EbiMath.com

پاسخ : محمدرضا شاه ابراهیمی

به غیر از سوال های ۲۸، ۲۹ و ۳۰ که متوسط و زمانبر بودند
بقیه سوالات ساده ارزیابی می شوند.
در کل یک سوالات معادلات اردر حدوداً ۱۴۰۲ ساده بود.
عدم طرح سوال از مباحث: ۱) مرتبه اول خطی ۲) برنولی ۳) مرتبه ۲ غیر خطی
با یک معادلات ما به راحتی به هر ۱۰ سوال معادلات می رسید در نقطه ۱۲ ساعت ۱ دقیقه

ریاضیات (معادلات دیفرانسیل و ریاضیات مهندسی):

۲۶- یک عامل انتگرال‌ساز معادله دیفرانسیل $x^2y^3 + x(1+y^2)y' = 0$ کدام است؟ (مرتبه ۱ یک معادله ساده)

۱) $\frac{1}{y^3}$
۲) $\frac{1}{x^3}$
۳) $\frac{1}{xy^3}$
۴) $\frac{1}{x^3y}$

$x^2y^3dx + (x+xy^2)dy = 0$

$x^\alpha y^\beta \to x^{\alpha+2}y^{\beta+3}dx + (x^{\alpha+1}y^{\beta+3} + x^{1+\alpha}y^{2+\beta})dy = 0$

$\frac{\partial M}{\partial y} = (\beta+3)x^{\alpha+2}y^{\beta+2}$

$\frac{\partial N}{\partial x} = (\alpha+1)x^\alpha y^{\beta+3} + (1+\alpha)x^\alpha y^{2+\beta}$ $\to \begin{cases} \beta = -3 \\ \alpha = -1 \end{cases} \to \mu = x^{-1}y^{-3} = \frac{1}{xy^3}$

۲۷- با تغییر متغیر $y = z^{\alpha}$، معادله $(x^{۲}y^{۲} - ۱)\,dy + ۲xy^{۳}dx = ۰$ به یک معادله همگن تبدیل می‌شود. مقدار α کدام است؟

۱) -۱
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) -۲
۴) $-\frac{۱}{۳}$

۲۸- جواب عمومی معادله $(x^{۲} - x\ln xy)y' + y(x-۱) = ۰$ که از نقطه $(۱, ۱)$ می‌گذرد، کدام است؟ $(x \neq ۰)$

۱) $y(x + \ln x) = ۱$
۲) $y(x - \ln x) = ۱$
۳) $y(x + \ln xy) = ۲ - y$
۴) $y(x - \ln xy) = ۲ - y$

۲۹- یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $y'' + ۴y = \tan ۲x$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}\cos ۲x \ln|\sec ۲x + \tan ۲x|$
۲) $-\frac{۱}{۴}\cos ۲x \ln|\sec ۲x + \tan ۲x|$
۳) $-\frac{۱}{۴}\sin ۲x \ln|\sec ۲x + \tan ۲x|$
۴) $\frac{۱}{۴}\sin ۲x \ln|\sec ۲x + \tan ۲x|$

۳۰- جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $y''' - ۴y'' + ۵y' - ۲y = ۱۰e^{۲x}$، کدام است؟

۱) $y_p = ۵xe^{۲x}$
۲) $y_p = ۱۰x^{۲}e^{۲x}$
۳) $y_p = ۵x^{۲}e^{۲x}$
۴) $y_p = ۱۰xe^{۲x}$

۳۱- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $(x+۲)^{۲}y'' - (x+۲)y' + y = ۰$ کدام است؟

۱) $y = (c_۱ + c_۲(x+۲))e^{(x+۲)}$
۲) $y = (c_۱ + c_۲(x+۲))(x+۲)$
۳) $y = (c_۱ + c_۲\ln(x+۲))(x+۲)$
۴) $y = (c_۱ + c_۲(x+۲))\ln(x+۲)$

۳۲- با تغییر متغیر $t = x^{-1}$، معادله دیفرانسیل $x^4y'' + 2x^3y' - 4y = 0$، به چه صورت تبدیل می‌شود؟

۱) $\frac{d^2y}{dt^2} - 4y = 0$

۲) $\frac{d^2y}{dt^2} + 4y = 0$

۳) $\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 4y = 0$

۴) $\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} + 4y = 0$

۳۳- تبدیل لاپلاس تابع $f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 \le x \le \pi \\ 0 & x > \pi \end{cases}$، کدام است؟

۱) $\frac{1 + se^{-\pi s}}{s^2 + 1}$

۲) $\frac{-1 + e^{-\pi s}}{s^2 + 1}$

۳) $\frac{se^{-\pi s} - 1}{s^2 + 1}$

۴) $\frac{e^{-\pi s} + 1}{s^2 + 1}$

۳۴- پاسخ معادله انتگرال $y(x) = x + e^x \int_0^x y(t)\, e^{-t} dt$، کدام است؟

۱) $y(x) = -\frac{1}{4}e^{2x} + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

۲) $y(x) = \frac{1}{4}e^{2x} + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

۳) $y(x) = \frac{1}{4}e^{-2x} - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

۴) $y(x) = -\frac{1}{4}e^{-2x} - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

۳۵- معادله دیفرانسیل $2x^2y'' + (2x^2 - x)y' + y = 0$ را در همسایگی $x = 0$ در نظر بگیرید. ریشه‌های معادله مشخصه کدام است؟

۱) $1, \frac{1}{2}$

۲) $-1, -\frac{1}{2}$

۳) $\frac{3}{2}, 1$

۴) $-\frac{3}{2}, -1$