

ریاضی و آمار 2، توابع ثابت، چند ضابطه ای و همانی - 6 سوال

۷۳- اگر در تابع همانی f دامنه و برد به ترتیب برابر باشند با $D_f = \{2, -6, a\}$ و $R_f = \{b, 2, 9\}$ آن گاه نمودار تابع $g(x) = ab$ با دامنه $\mathbb{Z}$ از کدام نواحی دستگاه مختصات عبور می‌کند؟

- (۱) اول و چهارم (۲) اول و دوم (۳) دوم و سوم (۴) سوم و چهارم

۷۴- ضابطه تابع $f(x) = (m-2)x^3 + ax^2 + (b+3)x + c$ مربوط به یک تابع همانی است. حاصل $\frac{f(a)+f(b)}{f(m)+f(c)}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) -۴

۷۵- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x+1 & , x \leq 1 \\ 2x+3 & , 1 < x \leq 2 \\ 3x+5 & , x > 2 \end{cases}$ حاصل $f(\sqrt{2}-1) + f(2\sqrt{2}-1) - f(3\sqrt{2}-1)$ کدام است؟

- (۱) $-4\sqrt{2}-1$ (۲) $2\sqrt{2}-1$ (۳) $26\sqrt{2}+5$ (۴) $26\sqrt{2}-5$

۷۷- برد تابع $f(x) = \begin{cases} x-2 & , 0 \leq x < 6 \\ 8 & , x > 6 \end{cases}$ شامل چند عدد صحیح می‌شود؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۷۹- تابع f همانی است. مقدار $f(1+k)$ کدام است؟

$$\frac{k}{k+3} \rightarrow [f] \rightarrow \frac{3k}{5k+5}$$

- (۱) ۱ یا ۳ (۲) ۲ یا ۵ (۳) ۴ یا ۶ (۴) ۷ یا ۱۰

۸۰- در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x - 4 & , x \geq 0 \\ x - 2 & , x < 0 \end{cases}$ با فرض آن که $f(k) = 0$ باشد، چند مقدار قابل قبول برای k وجود دارد؟

(۴) چهار

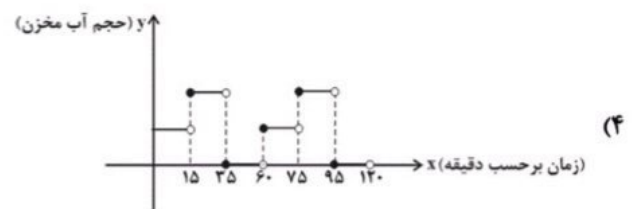
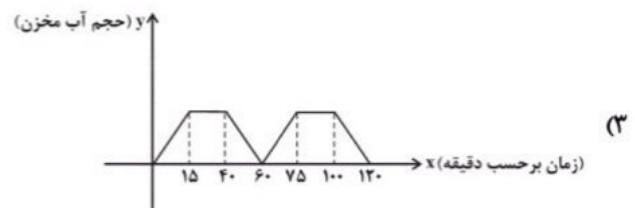
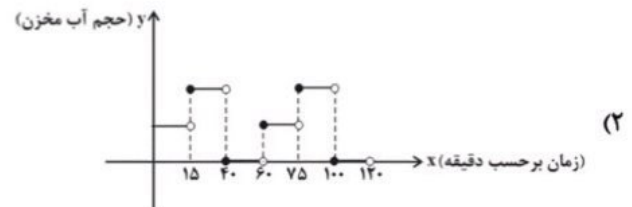
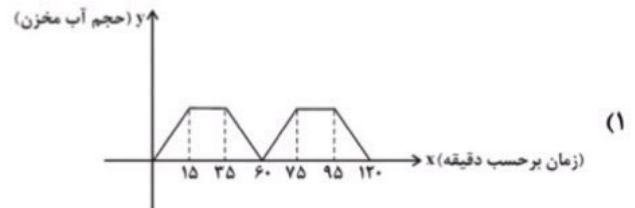
(۳) سه

(۲) دو

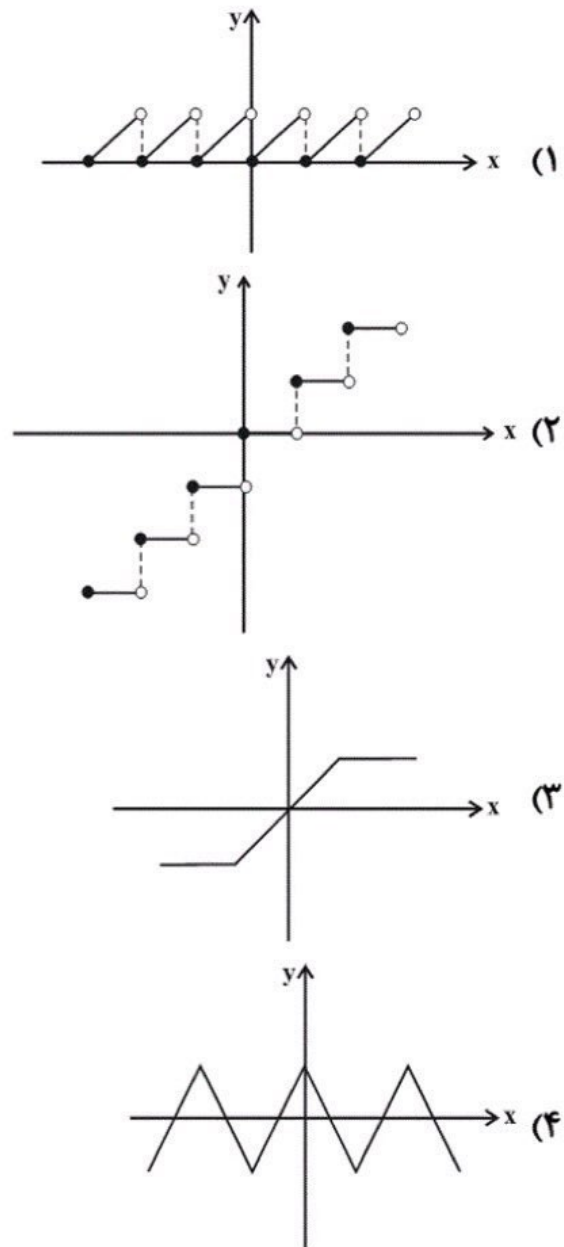
(۱) یک

ریاضی و آمار ۲، توابع پلکانی و قدرمطلق - ۴ سوال - دبیر

۷۸- یک مخزن آب در ابتدای هر ساعت به مدت ۱۵ دقیقه طول می کشد تا به صورت یکنواخت پر شود و در ۲۰ دقیقه آخر به صورت یکنواخت خالی می شود. کدام نمودار بیانگر وضعیت مخزن می باشد؟



۷۱- کدام نمودار زیر مربوط به یک تابع پلکانی است؟



۷۲- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$A = 2\text{sign}(\sqrt{2} - 4) + 3\text{sign}(\pi - 1) = ?$$

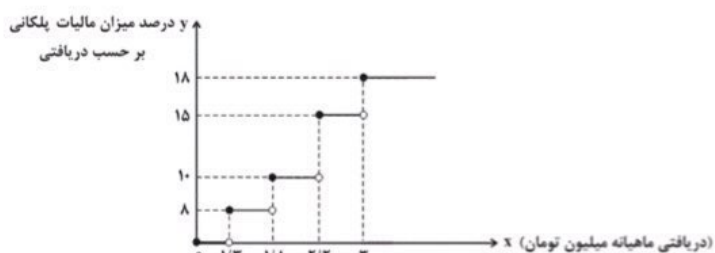
۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱) صفر

۷۶- مطابق نمودار زیر، شخصی که ۲ میلیون تومان دریافتی ماهیانه دارد ... مالیات می‌پردازد و مبلغ زیر ... معاف از مالیات است.



www.riazisara.ir

(۱) ۹۰ هزار تومان - یک میلیون و هشتصد هزار تومان

(۲) ۹۰ هزار تومان - یک میلیون و سیصد هزار تومان

(۳) ۶۰ هزار تومان - یک میلیون و سیصد هزار تومان

(۴) ۶۰ هزار تومان - یک میلیون و هشتصد هزار تومان

دانلود از سایت ریاضی سرا

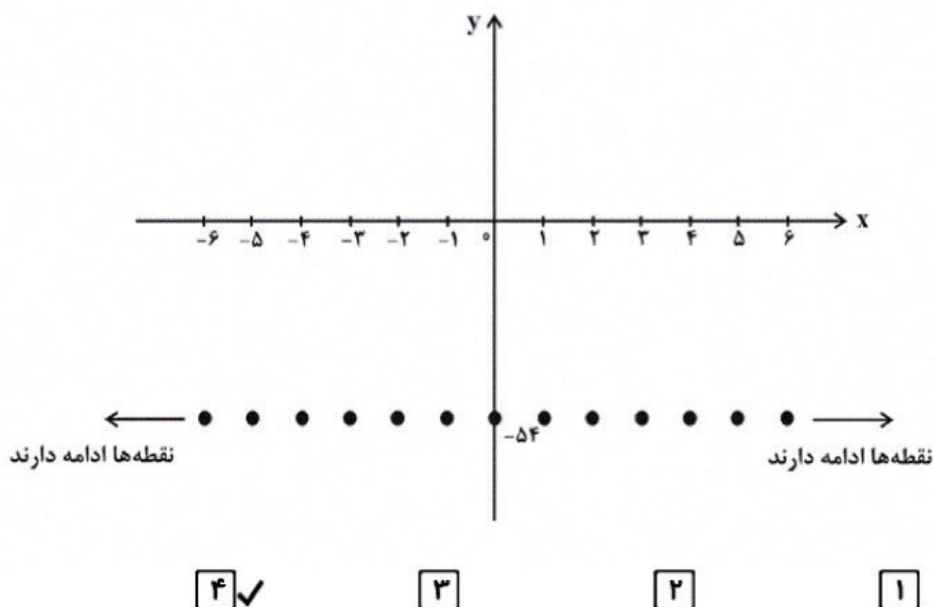
(امیر زرا اندروز، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۳۰)

۷۳-

تابع f همانی است، پس D_f با R_f برابر است و نتیجه می‌گیریم که:

$$a=9, b=-6 \Rightarrow g(x)=9 \times (-6) = -54$$

نمودار تابع g با دامنه $\mathbb{Z}$ از نواحی سوم و چهارم می‌گذرد:



(فرداد روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۳۰)

۷۴-

ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ است، پس با توجه به ضابطه تابع صورت سؤال ضرایب جملات شامل توان‌های (بزرگ‌تر از ۱) x و عدد ثابت می‌بایست صفر باشد و ضریب شامل جمله x باید ۱ باشد، لذا داریم:

$$f(x) = (m-2)x^3 + ax^2 + (b+3)x + c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-2=0 \Rightarrow m=2 \Rightarrow f(m)=2 \\ a=0 \Rightarrow f(a)=0 \\ b+3=1 \Rightarrow b=-2 \Rightarrow f(b)=-2 \\ c=0 \Rightarrow f(c)=0 \end{cases}$$

$$\frac{f(a)+f(b)}{f(m)+f(c)} = \frac{0+(-2)}{2+0} = \frac{-2}{2} = -1$$

۴ ۳ ۲ ۱

(فرردار روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

می‌دانیم $\sqrt{2} \approx 1/4$ می‌باشد، لذا $\sqrt{2} - 1 \approx 1/4 - 1 = 0/4$ و $2\sqrt{2} - 1 \approx 2 \times 1/4 - 1 = 1/8$ و $3\sqrt{2} - 1 \approx 3 \times 1/4 - 1 = 3/2$ پس برای محاسبه $f(\sqrt{2} - 1)$ از ضابطه اول و برای محاسبه $f(2\sqrt{2} - 1)$ از ضابطه دوم و برای محاسبه $f(3\sqrt{2} - 1)$ از ضابطه سوم استفاده می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 1 \\ 2x+3, & 1 < x \leq 2 \\ 3x+5, & x > 2 \end{cases}$$

$$f(\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} - 1 + 1 = \sqrt{2}$$

$$f(2\sqrt{2} - 1) = 2(2\sqrt{2} - 1) + 3 = 4\sqrt{2} - 2 + 3 = 4\sqrt{2} + 1$$

$$f(3\sqrt{2} - 1) = 3(3\sqrt{2} - 1) + 5 = 9\sqrt{2} - 3 + 5 = 9\sqrt{2} + 2$$

$$f(\sqrt{2} - 1) + f(2\sqrt{2} - 1) - f(3\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 1 - (9\sqrt{2} + 2)$$

$$= \sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 1 - 9\sqrt{2} - 2 = -4\sqrt{2} - 1$$

۴

۳

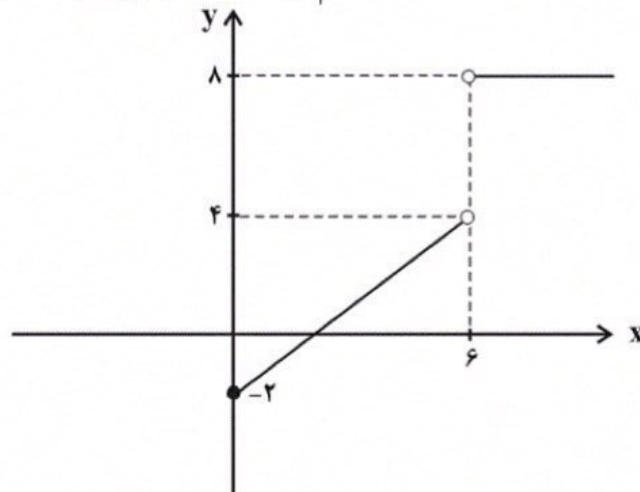
۲

۱✓

(امیر زراندوز، توابع توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

بهتر است نمودار تابع را رسم کنیم تا محدوده تغییرات y مشخص شود:

$$f(x) = \begin{cases} x-2, & 0 \leq x < 6 \\ 8, & x > 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & 6 \\ \hline y & -2 & 4 \end{array}$$



پس محدوده تغییرات y برابر است با: $\{-2 \leq y < 4\} \cup \{8\}$ توجه کنید که اعداد صحیح موجود در بُرد عبارت‌اند از: $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 8$

۴

۳✓

۲

۱

تابع f همانی است، پس هر ورودی با خروجی‌اش برابر است:

$$\frac{k}{k+3} = \frac{3k}{5k+5} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5k^2 + 5k = 3k^2 + 9k$$

$$\Rightarrow 2k^2 - 4k = 0 \Rightarrow 2k(k-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=2 \end{cases}$$

$$k=0 \Rightarrow f(1+k) = f(1+0) = f(1) = 1$$

$$k=2 \Rightarrow f(1+2) = f(3) = 3$$

۴

۳

۲

۱✓

چون مقدار k را نمی‌دانیم پس آن را جداگانه در هر دو ضابطه f قرار می‌دهیم تا مقدار یا مقادیر k به دست آید:

$$\Rightarrow \underbrace{k^2 - 3k - 4}_{\text{اتحاد جمله مشترک}} = 0 \Rightarrow (k-4)(k+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k-4=0 \Rightarrow k=4 \text{ (ق ق)} \\ k+1=0 \Rightarrow k=-1 \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

$$\text{(غ. ق. ق.)} \Rightarrow k-2=0 \Rightarrow k=2 \Rightarrow \text{جاگذاری در ضابطه پایین}$$

دقت کنید که فقط $x=4$ در دامنه ضابطه بالا قرار دارد و $x=-1$ در دامنه بالایی وجود ندارد. ضمناً $x=2$ در دامنه ضابطه پایین قرار ندارد، پس فقط یک مقدار قابل قبول برای k وجود دارد.

۴

۳

۲

۱✓

با توجه به عبارت صورت سؤال مخزن از حالت خالی تا پرشدن به صورت یکنواخت به صورت یک تابع خطی می‌باشد و مدت زمان ۲۵ دقیقه به صورت پر باقی می‌ماند که در این مدت تابع آن به صورت یک تابع ثابت می‌باشد و در ۲۰ دقیقه آخر مخزن خالی می‌شود که نمودار آن گزینه «۳» می‌باشد.

۴

۳✓

۲

۱

توابع چند ضابطه‌ای که در هر ضابطه آن، مقدار تابع عددی ثابت است. را توابع پلکانی می‌گویند که با توجه به گزینه‌ها نمودار مربوط به تابع گزینه «۲» تابع پلکانی است.

۴

۳

۲✓

۱

ضابطه تابع علامت به صورت زیر است:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

از طرفی حاصل $(\sqrt{2} - 4)$ منفی و حاصل $(\pi - 1)$ مثبت است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{sign}(\sqrt{2} - 4) = -1, \quad \text{sign}(\pi - 1) = 1$$

$$\Rightarrow A = 2(-1) + 3(1) = 1$$

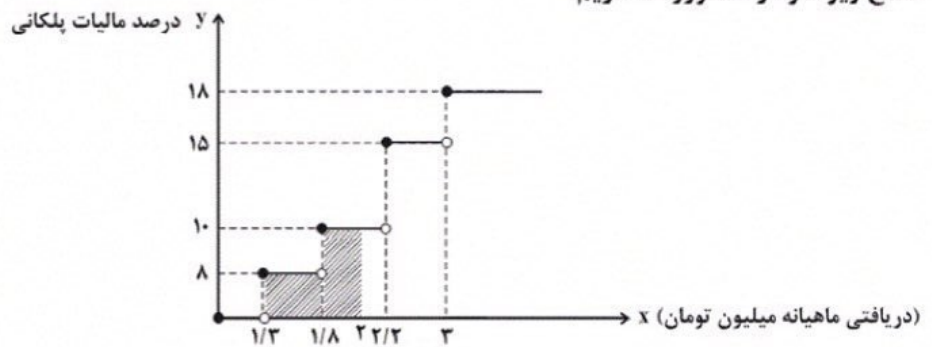
۴

۳

۲ ✓

۱

مطابق نمودار میزان مالیات شخصی که دو میلیون حقوق دریافت می‌کند برابر است با سطح زیر نمودار هاشورزده، داریم:



$$\text{میزان مالیات پرداختی} = (1/8 - 1/3) \times \frac{8}{100} + (2 - 1/8) \times \frac{10}{100}$$

$$= 0/5 \times \frac{8}{100} + 0/2 \times \frac{10}{100} = 0/04 + 0/02 = 0/06 \text{ تومان} = 60000 \text{ تومان}$$

با توجه به نمودار، دریافتی شخصی که زیر یک میلیون و سیصد هزار تومان می‌باشد، معاف از مالیات است.

۴

۳ ✓

۲

۱