جزوه آزمایشگاه فیزیک

مقدمه:

در آزمایشگاه هدف اندازه‌گیری عناصر مشخص بنابر شیوه و روشی خاص و مشخص است. این اندازه‌گیری‌ها با خطاهایی روبرو است که از دقت عدد نهایی یا رابطه نهایی می‌کاهد. انتخاب روش‌های مناسب و حذف عامل‌های خطا با توجه به آزمایش چیزی است که آزمایش‌گر همیشه باید در آزمایش به خاطر داشته باشد. در آزمایش بر خلاف تئوری نمی‌توان چیزی را به دقت گفت و همیشه یک سری عوامل خطا هستند که ما تنها می‌توانیم اثر آنها را کاهش دهیم. از وسایل دقیقتر استفاده کنیم و آزمایش را تکرار کنیم یا روش‌های بهتر برگزینیم. در نهایت یک سری اسلوب خاص داریم که از نظریه آمار و احتمال می‌آیند و برای استفاده علمی از اعداد و مشاهدات آزمایشگر نیاز است. در این جزوه در مورد نحوه انجام آزمایش و تحلیل داده‌های موجود بحث می کنیم.

نحوه گزارش کار نویسی:

از آنجایی که باید دیگران از نتایج آزمایشگر باخبر شوند، در نتیجه باید شکل و نتیجه آزمایش تحت قواعد مشخصی گزارش شود. این گزارش باید جامع و مانع باشد. طوری که آزمایشگر نحوه آزمایش خود را در آن به طور کامل مشخص کند. روش‌هایی را که به کار برده است و نتایج آن باید به دقت ذکر شوند، طوری که یک فرد عادی که آزمایش را بخواهد تکرار کند، برایش شیوه آزمایشگر مشخص باشد.

یک گزارش کار تحت قالب زیر نوشته می شود:

۱. عنوان: معمولا در صورت آزمایش آمده است و اسم آزمایش است.
۲. هدف: کمیت یا رابطه یا مشاهده‌ای را که در آزمایش مورد بررسی قرار می‌گیرد، را مشخص می‌کند. ممکن است یک آزمایش چند هدف داشته باشد.
۳. وسایل آزمایش: وسایل مورد نیاز و نوع و مدل و کیفیت و کمیت آن را ذکر می کنیم.
۴. شکل آزمایش: شکل اولیه آزمایش را در داخل کادر در این قسمت با ذکر شماره شکل می آوریم. در قسمت-های دیگر هم می‌توان شکل کشید. در عمل شکل بهترین و سریعترین راه برای انتقال مفاهیم و کمیت‌ها است. درشکل ما می‌توانیم نحوه انجام کار را مشخص کنیم و پارامترهای خود را معرفی نماییم. نیازی به کشیدن شکل‌های ترسیمی دقیق با خط کش و پرگار و... و یا شکل‌های ۳ بعدی نیست نیازی به رسم اشکال مولتی متر و یا زمان سنج نیست. اشکال به صورت شماتیک باید رسم شوند ، چرا که این عمل وقت را که در آزمایش بسیار مهم است هدر می دهد.
۵. شرح کار و نکات عملی: در این قسمت باید شیوه انجام کار توسط آزمایشگر و نکاتی که برای اندازه‌گیری‌های خود به کار بسته است ذکر شود. این قسمت، یکی از مهمترین قسمت‌ها مخصوصا در آزمایش‌های ایده‌دار است.
۶. جدول داده ها :در این قسمت داده‌های آزمایشگر در جدولی با ذکر شماره می‌آیند. یک نمونه از جدول در پیوست آمده است. ذکر داده ها به همراه خطا و واحد در جدول نیاز است. داده‌هایی که در قسمت‌های بعد استفاده خواهند شد باید در این قسمت با استفاده از داده‌های عددگیری محاسبه شوند. اصولا نباید نکته‌ای در گزارش کار باشد که شیوه یا مراحل قبلی آن ذکر نشده باشد.

IranPhO.ir

۷. نمودار : این قسمت در بخش نمودار توضیح داده خواهد شد. باید نمودار شماره داشته باشد و ارجاعات به نمودار مشخص باشد و مشخص باشد که نمودار از روی چه داده‌هایی کشیده شده است.

۸. محاسبات برای نتایج: در این قسمت محاسبات قسمت‌های قبل و محاسبات خطا وجود دارند. در عمل خروجی آزمایش این قسمت است که نتایج در آن آمده است.

۹. عوامل خطا: عوامل ایجاد خطا، را که نمی‌توان با استفاده از وسایل موجود رفع کرد در این قسمت می آوریم. دقت شود که این قسمت با نکات عملی متفاوت است. کارهایی را که می‌توان برای کاهش خطا انجام داد و با وسایل موجود ممکن است را در نکات عملی ذکر می‌نماییم.

اصولا کارهایی مثل چک نویس و پاک نویس کردن را باید در آزمایشگاه فراموش کرد و تنها خوانا بودن گزارش کار کافی است. شماره صفحه هم نکته ای است که باید رعایت شود تا ترتیب صفحات برای خواننده مشخص باشد.

رعایت نکاتی همچون درج تاریخ و یا نوشتن اسم و یا شماره صفحه در جای مناسب الزامی است. در بخش تئوری آزمایش، روابط و پارامترها باید کامل مشخص باشند. این که با کدام رابـــطه در پی بدســـت آوردن خواسته‌های مساله هستید باید واضح باشد. سعی کنید با شکلی شماتیک و ساده پارامترها را مشخص کنیـــد. از کشـــیدن شکل های پیچیده و با جزئیات بپرهیزید.

در بخش شرح کار از گفتن روش ها و نکاتی که در صورت سوال به آن‌ها اشاره شده اجتناب کنید. توضیح خیلی مختصر از آن چه انجام داده اید ارائه دهید به همراه اشاره به نکاتی که فکر می کنید رعایت آنـها به دقت آزمایـــش کمـــک می کند.

جدول ها را می توانید در برگه های جداگانه رسم کنید. جدول باید مرتب و تمیز باشد. کمیت ها، واحدها و خطاها در آن باید مشخص باشد. سعی کنید جدول را قبل از شروع اندازه گیری آماده کنید. داده‌های خامی که اندازه گیری کرده-اید را مستقیم و بدون تغییر وارد جدول کنید و بعد روی آن‌ها محاسبات انجام دهید. در جدول باید ستون مربوط به داده‌های نمودار موجود باشد. زیر جدول توضیح مختصری در مورد جدول ارائه دهید. شکل ها، جداول، نمودارها و روابط باید شماره داشته باشند تا بتوان به آن ها ارجاع داد. بهتر است جدول و نمودار متناظر آن را هم شماره انتخاب کنید.

در بخش محاسبات هر عددی که بدست آمده باید به همراه رابطه‌ای که از آن حاصل شده مشخص باشد. در محاسبه مقدار نهایی حتما جایگذاری اعداد را در رابطه یک بار مستقیما نمایش دهید. جواب نهایی را داخل کادر به همراه خطا و با رعایت ارقام با معنی گزارش کنید. روابط محاسبه خطا را فراموش نکنید و اگر در محاسبات تغییری داده اید (مثل صرف نظر از بعضی خطاها) حتما ذکر کنید. درنهایت به عوامل خطای دخیل در آزمایش اشاره کنید و راهی که برای تصحیح آن به کار برده اید را بیان کنید و یا برآورد از میزان خطای آن ارائه دهید. در این بخش خطاهای سیستماتیک از اهمیت خاصی برخوردارند که در آینده در مورد آن توضیح داده خواهد شد. از اشاره به عوامل خطای بدیهی مثل خطای دید یا خطای وسیله خودداری کنید ولی اگر احساس می کنید وسیله اندازه گیری خطای سیستماتیک ایجاد می کند برآوردی از آن مفید خواهد بود.

آماده سازی setup آزمایش:

هنگام چیدن وسایل و آماده سازی setup:

- موارد واضح را چک کنید مثل اتصال ها و اطمینان از کارکرد وسیله
- از محکم بودن فیزیکی setup مطمئن شوید.
- Setup باید انعطاف پذیر چیده شود تا در صورت لزوم به سادگی پارامترها را بتوان تغییر داد.
- از فضای اطراف به طور مناسب استفاده کنید؛ وسایل اندازه گیری باید در دسترس و قابل قرائت باشند.

خطا:

سه نوع خطا داریم: ۱. خطای سیستماتیک ۲. خطای تصادفی ۳. خطای کوآنتیزاسیون

۱- خطای سیستماتیک:

گاهی یک دستگاه در هنگام اندازه گیری درست کار نمی کند یا سیستم اندازه گیری در کل به صورتی است که اندازه گیری ها دچار اشکال هستند و عملا این اشکال را نمی‌توان بدون تغییر سیستم رفع کرد.

یک آونگ را درنظر بگیرید. فرض کنید در فرمول تئوری آن جرم نقطه‌ای فرض شده باشد. در این صورت دوره تناوب آن در عمل مقداری بیشتر از فرمول تئوری آزمایش خواهد بود که به خاطر نقطه‌ای نبودن جرم است. از طرفی در عمل ما یک نخ برای آویزان کردن جرم داریم که آن هم خطای سیستماتیک دیگری است. روش رفع این خطاها استفاده از نخ بلند است تا طول نوعی جرم نسبت به طول نخ ناچیز گردد و ازطرفی استفاده از نخ کم جرم می تواند جرم نخ را کم کند. دقت کنید که ما سیستم اندازه گیری و داده گیری را عوض کردیم.

یک مولتی متر درنظر بگیرید که همه ی ولتاژهای نشان داده شده در آن ۱/۱ برابر مقدار واقعی باشد و آزمایشگر این قضیه را نداند. در آن صورت داده‌های آزمایش وی کلاً نادقیق هستند و وی خبر ندارد. بسیاری از خطاهای سیستماتیک به علت استفاده از دستگاه های نامطمئن است که درست کالیبره نشده‌اند. یک مثال دیگر هنگامی است که می‌خواهید جریان در یک مدار را حساب کنید. با قرار دادن مولتی متر در مدار به خاطر مقاومت داخلی غیر صفر آمپرسنج، مدار و در نتیجه جریان ها تغییر خواهند کرد. یک روش کم کردن خطا استفاده از آمپرسنجی با مقاومت داخلی کمتر است. خطاهای سیستماتیکی چون این را باید برآورد کرد طوری که تأثیر آنها محاسبه شده باشد. اگر راهی برای کاهش آنها وجود دارد باید صورت پذیرد در غیر اینصورت به عنوان عوامل خطا باید ذکر شوند و برآوردی از آنها در قسمت محاسبات گزارش کار می آید.

۲- خطای تصادفی:

از یک آزمایشگر بخواهید که یک زمان ثابت را چندبار در شرایط یکسان برای شما اندازه گیری کند. این زمان های اندازه گیری شده یکسان نیستند حتی اگر زمان سنج دقیق باشد. خطای سیستماتیک یک جابجایی ثابت در شرایط یکسان ایجاد می کند. نکته در این است که اندازه گیری فرد دارای تغییراتی است که تابع نویز محیط و سایر فرایندهای تصادفی است! شاید مثال بهتر یک منبع است که قرار است یک ولتاژ dc ثابت تولید کند. به خاطر نویز ایجاد شده توسط محیط این ولتاژ حول مقدار dc یک تغییرات ac دارد. مثلا فرض کنید ولتاژ اندازه گیری شده ی منبع توسط یک مولتی متر مقادیر زیر باشد:

۱۰/۳	۱۰/۳	۱۰/۳	۱۰/۳	۱۰/۱	۱۰/۲	۱۰/۱	۱۰/۱	۱۰/۲	۱۰/۳	۱۰/۱	۱۰/۲

و قرار بوده که این ولتاژ ثابت و برابر ۱۰ باشد. در اینصورت با توجه به داده ها احساس می شود که این ولتاژ حول و حوش ۱۰.۲ است ولی ثابت نیست. بحث و کمی کردن مقدار این ثابت نبودن دقیقا چیزی است که می خواهیم بررسی کنیم. در واقع چیزی علمی و مورد توافق میان افراد مختلف که با نظریه آمار و احتمال نیز جور در بیاید. شکل زیر این مطلب را روشن می نماید.

IranPhO.ir

در ادامه به نتایج نظریه آمار و احتمال برای محاسبه خطا اشاره می نماییم.

اگر یک کمیت را چندین بار اندازه گیری نماییم، پس از حذف کردن اندازه گیری‌های پرت که نتایج پرت داشته اند، بهترین تخمین از کمیت، میانگین اندازه گیری ها است که از روابط زیر بدست می آید.

$$\bar{x} = mean(x) = \frac{\sum x_i}{n}$$

پس از محاسبه میانگین، کمیت زیر بهترین تخمین از خطای میانگین یا همان خطا است که هرچقدر تعداد اندازه گیری‌ها بیشتر باشد، این تخمین از خطا بهتر است. ۳ بار اندازه‌گیری و یا حتی در مواردی ۲ بار اندازه گیری را کافی فرض می‌نماییم.

$$\text{خطای میانگین} = \Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{n-1}} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

فرمول بالا به درستی نشان می دهد که با یک بار اندازه گیری نمی توان تخمین از خطا داشت و هرچه تعداد اندازه گیری ها را افزایش داد می‌توان خطای تصادفی را کمتر کرد. در محاسبه این نوع خطا از فرمول دیگری استفاده نکنید، مگر اینکه در صورت آزمایش ذکر شود مجاز هستید از روش دیگری استفاده کنید.

تا اینجا می توانیم خطای هر کمیت آزمایش شده را بدست آوریم، حال می خواهیم خطای یک کمیت را که تابعی از چند کمیت است، را بیابیم. برای این منظور باید به روش زیر عمل نماییم.

$$\left.\begin{array}{l} \bar{x}_1 = \bar{x}_1 \pm \Delta\bar{x}_1 \\ x_2 = \bar{x}_2 \pm \Delta\bar{x}_2 \\ . \\ . \\ x_n = \bar{x}_n \pm \Delta\bar{x}_n \\ y = f(x_1, \ldots, x_n) \end{array}\right\} \bar{y} = f(\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n), \Delta\bar{y} = \sqrt{\sum \left(\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{X=\bar{X}} \Delta\bar{x}_i \right)^2}$$

مثال: اگر دو مقاومت R_1 و R_2 داشته باشیم و خطای مقاومت سری را بخواهیم، داریم:

$$R = R_1 + R_2$$

$$(\Delta R)^2 = (\Delta R_1)^2 + (\Delta R_2)^2$$

مثال: اگر خطای مقاومت موازی را بخواهیم، داریم:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{\partial R}{\partial R_1} = \frac{R_2(R_1 + R_2) - R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)^2$$

$$\frac{\partial R}{\partial R_2} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)^2$$

$$(\Delta R)^2 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 (\Delta R_1)^2 + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)^2 (\Delta R_2)^2$$

IranPho.ir

مثال: اگر $y=\frac{A^n B^m}{C(D+E)}$ آنگاه با استفاده از فرمول خطای نسبی برای ضرب داریم که:

$$\left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2=\left(\frac{n\Delta A}{A}\right)^2+\left(\frac{m\Delta B}{B}\right)^2+\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2+\frac{(\Delta D)^2+(\Delta E)^2}{(D+E)^2}$$

یکی دیگر از روش‌ها این است که به جای اندازه گیری کمیت، چند برابر کمیت را اندازه گیری کنیم. با این عمل می‌توانیم همان خطای تصادفی سابق را که برای خود کمیت داشتیم، برای چند برابر کمیت داشته باشیم و این باعث خواهد شد که خطای خود کمیت کم گردد.

مثلا فرض کنید که زمان سنجی با خطای تصادفی ۰/۰۵ s قابل اندازه گیری است. اگر بگذاریم تا آونگ ۵ بار نوسان کند در آن صورت ۵ دوره تناوب آن با خطای ۰/۰۵ s قابل اندازه گیری است و خود دوره تناوب خطای ۰/۰۱ خواهدداشت

۳- خطای کوآنتیزاسیون:

فرق میان دستگاه پیوسته و گسسته در این خطا است. فرض کنید دستگاهی دقیق است و خطای سیستماتیک نداریم. مثلا یک ولت متر دقیق. خطای تصادفی که به واسطه نویز است هم وجود ندارد. اما ولت متر دیجیتال است و در نمایش تا دقت $^{v}۰.۰۱$ به ما خروجی می دهد. فرض کنید ولتاژ مورد اندازه گیری برابر $^{v}۱۰.۰۰۵$ باشد. در آن صورت ولت متر خروجی را به فرض $^{v}۱۰.۰۰$ خواهد داد. به این خطای به وجود آمده خطای کوآنتیزاسیون می‌گویند. بحث در مورد اندازه این خطا سخت و پیچیده است. در این آزمایشگاه این خطا برابر واحد resolution سیستم می گیریم که در مثال فوق برابر $^{v}۰.۰۱$ است. توضیح زیر می تواند این مطلب را روشن نماید.

فرض‌کنید در یک خط‌کش فاصله دو نشانه آنقدر زیاد هست که بتوان وسط دو نشانه را با دقت خوبی تشخیص داد. در این‌صورت می‌توان اعداد را با دقت مثبت و منفی نصف واحد معرفی کرد($\pm\frac{1}{2}$unit). اگر بتوان تقسیمات بیشتری انجام داد، دقت افزایش می‌یابد. در غیر این‌صورت همان ($\pm$1unit) را در نظر می‌گیریم.

در آزمایشهایی که پارامتر اندازه گیری شده نسبت به واحد بزرگ می باشد و یا بازه اندازه گیری ما در آزمایش بزرگ باشد نیازی به گزارش نصف واحد نیست حتی اگر نصف واحد قابل تشخیص باشد.

در دستگاه‌های دیجیتال در اکثر موارد خطاهای حدی ذکر می‌شوند که ابتدا باید به آنها توجه کرد چون به نحوه ساخت وسیله بر می‌گردند اما وقتی این خطاها بیان نشوند، خطا را برابر ۱LSD (یعنی مثبت و منفی کم ارزش‌ترین رقم صفحه نمایش) در نظر می‌گیریم. (LSD=Least significant Digit)

خطای اندازه گیری زمان را با خطای زمان سنج یکسان در نظر می گیریم .

گزارش عدد نهایی

در گزارش عدد نهایی ارقام با معنی عدد را به تناسب خطای آن انتخاب می کنیم. عدد X را درنظر بگیرید؛ اگر آن را به صورت $x_0 / x_1 ... x_m \times 10^k$ نمایش دهیم که $x_0 \in \{1,2,...,9\}$ روش علمی نمایش عدد را داریم. در عدد X تعداد ارقام (اعشاری و صحیح با احتساب صفرهای پایانی) بعد از آخرین صفر از سمت چپ (شمارش از چپ) تعداد ارقام با معنی X است. مثلا تعداد ارقام بامعنی عدد "۱/۲۳۴۰۱۰" ، ۷ رقم و"۰/۰۰۱۲۹" ، ۳ رقم و"۰/۱۰"، ۲ رقم است. تعداد ارقام بامعنی در نمایش علمی با ارقام بامعنی اولیه عدد باید برابر باشد؛ پس: $0.00129 = 1.29 \times 10^{-3}$ و $0.10 = 1.0 \times 10^{-1}$ و $142.210 = 1.42210 \times 10^2$ معمولا خطا را با یک رقم با معنی و وقتی آزمایش از دقت خوبی برخوردار باشد با دو رقم با معنی هم نمایش می‌دهند(شما همواره با یک رقم نمایش می‌دهید). متداول است که عدد نهایی را در نماد علمی و خطا را در همان واحد توانی در کنار هم نمایش می‌دهند؛ به مثال‌های زیر توجه کنید. دقت کنید که در این نمایش تعداد ارقام اعشاری خطا و عدد را با گرد کردن و صرف نظر کردن برابر می کنیم.

مثال نمایش عدد :

$$982.836 \pm 0.12 = (9.8284 \pm 0.0012) \times 10^2$$
$$41.7 \pm 0.00074 = (4.170000 \pm 0.000074) \times 10^1$$
$$87380 \pm 762 = (8.74 \pm 0.08) \times 10^4$$

یک مثال برای روشن شدن هر یک از خطاها:

یک خط کش درنظر بگیرید. واحد نمایش این خط کش برابر ۱mm است. این خط‌کش به ازای هر درجه سانتی گراد در هر یک متر ۰/۱mm افزایش طول دارد. دما ۱۰ درجه تغییر کرده است. با این خط کش طولی را ۳ مرتبه اندازه گرفته‌ایم و اعداد زیر را بدست آورده‌ایم. میان خطوط هر واحد خط کش مشخص است و کاربر قادر به گردکردن درست عدد است. هر یک از انواع خطاها را حساب کنید.

۱۰۰۱mm	۱۰۰۲mm	۱۰۰۳mm

خطای کوآنتیزاسیون باتوجه به توضیحات سوال برابر واحد خط کش یعنی ۱ mm (بازه اندازه گیری در آزمایش بزرگ است نیازی به گزارش نصف واحد نیست) است.

خطای تصادفی برابراست با:

$$\bar{x} = \frac{1001+1002+1003}{3} = 1002\text{mm}$$

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{(1001-1002)^2+(1002-1002)^2+(1003-1002)^2}{3(3-1)}} = \frac{1\text{mm}}{\sqrt{3}} = 0.6\text{mm}$$

خطای سیستماتیک هم برابراست با:

$$.1\text{mm}/^0\text{C} \times \frac{1002\text{mm}}{1000\text{mm}} \times 10^0\text{C} \cong 1\text{mm}$$

IranPhO.ir

نمودارها

نمودارها در کار آزمایشگاهی از چند جنبه اهمیت دارند:

- برای محاسبه ی رابطه بین کمیت ها مثلا اگر x و y رابطه ای به شکل $y = a + bx$ داشته باشند، می توان با رسم نمودار y برحسب x مقادیر a و b را بدست آورد. این جنبه از اهمیت کمتری برخوردار است زیرا با حسابگرها می توان این کار را بهتر انجام داد.
- برای کمک های بصری تحلیل رفتار یک سری داده روی جدول به مراتب کار مشکل تری است تا روی نمودار. برای مثال پیدا کردن نقاط گذار یا مقادیر کمینه و بیشینه و نقاط عطف یا مقایسه با تئوری، نمودارها گزینه بهتری هستند.
- برای نشان دادن ارتباط بین دو کمیت و استفاده از آن، به عنوان مثال منحنی مشخصه دیود (ارتباط جریان و ولتاژ آن) که در آزمایش های مدار گاه نیاز می شود، روی نمودار آسان‌تر قابل استفاده است تا اینکه روی جدول باشد. یا مثلا اگر برای سنجش شدت نور از منحنی مشخصه مقاومت نوری (مقاومت آن برحسب شدت نور فرودی تنظیم می‌شود) استفاده می کنیم. پیدا کردن شدت نور متناظر با مقدار خاصی مقاومت روی نمودار به مراتب راحت تر است تا در جدول.

نکاتی در رسم نمودار ها

روی نمودارها باید کمیت‌های هر محور و واحد آن مشخص باشد. نقاط روی نمودار باید کاملا واضح باشد. حتما بهترین منحنی که به داده ها فیت می شود بطور هموار رسم شود. نقاط خاصی که از شما خواسته شده که بدست آورید (مثلا نقطه بیشینه) را روی نمودار مشخص کنید. روی نقاط مناسبی از محورها عدد متناظر را یادداشت کنید. (مثلا هر ۵۰ خانه یک بار) نموار حتما باید مقیاس شده باشد تا نقاط خیلی به هم نزدیک نباشند و داده‌های بیشتر از دو- سوم هر یک از محورها را بپوشانند. توضیح مختصری زیر نمودار ارائه دهید. نقاط پرت که در روی نمودار بدست می‌آیند مشخص شوند. اعدادی مثل ۱ ۲ ۳ و... ۱۰ ۲۰ ۳۰ داشته باشید تا ۱۰۰۰۰ ۲۰۰۰۰ ۳۰۰۰۰ و.... ۰/۰۰۰۱ ۰/۰۰۰۲ و خطوط خطا را بصورت بازه‌هایی حول نقاط نمایش دهید (مثل نموداری که در پیوست به شما داده شده است). درانتخاب پارامترهای هرکدام از محورها، بهتر است به نوعی علت را روی محور افقی و معلول را روی محور عمودی نشان دهید.

انواع کاغذ نمودار

در فیزیک سه نوع کاغذ نمودار بیشتر متداول است که در جدول زیر آمده است. نوع میلیمتری که درجه بندی محورهای آن ساده است؛ نوع لگاریتمی که درجه بندی محورهای آن لگاریتمی است و نوع نیم لگاریتمی که فقط درجه بندی محور عمودی آن لگاریتمی است. از نوع میلی متری برای رسم انواع داده استفاده می کنیم؛ همچنین برای نشان دادن ارتباط خطی بین دو کمیت این کاغذها کاربرد دارند.

IranPhoto.ir

رسم نمودار

سه نوع رابطه میان داده ها را در این آزمایشگاه ما به طور معمول بررسی می کنیم.

نوع رابطه		مشخصه در ماشین حساب	نوع کاغذ	شکل رابطه
خطی	linear	Lin	میلی متری	$y = a + bx$
نمایی	Exponential	Exp	نیم لوگ	$y = ae^{bx}$
توانی	Power	Pwr	تمام لوگ	$y = ax^{b}$

از نوع تمام لگاریتمی برای تحقیق رابطه $y = ax^b$ بین دو مقدار x و y استفاده می کنیم، با توجه به رابطه داریم $\log y = \log a + b \log x$ و بدین ترتیب با انتخاب دو نقطه روی بهترین خط مثل (x_1, y_1) و (x_2, y_2) مقدار b از این رابطه بدست می آید:

$$b = \frac{\log y_2 - \log y_1}{\log x_2 - \log x_1}$$

و مقدارa همان مقدار تابع در $x = 1$ خواهدبود که در صورت نبودن این نقطه می توان با استفاده از یک نقطه دلخواه روی نمودار و رابطه ، مقدار a را با داشتنِ مقدار b بدست آورد. از نوع نیم لگاریتمی برای تحقیق رابطه $y = ae^{bx}$ بین دو مقدار x و y استفاده می کنیم، با توجه به رابطه داریم: $\ln y = \ln a + bx$ و بدین ترتیب با انتخاب دو نقطه روی بهترین خط مثل (x_1, y_1) و (x_2, y_2) مقدار b از این رابطه بدست می آید:

$$b = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{x_2 - x_1}$$

و مقدار a همان مقدار تابع در $x = 0$ خواهدبود که در صورت نبودن این نقطه می توان با استفاده از یک نقطه دلخواه روی نمودار و رابطه، مقدار a را با داشتن مقدار b بدست آورد.

با وارد کردن داده ها در مد موردنظر در ماشین حساب خود ماشین حساب ضرایب موردنظر به همراه r که ضریب همبستگی داده ها است را به شما می دهد. این ضریب میزان خطی بودن داده ها است و هرچه به ۱یا ۱- نزدیکتر باشد رگرسیون و خطی بودن داده ها بالاتر است.

برای رسم داده‌ها در هر کاغذ نمودار ابتدا باید در کاغذ مناسب داده‌ها، شماره نمودار و ارجاع به جدول را نوشت. سپس فلش هریک از محورها را رسم می کنیم و واحد و کمیت آن محور را روی آن قسمت می‌نویسیم.

برای بدست آوردن رابطه داده های خطی با استفاده از کاغذ نمودار باید ابتدا کاغذ نمودار را scale بندی کرد. بدین معنا که کاغذ را درجه بندی می کنیم تا داده ها را به آن وارد کنیم. داده ها باید بیشتر قسمت های افقی و عمودی کاغذ را بپوشانند. به فرض اگر داده های محور x بین ۱۰تا۱۴ هستند ابتدای کاغذ را ۱۰ می گذاریم و انتـهای آن را ۱۵، تـا هم عـــددها را راحت تر پیدا کنیم و هم داده ها کاغذ را بپوشانند. پس از وارد کردن داده ها خطای داده ها را وارد می کنیم. بدین ترتیب که به اندازه خطای x در راستای x خطی به سمت راست و خطی به سمت چپ حول داده رسم می کنیم و همین کار را برای خطای y نیز انجام می دهیم. با این کار یک + در کاغذ نمودار به ازای هر داده خواهیم داشت. گاهی اوقات خطا بقدری کم است (کمتر از نصف واحد در نمایش روی کاغذ) که از نمایش آن خودداری می کنیم و بالای کاغذ نمودار می نویسیم که خطوط خطا غیرقابل نمایش است. خطوط خطایی که قابل نمایش هستند باید رسم شوند.

پس از آن بهترین خط ممکن را از داده می گذرانیم.این خط خوب است که از مرکز ثقل نقاط بگذرد. سپس کوچکترین مستطیلی را رسم می کنیم که همه داده ها و خطوط خطا را در بر گیرد و دو ظلع آن موازی بهترین خط باشد.دوقطر این مستطیل را نیز رسم می کنیم بهترین خط ،شیب و عرض از مبدأ را می دهد. نحوه حساب کردن شیب به این صورت است که دو نقطه مناسب با فاصله ی زیاد را روی کاغذ نمودار در نظر می گیریم. داریم

$$b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

برای حساب کردن عرض از مبدا هم اگر صفر محور X قابل دیدن باشد که عرض از مبدا را می‌خوانیم. در غیراینصورت چون شیب را داریم در یک نقطه از رابطه $y = a + bx$ استفاده می کنیم و عرض از مبدا به دست می آید. خوب است که این محاسبات روی کاغذ گزارش کار انجام گردد و نه روی کاغذ نمودار. دو نقطه محاسبه شیب را هم در کاغذ نمودار رسم می‌کنیم. گاهی داده هایی وجود دارند که پرت هستند و از بهترین خط به طور استثنایی فاصله دارند. کنار این داده ها می نویسیم داده پرت و در محاسبه شیب چه در نمودار و چه در ماشین حساب از آنها استفاده نمی‌کنیم. شیب و عرض از مبدا دو قطر را نیز حساب می کنیم. آنها را با $b_{\min}$ و $b_{\max}$ و $a_{\min}$ و $a_{\max}$ نمایش می دهیم. خطای شیب و عرض از مبدا برابراست با :

$$\Delta b = \frac{1}{2}(b_{\max} - b_{\min}), \Delta a = \frac{1}{2}(a_{\max} - a_{\min})$$

بهتر است که شیب و عرض از مبدأ و خطای آنها با ماشین حساب محاسبه شود مگر اینکه در صورت مسئله ذکر شده باشد که خطا از روش خاصی مثلاً از نمودار حساب گردد.

$$\Delta b = b\sqrt{\frac{1}{n-2}(\frac{1}{r^2} - 1)}$$ For linear and power and exponential

$$\Delta a = \Delta b\sqrt{\bar{x}^2 + \sigma_x^2}$$ For linear

$$\Delta a = a\Delta b\sqrt{\bar{x}^2 + \sigma_x^2}$$ For exponential

$$\Delta a = a\Delta b\sqrt{\sum_{i=1:n}\frac{\ln(x)}{n} + \sigma_{\ln(x)}^2}$$ For power

نکته جالب این است که ماشین حساب هم در مد توانی به جای میانگین x به شما میانگین ln(x) را خواهد داد. همین اتفاق برای واریانس نیز می‌افتد.

گاهی اوقات از شما خواسته می شود که ببینید رابطه دو کمیت به چه شکل است. در ابتدا ممکن است که یک یا چند تا از کاغذهای نمودار اصلا نتوانند فیزیک آن رابطه را به ازای شرایط خاص مثلا برای x=۰ یا $x \to \infty$ ارضا نمایند. در آن صورت نیازی به چک کردن برای آن کاغذهای نمودار نیست. بعداز آن رگرسیون تا حدی درصورت نداشتن داده های پرت به ما برای چک کردن نوع رابطه کمک می کند. اما اگر رگرسیون در دو کاغذ نزدیک هم است نمی توان از روی رگرسیون انتخاب کرد چون ممکن است که در یکی از کاغذها تقعر خاصی برای داده ها داشته باشیم و در نتیجه داده ها در آن کاغذ رابطه غیرخطی دارند ولی رگرسیون در این مورد بی تفاوت عمل کرده است. در این صورت داده ها

را حتما باید در کاغذ نمودار رسم کنیم و از روی تقعر و سایر موارد کاغذ و رابطه مناسب را انتخاب کنیم. (مثلا یک رابطه توانی با توان مثبت در کاغذ نیم لوگ تقعر رو به پایین دارد).

تعداد داده گیری:

هنگامی که می‌خواهیم نوع رابطه را پیدا کنیم باید تعداد داده گیری را بالا ببریم تا پیدا کردن نوع رابطه دقیق تر باشد. برای آزمایش‌هایی که می‌خواهیم رفتار تابع در بازه‌ای را بیابیم باید در کل بازه داده گیری کنیم و نه، تنها در یک محدوده خاص. در نقاط خاص تابع مثلا نقاط ماکزیمم یا مینیمم یا نقطه عطف یا نقطه شکستگی باید تعداد داده‌گیری را بالا ببریم. هنگامی که از ترکیب داده ها در قسمت های بعدی می‌خواهیم استفاده کنیم باید تعداد داده گیری را بالا ببریم. مثلا فرض کنید که از شیب نمودار در هرنقطه می‌خواهیم استفاده کنیم. در آن صورت تعداد را باید بالا ببریم تا نمودار دقیق تر مشخص باشد.

تکرار مجدد چند نکته:

- معمولا در آزمایش‌هایی که از دقت خوبی برخوردارند و نقاط خطای کمی دارند استفاده از روش کمترین مربعات مناسب تر است ولی در آزمایش‌هایی که خطای نقاط زیاد است از روش چشمی برای تخمین خطای شیب استفاده می کنند.
- توجه کنید که تا نمودار رسم نشود نمی توان در مورد نقاط پرت قضاوت کرد پس محاسبه شیب با ماشین حساب بدون رسم نمودار گاهی جواب نادرست می دهد.
- انتخاب اینکه چه تعداد اندازه گیری باید انجام شود بسته به نوع آزمایش دارد ولی می توان گفت نمودار با کمتر از ۵ نقطه عملا فاقد ارزش است.
- در نمودارهایی که داده ها بخوبی روی خط قراردارند اندازه گیری بیش از حد جز اتلاف وقت تأثیری در آزمایش و نتایج ندارد. شاید۸-۷ نقطه کافی باشد.(این قاعده کلی نیست).

نکته آخر:

حرف هایی که ناظرین در امتحان می زنند یا درصورت سوال آزمایش آمده است بر تمام مطالب این جزوه مقدم است مثلا اگر در جزوه آمده باشد که هر عدد خطا می خواهد ممکن است طراح به هر دلیلی یک سری اعداد را با خطا نخواهد و شما می توانید آنها را بدون خطا بنویسید.

IranPhO.ir

مثالی از یک جدول:

$l(cm)\pm 1cm$	$10t_1(s)\pm .1s$	$10t_2(s)\pm .1s$	$10t_3(s)\pm .1s$	$T_{ave}(s)$	$\Delta T_{ave}(s)$
۱۰	۱۰/۰	۱۰/۲	۱۰/۴	۱/۰۲	۰/۰۱
۲۰	۱۴/۵	۱۳/۹	۱۴/۲	۱/۴۲	۰/۰۲
۳۰	۲۰/۰	۱۹/۶	۲۰/۴	۲/۰۰	۰/۰۲
۴۰	۳۰/۲	۳۰/۲	۳۰/۲	۳/۰۲	۰/۰۱

مثالی از محاسبه خطا:

$$z = x^n y^m \Rightarrow \Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\Delta y\right)^2} =$$

$$\sqrt{(nx^{n-1}y^m\Delta x)^2 + (mx^n y^{m-1}\Delta y)^2} =$$

$$x^n y^m \sqrt{\left(\frac{n\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{n\Delta y}{y}\right)^2}$$

$$z = \sqrt{\left(\frac{n\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{n\Delta y}{y}\right)^2} \Rightarrow \left(\frac{\Delta z}{z}\right)^2 = \left(\frac{n\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{n\Delta y}{y}\right)^2$$

خطای کمیت بخش بر کمیت را خطای نسبی می گویند، به رابطه ی خوب بدست آمده برای خطای نسبی دقت کنید.

در این رابطه x و y مستقل است.

می خواهیم مقدار و خطای $z = e^x y$ را با فرض اینکه $\bar{x} = 1, \Delta\bar{x} = .05, \bar{y} = 2, \Delta\bar{y} = .1$ حساب کنیم.

داریم که:

$$\bar{z} = e^{\bar{x}}\bar{y} = e^1 \times 2 = 5.4$$

$$\Delta\bar{z} = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \times (\Delta\bar{x})^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \times (\Delta\bar{y})^2} =$$

$$\sqrt{\left(e^{\bar{x}}\bar{y}\right)^2 \times (0.05)^2 + \left(e^{\bar{x}}\right)^2 \times (.1)^2} =$$

$$\sqrt{(e^1 \times 2)^2 \times (.05)^2 + \left(e^1\right)^2 \times (.1)^2} = .3$$

مثال هایی از نحوه نمایش عدد

عدد بدست آمده	خطای بدست آمده	عدد پس از بازنویسی	خطا پس از بازنویسی
1024	78	102×10^1	8×10^1
234.786	0.023	234.79	.02

IranPhO.ir

IranPhO.ir