

۱۳-۱ برای حالتی که S یک سطح بسته است، $\nabla \cdot \mathbf{r}$ و $\oint_S \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{n}} da$ را به دست آورید.

۱۴-۱ بردار $\mathbf{A} = 4x\hat{x} - 2y^2\hat{y} + z^2\hat{z}$ و ناحیه محدود شده با $x^2 + y^2 = 4$ ، $z = 0$ و $z = 3$ را در نظر بگیرید. (الف) $\nabla \cdot \mathbf{A}$ را به دست آورید. (ب) بردار یکه عمود بر سطح S_1 ($z = 0$) و S_2 ($z = 3$) و سطح منحنی S_3 ($x^2 + y^2 = 4$) را به دست آورید. (ج) قضیه دیورژانس را برای \mathbf{A} که در این ناحیه محدود شده است تحقیق کنید.

۱۵-۱ بردار $\mathbf{A} = z\hat{x} + x\hat{y} - 3y^2z\hat{z}$ و سطح استوانه‌ای S ($x^2 + y^2 = 16$) را در نظر می‌گیریم (الف) بردار یکه عمود بر سطح استوانه، $\hat{\mathbf{n}}$ را به صورت تابعی از x و y به دست آورید. (ب) انتگرال سطحی $\int_S \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{n}} da$ را روی اولین بخش $1/8$ سطح استوانه بین $z = 0$ و $z = 5$ به دست آورید.

۱۶-۱ بردار $\mathbf{A} = (2x - y)\hat{x} - yz^2\hat{y} - y^2z\hat{z}$ و S سطح نیمکره بالایی $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ را در نظر بگیرید. قضیه استوکس را $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r} = \int_S \nabla \times \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{n}} da$ که در آن C مرز S است را اثبات کنید.

۱۷-۱ ثابت کنید برای هر سطح بسته (الف) $\oint_S \hat{\mathbf{n}} da = 0$ و (ب) $\oint \mathbf{r} \times \hat{\mathbf{n}} da = 0$ است.

۱۸-۱ ثابت کنید (الف) $\int_S \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{B} da = \int \nabla \times \mathbf{B} dv$ و (ب) $\int \nabla \Phi dv = \int \Phi \hat{\mathbf{n}} da$

۱۹-۱ دیادیک $\Phi = \hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z}$ (مثال ۳-۱ را ببینید) را در نظر بگیرید. عبارتهای $\mathbf{r} \cdot (\Phi \cdot \mathbf{r})$ و $(\mathbf{r} \cdot \Phi) \cdot \mathbf{r}$ را تعیین کنید. آیا ابهامی در نوشتن $\mathbf{r} \cdot \Phi \cdot \mathbf{r}$ وجود دارد؟

۲۰-۱ $\nabla^2 (1/r)$ و $\nabla^2 r^n$ ، $\nabla^2 \ln r$ ($r \neq 0$) را به دست آورید.

۲۱-۱ گرادیان \mathbf{r} را به دست آورید.

۳-۱ بردارهای مکان P_1 و P_2 عبارت‌اند از $\mathbf{A} = 3\hat{x} + \hat{y} + 2\hat{z}$ و $\mathbf{B} = \hat{x} - 2\hat{y} - 4\hat{z}$. معادله صفحه‌ای را پیدا کنید که از P_2 بگذرد و بر خط واصل بین دو نقطه عمود باشد.

۴-۱ (الف) نشان دهید $\nabla r^n = nr^{n-2}\mathbf{r}$. (ب) $\nabla \ln |\mathbf{r}|$ و $\nabla (1/r)$ را به دست آورید.

۵-۱ سطحی به معادله $0 = 7 - 4x - 3xy - 2xz^2$ را در نظر بگیرید. بردار یکه عمود بر سطح را در نقطه $(2, -1, 1)$ پیدا کنید.

۶-۱ تابع $\Phi = x^2yz^2$ را در نظر بگیرید. مشتق جهتی Φ که از نقطه $P(2, 1, -1)$ رسم شود در چه راستا بیشینه است؟ اندازه این بیشینه چقدر است؟

۷-۱ نشان دهید برای $r \neq 0$ ، $\nabla \cdot (\mathbf{r}/r^3) = 0$ است.

۸-۱ اگر بردارهای \mathbf{A} و \mathbf{B} پایستار باشند نشان دهید $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ یک سیمولوله‌ای - یعنی دارای دیورژانس صفر - است.

۹-۱ (الف) ثابتهای a ، b و c را در صورتی که بردار

$$\mathbf{A} = (x + 2y + az)\hat{x} + (bx - 3y - z)\hat{y} + (4x + cy + 2z)\hat{z}$$

غیرچرخشی باشد. به دست آورید (ب) تابع Φ را برای حالتی که $\mathbf{A} = \nabla \Phi$ است پیدا کنید.

۱۰-۱ ثابت a را با فرض سیمولوله‌ای (دارای دیورژانس صفر) بودن بردار $\mathbf{A} = (x + 3y)\hat{x} + (y - 2z)\hat{y} + (x - az)\hat{z}$ به دست آورید.

۱۱-۱ نشان دهید بردار $\mathbf{E} = \mathbf{r}/r^2$ پایستار است. Φ را طوری تعیین کنید که $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$ و $\Phi(a) = 0$ که در آن $a > 0$ باشد.

۱۲-۱ نشان دهید بردار

$$\mathbf{A} = (6xy + z^2)\hat{x} + (3x^2 - z)\hat{y} + (3xz^2 - y)\hat{z}$$

پایستار است. تابع پتانسیل Φ را طوری تعیین کنید که $\mathbf{A} = \nabla \Phi$ باشد.

دایره‌ای به شعاع 2 m و بار سطحی $\sigma = (\sin^2 \phi) / \rho \text{ C/m}^2$. (ج)
 یک قرص باردار به شعاع 2 m و $\sigma = \sin \phi \text{ C/m}^2$. (د) دو بار نقطه‌ای $q_1 = 20 \times 10^{-7} \text{ C}$ و $q_2 = -20 \times 10^{-7} \text{ C}$.

۱۴-۲ چگالی شار الکتریکی در فاصله 5 متر از بار نقطه‌ای $q = 3 \times 10^{-8} \text{ C}$ را به دست آورید.

۱۵-۲ چگالیهای باری که میدانهای زیر را به وجود می‌آورند پیدا کنید.

$$\mathbf{E} = 10 \sin \theta \hat{\mathbf{r}} + 2 \cos \theta \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (\text{الف})$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4} \alpha \left(\rho - \frac{a^2}{\rho} \right) \hat{\boldsymbol{\rho}} \quad (\text{ب}) \quad \text{به‌ازای } a \leq \rho \leq b$$

$\mathbf{E} = \frac{1}{4} \frac{\alpha}{\rho} (b^2 - a^2) \hat{\boldsymbol{\rho}}$ به‌ازای $\rho > b$, α , a و b همه ثابت هستند.

۱۶-۲ یک حلقه نازک به قطرهای داخلی ρ_0 و خارجی $\rho_0 + W$ چگالی بار سطحی σ دارد. پتانسیل در مرکز حلقه را به دست آورید. آیا پتانسیل به ρ_0 وابسته است؟

۱۷-۲ باری در طول یک خط راست به طول $2l$ به‌طور یکنواخت توزیع شده است (الف) پتانسیل را در فاصله r_1 درست بالای وسط خط پیدا کنید. (ب) پتانسیل به‌ازای $r_1 \gg l$ چقدر است. (ج) اختلاف پتانسیل بین دو نقطه درست بالای نقطه وسط و به فواصل r_1 و r_2 را که $r_1 > r_2 \gg l$ به دست آورید. این مقدار را با پتانسیل یک بار خطی نامتناهی مقایسه کنید.

۱۸-۲ (الف) میدان \mathbf{E} نظیر پتانسیل $\Phi = a \cos \theta / r^2 + b/r$ را تعیین کنید (ب) توزیع بار به‌وجودآورنده این پتانسیل چیست؟ (ج) توزیع بار به‌وجودآورنده پتانسیل $\Phi(\mathbf{r}) = -qe^{-\alpha r} / r$ را، که q و α ثابت‌اند، به دست آورید.

۱۹-۲ این مسئله برای نمایش قدرت برهم‌نهی که در محاسبه میدانهای الکتریکی و پتانسیلها استفاده می‌شود مطرح شده است. یک حفره کروی به شعاع a در یک کره به شعاع R ایجاد شده است چگالی بار کره یکنواخت و ρ_0 است. فاصله بین مراکز کره اصلی و حفره $d\hat{\mathbf{z}}$ است. (الف) میدان الکتریکی در فاصله $r < R$ از مرکز کره را با فرض نبودن حفره تعیین کنید. (ب) با فرض پر بودن حفره از بار به چگالی یکنواخت ρ'_0 و خالی بودن بقیه کره میدان الکتریکی در فاصله $r' < a$ از مرکز حفره را به دست آورید. (ج) میدان الکتریکی واقعی را در داخل حفره تعیین و خطوط نیروی آن را رسم کنید. (د) پتانسیل واقعی در نقطه‌ای در داخل حفره را نسبت به پتانسیل در مبدأ حفره به دست آورید.

۳-۲ یک خط باردار در راستای محور z با چگالی خطی $\lambda = \lambda_0$ برای $|z| > 5$ و $\lambda = 0$ برای $|z| < 5$ در دست است. میدان \mathbf{E} را روی محور x به فاصله 2 متر از مبدأ پیدا کنید.

۴-۲ یک بار خطی در راستای z با چگالی خطی $\lambda = \lambda_0$ برای $|z| < d$ و $\lambda = 0$ برای $|z| > d$ را در نظر بگیرید. میدان \mathbf{E} در صفحه xy و به فاصله R از محور z را به دست آورید.

۵-۲ با انتگرال‌گیری مستقیم، میدان \mathbf{E} روی محور یک قرص باردار یکنواخت به شعاع a و چگالی سطحی σ را به دست آورید.

۶-۲ قرص دایره‌ای به شعاع a در صفحه $z = 0$ که مرکز آن بر مبدأ واقع است را در نظر بگیرید. چگالی سطحی بار را $\sigma = \sigma_0 / \rho$ فرض کنید. میدان الکتریکی را روی محور z و به فاصله $z = h$ از مبدأ به دست آورید. در مورد ماهیت میدان وقتی $h \gg a$ بحث کنید.

۷-۲ یک ورقه باردار در صفحه $z = 0$ دارای ابعاد $2 \leq x < 0$ و $0 \leq y < 2$ و چگالی بار سطحی $\sigma = 2x(x^2 + y^2 + 4)^{3/2} \text{ C/m}^2$ است، میدان الکتریکی را روی محور z به فاصله 2 متر از ورقه به دست آورید.

۸-۲ یک قرص دایره‌ای به شعاع a دارای چگالی بار غیریکنواخت $\sigma = \sigma_0 \sin^2 \phi$ است. میدان \mathbf{E} را روی محور آن و به فاصله $z = h$ از قرص به دست آورید.

۹-۲ دو ورقه باردار یکنواخت با ابعاد بینهایت را موازی با صفحه yz و با چگالیهای بار σ و σ' در نظر بگیرید که به ترتیب در مکانهای $x = 1$ و $x = -1$ قرار دارند. میدان \mathbf{E} را در تمام نواحی برای $\sigma = \sigma'$ و نیز $\sigma = -\sigma'$ به دست آورید.

۱۰-۲ یک ورقه با چگالی بار یکنواخت $\sigma = -10^{-7} \text{ C/m}^2$ در مکان $y = 2\text{ m}$ قرار دارد. یک خط باردار یکنواخت با چگالی خطی $\lambda = 4\mu\text{C/m}$ و به موازات محور x در نقاط $y = -1\text{ m}$ و $z = 2\text{ m}$ قرار دارد. در چه مکانی میدان \mathbf{E} صفر است.

۱۱-۲ میدان \mathbf{E} به‌وجود آمده از یک استوانه بسیار بلند باردار با چگالی حجمی $\rho = 5re^{-2r} \text{ C/m}^3$ ، که r فاصله از محور استوانه است، را به کمک قانون گاوس به دست آورید.

۱۲-۲ قانون گاوس را برای محاسبه میدان \mathbf{E} یک کره باردار به چگالی $\rho = \alpha/r^2$ که در آن α ثابت است به‌کار ببرید.

۱۳-۲ شار خالص عبوری از سطح بسته S را توسط توزیع بارهای داخل آن به دست آورید. (الف) سه بار نقطه‌ای $q_1 = 3 \times 10^{-8} \text{ C}$ ، $q_2 = 1.5 \times 10^{-7} \text{ C}$ و $q_3 = -7 \times 10^{-8} \text{ C}$. (ب) یک قرص

۲۴-۲ یک دوقطبی الکتریکی $\mathbf{p} = p_0 \hat{x}$ در مبدأ واقع در پتانسیل خارجی $\Phi = (\alpha_1/2)x^2 + \alpha_2 x + \alpha_3$ را در نظر بگیرید. (الف) انرژی لازم برای قراردادن دوقطبی در این پتانسیل چقدر است. (ب) نیروی وارد بر دوقطبی را به دست آورید. (ج) گشتاور وارد بر دوقطبی (مثال ۳-۱ را ببینید) را حساب کنید، α_1 و α_2 و α_3 ثابت هستند.

۲۵-۲ نیرو و گشتاور وارد بر یک دوقطبی الکتریکی که گشتاور دوقطبی آن \mathbf{p} ناشی از یک بار نقطه‌ای است را تعیین کنید.

۲۶-۲ یک دوقطبی با گشتاور \mathbf{p}_1 در مبدأ و یک دوقطبی با گشتاور \mathbf{p}_2 در نقطه \mathbf{r} واقع‌اند. نیروی بین دو دوقطبی را به دست آورید. در چه وضعیتی از دوقطبیها نیرو بیشتر است؟

۲۷-۲ دو بار q و $-q$ روی محور x و به ترتیب در فواصل d و $-d$ از مبدأ قرار دارند. یک دوقطبی با گشتاور \mathbf{p} روی محور z و به فاصله l از مبدأ قرار دارد (الف) نیروی وارد بر دوقطبی را پیدا کنید. (ب) نشان دهید این نیرو با تعویض دو بار با یک دوقطبی با گشتاور دوقطبی $2qd(1 - d^2/l^2)^{-5/2}$ واقع در مبدأ و در راستای x به دست می‌آید.

۲۸-۲ پتانسیل یک کره نازک به شعاع R و چگالی بار سطحی σ را در نزدیکی کره با به کار بردن بسط چندقطبیهها، معادله (۲-۶۲)، به دست آورید.

۲۹-۲ سه جمله اول گشتاورهای چندقطبی توزیع بارهای زیر را به دست آورید. (الف) یک خط باردار واقع در $z = z_0$ تا $z = -z_0$ با بار کل q . (ب) یک حلقه باردار یکنواخت (مثال ۲-۱۵) با یک بار اضافی $q = -2\pi R\lambda$ واقع در مرکز آن.

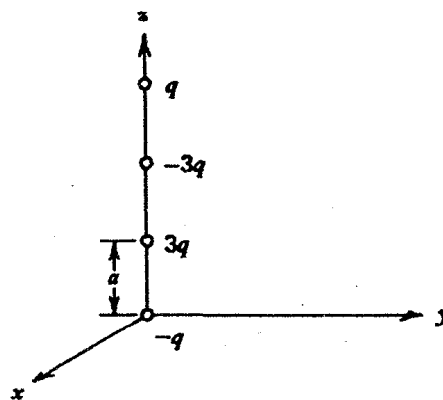
۳۰-۲ با استفاده از معادله (۲-۶۹) و میدان دوقطبی، پتانسیل چارقطبی شکل ۲۷-۲ (الف) را به دست آورید.

۳۰-۲ پتانسیل دو بار مساوی و غیرهمنام را که در $y = \pm l/2$ قرار دارند برای $l \ll r$ (نقطه مشاهده است) در مختصات کروی حساب کنید.

۳۱-۲ نشان دهید پتانسیل نقاط دور از یک λ قطبی خطی مطابق شکل ۳۰-۲ برابر است با

$$\frac{6qa^2 P_2(\cos \theta)}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

که $P_2 = (5 \cos^2 \theta - 3 \cos \theta)/2$.



شکل ۳۰-۲ ۸ قطبی خطی.

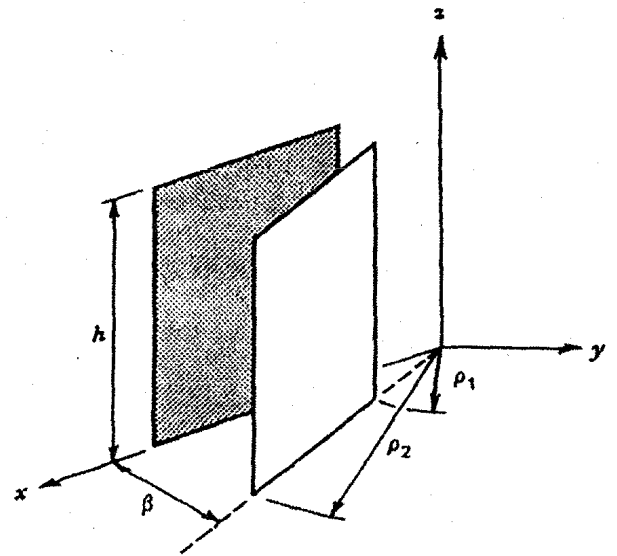
۳۲-۲ دو حلقه باردار یکنواخت نازک هم صفحه و هم محور به شعاعهای a و b ($a > b$) و بارهای q و $-q$ را در نظر بگیرید. پتانسیل در فواصل دور از حلقه را به دست آورید. این پتانسیل را با پتانسیل یک چارقطبی خطی [شکل ۲۷-۲ (الف)] مقایسه کنید.

۳۳-۲ یک نیمکره با چگالی بار سطحی یکنواخت σ مفروض است. گشتاور دوقطبی این توزیع بار را نسبت به مرکز نیمکره به دست آورید.

مسائل

۱-۳ یک ورقه رسانای نامتناهی به زمین متصل است. مخروطی با زاویه رأس θ و ارتفاع زیاد را عمود بر ورقه قرار می‌دهیم به طوری که رأس مخروط روی ورقه باشد. مخروط از ورقه عایق‌بندی شده است و در پتانسیل V نگه داشته می‌شود (الف) پتانسیل و میدان الکتریکی را در ناحیه بین ورقه و مخروط پیدا کنید. (ب) چگالی بار را روی ورقه تعیین کنید.

۲-۳ همان طور که در شکل ۳۱-۳ نشان داده شده است، دو ورقه فلزی بزرگ که یک خازن گوه‌ای را تشکیل می‌دهند در نظر بگیرید. ورقه واقع در $\phi = 0$ را در پتانسیل صفر و ورقه واقع در $\phi = \beta$ را در پتانسیل V ولت نگاه می‌داریم. با چشم‌پوشی از تأثیرات جنبی (الف) معادله دیفرانسیلی را که پتانسیل داخل خازن در آن صدق می‌کند را بنویسید و پتانسیل را تعیین کنید. (ب) چگالی بار و کل بار واقع بر روی ورقه را تعیین کنید.



شکل ۳۱-۳

۳-۳ خازن مخروطی را که در مثال ۴-۳ بحث کردیم در نظر بگیرید. میدان الکتریکی داخل خازن و توزیع بار بر روی مخروطها را تعیین کنید. ۴-۳ یک سطح کروی به شعاع R که در پتانسیل $\Phi(R, \theta) = V_0 \cos \theta$ نگه داشته شده است را در نظر بگیرید، V_0 یک ثابت است و θ را نسبت به محور z که از مرکز کره می‌گذرد اندازه می‌گیریم. (الف) جملاتی را برای پتانسیل الکتریکی در نواحی $r < R$ و $r > R$ بنویسید. (ب) شرایط مرزی را بنویسید و پتانسیل را در دو ناحیه پیدا کنید. آیا سطح کروی می‌تواند یک سطح رسانا باشد؟

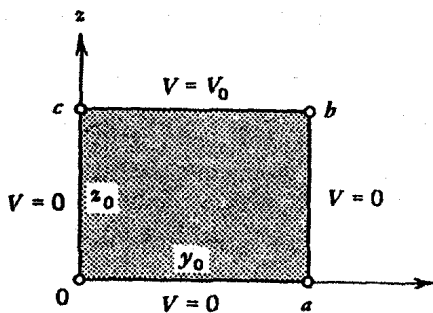
(ج) چگالی بار را در $r = R$ تعیین کنید. (ه) گشتاور دوقطبی کره چقدر است؟

۵-۳ خازن کروی غیر هم‌مرکز که در مثال ۵-۳ آن را مورد بحث قرار دادیم در نظر بگیرید. میدان بین کره‌ها و توزیع بار بر روی کره‌ها را تعیین کنید. کل باری که بر روی کره خارجی می‌نشیند چقدر است؟ ۶-۳ یک پوسته کروی نازک عایق‌بندی شده به شعاع R را در پتانسیل $V = V_0 \cos 2\theta$ نگاه می‌داریم، V_0 یک ثابت و θ زاویه نسبت به قطر کره است. (الف) پتانسیل را همه‌جا، و (ب) توزیع بار روی پوسته را تعیین کنید.

۷-۳ یک پوسته کروی نازک عایق‌بندی شده به شعاع R دارای یک توزیع بار سطحی به صورت $\sigma = \sigma_0 (\cos \theta - 1)^2$ است. پتانسیلی که همه‌جا توسط کره تولید می‌شود را تعیین کنید.

۸-۳ یک استوانه عایق‌بندی شده بلند به شعاع ρ_0 دارای توزیع بار $\sigma = \sigma_0 \cos 2\phi$ است، σ_0 یک ثابت و ϕ زاویه نسبت به محور x است. (الف) پتانسیل در داخل و خارج استوانه، (ب) میدان الکتریکی در داخل و در خارج استوانه را تعیین کنید.

۹-۳ یک فرورفتگی مربع مستطیل تخت که در شکل ۳۲-۳ نشان داده شده است، دارای ابعاد y_0 و z_0 است. اضلاع oa ، oc ، ab و ba با هم و با زمین اتصال دارند. ضلع cb را به صورت مجزا در پتانسیل V_0 نگاه می‌داریم. پتانسیل را در فرورفتگی در صفحه yz محاسبه کنید (مثال ۱۱-۳ را ببینید).



شکل ۳۲-۳

۱۰-۳ دو صفحه رسانای متصل به زمین یکدیگر را در زاویه 45° قطع می‌کنند، و یک بار نقطه‌ای بین آنها قرار دارد. مکان بارهای تصویری، که میدان الکتریکی بین صفحات را می‌دهد پیدا کنید.

۱۱-۳ یک بار q را به فاصله $l/2$ از مرکز کره‌ای رسانا به شعاع R که به زمین متصل است، قرار می‌دهیم، به طوری که $l \ll R$. توزیع بار بر روی کره و نیروی وارد بر بار را تعیین کنید.

دارای یک چگالی بار $\rho = \beta/r$ است، β یک ثابت و r فاصله از مرکز پوسته است. پتانسیل را همه جا تعیین کنید (مثال ۱۹-۳ را ببینید).

۲۰-۳ فرض کنید بار الکتریکی یک هسته اتمی، ze به صورت یکنواخت بر روی حجمی از کره به شعاع R_0 توزیع شده باشد، z عدد اتمی و e بزرگی بار یک الکترون است. پتانسیل الکتریکی را به فاصله $r \leq R_0$ از مرکز کره تعیین کنید.

۲۱-۳ چگالی بار در ناحیه $-z_0 < z < z_0$ فقط به z بستگی دارد، یعنی

$$\rho = \rho_0 \cos \frac{\pi z}{z_0}$$

ρ_0 و z_0 ثابت هستند. پتانسیل را در کل فضا تعیین کنید.

۲۲-۳ یک توزیع بار حجمی تناوبی

$$\rho(x, y, z) = \rho_0 \sin a_1 x \sin a_2 y \sin a_3 z$$

را در نظر بگیرید که a_1, a_2, a_3, ρ_0 ثابت هستند. پتانسیل الکتریکی را به صورت تابعی از x, y, z تعیین کنید.

۲۳-۳ توزیع بار سطحی تناوبی

$$\sigma = \sigma_0 \cos a_1 x \cos a_2 y$$

را در نظر بگیرید، که a_1, a_2, σ_0 ثابت هستند. پتانسیل را (الف) در صفحه xy و (ب) در هر نقطه از فضا تعیین کنید.

۲۴-۳ پتانسیل الکتروستاتیکی ناشی از یک چگالی بار حجمی با رابطه زیر

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^{-\alpha r^2}$$

که در آن α یک ثابت است، داده می شود. چگالی بار حجمی را تعیین کنید.

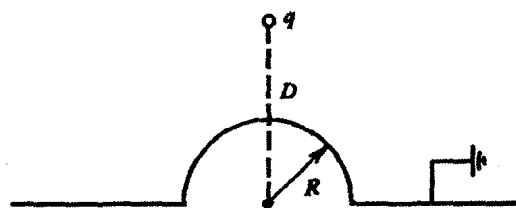
۲۵-۳ توزیع باری که پتانسیل زیر را تولید می کند، تعیین کنید

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a} \right) \exp \left[\frac{-2r}{a} \right]$$

α یک ثابت است.

۲۶-۳ فرض کنید یک میدان الکتریکی یکنواخت بر روی ناحیه ای از فضا داریم و همان طور که در شکل ۳۴-۳ نشان داده شده است، به داخل این فضا یک ورقه نازک اما بسیار بزرگ وارد می کنیم. (الف)

۱۲-۳ همان طور که در شکل ۳۳-۳ نشان داده شده است، یک ورقه رسانا دارای برآمدگی ای به شکل نیمکره به شعاع R است، و مرکز نیمکره بر روی ورقه واقع است. ورقه به زمین متصل است و یک بار نقطه ای q را به فاصله $D > R$ در مجاور آن قرار می دهیم. بار بر روی خطی که بر صفحه عمود است و از مرکز آن می گذرد قرار دارد. (الف) بار تصویری مورد نیاز را که بتوان جایگزین ورقه کرد، تعیین کنید. (ب) پتانسیل را در یک طرف بار تعیین کنید. (ج) بار القا شده بر روی برآمدگی را تعیین کنید. نیروی بین بار و ورقه را به دست آورید.



شکل ۳۳-۳

۱۳-۳ یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور p را در نزدیکی کره ای رسانا به شعاع R_0 قرار می دهیم. این دوقطبی بر خطی که مرکز دوقطبی را به مرکز کره وصل می کند عمود است. نیروی بین دوقطبی و کره را (الف) وقتی کره به زمین متصل است، و (ب) وقتی کره منزوی شود و بار q را حمل کند، تعیین کنید.

۱۴-۳ گشتاور وارد بر دوقطبی مسئله ۱۳-۳ را محاسبه کنید.

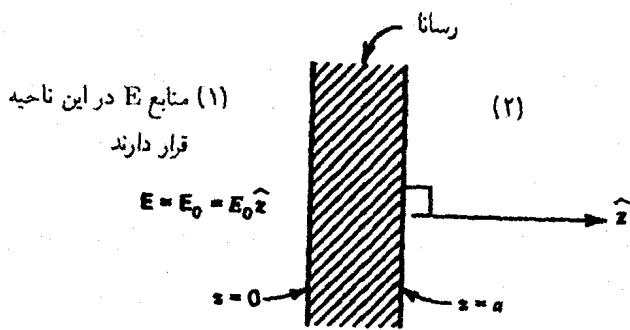
۱۵-۳ یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور p در نزدیکی کره ای رسانا به شعاع R که به زمین متصل است، در راستای خط بین مرکز کره و دوقطبی قرار دارد. نیرو و گشتاور بین کره و دوقطبی را تعیین کنید.

۱۶-۳ استوانه رسانای بلندی به شعاع R موازی با یک ورقه رسانای بزرگ متصل به زمین و به فاصله d از آن قرار دارد. استوانه بار λ بر طول واحد را حمل می کند. توزیع بار صفحه را تعیین کنید.

۱۷-۳ دو استوانه رسانای موازی، هر یک به شعاع R را در نظر بگیرید. محوره های دو استوانه به فاصله Δ از یکدیگر قرار دارند. استوانه ها بار $\pm \lambda$ بر واحد طول را حمل می کنند. (الف) توزیع بار بر روی سطوح استوانه ها و (ب) نیروی وارد بر واحد طول بین آنها را تعیین کنید.

۱۸-۳ استوانه بسیار بلندی به شعاع ρ_0 را که با یک چگالی حجمی بار α به طور یکنواخت باردار شده است در نظر بگیرید. چگالی بار به ازای $\rho > \rho_0$ صفر است. پتانسیل را در داخل و خارج استوانه تعیین کنید.

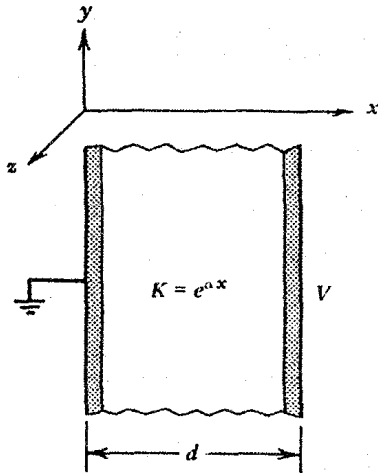
۱۹-۳ یک پوسته هم مرکز بار به شعاعهای R_1 و R_2 ($R_2 > R_1$)



شکل ۳-۳۴

پتانسیل را در نواحی $z < 0$ و $z > a$ تعیین کنید. پتانسیل رسانا را صفر در نظر بگیرید (رسانا به زمین متصل نیست). (ب) چگالی بار را در $z = 0$ و $z = a$ تعیین کنید. (ج) خطوط نیروی میدان الکتریکی را رسم کنید. اکنون ورقه را به زمین وصل می‌کنیم. (د) چگالیهای بار را در $z = 0$ و $z = a$ ، و میدان الکتریکی را در ناحیه $z > a$ تعیین کنید. (ه) خطوط نیروی میدان الکتریکی را رسم کنید. آیا هرگونه تأثیر حفاظتی وجود دارد؟ (و) نیروی وارد بر واحد سطح ورقه را قبل و بعد از اتصال ورقه به زمین تعیین کنید.

۸-۴ فضای بین دو صفحه یک خازن مسطح با یک ماده دی الکتریک با ثابت دی الکتریک $K = e^{\alpha x}$ که α ثابت است، پر شده است، (شکل ۱۷-۴). میدان الکتریکی $E(x)$ را در فضای بین صفحهها موقعی که اختلاف پتانسیل بین آنها V است به دست آورید.



شکل ۱۷-۴

۲-۴ یک نیم استوانه به شعاع R و طول L ، در راستای عمود بر سطح مستطیلی اش قطبش یکنواخت P دارد. گشتاور دوقطبی و چگالی بار قطبیده آن را به دست آورید.

۳-۴ یک استوانه دوار با مقطع $x^2 + y^2 = R^2$ از ماده قطبیده با قطبیدگی $P = (ax^2 + b + cy + a)x\hat{x} + px\hat{y}$ پر شده است. چگالی حجمی و سطحی بار قطبیده را پیدا کنید.

۴-۴ فضای بین دو استوانه هم محور با شعاعهای ρ_1 و ρ_2 توزیع بار حجمی یکنواخت با چگالی α دارد. این توزیع بار توسط یک لایه استوانه‌ای از یک ماده دی الکتریک با شعاع خارجی ρ_2 و ثابت دی الکتریک K احاطه شده است. (الف) میدان الکتریکی و بردار جابه‌جایی الکتریکی را در نواحی مختلف فضا پیدا کنید. (ب) قطبش الکتریکی و بارهای قطبیده را در تمام نواحی به دست آورید. (ج) اختلاف پتانسیل الکتریکی را بین $\rho = \rho_2$ و $\rho = 0$ محاسبه کنید. (د) چه توزیع باری روی محور استوانه به جای بار اولیه دی الکتریک قرار دهیم تا در ناحیه $\rho_2 < \rho < \rho_1$ همان میدان الکتریکی را به وجود آورد؟

۵-۴ دو کره رسانای هم مرکز به شعاعهای داخلی و خارجی a و b و بارهای به ترتیب q و $-q$ در دست است. نیمی از فضای بین کرهها به شکل یک پوسته نیم کره توسط یک ماده دی الکتریک با گذردهی ϵ پر شده است. (الف) میدان بین دو کره را پیدا کنید. (ب) توزیع بار روی کره داخلی را تعیین کنید. (ج) چگالی بار سطحی القایی را روی سطح نیم کره داخلی دی الکتریک به دست آورید.

۶-۴ یک خازن مسطح با صفحات موازی به سطح A و فاصله d ، یک لایه دی الکتریک با گذردهی ϵ و ضخامت $t < d$ و به فاصله h از یکی از صفحات را در بردارد. لایه دی الکتریک قبل از وارد شدن بین صفحات با چگالی بار حجمی ρ باردار شده است به طوری که چگالی بار سطحی در سطح داخلی صفحه‌ای از خازن که در فاصله h از دی الکتریک قرار دارد σ_1 است. (الف) D بین صفحهها، (ب) چگالی بارهای سطحی و حجمی القایی و (ج) چگالی بار سطحی در سطح داخلی صفحه دیگر را پیدا کنید.

۷-۴ یک خازن با صفحات کروی هم مرکز را با شعاعهای داخلی و خارجی به ترتیب a و b در نظر می‌گیریم. ناحیه بین کرهها با یک دی الکتریک غیر یکنواخت با گذردهی $\epsilon = \epsilon_0 / (c - \alpha r)$ ، که c و α ثابت‌اند، پر شده است. کره داخلی بار حجمی q دارد و کره خارجی به زمین متصل است. (الف) بردار جابه‌جایی D بین کرهها را پیدا کنید. (ب) چگالی بار حجمی قطبیده بین دو کره را به دست آورید.

۹-۴ یک خازن استوانه‌ای را شامل دو استوانه هم محور به شعاعهای a و b ($b > a$) و طول L که نسبت به شعاع آنها بزرگ است در نظر بگیرید. بار روی استوانه‌های داخل و خارج به ترتیب $+q$ و $-q$ است. (الف) میدان E در فضای بین استوانهها را با فرض تهی بودن به دست آورید. (ب) نشان دهید که با قراردادن یک ماده دی الکتریک با گذردهی ϵ که تابعی از مکان است، میدان E بین استوانهها می‌تواند از نظر اندازه ثابت باشد.

۱۰-۴ بردار جابه‌جایی در ناحیه $x < 0$ به شکل

$$D_1 = 1.5\hat{x} - 2\hat{y} + 3\hat{z} \text{ C/m}^2$$

است. اگر ϵ_0 و $2.5\epsilon_0$ به ترتیب گذردهی در نواحی $x < 0$ و $x > 0$ باشد و بار آزاد در $x = 0$ وجود نداشته باشد (الف) میدان الکتریکی E_2 در ناحیه $x > 0$ و (ب) زاویه‌های θ_1 و θ_2 که به ترتیب D_1 و D_2 با صفحه $x = 0$ می‌سازند را به دست آورید.

۱۱-۴ قانون شکست را برای خطوط E در فصل مشترک دو دی الکتریک ایده‌آل با ثابتهای دی الکتریک K_1 و K_2 با استفاده از شرایط مرزی روی E و D به دست آورید. به بیان دیگر رابطه بین جهت‌های E_1 و E_2 را بر حسب K_1 و K_2 به دست آورید.

۱۲-۴ دو لایه دی الکتریک نامتناهی ۱ و ۲ به ضخامتهای واحد و ثابتهای دی الکتریک K_1 و K_2 در یک وجه مشترک و دو وجه دیگر آنها در تماس با دو صفحه نازک رسانانند. دو صفحه در پتانسیلهای

۱۷-۴ یک بار نقطه‌ای q را به مکانی به فاصله d از یک صفحه رسانای نامتناهی که به پتانسیل صفر وصل شده است می‌آوریم. (الف) نیروی بین صفحه و بار را با استفاده از قانون کولن برای نیروی بین بار و تصویرش حساب کنید. (ب) نیروی کلی را که به صفحه وارد می‌شود با انتگرال‌گیری از $\sigma^2/2\epsilon_0$ روی صفحه به دست آورید. نتیجه را با قسمت (الف) مقایسه کنید.

۱۸-۴ با استفاده از تکنیک شرایط مرزی مسئله بخش ۴-۶ پتانسیل و میدانهای کره دی‌الکتریک به شعاع R و قطبش دائمی یکنواخت P را [مثال (۲-۴) را ببینید] به دست آورید.

۱۹-۴ برای استوانه‌ای از موم به طول l و به شعاع $a \ll l$ که در راستای عمود بر محور استوانه است به شکل یکنواخت قطبیده شده است، $P = P_0 \hat{x}$ ، پتانسیل و میدان را در تمامی نقاط پیدا کنید.

* ۲۰-۴ یک دوقطبی الکتریکی در فاصله h از فصل مشترک دو دی‌الکتریک نیمه‌متناهی با گذردهیهای ϵ_1 و ϵ_2 قرار دارد. دوقطبی در محیط ϵ_1 قرار گرفته است و با راستای عمود بر فصل مشترک زاویه θ می‌سازد. با استفاده از روش تصویری بار، دوقطبی تصویری را که برای حل مسئله پتانسیل و میدان دی‌الکتریک مورد نیاز است به دست آورید.

۲۱-۴ فرض کنید $E = \hat{x}x^n$ V/m و $\Delta v = \Delta x \Delta y \Delta z$. (الف) رابطه زیر را محاسبه کنید

$$\langle \mathbf{E} \rangle = \frac{1}{\Delta v} \int \mathbf{E} dv$$

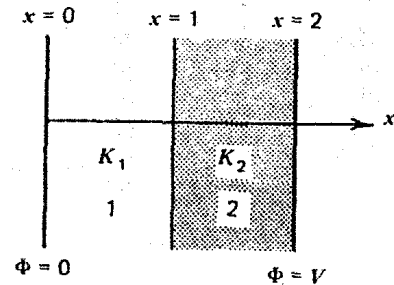
(ب) $\partial/\partial x \langle \mathbf{E} \rangle$ را حساب کنید. (ج) $\langle \partial \mathbf{E} / \partial x \rangle$ را به همان روش (الف) حساب کنید و نشان دهید که نتیجه برابر است با $\partial/\partial x \langle \mathbf{E} \rangle$. چون این نتیجه قابل تعمیم به توابع کلی‌تر است، بنابراین اثبات می‌شود که اعمال میانگین‌گیری و مشتق‌گیری واقعاً تعویض پذیرند.

۲۲-۴ در یک محیط ساکن با ماده‌ای به گذردهی ϵ یک بار مثبت واحد (یک کولن) را برای پیدا کردن میدان الکتریکی در نقاط مختلف قرار می‌دهیم. فرض کنید که نیروی وارد بر بار آزمون (برحسب نیوتون) با رابطه زیر داده می‌شود

$$\mathbf{F} = x^2 \hat{x}$$

چگالی بار در محیط چیست؟ دو روش زیر را به کار برید. (الف) یک جزء حجمی مکعبی کوچک $\Delta x \Delta y \Delta z$ در نقطه (x, y, z) در نظر بگیرید. شار خالص خروجی از سطح جزء حجم را محاسبه کنید و بار کل درون مکعب را پیدا کنید و سپس چگالی بار در نقطه (x, y, z) را به دست آورید. (ب) از رابطه $\text{div } \mathbf{D} = \rho_f$ استفاده کنید.

صفر و V (شکل ۱۸-۴ را ببینید) قرار دارند. (الف) پتانسیل را در نواحی ۱ و ۲ به صورت تابعی از x تعیین کنید. (ب) چگالی سطحی بارهای آزاد و مقید را در $x = 0$ پیدا کنید. (ج) چگالی سطحی بارهای مقید را در $x = 1$ به دست آورید.



شکل ۱۸-۴

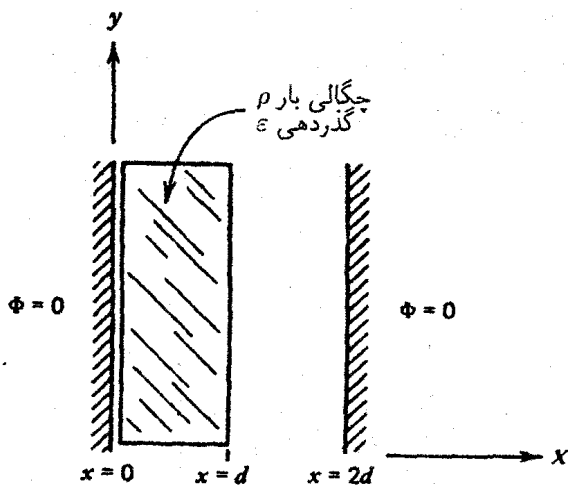
۱۳-۴ یک کره دی‌الکتریک به شعاع a و گذردهی ϵ_1 با یک لایه دی‌الکتریک با گذردهی ϵ_2 و به شعاعهای a و b احاطه شده است. پتانسیلهای درون کره و لایه کروی به ترتیب $\Phi_1 = A r \theta$ و $\Phi_2 = A a^2 \theta / r$ است. چگالی بار قطبیده در هر دو ماده و چگالی بارهای واقعی (آزاد) در سطح کره را به دست آورید.

۱۴-۴ یک لایه دی‌الکتریک استوانه‌ای با گذردهی ϵ و شعاعهای داخلی و خارجی a و b استوانه رسانای طولی به شعاع a را احاطه کرده است. مجموعه در میدان خارجی \mathbf{E}_0 قرار گرفته است به طوری که \mathbf{E}_0 بر محور استوانه عمود است. (الف) پتانسیل در نواحی $r < a$ ، $a < r < b$ و $r > b$ را پیدا کنید. (ب) بار بر واحد سطح در فاصله $r = a$ را به صورت تابعی از زاویه که نسبت به جهت \mathbf{E}_0 اندازه‌گیری می‌شود به دست آورید.

۱۵-۴ یک استوانه دی‌الکتریک با گذردهی ϵ_1 را در یک مایع دی‌الکتریک یکنواخت با گذردهی ϵ_2 و مجموعه را در میدان خارجی یکنواخت قرار داده‌ایم. سمتگیری استوانه را پیدا کنید. برای یک قرص نازک با گذردهی ϵ_1 مسئله چگونه است؟

۱۶-۴ یک دی‌الکتریک نامتناهی همگن با قطبیدگی یکنواخت \mathbf{P} را در نظر می‌گیریم. اگر یک کاواک کروی در داخل آن ایجاد کنیم میدان الکتریکی \mathbf{E} را با فرض اینکه ایجاد کاواک (الف) قطبش دی‌الکتریک را تغییر ندهد (آن‌گونه که در الکترتها اتفاق می‌افتد - فصل ۵ را ببینید) و (ب) قطبش دی‌الکتریک را به دلیل تغییر در میدان الکتریکی تغییر دهد، $\mathbf{P} = (\epsilon - \epsilon_0) \mathbf{E}$ (آن‌گونه که در دی‌الکتریکهای عادی رخ می‌دهد) حساب کنید.

۴-۲۳ یک تیغه دی الکتریک با گذردهی ϵ و چگالی بار یکنواخت ρ_f مطابق شکل ۴-۱۹ نصف فضای یک خازن مسطح را پر می کند. (الف) پتانسیل را در هر نقطه بین صفحه های خازن پیدا کنید و آن را برای $\epsilon = 2\epsilon_0$ رسم کنید. (ب) نیروی وارد بر واحد سطح سطوح رسانا را در نقاط $x = 0$ و $x = 2d$ حساب کنید. (برای قسمت الف ممکن است فرض کنیم که فاصله بسیار کوچکی بین صفحه خازن و دی الکتریک وجود دارد).



شکل ۴-۱۹

۸-۶ یک خازن مسطح دارای صفحاتی به مساحت A و به ضخامت d است. اختلاف پتانسیل V بین صفحات اعمال می‌شود و پس از آن صفحات منزوی می‌شوند. (الف) انرژی ذخیره‌شده در خازن چقدر است؟ (ب) یک ورقه فلزی غیر باردار به ضخامت a بین صفحات و موازی آنها قرار داده می‌شود. ظرفیت جدید را پیدا کنید. چقدر کار در خلال وارد کردن ورقه فلزی توسط نیروهای الکتریکی انجام می‌شود؟ (ج) اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن بعد از وارد کردن ورقه چقدر است؟

۹-۶ کره‌های یک خازن کروی را به صورت غیر هم‌مرکز سوار می‌کنیم. انحراف از هم‌مرکز بودن بسیار اندک است. تصحیح در ظرفیت ناشی از این انحراف از هم‌مرکز بودن را تعیین کنید. (مثال ۳-۵ را ببینید).

۱۰-۶ یک کره فلزی به شعاع R در یک محیط دی‌الکتریک با گذردهی ϵ ، بار Q را حمل می‌کند. (الف) با استفاده از تعریف کار برحسب بار و پتانسیل، کاری را که برای باردار کردن کره باید انجام شود تعیین کنید. (ب) با استفاده از میدانهای E و D تولیدشده توسط کره، انرژی ذخیره‌شده در میدان الکتریکی را حساب کنید. این نتیجه چگونه با (الف) قابل مقایسه است؟ (ج) اگر کره بر اثر انبساط به شعاع R' برسد تغییر در انرژی الکتریکی چقدر خواهد بود؟ (د) تغییر انرژی در (ج) را تفسیر کنید.

۱۱-۶ با استفاده از مفهوم ضریب پتانسیل مسائل زیر را حل کنید. (الف) دو رسانای کروی که فاصله بین آنها d است در خلأ قرار دارند. شعاع یکی از کره‌ها R است و به زمین متصل است. شعاع کره دیگر بسیار کوچک است و بار q را (که به صورت یک بار نقطه‌ای می‌تواند در نظر گرفته شود) دارد. بار القاشده بر روی کره بزرگ چقدر است؟ (ب) کره در بخش (الف) خنثی و عایق‌بندی شده است. پتانسیل چقدر است؟ (ج) این نتایج را با نتایج روش تصاویر مقایسه کنید.

۱۲-۶ با استفاده از $U = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 E^2 dv$ مسئله ۱-۶ را تکرار و نتایج را مقایسه کنید.

۱۳-۶ نشان دهید که $\int E^2 dv$ همان نتیجه قسمت (ب) مسئله ۲-۶ که در آن میدان الکتریکی توزیع است را به دست می‌دهد.

۱۴-۶ دو خازن کروی یکسان با شعاعهای داخلی و خارجی r_1 و r_2 عایق‌بندی شده‌اند و طوری قرار گرفته‌اند که فاصله بین آنها بسیار زیاد است. بارهای q_1 و q_2 بر روی کره‌های داخلی قرار داده می‌شوند. هرگاه کره‌های خارجی توسط یک سیم نازک به هم متصل شوند تغییر در انرژی دستگاه را تعیین کنید.

۱۵-۶ یک خازن گوه‌ای بزرگ تعریف شده توسط صفحات $\phi = 0$ و $\phi = \pi/6$ را در نظر بگیرید که عایق‌بندی شده‌اند و به ترتیب در

۲-۶ یک توزیع بار حجمی در فضا طوری توزیع شده است که پتانسیل الکتروستاتیکی به فاصله r از مبدأ با رابطه $\Phi(r) = Ae^{-\alpha r^2}$ داده می‌شود که در آن A و α ثابت‌اند. (الف) چگالی توزیع بار وابسته به آن را پیدا کنید. (ب) انرژی الکتروستاتیکی $\frac{1}{2} \int \rho \Phi dv$ توزیع را حساب کنید.

۳-۶ سه کره یکسان به شعاع a در رئوس یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع l با $l \gg a$ قرار دارند. هر کره بار q را حمل می‌کند. اکنون یکی از کره‌ها را به زمین وصل می‌کنیم تا حالت تعادل برقرار شود. همین فرایند برای دو کره دیگر تکرار می‌شود. بار بر روی هر کره را در انتهای فرایند تعیین کنید.

۴-۶ دو کره یکسان رسانای عایق‌بندی شده S_1 و S_2 را در نظر بگیرید. ابتدا S_1 دارای بار q_1 و پتانسیل V است در صورتی که S_2 بی‌بار است. درمی‌یابیم که کره‌ها یکدیگر را با نیروی F جذب می‌کنند. سپس کره S_2 با قرار دادن بار q_2 بر روی آن به پتانسیل V صعود می‌کند. در این صورت درمی‌یابیم که دو کره یکدیگر را با نیروی F دفع می‌کنند. اکنون کره S_1 به زمین متصل می‌شود. (الف) بار القاشده بر روی آن را پیدا کنید، و (ب) نشان دهید که کره‌ها یکدیگر را با نیروی $F/q_1^2(2q_1^2 - q_2^2)$ جذب می‌کنند.

۵-۶ چهار کره یکسان کوچک به شعاع a در رئوس یک مربع به ضلع l با $l \gg a$ قرار دارند. کره ۱ بار q را حمل می‌کند، پس از آن کره ۱ با استفاده از یک سیم نازک به نوبت به کره ۲، ۳، ۴ وصل می‌شود تا آنکه در هر وضعیت دستگاه به تعادل می‌رسد. (الف) ضرایب P_{ii} که در آن $i = 1, 2, 3, 4$ را تعیین کنید. (ب) ضرایب P_{ij} ($i \neq j$) را به دست آورید. (ج) بار بر روی هر کره را در انتهای عمل به دست آورید.

۶-۶ (الف) یک خازن کروی متشکل از دو پوسته کروی هم‌مرکز به شعاعهای a و b است با $b > a$. ظرفیت آن را پیدا کنید. (ب) اگر شعاعهای خازن به اندازه مقدار جزئی d که در آن $d \ll a$ ، متفاوت باشد نشان دهید که عبارت مربوط به ظرفیت یک خازن مسطح که دارای همان سطح است کاهش می‌یابد.

۷-۶ یک کره رسانا به شعاع a توسط یک پوسته کروی ضخیم منزوی به شعاع داخلی b و شعاع خارجی c احاطه شده است. پوسته خارجی ضخیم، منزوی و ابتدا بدون بار است. یک بار $+Q$ در کره داخلی قرار می‌گیرد. (الف) میدان الکتریکی را در تمام نواحی پیدا کنید. (ب) اختلاف پتانسیل بین $r = a$ و $r = \infty$ چقدر است؟ (ج) ظرفیت خازن چقدر است؟ (د) نشان دهید که ظرفیت محاسبه شده با ظرفیت دو خازن سری شده برابر است. ظرفیت هر خازن چقدر است؟

۲۱-۶ یک میله عایق‌بندی شده به طول l و قطبش‌پذیری ناچیز دارای دو کره رسانای کوچک به شعاع $a \ll l$ است که به دو انتهای میله متصل شده‌اند. میله در مرکز آن طوری وصل شده است که می‌تواند آزادانه حول آن مرکز بچرخد. این میله را در یک میدان الکتریکی یکنواخت خارجی E_0 قرار می‌دهیم. (الف) سمتگیرهای میله در حالت تعادل چگونه است. کدام‌یک از این سمتگیرها پایدار، بی‌تفاوت یا ناپایدارند؟ (ب) با شروع از یک وضعیت عمود بر میله کار لازم برای قرار گرفتن میله در راستای میدان را محاسبه کنید.

۲۲-۶ یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور دوقطبی p به فاصله d از یک صفحه رسانای نامتناهی قرار گرفته است. این دوقطبی نسبت به عمود بر صفحه به اندازه θ منحرف شده است. با مراجعه به نتایج مثال ۳-۱۳، کار لازم برای جابه‌جایی دوقطبی به فاصله بینهایت بالای صفحه رسانا را تعیین کنید.

۲۳-۶ (الف) کار لازم برای حرکت دادن بار q از بینهایت به فاصله r از مرکز یک کره رسانا (به شعاع b) که توسط یک سیم بدون مقاومت به زمین متصل شده است، چقدر است؟ (ب) آیا به‌عنوان پیامدی از این عمل جریانی در سیم شارش خواهد یافت؟ (ج) اگر کره از زمین منزوی شود و دارای بار $+Q$ باشد کار لازم برای آوردن بار به بالای کره و خارج از آن چقدر است؟ (د) نتایج (الف) و (ج) را با هم مقایسه کنید و اگر اختلافی وجود دارد آن را توضیح دهید.

۲۴-۶ چگالی انرژی ذخیره‌شده در استوانه قطبیده یکنواخت مسئله ۴-۱۹ را تعیین کنید.

پتانسیلهای صفرو $-V_0$ ولت نگه داشته می‌شوند. با فرض آنکه ولتاژ در خازن توسط $\Phi = -(6\phi/\pi)V_0$ داده می‌شود (مثال ۳-۳)، (الف) چگالی انرژی بین صفحات را محاسبه کنید. (ب) انرژی ذخیره‌شده بین صفحات را به‌ازای $0 \leq z \leq 1 \text{ m}$ و $0 \leq \rho \leq 1 \text{ m}$ محاسبه کنید.

۱۶-۶ دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 به فاصله d از یکدیگر قرار دارند (الف) با استفاده از معادله (۲-۶) انرژی ذخیره‌شده در این دستگاه را محاسبه کنید. (ب) با استفاده از معادله (۵۷-۶) محاسبات را تکرار کنید. اختلاف در علامت بین نتایج (الف) و (ب) را توضیح دهید.

۱۷-۶ انرژی ذخیره‌شده در حجم محدود به $0 \leq x, y, z, \leq 1 \text{ m}$ را که از پتانسیل $V = 3x^2 + 4y^2$ ناشی می‌شود حساب کنید.

۱۸-۶ پتانسیل ناشی از یک پوسته رسانای کروی به شعاع R با مرکز کره در مبدأ به‌ازای $r \leq R$ برابر است با $V = V_0$ و به‌ازای $r \geq R$ برابر است با $V = V_0 R/r$. (الف) با استفاده از معادله (۸-۶) انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در این دستگاه را تعیین کنید. (ب) با استفاده از معادله (۵۷-۶) محاسبات را تکرار و نتایج را با هم مقایسه کنید.

۱۹-۶ دو صفحه فلزی بزرگ تشکیل یک خازن گوه‌ای مسئله ۳-۲ در شکل ۳-۳۱ را می‌دهند. (الف) پتانسیل داخل خازن را تعیین کنید. (ب) چگالی بار و کل بار واقع بر روی صفحات چقدر است؟ (ج) ظرفیت دستگاه چقدر است؟ (د) گشتاور بین صفحات را تعیین کنید. ۲۰-۶ کل نیرو بر واحد سطح وارد بر بره دی‌الکتریک مسئله ۴-۶ را تعیین کنید.

مسائل

۱-۷ جریان ۱۰ آمپر از یک سیم با مقطع 2 mm^2 می‌گذرد. اگر چگالی حامل‌های بار در سیم $10^{21} / \text{cm}^{-3}$ باشد سرعت سوق متوسط الکترونها را به دست آورید.

۲-۷ توزیع جریان در یک رسانای سه‌بعدی معین با رسانایی σ_c به‌گونه‌ای است که شدت میدان الکتریکی و بنابراین چگالی جریان در یک مدار هم‌پتانسیل ثابت‌اند. در این مورد می‌توان نشان داد که مقاومت رسانا با رابطه $R = \int dl / \sigma_c A$ داده می‌شود که dl عمود بر سطح پتانسیل S است. با استفاده از این نتیجه، مقاومت خازن کروی به شعاعهای داخلی و خارجی a و b را پیدا کنید که با ماده‌ای با رسانندگی یکنواخت σ_c پر شده است.

۳-۷ نتیجه مسئله ۲-۷ را برای تعیین مقاومت خازن کروی با شعاعهای داخلی و خارجی a و b که تا شعاع c از ماده‌ای با رسانندگی σ_{c1} و از شعاع c تا b با ماده‌ای با رسانندگی σ_{c2} پر شده است به‌کار برید. ۴-۷ نتیجه مسئله ۲-۷ را برای تعیین مقاومت یک خازن استوانه‌ای به شعاعهای داخلی a و b و به طول l که با ماده‌ای با رسانندگی σ_c پر شده است به‌کار برید.

۵-۷ یک خازن مسطح موازی با ماده‌ای با رسانایی کم که ثابت دی‌الکتریک K و رسانندگی σ_c دارد پر شده است. خازن با بار اولیه Q_0 پر شده است. (الف) بار روی صفحه‌ها را به‌صورت تابعی از زمان به دست آورید. (ب) کل گرمای ژول تولیدشده را به دست آورید و نشان دهید که برابر با انرژی اولیه ذخیره‌شده در خازن است. (ج) اگر $K = 4.3$ و $\sigma_c = 10^{-13} (\Omega \text{m})^{-1}$ باشد ثابت زمانی برای تخلیه بار خازن را به دست آورید.

۶-۷ زوایای خطوط جریان با خط عمود بر مرز بین دو محیط رسانا با رسانندگیهای σ_{c1} و σ_{c2} به ترتیب θ_1 و θ_2 است. قانون شکست خطوط شارش جریان را پیدا کنید.

۷-۷ یک قطعه از ماده رسانا به شکل مکعبی به ضلع a مطابق شکل ۱۷-۷ طوری ساخته شده است که رسانندگی آن یکنواخت نیست و در هر نقطه $\alpha(a+x)$ است. که α ثابت است. با فرض اینکه جریان تنها در راستای x ، از سطح S تا سطح مقابل آن S' جریان دارد. (الف) با انتخاب پتانسیل الکتروستاتیک Φ که تنها به x وابسته باشد، معادله (۳۸-۷) را به‌کار برید و نشان دهید

$$\alpha(a+x) \frac{d^2 \Phi}{dx^2} + \alpha \frac{d\Phi}{dx} = 0$$

(ب) این معادله را حل کنید و نشان دهید اختلاف پتانسیل بین S و S'

هستند. این دو شرط معادل شرایط زیر روی Φ هستند

$$\sigma_{c1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} = \sigma_{c2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial n} \quad \text{و} \quad \Phi_1 = \Phi_2 \quad [40-7]$$

بدین ترتیب، واضح است که یک تطابق نزدیک بین مسائل جریان و مسائل الکتروستاتیک وجود دارد. بنابراین حل مسئله جریان را می‌توان توسط حل مسئله الکتروستاتیک با تعویضهای زیر انجام داد

$$\epsilon \rightarrow \sigma_c \quad \text{و} \quad \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{J} \quad [42-7]$$

روشهای دیگر الکتروستاتیک نیز مثل روش تصویری و روش ضرایب مقاومت (در مقایسه با ضرایب پتانسیل و ظرفیت) در این مورد مفیدند. همچنین این تطابق ایجاب می‌کند که ظرفیت C و مقاومت R بین دو رسانای واقع در یک محیط بینهایت، و نیز ϵ و σ_c در رابطه ساده زیر صدق کنند

$$RC = \frac{\epsilon}{\sigma_c} \quad [36-7]$$

با بررسی جواب میکروسکوپی محیطی با رسانایی ضعیف، واقع در میدان الکتریکی خارجی، می‌توان شکل دیفرانسیلی قانون اهم و بنابراین شکل انتگرالی آن را به دست آورد. حرکت بارها، تحت تأثیر شتاب qE/m و انحراف خطی ناشی از برخورد با سایر ذره‌ها، $v/m\tau$ انجام می‌گیرد که q ، m و v به ترتیب بار، جرم و سرعت بارها و τ ثابت زمانی محیط اهمی است که برابر با میانگین زمانی بین دو برخورد است. این اندازه‌گیری نشان می‌دهد که چه تعداد از برخوردها تأخیری است. از این بحث نتیجه می‌گیریم

$$\mathbf{J} = \frac{nq^2\tau}{m} \mathbf{E} \quad \text{یا} \quad \sigma_c = \frac{nq^2\tau}{m} \quad [71-7], [72-7]$$

که n چگالی تعداد بارهاست. این موضوع نشان می‌دهد که در محیطهای اهمی بارها با یک میدان خارجی شتاب نمی‌گیرند. به علت نبودن شتاب بارها در محیطهای اهمی، انرژی باید در محیط تلف شود. تغییر توان در واحد حجم از رابطه زیر به دست می‌آید

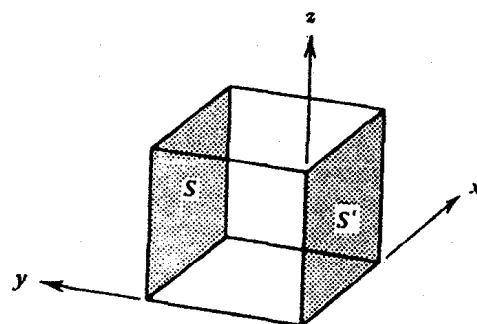
$$\frac{dP}{dv} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \quad [75-7]$$

مدارهای الکتریکی به کمک دو قانون کیرشهوف بررسی می‌شوند: جمع جریانها در هر نقطه اتصال صفر است، جمع افت پتانسیلها در هر حلقه صفر است

$$\sum I = 0 \quad \text{و} \quad \sum V = 0 \quad [82-7], [83-7]$$

این دو قانون، دو قانون اساسی جریانهای پایا یعنی $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ و $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ را به دست می‌دهند.

برابر با $\Delta\Phi = A \log 2$ است، که در آن A یک ثابت است. (ج) با استفاده از جواب Φ جریان کل I بین دو سطح S و S' را به دست آورده و نشان دهید که مقاومت بین S و S' برابر با $(\ln 2)/\alpha a^2$ است.



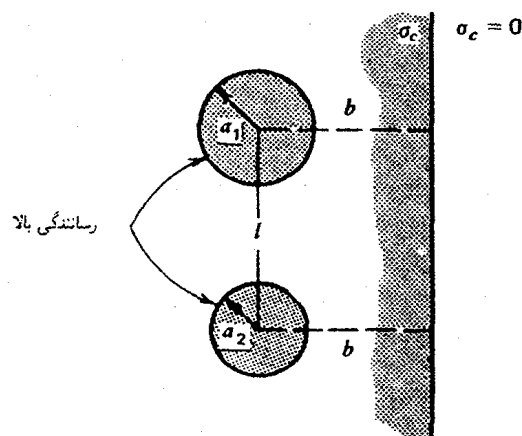
شکل ۱۷-۷

۸-۷ دو کره کوچک با رسانایی کامل و به شعاعهای a_1 و a_2 در یک محیط نامتناهی با رسانندگی σ_c قرار دارند. مراکز آنها به فاصله l از یکدیگر قرار دارند به طوری که $a_1, a_2 \gg l$. با به کار بردن ضرایب مقاومت نشان دهید مقاومت بین آنها تقریباً برابر است با

$$R = \frac{1}{4\pi\sigma_c} = \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - \frac{2}{l} \right)$$

۹-۷ اگر محیط مسئله ۸-۷ به وسیله یک مرز مسطح نامتناهی مثل شکل ۱۸-۷ محدود شده باشد با استفاده از روش تصویری و معرفی جریانهای تصویری نشان دهید

$$R' = R + \frac{1}{4\pi\sigma_c} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$



شکل ۱۸-۷

۱۰-۷ خازنی به شکل دلخواه با یک دی الکتریک یکنواخت با گذردهی

ϵ پر شده است. اگر فرض کنیم وقتی خازن با یک رسانای همگن با رسانندگی σ_c پر شود مقاومت جریان dc آن R است، در این صورت ظرفیت این خازن را به دست آورید.

۱۱-۷ فضای بین دو صفحه موازی رسانا که سطح هر یک $A = 0.05 \text{ m}^2$ و به فاصله 2 cm از هم هستند از ماده دی الکتریک (دارای نشت) با مشخصات $K = 8$ و $\sigma_c = 0.8 \times 10^{-2} (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ پر شده است. جریان کل rms (ریشه میانگین مربعها) را وقتی ولتاژ $V = 10 \sin \omega t$ به آن اعمال می شود ($\omega = 10^7 \text{ rad/s}$) حساب کنید.

۱۲-۷ رسانندگی σ_c مس در دمای اتاق $(\Omega \cdot \text{m})^{-1} = 5.9 \times 10^8$ و چگالی الکترونهاى متحرک $10^{21}/\text{cm}^3$ است. زمان واهلش τ الکترونها در مس را پیدا کنید.

۱۳-۷ مجموعه ای از الکترونها با ضرایب R_{ik} مشخص می شوند. مقدار گرمای، Q ، ایجاد شده در یک ثانیه را در فضای بین الکترونها برحسب جریانهای I_k که از الکترونها خارج می شوند به دست آورید. ۱۴-۷ شکل ۱۶-۷ یک پل وتستون را برای اندازه گیری مقاومت با $\mathcal{E}_2 = 0$ نشان می دهد. در حالتی که $R_5 = R_6 = 0$ است نشان دهید برای صفر شدن جریان I_5 (که آن را به کمک گالوانومتر می توان دید) باید شرط $R_1/R_2 = R_4/R_3$ برقرار باشد. با این شرط می توانیم یک مقاومت را به کمک سه مقاومت دیگر اندازه بگیریم.

۱۵-۷ جریان I_2 را وقتی پل وتستون مسئله ۱۴-۷، در حال تعادل نباشد تعیین کنید. نشان دهید $S = cR_3(\partial I_2/\partial R_3)$ که c انحراف گالوانومتر بر واحد جریان و S حساسیت پل (با چشمپوشی از مقاومت گالوانومتر) است

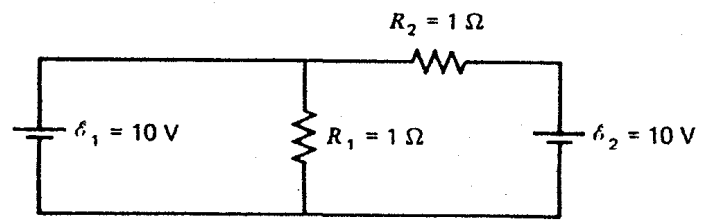
$$S = \frac{c\mathcal{E}_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

۱۶-۷ نظریه برهم نهی را نمی توان برای توان به کار برد. برهم نهی، خاصیتی است که به خطی بودن کمیت بستگی دارد و توان به جای خطی بودن، تابع درجه دوم است. (الف) توان انتقال یافته از منبع \mathcal{E}_1 به مدار شکل ۱۹-۷ را وقتی \mathcal{E}_2 صفر است حساب کنید. (ب) توان انتقال یافته از منبع \mathcal{E}_2 را وقتی $\mathcal{E}_1 = 0$ باشد به دست آورید. (ج) توان انتقال یافته به مدار را در حالی که هر دو منبع فعال اند حساب کنید و نشان دهید جمع نتایج a و b با توان جذب شده در مدار یکی نیست.

۱۷-۷ دستگاهی از n سلول مشابه با ولتاژ مدار باز \mathcal{E}_0 و مقاومت داخلی R_I برای هر یک از آنها را در نظر می گیریم. این دستگاه را برای

که برای حالتی که سلولها با هم موازی و به R وصل شده‌اند برابر $I = \mathcal{E}_0 / (R + R_I/n)$ است.

۱۸-۷ یک شبکه مربعی از یک سیم با مقطع یکنواخت شامل n^2 سلول مربعی مشابه ساخته شده است. مقاومت یک ضلع هر سلول r است. اگر جریانی از یک گوشه وارد و از گوشه مقابل خارج شود، مقاومت کل شبکه را برای $n = 2, 3, 4$ پیدا کنید (راهنمایی: از تقارن مدار می‌توان برای کم کردن تعداد جریانه‌ها در مدار استفاده کرد. برای مثال در حالت $n = 3$ تعداد جریانه‌ها را می‌توان به سه تقلیل داد).



شکل ۱۹-۷

انتقال جریان به مقاومت R مورد استفاده قرار می‌دهیم. (الف) نشان دهید که جریان در مقاومت بار موقعی که سلولها با هم و با مقاومت R سری هستند $I = n\mathcal{E}_0 / (R + nR_I)$ است. (ب) نشان دهید

پتانسیل برداری یک دوقطبی مغناطیسی برابر است با

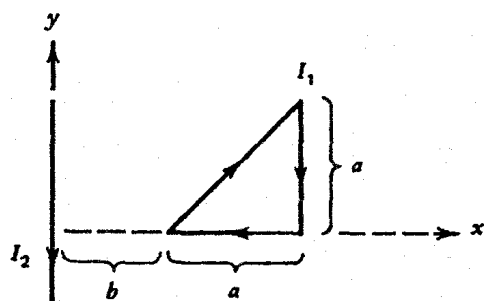
$$A = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \boldsymbol{\xi}}{\xi^3} \quad [97-8]$$

اگر یک دوقطبی مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرد، در آن صورت نیرو، گشتاور و انرژی زیر را دارد

$$\mathbf{F} = \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{m}) = (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{B} = \nabla (\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \quad [107-8]$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad [109-8]$$

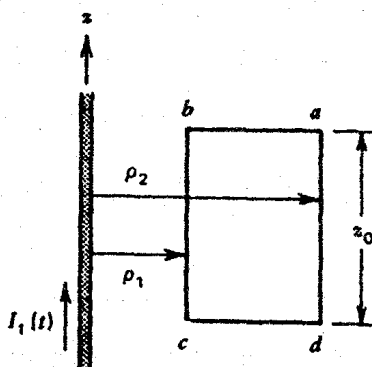
$$U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} \quad [111-8]$$



شکل ۲۱-۸

۷-۸ نشان دهید که پتانسیل برداری ناشی از دو جریان خطی موازی در دو جهت مخالف برابر است با $A = \mu_0 I \hat{z} \ln(\rho_2/\rho_1) / 2\pi$ که در آن ρ_1 و ρ_2 فاصله از نقطه مشاهده تا سیمها و \hat{z} بردار یکه موازی با سیمهاست. ۸-۸ نشان دهید که عبارتهای زیر همگی پتانسیلهای برداری ممکن میدان یکنواخت $\mathbf{B} = B\hat{z}$ هستند: $\mathbf{A}_1 = -By\hat{x}$ ، $\mathbf{A}_2 = Bx\hat{y}$ و $\mathbf{A}_3 = -1/2r \times \mathbf{B}$ ، برای کدامیک از اینها $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ نشان دهید که $\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2$ شیب تابع ψ است. \mathbf{A}_1 ، \mathbf{A}_2 و $\mathbf{A}_3 - \mathbf{A}_2$ را در صفحه xy رسم کنید.

۹-۸ دو مدار مفروض در شکل ۲۲-۸ نشان داده شده است: یک سیم مستقیم بلند و یک حلقه مربع مستطیل که در صفحه سیم واقع است. (الف) میدان مغناطیسی \mathbf{B} تولیدشده از سیم بلند را به فاصله ρ از سیم محاسبه کنید. (ب) شار مغناطیسی گذرنده از حلقه مربع مستطیل را محاسبه کنید. (ج) اختلاف پتانسیل برداری بین ρ_1 و ρ_2 را تعیین کنید. (د) اگر جریان I_2 در مدار مربع مستطیل به صورت ساعتگرد جاری شود، نیروی وارد بر قطعه‌های ab و bc را پیدا کنید.



شکل ۲۲-۸

۱۰-۸ یک سیمولوله بسیار بلند با n دور بر واحد طول و یک جریان I در نظر بگیرید. همان طور که در شکل ۲۳-۸ می‌بینیم محور z در امتداد محور سیمولوله انتخاب می‌شود. (الف) میدان مغناطیسی داخل سیمولوله و شار عبوری از منحنی مربع مستطیل C را تعیین کنید.

مسائل

۱-۸ معادله حرکت را برای ذره‌ای به جرم m و بار q در ناحیه‌ای که در آنجا \mathbf{E} و \mathbf{B} غیرصفرند بنویسید. میدان مغناطیسی لازم برای محدود کردن یک الکترون با سرعت $v = 10^5 \text{ m/s}$ به یک مدار به شعاع $m \cdot 10^{-10}$ چقدر است؟

۲-۸ از یک استوانه بلند به شعاع ρ_0 که محور آن در امتداد محور z است، جریانی با چگالی $\mathbf{J} = e^{-2\rho} \hat{z}$ می‌گذرد. میدان مغناطیسی را در کل استوانه به دست آورید.

۳-۸ یک جریان رشته‌ای $\mathbf{I} = I_0 \hat{z}$ به فاصله h درست بالا و موازی با محور تقارن یک صفحه جریان به عرض W و به چگالی $\mathbf{K} = K_0 \hat{z}$ است. نیروی وارد بر واحد طول جریان رشته‌ای را تعیین کنید. نیرو را وقتی که W بسیار بزرگ می‌شود به دست آورید.

۴-۸ یک رسانای استوانه‌ای در امتداد محور z و به شعاع $\rho_0 = 1 \text{ cm}$ میدان مغناطیسی

$$\mathbf{B} = \frac{100\mu_0}{\rho} \left(\frac{4R^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi\rho}{2R} - \frac{2\rho R}{\pi} \cos \frac{\pi\rho}{2\pi} \right) \hat{\phi}(T) \quad \rho < \rho_0$$

را تولید می‌کند. (الف) چگالی جریان و کل جریان در رسانا را تعیین کنید. (برای فرض اخیر از قانون آمپر استفاده کنید). (ب) \mathbf{B} را در خارج از رسانا تعیین کنید.

۵-۸ صریحاً نشان دهید که در نزدیکی یک سیم مستقیم بلند که حامل جریان I است، $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ از مختصات دکارتی یا استوانه‌ای استفاده کنید. $\nabla \times \mathbf{B}$ در نزدیکی این سیم چقدر است؟

۶-۸ همان طور که در شکل ۲۱-۸ می‌بینیم، یک حلقه مثلثی سخت حامل جریان I_1 در صفحه یک سیم بلند که جریان I_2 را حمل می‌کند قرار دارد. نیروی F وارد بر وتر مثلث توسط I_2 را محاسبه کنید.

۱۳-۸ میدان B را در مرکز یک سیم مربعی شکل به ضلع a که جریان I از آن می‌گذرد محاسبه کنید.

۱۴-۸ یک سیم بسیار بلند 180° درجه حول استوانه‌ای چوبی به شعاع b خم می‌شود. اگر سیم حامل جریان I باشد، میدان B در مرکز استوانه در صفحه سیم چقدر است؟

۱۵-۸ تعداد بسیار زیادی از دورهای نزدیک به هم یک سیم ظریف در یک لایه تنها بر روی سطح یک کره چوبی پیچیده شده‌اند به طوری که این دورها کاملاً کره را می‌پوشانند. صفحات دورها بر محور کره عمود هستند. اگر جریان در سیم I باشد، میدان مغناطیسی در مرکز کره را تعیین کنید.

۱۶-۸ میدان B را در مرکز یک کره به شعاع R با توزیع بار حجمی ρ بخواخت که حول یکی از قطرها با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد تعیین کنید.

۱۷-۸ (الف) میدان مغناطیسی را در نزدیکی محور حلقه حامل جریان مثال ۱۲-۸ با استفاده از $\nabla \cdot B = 0$ و میدان روی محور حلقه تعیین کنید. (ب) نشان دهید که پتانسیل برداری روی محور حلقه صفر است.

۱۸-۸ یک منبع از میدان مغناطیسی نسبتاً یکنواخت که بسیار استفاده می‌شود، پیچه هلمهولتز است. پیچه شامل دو پیچه دایره‌ای به شعاع یکسان a با یک محور مشترک z است و این پیچه‌ها که جریان I را حمل می‌کنند به فاصله‌ای مساوی با شعاع پیچه‌ها از یکدیگر فاصله دارند. نشان دهید که در نقطه میانی روی محور مشترک dB/dz و d^2B/dz^2 صفرند. B را در نقطه میانی پیدا کنید.

۱۹-۸ پتانسیل زده‌ای مغناطیسی در فضای آزاد

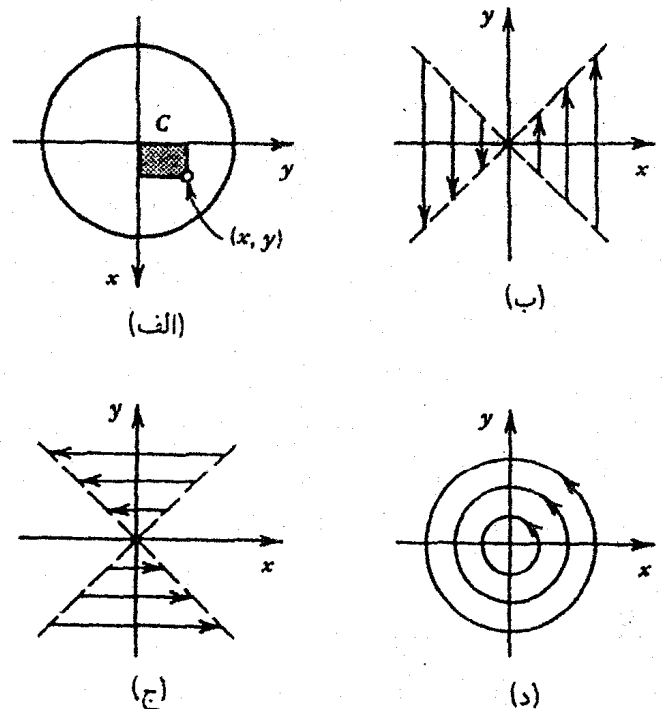
$$\Phi = B_0(z + xz/b)\mu_0$$

که در آن B_0 و b ثابت هستند را در نظر بگیرید. (الف) نشان دهید که این پتانسیل قابل قبولی است که از آن یک میدان مغناطیسی ایستا به وجود می‌آید و این میدان را پیدا کنید. (ب) اگر یک اتم که هسته آن در مبدأ ثابت است یک الکترون در یک مدار دایره‌ای به شعاع a در صفحه xy داشته باشد، نیروی وارد بر اتم به وسیله میدان قسمت (الف) را به دست آورید.

۲۰-۸ یک حلقه دایره‌ای کوچک جریان به شعاع a و جریان I در صفحه xy با مرکز حلقه در مبدأ قرار دارد. نشان دهید که پتانسیل برداری در فواصل دور برابر است با $A_r = A_\theta = 0$ و $A_\theta = (\pi\mu_0 a^2 I \sin\theta) / 4\pi r^2$.

۲۱-۸ یک پیچه دایره‌ای نازک با N دور به شعاع r و جریان I در صفحه $z = 0$ واقع است. جریان در جهت $\hat{\phi}$ است و یک میدان

(ب) فرض کنید پتانسیل برداری A در امتداد محور y و مستقل از y است. با استفاده از $\oint_C A \cdot dl = F$ ، A را در داخل سیمولوله برای حالتی که A روی محور سیمولوله صفر است تعیین کنید. (ج) سؤال (ب) را با فرض اینکه پتانسیل برداری در امتداد محور x و مستقل از x است تکرار کنید. (د) یک ترکیب خطی از پتانسیلها در قسمتهای (ب) و (ج) که میدان مغناطیسی مشابهی را به دست می‌دهد و در $\nabla \cdot A = 0$ صدق می‌کند بنویسید. (ه) نشان دهید که نمودارهای شکل ۲۳-۸ (ب)، ۲۳-۸ (ج) و ۲۳-۸ (د) نشان‌دهنده پتانسیل قسمتهای (ب)، (ج) و (د) است.



شکل ۲۳-۸ پتانسیل برداری در داخل یک سیمولوله بسیار بلند. (الف) نمای بالایی سیمولوله یک حلقه آمیری C را نشان می‌دهد. (ب)، (ج) و (د) سه نمودار از پتانسیلهای ممکن هستند.

۱۱-۸ با استفاده از قانون آمپر $\nabla \times A = B$ پتانسیل برداری یک جریان رشته‌ای بسیار بلند را تعیین کنید.

۱۲-۸ (الف) یک مدار جریان به شکل دایره‌ای به شعاع r مفروض است. اگر از مدار جریان I بگذرد، میدان مغناطیسی B را در مرکز دایره به دست آورید. (ب) یک پیچه پهن طوری سیم‌پیچی می‌شود که شامل تعداد دور یکنواخت بسیار زیاد در امتداد شعاع است. شعاعهای داخلی و خارجی پیچه به ترتیب a و b هستند. این پیچه حامل جریان I و دارای N دور بر واحد طول است. میدان B را در مرکز پیچه به دست آورید.

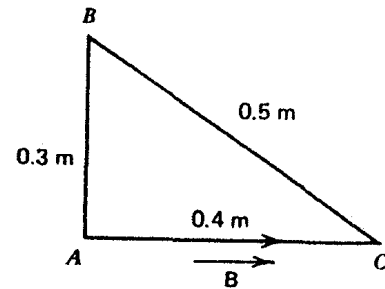
۲۳-۸ یک مدار دایره‌ای شکل از سیمی به شعاع $a = 1 \text{ cm}$ و به مرکز مبدأ به شکل خمیده در می‌آید به طوری که نیمی از آن در صفحه yz و نیم دیگر در صفحه xy قرار می‌گیرد. از سیم جریان $I = 2 \text{ A}$ می‌گذرد. (الف) گشتاور دوقطبی مغناطیسی این مدار چقدر است؟ (ب) میدان مغناطیسی B در نقطه $(x, y, z) = (3, 4, 0)$ از مبدأ چقدر است؟

۲۴-۸ یک الکترون در یک مدار دایره‌ای به شعاع $3.5 \times 10^{-11} \text{ m}$ در حضور یک میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 4 \times 10^{-2} \text{ T}$ حرکت می‌کند. اگر به الکترون گشتاوری به بزرگی $7.85 \times 10^{-2} \text{ Nm}$ وارد شود، گشتاور دوقطبی مغناطیسی و سرعت زاویه‌ای الکترون را تعیین کنید.

۲۵-۸ (الف) گشتاور دوقطبی مغناطیسی یک کره به شعاع R با توزیع بار حجمی یکنواخت ρ که حول یک قطر می‌چرخد را تعیین کنید. (ب) مسئله را برای حالت توزیع بار سطحی یکنواخت σ تکرار کنید. ۲۶-۸ معادله (۱۰-۸) را ثابت کنید.

مغناطیسی یکنواخت خارجی $B = (\hat{x} + \hat{y})B_0 / \sqrt{2}$ وجود دارد. (الف) گشتاور دوقطبی مغناطیسی پیچه، (ب) نیروی وارد بر پیچه، و (ج) گشتاور وارد بر پیچه را به دست آورید.

۲۲-۸ همان طور که در شکل ۲۴-۸ نشان داده شده است در یک مدار مثلثی شکل از سیم که جریان 6 A از آن عبور می‌کند، یک میدان مغناطیسی $B = 1.1 \text{ Wb/m}^2$ به صورت یکنواخت بر روی مثلث و به موازات ضلع AC وجود دارد. (الف) بزرگی و جهت نیروی وارد بر هر ضلع را پیدا کنید. (ب) گشتاور دوقطبی مدار و بزرگی و جهت گشتاور وارد بر آن را محاسبه کنید.

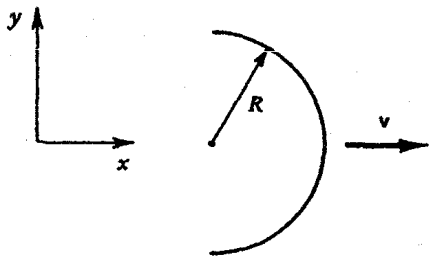


شکل ۲۴-۸

۳-۱۱ یک قرص رسانا به شعاع a ، ضخامت δ و رسانایی σ_c در یک میدان متقارن استوانه‌ای $\mathbf{B} = B_0(t)\hat{z}$ ، برای $0 \leq \rho \leq R$ و $\mathbf{B} = 0$ برای $R < \rho$ قرار دارد به طوری که محورش در راستای محور z و مرکزش در مبدأ است. (الف) پتانسیل برداری \mathbf{A} مربوط به \mathbf{B} را در تمام نواحی تعیین کنید. (ب) میدان الکتریکی القایی را در همه جا پیدا کنید. (ج) چگالی جریان در داخل قرص را به دست آورید. (د) نشان دهید که توان کلی اتلافی در قرص عبارت است از

$$P = \frac{\pi \delta \sigma_c}{\lambda} R^2 \left(\frac{dB_0}{dt} \right)^2 \left(1 + 4 \ln \frac{a}{R} \right)$$

(اگر میدان کاملاً قرص را در برگیرد، جمله لگاریتمی صفر است و توان متناسب با مجذور سطح قرص و نیز مجذور dB_0/dt خواهد بود. این خاصیت کلی این‌گونه جریانها (ی ادی) است (مثال ۳-۱۱ را ببینید). ۴-۱۱ یک قطعه سیم نیم‌دایره، مطابق شکل ۱۶-۱۱، با سرعت ثابت $\mathbf{v} = v_0 \hat{x}$ در یک میدان مغناطیسی ثابت $\mathbf{B} = B_0 \hat{z}$ حرکت می‌کند. emf القایی بین دو انتهای سیم چقدر است.



شکل ۱۶-۱۱

۵-۱۱ یک سیم مستطیل شکل به عرض a و طول b موازی با راستای عرضش با سرعت v یکنواخت در حرکت است. سیم دیگر بسیار بلندی که جریان ثابت I از آن می‌گذرد در صفحه مستطیل و موازی با طول آن و به فاصله l از طول نزدیکتر آن واقع است. (الف) emf القایی در مستطیل را به دست آورید. (ب) القای متقابل مدارها را تعیین کنید.

۶-۱۱ دو رسانای نازک قائم به طول 50 سانتیمتر موازی با محور z و به فواصل $\rho_1 = 3$ cm و $\rho_2 = 5$ cm از آن قرار دارند. یک سیم مقاومتی دو انتهای بالایی و پایینی آن دو را به هم وصل کرده است و بنابراین یک حلقه مستطیلی با مقاومت $2 \text{ } \Omega$ اهم را به وجود می‌آورد. حلقه به دور محور z با سرعت $\omega = 2\pi \times 500$ rad/min (ب) (شکل هندسی ثابت) در یک میدان غیریکنواخت $B_1 = 25 \text{ } \rho T$

ضرایب L_{ij} ضرایب هندسی مستقل از جریانها و شارها هستند و برای $i = j$ $L_{ii} = L_i$ وابسته به شکل هندسی هر حلقه منفرد است و ضریب خودالقایی نام دارد. ضرایب $L_{ij} = M_{ij}$ برای $i \neq j$ به شکل هندسی نسبی هر جفت حلقه بستگی دارد و ضریب القای متقابل نامیده می‌شود. قانون فاراده برحسب این ضرایب به صورت زیر است

$$\mathcal{E}_i = -\frac{dF_i}{dt} = -\sum_j L_{ij} \frac{dI_j}{dt}$$

القای متقابل دو حلقه C_1 و C_2 با رابطه نیومن داده می‌شود

$$L_{12} = M = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{dl_1 \cdot dl_2}{|r_1 - r_2|} \quad [29-11]$$

که در آن $r_1 - r_2$ فاصله بین اجزای dl_1 و dl_2 دو حلقه است. در واقع این رابطه یک ویژگی مهم ضرایب، یعنی $L_{21} = L_{12}$ ، را نشان می‌دهد.

وقتی دو حلقه با L_1 و L_2 و القای متقابل M ، با مقاومت‌هایی که می‌توان از آنها چشم پوشید به شکل سری یا موازی به هم وصل شوند، القای مؤثر آنها، L_{eff} ، عبارت است از

$$L_{\text{eff}} = L_1 + L_2 \pm 2M \quad (\text{سری}) \quad [41-11]$$

$$L_{\text{eff}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \pm 2M} \quad (\text{موازی}) \quad [45-11]$$

اگر از M بتوان چشم پوشید، آنگاه روابط نشان می‌دهند که L_1 و L_2 شبیه مقاومتها با هم ترکیب می‌شوند. در حالت کلی $M = k\sqrt{L_1 L_2}$ است که $|k| \leq 1$ ضریب جفت‌شدگی مدارهاست.

مسائل

۱-۱۱ میدان مغناطیسی در ناحیه $0 \leq \rho \leq \rho_0 = 1 \text{ m}$ \hat{z} افزایش می‌یابد. اندازه میدان الکتریکی را در هر شعاع ρ تعیین کنید. E را به شکل تابعی از ρ رسم کنید.

۲-۱۱ یک سیمولوله بلند در هر سانتیمتر، 10° دور سیم به قطر 3 سانتیمتر دارد. سیم‌پیچ نازک دیگری که قطرش 2 سانتیمتر و دارای 20 دور است را طوری در داخل سیمولوله قرار می‌دهیم که محورهای آن دو با هم موازی باشند. جریان در سیمولوله $I = 3t + 2t^2$ است که I برحسب آمپر و t برحسب ثانیه است. emf القایی را در سیم‌پیچ تعیین کنید. جریان لحظه‌ای در سیم‌پیچ را به شرطی که مقاومت آن $15 \text{ } \Omega$ اهم باشد در زمان $t = 2 \text{ s}$ تعیین کنید. از شار ایجادشده به وسیله جریان القایی چشمپوشی کنید.

۱۱-۱۱ یک سیم پیچ چنبره‌ای با N دور، شعاع متوسط b و مقطع دایره‌ای به شعاع a مفروض است. نشان دهید القا بر واحد طول عبارت است از $L = \mu_0 N^2 (b - \sqrt{b^2 - a^2})$.

۱۲-۱۱ فضای بین دو لایه استوانه‌ای رسانای هم‌محور به شعاعهای داخلی و خارجی a و b با ماده‌ای به تراوایی μ پر شده است. خودالقایی را بر واحد طول خط تعیین کنید.

۱۳-۱۱ یک سیم رسانا به شعاع a با یک لایه استوانه‌ای هم‌محور رسانای دایره‌ای احاطه شده است. شعاع استوانه b فرض می‌شود. سیم و لایه تراوایی مغناطیسی μ_0 دارند. فضای بین آنها با ماده‌ای به تراوایی μ پر شده است. خودالقایی را بر واحد طول این خط تعیین کنید.

۱۴-۱۱ یک رسانای استوانه‌ای بلند به شعاع a را موازی با یک صفحه بسیار بزرگ متصل به زمین در نظر می‌گیریم. فاصله بین آنها d است. نشان دهید القای متقابل بر واحد طول عبارت است از $L/l = \mu_0 \cosh^{-1}(d/a) / 2\pi$ و اگر $d \gg a$ باشد عبارت است از $\mu_0 \ln(2d/a) / 2\pi$.

۱۵-۱۱ دو رسانای موازی مشابه به شعاع a و فاصله d را در نظر می‌گیریم. (الف) نشان دهید القا بر واحد طول $L/l = \mu_0 \cosh^{-1}(d/2a) / \pi$ است. (ب) القا بر واحد طول را وقتی $d = 25f$ و $a = 8r_0$ است حساب کنید.

۱۶-۱۱ یک حلقه دایره‌ای به شعاع a ، مقاومت R و القای L در یک میدان مغناطیسی $H = H_0 \sin \omega t$ به دور یک قطر که عمود بر H است می‌چرخد. (الف) جریان در حلقه را تعیین کنید. (ب) گشتاور تأخیری را به دست آورید. (ج) توان متوسط لازم برای ادامه چرخش را حساب کنید.

۱۷-۱۱ القای متقابل دو حلقه مثال ۱۱-۱۰ را وقتی (الف) از یکدیگر خیلی دورند ($h \gg R_1, R_2$) و (ب) تقریباً شعاعهای مساوی دارند و به فاصله کم ($h \ll R$ و $R_1 \approx R_2 \approx R$) هستند تعیین کنید.

۱۸-۱۱ دو القاگر L_1 و L_2 با القای متقابل M و مقاومت ناچیز به طور موازی به هم وصل‌اند. اگر جریان کل I باشد (الف) اختلاف پتانسیل و (ب) القای مؤثر دستگاه را پیدا کنید. شکل ۱۱-۴۵ را ببینید.

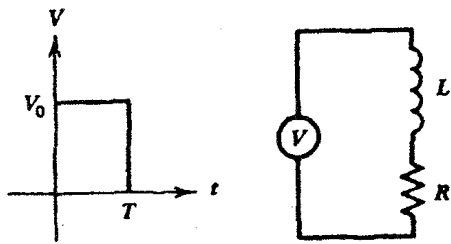
در ρ_1 و $\rho_2 = 8r_0$ در B_2 می‌چرخد. (الف) جریان در حلقه را تعیین کنید. (ب) توان الکتریکی تولیدشده در حلقه را به دست آورید. (ج) میزان کار انجام شده روی حلقه را تعیین کنید و آن را با نتیجه (ب) مقایسه کنید.

۱۱-۷ میله متحرک روی یک ریل رسانای ثابت را، که در شکل ۱۱-۲ نشان داده شده است، در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که راستای میدان B بر سطح ریل عمود و اندازه آن به زمان وابسته است، وقتی میله ثابت و سطح حلقه 25 cm^2 باشد تعیین کنید. (ب) برای حالتی که میله با سرعت یکنواخت $v = 1.5 \times 10^4 \text{ cm/s}$ حرکت می‌کند در لحظه‌ای که سطح برابر با 25 cm^2 است تکرار کنید. اندازه سطح را در زمان $t = 0$ صفر بگیرید و $l = 5 \text{ cm}$ انتخاب کنید.

۱۱-۸ دو سیم ثابت موازی به طول بینهایت در مکانهای $x = \pm a$ و موازی با محور y قرار گرفته‌اند. از سیمها به ترتیب جریانهای ثابت $\pm I$ می‌گذرند. سیم موازی و متحرک دیگری به طول بینهایت که مکان لحظه‌ای آن به ترتیب به فاصله r_1 و r_2 از سیمهای واقع در $x = a$ و $x = -a$ قرار گرفته وجود دارد. (الف) رابطه نیومن را برای القای متقابل بین مدار شامل دو سیم ثابت و مدار شامل واحد طول سیم متحرک به کار برده و نشان دهید $L = \mu_0 \log(r_2/r_1) / 2\pi$ است. (ب) emf القایی بر واحد طول سیم متحرک را وقتی در مبدأ قرار دارد و سرعتش $v = v_0 \hat{x}$ است به دست آورید.

۱۱-۹ از یک حلقه سیم دایره‌ای به مرکز مبدأ و سطح A جریان ثابت I_1 می‌گذرد. این سیم با سرعت زاویه‌ای ثابت به دور محور z می‌چرخد. در $t = 0$ حلقه در صفحه yz است جریان القایی را در حلقه‌ای ثابت که در فاصله دور r روی محور y است پیدا کنید. حلقه دوم در صفحه yz واقع است و سطح آن A_2 و مقاومت آن R است.

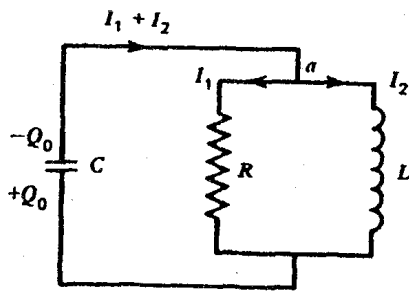
۱۱-۱۰ القا را در یک چنبره با تعداد N دور با مقطع مربعی شکل و شعاعهای داخلی و خارجی به ترتیب ρ_1 و ρ_2 و ضخامت a تعیین کنید.



شکل ۲۴-۱۳ یک مدار RL که با یک تب ولتاژ تغذیه می‌شود.

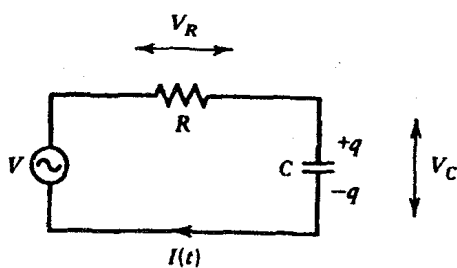
۲-۱۳ جواب یک مدار RL را که با منبع ولتاژ $V = V_0 e^{-Rt/L}$ تغذیه می‌شود برای دو حالت که جریان اولیه در مدار صفر و I_0 است به دست آورید. (وقتی شکل ولتاژ تغذیه همان شکل طبیعی رفتار مدار را داشته باشد، پدیده‌ای که ظاهر می‌شود تشدید می‌نامیم).

۳-۱۳ مدار شکل ۲۵-۱۳ از یک خازن C، یک مقاومت R و یک القاگر $L = 2CR^2$ تشکیل شده است. در زمان $t = 0$ بار خازن Q_0 و جریانی از القا عبور نمی‌کند. (الف) از علامت‌گذاریهای مشخص شده روی شکل استفاده کنید و معادله کیرشهوف را برای حلقه‌های LC و RL بنویسید. (ب) معادله نودال کیرشهوف را در نقطه گرهی a بنویسید. (ج) نشان دهید در لحظات بعد بار خازن برابر با $k = 1/2RC$ است که $Q = Q_0 e^{-kt} (\cos kt - \sin kt)$.



شکل ۲۵-۱۳

۴-۱۳ شبکه RC شکل ۲۶-۱۳ در صورتی که با یک منبع تناوبی [یعنی $f(T+t) = f(t)$ که T زمان تناوب است] تغذیه شود خاصیت جالبی دارد. زیرا رفتار این گونه مدار شبیه یک رایانه قیاسی



شکل ۲۶-۱۳

می‌دانیم که همه مقادیر در این عبارتها حقیقی اند. برای مدارهای ac می‌توان نوشت $V(t) = V_0 \cos \omega t$ و $I = I_0 \cos(\omega t - \phi)$. در این حالت متوسط زمانی اندازه P می‌شود

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} I_0 V_0 \cos \phi$$

که $\cos \phi$ را ضریب توان می‌نامیم. اگر مقاومت بارهای الکتریکی صفر باشد $\cos \phi = 0$ است در حالی که برای بارهای با مقاومت $\cos \phi > 0$ است. کمیت‌های $I_0/\sqrt{2}$ و $V_0/\sqrt{2}$ را ریشه میانگین مربعی یا مقدار مؤثر مقادیر بالا می‌نامیم. برحسب کمیت‌های مختلط داریم

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \text{Re}(I^* V) = \frac{1}{T} \text{Re}(V^* I) \quad [77-13]$$

ترکیب سری یا موازی القاگر، خازن و مقاومت را اغلب در مدارهای ac می‌بینیم. ترکیب سری آنها، به صورت تابعی از بسامد، نزدیک آن امپدانس مدار کمینه و جریان بیشینه است. تیزی تشدید نشان می‌دهد. که در آن $\omega = \omega_0 = \sqrt{1/LC}$ است. تیزی تشدید با ضریب کیفیت، Q، که به صورت زیر تعریف شده است داده می‌شود

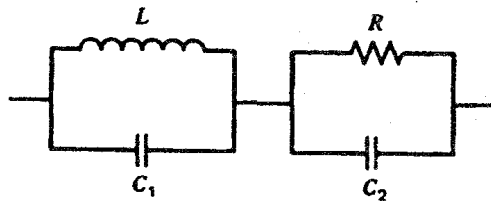
$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega} \quad [89-13]$$

که $|\Delta \omega|$ عرض کامل در پاسخ نصف بیشینه (عرض نوار) است. یک مدار موازی نیز در $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$ حالت تشدید دارد اما در این حالت z بیشینه و I_0 کمینه است. با وجود این، اغلب این مورد را "پادتشدید" می‌نامیم. اگر فاز ϕ در مدار موازی در بعضی بسامدها صفر شود، آن‌گاه مدار از خود وضعیتی نشان می‌دهد که آن را تشدید فاز می‌نامیم. در حالت‌هایی با ضریب کیفیت بزرگ هر دو حالت، تشدید فاز و پادتشدید همزمان به وجود می‌آیند.

مدارهای تشدید از نظر عملی اهمیت دارند زیرا صافیهای مختلف بر مبنای آنها ساخته می‌شوند.

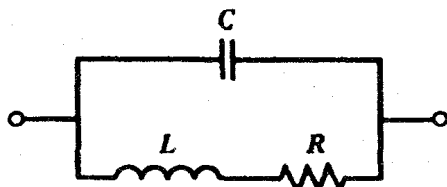
مسائل

۱-۱۳ مدار RL شکل ۲۴-۱۳ را در نظر بگیرید. یک تب ولتاژ V را به مدار اعمال می‌کنیم: $V = 0$ به ازای $t < 0$ و $V = V_0$ به ازای $0 < t < T$ و $V = 0$ به ازای $t > T$. (الف) قانون ولتاژ کیرشهوف را برای نوشتن معادله جریان در مدار به کار ببرید. (ب) جریان را برای $0 < t < T$ تعیین کنید. (ج) ولتاژ دو سر القاگر برای $0 < t < T$ را به دست آورید. (د) ولتاژ دو سر القاگر را برای $t > T$ تعیین کنید.



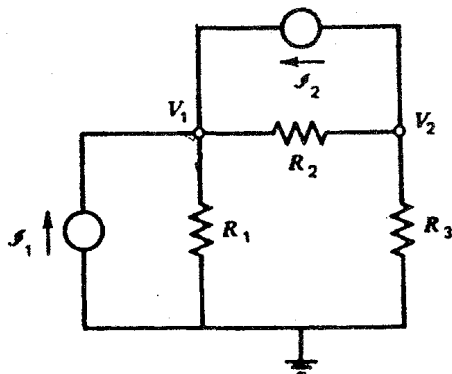
شکل ۲۸-۱۳

که گذردهی مختلط آن برابر است با $\epsilon/\epsilon_0 = 1 - \omega_p^2 / [\omega(\omega + i\gamma)]$ با ω_p ثابت و γ ثابت و ω بسامد منبع ولتاژ خارجی $V = V_0 \cos \omega t$ است پر شده است. نشان دهید امپدانس مختلط چنین خازنی مساوی امپدانس شبکه در بخش (الف) است وقتی که پارامترهای L و C و R مناسب انتخاب شوند. آنها را پیدا کنید.



شکل ۲۹-۱۳

۱۱-۱۳ مدار شکل ۱۳-۳۰ را در نظر بگیرید. (الف) معادله گرهی کیرشهوف را با استفاده از علائم روی شکل بنویسید. (ب) اگر $R_1 = 1 \Omega$ ، $R_2 = 2 \Omega$ ، $R_3 = 3 \Omega$ ، $I_1 = 2 A$ و $I_2 = 1 A$ باشد، V_1 و V_2 را تعیین کنید. (ج) جریان در هر یک از سه مقاومت را به دست آورید.



شکل ۳۰-۱۳

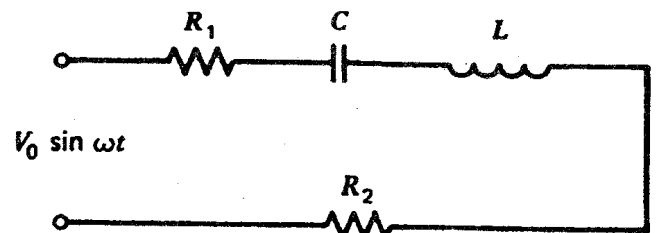
۱۲-۱۳ یک خازن واقعی را می‌توان تقریباً ترکیبی موازی از یک ظرفیت C با مقاومت نشسته R که به صورت سری به یک القای ایده‌آل L وصل است دانست. (الف) امپدانس z این تقریب را پیدا کنید. (ب) با فرض بزرگ بودن R ، $|z|$ را به صورت تابعی از ω رسم کنید.

به ازای RC مناسب و شرایط حالت پایاست. با انتخاب $R = 2 k\Omega$ و $C = 0.5 \mu F$ (الف) V_C را برای یک زمان تناوب از منبع موج مربعی با بسامد 2×10^4 هرتز به دست آورید. (ب) V_R را برای یک زمان تناوب از منبع تغذیه موج مثلثی با بسامد 10^2 هرتز تعیین کنید. ۱۳-۵ یک خازن با بار اولیه q_0 در یک القاگر تخلیه می‌شود. اگر جریان در مدار $I = 86.6 q_0 e^{-0.5t} \sin(86.6t)$ باشد. (الف) ضریب کیفیت القا را به دست آورید. (ب) اگر مقاومت القاگر 19Ω باشد، ضریب خودالقا را تعیین کنید. (ج) کسرافت انرژی را در یک چرخه تعیین کنید.

۱۳-۶ یک پیچ به القای L و مقاومت R_1 به یک باتری با ولتاژ V_0 وصل است. یک مقاومت R_2 نیز موازی با پیچ وصل شده است. اگر $L = 10 H$ ، $R_1 = 100 \Omega$ و $V_0 = 20 V$ باشد تعیین کنید برای جلوگیری از بالا رفتن ولتاژ در دو سر پیچ تا بیش از 100 ولت وقتی که باتری ناگهان باز شود چه R_2 ای لازم است. میزان اولیه کم شدن جریان در القا چیست.

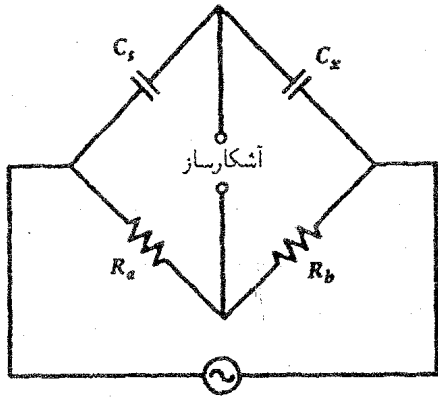
۱۳-۷ القای L به شکل سری به یک مقاومت R وصل است و با ولتاژ $V = V_0 \sin \omega t$ تغذیه می‌شود. (الف) جریان و زاویه فاز بین جریان و ولتاژ، (ب) زاویه فاز بین جریان در مقاومت و القا و (ج) زاویه فاز بین ولتاژ دو سر مقاومت و دو سر القا چیست؟

۱۳-۸ مدار RLC شکل ۱۳-۲۷ را در نظر بگیرید. ولتاژ $V = V_0 \sin \omega t$ به مدار وصل است. (الف) در چه بسامدهایی جریان بیشینه و کمینه است؟ (ب) اندازه بیشینه جریان چقدر است؟ (ج) در چه بسامدهایی جریان نصف مقدار بیشینه آن است.

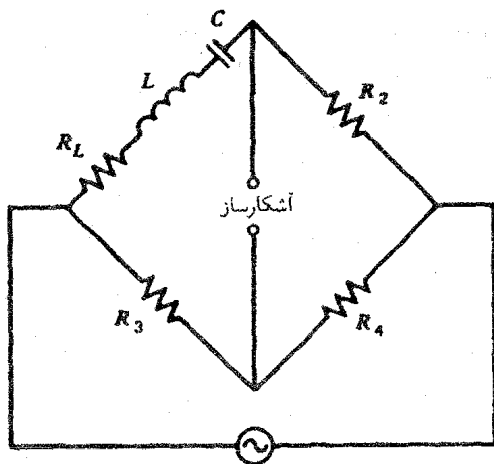


شکل ۲۷-۱۳

۱۳-۹ شکل ۱۳-۲۸ شبکه‌ای شامل مقاومت R ، القای L و خازنهای C_1 و C_2 را نشان می‌دهد. اگر $L < R^2 C_2$ باشد نشان دهید که شبکه شبیه یک مقاومت محض برای جریان با بسامد $\omega = (C_2 - L/R^2) / LC_2(C_1 + C_2)$ عمل می‌کند. ۱۳-۱۰ (الف) امپدانس z مختلط دو پایانه شکل ۱۳-۲۹ را پیدا کنید. (ب) یک خازن که ظرفیت آن بدون دی‌الکتریک C_0 است، با یک عایق



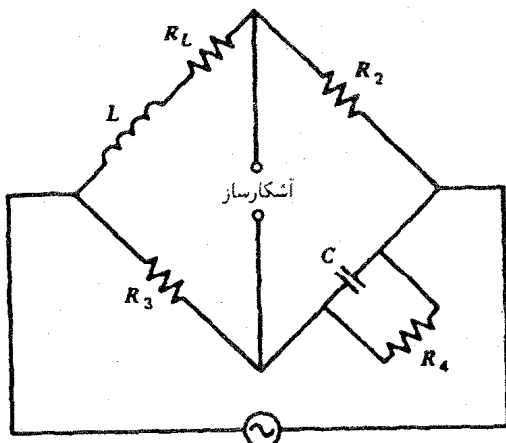
شکل ۳۳-۱۳ یک پل برای اندازه‌گیری ظرفیت خازن.



شکل ۳۴-۱۳ پل بسامد.

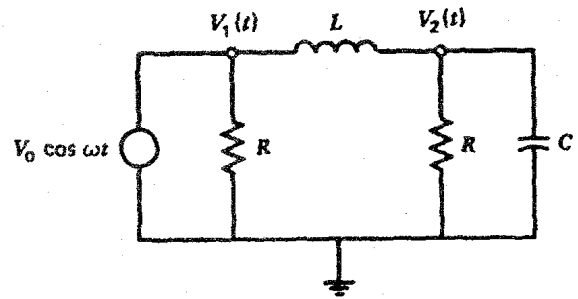
و $\omega L = 1/\omega C$ لازم است تا آشکارساز جریان صفر را نشان دهد. اگر L و C معلوم باشد، از این پل برای اندازه‌گیری بسامد می‌توان استفاده کرد.

۱۸-۱۳ پل ماکسول که در شکل ۳۵-۱۳ نشان داده شده است برای اندازه‌گیری یک القا با Q کوچک یا متوسط بدون دانستن دقیق



شکل ۳۵-۱۳ پل ماکسول برای اندازه‌گیری القا.

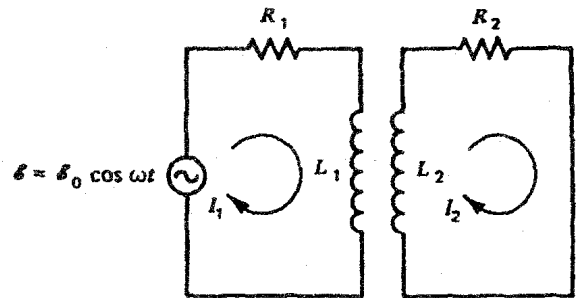
۱۳-۱۳ روش گری را برای حل ولتاژ $V_2(t)$ در شکل ۳۱-۱۳ به کار برید. با انتخاب $V_0 = 10\text{ V}$, $L = 1\text{ H}$, $C = 1\text{ F}$, $R = 1\Omega$ و $\omega = 1\text{ rad/s}$ فاز نسبی V_2 را نسبت به منبع تعیین کنید.



شکل ۳۱-۱۳

۱۴-۱۳ توان متوسط $\langle P \rangle$ ذخیره‌شده در واحد زمان در خازن مسئله ۱۰-۱۳ را تعیین کنید. همچنین گرمای متوسط تلف‌شده $\langle Q \rangle$ در واحد زمان را به دست آورید. هر دو مقدار $\langle P \rangle$ و $\langle Q \rangle$ را برحسب اختلاف پتانسیل بین صفحات بیان کنید.

۱۵-۱۳ دو مدار جفت‌شده با القای متقابل M را در شکل ۳۲-۱۳ نشان داده‌ایم. نشان دهید نسبت توان اتلافی در R_1 و R_2 با رابطه $P_2/P_1 = \omega^2 M^2 R_2 / (R_1^2 + \omega^2 L_1^2) R_1$ می‌شود. یک شکل تقریبی برای نسبت P_2/P_1 به صورت تابعی از R_2 رسم کنید و مقدار R_2 که بازای آن نسبت کمینه می‌شود را به دست آورید.



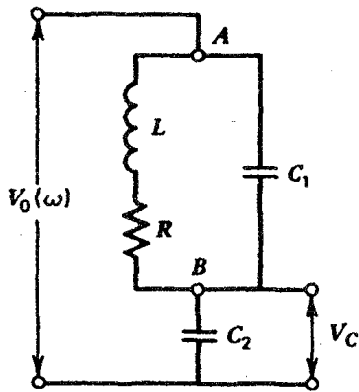
شکل ۳۲-۱۳

۱۶-۱۳ معمولاً برای اندازه‌گیری ظرفیت برحسب ظرفیت استاندارد C_s و دو مقاومت قابل تنظیم از یک پل مطابق شکل ۳۳-۱۳ استفاده می‌شود. فرض کنید که از مقاومت‌های سری خازنها می‌توان چشم پوشید. نشان دهید زمانی آشکارساز جریان صفر را نشان می‌دهد (حالت تعادل) که $C_x = R_a C_s / R_b$ باشد.

۱۷-۱۳ شکل ۳۴-۱۳ یک پل بسامد، که شرط تعادل آن به بسامد وابسته است، را نشان می‌دهد. نشان دهید شرایط $R_L R_4 = R_1 R_2$

سری رسم کنید. (ج) \hat{V}_C را به صورت تابعی از ω برای مدار موازی رسم کنید. (د) کدام مدار پدیدهٔ تشدید را نشان می‌دهد.

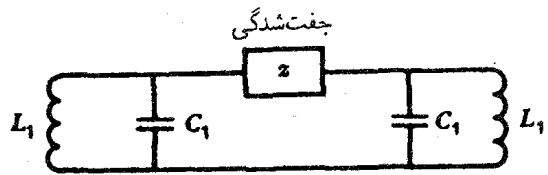
۲۳-۱۳ فرض می‌کنیم که القاگر $L = 10^{-2}$ H و مقاومت $R = 1 \Omega$ داریم و می‌خواهیم مدار شکل ۱۳-۳۸ را طوری بسازیم که $|\hat{V}_C/V_0|$ در $\omega = 10^4$ rad/s کمینه و در $\omega = 0.9 \times 10^4$ rad/s بیشینه باشد. (الف) اگر مدار موازی بین A و B در $\omega = 10^4$ rad/s تشدید شود C_1 چقدر است؟ (ب) ضریب کیفیت Q_0 و امپدانس را در حالت تشدید در (الف) به دست آورید، آیا این حالت یک تشدید فاز است یا پادتشدید؟ (ج) امپدانس بین A و B را در $\omega/\omega_0 = 0.9$ تعیین کنید. آیا القایی است یا خازنی؟ (د) برای به دست آوردن حالت تشدید سری در $\omega/\omega_0 = 0.9$ ، C_2 را به دست آورید. (ه) $|V_C/V_0|$ را در ω و در $\omega = 0.9\omega_0$ حساب کنید.



شکل ۱۳-۳۸ طرح یک مدار صافی.

بسامد مولد استفاده می‌شود. نشان دهید وقتی پل متعادل است که $L = R_2 R_3 C$ و $R_L = R_2 R_3 / R_4$ باشد. همچنین نشان دهید که Q القا برابر $\omega C R_4$ است.

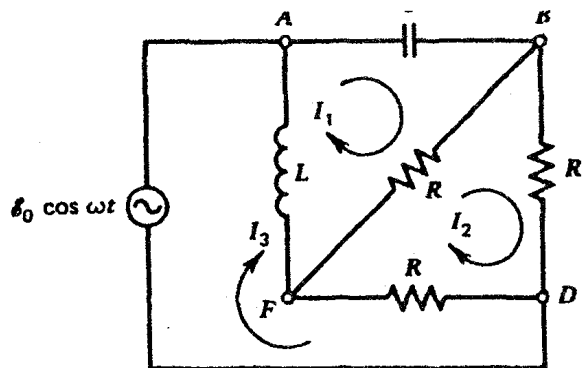
۱۹-۱۳ دو مدار شکل ۱۳-۳۶ را که با $Z = 1/\omega C$ خازنی جفت شده‌اند در نظر می‌گیریم. (الف) معادله‌های جبری را برای جریانها در حلقه‌ها بنویسید و بسامد طبیعی نوسانهای الکتریکی را حساب کنید. (ب) حالتی را که بین مدارها جفت‌شدگی وجود ندارد (یعنی وقتی $C = 0$) و جفت‌شدگی خیلی محکم ($C \gg C_1$) وجود دارد بحث کنید.



شکل ۱۳-۳۶

۲۰-۱۳ مسئلهٔ قبلی را در حالی که جفت‌شدگی بین دو مدار القا $Z = \omega L$ است حل کنید.

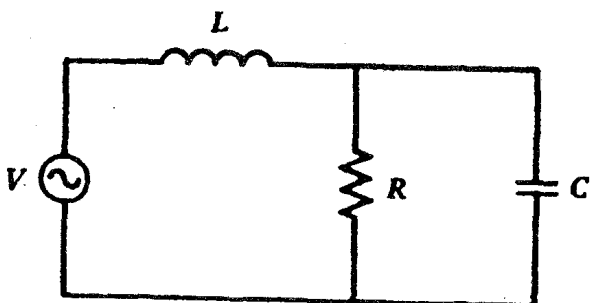
۲۱-۱۳ مدار نشان داده شده در شکل ۱۳-۳۷ با $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$ تغذیه می‌شود را در نظر می‌گیریم. بسامد منبع به کار رفته $\omega^2 = 1/LC$ است. (الف) نشان دهید دامنهٔ جریان در مقاومت قطری برابر با $2\mathcal{E}_0 / [\omega(3L + CR^2)]$ است. (ب) اختلاف فاز بین جریان و نیروی محرکهٔ الکتریکی به کار رفته را پیدا کنید.



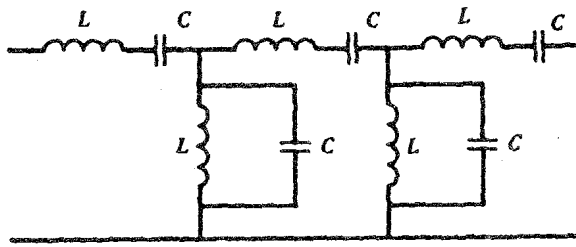
شکل ۱۳-۳۷

۲۲-۱۳ یک مدار سری RLC (شکل ۱۳-۶) و یک مدار موازی RLC (شکل ۱۳-۱۷) را در نظر می‌گیریم. هر یک با منبع جریان ثابت I و بسامد ω تغذیه می‌شود. (الف) امپدانس و ادمیتانس مدارها را حساب کنید. (ب) \hat{V}_L و \hat{V}_C را به صورت تابعی از ω برای مدار

۲۴-۱۳ مدار نشان داده شده در شکل ۱۳-۳۹ را در نظر می‌گیریم. (الف) امپدانس معادل z مدار که در منبع اندازه‌گیری می‌شود تعیین کنید. (ب) زاویه فاز ϕ را پیدا کنید. (ج) بسامد تشدید ω_0 مدار را پیدا کنید. (د) توان متوسط $\langle P \rangle$ منتقل شده توسط منبع را به دست آورید. (ه) توان مصرفی در مقاومت R را برای $\omega = \sqrt{1/LC}$ تعیین کنید.



شکل ۱۳-۳۹



شکل ۴۰-۱۳ نمودار طرحوار یک صافی نوارگذر.

۲۵-۱۳ صافی نوارگذر در شکل ۱۳-۴۰ را در نظر می‌گیریم. (الف)
 علامتگذاری شکل ۱۳-۱۹ را به‌کار برید و z_1 و z_2 مؤثر را به‌دست
 آورید. (ب) بازه‌ی بسامد نوارگذر بدون تضعیف را تعیین کنید (رابطه‌ای
 بین ω ، L و C به‌دست آورید).