۳

۸) اگر نمودار تابع $f(x) = (x-m)^3 + h$ به صورت مقابل باشد، نمودار $g(x) = -(x-h)^3 + m$ از کدام ناحیه‌ی مختصات عبور نمی‌کند؟



- (۱) اول
(۲) دوم
(۳) سوم
(۴) چهارم

۹) کدام تابع نزولی است؟

- (۱) $y = x^3 - 3$ (۲) $y = x + 1$ (۳) $y = -x^2 + 4$ (۴) $y = -x + 3$

۱۰) حدود a برای آنکه تابع $y = (a-4)x^2 - x$ در بازه‌ی $[2, +\infty)$ صعودی باشد، کدام است؟

- (۱) $a \geq 4$ (۲) $a \geq \frac{17}{4}$ (۳) $\frac{1}{2} < a < \frac{17}{4}$ (۴) $\frac{1}{3} < a < 4$

۱۱) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2x - 3$ با دامنه‌ی $\{x : -1 < x < 3\}$ همواره چگونه است؟

- (۱) منفی (۲) مثبت (۳) صعودی (۴) نزولی

۱۲) تابع $f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 1$ با دامنه‌ی $[2, 4]$ غیر یکنواست، حدود k کدام است؟

- (۱) $1 < k < 3$ (۲) $k > -1$ (۳) $-3 < k < -1$ (۴) $k < 1$

۱۳) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x|x| & ; x < 1 \\ 2x & ; 1 < x < 2 \\ \sqrt{x} & ; x \geq 2 \end{cases}$ در کدام یک از بازه‌های زیر یکنوا است؟

- (۱) $(0, 2)$ (۲) $(1, 2]$ (۳) $(1, 3)$ (۴) $(-1, 1)$

۱۴) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x+2 & ; x \geq 0 \\ hx+2h & ; x \leq -1 \end{cases}$ اکیداً صعودی باشد، حدود h کدام است؟

- (۱) $h < 2$ (۲) $h \leq 2$ (۳) $0 < h < 2$ (۴) $0 \leq h < 2$

۱۵) تابع $f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x} & ; x \geq -1 \\ -(x+2)^2 & ; x \leq -2 \end{cases}$ در دامنه‌اش است.

- (۱) صعودی (۲) نزولی (۳) اکیداً صعودی (۴) اکیداً نزولی

(۱۶) به ازای چند عدد صحیح x تابع $f = \{(-۲, ۴x - ۳), (۰, x^۲), (x^۲, ۹)\}$ صعودی است؟

۴ (۴

۵ (۳

۶ (۲

۷ (۱

(۱۷) در تابع $y = \sin \frac{x}{۴}$ در کدام بازه با افزایش طول نقاط، مقدار تابع کاهش نمی‌یابد؟

$[\pi, \frac{۵\pi}{۴}]$ (۴

$[\frac{۳\pi}{۴}, \frac{۵\pi}{۴}]$ (۳

$[-\frac{\pi}{۴}, \frac{۳\pi}{۴}]$ (۲

$[-\frac{\pi}{۴}, \frac{۳\pi}{۴}]$ (۱

(۱۸) تابع $f(x) = (k + \frac{1}{۴})^x$ هم صعودی است و هم نزولی، تابع $g(x) = k^{۲x}$ چگونه است؟

ثابت (۴

غیر یکنوا (۳

نزولی (۲

صعودی (۱

(۱۹) کدام تابع نزولی است؟

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & ; x \geq 0 \\ x - 1 & ; x < 0 \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & ; x \geq 0 \\ x + 1 & ; x < 0 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1 & ; x \geq 0 \\ -x + 1 & ; x < 0 \end{cases} \quad (۴)$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1 & ; x \geq 0 \\ -x - 1 & ; x < 0 \end{cases} \quad (۳)$$

(۲۰) اگر تابع f روی \mathbb{R} اکیداً صعودی باشد و $f(2x + 1) < f(x)$ ، مجموعه‌ی مقادیر x کدام است؟

$(-\infty, -۱)$ (۴

$(-\infty, ۵)$ (۳

$(-\infty, ۱)$ (۲

$(۱, +\infty)$ (۱

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴ | ۴ | ۲ | ۲ | ۴ | ۱ | ۳ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ | ۴ | ۳ | ۳ | ۱ | ۴ | ۱ | ۴ | ۱ | ۴ |

۲.۸ خودآزمایی شماره ۲ (ترکیب توابع)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 0 \\ \frac{1}{x^2 + 1} & ; x \geq 0 \end{cases}$ باشد و $g(x) = \sqrt{|x|}$ آنگاه ضابطه‌ی $f(g(x))$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{x+1}$ (۲) x (۳) $|x|$ (۴) $\frac{1}{|x|+1}$

(۲) اگر $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ و $g(x) = x^2 + 2$ و $(g \circ f)(x) = 4x + 2$ ، مقدار $b + a - c$ کدام است؟

- (۱) -4 (۲) 4 (۳) 2 (۴) -2

(۳) اگر $f(x) = \frac{3x+1}{2x-1}$ و $(g \circ f)(x) = \frac{x+2}{3x-1}$ ، آنگاه $g(-1)$ برابر است با:

- (۱) 1 (۲) -2 (۳) -1 (۴) 2

(۴) اگر $f(x) = 3x + 1$ و $g(x) = 2x - 5$ ، حاصل $f \circ g(x) - g \circ f(x)$ برابر است با:

- (۱) $5x + 13$ (۲) $5x - 13$ (۳) 11 (۴) -11

(۵) $f(x)$ تابعی درجه اول نسبت به x با ضرایب منفی است و $f(f(x)) = 4x + 5$ ، مقدار $f(-3)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) -1 (۴) 2

(۶) برای تابع $f(x) = \sqrt{2x}$ ، $f \circ f$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{4x}$ (۲) $\sqrt{2x}$ (۳) $\sqrt{4x^2}$ (۴) $\sqrt{8x}$

(۷) اگر $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = \sqrt{x-7}$ آنگاه مقدار عددی $f(g(f(1)))$ کدام است؟

- (۱) 4 (۲) 8 (۳) 2 (۴) 16

(۸) اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ باشد، $f(\frac{1}{x})$ کدام است؟

- (۱) $f(x)$ (۲) $-f(x)$ (۳) $\frac{1}{f(x)}$ (۴) $2f(x)$

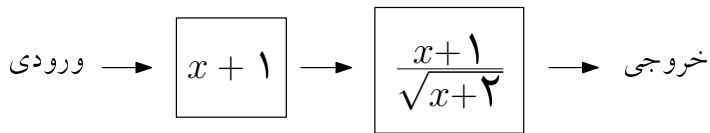
(۹) اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(x) = x - 4$ ، مقدار $\frac{f \circ g(2)}{g \circ f(-1)}$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{7}{3}$ (۲) $-\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) 3

(۱۰) اگر $f(x) = x + 3$ و $g(x) = 3x - 1$ آنگاه جواب معادله‌ی $(f \circ f)(g(x)) = 15$ کدام است؟

- (۱) $\frac{20}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{14}{3}$

(۱۱) اگر خروجی ماشین شکل مقابل $\frac{3}{4}$ باشد، ورودی آن کدام است؟



- (۱) فقط ۱ (۲) فقط $\frac{11}{4}$ (۳) $\frac{11}{4}$ یا -۱ (۴) $-\frac{11}{4}$ یا ۱

(۱۲) اگر $0 \leq x \leq 1$ و $f(x) = x^2$ و $0 \leq x \leq 2$ و $g(x) = x^2 + 1$ ، آنگاه دامنه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) $\{0\}$ (۲) $\{1\}$ (۳) $[0, 1]$ (۴) $[0, 2]$

(۱۳) اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x^2$ ، دامنه‌ی $g \circ f$ کدام است؟

- (۱) \mathbb{R} (۲) $(-\infty, -1]$ (۳) $[-1, +\infty)$ (۴) $\mathbb{R} - \{-1\}$

(۱۴) اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ و $g(x) = \frac{x}{x+1}$ ، آنگاه دامنه‌ی $g \circ f$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 1]$ (۲) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ (۳) \mathbb{R} (۴) $\mathbb{R} - \{-1\}$

(۱۵) اگر $f(x) = \sqrt{x} - 5$ و $g(x) = \sqrt{3-x}$ ، دامنه‌ی تابع $g \circ f$ شامل کدام یک از اعداد زیر نیست؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۴ (۳) ۱۱۵ (۴) ۱۰

(۱۶) اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{-x}$ باشند، برد تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) \emptyset (۲) $\{0\}$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 0]$

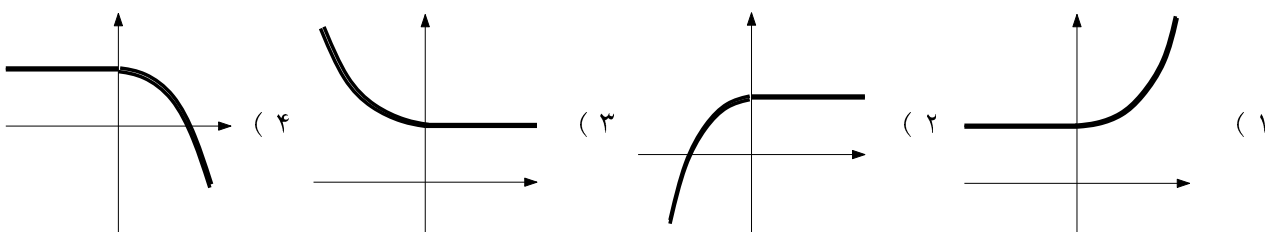
(۱۷) اگر برد تابع $y = f(x)$ بازه‌ی $[0, 1]$ باشد، برد تابع $y = 2f(x-1) + 1$ کدام است؟

- (۱) $[1, 3]$ (۲) $[-1, 1]$ (۳) $[0, 2]$ (۴) $[-1, 0]$

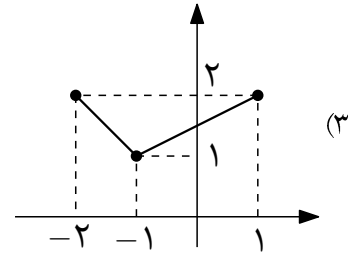
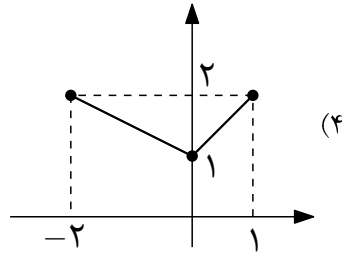
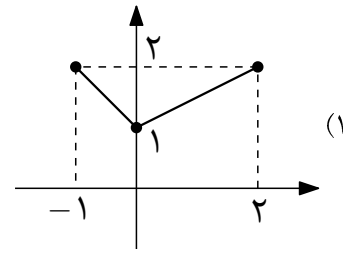
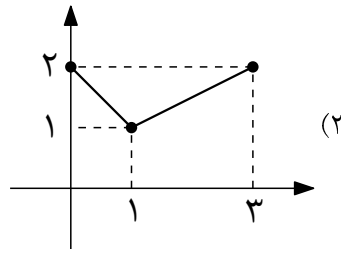
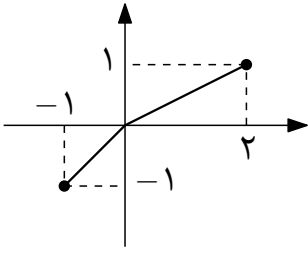
(۱۸) مساحت ناحیه‌ی محدود بین نمودار $y = ||x-1| - 2|$ و محور طول‌ها و خط‌های $x = 3$ و $x = -2$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{5}{5}$

(۱۹) نمودار تابع $f(x) = x|x| - x^2 + 1$ شبیه کدام شکل است؟



۲۰) نمودار تابع f مطابق شکل مقابل است، نمودار تابع $g(x) = |f(x-1)| + 1$ کدام است؟



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲ | ۲ | ۲ | ۱ | ۳ | ۳ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ | ۳ | ۳ | ۲ | ۲ | ۴ | ۲ | ۴ | ۲ | ۲ | ۴ |

۳.۸ خودآزمایی شماره ۳ (ترکیب توابع)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

(۱) اگر f تابعی درجه اول و $(f \circ f)(x) = 16x + 5$ باشد، آنگاه مقدار $f(2)$ با شرط اینکه نمودار f از ناحیه‌ی چهارم عبور نکند، کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

(۲) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2(2-x)^2$ حاصل $f(1+x) - f(1-x)$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) $4x$ (۳) $2x^2$ (۴) $4x^2$

(۳) اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = x - 2$ آنگاه نقطه‌ی برخورد دو تابع $f \circ g$ و $g \circ f$ کدام است؟

- (۱) $(3, 1)$ (۲) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ (۳) $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ (۴) $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$

(۴) اگر $f(x) = 2x - 2$ و $g(x) = x^2 - 1$ ، جواب‌های معادله‌ی $f \circ g(x) = 0$ کدام است؟

- (۱) $\pm\sqrt{2}$ (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) $\pm\sqrt{3}$

(۵) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x-4} & ; x > 3 \\ 2x + 3 & ; x \leq 3 \end{cases}$ مقدار $f(f(5)) + f(f(1))$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

(۶) اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = -\frac{1}{4}x + 2$ ، مجموعه طول نقاط از منحنی تابع $g \circ f$ که در بالای محور x قرار گیرد برابر کدام بازه است؟

- (۱) $(-4, 1)$ (۲) $(-3, 2)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(4, -1)$

(۷) اگر $f(x) = (2x - 3)^2$ و $g(x) = x + 2$ نمودارهای دو تابع f و $f \circ g$ ، با کدام طول متقاطع‌اند؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

(۸) اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{4x+1}$ باشند، مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار تابع $g \circ f$ و خط به معادله‌ی $y = 3$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $4/5$ (۴) ۶

(۹) اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{2x+2}{2-x}$ باشند، ضابطه‌ی تابع $g(f(x))$ کدام است؟

- (۱) $x - 1$ (۲) $x + 1$ (۳) x (۴) $2x$

۱۰) با توجه به ماشین $x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow x$ ، اگر $f(x) = 2x - 1$ آنگاه $g(0)$ کدام است؟

- ۱) (۱) ۲) (۲) ۳) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴) (۴)

۱۱) اگر در تابع f داشته باشیم $D_{f(x)} = [0, 3]$ آنگاه $D_{f(2x^2)}$ برابر است با:

- ۱) $[-2, -1]$ (۱) ۲) $[-1, 1]$ (۲) ۳) $[0, 1]$ (۳) ۴) $[0, 3]$ (۴)

۱۲) توابع $f = \{(2, 1), (3, 5), (1, 6)\}$ و $g = \{(1, 3), (2, 4), (4, 1)\}$ مفروض‌اند، دامنه‌ی تابع $2f \circ 3g$ کدام است؟

- ۱) $\{4\}$ (۱) ۲) $\{1, 2, 4\}$ (۲) ۳) $\{3, 9, 12\}$ (۳) ۴) $\{1, 2, 3\}$ (۴)

۱۳) اگر $f(x) = \sqrt{2-x}$ و $g(x) = \frac{1}{x-2}$ آنگاه دامنه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟

- ۱) \mathbb{R} (۱) ۲) \emptyset (۲) ۳) $\mathbb{R} - (2, \frac{5}{2})$ (۳) ۴) $\mathbb{R} - [2, \frac{5}{2})$ (۴)

سراسری تجربی ۹۴

۱۴) اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_2(x^2 + 2x)$ باشند، دامنه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟

- ۱) $[-4, 2]$ (۱) ۲) $[-2, 0]$ (۲) ۳) $[-4, -1] \cup (1, 2]$ (۳) ۴) $[-4, -2] \cup (0, 2]$ (۴)

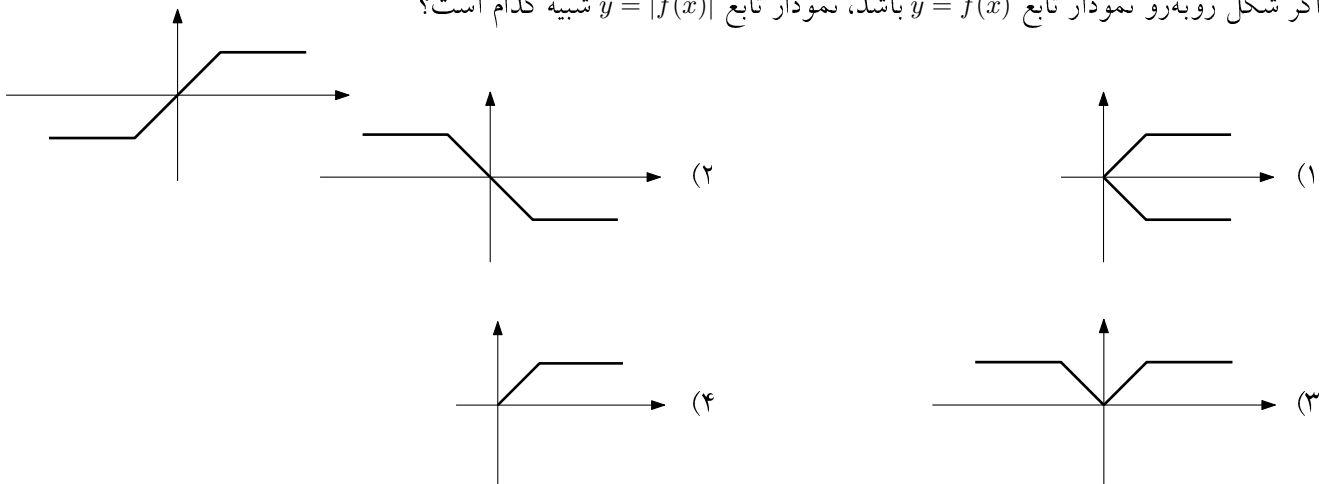
۱۵) اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $f = \{(x, 2x) \mid x \in A\}$ آنگاه برد تابع $f \circ f$ کدام مجموعه است؟

- ۱) $\{4, 8\}$ (۱) ۲) $\{1, 2\}$ (۲) ۳) $\{2, 4\}$ (۳) ۴) $\{1, 4\}$ (۴)

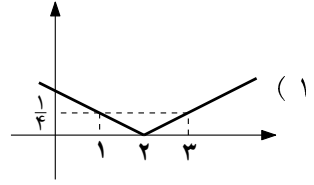
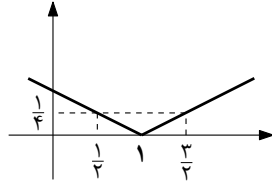
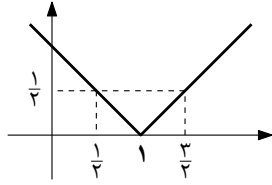
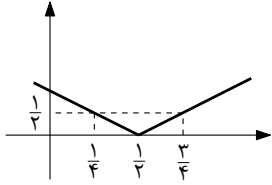
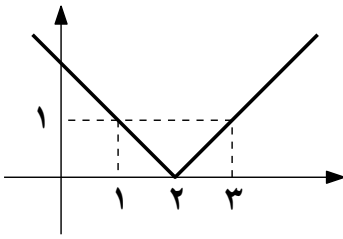
۱۶) اگر $f = \{(-1, 2), (2, 3), (3, -1), (4, 0)\}$ باشد، برد تابع $f \circ f$ شامل چند عضو است؟

- ۱) (۴) ۲) (۳) ۳) (۲) ۴) (۱)

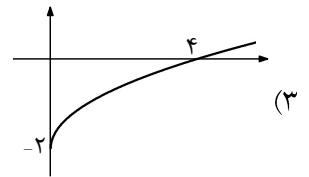
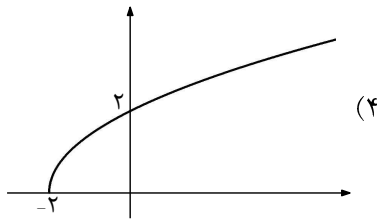
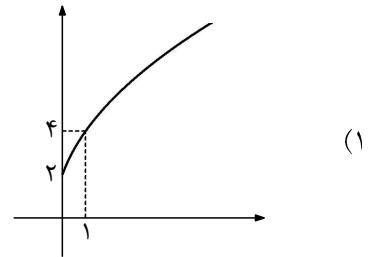
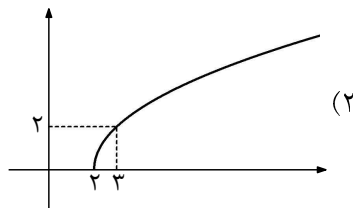
۱۷) اگر شکل روبه‌رو نمودار تابع $y = f(x)$ باشد، نمودار تابع $y = |f(x)|$ شبیه کدام است؟



۱۸) چنانچه شکل روبه‌رو، نمودار $f(x) = |x - 2|$ را نشان دهد، کدام گزینه نمودار $y = \frac{1}{3}f(2x)$ را به درستی نشان می‌دهد؟



۱۹) اگر $f(x) = \sqrt{1-x} + 1$ و $g(x) = f(1-x) - 1$ ، آنگاه نمودار تابع $h(x) = g(x) - 2$ کدام است؟



۲۰) اگر دامنه‌ی تعریف $y = f(x)$ به صورت $D_f = [0, 1]$ باشد، دامنه‌ی تابع $y = 1 - \frac{1}{3}f\left(\frac{x-1}{2}\right)$ کدام است؟

(۴) $[0, 2]$

(۳) $[2, 4]$

(۲) $[0, 4]$

(۱) $[1, 3]$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱ | ۳ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ | ۱ | ۴ | ۱ | ۳ |

۴.۸ خودآزمایی شماره ۴ (تابع وارون)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) ضابطه‌ی معکوس تابع $y = 2 - \sqrt{x-1}$ ، به کدام صورت است؟

سراسری تجربی ۹۲

(۲) $y = -x^2 + 4x - 5; x \leq 2$

(۱) $y = x^2 - 4x + 5; x \leq 2$

(۴) $y = -x^2 + 4x - 5; x \geq 1$

(۳) $y = x^2 - 4x + 5; x \geq 1$

(۲) دو تابع با ضابطه‌های $\{(2, 5), (3, 4), (1, 6), (4, 7), (8, 1)\}$ و $f(x) = 2x - 5$ مفروض‌اند. اگر $(f^{-1} \circ g)(a) = 6$ باشد، a کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۳

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۳) نمودار تابع $y = |2x - 6| - |x + 4| + x$ در یک بازه اکیداً نزولی است، ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۴

(۲) $-x + 5; x > 2$

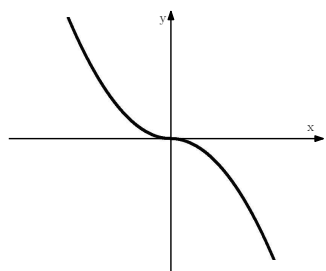
(۱) $-x + 6; x < -4$

(۴) $-\frac{1}{2}x + 1; -4 < x < 10$

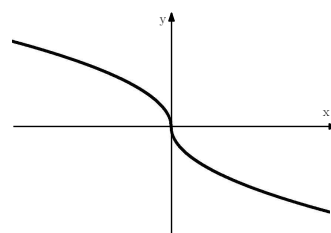
(۳) $-\frac{1}{2}x + 1; -4 < x < 3$

سراسری تجربی ۹۵

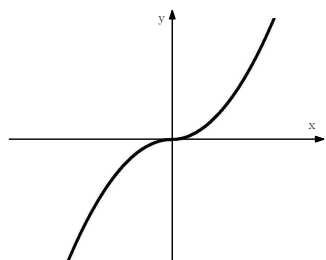
(۴) اگر $f(x) = x|x|$ باشد، نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



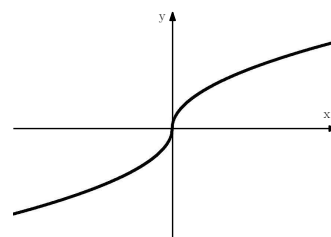
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

(۵) دو تابع $f = \{(2, 5), (6, 3), (3, 7), (4, 1), (1, 9)\}$ و $g(x) = \frac{x}{x-1}$ مفروض‌اند. اگر $f^{-1}(g(2a)) = 6$ باشد، a کدام است؟

سراسری تجربی ۹۶

۵ (۴)

۳ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۶ ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $-x^2$ (۲) x^2 (۳) $x|x|$ (۴) $-x|x|$

۷ قرینه‌ی خط $4 - 2x = 3y$ را نسبت به خط $y = x$ ، خط d می‌نامیم. عرض از مبدأ خط d کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۸ کدام گزینه بیانگر تابعی وارون‌پذیر است؟

- (۱) $y = |x| + 1 - x$ (۲) $y = 1 - 3|x| + x$ (۳) $y = 1 + 3|x| - x$ (۴) $y = 1 - 3x + |x|$

۹ هرگاه $x \leq -\frac{5}{4}$ ؛ $f(x) = x^2 + 5x$ نمودار توابع f و f^{-1} همدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟

- (۱) 0 (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۱۰ معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & ; x \leq 1 \\ 8-x^2 & ; x > 2 \end{cases}$ کدام است؟

(۱) $y = \begin{cases} 1-x^2 & ; x < 0 \\ \sqrt{8-x} & ; x \geq 0 \end{cases}$

(۳) $y = \begin{cases} 1-x^2 & ; x \geq 0 \\ \sqrt{8-x} & ; x < 0 \end{cases}$

۱۱ اگر $f(x) = \frac{a+1}{x+2} - 1$ و $f^{-1}(2) = -3$ ، آنگاه مقدار a کدام است؟

- (۱) 3 (۲) -3 (۳) 4 (۴) -4

۱۲ نقطه‌ی A به طول 2 روی $y = x^2 - 7$ مفروض است، فاصله‌ی A تا نقطه‌ی A' متناظر به نقطه‌ی A روی f^{-1} کدام است؟

- (۱) 2 (۲) $\sqrt{2}$ (۳) 1 (۴) $\sqrt{3}$

۱۳ کدام تابع یک‌به‌یک است؟

- (۱) $y = x^2 + 1$ (۲) $y = x^2 - x$ (۳) $f(x) = \begin{cases} x & ; x \geq 1 \\ 2x & ; x < 1 \end{cases}$ (۴) $y = x^2$

۱۴ ضابطه‌ی تابع معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $f^{-1}(x) = x|x|$ (۲) $f^{-1}(x) = -x|x|$ (۳) $f^{-1}(x) = x^2$ (۴) $f^{-1}(x) = -x^2$

۱۵) اگر f تابعی یک‌به‌یک، $f(3) = -2$ و $g(x) = \frac{1}{1+f(x)}$ باشد، آنگاه $g^{-1}(-1)$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۶) کدام نقطه بر روی معکوس تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ قرار ندارد؟

- (۲, -۷) (۴) (۱, ۰) (۳) (۰, ۱) (۲) (-۷, ۲) (۱)

۱۷) ضابطه‌ی معکوس تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ کدام است؟

- $\frac{x-2}{2x+1}$ (۴) $\frac{x+2}{2x-1}$ (۳) $\frac{2x-1}{x+2}$ (۲) $\frac{2x+1}{x-2}$ (۱)

۱۸) نمودار معکوس تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ از کدام نقطه‌ی زیر می‌گذرد؟

- $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3})$ (۴) (۰, ۱) (۳) (۱, ۰) (۲) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 2)$ (۱)

۱۹) کدام تابع یک‌به‌یک است؟

$g(x) = x^2 - 7$; $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (۲) $f(x) = |x|$; $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (۱)

$k(x) = \sqrt{x+5}$; $k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (۴) $t(x) = \sin x$; $t: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (۳)

۲۰) ضابطه‌ی معکوس تابع $f(x) = x^2 - 4x$, $x \geq 2$ کدام است؟

$f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+4}$; $x \geq -4$ (۲) $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x+4}$; $x \geq -4$ (۱)

$f^{-1}(x) = -2 - \sqrt{x+4}$; $x \geq -4$ (۴) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} - 2$; $x \geq -4$ (۳)

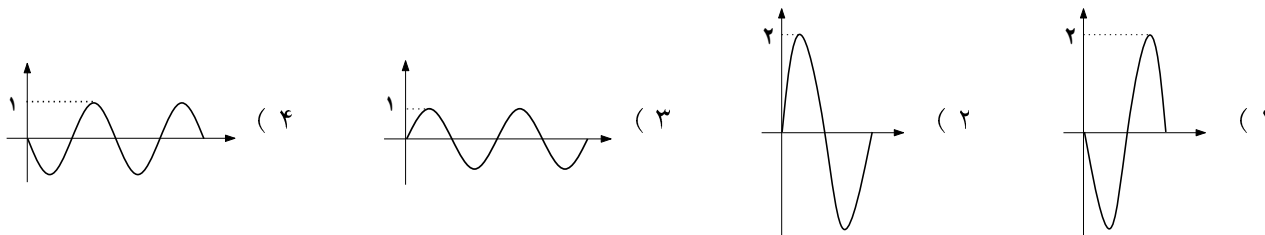
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲ | ۴ | ۴ | ۱ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ | ۲ | ۴ | ۳ | ۲ | ۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۳ | ۴ | ۴ | ۱ |

۵.۸ خودآزمایی شماره ۵ (تناوب و تانژانت)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) نمودار $y = -2 \sin x$ روی بازه $[0, 2\pi]$ شبیه کدام است؟



(۲) مجموع تمام مقادیری از θ در فاصله $0 < \theta < \pi$ که به ازای آنها تابع با ضابطه $y = \sin 4\theta$ برابر صفر می شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{2}$ (۲) $\frac{3\pi}{4}$ (۳) $\frac{5\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

(۳) مقدار تابع $y = \frac{1}{3} \cos(-3x)$ به ازای چه تعداد از مقادیر x در بازه $[0, \pi]$ برابر صفر می گردد؟

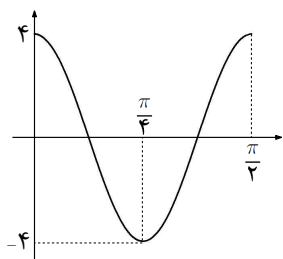
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

(۴) کدام یک از توابع مثلثاتی بر بازه $[\pi, 2\pi]$ صعودی است؟

- (۱) $y = \sin x$ (۲) $y = \cos x$ (۳) $y = \tan x$ (۴) $y = \cot x$

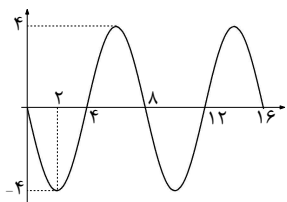
(۵) دوره تناوب تابع $y = 3 \sin \frac{4\pi}{3} x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2\pi}{3}$ (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$



(۶) اگر شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

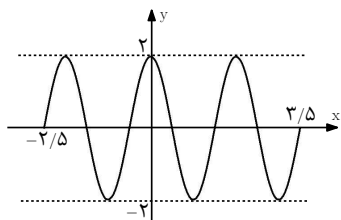
- (۱) فقط ۸ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴) ۸ یا صفر



(۷) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin b\pi x$ است، دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟

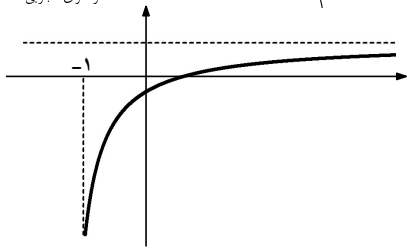
- (۱) $(4, \frac{1}{4})$ (۲) $(-4, \frac{1}{4})$ (۳) $(4, \frac{1}{8})$ (۴) $(-4, \frac{1}{8})$

(۸) شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi(\frac{1}{5} + bx)$ است. $a.b$ کدام است؟



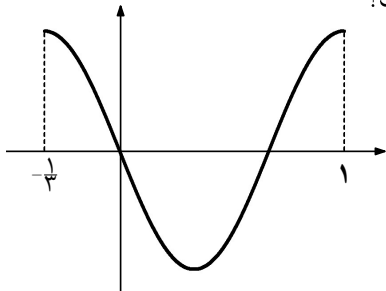
- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۵

۹) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در نقطه‌ی $x = \frac{25}{3}$ ، کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۲/۵ (۲)
- ۳ (۳)
- ۳/۵ (۴)

۱۰) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \cos\left(ax + \frac{1}{4}\right)\pi$ می‌باشد، a کدام است؟



- ۱/۴ (۱)
- ۳/۲ (۲)
- ۲/۴ (۳)
- ۷/۴ (۴)

۱۱) حداقل مقدار $y = 2 \cos 3x + 1$ کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۱ (۴)

۱۲) اختلاف کمترین و بیشترین مقدار تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = 1 - 3 \cos 2x$ کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۶ (۴)

۱۳) مقدار ماکزیمم تابع $y = -3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 5$ چند برابر مقدار مینیمم این تابع است؟

- ۸ (۱)
- ۵ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۱۴) مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \frac{3 + 2 \sin 5(x+1)}{4}$ کدام است؟

- ۳/۲ (۱)
- ۵/۲ (۲)
- ۶/۵ (۳)
- ۲/۳ (۴)

۱۵) اگر $2 \sin \pi x = 4m + 1$ باشد، حدود تغییرات m کدام است؟

- ۳/۴ ≤ m ≤ ۱/۴ (۱)
- ۳/۴ ≤ m ≤ -۱/۴ (۲)
- ۱/۴ ≤ m ≤ ۱/۴ (۳)
- ۱ ≤ m (۴)

۱۶) با افزایش مداوم مقادیر زاویه‌ی α در ربع اول و نزدیک شدن آن به $\frac{\pi}{4}$ ، مقادیر تانژانت چگونه تغییر می‌کنند؟

(۱) به $-\infty$ نزدیک می‌شوند. (۲) به $+\infty$ نزدیک می‌شوند.

(۳) به ۱ نزدیک می‌شوند. (۴) به -۱ نزدیک می‌شوند.

۱۷) دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{4}\right) + 2 \cot\left(\frac{\pi x}{4}\right)$ کدام است؟

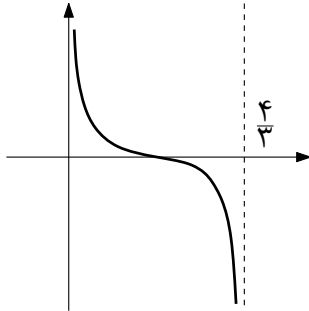
۴) \mathbb{Z}

۳) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$

۲) $\{x \mid x \neq 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$

۱) $\{x \mid x \neq 2k, k \in \mathbb{Z}\}$

سراسری ۷۵



۱۸) قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \tan\left(ax + \frac{1}{4}\right)\pi$ شکل مقابل است، a کدام است؟

۲) $-\frac{3}{4}$

۱) $-\frac{3}{4}$

۴) $\frac{3}{4}$

۳) $\frac{3}{4}$

۱۹) کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.
- ۲) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.
- ۳) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن تعریف شده و غیرصعودی باشد.
- ۴) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

۲۰) کدام یک از جملات زیر نادرست است؟

- ۱) دوره‌ی تناوب تابع $y = 5 \tan\left(\frac{2}{3}x\right)$ برابر $\frac{2\pi}{3}$ است.
- ۲) تابع $y = \cot x$ روی بازه‌ی $(0, \pi)$ نزولی است.
- ۳) تابع $y = \tan x$ روی بازه‌ی $(0, \pi)$ صعودی است.
- ۴) کتانژانت یک زاویه، با تانژانت متمم همان زاویه برابر است.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴ | ۴ | ۲ | ۲ | ۴ | ۱ | ۳ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ | ۴ | ۳ | ۳ | ۱ | ۴ | ۱ | ۴ | ۱ | ۴ |

۶.۸ خودآزمایی شماره ۶ (معادلات مثلثاتی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

(۱) دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = (\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) 2π (۴) متناوب نیست.

(۲) حاصل $\frac{1}{\sin \theta \cos \theta} - (1 + \tan \theta)(1 + \cot \theta)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

(۳) اگر $\pi < x < 2\pi$ آنگاه عبارت $\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$ برابر است با:

- (۱) $-\cot \frac{x}{2}$ (۲) $-\tan \frac{x}{2}$ (۳) $\tan \frac{x}{2}$ (۴) $\cot \frac{x}{2}$

(۴) حاصل $8 \cos 80^\circ \cos 40^\circ \cos 20^\circ$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۱

(۵) مقدار عبارت $(\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin \frac{\pi}{8})(\frac{\sqrt{2}}{2} + \cos \frac{3\pi}{8})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۶) حاصل $\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

(۷) عبارت $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \times \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\tan \frac{\alpha}{2}$ (۲) $\tan \alpha$ (۳) $\cot \frac{\alpha}{2}$ (۴) $\cot \alpha$

(۸) اگر $\sin x + \cos x = \frac{7}{5}$ باشد، مقدار $\sin 2x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{11}{25}$ (۲) $\frac{11}{25}$ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

(۹) جواب کلی معادله‌ی $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ کدام است؟

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{6}$

(۱۰) معادله‌ی $\frac{\sin 3x}{\sin x} = 0$ در بازه‌ی $(-\pi, \pi)$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۹۲ سراسری تجربی ۱۱) جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۹۴ سراسری تجربی ۱۲) جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

۹۵ سراسری ریاضی ۱۳) مجموع تمام جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x$ ، در بازه $[0, \pi]$ ، برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{7\pi}{4}$ (۲) $\frac{9\pi}{4}$ (۳) $\frac{5\pi}{2}$ (۴) $\frac{11\pi}{3}$

۹۵ سراسری تجربی ۱۴) جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$

۹۶ سراسری تجربی ۱۵) جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۸۷ سراسری تجربی ۱۶) جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \sin(\pi - x) \cos(\frac{2\pi}{3} + x) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

۱۷) جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \sin^2 x + 9 \cos x + 3 = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۴) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

۸۳ سراسری تجربی ۱۸) جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 0$ به کدام صورت است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{4}$

۱۹) مجموع ریشه‌های معادله $2 + 3 \cos x + \cos 2x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{7\pi}{3}$ (۲) 2π (۳) $\frac{5\pi}{3}$ (۴) 3π

۲۰) جواب‌های کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x = \sin x$ به صورت $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{4}$ بیان شده است. مجموعه مقادیر i کدام است؟

۸۳ سراسری ریاضی

- (۱) $\{7, 9\}$ (۲) $\{1, 3, 5\}$ (۳) $\{1, 4, 7\}$ (۴) $\{1, 5, 9\}$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴ | ۴ | ۴ | ۳ | ۳ | ۳ | ۱ | ۳ | ۱ | ۴ | ۲ | ۱ | ۴ | ۱ | ۲ | ۲ | ۴ | ۲ | ۱ | ۲ |

۷.۸ خودآزمایی شماره ۷ (حد بی نهایت)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x - 4}{x^2 + x - 2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $-\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $-\frac{7}{3}$

(۲) اگر $f(x) = x^2 - x$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{f(2x)}{2x - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۳

(۳) حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 9}{|x - 3|}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۱ (۴) -۶

(۴) a چقدر باشد تا $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{a(x+3)}{1 - \sqrt{5x+16}}$ برابر ۲ باشد؟

- (۱) $a = \frac{1}{5}$ (۲) $a = -5$ (۳) $a = -\frac{1}{5}$ (۴) $a = 5$

سراسری تجربی ۸۰

(۵) حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x^2 + 1}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) -۲ (۴) ۲

(۶) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(۷) حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-2x} - 1}{x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

(۸) اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = 9 - x^2$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - f(x)}{g(x)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{18}$

(۹) جواب نامعادله $|x - 8| < 4$ همسایگی کدام عدد نیست؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

(۱۰) بازه‌ی $(3x - 1, 2x + 7)$ یک همسایگی ۵ است، مجموعه‌ی مقادیر x کدام است؟

- (۱) $[-2, 1]$ (۲) $(-2, 1)$ (۳) $[-1, 2]$ (۴) $(-1, 2)$

(۱۱) اگر $(a - 2, 3a + 2)$ یک همسایگی نقطه‌ی $x = 1$ باشد، حدود a کدام است؟

$-\frac{1}{3} < a < 3$ (۴) $\frac{1}{3} < a < 1$ (۳) $-\frac{1}{3} < a < 1$ (۲) $\frac{1}{3} < a < 3$ (۱)

(۱۲) مقدار حد $\frac{x + \sqrt{x+2}}{x+2}$ وقتی $x \rightarrow (-2)^+$ کدام است؟

$+\infty$ (۴) 1 (۳) -1 (۲) $-\infty$ (۱)

(۱۳) حد راست و چپ تابع $f(x) = \frac{x}{\sin x + 1}$ وقتی $x \rightarrow -\frac{\pi}{4}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$-\infty$ و $-\infty$ (۴) $+\infty$ و $+\infty$ (۳) $-\infty$ و $+\infty$ (۲) $+\infty$ و $-\infty$ (۱)

(۱۴) حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{7\pi}{4})^-} \frac{\tan x + 1}{1 + \sin x}$ کدام است؟

$-\infty$ (۴) $+\infty$ (۳) 2 (۲) صفر (۱)

(۱۵) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos 2x}{\tan x}$ کدام است؟

$+\infty$ (۴) 1 (۳) $-\infty$ (۲) صفر (۱)

(۱۶) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\cos \frac{3\pi x - 2\pi}{2}}$ ، کدام است؟

-1 (۴) 1 (۳) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۱)

(۱۷) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\tan x}{\cot x}$ کدام است؟

$+\infty$ (۴) 1 (۳) صفر (۲) $-\infty$ (۱)

(۱۸) حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{1 + \cos^2 x}{1 - \sin^2 x}$ کدام است؟

$+\infty$ (۴) $-\infty$ (۳) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

(۱۹) کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

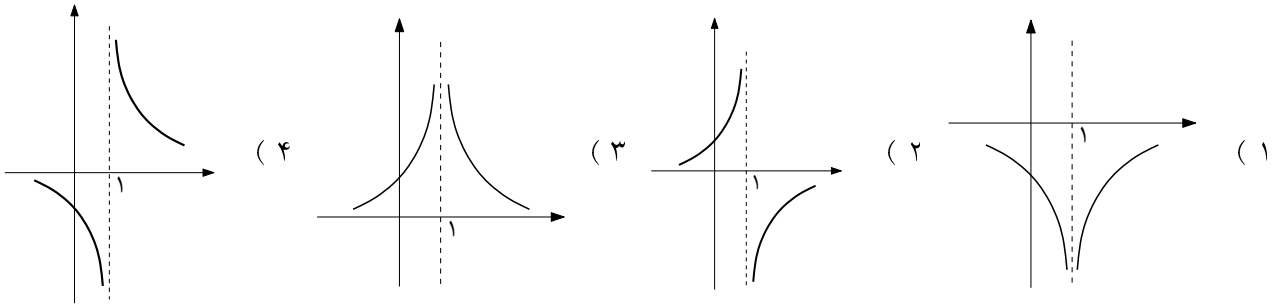
$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1-x}{x^2-4} = -\infty$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x} = +\infty$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \cot x = -\infty$ (۴)

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \tan x = +\infty$ (۳)

۲۰. نمودار تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ در اطراف $x = 1$ به کدام صورت است؟



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴ | ۳ | ۴ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۴ | ۴ | ۴ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ | ۲ | ۴ | ۲ | ۳ |

۸.۸ خودآزمایی شماره ۸ (حد در بی نهایت)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) حد تابع $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) -۱

(۲) مقدار حد تابع $f(x) = \frac{(x+1)^{10} + (x+2)^{10} + \dots + (x+100)^{10}}{x^{10} + x^5}$ وقتی $x \rightarrow \infty$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) حد ندارد.

(۳) اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 + 2x}{x^2 - x} = 1$ ، آنگاه مقدار a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۲

(۴) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^4 + 1}{2x^b + x^2 + 1} = 2$ ، آنگاه $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

(۵) اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^4 + 2x}{x^4 - x} = 1$ ، آنگاه مقدار a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۲

(۶) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - (a-2)x^2 + 3}{3x^2 + 1} = -\frac{2}{3}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) ۴ (۴) -۴

(۷) هرگاه $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^b + x^2 - 1}{2x^2 + x} = 1$ مقدار $a + b$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۳ (۴) ۲

(۸) اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2a-b)x^4 + x^3 - x^2 - 1}{(2b-a)x^3 + x^2 + x + 1} = 0/5$ ، آنگاه حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۹) حاصل $f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^n + x}{x^5 + 4x^2 - 3}$ به ازای مقادیر مختلف n کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- (۱) $+\infty$ و ۱ و صفر (۲) $+\infty$ و صفر (۳) $\pm\infty$ و ۱ و صفر (۴) $\pm\infty$ و ۱

(۱۰) اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(k^3x - 1)(x^3 - 8)(x - 3)}{x(x^2 - 2)(x^2 - 4)} = 2$ باشد، k کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

(۱۱) حد تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^3}{3x^2 - 2} - \frac{x^2}{3x - 1}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{1}{9}$ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۱۲) اگر $f(x) = \frac{7x^n - x^3 + 5}{-2x^n + 3x - 4}$ ، آنگاه با فرض اینکه n عددی طبیعی است، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ کدام نمی‌تواند باشد؟

- ۱) $+\infty$ ۲) $-\infty$ ۳) -3 ۴) $\frac{1}{4}$

۱۳) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^5 + x^2 + 1}{7x^b - 1} = -\frac{4}{3}$ ، کدام است $a + b$ ؟

- ۱) -3 ۲) 3 ۳) 2 ۴) -2

۱۴) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{ax^3 + 2x^2}{2x^2 + x + 1} - bx \right) = 2$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- ۱) 4 ۲) -4 ۳) 6 ۴) -6

۱۵) اگر حد کسر $\frac{ax^2 + bx + c}{cx + 1}$ وقتی $x \rightarrow \infty$ برابر ۱ باشد، آنگاه:

- ۱) $a = 0$ ۲) $c = 0$ ۳) $a + b + c = 1$ ۴) $a = 0, b = c \neq 0$

۱۶) اگر داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-3)x^4 + 3x^2 - 2}{bx^2 + 7x - 1} = 6$ ، مقدار $a - 2b$ کدام است؟

- ۱) 3 ۲) 4 ۳) 2 ۴) 1

۱۷) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 - 4x}{3x^m + 5x} = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه $a.m$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) 1 ۴) 2

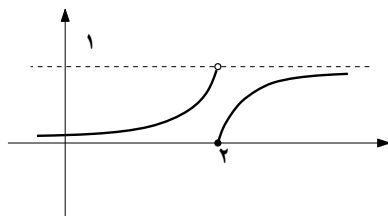
۱۸) در تابع $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 8}{ax^2 - 12}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{3}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ کدام است؟

- ۱) 2 ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) -2

۱۹) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3x + 1}{(m-1)x^3 + nx^2 + 2x + 1} = \frac{1}{2}$ مقدار m و n کدام است؟

- ۱) $m = 1, n = 4$ ۲) $m > 1, n = 2$ ۳) $m = 2, n = 4$ ۴) $m = 3, n = 2$

۲۰) در شکل مقابل کدام تساوی درست است؟



۲) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

۱) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$

۴) گزینه‌های ۲ و ۳

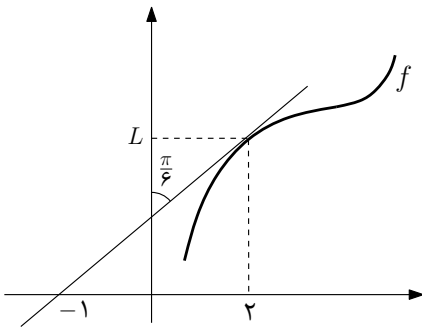
۳) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴ | ۱ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۴ | ۱ | ۴ | ۲ | ۳ | ۳ | ۲ | ۳ | ۳ | ۲ | ۳ | ۲ | ۳ | ۱ |

۹.۸ خودآزمایی شماره ۹ (آشنایی با مفهوم مشتق)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه



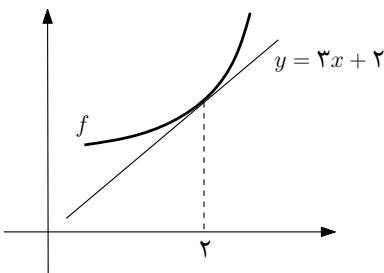
(۱) با توجه به شکل مقابل، حاصل $f(2) + f'(2)$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{3} + 3$ (۲)

$\frac{10\sqrt{3}}{3}$ (۱)

$4\sqrt{3}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)



(۲) با توجه به شکل مقابل، کدام گزینه همواره صحیح است؟

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 8}{x - 2} = \frac{1}{3}$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = -3$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 8}{x - 2} = 3$ (۴)

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 8}{x - 2} = 3$ (۳)

(۳) حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f^2(x) - f^2(a)}{x - a}$ کدام است؟

۴ (صفر)

$2f(a)f'(a)$ (۳)

$2f'(a)$ (۲)

$2f(a)$ (۱)

(۴) حاصل عبارت $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x^2 - 4}$ کدام است؟ (f همواره مشتق پذیر است.)

$\frac{1}{4}f'(-2)$ (۴)

$-\frac{1}{4}f'(-2)$ (۳)

$-\frac{1}{4}f'(2)$ (۲)

$\frac{1}{4}f'(2)$ (۱)

(۵) اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{f(x) - 4} = -2$ و $(1, 4) \in f$ باشد، $f'(1)$ کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۱)

(۶) خط گذرا از دو نقطه $(1, 2)$ و $(-1, 3)$ بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ در نقطه $x = 3$ مماس است. حد عبارت

$\frac{f^2(x) + 4f(x) - 5}{3 - x}$ وقتی $x \rightarrow 3$ ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(۷) خط به معادله $y = 3x - 2$ در نقطه $x = 2$ ، بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 4f(x)}{x - 2}$ ، کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

سراسری ریاضی ۹۵

۸) اگر $f(1) = 2f'(1) = 4$ حاصل، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 4}{x^2 - 1}$ کدام است؟

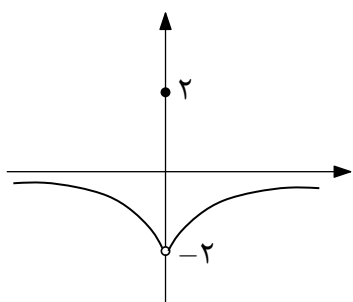
- ۴ (۴) ۸ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۹) خطی که از دو نقطه‌ی $(0, -1)$ و $(\frac{1}{3}, 0)$ می‌گذرد، بر تابع f در نقطه‌ی $x = 1$ عمود است. حاصل حد عبارت $\frac{f^2(x) + f(x) - 6}{f(x)(2 - 2x)}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

- $-\frac{15}{4}$ (۴) $\frac{5}{12}$ (۳) $-\frac{15}{4}$ (۲) $-\frac{5}{12}$ (۱)

۱۰) اگر خط $2y + x = 5$ در نقطه‌ای به طول ۱ بر منحنی $y = f(x)$ مماس باشد، حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 2f(x)}{\sqrt{x} - 1}$ کدام است؟

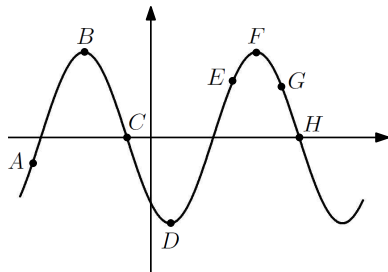
- ۱ (۴) ۲ (۳) -۲ (۲) ۱ (۱)



۱۱) شکل روبه‌رو، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. مشتق تابع $g(x) = \frac{x}{f(x) + x}$ در $x = 0$ کدام است؟

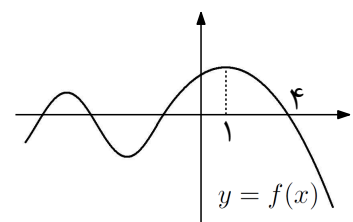
- $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۱)

- (۴) وجود ندارد. -۲ (۳)



۱۲) با توجه به نمودار روبه‌رو، کدام گزینه صحیح نیست؟

- ۱) در نقطه‌ی C مقدار تابع صفر و مشتق تابع منفی است.
 ۲) در نقطه‌ی B مقدار تابع مثبت و مشتق تابع صفر است.
 ۳) در نقاط H و C مقدار تابع صفر و مشتق تابع منفی است.
 ۴) در نقاط A و D مقدار تابع منفی و مشتق تابع مثبت است.



۱۳) اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه‌ای به طول ۳ کدام می‌تواند باشد؟

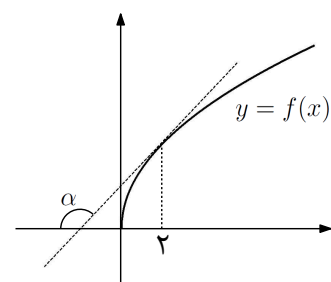
- $4x + 5y = 20$ (۲) $5x + 4y = 20$ (۱)

- $3x + 4y = 12$ (۴) $4x + 3y = 12$ (۳)

۱۴) اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(2+h) - f(2)} = 2$ باشد، زاویه‌ی α چند درجه است؟

- ۱۲۰ (۲) ۱۳۵ (۱)

- ۱۶۵ (۴) ۱۵۰ (۳)



۱۵) اگر $f(x) = x(x+1)(x+2)\dots(x+6)$ مقدار $f'(-5)$ چند است؟

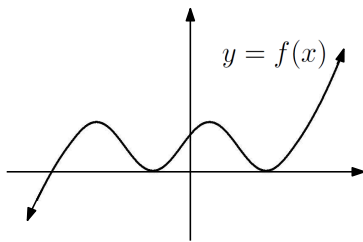
- ۱۲۰ (۱) -120 (۲) 720 (۳) -720 (۴)

۱۶) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{h^2 - h} = x^2 - f'(x)$ مقدار $f'(\sqrt{2})$ کدام است؟

- ۲ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴)

۱۷) شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{ax}$ در نقطه‌ی $x = 1$ برابر $\frac{2}{3}$ است، مقدار $f'(8)$ کدام است؟

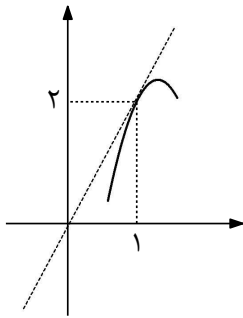
- $\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)



۱۸) نمودار تابع f به صورت مقابل است. در نقطه روی تابع f هم مقدار تابع و هم مشتق تابع صفر است. در نقطه m مقدار تابع صفر است و مشتق تابع صفر نیست. در نقطه p مقدار تابع مثبت است و مشتق تابع صفر است، مقدار $m+n+p$ چقدر است؟

- ۴ (۱) ۷ (۲)

- ۵ (۳) ۶ (۴)



۱۹) اگر خط مماس بر نمودار تابع f در $x = 1$ به صورت مقابل باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -1 (۲)

- ۲ (۳) -2 (۴)

۲۰) اگر $f(x) = (x-1)\sqrt{2x^3 + 6x^2}$ باشد، مقدار $f'(1)$ کدام است؟

- $-\sqrt{2}$ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲ | ۴ | ۳ | ۴ | ۴ | ۲ | ۱ | ۲ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۳ | ۲ | ۲ | ۳ | ۳ | ۴ | ۴ |

۱۰.۸ خودآزمایی شماره ۱۰ (مشتق پذیری و پیوستگی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

- ۱) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x+a & ; x \leq 1 \\ b\sqrt{x} & ; x > 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است، a کدام است؟ سراسری ۷۹
- ۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)
- ۲) اگر $y = (\sqrt{x} - \sqrt{x-a})^m$ ، $z = (\sqrt{x} + \sqrt{x-a})^m$ و $a > 0$ ، حاصل $y'z + z'y$ کدام است؟ آزاد ریاضی ۶۵
- a^m (۱) a (۲) صفر (۳) هیچکدام (۴)
- ۳) مشتق چپ تابع $f(x) = |2x+1| - |x-1|$ ، $\forall x \in \mathbb{R}$ در نقطه‌ی $x = -\frac{1}{4}$ کدام است؟ سراسری ۶۶
- ۱ (۱) ۱ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)
- ۴) معادله‌ی خط مماس بر تابع $y = x^2 - x + 3$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر آن کدام است؟
- $y = 2x + 1$ (۱) $y = x + 3$ (۲) $y = 2x + 3$ (۳) $y = x + 2$ (۴)
- ۵) خط مماس بر منحنی به معادله‌ی $y = \frac{x-3}{2x+1}$ بر خطی به معادله‌ی $2y + 14x = 9$ عمود است، طول نقطه‌ی تماس کدام است؟ سراسری تجربی ۷۷
- ۲ و -۳ (۱) ۴ و -۳ (۲) ۳ و -۴ (۳) ۳ و -۲ (۴)
- ۶) بر منحنی تابع $y = \frac{1}{x^3 - 3x^2 + 3x + 1}$ چند مماس به موازات محور x ها می‌توان رسم کرد؟
- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)
- ۷) اگر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌ی $y = x^3 - 2x^2$ و $y = ax^2 + b$ در نقطه‌ای به طول -۲ مماس بر هم باشند، a کدام است؟ سراسری ریاضی ۷۵
- ۵ (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۵ (۴)
- ۸) اگر $h(x) = f(g(x))$ ، $g(x) = x^2 - 4x + 5$ و $f'(2) = -\frac{1}{4}$ ، مقدار $h'(3)$ کدام است؟
- ۲ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)
- ۹) اگر $f'(x) = \frac{x}{x^2+1}$ ، مشتق تابع $f(2x)$ کدام است؟
- $\frac{2x}{1+4x^2}$ (۱) $\frac{4x}{1+x^2}$ (۲) $\frac{4x}{1+4x^2}$ (۳) $\frac{2x}{1+x^2}$ (۴)
- ۱۰) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = -\frac{2}{3}$ مقدار مشتق $f(\sqrt{1-3x})$ به ازای $x = -1$ کدام است؟ سراسری ریاضی ۷۶
- ۲ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۴)

(۱) در تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 + 5 & ; x < 1 \\ 2x^2 + 4 & ; x \geq 1 \end{cases}$ مقدار $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

(۱۲) در تابع $f(x) = (3x^2 + 3x + 1)^8$ ضریب زاویه‌ی خط مماس در نقطه‌ای به طول $-\frac{1}{3}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۲-۸ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴)

(۱۳) در تابع $f(x) = (x^2 - 4)[x + 1]$ حاصل $\frac{f'_+(2)}{f'_-(2)}$ برابر است با:

- $-\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴)

(۱۴) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x\sqrt{x} + |x - 1|$ مقدار $f'_+(1) + 3f'_-(1)$ ، کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

(۱۵) اگر $f(x) = |x - 2| + \sqrt{2x}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x}$ کدام است؟

- -2 (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

(۱۶) خط قائم بر منحنی به معادله‌ی $xy = x^2 + 1$ در نقطه‌ی $A(1, 2)$ با کدام یک از خطوط زیر موازی است؟

- (۱) محور x ها (۲) محور y ها (۳) نیمساز ربع اول و سوم (۴) نیمساز ربع دوم و چهارم

(۱۷) عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی به معادله‌ی $y = x\sqrt{x - 3}$ در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن کدام است؟

- -8 (۱) -6 (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

(۱۸) اگر $f'(a) = 2$ و $f(a) = \frac{1}{3}$ ، مقدار مشتق عبارت $f^2(x) + \frac{1}{f(x)}$ در نقطه‌ی $x = a$ چقدر است؟

- -4 (۱) -6 (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

(۱۹) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{x}$ آنگاه مشتق $f(x^2)$ کدام است؟

- ۲ (۱) $\frac{2}{x}$ (۲) $\frac{1}{x^2}$ (۳) $\frac{x+1}{x^2}$ (۴)

(۲۰) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = 2\sqrt{x}$ ، آنگاه $f'(4)$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴ | ۲ | ۲ | ۱ | ۲ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۲ | ۴ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ | ۳ | ۳ |

۱۱.۸ خودآزمایی شماره ۱۱ (مشتق پذیری و پیوستگی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) زاویه‌ی بین دو نیم‌مماس که در مبدأ مختصات بر منحنی $y = |x|\sqrt{x+1}$ رسم می‌شوند، کدام است؟

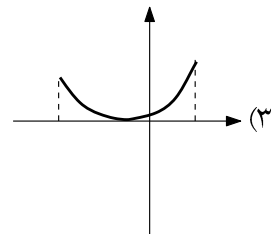
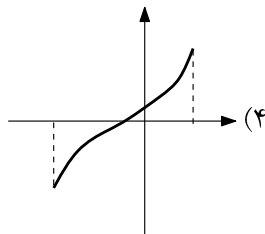
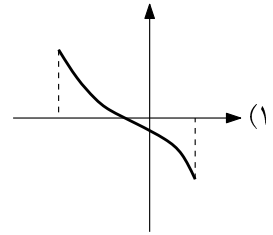
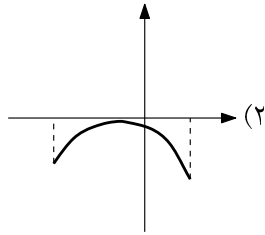
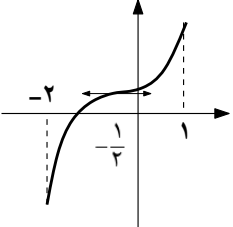
۹۰° (۴)

۴۵° (۳)

۳۰° (۲)

۶۰° (۱)

(۲) اگر نمودار تابع $y = f(x)$ در بازه‌ی $[-2, 1]$ شکل روبه‌رو باشد، نمودار $f'(x)$ به کدام صورت است؟



(۳) مقدار مشتق $f(x) = \sqrt{x+a}$ به ازای $x = 2$ برابر $\frac{1}{4}$ است، مقدار a کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

(۴) شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 5}{x^3 + x^2 + x + 1}$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ چقدر است؟

$\frac{9}{4}$ (۴)

۹ (۳)

$-\frac{3}{4}$ (۲)

-۱ (۱)

(۵) عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{2x-1}{2-x}$ در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

(۶) در چند نقطه از نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+9}$ مماس بر منحنی موازی محور x هاست؟

۰ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری

(۷) دو منحنی به معادلات $y = x - \sqrt{x+3}$ و $y = \frac{ax+b}{x+1}$ ، در نقطه‌ای به طول ۱ مماس بر هم‌اند، a کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

(۸) اگر مشتق تابع $f(x)$ برابر $5x - 1$ باشد، مشتق تابع $f(x^2)$ کدام است؟

$2x(5x-1)$ (۴)

$10x^2 - 2x$ (۳)

$5x - 1$ (۲)

$5x^2 - 1$ (۱)

۹) اگر تابع f در $x = 4$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 7}{x - 4} = \frac{-3}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $\frac{f(2x)}{x}$ در $x = 2$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۰) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 4| & ; x > 1 \\ \sqrt{x} & ; x \leq 1 \end{cases}$ در ... نقطه مشتق و در ... نقطه خط مماس ندارد.

- (۱) ۴، ۴ (۲) ۳، ۴ (۳) ۳، ۳ (۴) ۲، ۳

۱۱) اگر f تابعی پیوسته و $f(1) = 4$ و $f'(1) = 8$ باشد آنگاه مشتق $\frac{1}{f(x)}$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) -۲

۱۲) برای $f(x) = \frac{(x^3 - 1)(x^3 + 1)}{x + \sqrt{x}}$ مقدار $f'(-1)$ برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۳) خط مماس بر منحنی به معادله $y = x^3 + 3x^2 + 1$ ، بر خط به معادله $x - 3y = 2$ عمود است. این خط مماس از نقطه‌ای با کدام مختصات می‌گذرد؟

- (۱) (۱، ۳) (۲) (۱، ۴) (۳) (۲، -۶) (۴) (۲، -۴)

۱۴) اگر خط مماس بر منحنی $y = \frac{2x - 1}{2x + 1}$ در نقطه‌ای A موازی خط $y = x + 2$ باشد، عرض نقطه‌ی A کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۵) خط $y = -1$ بر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = 2x^2 - x + a$ مماس است، a کدام است؟

- (۱) $-\frac{9}{8}$ (۲) $-\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{9}{8}$

۱۶) خط به معادله $y = 2x - 5$ در نقطه‌ای به طول ۱ بر منحنی به معادله $y = ax^2 + bx + 1$ مماس است، a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۷) اگر دو منحنی به معادلات $y = x^2 + x$ و $y = \frac{ax + b}{x + 1}$ در نقطه‌ای به طول ۲- بر هم مماس باشند، ab کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۴۰ (۴) -۴۰

۱۸) در تابع f ، اگر $f'(-1) = 2$ ، مقدار مشتق تابع با ضابطه $y = f\left(\frac{2}{x}\right)$ در $x = -2$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(۱۹) اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -\frac{1}{3}$ ، مشتق $f(\sqrt{|x| + 3})$ در نقطه‌ی $x = -1$ کدام است؟

$-\frac{1}{12}$ (۴)

$-\frac{1}{6}$ (۳)

$\frac{1}{12}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

(۲۰) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + 5h) - f(x + 2h)}{h} = 12$ آنگاه $f'(5)$ کدام است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۷ (۲)

۱۲ (۱)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴ | ۲ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۲ | ۴ | ۳ | ۳ | ۳ | ۲ | ۲ | ۴ | ۴ | ۳ | ۴ |

۱۲.۸ خودآزمایی شماره ۱۲ (آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) آهنگ تغییر متوسط تابع $y = \tan \pi x$ نسبت به تغییر x وقتی x روی بازه $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right]$ تغییر می‌کند، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) 2π (۴) -2π

(۲) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x + \frac{1}{x}$ آهنگ تغییر متوسط تابع وقتی متغیر از عدد ۲ به عدد $2+h$ تغییر کند برابر $\frac{1}{9}$ است، h کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳

(۳) آهنگ تغییر متوسط تابع $f(t) = \frac{2}{\sqrt{t}}$ از $t = 1$ تا $t = 4$ در چه لحظه‌ای با آهنگ آنی تغییر آن برابر است؟

- (۱) $\sqrt{27}$ (۲) $\sqrt{9}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

(۴) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{36}{x^2}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 3$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای آن، در $x = \sqrt{12}$ بیشتر است؟

سراسری تجربی ۹۰

- (۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) $2/5$

(۵) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (2x+1)^{-\frac{1}{3}}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع، از نقطه‌ی $x = 4$ تا $x = 12$ ، از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه‌ی $x = 4$ چقدر بیشتر است؟

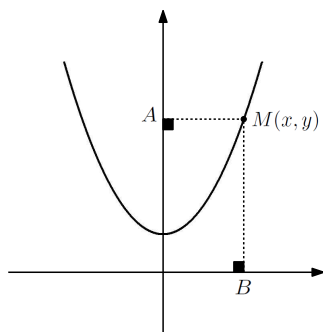
سراسری تجربی ۹۳

- (۱) $\frac{7}{540}$ (۲) $\frac{11}{540}$ (۳) $\frac{7}{270}$ (۴) $\frac{11}{270}$

(۶) اگر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = x^2 + 2x + 5$ در نقطه‌ی x برابر ۳ باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) ± 1 (۲) $\pm \frac{1}{3}$ (۳) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) ± 3

(۷) در شکل روبه‌رو، نقطه‌ی $M(x, y)$ بر روی نمودار $f(x) = x^2 + 2$ در ربع اول در حرکت است. اگر مساحت مستطیل $OAMB$ را با S نمایش دهیم، آهنگ لحظه‌ای تغییر S نسبت به x کدام است؟



- (۱) $2x$ (۲) $3x^2$

- (۳) $3x^2 + 2$ (۴) $2x + 2$

(۸) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+2h) - g(1)}{h} = 5$ باشد، آنگاه آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 + x$ در $[1, 2]$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع g در $x = 1$ بیشتر است؟

- (۱) ۵ (۲) $5/5$ (۳) ۶ (۴) $6/5$

۹) فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{-2x + 2} = \frac{3}{5}$ ، آهنگ تغییر تابع $y = 3f(x^2) + x^3$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{21}{5}$ (۳) $\frac{51}{5}$ (۴) $-\frac{17}{5}$

۱۰) در تابع با ضابطه $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ ، تفاضل آهنگ لحظه‌ای در نقطه‌ی $a + \frac{h}{4}$ از آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر x از عدد a به $a + h$ تغییر کند، کدام است؟

- (۱) h (۲) $2h$ (۳) $3h$ (۴) صفر

۱۱) تابع f با ضابطه $f(x) = 2\sqrt{x} + 1$ مفروض است. آهنگ متوسط تغییر تابع در نقطه‌ی $x_1 = 1/21$ با نمو $h = 0/23$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{18}{23}$ (۲) $\frac{19}{23}$ (۳) $\frac{20}{23}$ (۴) $\frac{21}{23}$

۱۲) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x+3}}$ از $x = 3$ تا $x = 11$ ، چند برابر آهنگ آنی تغییر تابع $g(x) = \sqrt{x}$ در $x = \frac{1}{4}$ می‌باشد؟

- (۱) -100 (۲) $-\frac{1}{100}$ (۳) -20 (۴) $-\frac{1}{20}$

۱۳) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \log_2(x+2)$ در فاصله‌ی $[-\frac{7}{4}, 6]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{20}{31}$ (۲) $\frac{20}{17}$ (۳) $\frac{10}{17}$ (۴) $\frac{10}{31}$

۱۴) یک بادکنک را باد کرده‌ایم تا به شکل کره‌ای به شعاع 10 سانتی متر در آمده است. اگر به باد کردن آن ادامه دهیم به طوری که در هر ثانیه یک میلی متر به شعاع آن افزوده شود، آهنگ متوسط تغییر مساحت این بادکنک در 20 ثانیه‌ی اول چقدر است؟

- (۱) 80π (۲) $\frac{44\pi}{5}$ (۳) $\frac{11\pi}{5}$ (۴) $\frac{\pi}{5}$

۱۵) یک بادکنک کره‌ای را طوری باد می‌کنیم که در هر ثانیه شعاع آن 2 میلی متر افزایش می‌یابد. آهنگ لحظه‌ای افزایش مساحت این بادکنک نسبت به زمان پس از گذشت 5 ثانیه چقدر است؟ (در لحظه‌ی $t = 0$ فرض کنید شعاع بادکنک صفر است.)

- (۱) 160π (۲) 80π (۳) 40π (۴) 20π

۱۶) اگر شعاع کره‌ای از 10 cm به 12 cm افزایش یابد، آهنگ متوسط تغییر سطح کره چقدر است؟

- (۱) 176π (۲) 88π (۳) 90π (۴) 180π

۱۷) متحرکی روی یک محور افقی حرکت می‌کند و معادله‌ی حرکت آن به صورت $x = 2t^2 - 12t + 25$ است، در کدام نقطه جهت حرکت این متحرک تغییر می‌کند؟

- (۱) $x = 3$ (۲) $x = -3$ (۳) $x = 7$ (۴) $x = -7$

۱۸) در تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه $[2/41, 4/25]$ با آهنگ آنی آن در لحظه $x = 3/29$ چقدر اختلاف دارد؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{9}{23}$ (۳) $\frac{5}{23}$ (۴) $\frac{10}{23}$

۱۹) معادله حرکت اتومبیلی در بازه زمانی $[2, 10]$ به صورت $f(t) = 2t^2 - 3t + 10$ است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در این بازه برابر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۰) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = a\sqrt{x} + 50$ در بازه $[0, 36]$ به اندازه $\frac{2}{3}$ از آهنگ لحظه‌ای تغییر در نقطه $x = 49$ بیشتر است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۶ (۴) ۷

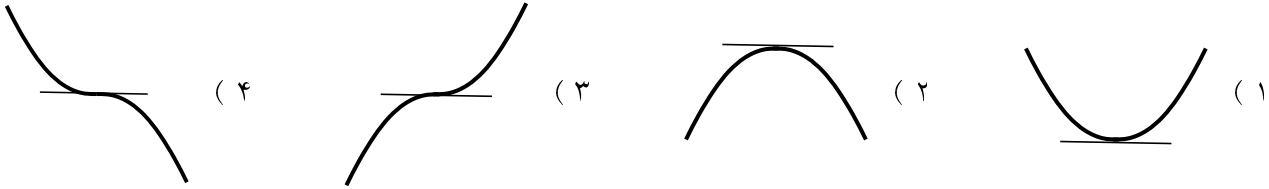
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴ | ۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ | ۲ | ۱ | ۴ | ۳ | ۴ | ۲ | ۲ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ |

۱۳.۸ خودآزمایی شماره ۱۳ (اکسترم‌های یک تابع)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

(۱) نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x$ در حوالی نقطه‌ی $x = 1$ کدام وضع را با محور x ها دارد؟



(۲) اگر تابع $y = f(x)$ صعودی اکید باشد، کدام تابع صعودی اکید است؟

آزاد ریاضی ۷۸

- (۱) $|x| + f(x)$ (۲) $xf(x)$ (۳) $x + f(x)$ (۴) $|x|f(x)$

(۳) منحنی نمایش تابع $y = x^3 - 3x^2$ در نزدیکی نقطه‌ی $x = 1$ و به ازای مقادیر کمتر و بیشتر از آن به ترتیب

- (۱) صعودی و صعودی است. (۲) صعودی و نزولی است.

- (۳) نزولی و صعودی است. (۴) نزولی و نزولی است.

(۴) وضعیت منحنی نمایش تابع $y = 2x^3 - 6x$ روی بازه‌های $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ و $\left[-\frac{1}{3}, 0\right]$ به ترتیب کدام است؟

- (۱) صعودی - صعودی (۲) صعودی - نزولی

- (۳) نزولی - صعودی (۴) نزولی - نزولی

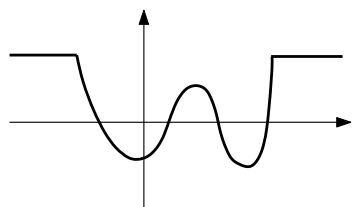
(۵) در تابع $f(x) = |4 - |x + 1||$ نقاط به طول‌های ۳ و ۵- به ترتیب طول‌های هستند.

- (۱) ماکزیمم، مینیمم (۲) مینیمم، ماکزیمم (۳) ماکزیمم، ماکزیمم (۴) مینیمم، مینیمم

(۶) اکسترم‌های نسبی تابع $y = x - [x]$ روی کدام خط قرار دارند؟

- (۱) $y = 0$ (۲) $x = 0$ (۳) $y = 1$ (۴) $y = 2$

(۷) نمودار تابع f شکل روبه‌رو است، این تابع چند نقطه‌ی اکسترم نسبی دارد؟



- (۱) هیچ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بیشمار

۸) به ازای کدام مقدار a مینیمم تابع $y = ax^2 - 2\sqrt{2}x + a$ بر روی خط به معادله $y = 1$ واقع است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۹) نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 - \frac{3}{4}x^2 + c$ بر روی خط $y = ax + b$ قرار دارند، a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۰) چه مقدار باشد تا خط $y = mx$ از نقطه‌ی مینیمم منحنی $y = x^2 - 2mx + 8$ عبور کند؟

- (۱) -۳ (۲) ± 2 (۳) ۱ (۴) ± 4

۱۱) اگر مینیمم تابع با ضابطه‌ی $y = (m-1)x^2 + x$ برابر -۲ باشد، m چقدر است؟

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{9}{8}$

۱۲) طول‌های نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع $y = x^3 + ax^2 + bx$ قرینه‌اند، اگر محل برخورد نمودار تابع با محور x ها نقطه‌ای به طول ۲ باشد، $a+b$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۳) فاصله‌ی دو خط مماس بر نمودار $y = x^3 - 3x$ در دو نقطه‌ی ماکزیمم و مینیمم آن کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۴) به ازای کدام مقدار از m مجموع طول‌های نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع $y = mx^3 + 3x^2 - x$ برابر ۱ است؟

- (۱) $m = -2$ (۲) $m = -1$ (۳) $m = 1$ (۴) $m = 2$

۱۵) مقدار b کدام باشد که تابع $f(x) = -x^2 + bx + 3$ ماکزیممی برابر ۴ داشته باشد؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

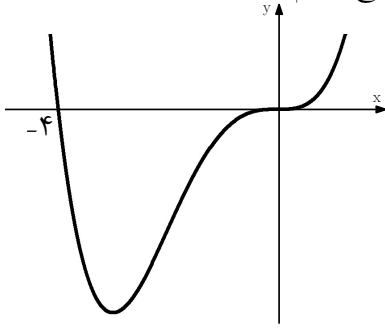
۱۶) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{a}{x} + bx^2$ در نقطه‌ی $(-2, 1)$ دارای اکسترمم نسبی است. عدد a و نوع اکسترمم نسبی کدام است؟

- (۱) مینیمم، $-\frac{4}{3}$ (۲) ماکزیمم، $-\frac{4}{3}$ (۳) مینیمم، $\frac{4}{3}$ (۴) ماکزیمم، $\frac{4}{3}$

۱۷) تابع f روی $[a, b]$ تعریف شده و $a < c < b$ است. کدام بیان نادرست است؟

- (۱) اگر c نقطه‌ی اکسترمم نسبی و $f'(c)$ وجود داشته باشد، آنگاه خط مماس بر منحنی در c افقی است.
 (۲) اگر c نقطه‌ی اکسترمم نسبی باشد، آنگاه c نقطه بحرانی است.
 (۳) اگر c نقطه‌ی بحرانی باشد، آنگاه c نقطه‌ی اکسترمم نسبی است.
 (۴) اگر c نقطه‌ی اکسترمم مطلق باشد، آنگاه c نقطه‌ی بحرانی است.

۱۸) شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = x^4 + ax^3 + bx$ است. با تعیین مقادیر a و b ، می‌توانیم تابع، کدام است؟



- (۱) -۳۶
- (۲) -۳۲
- (۳) -۲۷
- (۴) -۲۴

۱۹) اگر c نقطه‌ی اکسترمم مطلق تابع f روی دامنه‌ی آن باشد و تابع در همسایگی آن نقطه تعریف شده باشد، الزاماً تابع f در نقطه‌ی c ، کدام وضعیت را دارد؟

- (۱) پیوسته
- (۲) مشتق‌پذیر
- (۳) خط مماس افقی
- (۴) اکسترمم نسبی

۲۰) مینیمم مطلق تابع $y = \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ بر بازه‌ی $[1, 3]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $-\frac{1}{3}$
- (۴) $-\frac{2}{3}$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱ | ۴ | ۳ | ۳ | ۲ | ۲ | ۱ | ۳ | ۱ | ۴ | ۲ | ۲ | ۴ | ۴ | ۱ | ۴ | ۴ | ۴ | ۳ | ۳ |

(۱) از بین مثلث‌هایی که مجموع طول قاعده و ارتفاع وارد بر آنها ۱۲ است، بیشترین مساحت آنها چند واحد مربع است؟

سراسری تجربی ۷۸

(۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

(۲) مساحت بزرگترین مستطیلی که در درون دایره به شعاع ۲ قرار می‌گیرد، کدام است؟

سراسری تجربی ۷۶

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

(۳) ماکزیمم محیط از مستطیل‌هایی که یک ضلع آن منطبق بر محور x ها و دو رأس آن بر منحنی تابع $y = 6 - x^2$ قرار دارند، کدام است؟

سراسری ۷۷

(۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

(۴) از میان مثلث‌هایی که مجموع طول قاعده و ارتفاع وارد بر آن ۱۶ سانتی‌متر است، مثلثی را اختیار کرده‌ایم که مساحت آن ماکزیمم است. مساحت این مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟

سراسری تجربی ۸۴

(۱) ۳۵ (۲) ۳۲ (۳) ۳۴ (۴) ۳۶

(۵) در مکعب مستطیلی با قاعده‌ی مربع، مجموع طول و عرض و ارتفاع آن مقدار ثابت L است. ارتفاع این مکعب چقدر باشد تا حجم ماکزیمم گردد؟

سراسری تجربی ۶۳

(۱) $\frac{L}{3}$ (۲) $\frac{L}{4}$ (۳) L (۴) $\frac{L}{4}$

(۶) دو ضلع از مستطیلی منطبق بر محورهای مختصات و رأس چهارم آن واقع بر منحنی به معادله‌ی $y = (x - 2)^2$ روی بازه‌ی $[0, 2]$ است، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۶

(۱) $\frac{28}{27}$ (۲) $\frac{10}{9}$ (۳) $\frac{32}{27}$ (۴) $\frac{11}{9}$

(۷) مجموعه‌ی هم‌م‌ی مستطیل‌هایی را که محیط آنها برابر ۱۶ است در نظر می‌گیریم، مینیمم مجموعه‌ی طول اقطار این مستطیل‌ها کدام است؟

(۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) ۶

(۸) بیشترین مساحت مستطیلی که به وسیله‌ی طناب به طول ۴۸ متر در حاشیه‌ی یک رودخانه می‌توان محصور کرد چند متر مربع است؟ (به ضلع چهارم مستطیل دسترسی نیست.)

سراسری تجربی ۷۸

(۱) ۲۴۴ (۲) ۲۸۸ (۳) ۲۹۶ (۴) ۳۱۶

(۹) رابطه‌ی بین r شعاع قاعده و h ارتفاع استوانه به صورت $r + h = 15$ است. شعاع قاعده چقدر اختیار شود تا سطح جانبی استوانه ماکزیمم گردد؟

سراسری ۶۸

(۱) $7/5$ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۰) اگر x و y دو ضلع قائم از مثلثی به طول وتر $5\sqrt{2}$ باشند، بیشترین مقدار $3x + 4y$ کدام است؟

۴۰ (۴)

$28\sqrt{2}$ (۳)

۳۶ (۲)

$25\sqrt{2}$ (۱)

۱۱) در ساخت یک قیف به شکل مخروط قائم به حجم $\frac{\pi}{3}$ ، با کدام ارتفاع، کمترین مقدار جنس مصرف می‌شود؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

۱۲) بیشترین مساحت از مستطیل‌هایی که دو رأس آن بر روی نیم‌بیضی به معادله‌ی $y = \frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}$ و دو رأس دیگر آن بر روی محور x ها باشند، کدام است؟

۸ (۴)

$4\sqrt{3}$ (۳)

$3\sqrt{5}$ (۲)

۶ (۱)

۱۳) بزرگترین حجم مخروط، از بین مخروط‌هایی که مجموع شعاع قاعده و ارتفاع آنها برابر واحد باشد کدام است؟

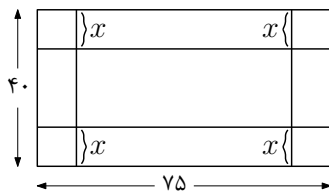
$\frac{4\pi}{27}$ (۴)

$\frac{3\pi}{32}$ (۳)

$\frac{\pi}{12}$ (۲)

$\frac{4\pi}{81}$ (۱)

۱۴) مطابق شکل روبه‌رو، می‌خواهیم با برش زدن مربع‌هایی با اندازه‌های مساوی از چهار گوشه‌ی یک قطعه مقوای 40×75 سانتی‌متر، یک جعبه‌ی در باز بسازیم. طول ضلع مربع‌های جدا شده باید چقدر باشد تا حجم جعبه بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد؟



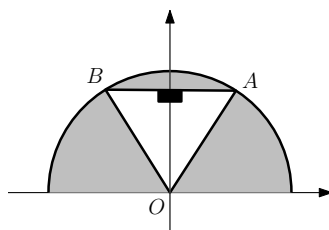
$\frac{25}{3}$ (۲)

۳۰ (۱)

$\frac{50}{3}$ (۴)

$\frac{25}{6}$ (۳)

۱۵) مثلث OAB مطابق شکل در داخل منحنی $y = \sqrt{2-x^2}$ محاط شده است به گونه‌ای که یک رأس آن روی مبدأ مختصات و دو رأس دیگر آن روی منحنی قرار دارد. اگر مساحت قسمت رنگ شده در شکل کمترین مقدار ممکن باشد، اندازه‌ی میانه‌ی وارد بر ضلع AB کدام است؟



$\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

۱۶) حجم استوانه‌ای 2π متر مکعب است. اگر سطح کل آن مینیمم باشد، شعاع آن چند متر است؟

$0/5$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

۱۷) می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۴۸ واحد، یک مکعب مستطیل بسازیم. بیشترین حجم این مکعب مستطیل در صورتی که یکی از بُعدها ۳ برابر بُعد دیگر باشد، کدام است؟

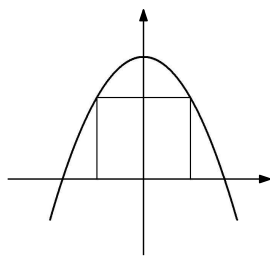
۶۴ (۴)

۶۰ (۳)

۴۸ (۲)

۴۰ (۱)

۱۸) یک مستطیل درون سهمی $y = 3 - x^2$ مطابق شکل محاط است، بیشترین مساحت این مستطیل چقدر است؟



۳ (۲)

$3\sqrt{2}$ (۱)

۴ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۱۹) غلظت یک داروی شیمیایی در خون، t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه $C(t) = \frac{3t}{t^3 + 27}$ به دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون، بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟

$2\sqrt{3}$ (۴)

$\frac{3}{\sqrt{2}}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$3\sqrt{2}$ (۱)

۲۰) هزینه سوخت یک قطار در هر ساعت برای حرکت با سرعت v کیلومتر بر ساعت، برابر $320v^2$ تومان است. همچنین سایر هزینه‌ها برای هر ساعت، صرف‌نظر از سرعت قطار، برابر ۸۰۰۰۰۰ تومان می‌باشد. قطار با چه سرعتی حرکت کند تا هزینه آن در یک کیلومتر، کمترین مقدار ممکن باشد؟

۸۰ Km/h (۴)

۷۰ Km/h (۳)

۶۰ Km/h (۲)

۵۰ Km/h (۱)

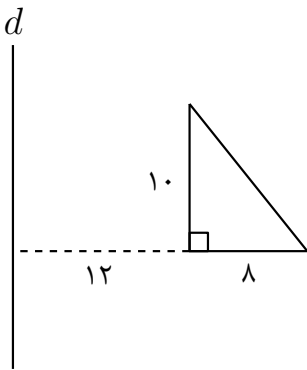
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ | ۲ | ۲ | ۳ | ۱ | ۲ | ۴ | ۱ | ۲ |

۱۵.۸ خودآزمایی شماره ۱۵ (تفکر تجسمی و آشنایی با مقاطع مخروطی)

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۲۰

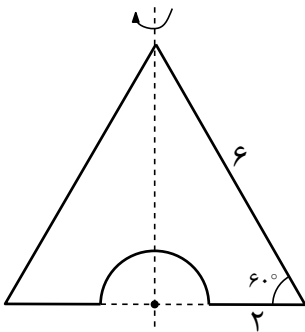
(۱) حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه‌ی مقابل حول محور d چقدر است؟ ($\pi = ۳$)



۶۴۰ (۱) ۱۹۲۰ (۲)

۳۵۲۰ (۳) ۵۶۸۰ (۴)

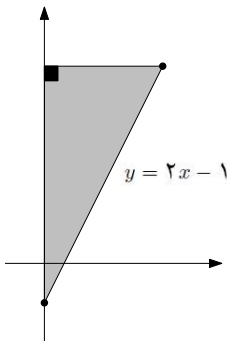
(۲) یک نیم‌دایره را مطابق شکل از یک مثلث متساوی‌الاضلاع بریده و شکل حاصل را حول محور تقارنش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران کدام است؟



(۱) $(9\sqrt{3} - \frac{4}{3})\pi$ (۲) $(6\sqrt{3} - \frac{2}{3})\pi$

(۳) $(9\sqrt{3} - \frac{2}{3})\pi$ (۴) $(6\sqrt{3} - \frac{4}{3})\pi$

(۳) مطابق شکل وتر مثلث به معادله‌ی $y = 2x - 1$ با شرط $0 \leq x \leq 3$ مفروض است. اگر مثلث را حول محور y ها دوران دهیم، حجم جسم حاصل کدام است؟



۱۲π (۱) ۱۵π (۲)

۱۸π (۳) ۲۱π (۴)

(۴) مثلث متساوی‌الساقین با ساق ۵ و قاعده‌ی ۸ را حول قاعده دوران می‌دهیم، حجم حاصل چقدر است؟

۳۶π (۴)

۲۷π (۳)

۲۴π (۲)

۱۸π (۱)

(۵) صفحه‌ی P کره‌ای به مرکز O و شعاع ۵ سانتی‌متر را قطع کرده است. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی O از صفحه‌ی P برابر ۳ سانتی‌متر باشد، مساحت این سطح مقطع کدام است؟

۶۴π (۴)

۱۶π (۳)

۹π (۲)

۲۵π (۱)

(۶) مساحت سطح مقطع یک استوانه‌ی قائم با صفحه‌ای که از محور آن می‌گذرد با مساحت سطح مقطع آن با صفحه‌ای که عمود بر ارتفاع، آن را قطع می‌کند، برابر است. نسبت مساحت جانبی به مساحت کل استوانه کدام است؟

$\frac{2}{\pi}$ (۴)

$\frac{\pi}{4}$ (۳)

$\frac{\pi}{\pi+2}$ (۲)

$\frac{\pi}{\pi+1}$ (۱)

۷) صفحه‌ی P_1 کره‌ای به شعاع ۵ واحد را به گونه‌ای قطع می‌کند که سطح مقطع حاصل حداکثر مساحت را داشته باشد. اگر صفحه‌ی P_2 که موازی صفحه‌ی P_1 است، به فاصله‌ی ۳ واحد از P_1 کره را قطع کند، مساحت سطح مقطع فوق چند واحد مربع است؟

- ۱۸π (۴) ۱۶π (۳) ۹π (۲) ۸π (۱)

۸) نقاط $(3, 1)$ و $(-5, 1)$ کانون‌های یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{4}{5}$ هستند. این بیضی محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) صفر (۱)

۹) قطر بزرگ یک بیضی دو برابر قطر کوچک آن است، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

۱۰) خروج از مرکز مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فاصله‌های آنها تا دو نقطه‌ی $(-2, 0)$ و $(4, 0)$ برابر 10 باشد، کدام است؟

- $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۱)

۱۱) اگر نقطه‌ی $S(-3, 2)$ مرکز بیضی مماس بر محورهای مختصات و M نقطه‌ای روی این بیضی باشد، جمع فواصل M از کانون‌های این بیضی چند است؟

- ۱ (۴) ۵ (۳) ۶ (۲) ۴ (۱)

۱۲) بیضی با دو سر قطر بزرگتر $A(-2, 1)$ و $B(6, 1)$ و خروج از مرکز $\frac{\sqrt{3}}{4}$ بر کدام خط مماس است؟

سراسری ۷۲

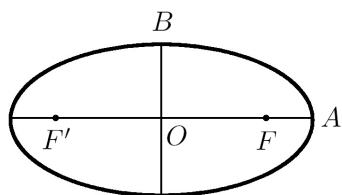
- $y = 3\sqrt{2}$ (۴) $y = 2\sqrt{3}$ (۳) $y = 3$ (۲) $y = 2$ (۱)

۱۳) طول قطر کوچکتر بیضی $4\sqrt{2}$ و فاصله‌ی کانون تا نزدیکترین رأس 2 واحد است، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

سراسری ۷۲

- $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

۱۴) در بیضی شکل مقابل مساحت مثلث OAB سه برابر مساحت مثلث BBF' است، خروج



- $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۱)
 $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

۱۵) رئوس غیرکانونی به همراه کانون‌های یک بیضی، رئوس یک مربع‌اند. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

(۱) شعاع کوچک‌ترین دایره‌ی گذرا از نقطه‌ی $A = (-3, 3)$ و مماس بر خط $y = 2x - 1$: Δ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{5}$

(۲) اندازه‌ی شعاع دایره به معادله‌ی $2x^2 - 4x + 2y^2 + 12y - 12 = 0$ برابر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

(۳) به ازای چه مقدار k خط $y = k$ بر دایره‌ی $x^2 + 2x + y^2 - 2y = 0$ مماس است؟

- (۱) ۱ و -۱ (۲) $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ (۳) ۳ و -۳ (۴) $1 \pm \sqrt{2}$

(۴) دایره‌ای که مرکز آن $(1, 5)$ و بر خط $3x + 4y = -2$ مماس است از نقطه‌ی $A(4, m)$ عبور می‌کند، m کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(۵) نقطه‌ی متغیر H را روی خط $D: 3x - 4y + 8 = 0$ و نقطه‌ی متغیر A را روی دایره‌ی $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ در نظر می‌گیریم، کوتاهترین فاصله‌ی AH کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

(۶) مرکز دایره‌ی $2x^2 + 2y^2 + (a-1)x + (2a-1)y = 3$ روی کدام خط است؟

- (۱) $8x + 4y = -1$ (۲) $4y - 8x = 1$ (۳) $4y - 8x = -1$ (۴) $4x + 8y = 1$

(۷) اگر دو خط $y + 2x = 5$ و $2y = 7 - 4x$ بر دایره‌ای مماس باشند، محیط آن دایره چقدر است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{5}}{20}\pi$ (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{10}\pi$ (۳) $3\sqrt{5}\pi$ (۴) $2\sqrt{5}\pi$

(۸) نقطه‌ی $(a, 2a)$ مرکز دایره‌ای گذرنده بر دو نقطه‌ی $(2, 1)$ و $(-1, 4)$ است، شعاع این دایره کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{2}$

(۹) به ازای کدام مقدار a دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$ بر خط $x + 3y = 0$ مماس است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) ۳ (۴) ۵

(۱۰) کوچکترین دایره‌ای که از دو نقطه‌ی $(-1, 1)$ و $(3, -1)$ می‌گذرد، محور y ها را با کدام عرض مثبت قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

(۱۱) به ازای چه مقدار k ، معادله‌ی $(k-2)x^2 + (6-k)(y+1)^2 = 18$ یک دایره را مشخص می‌کند؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۲) دسته خطوط به معادله $(m+2)y + (m+1)x + 1 = 0$ قطرهای یک دایره‌اند. اگر این دایره از نقطه $(5, 2)$ بگذرد، شعاع آن چقدر است؟

سراسری ۸۳

- ۴ (۱) ۵ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴)

۱۳) دو دایره $(x-1)^2 + y^2 + 4y = 0$ و $x^2 + y^2 - 4x + 2y = a$ بر هم مماس‌اند، مقدار a کدام است؟

- $1 - 4\sqrt{2}$ (۱) $2 - 4\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2} - 1$ (۳) $4\sqrt{2} - 2$ (۴)

۱۴) به ازای کدام مقدار b دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ و $x^2 + y^2 - 4y + b = 0$ مماس داخل‌اند؟

سراسری ریاضی ۸۶

- ۵ (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴)

۱۵) دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 8$ و $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

سراسری تجربی ۸۷

- ۱ (۱) مماس خارج ۲ (۲) مماس داخل ۳ (۳) متقاطع ۴ (۴) متخارج

۱۶) حدود m کدام باشد تا دو دایره $C: (x+3)^2 + y^2 - (2m+1)^2 = 0$ و $C': x^2 + y^2 - 8y - m^2 + 16 = 0$ در دو نقطه متقاطع باشند؟ ($m \geq 0$)

- $m > \frac{4}{3}$ (۱) $0 \leq m < 4$ (۲) $\frac{4}{3} < m < 4$ (۳) $m > 4$ یا $0 \leq m < \frac{4}{3}$ (۴)

۱۷) دایره به مرکز $(2, 0)$ و مماس بر نیمساز ربع اول، خط به معادله $y = 1$ را با کدام طول‌ها قطع می‌کند؟

- ۱ و ۳ (۱) ۴ و ۰ (۲) $\frac{5}{4}$ و $\frac{1}{4}$ (۳) $2 + \sqrt{2}$ و $2 - \sqrt{2}$ (۴)

۱۸) دایره‌ای با مرکز $O(1, 1)$ خط $3x + 4y + 8 = 0$ را در وترى به طول ۸ قطع می‌کند. این دایره از نقطه‌ی $A(8, 0)$ با چه زاویه‌ای رؤیت می‌شود؟

- ۴۵° (۱) ۳۰° (۲) ۶۰° (۳) ۹۰° (۴)

۱۹) دو دایره از نقطه‌ی $(2, 1)$ گذشته و بر محورهای مختصات مماس‌اند، شعاع این دایره‌ها کدام است؟

سراسری ۸۷

- ۱، ۴ (۱) ۱، ۵ (۲) ۲، ۴ (۳) ۲، ۵ (۴)

۲۰) اگر کمترین و بیشترین فاصله‌ی نقطه‌ی $P = (4, -1)$ از نقاط دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x + 2y + m = 0$ به ترتیب ۱ و ۳ باشد، مقدار m برابر کدام است؟ (P خارج دایره است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴ | ۲ | ۴ | ۱ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ | ۲ | ۴ | ۲ | ۱ |

۱۷.۸ خودآزمایی شماره ۱۷ (قانون احتمال کل)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) جعبه‌ی A شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی قرمز و جعبه‌ی B ، شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی قرمز است. یک مهره از A خارج کرده‌ودر B می‌اندازیم، سپس یک مهره از B خارج می‌کنیم، احتمال آنکه مهره‌ی خارج شده از B سفید باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{13}{49}$ (۲) $\frac{17}{49}$ (۳) $\frac{23}{43}$ (۴) $\frac{31}{49}$

(۲) از کیسه‌ای شامل ۸ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه، یک مهره خارج می‌کنیم (بدون توجه به رنگ آن) احتمال آنکه مهره‌ی بعدی سفید باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{13}$ (۲) $\frac{8}{13}$ (۳) $\frac{7}{13}$ (۴) $\frac{7}{13}$

(۳) اگر احتمال انتقال یک بیماری به افراد با رنگ چشم تیره $\frac{1}{5}$ و افراد با رنگ چشم روشن $\frac{2}{5}$ باشد، احتمال سالم بودن فرزندی که از این خانواده متولد می‌شود کدام است؟

- (۱) $0/25$ (۲) $0/20$ (۳) $0/50$ (۴) $0/70$

(۴) جعبه‌ای شامل ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز است. یک مهره به تصادف از جعبه بیرون آورده و از هر رنگ که باشد آن را کنار گذاشته و مهره‌ای از رنگ دیگر در جعبه قرار می‌دهیم سپس مهره‌ای از جعبه به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه مهره قرمز باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{11}{49}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{22}{49}$

(۵) فرض کنید که A مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی زوج و B مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی فرد باشد. تاسی را پرتاب می‌کنیم اگر ۶ آمد عددی از A و در غیر این صورت عددی از B انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه عدد انتخاب شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{2}{5}$

(۶) در یک شهر ۲۰ درصد مردان و ۱۵ درصد زنان مبتلا به چاقی هستند. در اداره‌ای که همه‌ی کارکنان آن ساکن این شهر هستند، تعداد کارکنان مرد $\frac{1}{5}$ برابر تعداد کارکنان زن است. با کدام احتمال کارمندی که به تصادف از این اداره انتخاب می‌شود مبتلا به چاقی است؟

- (۱) $0/16$ (۲) $0/17$ (۳) $0/18$ (۴) $0/19$

(۷) در یک روستا ۵۴ درصد جمعیت را مردان و ۴۶ درصد آن را زنان تشکیل می‌دهند. اگر ۶۰ درصد مردان و ۷۵ درصد زنان دفترچه‌ی سلامت داشته باشند با کدام احتمال فردی که به تصادف از بین آنها انتخاب می‌شود دفترچه‌ی سلامت دارد؟

- (۱) $0/658$ (۲) $0/669$ (۳) $0/685$ (۴) $0/696$

(۸) از بین ۳ کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت را بدون جایگذاری بیرون آورده پس از آن کارت دوم را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند؟

- (۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{5}{14}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۹) سه ظرف مشابه داریم. اولی فقط ۱۰ مهره سیاه و دومی فقط ۲۰ مهره سفید و سومی دارای ۳۰ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه است. از یکی از ظرف‌ها به تصادف یک مهره بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه سیاه باشد کدام است؟

آزاد ۸۱

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۰) در کلاس ۴۰ نفری A، ۶۰٪ قبول و در کلاس ۵۰ نفری B، ۷۰٪ قبول شده‌اند. یک نفر را از بین دو کلاس انتخاب می‌کنیم، احتمال آنکه این شخص قبول شده باشد، چقدر است؟

- $\frac{58}{90}$ (۱) $\frac{61}{90}$ (۲) $\frac{41}{90}$ (۳) $\frac{59}{90}$ (۴)

۱۱) انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۱۰ درصد و به فرزند دختر ۶ درصد است، با کدام احتمال فرزندی که به دنیا می‌آید این نوع بیماری را ندارد؟

- $0/91$ (۱) $0/92$ (۲) $0/93$ (۳) $0/94$ (۴)

۱۲) ۳۰ درصد دانش‌آموزان یک دبیرستان کلاس دوازدهم هستند. اگر ۴۰ درصد دوازدهمی‌ها و ۶۰ درصد از دانش‌آموزان دیگر رشته‌ی تجربی باشند، احتمال آنکه یک دانش‌آموز این مدرسه که به تصادف انتخاب شده، رشته‌ی تجربی باشد چقدر است؟

- $0/54$ (۱) $0/5$ (۲) $0/45$ (۳) $0/24$ (۴)

۱۳) ۴۵ درصد از جامعه‌ای را مردان تشکیل می‌دهند و ۲۰ درصد از مردان دارای موهای روشن هستند. اگر احتمال روشن بودن موی یک نفر در این جامعه ۳۱ درصد باشد، چند درصد از زنان این جامعه دارای موهای روشن هستند؟

- 10 (۱) 20 (۲) 30 (۳) 40 (۴)

۱۴) دو ظرف مختلف که اولی شامل ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و دومی شامل ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی است، در اختیار داریم. ۲ مهره از ظرف اول و ۳ مهره از ظرف دوم به تصادف خارج کرده و در ظرف خالی دیگری قرار می‌دهیم و سپس از این ظرف، مهره‌ای به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال قرمز بودن این مهره کدام است؟

- $0/49$ (۱) $0/45$ (۲) $0/39$ (۳) $0/35$ (۴)

۱۵) در ظرف A، ۳ سیب قرمز و ۴ سیب زرد و در ظرف B، ۵ سیب قرمز و ۳ سیب زرد وجود دارد. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و دو سیب به طور متوالی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. احتمال آنکه هر دو سیب قرمز باشند، چقدر است؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{4}$ (۴)

۱۶) دو کیسه داریم. در کیسه‌ی اول ۳ مهره قرمز و ۲ مهره سبز و در کیسه‌ی دوم ۲ مهره قرمز و ۵ مهره سبز وجود دارد. یک مهره به تصادف از یکی از کیسه‌ها برداشته و در کیسه‌ی دیگر می‌گذاریم و سپس یک مهره از کیسه‌ی اخیر بیرون می‌کشیم. احتمال این که هر دو مهره سبز باشند، کدام است؟

- $\frac{21}{63}$ (۱) $\frac{23}{70}$ (۲) $\frac{43}{140}$ (۳) $\frac{64}{123}$ (۴)

۱۷) در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۵ عدد لامپ موجود است که در جعبه‌ی اول ۵ لامپ و در جعبه‌ی دوم ۳ لامپ معیوب هستند. از اولی ۹ لامپ و از دومی ۶ لامپ به تصادف بر می‌داریم و در جعبه‌ی سوم می‌قرار می‌دهیم. احتمال اینکه لامپ انتخاب شده از جعبه‌ی سوم معیوب باشد، کدام است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۴ (۳)

۰/۲۳ (۲)

۰/۲۲ (۱)

۱۸) در یک آسایشگاه سالمندان، ۶۰ درصد افرادی که نگهداری می‌شوند مرد و بقیه زن هستند. ۳۰ درصد زنان و ۴۵ درصد مردان به آلزایمر مبتلا هستند. چند درصد این افراد به آلزایمر مبتلا می‌باشند؟

۳۶ (۴)

۳۷ (۳)

۳۸ (۲)

۳۹ (۱)

۱۹) دو کوزه‌ی سفید و سیاه داریم. در کوزه‌ی سفید ۵ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی و در کوزه‌ی سیاه ۲ مهره‌ی قرمز و ۶ مهره‌ی آبی وجود دارد. به وسیله‌ی رُبّاتی که احتمال انتخاب کوزه‌ی سفید توسط آن ۲ برابر کوزه‌ی سیاه است، کوزه‌ای را انتخاب کرده و مهره‌ای به تصادف از آن خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد که این مهره قرمز باشد؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲۰) تحقیقات نشان می‌دهند که ۲۰ درصد از قطعات تولید شده توسط یک دستگاه غیر استاندارد است. اگر مأمورین کنترل در ۱۰ درصد موارد در تشخیص قطعات استاندارد و غیر استاندارد اشتباه داشته باشند، با چه احتمالی قطعه‌ای استاندارد تشخیص داده می‌شود؟

۰/۸۳ (۴)

۰/۳۸ (۳)

۰/۷۴ (۲)

۰/۴۷ (۱)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲ | ۱ | ۱ | ۲ | ۲ | ۱ | ۱ | ۴ | ۱ | ۲ | ۴ | ۲ | ۳ | ۲ | ۳ | ۳ | ۴ | ۴ | ۲ | ۴ |

فصل ۹

سوالات کنکورهای اخیر

۱.۹ سوالات کنکور ۹۸

۱.۱.۹ سوالات رشته تجربی (داخل کشور)

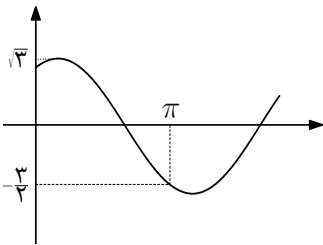
(۱) اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3$; $x \geq 1$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{4}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)



(۲) شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. b کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

۲ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

(۳) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $4 \sin x \sin(\frac{3\pi}{4} - x) = 1$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

5π (۴)

4π (۳)

3π (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

(۴) حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ ، وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟

-۶ (۴)

-۱۲ (۳)

-۱۸ (۲)

-۲۴ (۱)

(۵) در مورد تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان، درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad (۳)$$

۶) اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، کدام درست است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

۷) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۸) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است، b کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۹) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه‌ی $[1, 4]$ ، کدام است؟

- (۱) $0/25$ (۲) $0/5$ (۳) $0/45$ (۴) $0/75$

۱۰) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x + 2| + |x - 1|$ ، در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

- (۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, +\infty)$

۱۱) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x|x - 4|$ ، فاصله‌ی دو نقطه‌ی ماکسیم‌نسی و می‌نیم‌نسی آن، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۲) بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم آن، بر روی منحنی به معادله‌ی $y = \sqrt{12 - x}$ در ناحیه‌ی اول واقع شود، کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{3}$ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۱۳) در یک بیضی به کانون‌های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ ، اندازه‌ی قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

نجری نظام قدیم

- (۱) $0/6$ (۲) $0/64$ (۳) $0/75$ (۴) $0/8$

۱۴) در جعبه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رؤیت خارج می‌کنیم. سپس از بقیه‌ی مهره‌ها، ۲ مهره بیرون می‌کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره‌ی اخیر، سفید است؟

- (۱) $\frac{1}{11}$ (۲) $\frac{2}{11}$ (۳) $\frac{4}{11}$ (۴) $\frac{5}{22}$

۲.۱.۹ سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)

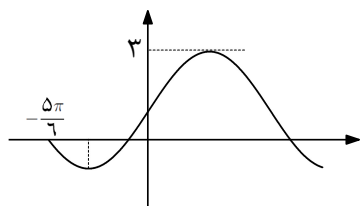
(۱۵) اگر $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$ و $g(x) = x^2 + x$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(8)$ ، کدام است؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)



(۱۶) شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{4}$

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

$1 + \sqrt{3}$ (۴)

۲/۵ (۳)

(۱۷) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

$k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴)

$k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳)

$k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$ (۱)

(۱۸) حد عبارت $\frac{2 - \sqrt{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16}$ ، وقتی $x \rightarrow 2$ ، کدام است؟

$-\frac{1}{8}$ (۴)

$-\frac{1}{6}$ (۳)

$-\frac{1}{4}$ (۲)

$-\frac{1}{3}$ (۱)

(۱۹) در مورد تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x}$ ، کدام بیان، درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = +\infty \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = -\infty \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = +\infty \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = -\infty \quad (۳)$$

(۲۰) اگر $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

(۲۱) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{4}+h) - f(\frac{1}{4})}{h}$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۲۲) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ax+b} & ; x > 2 \\ -x^2 + 6x & ; x \leq 2 \end{cases}$ ، اگر $f'(2)$ موجود باشد، a کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۲۳) مشتق تابع $f(x) = x\sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}$ در نقطه‌ی $x = -3$ ، کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۲۴) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$ و دامنه‌ی $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل کند، این خط مماس، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- (۱) -۲ (۲) -۱/۵ (۳) -۱ (۴) -۰/۵

۲۵) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x+1| - |x-2|$ ، در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

- (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(-1, +\infty)$ (۳) $(-1, 2)$ (۴) $(2, +\infty)$

۲۶) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x|x| - 2x$ ، فاصله‌ی دو نقطه‌ی ماکسیمم نسبی و می‌نیمم نسبی آن، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۳ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) ۴

۲۷) بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر قطر نیم‌دایره به شعاع ۶ واحد و دو رأس دیگر آن روی این نیم‌دایره باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶

۲۸) نقطه‌ی $A(-1, 4)$ مرکز یک دایره است که بر روی خط $2x - 3y + 1 = 0$ و تری به طول $2\sqrt{7}$ جدا می‌کند. این دایره خط $y = 2$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟

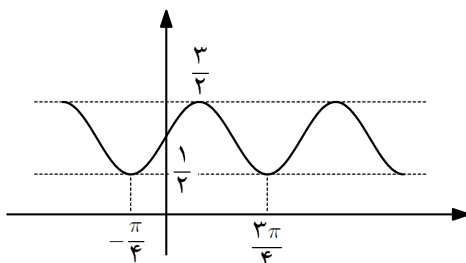
- (۱) $3, -5$ (۲) $2, -4$ (۳) $-1 \pm \sqrt{3}$ (۴) $-1 \pm \sqrt{3}$

۲۹) بهروز جهت مشارکت در یک مسابقه، از بین پرسش‌های ۵ بسته‌ی ریاضی، ۷ بسته‌ی تجربی و ۶ بسته علوم انسانی، به تصادف یک بسته اختیار کرده است. احتمال برنده شدن در هر بسته این دروس به ترتیب $0/7$ و $0/8$ و $0/9$ است. با کدام احتمال، بهروز برنده می‌شود؟

- (۱) $\frac{25}{36}$ (۲) $\frac{29}{36}$ (۳) $\frac{30}{36}$ (۴) $\frac{31}{36}$

۳.۱.۹ سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)

۳۰) شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a + b$ کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۱) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{4} \sin 2x$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) $\frac{7\pi}{2}$ (۳) 2π (۴) 3π

۳۲) اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

(۳۳) اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

(۳۴) اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(f \circ g)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۳۵) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{4}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق پذیر است، $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(۳۶) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه‌ی $[0, 2]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = \frac{3}{4}$ چقدر بیشتر است؟

- (۱) $0/10$ (۲) $0/15$ (۳) $0/20$ (۴) $0/25$

(۳۷) وتر مشترک دایره‌ی C با دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 4x = 6$ منطبق بر نیمساز ناحیه‌ی اول است. اگر دایره‌ی C از نقطه‌ی $(-1, 4)$ بگذرد، معادله‌ی آن کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - y + 3x = 6$ (۲) $x^2 + y^2 + 2y - x = 6$

(۳) $x^2 + y^2 - 2y + x = 6$ (۴) $x^2 + y^2 - 3y - x = 6$

(۳۸) در یک بیضی به اقطار $2\sqrt{5}$ و ۲ واحد، دایره‌ای هم مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه‌ی M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

(۳۹) در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه‌ی اول ۴ لامپ و در جعبه‌ی دوم ۳ لامپ معیوب است. از جعبه‌ی اول ۵ لامپ و از جعبه‌ی دوم ۷ لامپ به تصادف برداشته و در جعبه‌ی جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، یک لامپ انتخابی از جعبه‌ی جدید، معیوب است؟

- (۱) $\frac{5}{24}$ (۲) $\frac{11}{48}$ (۳) $\frac{13}{48}$ (۴) $\frac{7}{24}$

۴.۱.۹ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۴۰) دوره‌ی تناوب تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) π

(۴۱) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin^4 x + \cot^4 x = \frac{1}{3}$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) 3π (۳) $\frac{7\pi}{2}$ (۴) 4π

(۴۲) خط به معادله‌ی $y = 3x - 5$ در نقطه‌ی $x = 2$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۴۳) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{|x^3 - 2x|}{x}$ ، در چند نقطه مشتق‌ناپذیر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۴۴) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه‌ی $[0, 4]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = \frac{3}{4}$ چقدر کمتر است؟

- (۱) ۰/۰۳ (۲) ۰/۰۴ (۳) ۰/۰۵ (۴) ۰/۰۶

(۴۵) در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{2}{3}$ ، دو سر قطر بزرگ از انتهای قطر کوچک، با کدام زاویه رؤیت می‌شود؟

- (۱) 60° (۲) 90° (۳) 120° (۴) 150°

(۴۶) در جعبه‌ای ۶ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سیاه است. دو مهره به صورت پی‌درپی و بدون جایگذاری از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، مهره‌ی دوم، سفید است؟

- (۱) ۰/۵ (۲) ۰/۶ (۳) ۰/۶۴ (۴) ۰/۷۲

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴ | ۱ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۴ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۲ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ۴۰ | ۳۹ | ۳۸ | ۳۷ | ۳۶ | ۳۵ | ۳۴ | ۳۳ | ۳۲ | ۳۱ | ۳۰ | ۲۹ | ۲۸ | ۲۷ | ۲۶ | ۲۵ | ۲۴ | ۲۳ | ۲۲ | ۲۱ |
| ۱ | ۲ | ۲ | ۴ | ۴ | ۱ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ | ۱ | ۳ | ۳ | ۲ | ۳ | ۳ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ۶۰ | ۵۹ | ۵۸ | ۵۷ | ۵۶ | ۵۵ | ۵۴ | ۵۳ | ۵۲ | ۵۱ | ۵۰ | ۴۹ | ۴۸ | ۴۷ | ۴۶ | ۴۵ | ۴۴ | ۴۳ | ۴۲ | ۴۱ |
| | | | | | | | | | | | | | | ۲ | ۳ | ۲ | ۲ | ۴ | ۴ |

۲.۹ سؤالات کنکور ۹۹

۱.۲.۹ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

(۱) فرض کنید چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ ، بخش پذیر باشد. اگر $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$ ، آنگاه باقی مانده‌ی تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

(۲) نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{15}$ (۲) $6\sqrt{7}$ (۳) $4\sqrt{17}$ (۴) $6\sqrt{10}$

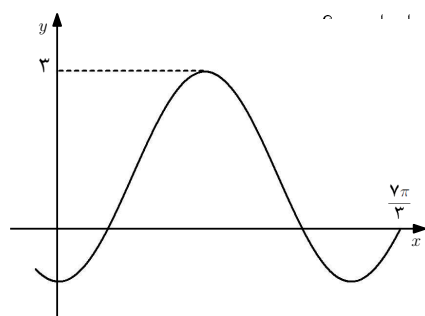
(۳) اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ ، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

(۴) تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه‌ی $D_f = (-\infty, 0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه‌ی چهارم را با کدام طول، قطع می کند؟

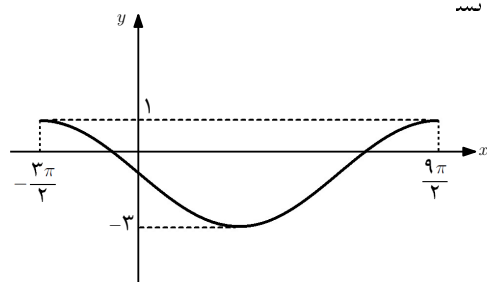
- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

(۵) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ است. مقدار b ، کدام است؟



- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

(۶) شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه‌ی تناوب، نشان می دهد. a ، b و c کدام است؟



- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۶

(۷) جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ ، با شرط $x \neq k\pi$ ، که در آن k یک عدد صحیح است، کدام است؟

- (۱) $\frac{k\pi}{3}$ (۲) $\frac{2k\pi}{3}$ (۳) $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

۸) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{4}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{5}{36}$

۹) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{4}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ ، مشتق‌پذیر است. مقدار c کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۰) مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \left(\frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^3$ در نقطه‌ی $x = 2$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{15}{4}$

۱۱) فاصله‌ی نقطه‌ی ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ ، از نیمساز ناحیه‌ی اول کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۲) از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه‌ی وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

- (۱) $\frac{2}{1}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{1}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{1}$

۲.۲.۹ سوالات رشته تجربی (خارج از کشور)

۱۳) فرض کنید باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x - 4$ و $x + 2$ ، به ترتیب ۳ و ۱ باشند. باقی‌مانده‌ی تقسیم $4p(-x) + p(x^2)$ بر $x - 2$ ، کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) -۱

۱۴) نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2x$ ($x > 1$)، مفروض است. قرینه‌ی نمودار آن نسبت به محور x ها را، ۱۶ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

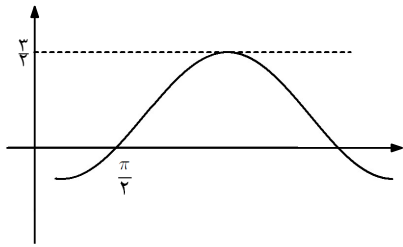
۱۵) فرض کنید $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ باشد. حاصل $g(3) + g(15)$ ، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۱۶) تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x - \frac{1}{x}$ بر دامنه‌ی $(0, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه‌ی دوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

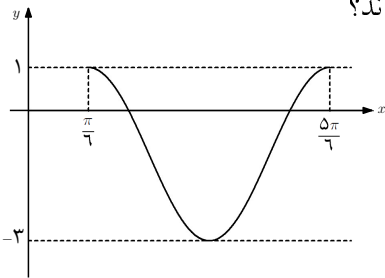
- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) -۱ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۷) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. مقدار a ، b و c کدام اند؟



- (۱) -1
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) 1

۱۸) شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ ، در یک بازه‌ی تناوب است. مقادیر b و c کدام اند؟



- (۱) $b = 3, c = -1$
- (۲) $b = 3, c = -2$
- (۳) $b = \frac{3}{2}, c = -2$
- (۴) $b = \frac{3}{4}, c = -1$

۱۹) تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $4 \sin(3x) \cos(3x) = 1$ ، در بازه‌ی $[0, \frac{\pi}{4}]$ ، کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۲۰) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} f(x)$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{17}$
- (۲) $-\frac{6}{17}$
- (۳) $-\frac{5}{12}$
- (۴) $-\frac{6}{11}$

۲۱) خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g(x) = ax^2 + bx$ ، در نقطه‌ی $x = 2$ ، مشترک‌اند. مقدار b ، کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

۲۲) مقدار مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt[2]{\left(\frac{2x-x^2}{3x+5}\right)^2}$ ، در نقطه‌ی $x = -2$ ، کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

۲۳) مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ ، کدام است؟

- (۱) $-1 + \sqrt{5}$
- (۲) $1 + \sqrt{5}$
- (۳) $-1 + \sqrt{3}$
- (۴) $1 + \sqrt{3}$

۳.۲.۹ سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)

۲۴) باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x - 1$ و $2x + 1$ به ترتیب، ۸ و ۱۵ است. باقی مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ ، کدام است؟

- (۱) $-x + 4$
- (۲) $x + 3$
- (۳) $2x + 6$
- (۴) $2x - 3$

(۲۵) اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(۲۶) فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) -۱

(۲۷) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x+1}}$ ، کدام است؟

- (۱) $-1/5$ (۲) $-1/2$ (۳) $-5/8$ (۴) $-5/6$

(۲۸) آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار x است؟

- (۱) $4 + \sqrt{2}$ (۲) $3 + 2\sqrt{4}$ (۳) $2 + \frac{3}{4}\sqrt{2}$ (۴) $2 + \frac{5}{4}\sqrt{2}$

(۲۹) خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$ در نقطه‌ی $x = 4$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- (۱) -۴ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۳۰) کوچک‌ترین دایره‌ی گذرا بر دو نقطه‌ی $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ ، محور x ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- (۱) $1, -3$ (۲) $0, -3$ (۳) $2, -1$ (۴) $3, -2$

(۳۱) از بین دایره‌های گذرا از نقطه‌ی $A(1, -4)$ و مماس بر خط‌های $4x + 3y = 0$ و محور y ها، بزرگترین شعاع دایره، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{17}{9}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{22}{9}$

(۳۲) در یک بیضی به قطرهای ۸ و $2\sqrt{7}$ واحد و کانون‌های F و F' ، دایره‌ای به قطر $F'F$ بیضی را در نقطه‌ی M ، قطع می‌کند. فاصله‌ی نقطه‌ی M تا نزدیک‌ترین کانون، کدام است؟

- (۱) $4 - 2\sqrt{2}$ (۲) $2/5$ (۳) $4 - \sqrt{2}$ (۴) ۳

(۳۳) سه ظرف داریم. در ظرف اول ۹ مهره‌ی سفید، در دومی ۹ مهره‌ی سیاه و در سومی ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف ۲ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{11}{18}$ (۳) $\frac{25}{36}$ (۴) $\frac{13}{18}$

۴.۲.۹ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۳۴) به ازای یک مقدار a ، چندجمله‌ای $P(x) = 2x^4 + ax^3 + 2x^2 - 3x$ ، بر $2x - 1$ بخش پذیر است. در این حالت باقی مانده‌ی $P(x)$ بر $x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۸ (۳) ۴ (۴) ۶

(۳۵) با فرض $x \geq 2$ و $f(x) = x^2 - 4x + 9$ و $g(x) = \frac{3-x}{4}$ ، حاصل $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

(۳۶) جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos 2x$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ (۲) $\frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

(۳۷) فرض کنید $n \in \mathbb{N}$. حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}}$ ، کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۰ (۴) $-\frac{1}{2}$

(۳۸) فرض کنید نمودارهای دو تابع $y = x\sqrt{x}$ و $y = x^2 + ax + b$ در یک نقطه‌ی مشترک، بر یک خط مماس باشند. اگر طول نقطه‌ی مشترک ۴ باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

(۳۹) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & ; 0 \leq x < 4 \\ \lfloor \frac{x}{4} \rfloor (x^2 - 9x) & ; 4 \leq x < 8 \end{cases}$ ، مقدار $f'(2) - f'(5)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(۴۰) در جعبه‌ی اول ۶ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه، و در جعبه‌ی دوم ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه قرار دارند. از جعبه‌ی اول یک مهره به دلخواه خارج و در جعبه‌ی دوم می‌اندازیم. سپس دو مهره از جعبه‌ی دوم بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره، سفید است؟

- (۱) $\frac{20}{27}$ (۲) $\frac{34}{45}$ (۳) $\frac{38}{45}$ (۴) $\frac{23}{27}$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲ | ۳ | ۱ | ۲ | ۴ | ۳ | ۱ | ۱ | ۴ | ۱ | ۴ | ۳ | ۱ | ۴ | ۴ | ۴ | ۲ | ۳ | ۳ | ۲ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ۴۰ | ۳۹ | ۳۸ | ۳۷ | ۳۶ | ۳۵ | ۳۴ | ۳۳ | ۳۲ | ۳۱ | ۳۰ | ۲۹ | ۲۸ | ۲۷ | ۲۶ | ۲۵ | ۲۴ | ۲۳ | ۲۲ | ۲۱ |
| ۱ | ۱ | ۴ | ۲ | ۱ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۱ | ۱ | ۳ | ۱ | ۴ | ۴ |

۱.۳.۹ سوالات رشته تجربی (داخل کشور)

(۱) اگر $f(x) = 16 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$ باشد، مقدار $f(\frac{\pi}{36})$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{6-3\sqrt{3}}{16}$ (۲) $\frac{6-\sqrt{3}}{16}$ (۳) $\frac{6+\sqrt{3}}{16}$ (۴) $\frac{6+3\sqrt{3}}{16}$

(۲) اگر زاویه α در ناحیه سوم مثلثاتی و $\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\frac{\cos(2\alpha - \frac{\pi}{4}) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot(2\alpha)}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{96}{175}$ (۲) $\frac{1056}{175}$ (۳) $\frac{96}{175}$ (۴) $-\frac{1056}{175}$

(۳) تعداد جواب‌های معادله $\cos^2(x) - \sin^2(x) \cos(3x) = 1$ در فاصله $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

(۴) مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right)$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

(۵) تعداد نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1} |x^2 - 4|$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(۶) قریبه‌ی نقطه‌ی A واقع بر سهمی $f(x) = x^2$ را نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم صفحه‌ی مختصات تعیین کرده و آن را A' می‌نامیم. اگر طول نقطه‌ی A بین دو طول متوالی از محل تقاطع تابع f با خط نیمساز مورد نظر باشد، ماکزیمم طول پاره‌خط AA' ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

(۷) فرض کنید $f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{4}])^2 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$. مقدار مشتق تابع $f \circ g$ در $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ ، چند برابر $(-128\sqrt{2})$ است؟

- (۱) -۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(۸) فرض کنید $f(x) = 1 - x^2$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹) فرض کنید $g(x) = ax^2 + bx + c$ و $(a \neq 0)$ مقدار k به شرط $b + c = a$ کدام است؟
 اگر f یک تابع مشتق پذیر باشد، حداکثر
 $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq k \\ g'(x) & x < k \end{cases}$

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰) حداکثر مساحت جانبی استوانه‌ای که درون یک کره به شعاع $4\sqrt{2}$ محاط می‌شود، کدام است؟

- (۱) 32π (۲) 64π (۳) $\frac{256\pi}{3}$ (۴) $\frac{512\pi}{3}$

۱۱) دایره‌های $x^2 + y^2 + 2y = 3$ و $x^2 + y^2 + 2x = 3$ متقاطع‌اند. معادله‌ی وتر مشترک این دو دایره، کدام است؟

- (۱) $x = y$ (۲) $x = 1 + y$ (۳) $x = -y$ (۴) $x = 1 - y$

۲.۳.۹ سوالات رشته تجربی (خارج از کشور)

۱۲) تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $5 \sin^2(x) + 2 \cos(3x) = -2$ در فاصله‌ی $[-\pi, \pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۳) تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$ را که دوره‌ی تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه‌ی محصور به منحنی f و محور x ها در بازه‌ی $[-0.75, 3/25]$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $3/5$ (۴) ۴

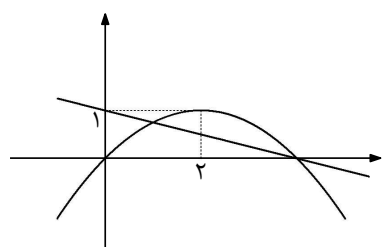
۱۴) فرض کنید M نقطه‌ی تلاقی منحنی $y = \sqrt{x+3} - 1$ با تابع وارون خود باشد. فاصله‌ی نقطه‌ی M از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۵) مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 - x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - x^2}{x}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

۱۶) نمودار تابع سهمی f و خط راست g در شکل زیر داده شده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{f(x) + g(x)}{4-x}$ ، کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۷) فرض کنید $f(x) = x(1-x^2)$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $(f \circ f) \circ g$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ را در نظر بگیرید. شیب خط مماس بر منحنی $f^{-1}(x)$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴) -۱۲

۱۹) مینیمم مطلق تابع $f(x) = |x^3 - x^2|$ در بازه‌ی $[-1/5, \sqrt{3}]$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{9}{4}$ (۲) -۲ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{9}{8}$

۲۰) قرینه‌ی نقطه‌ی A واقع بر منحنی $f(x) = \sqrt{-x}$ را در دامنه‌ی $[0, 1]$ نسبت به نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم صفحه‌ی مختصات تعیین و آن را A' می‌نامیم. ماکزیمم طول پاره‌خط AA' ، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3\sqrt{6}}$ (۲) $\frac{4}{3\sqrt{6}}$ (۳) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{4}{3\sqrt{2}}$

۲۱) فرض کنید $f(x) = (x[x])^3$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$. مقدار مشتق چپ تابع $f \circ g$ در $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ چند برابر $(-48\sqrt{5})$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۲۲) فرض کنید $g(x) = ax^2 + 5x + b$. اگر $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \leq 2 \\ g'(x) & x > 2 \end{cases}$ مشتق‌پذیر باشد، مقدار $a + b$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{15}{2}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{15}{2}$

۲۳) کوتاهترین فاصله‌ی سهمی $y^2 = 4x$ از نقطه‌ی $M(3, 0)$ ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۳

۲۴) دایره‌ی $x^2 + y^2 + 2y = 3$ مفروض است. معادله‌ی دایره‌ای که با دایره‌ی قبلی مماس داخل بوده و از نقطه‌ی $(0, -3)$ گذشته و شعاع آن با قطر دایره‌ی اصلی برابر باشد، کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - 4x = 3$ (۲) $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$

(۳) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ (۴) $x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$

۳.۳.۹ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۲۵) نمودار منحنی $y = \sqrt{4-x}$ را k واحد در راستای قائم و $2-k$ واحد در جهت افقی چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. طول نقطه‌ی برخورد منحنی به دست آمده با محور x ها، کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

(۲۶) اگر $\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan(\alpha) - \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - \cos(\alpha)}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{91}{105}$ (۲) $-\frac{16}{105}$ (۳) $\frac{16}{105}$ (۴) $\frac{91}{105}$

(۲۷) اگر $f(\alpha) = 4 \sin(\alpha) \cos(2\alpha) + 2 \sin(\alpha)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{41\pi}{9}\right)$ ، کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۱ (۴) -۱

(۲۸) فرض کنید A مجموعه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))(1 + \cos(8\alpha)) = \frac{1}{8}$ ، در بازه‌ی $[0, \pi]$ باشد. ماکزیمم عضو مجموعه‌ی A ، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{7}\pi$ (۲) $\frac{6}{7}\pi$ (۳) $\frac{7}{9}\pi$ (۴) $\frac{8}{9}\pi$

(۲۹) مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}^-} \frac{10x - 5 + \left\lfloor \frac{3}{x^2} \right\rfloor}{16x - \left\lfloor -\frac{2}{x^2} \right\rfloor}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $+\infty$

(۳۰) اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2x^2 - 1)(a^4x^4 - 1) \dots (a^{100}x^{100} - 1)}}{a^{49}x^k - 1} = -1$ ، آنگاه مقادیر a و k ، کدام‌اند؟

- (۱) $k = 51, a = -1$ (۲) $k = 51, a = 1$

- (۳) $k = 49, a = -1$ (۴) $k = 49, a = 1$

(۳۱) تابع چندجمله‌ای درجه‌ی دوم با ضرایب طبیعی $P(x)$ مفروض است. اگر باقیمانده و خارج قسمت تقسیم $P(x)$ بر $P'(x)$ (مشتق تابع $P(x)$) به ترتیب ۲- و $1 + \frac{1}{4}x$ باشند، کمترین مقدار مجموع ضرایب $P(x)$ ، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

(۳۲) بازه‌هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 8}$ در آن‌ها اکیداً نزولی است را در نظر بگیرید. مینیمم طول این بازه‌ها، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt[3]{4} - 1$ (۳) $2\sqrt[3]{4}$ (۴) $2(\sqrt[3]{4} - 1)$

۳۳) کدام عبارت، برای تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt{x^2-1}}$ درست است؟

- (۱) تابع f در بازه‌ی $(0, 1) \cup (1, \infty)$ صعودی است.
 (۲) تابع f در بازه‌ی $(0, 1)$ و $(1, \infty)$ صعودی است.
 (۳) تابع f در بازه‌ی $(1, \infty)$ صعودی و در بازه‌ی $(0, 1)$ نزولی است.
 (۴) تابع f در بازه‌ی $(1, \infty)$ نزولی و در بازه‌ی $(0, 1)$ صعودی است.

۳۴) فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$. تعداد عناصر مجموعه تقاطعی که $g \circ f$ یا $f \circ g$ در آن‌ها مشتق پذیر نیست، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۵) فرض کنید A و B نقاط اکسترمم تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ باشند. چند نقطه روی منحنی f وجود دارد که خطوط مماس بر آن‌ها، موازی پاره‌خط AB است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۶) در ظرف اول ۳ مهره‌ی آبی و ۶ مهره‌ی قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره‌ی آبی و ۵ مهره‌ی قرمز قرار دارند. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده بیشتر از ۹ باشد، به تصادف از ظرف اول یک مهره خارج کرده در ظرف دوم می‌اندازیم. در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره‌ی بیشتر انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مهره قرمز باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{157}{270}$ (۲) $\frac{165}{270}$ (۳) $\frac{173}{270}$ (۴) $\frac{180}{270}$

۴.۳.۹ سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۳۷) نمودار منحنی $y = \sqrt{\sqrt{x} + 3}$ را k واحد در راستای قائم چنان انتقال می‌دهیم، که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را نسبت به محور x ها قرینه کرده و ۴ واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال می‌دهیم. کدام یک از نقاط زیر روی نمودار منحنی به دست آمده، قرار دارد؟

- (۱) $(1 - \sqrt{5}, 0)$ (۲) $(-\sqrt{5}, 0)$ (۳) $(0, 1 - \sqrt{5})$ (۴) $(0, -\sqrt{5})$

۳۸) فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$. ماکزیمم مقدار تابع $g \circ f - f \circ g$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۱

۳۹) ساده شده‌ی عبارت $\frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} + \frac{1 + \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$ ، کدام است؟

- (۱) $\cos\left(\frac{\theta}{4}\right)$ (۲) $\sin\left(\frac{\theta}{4}\right)$ (۳) $2 \cot\left(\frac{\theta}{4}\right)$ (۴) $2 \tan\left(\frac{\theta}{4}\right)$

۴۰) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $1 = \sin(x) + \cos(2x) + 2\sin(x)$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) 2π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 3π (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۴۱) تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\frac{1}{8} = (1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))$ ، در فاصله‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۴۲) مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}^+} \frac{16x - \left\lfloor -\frac{2}{x^2} \right\rfloor}{24x + \left\lfloor \frac{3}{x^2} \right\rfloor}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) صفر (۴) $\frac{2}{3}$

۴۳) مجموعه مقادیری از اعداد حقیقی که در آن تابع $f(x) = 3\sqrt{x} + |x|$ صعودی باشد، کدام است؟

- (۱) $[-1, \infty)$ (۲) $(-\infty, \infty)$ (۳) $[-1, 0) \cup (0, \infty)$ (۴) $[-3\sqrt{3}, 0]$

۴۴) تعداد بازه‌هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4 - 3}{x^2 - 2}$ ؛ $x \in (-2, 2)$ ، در آن‌ها اکیداً نزولی باشد، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۵) در ظرف اول ۳ مهره‌ی آبی و ۶ مهره‌ی قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره‌ی آبی و ۵ مهره‌ی قرمز قرار دارند. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رول شده ۷ یا ۱۰ باشد، به تصادف یک مهره از ظرف اول خارج کرده و در ظرف دوم می‌اندازیم، در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره‌ی بیشتر انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه مهره آبی باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{18}$ (۲) $\frac{11}{30}$ (۳) $\frac{19}{30}$ (۴) $\frac{11}{18}$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۳ | ۲۲ | ۲۱ | ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳ | ۱ | ۴ | ۲ | ۲ | ۱ | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۱ | ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۲ | ۴ | ۳ | ۲ | ۴ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ۴۶ | ۴۵ | ۴۴ | ۴۳ | ۴۲ | ۴۱ | ۴۰ | ۳۹ | ۳۸ | ۳۷ | ۳۶ | ۳۵ | ۳۴ | ۳۳ | ۳۲ | ۳۱ | ۳۰ | ۲۹ | ۲۸ | ۲۷ | ۲۶ | ۲۵ | ۲۴ |
| | ۲ | ۵ | ۱ | ۲ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۲ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۵ |

۱.۴.۹ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

(۱) تابع $f(x) = (-9 + k^2)x^2 + 5$ اکیداً نزولی است. مجموع مقادیر صحیح k ، چقدر است؟

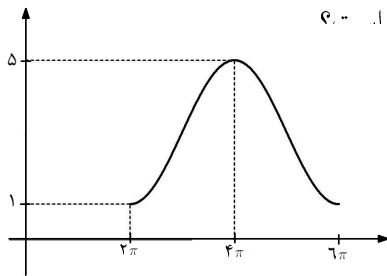
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴ (۶) ۵

(۲) اگر $g \circ f(x) = 5x^2 + 11$ و $f(x) = 2x$ باشد، کمترین مقدار $g(x-7)$ چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

(۳) وارون تابع $y = x^2 - x + 1$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- (۱) $(-1, -2)$ (۲) $(\frac{5}{8}, \frac{1}{2})$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{8})$



(۴) شکل زیر، نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را در یک دوره تناوب نشان می‌دهد. مقدار c کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۱

(۵) تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $8 \cos x - \tan^2 x = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

(۶) اگر $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x - 1|}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

(۷) اگر $f(x) = x \left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{27}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{3}{14}$

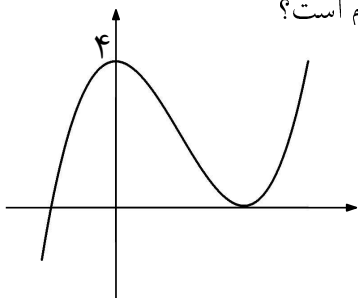
(۸) معادله خط مماس بر نمودار $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 3}$ در نقطه‌ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت $4y - 3x = n$ است. مقدار $m + n$ چقدر است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

(۹) از بین مخروط‌های حاصل که از دوران پاره خط AB با اندازه $3\sqrt{3}$ حول خط L به دست می‌آیند، ارتفاع مخروطی با بیشترین حجم، کدام است؟ (فقط نقطه A روی خط L واقع است.)

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۰) نمودار $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. طول نقطه مینیمم نسبی تابع، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $\frac{3}{4}$
- (۴) $\frac{4}{3}$

۱۱) نقطه $(-12, 0)$ یکی از کانون‌های یک بیضی است که طول قطر کوچک آن برابر ۱۸ است. اگر مبدأ مختصات مرکز بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی، چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$
- (۲) $\frac{5}{8}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{1}{8}$

۱۲) احتمال شیوع یک بیماری در جامعه‌ای برابر $\frac{8}{100}$ و احتمال بهبود یافتن فرد مبتلا به این بیماری برابر $\frac{5}{100}$ است. احتمال این که فردی از این جامعه به این بیماری مبتلا شود و بهبود یابد، چند درصد است؟

- (۱) $\frac{2}{100}$
- (۲) $\frac{4}{100}$
- (۳) $\frac{2}{100}$
- (۴) $\frac{4}{100}$

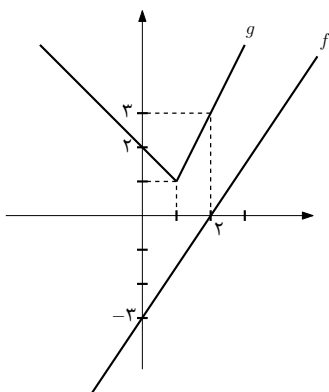
۲.۴.۹ سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)

۱۳) نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱ واحد در جهت مثبت و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

۱۴) تابع f روی \mathbb{R} اکیداً نزولی است. اگر $f(3) = 0$ باشد، دامنه $g(x) = \sqrt{x^2 f(x)}$ شامل چند عدد صحیح نامنفی است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴



۱۵) با توجه به نمودارهای f و g در شکل زیر، حاصل $g \circ f^{-1}(-2) \times g \circ g(0)$ کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۴
- (۳) -۴
- (۴) -۶

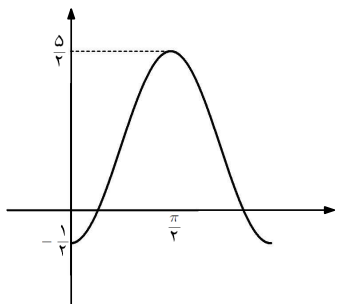
۱۶) وارون تابع $y = -3x^3 + 2x - 11$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- (۱) $(9, -2)$
- (۲) $(2, -31)$
- (۳) $(-1, 10)$
- (۴) $(-12, -1)$

۱۷) اگر $(\sin x + \cos x) = 6\sqrt{5}$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام عدد می تواند باشد؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) -2 (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) 3

۱۸) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را نشان می دهد. مقدار ac کدام است؟



- (۱) -5
(۲) -3
(۳) $-\frac{5}{3}$
(۴) $-\frac{3}{5}$

۱۹) تعداد جواب های معادله $\sin(x + \frac{\pi}{6}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۲۰) اگر $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x+2} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^-} \left[\frac{1}{x} \right] f(x)$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) 1 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -1

۲۱) اگر $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)}$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

۲۲) اگر $y = 2x + b$ بر نمودار $y = \frac{x+a}{ax+1}$ در نقطه ای به طول واحد مماس باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) 1

۲۳) نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4$ در نقاطی به طول صفر و -2 دارای اکسترمم نسبی است. فاصله بین نقاط اکسترمم نسبی این تابع، چقدر است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{11}$ (۳) $2\sqrt{15}$ (۴) $2\sqrt{101}$

۲۴) در ساخت قوطی های حلبی در باز به شکل مکعب مستطیل با قاعده مربع و حجم 4 واحد مکعب، حداقل حلب استفاده شده در هر قوطی، چند واحد مربع است؟

- (۱) 14 (۲) 12 (۳) 10 (۴) 8

۲۵) دو دایره $x^2 + y^2 + 2y - 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2y = 2$ ، نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟

- (۱) مماس بیرون (۲) متقاطع (۳) متخارج (۴) متداخل

۲۶) دو سکه را پرتاب می کنیم. اگر هر دو سکه «رو» یا هر دو «پشت» ظاهر شوند، یک سکه دیگر می اندازیم، در غیر این صورت دو سکه دیگر پرتاب می کنیم. در مجموع با کدام احتمال، دقیقاً دو سکه به «پشت» ظاهر می شود؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۳.۴.۹ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۲۷) چند جمله‌ای $p(x) = x^{3n+1} + 2x^{3n} + x^6 + 3x^5 + 16a$ ، به ازای هر عدد طبیعی n بر $x + 2$ بخش پذیر است. برای $n = 1$ باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + 2x - 3$ کدام است؟

- (۱) $-15x + 24$ (۲) $-15x + 44$ (۳) $-5x + 34$ (۴) $-5x + 44$

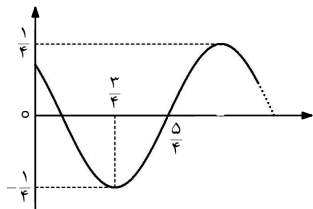
(۲۸) اگر $f(x) = \frac{\sqrt{2}x}{3x - \sqrt{2}}$ باشد، حاصل $f \circ f \circ f(\sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) 2 (۴) $\frac{1}{2}$

(۲۹) تابع $f(x) = x^2\sqrt{x^2}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{x^3}, x \leq 0$ (۲) $-\sqrt{x}, x \leq 0$ (۳) $-\sqrt{x^3}, x \geq 0$ (۴) $-\sqrt{x}, x \geq 0$

(۳۰) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx + c)$ را نشان می‌دهد. اگر $b > 0$ و $0 < c < \pi$ باشد، مقدار $\frac{ac}{h}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) 1 (۳) $\frac{1}{4\pi}$ (۴) π

(۳۱) مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{7\pi}{3}$ (۳) $\frac{9\pi}{4}$ (۴) $\frac{11\pi}{6}$

(۳۲) حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -2 (۴) $-\frac{3}{2}$

(۳۳) تابع $f(x) = \begin{cases} |x| + [x] & |x^3| < x^2 \\ 1 + \cos \pi x & |x^3| = x^2 \\ [x^2] - [x] & |x^3| > x^2 \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

- (۱) 2 (۲) 3

(۳) بیشمار (۴) در همه نقاط پیوسته است.

(۳۴) تابع f مشتق پذیر و با دوره تناوب ۵ است. اگر $f'(-1) = \frac{2}{3}$ و $f(x) = f(x+1) + f(3x+10)$ باشد، حاصل $g'(-2)$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) 6 (۴) $\frac{13}{2}$

(۳۵) اگر $f(x) = (x-4)\sqrt{x+3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(5-h) - 2f(5-h) + 2}{h(5-h)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{30}$ (۲) $-\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{13}{15}$

(۳۶) نقطه‌ی $A(-1, 1)$ اکسترمم نسبی تابع $y = x^2|x| + 3ax^2 + b$ است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) 3 (۴) $\frac{1}{3}$

(۳۷) محل تلاقی میخانجهای تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+3}{(a+1)x+(a-1)}$ ، نقطه مینیمم تابع $y = \frac{3}{4}x^2 + x + \frac{5}{4}$ است. نمودار این تابع هموگرافیک، محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) 3 (۲) -3 (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

(۳۸) به ازای هر m ، معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره C است. اگر نقطه $A(-1, 1)$ روی دایره C باشد، محیط دایره C کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}\pi$ (۲) 2π (۳) 3π (۴) $2\sqrt{3}\pi$

۴.۴.۹ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۳۹) باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $p(x) = x^2 + 4x + 5$ برابر $x + 2$ است. اگر $f(1) = 13$ و $f(-1) = 11$ باشد، خارج قسمت این تقسیم کدام مورد می‌تواند باشد؟

- (۱) $-x + 2$ (۲) $2x - 1$ (۳) $3x - 2$ (۴) $-2x + 3$

(۴۰) تابع با ضابطه $y = \sqrt{(x+1)^2} - |3x-6|$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

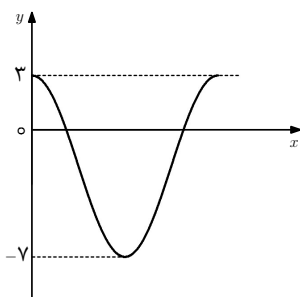
- (۱) $-\frac{1}{4}x - 7; x \geq 2$ (۲) $-\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}; x \leq 3$

- (۳) $-2x + 14; x \leq 3$ (۴) $-2x + \frac{14}{3}; x \geq 2$

(۴۱) فاصله‌ی نقطه تقاطع تابع $y = x^2 + 3x - 12$ با وارون خود، از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{3}$

(۴۲) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ را نشان می‌دهد. مقدار $f(\frac{\pi}{3})$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{11}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{11}{2}$

۴۳) مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{5\pi}{4}$

۴۴) در کدام نقطه از منحنی $y = x^2 - 4x + 5$ ، خط مماس بر منحنی، بر $3x - 6y = 1$ عمود است؟

- (۱) $(-2, 17)$ (۲) $(-1, 10)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(2, 1)$

۴۵) در بازه $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin x \cos 2x$ چند برابر آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin^2 x - \cos^2 x$ است؟

- (۱) -1 (۲) 1 (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۴۶) نقاط $A(0, 0)$ و $B(1, 1)$ نقاط اکسترمم نسبی تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ هستند. حاصل ab کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -6 (۳) 3 (۴) 6

۴۷) معادله دایره‌ای که بر دو دایره $x^2 - 8x + y^2 + 15 = 0$ و $x^2 - 2x + y^2 = 0$ مماس خارج است و مرکزش روی یکی از محورهای قرار دارد، کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 + 5x + 6 = 0$ (۲) $x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0$

(۳) $4x^2 + 4y^2 - 20x + 25 = 0$ (۴) $4x^2 + 4y^2 + 20x + 25 = 0$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۵ | ۲۴ | ۲۳ | ۲۲ | ۲۱ | ۲۰ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲ | ۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ | ۲ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ | ۴ | ۴ | ۴ | ۱ | ۲ | ۲ | ۴ | ۱ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۴ | ۱ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ۵۰ | ۴۹ | ۴۸ | ۴۷ | ۴۶ | ۴۵ | ۴۴ | ۴۳ | ۴۲ | ۴۱ | ۴۰ | ۳۹ | ۳۸ | ۳۷ | ۳۶ | ۳۵ | ۳۴ | ۳۳ | ۳۲ | ۳۱ | ۳۰ | ۲۹ | ۲۸ | ۲۷ | ۲۶ |
| | | | ۲ | ۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۴ | ۱ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۱ | ۴ | ۱ | ۴ | ۴ |

فصل ۱۰

پاسخنامه

| | | | | | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|
| -F01 | 1-271 | F-221 | F-281 | F-291 | F-201 | F-171 | F-121 | F-81 | 1-F1 | F-1 |
| -F02 | F-272 | F-222 | F-282 | F-292 | F-202 | 1-172 | F-122 | 1-82 | 1-F2 | 1-2 |
| -F03 | F-273 | F-223 | F-283 | F-293 | F-203 | F-173 | F-123 | F-83 | F-F3 | F-3 |
| -F04 | F-274 | F-224 | F-284 | F-294 | F-204 | 1-174 | F-124 | 1-84 | F-F4 | 1-4 |
| -F05 | F-275 | 1-225 | F-285 | F-295 | 1-205 | F-175 | 1-125 | F-85 | F-F5 | F-5 |
| -F06 | 1-276 | F-226 | F-286 | F-296 | F-206 | F-176 | F-126 | 1-86 | F-F6 | F-6 |
| -F07 | 1-277 | F-227 | F-287 | F-297 | F-207 | 1-177 | F-127 | F-87 | F-F7 | F-7 |
| -F08 | F-278 | F-228 | F-288 | F-298 | F-208 | F-178 | 1-128 | F-88 | F-F8 | 1-8 |
| -F09 | F-279 | F-229 | 1-289 | F-299 | F-209 | F-179 | F-129 | F-89 | F-F9 | F-9 |
| -F10 | F-270 | F-230 | F-290 | F-200 | F-210 | 1-170 | F-130 | F-90 | F-00 | 1-10 |
| -F11 | F-271 | F-231 | F-291 | F-201 | F-211 | F-171 | F-131 | F-91 | F-01 | F-11 |
| -F12 | -272 | 1-232 | F-292 | F-202 | F-212 | F-172 | F-132 | F-92 | F-02 | F-12 |
| -F13 | -273 | 1-233 | F-293 | F-203 | F-213 | 1-173 | F-133 | F-93 | F-03 | 1-13 |
| -F14 | -274 | F-234 | F-294 | 1-204 | F-214 | F-174 | 1-134 | 1-94 | 1-04 | 1-14 |
| -F15 | -275 | F-235 | F-295 | F-205 | 1-215 | F-175 | 1-135 | 1-95 | F-05 | F-15 |
| -F16 | -276 | F-236 | F-296 | F-206 | F-216 | F-176 | F-136 | 1-96 | F-06 | F-16 |
| -F17 | -277 | F-237 | F-297 | F-207 | 1-217 | F-177 | 1-137 | 1-97 | F-07 | F-17 |
| -F18 | -278 | 1-238 | F-298 | F-208 | F-218 | F-178 | F-138 | 1-98 | F-08 | F-18 |
| -F19 | -279 | F-239 | F-299 | F-209 | F-219 | 1-179 | F-139 | F-99 | F-09 | F-19 |
| -F20 | -280 | F-240 | F-200 | F-270 | F-220 | F-180 | F-140 | F-100 | F-70 | F-20 |
| -F21 | -281 | 1-241 | F-201 | F-271 | F-221 | F-181 | F-141 | F-101 | F-71 | F-21 |
| -F22 | -282 | F-242 | F-202 | F-272 | F-222 | 1-182 | 1-142 | F-102 | F-72 | F-22 |
| -F23 | -283 | F-243 | F-203 | F-273 | 1-223 | F-183 | F-143 | F-103 | F-73 | 1-23 |
| -F24 | -284 | F-244 | F-204 | F-274 | 1-224 | F-184 | 1-144 | F-104 | 1-74 | F-24 |
| -F25 | -285 | 1-245 | F-205 | F-275 | 1-225 | 1-185 | F-145 | 1-105 | 1-75 | F-25 |
| -F26 | -286 | F-246 | F-206 | F-276 | F-226 | F-186 | F-146 | 1-106 | 1-76 | F-26 |
| -F27 | -287 | 1-247 | F-207 | F-277 | F-227 | F-187 | F-147 | F-107 | F-77 | F-27 |
| -F28 | -288 | F-248 | 1-208 | 1-278 | F-228 | F-188 | F-148 | 1-108 | F-78 | F-28 |
| -F29 | -289 | F-249 | F-209 | 1-279 | 1-229 | F-189 | F-149 | F-109 | F-79 | F-29 |
| -F30 | -290 | F-250 | F-210 | F-270 | 1-230 | 1-190 | F-150 | F-110 | F-70 | 1-30 |
| -F31 | -291 | F-251 | F-211 | 1-271 | F-231 | F-191 | F-151 | F-111 | 1-71 | F-31 |
| -F32 | -292 | F-252 | F-212 | 1-272 | F-232 | F-192 | 1-152 | F-112 | F-72 | 1-32 |
| -F33 | -293 | F-253 | F-213 | F-273 | 1-233 | F-193 | F-153 | F-113 | F-73 | 1-33 |
| -F34 | -294 | 1-254 | F-214 | 1-274 | F-234 | 1-194 | F-154 | F-114 | F-74 | F-34 |
| -F35 | -295 | F-255 | 1-215 | 1-275 | F-235 | 1-195 | 1-155 | F-115 | F-75 | F-35 |
| -F36 | -296 | F-256 | F-216 | 1-276 | F-236 | F-196 | F-156 | F-116 | 1-76 | F-36 |
| -F37 | -297 | F-257 | F-217 | F-277 | F-237 | F-197 | F-157 | F-117 | F-77 | F-37 |
| -F38 | -298 | F-258 | F-218 | F-278 | 1-238 | F-198 | F-158 | F-118 | F-78 | F-38 |
| -F39 | -299 | F-259 | F-219 | 1-279 | F-239 | F-199 | F-159 | 1-119 | F-79 | F-39 |
| -F40 | -F00 | F-270 | 1-220 | F-280 | F-240 | 1-200 | 1-170 | F-120 | F-80 | F-F0 |