

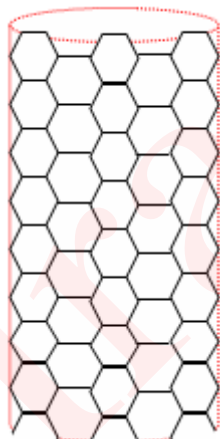
بسمه تعالی

آزمون اول المپیاد فیزیک ( تابستان 1401 )

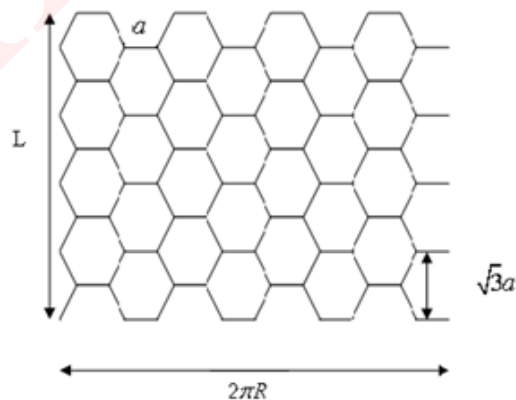
1401/5/27 مدت: 4 ساعت

**1) پتانسیل الکتریکی ساختار نانولوله‌ای**

صفحه‌ای مطابق شکل (الف) با شبکه شش‌گوشی (گرافن‌گونه) به طول  $L$  و عرض  $2\pi R$  در نظر بگیرید به طوری که با لوله کردن این صفحه، استوانه‌ای به شعاع  $R$  مانند شکل (ب) به دست می‌آید. به این نانوساختار، نانولوله دسته‌سندلی (آرمچیر) می‌گویند که در موقعیت رئوس شش‌ضلعی‌ها، اتم‌هایی با بار الکتریکی  $q$  قرار گرفته‌اند و لبه استوانه به صورت دسته‌سندلی است. مبدا مختصات را در قسمت پایین روی محور استوانه و فاصله هر دو بار الکتریکی را  $a$  در نظر بگیرید.



شکل (ب)



شکل (الف)

آ مقدار پتانسیل الکتریکی را در یک نقطه‌ی دلخواه  $(0,0,z)$  روی محور ساختار نانولوله برحسب ثابت‌های معرفی شده در مساله به دست آورید.

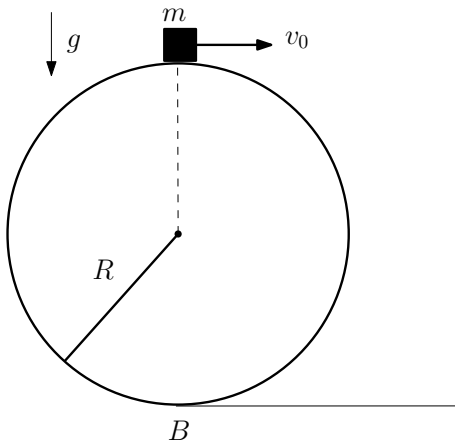
ب) اگر نسبت مساحت جانبی استوانه به مساحت یک شش ضلعی (یا به عبارت دیگر تعداد کل شش ضلعی‌ها) را  $N$  بنامیم در این صورت مقدار پتانسیل الکتریکی را در حالت حدی  $L > a \gg z$  در نقطه  $Z$  روی محور نانولوله برحسب ثابت‌های معرفی شده در مساله به دست آورید.

پ) با فرض اینکه  $L \gg a$  باشد حلقه‌ها خیلی به هم نزدیک می‌شوند. در این حالت، پتانسیل الکتریکی بخش (آ) را می‌توان به صورت انتگرال نوشت. در این صورت مقدار پتانسیل الکتریکی را در حالت حدی  $L \gg z$  در نقطه  $Z$  روی محور نانولوله برحسب ثابت‌های معرفی شده در مساله به دست آورید.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + b^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + b^2}) \quad \text{راهنمایی:}$$

ت) بدون مشتق‌گیری، مقدار بیشینه پتانسیل الکتریکی را به دست آورید؟

ث) اگر یک الکترون با بار  $e$  و جرم  $m$  مقید باشد که روی محور نانولوله حرکت کند در این صورت شتاب حرکت آن را تعیین نمایید.



(2) کره‌ای به شعاع  $R$  مطابق شکل روی یک سطح افقی، ساکن نگه داشته شده است. جسم کوچکی در بالاترین نقطه کره قرار دارد. از اصطکاک بین جسم و سطح کره چشم‌پوشی کنید. بر اثر یک ضربه افقی، جسم با سرعت اولیه  $v_0$  شروع به حرکت می‌کند.

(آ) کمترین مقدار سرعت اولیه،  $v_{\min}$ ، چقدر باشد تا جسم پس از پرتاب به سطح کره برخورد نکند؟

(ب) نیروی عمودی سطح وارد بر جسم در لحظه پرتاب به ازای  $v_0 = v_{\min}$  چقدر است؟

(پ) به ازای  $v_0 = v_{\min}$  فاصله محل برخورد جسم به زمین تا نقطه  $B$  چقدر است؟

اکنون طوری به جسم به صورت افقی ضربه می‌زنیم که  $0 < v_0 < v_{\min}$  باشد. در این صورت جسم مقداری روی سطح کره می‌خورد و سپس از سطح کره جدا می‌شود. از اصطکاک بین جسم و سطح کره چشم‌پوشی کنید. در این صورت انرژی مکانیکی که مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی جسم ( $mgh$ ) است پایسته خواهد بود.

(ت) بر خلاف جسمی که روی یک سطح شیب‌دار تخت می‌خورد نیروی عمودی سطح وارد بر جسمی که روی سطح کره می‌خورد در طول مسیر همواره ثابت نیست بلکه با زاویه  $\theta$  متغیر است که  $\theta$  زاویه شعاع واصل به محل لحظه‌ای جسم با مثلاً راستای قائم (خط‌چین) است.  $N(\theta)$  را مادامی که جسم با سطح کره تماس دارد به دست آورید.

(ث) در لحظه‌ای که جسم از سطح کره جدا می‌شود  $N(\theta) = 0$  است. در لحظه جدا شدن جسم از سطح کره  $\cos \theta$  و مقدار سرعت جسم را به دست آورید.

(ج) فاصله محل برخورد جسم به زمین تا نقطه  $B$  چقدر است؟

3) در یک ظرف مسی به جرم  $m_{Cu}$  مقداری آب به جرم  $m_w$  وجود دارد که با هم در تعادل گرمایی هستند و دمای شان  $T_0$  ( $0 < T_0 < 100 \text{ } ^\circ\text{C}$ ) است. تکه‌ای یخ به جرم  $m_i$  که دمای آن  $T_i$  ( $T_i < 0 \text{ } ^\circ\text{C}$ ) است داخل ظرف می‌اندازیم. مدتی صبر می‌کنیم تا تعادل گرمایی بین اجزای تشکیل دهنده این دستگاه ترمودینامیکی برقرار شود. در حین فرایند شرایط طوری است که گرمایی از خارج با دستگاه مبادله نمی‌شود. بر حسب این که مقادیر عددی جرم‌ها و دماهای داده شده چقدر باشند وضعیت‌های مختلفی ممکن است اتفاق بیفتند. همه وضعیت‌های ممکن را جداگانه مشخص کنید و دمای تعادل دستگاه و نیز جرم آب و یخ را پس از ایجاد حالت تعادل به دست آورید.

گرمای ویژه مس، آب و یخ به ترتیب  $c_{Cu}$ ،  $c_w$  و  $c_i$  و گرمای نهان ذوب یخ  $l_{iw}$  است.

4) دماسنج‌های مقاومتی که بر اساس تغییر مقاومت الکتریکی فلزات با دما ساخته شده‌اند، می‌توانند گستره وسیعی از دما را اندازه‌گیری کنند. معمولاً برای این منظور از پلاتین استفاده می‌شود زیرا خالص کردن آن نسبتاً آسان است و خلوص آن کارایی‌اش را در دماهای پایین افزایش می‌دهد. به علاوه نقطه ذوب پلاتین بالا ( $1770^\circ\text{C}$ ) است. دقت دماسنج مقاومتی پلاتینی در بازه دمایی  $-200^\circ\text{C}$  تا  $1200^\circ\text{C}$  بسیار زیاد است.

اگر  $T$  مقیاس دمای مطلق (دمایی که دماسنج استاندارد نشان می‌دهد) بر حسب سلسیوس باشد، رابطه مقاومت الکتریکی بر حسب  $T$  به صورت زیر است

$$R = \begin{cases} R_0(1 + aT + bT^2) & 0 \leq T < 1200^\circ\text{C} \\ R_0(1 + aT + bT^2 + cT^3(T - 100)) & -200 < T < 0^\circ\text{C} \end{cases}$$

در ادامه، مقادیر عددی کمیت‌های خواسته شده را تا پنج رقم معنی‌دار محاسبه کنید.

(آ) برای به دست آوردن ثابت‌های  $R_0$ ،  $a$  و  $b$  به سه نقطه ثابت دماسنجی نیاز است. با استفاده از داده‌های جدول زیر که از تجربه به دست آمده‌اند، ثابت‌های  $R_0$ ،  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

$R(\Omega)$	$T(^{\circ}\text{C})$
99.996	0
119.784	50
139.271	100

(ب) اگر ثابت  $c = -3.1831 \times 10^{-12} (\text{C}^\circ)^{-4}$  باشد وقتی مقاومت الکتریکی قرائت شده به وسیله این دماسنج  $87.977 \Omega$  است دما چقدر است؟ مقادیر عددی  $R_0$ ،  $a$  و  $b$  را همان مقادیر به دست آمده از قسمت قبل در نظر بگیرید. برای به دست آوردن دما یعنی حل معادله درجه سوم از روش اختلال تا مرتبه اول،  $T = T^{(0)} + cT^{(1)} + \dots$  استفاده کنید.

(پ) اگر به جای مقیاس دمای مطلق، یک مقیاس دمای خطی مقاومتی مانند  $\theta$  به صورت  $R = \alpha\theta + \beta$  تعریف کنیم نیاز به دو نقطه ثابت دماسنجی برای تعیین ثابت‌های  $\alpha$  و  $\beta$  داریم. فرض کنید در دمای ذوب یخ  $\theta_1 = 0^\circ\text{C}$

مقاومت الکتریکی  $R_i = 99.996 \Omega$  و در دمای تبخیر آب  $\theta_s = 100^\circ\text{C}$  مقاومت الکتریکی  $R_s = 139.271 \Omega$  باشد. در این مقیاس دما در چه دمایی  $R = 119.784 \Omega$  است؟

ت) اگر یک دمای دلخواه در بازه  $0 \leq T < 1200^\circ\text{C}$  در نظر بگیریم و اختلاف بین دماهایی که این دو دماسنج گزارش می‌دهند را به صورت

$$\theta - T = C_1 \left(\frac{T}{100}\right)^2 + C_2 \left(\frac{T}{100}\right)$$

بنویسیم ثابت‌های  $C_1$  و  $C_2$  را به دست آورید.

ث) به ازای  $T = 500^\circ\text{C}$  اختلاف  $\theta - T$  چقدر است؟