ضرب عددهای توان‌دار: سال گذشته با دو قانون در ضرب عددهای توان‌دار آشنا شدید.

۱- در ضرب عددهای توان‌دار اگر پایه‌ها مساوی باشند، یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم. $\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$

۲- در ضرب عددهای توان‌دار اگر توان‌ها مساوی باشند، یکی از توان‌ها را نوشته و پایه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$\boxed{a^m \times b^m = (a \times b)^m}$

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$(-1\frac{1}{5})^2 \times (-1\frac{1}{5})^3 = (-1\frac{1}{5})^5$ $\qquad (0/8)^7 \times (0/8)^4 = (0/8)^{11}$ $\qquad 3^5 \times 3^3 = 3^{5+3} = 3^8$

$(\frac{3}{4})^6 \times 8^6 = 6^6$ $\qquad (-6)^9 \times 4^9 = (-36)^9$ $\qquad 4^7 \times 2^7 = (4 \times 2)^7 = 14^7$

به توان رساندن یک عدد توان‌دار: برای به توان رساندن یک عدد توان‌دار کافی است توان‌ها را در هم ضرب کنیم.

$\boxed{(a^m)^n = a^{mn}}$

$(2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{4\times3} = 2^{12}$

مثال:

$[(-4)^3]^5 = (-4)^{15}$ $\qquad (a^3)^b = a^{3b}$ $\qquad (5^7)^4 = 5^{7\times4} = 5^{28}$

$(x^2y^3)^4 = x^8y^{12}$ $\qquad [(ab)^3]^2 = (ab)^6 = a^6b^6$ $\qquad (2^x)^y = 2^{xy}$

نکته ۱ اگر بخواهیم یک عدد توان‌دار را بدون پرانتز به توان برسانیم، باید توان را به توان برسانیم و اجازه‌ی ضرب توان‌ها را نداریم.

مثال:

$\begin{cases} (7^5)^2 = 7^{5\times2} = 7^{10} \\ 7^{5^2} = 7^{(5^2)} = 7^{25} \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} (2^2)^3 = 2^{2\times3} = 2^6 \\ 2^{2^3} = 2^{(2^3)} = 2^8 \end{cases}$

نکته ۲ چون در جمع عددهای توان‌دار قانونی وجود ندارد بنابراین اگر عددها مساوی باشند ابتدا جمع را به ضرب تبدیل کرده، سپس از قوانین ضرب استفاده می‌کنیم. برای تبدیل جمع به ضرب کافی است تعداد عددها را در یکی از آن‌ها ضرب کنیم.

مثال:

$2^{41} + 2^{41} = 2 \times 2^{41} = 2^{42}$ $\qquad 3^6 + 3^6 + 3^6 = 3 \times 3^6 = 3^7$

نکته ۳ بعضی اوقات در یک عبارت پایه یا توان مساوی وجود ندارد ولی با تجزیه عامل‌های اول می‌توان پایه یا توان مساوی ایجاد کرد سپس عبارت را ساده نمود.

مثال:

$8 \times 5^3 = 2^3 \times 5^3 = 10^3$ $\qquad (8 = 2^3)$

$7^4 \times 16 = 7^4 \times 2^4 = 14^4$ $\qquad (16 = 2^4)$

$27 \times 9^3 = 3^3 \times (3^2)^3 = 3^3 \times 3^6 = 3^9$ $\qquad (27 = 3^3 \;,\; 9 = 3^2)$

$32^4 \times 8^7 = (2^5)^4 \times (2^3)^7 = 2^{20} \times 2^{21} = 2^{41}$ $\qquad (32 = 2^5 \;,\; 8 = 2^3)$

پرسش‌های با پاسخ

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

الف) $(-۴)^۳\times ۲^۳$ ب) $۳^۷\times ۶^۴\times ۴^۷\times ۲^۴$ پ) $(\frac{۳}{۷})^۹\times(-۲۱)^۹$

ت) $۴\times(\frac{۳}{۵})^{۰}\times ۲^۸$ ث) $xy^۲\times x^۲y^۲$ ج) $۱۲۵\times ۴^۳\times(-۷)^۳$

پاسخ: الف) $(-۸)^۳$ ب) $۱۲^۷\times ۱۲^۴=۱۲^{۱۱}$ پ) $(\frac{۳}{\cancel{۷}_{۱}}\times(-\cancel{۲۱}^{۳}))^۹=(-۹)^۹$

ت) $۲^۲\times ۱\times ۲^۸=۲^{۱۰}$ (هر عدد به توان صفر مساوی یک می‌باشد) ث) $x^۳y^۴$ ج) $۵^۳\times ۴^۳\times(-۷)^۳=(-۱۴۰)^۳$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

الف) $((-۳)^۴)^۳=$ ب) $(xy^۲z^۳)^۵=$ پ) $((-۵)^{۰})^۷=$

ت) $(-۵^۲)^۴=$ ث) $(ab^۲)^۳\times(a^۲b)^۴=$ ج) $(۲^۲)^۵\times(۲^۴)^۳=$

پاسخ: الف) $(-۳)^{۱۲}$ ب) $x^۵y^{۱۰}z^{۱۵}$ پ) $(-۵)^{۰}=۱$

ت) $-۵^۸$ ث) $a^۳b^۶\times a^۸b^۴=a^{۱۱}b^{۱۰}$ ج) $۲^{۱۰}\times ۲^{۱۲}=۲^{۲۲}$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

الف) $۵^۹+۵^۹+۵^۹+۵^۹+۵^۹=$ ب) $۲^۷+۲^۷+۲^۷+۲^۷=$ پ) $۳^{۱۶}+۳^{۱۶}+۳^{۱۶}=$

ت) $۴^{۱۷}+۴^{۱۷}=$ ث) $۲^۵+۲^۵+۲^۶+۲^۷=$

پاسخ: الف) $۵\times ۵^۹=۵^{۱۰}$ ب) $۴\times ۲^۷=۲^۲\times ۲^۷=۲^۹$

پ) $۳\times ۳^{۱۶}=۳^{۱۷}$ ت) $۲\times ۴^{۱۷}=۲\times(۲^۲)^{۱۷}=۲\times ۲^{۳۴}=۲^{۳۵}$

ث) $\underbrace{۲^۵+۲^۵}_{۲\times ۲^۵=۲^۶}+۲^۶+۲^۷=\underbrace{۲^۶+۲^۶}_{۲\times ۲^۶=۲^۷}+۲^۷=۲^۷+۲^۷=۲\times ۲^۷=۲^۸$

۴- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

الف) $۶۴\times ۴^۳=$ ب) $۲۷^۲\times ۸۱^۳=$ پ) $۶^۳\times ۱۲^۴\times ۳^۴=$ ت) $۲۵\times ۵^۹\times ۱۲۵^۳=$

پاسخ: الف) $۲^۶\times(۲^۲)^۳=۲^۶\times ۲^۶=۲^{۱۲}$ ب) $(۳^۳)^۲\times(۳^۴)^۳=۳^۶\times ۳^{۱۲}=۳^{۱۸}$

پ) $(۲^۳\times ۳^۳)\times(۲^۲\times ۳)^۴\times ۳^۴=۲^۳\times ۳^۳\times ۲^۸\times ۳^۴\times ۳^۴=۲^{۱۱}\times ۳^{۱۱}=۶^{۱۱}$

ت) $۵^۲\times ۵^۹\times(۵^۳)^۳=۵^۲\times ۵^۹\times ۵^۹=۵^{۲۰}$

۵- مقدار عددی عبارت مقابل را به ازای $a=۲$ و $b=-۳$ و $c=-۱$ به دست آورید.

$$\frac{a^۲-(b-c^۲)+(\frac{b^۲}{۳})^۲}{ab-\frac{a^۲}{۴}-c^۳}=$$

پاسخ:

$$\frac{۲^۲-(-۳-(-۱)^۲)+(\frac{(-۳)^۲}{۳})^۲}{۲\times(-۳)-\frac{۲^۲}{۴}-(-۱)^۳}=\frac{۴-(-۳-۱)+(\frac{۹}{۳})^۲}{-۶-\frac{۴}{۴}-(-۱)}=\frac{۴+۴+۹}{-۶-۱+۱}=\frac{۱۷}{-۶}=-\frac{۱۷}{۶}$$

آموزش — درس دوم: تقسیم عددهای توان دار

در تقسیم عددهای توان‌دار برای نوشتن حاصل تقسیم به صورت یک عدد توان‌دار می‌توان از دو قانون زیر استفاده کرد:

۱- تقسیم دو عدد توان‌دار با پایه‌های مساوی: در تقسیم عددهای توان‌دار، اگر پایه‌ها مساوی باشند، یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را از هم کم می‌کنیم. $\boxed{a^m \div a^n = a^{m-n}}$

مثال:

$$(-8)^7 \div (-8)^4 = (-8)^{7-4} = (-8)^3 \qquad 3^5 \div 3^3 = \frac{\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times 3\times 3}{\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}} = 3^2$$

$$\left(\frac{-3}{5}\right)^{11} \div \left(\frac{-3}{5}\right)^4 = \left(\frac{-3}{5}\right)^7 \qquad 10^{14} \div 10^9 = 10^5$$

$$(yz)^9 \div (yz)^4 = (yz)^5 = y^5 z^5 \qquad a^{40} \div a^{23} = a^{17}$$

نکته

در تقسیم با پایه‌های مساوی، اگر توان عدد اول از عدد دوم کوچک‌تر باشد می‌توان حاصل را به صورت یک کسر نوشت.

مثال:

$$7^9 \div 7^{15} = \frac{7^9}{7^{15}} = \frac{1}{7^6} \qquad 2^4 \div 2^7 = \frac{\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{2}}{\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{2}\times 2\times 2\times 2} = \frac{1}{2^3}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \div \left(\frac{2}{3}\right)^{17} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^{12}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12} \qquad (-7)^{10} \div (-7)^{19} = \frac{1}{(-7)^9}$$

۲- تقسیم دو عدد توان‌دار با توان‌های مساوی: در تقسیم عددهای توان‌دار، اگر توان‌ها مساوی باشند، یکی از توان‌ها را نوشته و پایه‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم. $\boxed{a^m \div b^m = (a \div b)^m}$

مثال:

$$(-20)^7 \div 4^7 = (-20 \div 4)^7 = (-5)^7 \qquad 12^4 \div 3^4 = \frac{\overset{4}{\cancel{12}}\times\overset{4}{\cancel{12}}\times\overset{4}{\cancel{12}}\times\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{3}}\times\underset{1}{\cancel{3}}\times\underset{1}{\cancel{3}}\times\underset{1}{\cancel{3}}} = 4^4$$

$$27^4 \div (0/3)^4 = \left(27 \div \frac{3}{10}\right)^4 = \left(\overset{9}{\cancel{27}} \times \frac{10}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)^4 = 90^4 \qquad \left(\frac{3}{5}\right)^{10} \div 9^{10} = \left(\frac{3}{5} \div \frac{9}{1}\right)^{10} = \left(\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{5} \times \frac{1}{\underset{3}{\cancel{9}}}\right)^{10} = \left(\frac{1}{15}\right)^{10}$$

نکته ۱

در تقسیم پایه‌ها، اگر بر هم بخش‌پذیر نبودند، حاصل را به صورت کسر می‌نویسیم.

مثال:

$$3^7 \div 5^7 = \left(\frac{3}{5}\right)^7$$

نکته ۲

برای ساده کردن کسرهای توان‌دار، ابتدا توان‌های مساوی یا پایه‌های مساوی را از هم جدا کرده، سپس حاصل هر کدام را به دست می‌آوریم.

مثال:

$$1)\ \frac{10^7 \times 2^3}{2^6 \times 10^4} = \frac{10^7}{10^4} \times \frac{2^3}{2^6} = 10^3 \times \frac{1}{2^3} = \frac{10^3}{2^3} = 5^3$$

$$2)\ \frac{5^6 \times 6^3}{5^4 \times 6^5} = \frac{5^6}{5^4} \times \frac{6^3}{6^5} = 5^2 \times \frac{1}{6^2} = \frac{5^2}{6^2} = \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$3)\ \frac{3^4 \times 2^7}{2^{11} \times 3^8} = \frac{3^4}{3^8} \times \frac{2^7}{2^{11}} = \frac{1}{3^4} \times \frac{1}{2^4} = \frac{1}{6^4}$$

$$4)\ \frac{14^{13} \times 7}{7^5 \times 2^4} = \frac{2^{13} \times 7^{13} \times 7^1}{7^5 \times 2^4} = \frac{2^{13} \times 7^{14}}{2^4 \times 7^5} = \frac{2^{13}}{2^4} \times \frac{7^{14}}{7^5} = 2^9 \times 7^9 = 14^9$$

در سال گذشته آموختید که جذر عدد a، عددی است مانند b به طوری که اگر b را در خودش ضرب کنیم، عدد a به دست آید.
عدد a را «مجذور» و عدد b را «جذر» می‌نامیم.
جذر را با علامت « $\sqrt{\ }$ رادیکال» نمایش می‌دهیم.

نکتـــه **جذر هر عدد همواره مقداری مثبت است، ولی ریشه‌های یک عدد همواره دو مقدار قرینه‌ی هم هستند.**

مثال: جذر عددهای مقابل را بنویسید.

$$\sqrt{\frac{۹}{۶۴}}=\frac{۳}{۸} \quad , \quad \sqrt{۱۴۴}=۱۲ \quad , \quad \sqrt{۱۰۰}=۱۰ \quad , \quad \sqrt{\frac{۱}{۴۹}}=\frac{۱}{۷} \quad , \quad \sqrt{۳۶}=۶ \quad , \quad \sqrt{۲۵}=۵$$

مثال: ریشه‌های عددهای ۸۱ و $\frac{۴}{۹}$ را مشخص کنید.

پاسخ:

ریشه‌های ۸۱ $=۹, -۹$ و ریشه‌های $\frac{۴}{۹} = \frac{۲}{۳}, -\frac{۲}{۳}$

یـــادآوری **اعداد منفی جذر ندارند.**

روش محاسبه‌ی جذر تقریبی هر عدد: برای محاسبه‌ی جذر تقریبی یک عدد ابتدا مشخص می‌کنیم عدد زیر رادیکال بین کدام دو مجذور کامل قرار دارد. سپس با جذر گرفتن از آن دو عدد مشخص می‌شود جذر داده شده بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد.

مثال: عدد $\sqrt{۱۹}$ بین کدام دو عدد صحیح واقع است؟

$$\underset{۴\times۴}{۱۶} < ۱۹ < \underset{۵\times۵}{۲۵} \Rightarrow \sqrt{۱۶} < \sqrt{۱۹} < \sqrt{۲۵} \Rightarrow ۴ < \sqrt{۱۹} < ۵$$

پاسخ: $\sqrt{۱۹}$ بین ۴ و ۵ واقع است

مثال: عدد $\sqrt{۷۷}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

$$۶۴ < ۷۷ < ۸۱ \Rightarrow \sqrt{۶۴} < \sqrt{۷۷} < \sqrt{۸۱} \Rightarrow ۸ < \sqrt{۷۷} < ۹$$

پاسخ: $\sqrt{۷۷}$ بین ۸ و ۹ قرار دارد

بعد از مشخص کردن محدوده‌ی جذر خواسته شده، اگر عدد زیر رادیکال به مجذور کامل کوچک‌تر نزدیک بود در جدول از جذر عدد کوچک‌تر شروع کرده و با اضافه کردن ۰/۱، جذر تقریبی را به دست می‌آوریم. ولی اگر به مجذور کامل بزرگ‌تر نزدیک بود، با کم کردن ۰/۱ از جذر عدد بزرگ‌تر، جذر تقریبی را به دست می‌آوریم.

مثال: مقدار تقریبی $\sqrt{۱۱}$ را به دست آورید.

$$۹ < ۱۱ < ۱۶ \Rightarrow \sqrt{۹} < \sqrt{۱۱} < \sqrt{۱۶} \Rightarrow ۳ < \sqrt{۱۱} < ۴$$

پاسخ:
چون عدد ۱۱ به ۹ نزدیک‌تر است تا ۱۶ بنابراین جدول را از جذر کم‌تر شروع کرده و ۰/۱ به ۳ اضافه می‌کنیم و پیش می‌رویم تا در ردیف مجذورها به نزدیک‌ترین عدد نسبت به ۱۱ برسیم.

عدد	۳/۱	۳/۲	۳/۳	۳/۴
مجذور	۹/۶۱	۱۰/۲۴	۱۰/۸۹	۱۱/۵۶

در نتیجه چون عدد ۱۰/۸۹ از بقیه به ۱۱ نزدیک‌تر است پس $\sqrt{۱۱} \simeq ۳/۳$

مثال: مقدار تقریبی $\sqrt{۶۰}$ را به دست آورید.

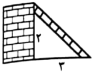
پاسخ: چون ۶۰ به ۶۴ نزدیک‌تر است بنابراین $\sqrt{۶۰}$ به $\sqrt{۶۴}$ یعنی عدد ۸ نزدیک‌تر است پس جدول را از ۷/۹ شروع کرده و ۰/۱ را به ترتیب از آن کم می‌کنیم.

عدد	۷/۹	۷/۸	۷/۷
مجذور	۶۲/۴۱	۶۰/۸۴	۵۹/۲۹

چون عدد ۶۰/۸۴ به ۶۱ نزدیک‌تر است بنابراین: $\sqrt{۶۰} \simeq ۷/۸$

کاربرد جذر در هندسه

مثال: در شکل مقابل طول نردبان را به صورت تقریبی به دست آورید.



پاسخ: طبق رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$x^۲ = ۳^۲ + ۲^۲ = ۹ + ۴ = ۱۳ \Rightarrow x = \sqrt{۱۳}$

$۹ < ۱۳ < ۱۶ \Rightarrow \sqrt{۹} < \sqrt{۱۳} < \sqrt{۱۶} \Rightarrow ۳ < \sqrt{۱۳} < ۴$

عدد (جذر)	۳/۹	۳/۸	۳/۷	۳/۶
مجذور	۱۵/۲۱	۱۴/۴۴	۱۳/۶۹	۱۲/۹۶

$\Rightarrow \sqrt{۱۳} \simeq ۳/۶$ طول نردبان

مثال: مساحت مربعی $\sqrt{۸۹}$ می‌باشد. اندازه‌ی ضلع مربع را به صورت تقریبی به دست آورید.

پاسخ: مربع $S = a^۲ \Rightarrow a = \sqrt{S} \Rightarrow a = \sqrt{۸۹}$

$۸۱ < ۸۹ < ۱۰۰ \Rightarrow \sqrt{۸۱} < \sqrt{۸۹} < \sqrt{۱۰۰} \Rightarrow ۹ < \sqrt{۸۹} < ۱۰$

عدد	۹/۱	۹/۲	۹/۳	۹/۴	۹/۵
مجذور	۸۲/۸۱	۸۴/۶۴	۸۶/۴۹	۸۸/۳۶	۹۰/۲۵

$\Rightarrow \sqrt{۸۹} \simeq ۹/۴$ طول ضلع مربع

پرسش‌های با پاسخ

۱- مقدار تقریبی عددهای زیر را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

الف) $\sqrt{۷} \simeq$ ب) $\sqrt{۲۸} \simeq$ پ) $\sqrt{۹۵} \simeq$

پاسخ:

الف) $۴ < ۷ < ۹ \Rightarrow ۲ < \sqrt{۷} < ۳$

عدد	۲/۹	۲/۸	۲/۷	۲/۶
مجذور	۸/۴۱	۷/۴۸	۷//۲۹	۶/۷۶

$\Rightarrow \sqrt{۷} \simeq ۲/۶$

ب) $۲۵ < ۲۸ < ۳۶ \Rightarrow ۵ < \sqrt{۲۸} < ۶$

عدد	۵/۱	۵/۲	۵/۳
مجذور	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹

$\Rightarrow \sqrt{۲۸} \simeq ۵/۳$

پ) $۸۱ < ۹۵ < ۱۰۰ \Rightarrow ۹ < \sqrt{۹۵} < ۱۰$

عدد	۹/۹	۹/۸	۹/۷
مجذور	۹۸/۰۱	۹۶/۰۴	۹۴/۰۴

$\Rightarrow \sqrt{۹۵} \simeq ۹/۷$

۲- محل تقریبی عددهای زیر را روی محور مشخص کنید.

$A = \sqrt{۱۱۹}$ $B = \sqrt{۱۴۰}$ $C = \sqrt{۱۰۵}$ $D = \sqrt{۱۱۱}$

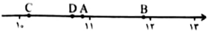
پاسخ:

$۱۰۰ < ۱۱۹ < ۱۲۱ \rightarrow ۱۰ < \sqrt{۱۱۹} < ۱۱ \leftarrow$ $\sqrt{۱۱۹}$ به $۱۱ = \sqrt{۱۲۱}$ نزدیک‌تر است

$۱۲۱ < ۱۴۰ < ۱۴۴ \rightarrow ۱۱ < \sqrt{۱۴۰} < ۱۲ \leftarrow$ $\sqrt{۱۴۰}$ به $۱۲ = \sqrt{۱۴۴}$ نزدیک‌تر است

$۱۰۰ < ۱۰۵ < ۱۲۱ \rightarrow ۱۰ < \sqrt{۱۰۵} < ۱۱ \leftarrow$ $\sqrt{۱۰۵}$ به $۱۰ = \sqrt{۱۰۰}$ نزدیک‌تر است

$۱۰۰ < ۱۱۱ < ۱۲۱ \rightarrow ۱۰ < \sqrt{۱۱۱} < ۱۱ \leftarrow$ $\sqrt{۱۱۱}$ به $۱۱ = \sqrt{۱۲۱}$ نزدیک‌تر است



نمایش عددهای رادیکالی روی محور اعداد: در فصل مثلث‌ها و درس رابطه‌ی فیثاغورس با رسم پاره خط به طول رادیکالی آشنا شدید. همان مراحل را این بار روی محور اعداد انجام می‌دهیم تا جای عدد رادیکالی روی محور مشخص شود.

۱- نقطه‌ی شروع را مشخص می‌کنیم (عدد صحیحی که همراه عدد رادیکالی می‌آید)

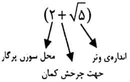
۲- جهت رسم مثلث قائم الزاویه را مشخص می‌کنیم (علامت + پشت رادیکال سمت راست و علامت − پشت رادیکال سمت چپ)

۳- دو عدد پیدا می‌کنیم که مجموع مجذورهای آن‌ها با عدد زیر رادیکال مساوی باشد (اضلاع مثلث قائم الزاویه)

۴- دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی وتر مثلث باز کرده، سوزن پرگار را روی نقطه‌ی شروع قرار داده و کمان رسم می‌کنیم.

۵- محل برخورد کمان با محور جای عدد خواسته شده می‌باشد.

مثال: جای عدد $\sqrt{۵}+۲$ را روی محور مشخص کنید.

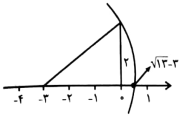


پاسخ: ۱- نقطه‌ی شروع = ۲

۲- جهت رسم مثلث ← +

۳- ضلع‌های مثلث = ۲ و ۱ $(۵ = ۴ + ۱ = ۲^۲ + ۱^۲)$

مثال: جای عدد $\sqrt{۱۳}-۳$ را روی محور مشخص کنید.



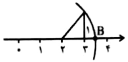
پاسخ: ۱- نقطه‌ی شروع = ۳-

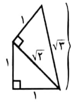
۲- جهت رسم مثلث ← +

۳- ضلع‌های مثلث = ۳ و ۲ $(۱۳ = ۹ + ۴ = ۳^۲ + ۲^۲)$

نکته: می‌توان مانند درس فیثاغورس ابتدا پاره خطی به طول عدد رادیکالی خواسته شده رسم کرد سپس از نقطه‌ی شروع به اندازه‌ی پاره خط کمانی رسم کرد تا جای عدد رادیکالی روی محور مشخص شود.

مثال: جای عدد $\sqrt{۳}-۱$ را روی محور مشخص کنید.





پاسخ: ۱- نقطه‌ی شروع = ۱

۲- جهت رسم مثلث ← −

۳- ضلع‌های مثلث ← مانند شکل مقابل

خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها: جذر حاصل ضرب یا تقسیم دو عدد با حاصل ضرب یا تقسیم جذر هر یک از آن‌ها مساوی می‌باشد.

$$\boxed{\begin{aligned}&\sqrt{ab}=\sqrt{a}.\sqrt{b}\\&\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\quad (b\neq ۰)\end{aligned}}$$

مثال:

$$\sqrt{۲}\times\sqrt{۱۸}=\sqrt{۳۶}=۶ \qquad \sqrt{۴۰۰}=\sqrt{۱۰۰}\times\sqrt{۴}=۱۰\times۲=۲۰$$

$$\frac{\sqrt{۲۷}}{\sqrt{۳}}=\sqrt{\frac{۲۷}{۳}}=\sqrt{۹}=۳ \qquad \sqrt{\frac{۴۹}{۸۱}}=\frac{\sqrt{۴۹}}{\sqrt{۸۱}}=\frac{۷}{۹}$$

نکته: تساوی‌های فوق در مورد جمع و تفریق برقرار نمی‌باشند.

$$(\sqrt{a-b}\neq\sqrt{a}-\sqrt{b}\ ,\ \sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b})$$

مثال:

$$\begin{cases}\sqrt{۱۰۰}-\sqrt{۴۹}=۱۰-۷=۳\\ \sqrt{۱۰۰-۴۹}=\sqrt{۵۱}=۷/۱۴\end{cases} \qquad \begin{cases}\sqrt{۴}+\sqrt{۹}=۲+۳=۵\\ \sqrt{۴+۹}=\sqrt{۱۳}=۳/۶\end{cases}$$