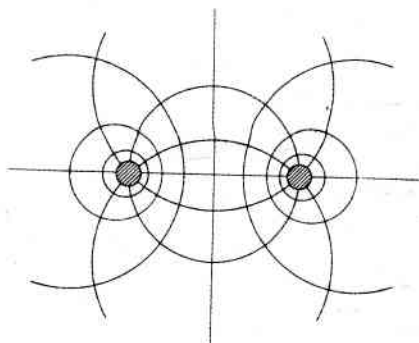


امپدانس متوالی خطهای انتقال

خط انتقال برق چهار پارامتر دارد که بر توانائیش در انجام وظیفه به عنوان بخشی از سیستم قدرت تأثیر می گذارند: مقاومت، اندوکتانس، ظرفیت و رسانایی. در این فصل به بحث درباره دو پارامتر اول می پردازیم، و بررسی ظرفیت را به فصل بعد وامی گذاریم. رسانایی بین هادیها، یا بین هادیها و زمین، عامل ایجاد جریان نشتی در مقره های خطوط هوایی و در عایق بندی کابلهاست. چون جریان نشتی در مقره های خطوط هوایی نادیده گرفته نمی شود، رسانایی بین هادیهای خط هوایی صفر فرض می شود.

وقتی در مدار الکتریکی، جریان می گذرد بعضی از خاصیت های مدار را می شود با استفاده از میدانهای مغناطیسی و الکتریکی موجود بیان کرد. شکل ۱-۳، خط تکفازی را با میدانهای مغناطیسی و الکتریکی نشان می دهد. خطوط شار مغناطیسی حلقه های بسته ای می سازند که مدار را حلقه می زنند، و خطوط شار الکتریکی از بارهای مثبت بر روی یک هادی شروع می شوند و به بارهای منفی بر روی هادی دیگر پایان می گیرند. تغییر جریان در هادیها، باعث تغییر تعداد خطوط شار مغناطیسی حلقه زننده مدار می شود هر تغییر در شار حلقه زن مدار، ولتاژی در مدار القا می کند که با آهنگ تغییر شار متناسب است. (اندوکتانس خاصیتی از مدار است که ولتاژ القا شده حاصل از شار متغیر را به آهنگ تغییر جریان پیوند می دهد).

بین سیمها ظرفیت وجود دارد و عبارت است از بار الکتریکی روی سیمها به ازای یک ولت اختلاف پتانسیل بین آنها.



شکل ۱-۳ میدانهای مغناطیسی و الکتریکی يك خط دوسیمه.

(مقاومت و اندوكتانس يكنواخت گسترده در طول خط، امپدانس متوالی خط را تشکیل می دهند) (رسانایی و ظرفیت بین سیمهای خط تكافزا یا بین يك سیم و خنثای خطسه فاز، ادیٹانس مساوی خط را تشکیل می دهند) اگرچه مقاومت، اندوكتانس و ظرفیت در طول خط گسترده اند، چنانکه خواهیم دید، در مدار معادل خط، پارامترهای فشرده به کار می رود.

۱-۳ انواع هادیها

در دوران نخستین انتقال نیروی الکتریکی، هادیها معمولاً از جنس مس بودند، اما هادیهای آلومینیومی به علت قیمت بسیار کمتر و وزن سبکتر هادی آلومینیومی در مقایسه با هادی مسی دارای همان مقاومت، به کلی جانشین مس شده اند. این واقعیت که هادی آلومینیومی قطری بیشتر از هادی مسی با همان مقاومت دارد نیز مزیتی به حساب می آید. بزرگتر بسودن قطر هادی باعث می شود که خطوط شار الکتریکی، برای ولتاژ یکسان، در سطح هادی از یکدیگر دورتر باشند. این امر به معنی گرایان ولتاژ کمتری در سطح هادی و گرایش کمتری به یونیزه کردن هوای اطراف هادی است. یونیدگی اثر نامطلوبی به نام کورونا پدید می آورد.

نشانه های مشخص کننده انواع مختلف هادیهای آلومینیومی به شرح زیر است:

AAC، هادیهای تمام آلومینیومی

AAAC، هادیهای تمام آلیاژ آلومینیومی

ACSR، هادی آلومینیومی تقویت شده با فولاد

ACAR، هادی آلومینیومی تقویت شده با آلیاژ

۱) هادیهای آلیاژ آلومینیومی، نسبت به هادیهای آلومینیومی نوع الکتریکی معمولی، استحکام

کششی بیشتری دارند. هادی آلومینیومی تقویت‌شده با فولاد (ACSR) از يك هسته مرکزی از رشته‌های فولادی تشکیل می‌شود که با لایه‌هایی از رشته‌های آلومینیومی احاطه شده است. هادی آلومینیومی تقویت‌شده با آلایاژ (ACAR) دارای هسته‌ای مرکزی از آلومینیم مستحکم‌تر است که لایه‌هایی از آلومینیم نوع الکتریکی آن را احاطه کرده است.

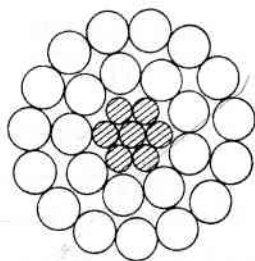
(لایه‌های يك درمیان سیم هادی رشته‌ای درجه‌های مخالف هم تابیده می‌شوند؛ این امر، از بازشدن آنها جلوگیری می‌کند و شعاع بیرونی يك لایه را بر شعاع درونی لایه بعدی منطبق می‌سازد). رشته‌ای کردن، انعطاف‌پذیری لازم برای سطح مقطع‌های بزرگ را فراهم می‌آورد. تعداد رشته‌ها بستگی دارد به تعداد لایه‌ها و به اینکه تمام رشته‌ها هم‌قطر باشند یا نه. تعداد کل رشته‌ها در کابل‌های رشته‌ای هم‌مرکزی که تمام فضای حلقوی‌شان از رشته‌های هم‌قطر پر شده باشد، ۷، ۱۹، ۳۷، ۶۱، ۹۱، یا بیشتر است.

شکل ۲-۳، برش يك کابل آلومینیومی تقویت‌شده با فولاد (ACSR) نمونه‌وار را نشان می‌دهد. این کابل، ۷ رشته فولادی دارد که هسته‌ای مرکزی را تشکیل می‌دهند، و دور آن دو لایه رشته‌های آلومینیومی قرار دارد. ۲۴ رشته آلومینیومی در دو لایه خارجی وجود دارد. رشته‌های این هادی به صورت $24 \text{ Al}/7 \text{ St}$ ، یا تنها $24/7$ مشخص می‌شود. با به کارگیری ترکیبات مختلف رشته‌های فولادی و آلومینیومی می‌توان به استحکام‌های کششی، ظرفیتهای حمل جریان و سطح مقطع‌های مختلف دست یافت.

جدول پ-۱ بعضی از ویژگیهای الکتریکی ACSR را به دست می‌دهد. نام‌های کدگذاری شده‌ای در صنعت آلومینیم برای هر هادی انتخاب‌شده که مراجعه به هادی‌ها را آسان می‌کند.

نوعی هادی که به ACSR بسط‌یافته شهرت دارد دارای ماده پرکننده‌ای چون کاغذ است که رشته‌های فولادی درونی را از رشته‌های آلومینیومی بیرونی جدا می‌کند. کاغذ، به‌ازای رسانایی ویژه و استحکام کششی معین به هادی قطار بیشتری (و در نتیجه، کورونای کمتری) می‌دهد. ACSR بسط‌یافته برای بعضی خطوط فشار بسیار قوی (EHV) به کار می‌رود.

(کابل‌های انتقال زیرزمینی را معمولاً به جای آلومینیم از هادی‌های رشته‌ای مسی



شکل ۲-۳ برش هادی تقویت‌شده با فولاد دارای ۷ رشته فولادی، ۲۴ رشته آلومینیومی.

می سازند) و هادیها را با کاغذ آغشته به روغن عایق بندی می کنند. تا ولتاژ 46 kV ، کابلها از نوع جامدند یعنی تنها روغنی که برای عایق بندی به کار رفته همان روغن آغشته کننده هنگام ساخت است. جابیهایی که بین لایه های عایق بندی پدید می آید ولتاژ اسمی این نوع کابل را محدود می کند. این جابیهها باعث شکست الکتریکی زودتر از موقع عایق بندی می شوند. غلافی سربی که ممکن است از یک یا سه هادی تشکیل شود کابل را احاطه می کند. برای ولتاژهای 46 تا 345 کیلو ولت، کابلهای روغنی کم فشار ساخته می شود. مخازن روغن در فواصل معینی در طول کابل، روغن را به مجراهایی در مرکز کابلهای تک فاز یا در فضای بین هادیهای عایق بندی شده کابلهای سه فاز می فرستند. این هادیها نیز در یک غلاف سربی محصورند.

کابلهای روغنی پر فشار نوع لوله ای، متداولترین نوع کابل برای انتقال زیر زمینی در ولتاژهای 69 تا 550 کیلو ولت اند. کابلهای عایق بندی شده با کاغذ در کنار هم در کف لوله ای فولادی که قطرش از مقدار لازم برای جادادن هادیهای عایق بندی شده قدری بیشتر است خوابانده می شوند.

کابلهای گازی نیز برای ولتاژهای تا 138 kV در دسترس اند. تحقیقات بر روی انواع دیگر کابلها، به ویژه برای سطوح ولتاژ 765 و 1100 کیلو ولت به طور مستمر در جریان است. و تولید کنندگان هر روز طرحهای تازه ای برای ساختن انواع مختلف کابل ارائه می دهند.

در اینجا توجه منحصرأ به خطوط هوایی معطوف است زیرا انتقال زیر زمینی معمولاً به شهرهای بزرگ یا انتقال از زیر رودخانه های عریض، دریاچه ها، و خلیجها محدود می شود. خطوط زیر زمینی، حداقل هشت برابر و در بالاترین ولتاژها تا 20 برابر خطوط هوایی هزینه دارند.

۲-۳ مقاومت

مقاومت سیمهای خط انتقال، مهمترین عامل اتلاف توان در خط انتقال است. اصطلاح مقاومت، مگر آنکه به طور مشخص تعریف شود، به معنی مقاومت مؤثر است. مقاومت مؤثر سیم عبارت است از

$$R = \frac{\text{اتلاف توان در سیم}}{|I|^2} \quad \Omega \quad (1-3)$$

که در آن توان بر حسب وات و I ، جریان مؤثر در سیم بر حسب آمپر است. مقاومت مؤثر،

۱. امروزه کابلهای فشار قوی با عایق جامدی (خشک) از نوع پلی اتیلن کراس لینک شده (XLPE) تا ولتاژ 500 کیلو ولت ساخته می شود که به تدریج در صنعت برق جانشین کابلهای روغنی و گازی می شوند. ۴.

تنها زمانی مساوی مقاومت dc هادی است که توزیع جریان در مقطع هادی یکنواخت باشد. پس از مرور بعضی مفاهیم اساسی مقاومت dc، به اجمال دربارهٔ نایک‌خواختی توزیع جریان توضیح خواهیم داد. مقاومت جریان مستقیم با رابطهٔ زیر بیان می‌شود

$$R_o = \frac{\rho l}{A} \quad \Omega \quad (2-3)$$

که در آن ρ = مقاومت ویژه سیم

l = طول

A = سطح مقطع

از هر مجموعهٔ منسجم یک‌ها می‌توان استفاده کرد. در صنعت برق در ایالات متحده، l را معمولاً بر حسب فوت، A را بر حسب میل مدور (cmil) و ρ را بر حسب اهم-میل مدور بر فوت، که گاهی اهم بر میل مدور-فوت هم گفته می‌شود، بیان می‌کنند. در دستگاه یک‌های (SI)، l بر حسب متر، A بر حسب متر مربع، و ρ بر حسب اهم-متر است.*

میل مدور، مساحت دایره‌ای به قطر یک میل است. هر میل، 10^{-3} اینچ است. سطح مقطع یک هادی استوانه‌ای یکبارچه بر حسب میل مدور، برابر است با مجذور قطر هادی بر حسب میل. تعداد میل مدور ضرب در $\pi/4$ برابر است با تعداد میل مربع. چون سازندگان در ایالات متحده سیم‌ها را با سطح مقطعشان بر حسب میل مدور شناسایی می‌کنند، ما باید گاهی این واحد را به کار ببریم. سطح مقطع بر حسب میلی‌متر مربع برابر است با سطح مقطع بر حسب میل مدور ضرب در $10^{-4} \times 5067$.

رسانایی ویژه مس بازپخته به عنوان استاندارد بین‌المللی شناخته می‌شود. سیم مس کشیده شدهٔ سخت تجاری، ۹۷٫۳٪ و آلومینیم ۶۱٪ رسانایی ویژهٔ مس بازپختهٔ استاندارد را دارد. در 20°C ، برای مس کشیده شدهٔ سخت، ρ مساوی

$$1.727 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \quad (1.036 \Omega \cdot \text{cmil/ft})$$

است. برای آلومینیم در 20°C نیز ρ مساوی

$$2.83 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \quad (1.700 \Omega \cdot \text{cmil/ft})$$

است.

مقاومت dc هادی‌های رشته‌ای از مقدار محاسبه شده با معادلهٔ (۲-۳)، بزرگتر است زیرا با تابیدن رشته‌ها طول آنها از طول هادی بیشتر می‌شود. برای هر مایل از هادی رشته‌ای، جریان در تمام رشته‌ها به جز رشتهٔ مرکزی، در بیش از یک مایل سیم می‌گذرد.

* SI عنوان رسمی برای دستگاه بین‌المللی یک‌هاست.

افزایش مقاومت ناشی از تابیدن برای هادیهای سه رشته ای ۱٪ برای هادیهای بارشته های هم مرکز ۲٪ تخمین زده می شود.

تغییر مقاومت هادیهای فلزی با دما عملاً در محدوده طبیعی عملکرد آنها خطی است. اگر مطابق شکل ۳-۳، دما را بر روی محور قائم و مقاومت را بر روی محور افقی ببریم، امتداد دادن قطعه خط مستقیم نمودار، روش مناسبی برای تصحیح مقدار مقاومت در اثر تغییر دما به دست می دهد. محل برخورد امتداد خط با محور دما در مقاومت صفر، یکی از ثابتهای ماده است. بر اساس روابط هندسی شکل ۳-۳،

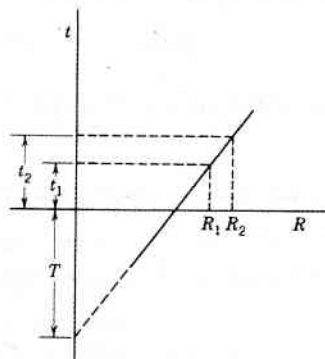
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T + t_2}{T + t_1} \quad (3-3)$$

که در آن R_1 و R_2 مقاومتهای هادی در دماهای t_1 و t_2 ، بر حسب درجه سانتیگراد است، و T ثابتی است که از روی نمودار تعیین می شود. مقدار ثابت T به شرح زیر است:

$$T = \begin{cases} 233.75 & \text{برای مس بازپخته با رسانایی ویژه ۱۰۰\%} \\ 221 & \text{برای مس کشیده شده سخت با رسانایی ویژه ۹۷.۳\%} \\ 228 & \text{برای آلومینیم کشیده شده سخت با رسانایی ویژه ۶۱\%} \end{cases}$$

توزیع یکنواخت جریان در سراسر سطح مقطع هادی، تنها برای جریان مستقیم وجود دارد. با افزایش فرکانس جریان متناوب، نایکنواختی توزیع جریان مشخص تر می شود. (افزایش فرکانس، باعث نایکنواختی چگالی جریان می شود و این پدیده را اثر پوستی می نامند. در سیم گرد، چگالی جریان معمولاً از داخل به سمت سطح افزایش می یابد. لیکن در هادیهای باشعاع به اندازه کافی بزرگ، ممکن است تغییرات چگالی جریانی نوسانی نسبت به فاصله شعاعی پدید آید.

چنانکه هنگام بحث درباره اندوکنانس خواهیم دید، در داخل هادی نیز خطوط شار مغناطیسی وجود دارد. تارهای روی سطح هادی را شارهای داخلی حلقه نمی زنند و شاری که تاری نزدیک سطح را حلقه می زند کمتر از شاری است که تاری در داخل هادی را حلقه



شکل ۳-۳ تغییرات مقاومت هادی فلزی بر حسب دما.

می‌زند. شار متناوب در تارهای داخلی، ولتاژهایی بیشتر از تارهای نزدیک به سطح هادی القا می‌کنند. بنابراین قانون لنز، ولتاژ القا شده با تغییر جریان پدید آورنده خود مخالفت می‌کند، و ولتاژهای القا شده بیشتر، در تارهای داخلی، باعث پدید آمدن چگالی جریان بیشتر در تارهای نزدیکتر به سطح می‌شوند و به این ترتیب مقاومت مؤثر هادی افزایش می‌یابد. حتی در فرکانسهای قدرت هم اثر پوستی در هادیهای بزرگ عامل مهمی است.

۳-۳ جدولهای مقاومت

مقاومت dc انواع مختلف هادیها به سادگی از معادله (۲-۳) محاسبه می‌شود، و افزایش مقاومت ناشی از تابیدن رشته‌ها را هم می‌توان تخمین زد. تصحیح دمایی از معادله (۳-۳) تعیین می‌شود. افزایش مقاومت ناشی از اثر پوستی را می‌توان برای سیمهای گرد و لوله‌ها محاسبه کرد و منحنیهای R/R_0 برای این هادیهای ساده در دسترس است.* لیکن، نیازی به این اطلاعات نیست زیرا سازندگان، ویژگیهای الکتریکی هادیها را به صورت جدولهایی در اختیار می‌گذارند. جدول پ-۱ مثالی از بعضی داده‌های موجود است.

مثال ۱-۳ جدولهای ویژگیهای الکتریکی هادی رشته‌ای تمام آلومینیومی مری گولد؛ مقاومت dc این هادی را $0.1558 \Omega / 1000 \text{ ft}$ در 20°C و مقاومت ac آن را $0.1746 \Omega / \text{mi}$ در 50°C نشان می‌دهند. این هادی ۶۱ رشته دارد و اندازه‌اش 1113000 cmil است. درستی مقدار مقاومت dc این هادی را بررسی کنید و نسبت مقاومت ac به dc را به دست آورید.

حل: مقاومت dc در 20°C از معادله (۲-۳) با در نظر گرفتن ۲٪ افزایش برای تابیدن چنین است

$$R_0 = \frac{1700 \times 1000}{1113 \times 10^3} \times 1.02 = 0.1558 \Omega / 1000 \text{ ft}$$

از معادله (۳-۳)، مقدار این مقاومت در 50°C محاسبه شود

$$R_0 = 0.1558 \frac{228 + 50}{228 + 20} = 0.1746 \Omega / 1000 \text{ ft}$$

$$\frac{R}{R_0} = \frac{0.1746}{0.1746 \times 5280} = 1.037$$

اثر پوستی، باعث ۳.۷٪ افزایش مقاومت شده است. □

* مراجعه کنید به:

The Aluminum Association, «Aluminum Electrical Conductor Handbook,» New York, 1971.

1. Marigold

۴-۳ تعریف اندوکتانس

دومعادله اساسی برای تشریح و تعریف اندوکتانس به کار می رود. معادله اول، ولتاژ القا شده را با آهنگ تغییر شار که مدار را حلقه می زند مربوط می سازد. ولتاژ القا شده عبارت است از

$$e = \frac{d\tau}{dt} \quad (۴-۳)$$

که در آن e ولتاژ القا شده بر حسب ولت و τ مقدار شار حلقه زن مدار بر حسب وبر-دور (Wbt) است. تعداد وبر-دور، عبارت از حاصل ضرب مقدار شار بر حسب وبر و تعداد دورهایی از مدار است که این شارها حلقه زده اند. در مورد خط دو سیمه شکل ۱-۳، هر یک از خطوط شار خارج هادیها تنها یکبار مدار را حلقه می زند. اگر به جای مدار شکل ۱-۳، یک پیچک را در نظر می گرفتیم، اکثر خطوط شار تولید شده بیش از یک دور از پیچک را حلقه می زدند. اگر کسری از شار، تمام دورهای پیچک را حلقه نزنند، شار کل حلقه زن کاهش می یابد. به بیان دیگر، هر خط شار در تعداد دورهایی از پیچک که حلقه می زند ضرب می شود، و این حاصل ضربها جمع می شوند تا شار حلقه زن کل را به دست دهند.

(زمانی که جریان در یک مدار تغییر می کند، میدان مغناطیسی مربوط به آن (که با شار حلقه زن بیان می شود) هم باید تغییر کند. اگر تراوایی برای محیطی که در آن میدان مغناطیسی بدید می آید ثابت فرض شود، مقدار شار حلقه زن مستقیماً با شدت جریان متناسب است، و بنا بر این ولتاژ القا شده با آهنگ تغییر جریان متناسب می شود. بنا بر این معادله اساسی دوم عبارت است از

$$e = L \frac{di}{dt} \quad V \quad (۵-۳)$$

که در آن L ضریب تناسب است

$$L = \text{اندوکتانس مدار، بر حسب H}$$

$$e = \text{ولتاژ القا شده بر حسب V}$$

$$di/dt = \text{آهنگ تغییر جریان بر حسب A/s}$$

معادله (۵-۳) را در جایی که تراوایی ثابت نیست نیز می توان به کار برد، اما در چنین موردی، اندوکتانس مدار مقدار ثابتی نیست.

از حل معادله های (۴-۳) و (۵-۳) برای L حاصل می شود

$$L = \frac{d\tau}{di} \quad H \quad (۶-۳)$$

اگر شار حلقه زن مدار به صورت خطی با جریان تغییر کند یعنی مدار مغناطیسی، تراوایی ثابتی داشته باشد می توان نوشت:

$$L = \frac{\tau}{i} \quad H \quad (۷-۳)$$

که از آن، تعریف خود-اندوکتانس مدار الکتریکی به صورت شار حلقه زن مدار به ازای یک آمپر شدت جریان حاصل می شود. شار حلقه زن بر حسب اندوکتانس عبارت است از

$$\tau = Li \quad Wbt \quad (۸-۳)$$

در معادله (۸-۳)، چون i ، جریان لحظه ای است τ ، بیانگر شار حلقه زن لحظه ای می شود. شار حلقه زن حاصل از جریان متناوب سینوسی، تغییرات سینوسی دارد. اگر فاز بردار شار حلقه زن را با ψ نشان دهیم، داریم

$$\psi = LI \quad Wbt \quad (۹-۳)$$

چون ψ و I همفازند، همان طور که معادله های (۷-۳) و (۸-۳) نیز نشان می دهند، L مقداری حقیقی است. فاز بردار افت ولتاژ ناشی از شار حلقه زن عبارت است از

$$V = j\omega LI \quad V \quad (۱۰-۳)$$

$$V = j\omega\psi \quad V \quad (۱۱-۳)$$

اندوکتانس متقابل بین دو مدار به صورت شار حلقه زن يك مدار، برای هر آمپر از جریان در مدار دوم تعریف می شود. اگر جریان I_1 ، شار حلقه زن ψ_{12} را در مدار اول تولید کند، اندوکتانس متقابل عبارت است از

$$M_{12} = \frac{\psi_{12}}{I_1} \quad H$$

فاز بردار افت ولتاژ در مدار ۱ مربوط به این شار حلقه زن و ناشی از جریان مدار ۲ عبارت است از

$$V_1 = j\omega M_{12} I_2 = j\omega\psi_{12} \quad V$$

اندوکتانس متقابل در بررسی تأثیر خطوط انتقال قدرت بر خطوط تلفن، و تأثیر متقابل بین خطوط انتقال قدرت کنار یکدیگر اهمیت دارد.

۵-۳ اندوکتانس مربوط به شار داخلی سیم

در شکل ۱-۳، تنها خطوط شار خارج هادیها نشان داده شده است. لیکن، همان طور که

هنگام بررسی اثر پوستی گفتیم در داخل هادیها نیز میدان مغناطیسی وجود دارد. پس تغییر شار در داخل هادیها هم در پدید آمدن ولتاژ القایی و در نتیجه در اندوکتانس مدار، مؤثر است. مقدار صحیح اندوکتانس حاصل از شار داخلی را می توان، با به حساب آوردن این واقعیت که هر خط شار داخلی تنها بخشی از کل جریان را حلقه می زند، به صورت نسبت شار حلقه زن به شدت جریان محاسبه کرد.

برای به دست آوردن مقدار درست اندوکتانس خط انتقال، باید علاوه بر شار خارجی، شار داخلی هر هادی را هم در نظر گرفت. هادی استوانه ای شکل بلندی را که برشش در شکل ۳-۴ دیده می شود در نظر می گیریم. فرض کنیم که مسیر برگشت جریان این هادی آن قدر دور است که تأثیر چندانی بر میدان مغناطیسی آن ندارد. به این ترتیب خطوط شار با خود هادی هم مرکزند.

محرکه مغناطیسی (mmf) بر حسب آمپر-دور در حول هر مسیر بسته برابر است با جریان محصور در مسیر بر حسب آمپر. محرکه مغناطیسی همچنین برابر است با انتگرال مؤلفه مماسی شدت میدان مغناطیسی در حول مسیر. بنا بر این

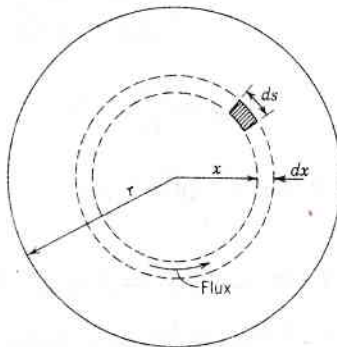
$$\text{mmf} = \oint H \cdot ds = I \quad \text{At} \quad (۳-۱۲)$$

که در آن H = شدت میدان مغناطیسی، بر حسب At/m

s = طول مسیر، بر حسب m

I = جریان محصور در مسیر، بر حسب A

نقطه بین H و ds نشان دهنده این است که مؤلفه ای از شدت میدان H مماس بر ds را باید در نظر گرفت.



شکل ۳-۴ برش يك هادی استوانه ای.

* این محاسبه در جریان مستقیم و در جریان متناوب، یکسان به کار می رود. در اینجا چنانکه دیده می شود H و I فاز بردار و بیانگر مقادیر متناوب سینوسی اند، اما برای سادگی می توان I را جریانی مستقیم و H را عددی حقیقی فرض کرد.

شدت میدان در فاصله x متری از مرکز سیم را H_x می‌گیریم. چون میدان متقارن است، H_x در تمام نقاط هم‌فاصله از مرکز سیم ثابت است. اگر انتگرال‌گیری در معادله (۱۲-۳)، حول مسیری دایره‌ای هم‌مرکز با هادی به شعاع x متر انجام شود، H_x بر روی مسیر ثابت و بر آن مماس خواهد بود. معادله (۱۲-۳) می‌شود

$$\oint H_x ds = I_x \quad (13-3)$$

و

$$2\pi x H_x = I_x \quad (14-3)$$

که در آن I_x ، جریان محصور در مسیر است. سپس، با فرض یکنواخت بودن چگالی جریان، داریم

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I \quad (15-3)$$

که در آن، I ، جریان کل در سیم است. سپس با گذاردن معادله (۱۵-۳) در معادله (۱۴-۳) و حل آن بر حسب H_x ، به دست می‌آوریم

$$H_x = \frac{x}{2\pi r^2} I \quad \text{At/m} \quad (16-3)$$

چگالی شار در فاصله x متری از مرکز سیم عبارت است از

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} \quad \text{Wb/m}^2 \quad (17-3)$$

در این معادله، μ ، تراوایی هادی است.*

در جزء لوله‌ای شکل به ضخامت dx ، شار $d\phi$ مساوی B_x برابر سطح مقطعی از دیواره لوله در امتداد عمود بر خطوط شار است. این سطح، خود، مساوی با dx برابر طول محوری هادی است. شار به ازای هر متر از طول هادی عبارت است از

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx \quad \text{Wb/m} \quad (18-3)$$

شار حلقه زن $d\phi$ به ازای هر متر طول، که حاصل شار موجود در جزء لوله‌ای شکل است، مساوی حاصل ضرب شار هر متر طول و کسر حلقه زده شده از جریان است. بنابراین

* در دستگاه یکاهای SI تراوایی خلا $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ و تراوایی نسبی $\mu_r = \mu/\mu_0$ است.

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\mu I x^2}{2\pi r^2} dx \quad \text{Wbt/m} \quad (19-3)$$

با انتگرال گرفتن از مرکز هادی تا لبه بیرونی آن برای یافتن ψ_{int} ، کل شار حلقه‌زن داخل هادی، به دست می‌آید

$$\psi_{int} = \int_0^r \frac{\mu I x^2}{2\pi r^2} dx$$

$$\psi_{int} = \frac{\mu I}{8\pi} \quad \text{Wbt/m} \quad (20-3)$$

به ازای تراوایی نسبی ۱، $\mu = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ، و

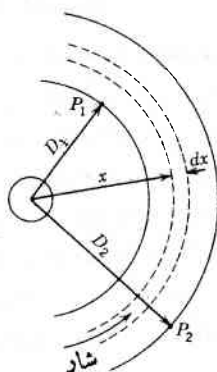
$$\psi_{int} = \frac{I}{2} \times 10^{-7} \quad \text{Wbt/m} \quad (21-3)$$

$$L_{int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \quad \text{H/m} \quad (22-3)$$

اندوکتانس واحد طول (هائری بر متر) هادی مدوری را که تنها ناشی از شار داخلی هادی است، محاسبه کردیم. از این پس برای راحتی، اندوکتانس واحد طول را تنها اندوکتانس خواهیم خواند، اما باید یکاهای دیمانسیونی صحیح را به کار برد. درستی محاسبه اندوکتانس داخلی سیم مدور یکپارچه را که با استفاده از روش شار حلقه‌زن داخلی انجام دادیم، می‌توان با محاسبه اندوکتانس داخلی به شیوه‌ای کاملاً متفاوت نشان داد. با برابری انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی درون هادی به ازای واحد طول با $L_{int} i^2 / 2$ و حل این معادله بر حسب L_{int} همان معادله (۲۲-۳)، حاصل خواهد شد.

۳-۶ شار حلقه‌زن یک سیم منفرد بین دو نقطه خارج آن

به عنوان گامی در جهت محاسبه اندوکتانس ناشی از شارهای خارج سیم، عبارت مربوط به شار حلقه‌زن خارجی سیم منفرد را بین دو نقطه به فاصله‌های D_1 و D_2 متر از مرکز سیم به دست می‌آوریم. در شکل ۳-۵ دو نقطه P_1 و P_2 را در نظر می‌گیریم. سیم، جریان I آمپر را از خود عبور می‌دهد. چون مسیرهای شار، دایره‌های هم‌مرکز به دور هادی‌اند. کل شار بین نقاط P_1 و P_2 در حدفاصل بین سطوح استوانه‌ای هم‌مرکز (نشان داده شده با خطوط دایره‌ای یکپارچه) که از این دو نقطه می‌گذرند قرار دارد. شدت میدان در جزء لوله‌ای شکلی که به فاصله x متر از مرکز سیم واقع شده H_x است. محرکه مغناطیسی (mmf) در حول این جزء عبارت است از


 شکل ۵-۳ سیم و نقاط خارجی P_1 و P_2 .

$$2\pi x H_x = I \quad (23-3)$$

حل معادله فوق بر حسب H_x و ضرب کردن طرفین آن در μ ، چگالی شار B_x در جزء را به دست می‌دهد.

$$B_x = \frac{\mu I}{2\pi x} \quad \text{Wb/m}^2 \quad (24-3)$$

شار $d\phi$ در جزء لوله‌ای شکل به ضخامت dx عبارت است از

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \quad \text{Wb/m} \quad (25-3)$$

شار حلقه زن $d\psi$ به ازای هر متر، از لحاظ عددی برابر است با شار $d\phi$ ، زیرا شار خارج سیم، تمام جریان سیم را یکبار و تنها یکبار حلقه می‌زند. کل شار حلقه زن بین نقاط P_1 و P_2 با انتگرال گیری $d\psi$ از $x = D_1$ تا $x = D_2$ به دست می‌آید.

$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad \text{Wbt/m} \quad (26-3)$$

یا، برای تراوایی نسبی برابر با ۱،

$$\psi_{12} = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{D_2}{D_1} \quad \text{Wbt/m} \quad (27-3)$$

اندوکتانس سیم ناشی از شار بین P_1 و P_2 عبارت است از

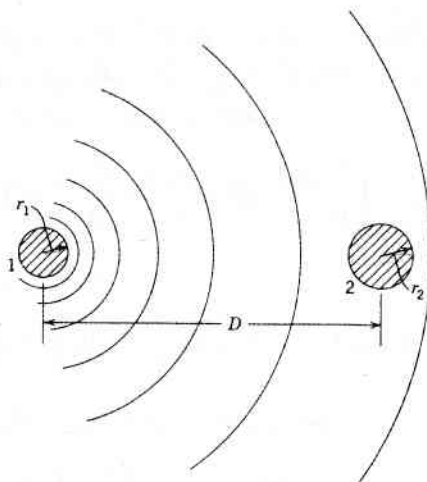
$$L_{12} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad \text{H/m} \quad (28-3)$$

۲-۳ اندوکتانس خط تکفاز دوسیمه

پیش از آنکه، به موارد کلی تر خطوط چند سیمه و خطوط سه فاز بپردازیم، يك خط دوسیمه ساده متشکل از هادیهای مدور و یکپارچه را بررسی می کنیم/ شکل ۳-۶، مداری دارای دو هادی به شعاعهای r_1 و r_2 را نشان می دهد. (هر سیم، مدار برگشت است برای دیگری) نخست تنها شار حلقه زن ناشی از جریان سیم ۱ را در مدار در نظر بگیریم. هر خط شار حاصل از جریان سیم ۱ در فاصله ای مساوی با بزرگتر از $r_2 + D$ از مرکز سیم ۱، مدار را حلقه نمی زند و نمی تواند ولتاژی در مدار القا کند. به عبارت دیگر، چنین خط شاری جریان کلی معادل صفر را حلقه می زند، زیرا جریان در سیم ۲، مساوی و در خلاف جهت جریان در سیم ۱ است. کسری از جریان کل که خط شار خارج سیم ۱، در فاصله ای مساوی یا کوچکتر از $r_2 - D$ حلقه می زند مساوی ۱ است. در فاصله بین $r_2 - D$ و $r_2 + D$ (یعنی بر روی سطح سیم ۲)، این کسر از ۱ تا صفر تغییر می کند. بنابراین منطقی است، در شرایطی که D بسیار بزرگتر از r_1 و r_2 است و چگالی شار در مقطع سیم تقریباً یکنواخت است، مسئله را با این فرض ساده کنیم که تمام شارهای خارجی ناشی از جریان سیم ۱ تا مرکز سیم ۲ تمام جریان I را حلقه می زند و شارهای دورتر از مرکز سیم ۲، اصلاً جریانی را حلقه نمی زنند. در واقع، می توان نشان داد که محاسبه با این فرض حتی زمانی که D کوچک است نیز درست است.

اگر در معادله (۳-۲۸)، به جای D_1 و D_2 به ترتیب شعاع r_1 سیم ۱ و فاصله D بین سیمهای ۱ و ۲ را بگذاریم اندوکتانس مدار ناشی از جریان در سیم ۱ تعیین می شود. پس تنها برای شارهای خارجی

$$L_{1, \text{ext}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1} \quad \text{H/m} \quad (29-3)$$



شکل ۳-۶ سیمهای باشعاعهای متفاوت و میدان مغناطیسی ناشی از تنها جریان در سیم ۱.

و تنها برای شارهای داخلی

$$L_{1, \text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad (30-3)$$

اندوکتانس کل مدار ناشی از تنها جریان در هادی ۱ عبارت است از

$$L_1 = \left(\frac{1}{2} + 2 \ln \frac{D}{r_1} \right) \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad (31-3)$$

با توجه به اینکه $\ln \epsilon^{1/4} = 1/4$ می توان رابطه اندوکتانس را چنین نوشت

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \epsilon^{1/4} + \ln \frac{D}{r_1} \right) \quad (32-3)$$

با ترکیب دو جمله داخل پرانتز، خواهیم داشت

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1 \epsilon^{-1/4}} \quad (33-3)$$

اگر r_1' جانشین $r_1 \epsilon^{-1/4}$ شود، داریم

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1'} \text{ H/m} \quad (34-3)$$

r_1' شعاع سیمی مجازی است که فرض می شود هیچ شار داخلی ندارد اما اندوکتانس همان اندوکتانس سیم واقعی به شعاع r_1 است. مقدار $\epsilon^{-1/4}$ برابر ۰٫۷۷۸۸ است. معادله های (۳۴-۳) و (۳۱-۳)، مقدارهای برابری برای اندوکتانس به دست می دهند. تفاوتشان در این است که معادله (۳۴-۳)، جمله ناشی از شارهای داخلی را حذف، اما آن را با تعدیل شعاع سیم در معادله جبران کرده است. باید توجه داشت که معادله (۳۱-۳)، مربوط به سیم گرد یکپارچه است و معادله (۳۴-۳) از دستکاری جبری آن به دست آمد. بنابراین، ضریب ۰٫۷۷۸۸ برای تصحیح شعاع تنها در مورد سیمهای گرد و یکپارچه به کار می رود. انواع دیگر سیمها بعداً بررسی خواهند شد.

چون جریان در هادی ۲ در خلاف جهت جریان در هادی ۱ است (180° با آن اختلاف فاز دارد)، شار حلقه زن حاصل از سیم ۲، اگر به تنهایی در نظر گرفته شود مدار را در همان جهت شارهای ناشی از جریان سیم ۱ حلقه می زند. شار کل حاصل از مجموعه دو سیم با جمع کردن mmf های هر دو سیم به دست می آید. به هر حال برای تراوایی ثابت، شار حلقه زن جداگانه دو سیم (و به همان ترتیب اندوکتانسها) را می توان با هم جمع کرد. به قیاس با معادله (۳۴-۳)، اندوکتانس ناشی از جریان در سیم ۲ عبارت است از

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_2'} \quad \text{H/m} \quad (35-3)$$

و برای کل مدار

$$L = L_1 + L_2 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}} \quad \text{H/m} \quad (36-3)$$

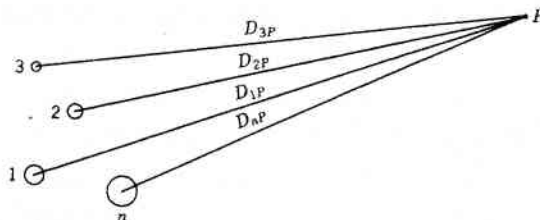
به ازای $r_1' = r_2' = r'$ ، اندوکتانس کل ساده می شود به

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \quad \text{H/m} \quad (37-3)$$

معادله (۳۷-۳)، اندوکتانس خط دوسیمه با به حساب آوردن شار حلقه زن ناشی از جریان در هر دوسیم است وقتی یکی از آنها مسیر برگشت برای جریان در دیگری باشد. این مقدار اندوکتانس، گاهی اندوکتانس هر متر حلقه یا هر مایل حلقه نامیده می شود تا با مؤلفه ای از اندوکتانس مدار که مربوط به تنها جریان یک سیم است اشتباه نشود. اندوکتانس بیان شده با معادله (۳۴-۳)، نصف اندوکتانس کل خط تک فاز دوسیمه است و اندوکتانس هر سیم نامیده می شود.

۳-۸ شار حلقه زن هر سیم از یک گروه

در نظر گرفتن یکی از سیمهای تشکیل دهنده یک گروه سیم که مجموع برداری جریانهای آنها صفر است، مسئله ای کلی تر از حالت خط انتقال دوسیمه است. شکل ۳-۷، چنین گروه سیمی را نشان می دهد. سیمهای ۱، ۲، ۳، ...، n جریانهای فاز برداری $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ را حمل می کنند و فاصله آنها از نقطه دوری مانند P چنانکه در شکل دیده می شود به انضمام شار حلقه زن داخلی اما به استثنای تمام شارهای دورتر از نقطه P ، به دست می آوریم. بنا بر معادله های (۲۱-۳) و (۲۷-۳)،



شکل ۳-۷ برش یک گروه n سیمه حامل جریانهای که مجموعشان صفر است. نقطه P دور از سیمها قرار دارد.

$$\psi_{1P1} = \left(\frac{I_1}{2} + 2I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r_1} \right) 10^{-7} \quad (38-3)$$

$$\psi_{1P1} = 2 \times 10^{-7} I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r_1} \text{ Wbt/m} \quad (39-3)$$

ψ_{1P2} ، شار حلقه زن سیم ۱ ناشی از I_1 به استثنای شارهای دورتر از نقطه P ، برابر است با شارهای حاصل از I_2 مابین نقطه P و سیم ۱ (یعنی، در محدوده فاصله‌های D_{12} و D_{2P} از سیم ۲)، و بنابراین

$$\psi_{1P2} = 2 \times 10^{-7} I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} \quad (40-3)$$

ψ_{1P} ، شار حلقه زن سیم ۱، ناشی از جریان همه سیمهای گروه به استثنای شارهای دورتر از نقطه P ، عبارت است از

$$\begin{aligned} \psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left(I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r_1} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{13}} \right. \\ \left. + \dots + I_n \ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \quad (41-3) \end{aligned}$$

که با بسط جملات لگاریتمی و دسته‌بندی مجدد آنها می‌شود،

$$\begin{aligned} \psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left(I_1 \ln \frac{1}{r_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right. \\ \left. + I_1 \ln D_{1P} + I_2 \ln D_{2P} + I_3 \ln D_{3P} + \dots + I_n \ln D_{nP} \right) \quad (42-3) \end{aligned}$$

از آنجایی که مجموع جریانهای سیمهای گروه صفر است،

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0$$

می‌توان I_n را چنین نوشت

$$I_n = -(I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_{n-1}) \quad (43-3)$$

با گذاردن معادله (۴۳-۳) در آخرین جمله معادله (۴۲-۳) و ترکیب کردن دوباره بعضی جملات لگاریتمی، داریم

$$\begin{aligned} \psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left(I_1 \ln \frac{1}{r_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right. \\ \left. + I_1 \ln \frac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{nP}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{nP}} + \dots + I_{n-1} \ln \frac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}} \right) \quad (44-3) \end{aligned}$$

اکنون اگر P به نقطه‌ای بینهایت دور برود جمله‌های شامل لگاریتم نسبتهای فواصل از نقطه P ، به علت میل کردن این نسبتها به سمت يك، بینهایت كوچك می‌شوند پس می‌توان از آنها صرف نظر کرد و نوشت

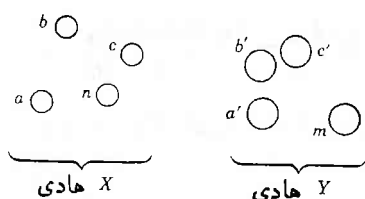
$$\psi_1 = 2 \times 10^{-7} \left(I_1 \ln \frac{1}{r_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right) \text{ Wbt/m} \quad (25-3)$$

با انتقال نقطه P به بینهایت دور، تمام شار حلقه‌زن سیم ۱ را به حساب آورده ایم. بنا بر این، معادله (۲۵-۳) بیان کننده تمام شار حلقه‌زن سیم ۱ از گروه است، در صورتی که مجموع فاز برداری جریانها صفر باشد. اگر جریانها متناوب باشند، باید به صورت جریان لحظه‌ای بیان شوند تا شار حلقه‌زن لحظه‌ای به دست آید، یا به صورت مقادیر مؤثر مختلط بیان شوند تا مقدار مؤثر شار حلقه‌زن به صورت عددی مختلط به دست آید.

۹-۳ اندوكتانس خطهای با هادیهای مرکب

سیمهای رشته‌ای در طبقه بندی کلی، جزو هادیهای مرکب اند که از دو یا چند جزء یا رشته از نظر الکتریکی موازی هم تشکیل می‌شوند. اکنون می‌توان به بررسی اندوكتانس خط انتقال متشکل از هادیهای مرکب پرداخت، اما محاسبه را به موردی محدود می‌کنیم که همه رشته‌ها یکسان اند و جریان خط به تساوی بین آنها تقسیم شده است. این روش را می‌توان بسط داد تا همه انواع هادیهای بارشده‌های دارای اندازه و رسانایی ویژه متفاوت را در بر گیرد، اما در اینجا به این کار نمی‌پردازیم چون مقادیر اندوكتانس داخلی سیمهای ویژه را معمولاً سازندگان مختلف ارائه می‌دهند و در کتابدستیها یافت می‌شوند. روشی که در اینجا بسط خواهد یافت، راه بررسی مسائل پیچیده‌تر مربوط به هادیهای ناهمگن با تقسیم نابرابر جریان بین رشته‌ها را نشان می‌دهد. این روش را می‌توان برای تعیین اندوكتانس خطوط شامل مدارهایی که از نظر الکتریکی موازی اند به کار برد زیرا هر دو سیم موازی با هم را می‌شود رشته‌های يك هادی مرکب منفرد به حساب آورد.

شکل ۳-۸، خطی تکفاز متشکل از دو هادی را نشان می‌دهد که در آن، هادی هر طرف خط، در کلی‌ترین حالت، دارای آرایشی اختیاری از تعداد نامعینی سیم است. تنها محدودیت این است که رشته‌های موازی، استوانه‌ای شکل اند و جریان را به تساوی بین خود تقسیم می‌کنند. هادی X از n رشته یکسان موازی با هم تشکیل می‌شود که هر يك جریان I/n را حمل می‌کند. هادی Y ، که مدار برگشت برای جریان هادی X است، از m رشته یکسان موازی با هم تشکیل می‌شود که هر يك جریان I/m را حمل می‌کند. فاصله بین اجزاء با حرف D همراه با زیرنوشت‌های مناسب نشان داده می‌شود. با اعمال معادله (۲۵-۳) به رشته a از هادی X ، شار حلقه‌زن رشته a را به دست می‌آوریم



شکل ۸-۳ خط تکفاز متشکل از دو هادی مرکب.

$$\psi_a = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{n} \left(\ln \frac{1}{r_a'} + \ln \frac{1}{D_{ab}} + \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{an}} \right) \\ - 2 \times 10^{-7} \frac{I}{m} \left(\ln \frac{1}{D_{aa'}} + \ln \frac{1}{D_{ab'}} + \ln \frac{1}{D_{ac'}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{am}} \right) \quad (۴۶-۳)$$

که نتیجه می‌دهد

$$\psi_a = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}}}{\sqrt[n]{r_a' D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}}} \text{ Wbt/m} \quad (۴۷-۳)$$

 با تقسیم طرفین معادله (۴۷-۳) بر جریان I/n ، اندوکتانس رشته a را به دست می‌آوریم

$$L_a = \frac{\psi_a}{I/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}}}{\sqrt[n]{r_a' D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}}} \text{ H/m} \quad (۴۸-۳)$$

 به همین ترتیب، اندوکتانس رشته b عبارت است از

$$L_b = \frac{\psi_b}{I/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \dots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} r_b' D_{bc} \dots D_{bn}}} \text{ H/m} \quad (۴۹-۳)$$

 اندوکتانس متوسط رشته‌های هادی X عبارت است از

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n} \quad (۵۰-۳)$$

هادی X از n رشته که از نظر الکتریکی با هم موازی اند تشکیل می‌شود. اگر همه رشته‌ها اندوکتانس برابری داشتند، اندوکتانس هادی، $1/n$ برابر اندوکتانس یک رشته می‌شد. در اینجا همه رشته‌ها اندوکتانس متفاوت دارند، اما اندوکتانس کل آنها به طور موازی، $1/n$ برابر اندوکتانس متوسط آنهاست. بنابراین اندوکتانس هادی X عبارت است از

$$L_X = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n^2} \quad (51-3)$$

با گذاردن رابطه لگاریتمی مربوط به اندوکتانس هر يك از رشته‌ها در معادله (۵۱-۳) و ترکیب جمله‌ها، خواهیم داشت

$$L_X = 2 \times 10^{-7}$$

$$\times \ln \frac{\sqrt[n]{(D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}) (D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \dots D_{bm}) \dots (D_{na'} D_{nb'} D_{nc'} \dots D_{nm})}}{\sqrt[n]{(D_{aa} D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}) (D_{ba} D_{bb} D_{bc} \dots D_{bn}) \dots (D_{na} D_{nb} D_{nc} \dots D_{nn})}} \quad H/m \quad (52-3)$$

که در آن به جای r'_a, r'_b, r'_n به ترتیب D_{aa}, D_{bb}, D_{nn} گذاشته‌ایم تا عبارت متقارن‌تر به نظر برسد.

توجه کنید که صورت کسر آرگومان لگاریتم در معادله (۵۲-۳)، ریشه mn ام mn جمله است، که حاصل ضربهای فواصل تمام n رشته هادی X از تمام m رشته هادی Y اند. برای هر رشته از هادی X ، تعداد m فاصله تا رشته‌های هادی Y وجود دارد و هادی X ، خود دارای n رشته است. حاصل ضرب تعداد m فاصله برای هر يك از n رشته هادی، به mn جمله می‌انجامد. ریشه mn ام حاصل ضرب این mn فاصله را فاصله میانگین هندسی هادی X تا هادی Y می‌گویند. فاصله میانگین هندسی را با D_m یا GMD نشان می‌دهند، و GMD متقابل بین دو هادی نیز می‌نامند.

مخرج کسر آرگومان لگاریتم در معادله (۵۲-۳)، ریشه n^2 ام n^2 جمله است. به ازای هر يك از n رشته، n جمله شامل r' آن رشته ضربدر فاصله‌هایش تا هر کدام از رشته‌های دیگر هادی X وجود دارد. در نتیجه n^2 جمله خواهیم داشت. گاهی r'_a را فاصله رشته a از خودش می‌نامند. به‌ویژه زمانی که به صورت D_{aa} نوشته می‌شود. به این ترتیب جملات زیر را دیکال درمخرج کسر را می‌توان حاصل ضرب فاصله‌های هر رشته هادی X از خودش و رشته‌های دیگر همان هادی دانست. ریشه n^2 ام حاصل ضرب این جملات را GMD خودی هادی X ، و r' هر رشته را GMD آن رشته از خود گویند. GMD خودی را شعاع میانگین هندسی، یا GMR هم می‌نامند. عبارت ریاضی صحیح برای این کمیت همان GMD خودی است اما در عمل اصطلاح GMR متداول‌تر شده است. در اینجا نیز از اصطلاح GMR استفاده خواهیم کرد و آن را با D_s نشان خواهیم داد.

معادله (۵۲-۳) بر حسب D_m و D_s می‌شود

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \quad H/m \quad (53-3)$$

مقایسه معادله (۵۳-۳) با معادله (۳۴-۳)، شباهت آنها را نمایان می‌سازد.

با گذاردن GMD بین هادیهای خط دارای هادیهای مرکب به جای فاصله بین هادیهای خط با هادیهای تک رشته و یکپارچه در معادله (۳-۳۴)، و با گذاردن GMR هادی مرکب به جای GMR، (r') هادی تک رشته، معادله اندوکتانس یک هادی از خط دارای هادیهای مرکب به دست می آید. معادله (۳-۵۳)، اندوکتانس یک هادی هر خط انتقال تکفاز را به دست می دهد. این هادی از تمام رشته هایی که از نظر الکتریکی با هم موازی اند تشکیل می شود. اندوکتانس عبارت است از شار کل حلقه زن هادی مرکب برای هر آمپر از جریان خط. معادله (۳-۳۴)، اندوکتانس یک هادی خط انتقال تکفاز را در حالت ویژه ای که هادیا سیمهایی گرد و یکپارچه اند به دست می دهد.

اندوکتانس هادی Y نیز به ترتیبی مشابه به دست می آید، و اندوکتانس خط عبارت است از

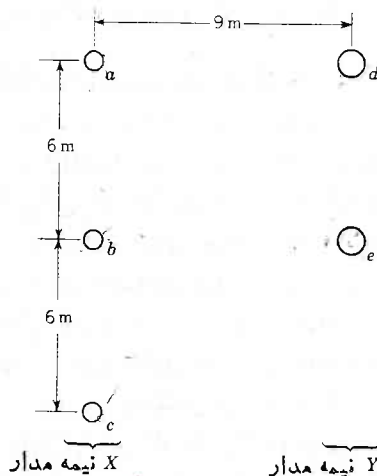
$$L = L_X + L_Y$$

مثال ۳-۲ یک نیمه مدار خط انتقال تکفازی تشکیل می شود از سه سیم یکپارچه هریک به شعاع ۲.۵ سانتیمتر و نیمه مدار برگشت مرکب از دو سیم هریک به شعاع ۵ سانتیمتر است. آرایش سیمها را شکل ۳-۹ نشان می دهد. اندوکتانس هر نیمه مدار و اندوکتانس کل خط را بر حسب هانری بر متر (و بر حسب میلی هانری بر مایل) پیدا کنید.

حل: GMD بین نیمه مدار X و نیمه مدار Y

$$D_m = \sqrt[6]{D_{ad}D_{ae}D_{bd}D_{be}D_{cd}D_{ce}}$$

$$D_{ad} = D_{be} = 9 \text{ m}$$



شکل ۳-۹ آرایش سیمها برای مثال ۳-۲.

$$D_{ae} = D_{bd} = D_{ce} = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117}$$

$$D_{cd} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ m}$$

$$D_m = \sqrt[3]{9^2 \times 15 \times 117^{2/3}} = 10/743 \text{ m}$$

سپس GMR برای نیمه مدار X

$$D_s = \sqrt[3]{D_{aa}D_{ab}D_{ac}D_{ba}D_{bb}D_{bc}D_{ca}D_{cb}D_{cc}}$$

$$= \sqrt[3]{(0.025 \times 0.07788 \times 10^{-2})^3 \times 6^4 \times 12^2} = 0.0481 \text{ m}$$

GMR برای نیمه مدار Y

$$D_s = \sqrt[3]{(0.05 \times 0.07788 \times 10^{-2})^3 \times 6^2} = 0.0153 \text{ m}$$

$$L_x = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10.0743}{0.0481} = 6.212 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10.0743}{0.0153} = 8.503 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L = L_x + L_y = 14.715 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\square \quad (L = 14.715 \times 10^{-7} \times 1609 \times 10^3 = 2.37 \text{ mH/mi})$$

اگر خط انتقال تکفازی ازدوسیم رشته‌ای تشکیل شده باشد، به‌ندرت لازم است GMD بین رشته‌های دو نیمه را محاسبه کرد، زیرا GMD تقریباً برابر با فاصله بین مراکز دو سیم خواهد بود. محاسبه GMD متقابل تنها در جایی مهم است که رشته‌های مختلف (یا هادیها) که از نظر الکتریکی باهم موازی‌اند، از یکدیگر فاصله‌هایی قابل مقایسه با فاصله بین دو نیمه خط انتقال داشته باشند. برای نمونه، در مثال ۳-۲، سیمهای موازی باهم در یک نیمه مدار از یکدیگر ۶ متر فاصله دارند، و فاصله بین دو نیمه خط، ۹ متر است. در اینجا محاسبه GMD متقابل اهمیت دارد. در مورد سیمهای رشته‌ای، فاصله بین نیمه‌های خطی که هر نیمه‌اش از تنها یک سیم تشکیل شده، آن قدر زیاد است که با خطایی ناچیز می‌توان GMD متقابل را برابر با فاصله مرکز به مرکز سیمها در نظر گرفت.

در مورد هادیهای ACSR، هرگاه تعداد لایه‌های رشته‌های آلومینیومی هادی، زوج باشد می‌توان اثر هسته فولادی هادی را نادیده گرفت و با وجود این اندوکنانس آن را با دقت زیاد به‌دست آورد. اثر هسته فولادی هادی در محاسبه اندوکنانس هرگاه تعداد

لایه‌های رشته‌های آلومینیمی فرد باشد بیشتر ظاهر می‌شود، اما در این حالت نیز با انجام محاسبات بر مبنای تنها رشته‌های آلومینیمی می‌توان به دقت کافی دست یافت.

۱۰-۳ کاربرد جدولها

جدولهای مقادیر GMR معمولاً برای هادیهای استاندارد موجود است و این جدولها اطلاعات دیگر لازم برای محاسبهٔ رثکنانس القایی، رثکنانس ظرفیتی شنت و نیز مقاومت خط را تأمین می‌کنند. در این جدولها به تبعیت از صنایع ایالات متحدهٔ امریکا، یکاهای اینچ، فوت و مایل به کار می‌رود. از این رو در بعضی از مثالها فوت و مایل و در بعضی دیگر متر و کیلومتر به کار رفته است.

غالباً به جای اندوکنانس، به تعیین رثکنانس القایی نیاز داریم. رثکنانس القایی يك سیم از خط انتقال تک‌فاز دو سیمه عبارت است از

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi f \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \quad \Omega/m$$

$$= 2\pi f \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \quad \Omega/m \quad (52-3)$$

یا

$$X_L = 2\pi \times 22 \times 10^{-3} f \ln \frac{D_m}{D_s} \quad \Omega/mi \quad (55-3)$$

که در آن D_m فاصله بین سیمهاست. برای D_m و D_s هر دو باید یکاهای یکسانی به کار برد، معمولاً یا متر و یا فوت. GMR موجود در جدولها D_s معادلی است که اثر پوستی را وقتی آن قدر زیاد باشد که بر اندوکنانس اثر بگذارد، به حساب می‌آورد. البته برای يك هادی با قطر معین، اثر پوستی در فرکانسهای بالاتر بیشتر است. مقادیر D_s مندرج در جدول پ-۱ برای فرکانس ۶۰ Hz است.

بعضی از جدولها علاوه بر GMR، مقادیر رثکنانس القایی را نیز به دست می‌دهند.

يك روش بسط دادن جملهٔ لگاریتمی معادلهٔ (۵۵-۳) به صورت زیر است

$$X_L = 2\pi \times 22 \times 10^{-3} f \ln \frac{1}{D_s} + 2\pi \times 22 \times 10^{-3} f \ln D_m \quad \Omega/mi \quad (56-3)$$

چنانکه مقایسه معادله‌های (۵۵-۳) و (۵۶-۳) نشان می‌دهد، اگر D_m و D_s هر دو بر حسب فوت باشند، جملهٔ اول معادلهٔ (۵۶-۳)، رثکنانس القایی يك هادی از خط انتقال دو سیمه‌ای است که فاصله بین سیمهایش يك فوت باشد. بنابراین جملهٔ اول معادلهٔ (۵۶-۳) را رثکنانس القایی برای فاصله گذاری يك فوت (X_a) می‌نامند. این کمیت به GMR

هادی و فرکانس بستگی دارد. جمله دوم معادله (۳-۵۶) را ضریب فاصله گذاری رثکتانس القایی (X_d) می گویند. این جمله، مستقل از نوع هادی است و تنها به فرکانس و فاصله گذاری بستگی دارد. زمانی که D_m برابر يك فوت باشد ضریب فاصله گذاری مساوی صفر می شود. اگر D_m از يك فوت کمتر باشد ضریب فاصله گذاری منفی می شود. روش محاسبه رثکتانس القایی این است که نخست رثکتانس القایی برای فاصله گذاری يك فوت را برای هادی مورد نظر از جدول بخوانیم و سپس مقدار ضریب فاصله گذاری رثکتانس القایی، هر دو در فرکانس خط مورد نظر، را بر آن بیفزاییم. جدول پ-۱، مقادیر رثکتانس القایی را برای فاصله گذاری يك فوت، و جدول پ-۲ مقادیر ضریب فاصله گذاری رثکتانس القایی را به دست می دهد.

مثال ۳-۳ رثکتانس القایی هر مایل يك خط تک فاز را در فرکانس ۶۰ Hz به دست آورید. هادی به کار رفته در این خط از نوع پارتریج، و فاصله بین مراکز دو هادی ۲۰ ft است.

حل: برای این هادی، از جدول پ-۱ به دست می آید $D_s = ۰.۰۰۲۱۷ \text{ ft}$. بنابر معادله (۳-۵۵) برای يك هادی داریم

$$X_L = ۲۰۰۲۲ \times ۱۰^{-۳} \times ۶۰ \ln \frac{۲۰}{۰.۰۰۲۱۷}$$

$$= ۰.۸۲۸ \Omega/\text{mi}$$

محاسبه فوق تنها اگر D_s معلوم باشد انجام پذیر است. لیکن، جدول پ-۱، رثکتانس القایی را برای فاصله گذاری يك فوت $X_d = ۰.۴۶۵ \Omega/\text{mi}$ ، و جدول پ-۲، ضریب فاصله گذاری رثکتانس القایی را $X_d = ۰.۳۶۳۵ \Omega/\text{mi}$ نشان می دهد و به این ترتیب رثکتانس القایی يك هادی عبارت است از

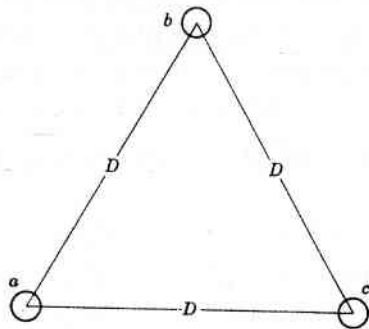
$$۰.۴۶۵ + ۰.۳۶۳۵ = ۰.۸۲۸۵ \Omega/\text{mi}$$

چون هادیهای تشکیل دهنده دو نیمه خط، یکسان اند رثکتانس القایی خط عبارت است از

$$\square \quad X_L = ۲ \times ۰.۸۲۸۵ = ۱.۶۵۷ \Omega/\text{mi}$$

۱۱-۳ اندوکتانس خطهای سه فاز با فاصله گذاری منتظم

تاکنون تنها به بررسی خطوط انتقال تک فاز پرداخته ایم. لیکن، معادله های به دست آمده به آسانی می تواند برای محاسبه اندوکتانس خطوط سه فاز نیز به کار رود. شکل ۳-۱۰، هادیهای خط سه فاز را در سه رأس يك مثلث متساوی الاضلاع نشان می دهد. اگر فرض



شکل ۱۰-۳ منظره برش هادیهای با فاصله گذاری منتظم يك خط سه فاز.

کنیم که سیم خنثایی وجود ندارد، یا اینکه فرض کنیم جریانهای سه فاز متعادل اند،
 $I_a + I_b + I_c = 0$ معادله (۳-۴۵) شار حلقه زن سیم a را به دست می دهد

$$\psi_a = 2 \times 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D} + I_c \ln \frac{1}{D} \right) \text{ Wbt/m} \quad (۳-۵۷)$$

چون $I_a = -(I_b + I_c)$ معادله (۳-۵۷) می شود

$$\psi_a = 2 \times 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{1}{D_s} - I_a \ln \frac{1}{D} \right) = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \frac{D}{D_s} \text{ Wbt/m} \quad (۳-۵۸)$$

و

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s} \text{ H/m} \quad (۳-۵۹)$$

معادله (۳-۵۹) از نظر شکل شبیه معادله (۳-۳۴) برای خط تک فاز است، با این تفاوت که D_s جانشین r' شده است. به علت تقارن، اندوکتانس سیمهای b و c با اندوکتانس سیم a برابر است. چون هر فاز تنها از يك سیم تشکیل می شود، معادله (۳-۵۹)، اندوکتانس هر فاز از این خط سه فاز است.

۱۲-۳ اندوکتانس خطهای سه فاز با فاصله گذاری نامنتظم

زمانی که هادیهای خط انتقال سه فاز فاصله گذاری منتظم نداشته باشند، مسئله به دست آوردن اندوکتانس دشوارتر می شود. در این حالت شار حلقه زن و اندوکتانس هر فاز با فازهای دیگر برابر نیست. اندوکتانس نابرابر فازها مدار نامتعادل پدید می آورد. با

تعویض جای سیمها در فواصل منتظم در طول خط به طوری که هر سیم جای ابتدایی دو سیم دیگر را در فواصل مساوی اشغال کند می توان سه فاز را متعادل کرد. این تعویض جای سیمها، جایگشت نامیده می شود. يك دوره کامل جایگشت را شکل ۱۱-۳ نشان می دهد. هادیهای فازها با حروف a و b و c مشخص شده اند، و جاهای اشغال شده را ۱، ۲ و ۳ شماره گذاشته ایم. جایگشت باعث می شود که اندوكتانس میانگین سیمها در طول دوره کامل با هم برابر باشد.

معمولاً بر روی خطوط انتقال قدرت امروزی، جایگشت در فواصل منتظم صورت نمی گیرد، اگر چه ممکن است در پستهای کلید زنی، جای سیمهای خط را تعویض کرد تا اندوكتانس فازها تا حدی متعادلتر شود. خوشبختانه، عدم تقارن بین فازهای خط انتقال بدون جایگشت، بسیار کوچک است و در بیشتر محاسبات مربوط به اندوكتانس نادیده گرفته می شود. اگر عدم تقارن را نادیده بگیریم، اندوكتانس هر فاز خط انتقال بدون جایگشت برابر با میانگین اندوكتانس يك فاز از همان خط با جایگشت کامل می شود. محاسباتی که در پی خواهد آمد برای خطوط با جایگشت است.

برای به دست آوردن اندوكتانس متوسط يك سیم خط انتقال با جایگشت، شار حلقه زن يك سیم را برای هریک از جاهایی که در دوره اشغال می کند به دست می آوریم، و مقدار متوسط شارهای حلقه زن را تعیین می کنیم. معادله (۳-۴۵) را در مورد سیم a از شکل ۱۱-۳ به کار می بندیم و عبارت فاز برداری شار حلقه زن این سیم را زمانی که خود در وضعیت ۱ و سیمهای b و c به ترتیب در وضعیتهای ۲ و ۳ هستند چنین به دست می آوریم

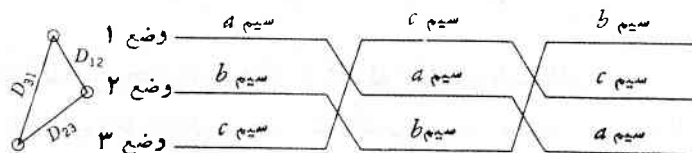
$$\psi_{a1} = 2 \times 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{12}} + I_c \ln \frac{1}{D_{13}} \right) \text{ Wbt/m (۶۰-۳)}$$

در حالتی که a در وضعیت ۲، b در وضعیت ۳ و c در وضعیت ۱ است،

$$\psi_{a2} = 2 \times 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{23}} + I_c \ln \frac{1}{D_{12}} \right) \text{ Wbt/m (۶۱-۳)}$$

و در حالتی که a در وضعیت ۳، b در وضعیت ۱ و c در وضعیت ۲ است،

$$\psi_{a3} = 2 \times 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{13}} + I_c \ln \frac{1}{D_{23}} \right) \text{ Wbt/m (۶۲-۳)}$$



شکل ۱۱-۳ دوره جایگشت.

شار میانگین حلقه زن هادی a عبارت است از

$$\psi_a = \frac{\psi_{a1} + \psi_{a2} + \psi_{a3}}{3}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-7}}{3} \left(3I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} + I_c \ln \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \quad (63-3)$$

با این محدودیت که $I_a = -(I_b + I_c)$

$$\psi_a = \frac{2 \times 10^{-7}}{3} \left(3I_a \ln \frac{1}{D_s} - I_a \ln \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right)$$

$$= 2 \times 10^{-7} I_a \ln \frac{\sqrt{D_{12}D_{23}D_{31}}}{D_s} \text{ Wbt/m} \quad (64-3)$$

و اندوکنانس متوسط هر فاز عبارت است از

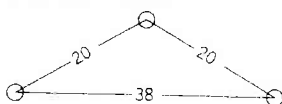
$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \text{ H/m} \quad (65-3)$$

که در آن

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}} \quad (66-3)$$

و D_s همان GMR هادی است. D_{eq} میانگین هندسی سه فاصله سیمهای خط نامنتظم از یکدیگر، همان طور که مقایسه معادله (۶۵-۳) با معادله (۵۹-۳) نشان می دهد، فاصله گذاری منتظم معادل سیمهای خط است. دیده می شود که بین همه معادله های اندوکنانس یک هادی تشابه وجود دارد. اگر اندوکنانس بر حسب هانری بر متر باشد، ضریب 2×10^{-7} در تمام معادله ها ظاهر می شود، و مخرج کسر جمله لگاریتمی همیشه GMR آن سیم است. صورت این کسر عبارت از فاصله بین سیمهای یک خط دو سیمه، GMD متقابل بین دو نیمه خط تک فاز تشکیل شده از هادیهای مرکب، فاصله بین سیمهای خط سه فاز با فاصله گذاری منتظم، یا فاصله گذاری منتظم معادل خط سه فاز نامنتظم است.

مثال ۴-۳ شکل ۱۲-۳، آرایش سیمهای یک خط سه فاز تک مداری را که در فرکانس ۶۰ Hz کار می کند نشان می دهد. سیمهای این خط ACSR از نوع دریک اند. رنکتنانس القایی هر فاز بر مایل را به دست آورید.



شکل ۱۳-۳ آرایش سیمها برای مثال ۳-۴.

حل: از جدول پ-۱

$$D_s = 0.0373 \text{ ft} \quad D_{eq} = \sqrt[3]{20 \times 20 \times 38} = 24.78 \text{ ft}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{24.78}{0.0373} = 13700 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$X_L = 120\pi \times 1609 \times 13700 \times 10^{-7} = 0.788 \Omega/\text{mi}/\text{ph}$$

معادله (۳-۵۵) را نیز می توان به کار گرفت، یا اینکه، از جدولهای پ-۱ و پ-۲

$$X_a = 0.399$$

و برای فاصله ۲۴٫۷۸ فوت

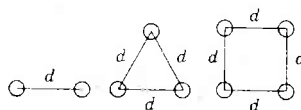
$$X_d = 0.389$$

$$\square \quad X_L = 0.399 + 0.389 = 0.788 \Omega/\text{mi}/\text{ph}$$

۱۳-۳ هادیهای گروهی

در ولتاژهای بسیار بالا (EHV)، یعنی ولتاژهای بالاتر از ۲۳۰ kV، اگر هر فاز، تنها از یک سیم تشکیل شده باشد اثر کورونا همراه با اتلاف توان ناشی از آن و به ویژه تداخلش با سیستمهای مخابراتی بیش از اندازه زیاد است. گرا دیان ولتاژ بالا بر روی هادی در محدوده EHV، اگر هر فاز دارای دو یا چند سیم نزدیک به هم در مقایسه با فاصله گذاری بین فازها باشد، محسوساً کاهش می یابد. چنین خطی را، متشکل از هادیهای گروهی می نامند. گروه از دو، سه یا چهار رشته سیم تشکیل می شود. در گروههای سه سیمه معمولاً سیمها در رئوس یک مثلث متساوی الاضلاع، و در گروههای چهار سیمه، در رئوس یک مربع قرار می گیرند. شکل ۱۳-۳ این آرایش سیمها را نشان می دهد. اگر جایگشت روی سیمهای گروه صورت نگیرد جریان دقیقاً به تساوی بین سیمها تقسیم نمی شود، اما این اختلاف در عمل اهمیت ندارد و روش GMD برای انجام محاسبات، معتبر است.

کاهش ریکتانانس، مزیت مهم دیگر هادیهای گروهی است. افزایش تعداد سیمهای گروه، اثر کورونا و ریکتانانس را کاهش می دهد. کاهش ریکتانانس نتیجه افزایش GMR



شکل ۱۳-۳ آرایشهای گروهی.

گروه است. محاسبه GMR گروه عیناً مانند محاسبه GMR سیمهای رشته‌ای است. برای مثال، هر سیم یک بسته دوسیمه را می‌توان یک رشته از یک هادی دو رشته‌ای دانست. اگر GMR یک هادی گروهی را با D_s^b ، و GMR هر یک از سیمهای گروه را به D_s نشان دهیم، با مراجعه به شکل ۱۳-۳، برای گروههای دو، سه و چهار رشته‌ای داریم

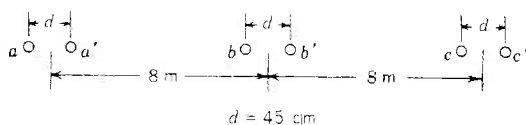
$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s \times d)^2} = \sqrt{D_s \times d} \quad (۶۷-۳)$$

$$D_s^b = \sqrt[6]{(D_s \times d \times d)^2} = \sqrt[3]{D_s \times d^2} \quad (۶۸-۳)$$

$$D_s^b = \sqrt[12]{(D_s \times d \times d \times d \times d \times d)^2} = 1.09 \sqrt[4]{D_s \times d^3} \quad (۶۹-۳)$$

در محاسبه اندوکنانس با استفاده از معادله (۶۵-۳)، D_s^b گروه، جانشین D_s یک سیم تکی می‌شود. برای محاسبه D_{eq} ، فاصله مرکز هر گروه تا مرکز گروههای دیگر را می‌توان با دقت کافی همان D_{ab} ، D_{bc} و D_{ca} دانست. در فاصله‌گذاریهای معمول، مقسدار واقعی GMD بین سیمهای یک گروه با سیمهای گروه دیگر تقریباً همان فاصله‌های بین مرکز تا مرکز گروهها خواهد شد.

مثال ۵-۳ هر یک از سیمهای خط گروهی شکل ۱۴-۳، ACSR از نوع فزنت ۱۲۷۲۰۰۰-cmil است. رئکنانس القایی هرفاز را به ازای $d = 45 \text{ cm}$ برحسب اهم بر کیلومتر (و اهم بر مایل) به‌دست آورید. همچنین رئکنانس متوالی در-یکی خط را در صورتی که طول خط ۱۶۰ km و مبنا ۱۰۰ MVA و ۳۴۵ kV باشد به‌دست آورید.
حل: از جدول پ-۱ داریم $D_s = 0.0466 \text{ ft}$ ، و با ضرب کردن این مقدار در ۳۰۴۸ فوت را به متر تبدیل می‌کنیم.



شکل ۱۴-۳ فاصله‌گذاری سیمها در یک خط با سیمهای گروهی.

$$D_s^b = \sqrt{0.0466 \times 0.3048 \times 0.25} = 0.0808 \text{ m}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{8 \times 8 \times 16} = 10.08 \text{ m}$$

$$X_L = 120\pi \times 2 \times 10^{-7} \times 10^3 \ln \frac{10.08}{0.0808}$$

$$= 0.365 \Omega/\text{km/ph}$$

$$(0.365 \times 1609 = 0.587 \Omega/\text{mi p/h})$$

$$Z_{\text{مبنای}} = \frac{(345)^2}{100} = 1190 \Omega$$

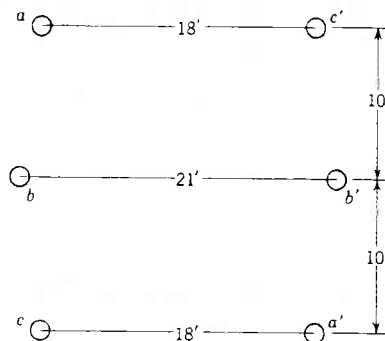
□

$$X = \frac{0.365 \times 160}{1190} = 0.049 \text{ pu}$$

۱۴-۳ خطهای سه فاز دوبل

دومدار سه فاز که از نظر ساختمان، یکسان و از نظر الکتریکی موازی باشند رئکتنانس القایی مساوی دارند. لیکن، رئکتنانس القایی مدار معادل این دو، تنها اگر فاصله بین دو خط آن قدر زیاد باشد که اندوکتانس متقابل بینشان ناچیز شود، نصف مقدار رئکتنانس القایی هر یک است. اگر دومدار بر روی یک دکل نصب شده باشند می توان، با فرض اینکه تمام سیمهای تشکیل دهنده هر یک از فازها رشته های یک هادی مرکب باشند، از روش GMD برای محاسبه اندوکتانس هر فاز بهره گرفت.

شکل ۱۵-۳ آرایش نمونه وارخط سه فاز دوبل را نشان می دهد. اگر چه خط احتمالا بدون جایگشت خواهد بود، می توان با فرض جایگشت هادیهای خط وساده کردن محاسبات،



شکل ۱۵-۳ آرایش نمونه وار خط سه فاز دوبل.

مقداری عملی برای اندوکنانس خط به دست آورد. سیمهای a و a' باهم موازی اند و فاز a را تشکیل می دهند. فازهای b و c نیز ترتیب مشابهی دارند. فرض می کنیم که a و a' به ترتیب در جاهای b و b' و سپس c و c' قرار گیرند درحالی که آن سیمها هم به طریق مشابه دوره جایگشت را طی می کنند.

برای محاسبه D_{eq} از روش GMD، به مقادیر D_{ab}^p ، D_{bc}^p و D_{ca}^p نیاز داریم که با توجه به زیرنوشتهای اینها خود نیز مقادیر GMD اند و از جمله D_{ab}^p یعنی GMD بین سیمهای فاز a و سیمهای فاز b .

به جای D_p معادله (۳-۶۵) D_p^p قرار می دهیم که میانگین هندسی مقادیر GMR دو سیمی است که نخست جای a و a' ، سپس جای b و b' و بالاخره جای c و c' را اشغال می کنند. دنبال کردن گام به گام مثال ۳-۶ احتمالاً بهترین وسیله درک این روش است.

مثال ۳-۶ خط سه فاز دویلیسی تشکیل شده است از سیمهای ACSR ۲۶/۷ اوستریچ ۳۰۰۰۰۰۰-cmil، که مطابق شکل ۳-۱۵ قرار گرفته اند. رنکئانس القایی هر فاز آنرا بر حسب اهم بر مایل در فرکانس ۶۰ Hz به دست آورید.

حل: از جدول پ-۱ برای سیم اوستریچ

$$D_s = 0.0229 \text{ ft}$$

$$\text{فاصله } a \text{ تا } b \text{ در جای ابتدایی} = \sqrt{10^2 + 19.5^2} = 21.91 \text{ ft}$$

$$\text{فاصله } a \text{ تا } b' \text{ در جای ابتدایی} = \sqrt{10^2 + 19.5^2} = 21.99 \text{ ft}$$

GMD های بین فازها عبارت اند از

$$D_{ab}^p = D_{bc}^p = \sqrt[3]{(21.91 \times 21.99)^2} = 14.788 \text{ ft}$$

$$D_{ca}^p = \sqrt[3]{(20 \times 18)^2} = 18.97 \text{ ft}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{14.788 \times 14.788 \times 18.97} = 16.1 \text{ ft}$$

GMR خط سه فاز دویل پس از تعیین مقادیر GMR برای سه وضعیت به دست می آید. فاصله ابتدایی a و a' برابر $\sqrt{20^2 + 18^2} = 26.9 \text{ ft}$ است. به این ترتیب GMR هر فاز عبارت است از

$$\text{در جای } a-a': \sqrt{26.9 \times 0.0229} = 0.7785 \text{ ft}$$

$$\text{در جای } b-b': \sqrt{21 \times 0.0229} = 0.693 \text{ ft}$$

$$c-c' : \sqrt{2699 \times 0.0229} = 0.785 \text{ ft}$$

در نتیجه

$$D_s^p = \sqrt[3]{0.785 \times 0.0693 \times 0.785} = 0.753 \text{ ft}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{161}{0.753} = 613 \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad \text{برای هرفاز}$$

$$\square \quad X_L = 120\pi \times 1609 \times 613 \times 10^{-7} = 0.372 \text{ H/m} \quad \text{برای هرفاز}$$

۱۵-۳ خلاصه محاسبات اندوکتانس برای خطهای سه فاز

اگر چه برنامه‌های کامپیوتری برای محاسبه اندوکتانس تمام انواع خطوط انتقال معمولاً موجود یا به سادگی قابل نوشتن است، درك چگونگی تشکیل این معادله‌ها از نظر دریافتن میزان تأثیر پارامترهای مختلف در طراحی خط سودمند است. لیکن جداولهای پ-۱ و پ-۲، جز در مورد خطوط سه فاز دویل، انجام محاسبات را بسیار ساده می‌کنند. جدول پ-۱ مقاومت را نیز به دست می‌دهد. به جهت تسهیل کار، معادله مهم برای تعیین اندوکتانس هرفاز خط سه فاز تک مداره در اینجا آورده می‌شود

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \text{ H/m} \quad \text{برای هرفاز} \quad (70-3)$$

رئکتانس القایی بر حسب اهم بر کیلومتر در فرکانس 60 Hz با ضرب کردن اندوکتانس بر حسب هانری بر متر $120\pi \times 1000$ به دست می‌آید:

$$X_L = 0.0754 \times \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \quad \Omega/\text{km} \quad \text{برای هرفاز} \quad (71-3)$$

یا اینکه

$$X_L = 0.1213 \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \quad \Omega/\text{mi} \quad \text{برای هرفاز} \quad (72-3)$$

D_{eq} و D_s باید با یکاهای یکسان معمولاً فوت، بیان شوند. اگر خط در هرفاز، يك سیم دارد D_s مستقیماً از روی جدولها به دست می‌آید. برای هادیهای گروهی باید D_s^g را آن‌طور که در بخش ۳-۱۳ تعریف شد، جانشین D_s کرد. هم برای خطوط دارای هادیهای تکی و هم برای خطوط دارای هادیهای گروهی

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} \quad (73-3)$$

برای خطوط دارای هادیهای گسروهی D_{ab} ، D_{bc} و D_{ca} فواصل بین مراکز گروههای فازهای a و b و c است.

در خطهای دارای یک سیم در هر فاز، بهتر این است که مقدار X_L از جمع کردن X_a از روی جدول پ-۱ و X_d از روی جدول پ-۲ مربوط به D_{eq} به دست آید. اندوکتانس و ریکتانس القایی خطوط انتقال سه فاز دویل، با پیروی از روش ارائه شده در مثال ۳-۶ محاسبه می شود.

مسائل

۱-۳ هادی تمام آلومینیمی بلویل^۱ از ۳۷ رشته هر یک به قطر ۱۶۷۲ره اینچ تشکیل شده است. جدولهای مشخصات هادیهای تمام آلومینیمی سطح مقطع آن را 1033500 cmil به دست می دهد. آیا این دو مقدار با یکدیگر سازگارند؟ سطح مقطع را بر حسب میلیمتر مربع به دست آورید.

۲-۳ مقاومت dc هادی بلویل را در دمای $20^\circ C$ با کمک معادله (۲-۳) و داده های مسئله ۱-۳ بر حسب اهم بر کیلومتر به دست آورید، و مقدار به دست آمده را با مقدار داده شده در جدول برای 1000 ft یعنی 1678Ω ره مقایسه کنید. مقاومت dc این هادی را بر حسب اهم بر کیلومتر در $50^\circ C$ حساب کنید و نتیجه را با مقدار $1024 \Omega/\text{mi}$ ره که مقاومت این هادی در فرکانس 60 Hz در $50^\circ C$ در جدول مربوطه است مقایسه کنید. علت تفاوت این مقادیر را توضیح دهید.

۳-۳ یک هادی تمام آلومینیمی از ۳۷ رشته هر یک به قطر 333 cm ره تشکیل شده است. مقاومت dc این هادی را بر حسب اهم بر کیلومتر در $75^\circ C$ حساب کنید.

۴-۳ یک خط انتقال نیروی تکفاز 60 Hz را بازوی افقی دکلای نگه داشته است. فاصله بین سیمها 25 متر است. یک خط تلفن را هم که فاصله بین مراکز سیمهایش یک متر است بازوی افقی دیگر دکل درست در زیر خط انتقال و به فاصله 18 متری آن نگه داشته است. اندوکتانس متقابل بین خط انتقال و خط تلفن را به دست آورید. اگر جریان 150 A از خط انتقال بگذرد، ولتاژ 60 Hz القا شده در هر کیلومتر خط تلفن را به دست آورید.

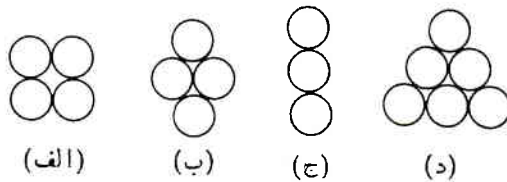
۵-۳ اگر خطوط انتقال و تلفن مسئله ۲-۳ در یک صفحه افقی واقع باشند و فاصله بین نزدیکترین سیمهای دو خط 18 متر باشد، اندوکتانس متقابل بین دودمدار و ولتاژ القا شده را در هر مایل خط تلفن وقتی جریان در خط انتقال 150 A است به دست آورید.

۶-۳ هادی یک خط تکفاز 60 Hz ، سیم گرد و یکپارچه ای است از آلومینیم به قطر 412 ره سانیمتر. فاصله بین سیمها 3 متر است. اندوکتانس خط را بر حسب میلی هانری بر مایل

تعیین کنید. چه مقدار از این اندوکتانس ناشی از شار حلقه زن داخلی است؟ اثر پوستی را ناچیز فرض کنید.

۷-۳ GMR يك هادی سه رشته ای را بر حسب شعاع r رشته ها به دست آورید.

۸-۳ GMR هر يك از هادیهای نامتداول شکل ۱۶-۳ را بر حسب شعاع r رشته ها تعیین کنید.



شکل ۱۶-۳ منظره برش هادیهای نامتداول مسئله ۸-۳.

۹-۳ فاصله بین هادیهای خط تکفازی ۱۰ فوت است. هر هادی از هفت رشته یکسان تشکیل شده و قطر هر رشته ۱/۴ اینچ است. نشان دهید که D_p هر هادی ۱۷۷/۲ برابر شعاع رشته است. اندوکتانس خط را بر حسب میلی هانری بر مایل به دست آورید.

۱۰-۳ ریکتانس القایی هادی ACSR نوع دبل را بر حسب اهم بر کیلومتر برای فاصله گذاری ۱ متر به دست آورید.

۱۱-۳ کدام هادی فهرست شده در جدول پ-۱ با فاصله گذاری ۷ ft دارای اندوکتانس $1.65 \Omega/\text{mi}$ است؟

۱۲-۳ خط انتقال سه فاز با فاصله گذاری منتظم ۱۶ فوت طراحی شده است. تصمیم گرفته می شود که خط را با فاصله گذاری افقی ($D_{12} = 2D_{13} = 2D_{23}$) و جایگشت سیمها بسازند. فاصله بین سیمهای مجاور خط (D_{12} یا D_{23}) چقدر باشد تا اندوکتانس خط برابر مقدار طرح ابتدایی شود؟

۱۳-۳ هادیهای يك خط انتقال سه فاز ۶۰ Hz بر سه رأس مثلثی واقع اند که دو ضلعش هر يك ۲۵ ft و ضلع سومش ۴۲ ft است. هادیها ACSR از نوع اسپری ۲ هستند. اندوکتانس و ریکتانس القایی يك مایل از هر فاز خط را به دست آورید.

۱۴-۳ هادیهای يك خط انتقال سه فاز ۶۰ Hz در يك سطح افقی قرار گرفته اند. GMR هر يك از هادیها ۱۳۳ m و فاصله بین هادیهای مجاور ۱۰ m است. ریکتانس القایی هر فاز را بر حسب اهم بر کیلومتر به دست آورید. نام این هادی، با استفاده از جدول پ-۱ چیست؟

1. Rail
2. Osprey

۱۵-۳ برای خطوط انتقال کوتاه، هر گاه مقاومت ناچیز باشد، حداکثر قدرتی که هر فاز می‌تواند انتقال دهد برابر است با

$$\frac{|V_S| \cdot |V_R|}{|X|}$$

که در آن V_S و V_R ، ولتاژهای فاز به‌خشتی در ابتدا و انتهای خط و X ، رُکتنانس القایی خط است. این رابطه در فصل ۵ همین کتاب مطرح خواهد شد. اگر اندازه ولتاژهای V_S و V_R ثابت نگه داشته شود و اگر قیمت سیم متناسب با سطح مقطع آن باشد، سیمی را در جدول پ-۱ پیدا کنید که بیشترین ظرفیت انتقال قدرت را به ازای قیمت سیم دارا باشد.

۱۶-۳ خط توزیع زیرزمینی سه‌فازی در ولتاژ ۲۳ kV بهره‌برداری می‌شود. سه رشته هادی این خط که هر یک عایقی به ضخامت ۵۵ cm از جنس پلی اتیلن جامد دارند، در یک کانال به صورت افقی در کنار هم خوابانده شده‌اند. هر هادی، سطح مقطعی گرد دارد و دارای ۳۳ رشته آلومینیمی است. قطر هادی ۱۲۴۶ cm است. سازنده، GMR هادی را ۵۶۱ cm و سطح مقطع آن را ۱۲۶۷ cm^2 می‌دهد. ظرفیت حرارتی این خط اگر در خاک معمولی با حداکثر دمای 30°C دفن شود ۳۵۰ A است. مقاومتهای ac و dc را در دمای 50°C و رُکتنانس القایی را بر حسب اهم بر کیلومتر به دست آورید. جهت تصمیم‌گیری در این باره که آیا اثر پوستی را در محاسبه مقاومت تأثیر دهید یا نه، درصد اثر پوستی را در دمای 50°C برای هادی ACSR ی از جدول که نزدیکترین اندازه را به هادی زیرزمینی دارد تعیین کنید. توجه کنید که امیدانس متوالی این خط توزیع بیشتر مقاومتی است تا القایی، زیرا به علت فاصله بسیار کم بین هادیها اندوکتانس خط کوچک است.

۱۷-۳ به جای خط انتقال تکفاز مسئله ۳-۴، خط سه‌فازی بر روی یک بازوی افقی در همان جای خط تکفاز پیشین می‌گذاریم. فاصله گذاری هادیهای خط سه فاز به صورت $D_{12} = 2D_{13} = 2D_{23}$ و فاصله گذاری منظم معادل آنها ۳ m است. خط تلفن در همان وضعیت تشریح شده در مسئله ۳-۴ قرار دارد. اگر جریان در خط انتقال قدرت، ۱۵۰ A باشد ولتاژ القا شده در هر کیلومتر خط تلفن را به دست آورید. درباره رابطه فازی بین ولتاژ القا شده در خط تلفن و جریان خط قدرت بحث کنید.

۱۸-۳ یک خط سه‌فاز ۶۰ Hz شامل یک هادی ACSR از نوع بلوجی^۱ برای هر فاز و دارای فاصله گذاری در سطح افقی و ۱۱ متر بین هادیهای مجاور است. رُکتنانس القایی هر فاز این خط را بر حسب اهم بر کیلومتر با رُکتنانس القایی خطی که از گ-روه دو سیمه

۲۶/۷ ACSR با سطح مقطع کل آلومینیومی برابر با سطح مقطع هادی بدوجی و با فاصله گذاری ۱۱ m بین مرکز گروهها استفاده می کنند مقایسه کنید. فاصله بین هادیهای گروه را ۴۰ cm در نظر بگیرید.

۱۹-۳ رتکتانس القای یک خط سه فاز ۶۰ Hz گروهی را که هر گروهش سه سیم ACSR نوع دبل^۱ دارد و فاصله بین سیمهای گروه، ۴۵ cm است حساب کنید. فاصله بین مراکز گروهها ۹، ۹ و ۱۸ متر است.

۲۰-۳ شش هادی ACSR نوع دبل^۲، یک خط سه فاز دابل ۶۰ Hz با آرایش شکل ۱۵-۳ تشکیل می دهند. لیکن فاصله گذاری قائم ۱۴ ft، فاصله افقی بزرگتر ۳۲ ft، و فاصله افقی کوچکتر ۲۵ ft است. اندوکتانس یک مایل از هر فاز خط و رتکتانس القایی را بر حسب اهم بر مایل به دست آورید.