



نام درس : ریاضی ۱

نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)

تاریخ برگزاری ۱۴۰۱/۱۱/۰۵

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : دهم

نام دبیر : حامدنوردی

عنوان آزمون : کاربرگ ۱۳ - تعیین علامت

تشریحی

عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

۱

$$P = 3x - 12$$

عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

۲

$$P = (x - 7)(x + 2)$$

تعیین علامت کنید.

۳

$$P(x) = \frac{9 - x}{2x + 4}$$

تعیین علامت کنید.

۴

$$P(x) = \frac{2x + 7}{x - 4}$$



$$\frac{2x - 1}{x + 5} \geq 0$$

اگر جدول تعیین علامت $p(x) = \frac{(x - 1)(x^2 + ax + b)}{2x + c}$ به صورت زیر باشد a, b, c را حساب کنید. ۶

x	$-\infty$	-۲	۱	۳	$+\infty$
p(x)	+	○	-	○	+

اگر جدول تعیین علامت $p(x) = (x - 1)(x^2 + ax + b)$ به صورت زیر باشد a, b را حساب کنید. ۷

x	$-\infty$	۱	۵	$+\infty$
p(x)	-	○	-	+

اگر جواب تعیین علامت $p(x) = \frac{(x - 3)(ax^2 + bx + 10)}{2x + c}$ به صورت زیر باشد a, b, c را حساب کنید. ۸

x	$-\infty$	-۲	۳	۵	$+\infty$
p(x)	+	○	-	○	-



۹ به ازای چه مقادیری از k ، عبارت $A = x^2 + 3x + k$ همواره مثبت است؟

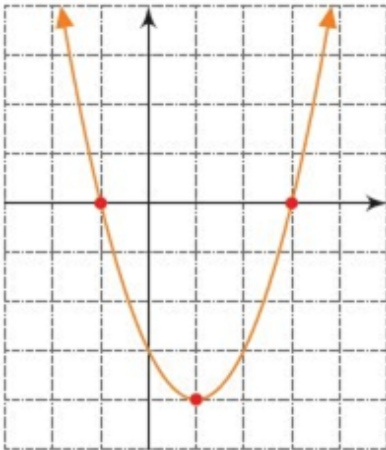
۱۰ به ازای چه مقادیری از m ، سهمی $y = mx^2 - mx - 1$ همواره پایین محور x هاست؟

۱۱ سهمی $y = x^2 - 2x - 3$ را در نظر بگیرید که نمودار آن در شکل مقابل رسم شده است.

الف) به کمک نمودار رسم شده، برای چه مقادیر از x ، نمودار سهمی، پایین محور x هاست؟

ب) جدول تعیین علامت عبارت $y = x^2 - 2x - 3$ را رسم کنید و مشخص کنید برای چه مقداری از x ، علامت y منفی است؟

پ) نشان دهید که از مجموعه جواب‌های به دست آمده در هریک از قسمت‌های الف و ب می‌توان برای حل نامعادله $x^2 - 2x - 3 < 0$ استفاده کرد.



۱۲ عبارت $x^2 + ax + 1$ به ازای مقادیر a بین و ، همواره مثبت است.



۱۳ اگر چندجمله‌ای $\frac{1}{2}x^2 - (m - 2)x + m - \frac{1}{2}$ به ازای تمامی مقادیر x همواره مثبت باشد حدود m را حساب کنید.

۱۴ به ازای چه محدوده از x سهمی $y = x^2 - 6x + 8$ پایین محور x ها نیست؟

۱۵ به ازای چه محدوده از x سهمی $y = 2x^2 - 7x + 5$ پایین‌تر از سهمی $y = x^2 - 5$ قرار ندارد؟



$$P = 0 \Rightarrow 3x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4$$

X	$-\infty$	4	$+\infty$
P	-	•	+

۱

$$P = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

X	$-\infty$	-2	5	$+\infty$	
$X - 5$	-	-	•	+	
$X + 2$	-	•	+	+	
P	+	•	-	•	+

۲

$$\begin{cases} 9 - x = 0 \Rightarrow x = 9 \\ 2x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

X	$-\infty$	-2	9	$+\infty$	
$9 - X$	+	+	•	-	
$2X + 4$	-	•	+	+	
P(x)	-	•	+	•	-

۳

$$\begin{cases} 2x + 5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

X	$-\infty$	$-\frac{v}{2}$	v	$+\infty$
$2X + v$	-	•	+	+
$X - v$	-	-	•	+
$P(x)$	+	•	-	+

۴

$$\begin{cases} 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$

X	$-\infty$	-5	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x - 1$	-	-	•	+
$x + 5$	-	•	+	+
$\frac{2x - 1}{x + 5}$	+	•	-	+
$\frac{x - 1}{x + 4} \geq 0$	ج	ج	ج	ج

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, -5) \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

از آنجا که علامت در دو طرف $x = 1$ تغییر نکرده بنابراین چندجمله‌ای درجه دو صورت باید $(x - 1)$ و $(x + 2)$ باشد.

$$(x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2 = x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=3} 2(3) + c = 0 \Rightarrow c = -6 \quad \text{و ریشه مخرج است:}$$

از آنجا که علامت در دو طرف $x = 1$ تغییر نکرده است بنابراین عبارت درجه دو شامل عامل‌های $(x - 1)$ و $(x - 5)$ است. در نتیجه:

$$(x - 1)(x - 5) = x^2 - 6x + 5 = x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 5 \end{cases}$$

با توجه به این که علامت دو طرف ریشه $x = 5$ تغییر کرده بنابراین $ax^2 + bx + 10$ باید درجه اول باشد و $x = -2$ ریشه مخرج است.

$$\xrightarrow{a=0} bx + 10 = 0 \xrightarrow{x=5} 5b + 10 = 0 \Rightarrow b = -2 \xrightarrow{x=-2 \text{ ریشه مخرج است}}$$

$$2(-2) + c = 0 \Rightarrow c = 4$$

نکته: اگر علامت $p(x)$ برای $x > 5$ مثبت نوشته بود در این حالت جواب نداشت.

با توجه به مثبت بودن a کافیت دلتا منفی باشد:

$$\Delta < 0 \Rightarrow 9 - 4k < 0 \Rightarrow -4k < -9 \Rightarrow k > \frac{9}{4}$$

از فرض سوال نتیجه می‌شود که باید عبارت همواره منفی باشد پس باید دلتا منفی و a منفی باشند.

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 + 4m < 0$$

	-4	0
$m^2 + 4m$	+	-

$$\Rightarrow -4 < m < 0$$

$\Rightarrow -4 < m < 0$: از طرفی a منفی باشد

الف) ۱۱

$$-1 < x < 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1$$

ب)

x		-1		3	
y	+	•	-	•	+

به ازای $-1 < x < 3$ ، y منفی است.

پ) $x^2 - 2x - 3 < 0$ یعنی مجموعه مقادیری از x که به ازای آنها $y < 0$ باشد که با توجه به نمودار $-1 < x < 3$ مشخص شده است. همچنین به کمک جدول تعیین علامت نیز به همین جواب رسیدیم.

۲ و ۲- ۱۲

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow 1 > 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < a < 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow \frac{1}{r} > 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4\left(\frac{1}{r}\right)\left(m - \frac{1}{r}\right) < 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 - 2m + 1 < 0 \\ \Rightarrow m^2 - 6m + 5 < 0 \Rightarrow (m-1)(m-5) < 0 \Rightarrow 1 < m < 5 \end{cases}$$

۱۳

برای آن که سهمی پایین محور x ها نباشد باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد، بنابراین:

$$x^2 - 6x + 8 \geq 0 \Rightarrow (x-2)(x-4) \geq 0$$

x		2		4	
P(x)	+	•	-	•	+
$P[x] \geq 0$	ج	ج	ج	ج	ج

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$$

۱۴

باید سهمی اول را بزرگتر یا مساوی سهمی دوم قرار دهیم. بنابراین:

$$2x^2 - 7x + 5 \geq x^2 - 5 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5 \text{ یا } x \leq 2$$

x		2		5	
P(x)	+	•	-	•	+
$P[x] \geq 0$	ج	ج	ج	ج	ج

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, 2] \cup [5, +\infty)$$

۱۵

