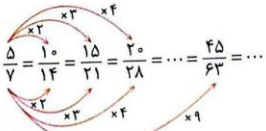


کسرهای مساوی



اگر صورت و مخرج کسری را در عددی طبیعی ضرب کنیم، کسری مساوی با آن به دست می‌آید. به این ترتیب می‌توانیم بی‌شمار کسر مساوی با یک کسر بنویسیم.

جمع و تفریق عددهای کسری

برای انجام جمع و تفریق بین دو یا چند کسر، ابتدا باید آن‌ها را با استفاده از یکی از روش‌های زیر هم‌مخرج کنیم؛ بعد از هم‌مخرج کردن کسرها، یکی از مخرج‌ها را می‌نویسیم و صورت کسرها را با توجه به علامت بین کسرها، با هم جمع یا از هم کم می‌کنیم. دقت داشته باشید که گاهی اوقات یکی از مخرج‌ها بر دیگری بخش پذیر است، در این صورت به سادگی هر دو کسر هم‌مخرج می‌شوند. مانند:

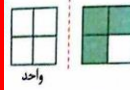
$$\frac{4}{5} - \frac{7}{15} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} - \frac{7}{15} = \frac{12}{15} - \frac{7}{15} = \frac{12-7}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

هم‌مخرج کردن کسرها با استفاده از نوشتن کسرهای مساوی

در این روش از هم‌مخرج کردن دو کسر، باید کسرهای مساوی با هر یک از کسرها را بنویسیم، تا جایی که به کسرهای هم‌مخرج برسیم.

شماره ۲

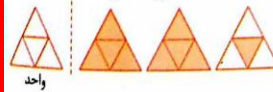
با مفهوم کسر در سال‌های گذشته آشنا شدید و آموختید که هرگاه جزئی از یک واحد مورد نظر باشد، آن را با کسر نشان می‌دهیم. به مثال‌های زیر دقت کنید:



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$$



$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

نکته

کسری که صورت آن بر مخرجش بخش‌پذیر باشد، با یک عدد صحیح برابر است.

$$\frac{15}{3} = 5, \quad \frac{24}{4} = 6, \quad \frac{100}{2} = 50, \quad \frac{150}{5} = 30$$

شماره ۱

نوشتن مضرب‌های هر یک از مخرج‌ها

در این روش ابتدا مضرب‌های هر یک از مخرج‌ها را می‌نویسیم. اولین مضرب مشترک بین آن‌ها، همان کوچک‌ترین مضرب مشترک کسرها خواهد شد.

الف) $\frac{5}{9} + \frac{7}{6}$

مضرب‌های ۹: ۹, ۱۸, ۲۷, ۳۶, ...
مضرب‌های ۶: ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ...

⇒ ۱۸ کوچک‌ترین مضرب مشترک دو کسر است.

محاسبه جمع: $\frac{5 \times 2}{9 \times 2} + \frac{7 \times 3}{6 \times 3} = \frac{10}{18} + \frac{21}{18} = \frac{31}{18}$

ب) $\frac{2}{15} - \frac{3}{25}$

مضرب‌های ۱۵: ۱۵, ۳۰, ۴۵, ۶۰, ۷۵, ...
مضرب‌های ۲۵: ۲۵, ۵۰, ۷۵, ۱۰۰, ...

⇒ ۷۵ کوچک‌ترین مضرب مشترک دو کسر است.

محاسبه تفریق: $\frac{2 \times 5}{15 \times 5} - \frac{3 \times 3}{25 \times 3} = \frac{10}{75} - \frac{9}{75} = \frac{1}{75}$

شماره ۴

مثال ۱

به مثال‌های زیر توجه کنید.

الف) $\frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{15}{12} + \frac{2}{12} = \frac{15+2}{12} = \frac{17}{12}$

$\frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{15}{12}$, $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$

$\frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{30}{24} + \frac{4}{24} = \frac{34}{24} = \frac{17}{12}$

$\frac{5}{4} = \frac{30}{24}$, $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$

اگر نوشتن کسرهای مساوی را ادامه دهیم، به کسرهای هم‌مخرج $\frac{30}{24}$ و $\frac{4}{24}$ می‌رسیم که با جمع این دو کسر و ساده کردن جواب جمع، مجدداً به همان جواب قبلی می‌رسیم.

در مثال بالا، عددهای ۱۲ و ۲۴ مخرج‌های مشترک دو کسر $\frac{5}{4}$ و $\frac{1}{6}$ هستند ولی به عدد ۱۲ کوچک‌ترین مضرب مشترک دو کسر هم گفته می‌شود که استفاده از این عدد باعث ساده‌تر شدن محاسبات می‌گردد.

ب) $\frac{7}{12} - \frac{5}{18} = \frac{21}{36} - \frac{10}{36} = \frac{11}{36}$

$\frac{7}{12} = \frac{21}{36}$, $\frac{5}{18} = \frac{10}{36}$

بنابراین برای انجام جمع و تفریق دو کسر با مخرج‌های نابرابر، بهتر است ابتدا کوچک‌ترین مضرب مشترک دو کسر را بیابیم، سپس جمع یا تفریق را انجام دهیم.

شماره ۳

جمع و تفریق عددهای مخلوط

برای انجام جمع یا تفریق دو عدد مخلوط، ابتدا قسمت صحیح هر دو عدد را با توجه به علامت بین عددها، با هم جمع، یا از هم کم می‌کنیم، سپس قسمت‌های کسری را پس از هم‌مخرج کردن آن‌ها، با توجه به علامت بین عددها، با هم جمع، یا از هم کم می‌کنیم.

الف) $2\frac{3}{8} + 3\frac{5}{6} = 5\frac{3 \times 3}{8 \times 3} + \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = 5\frac{9}{24} + \frac{20}{24} = 5\frac{29}{24}$

به مثال‌های زیر دقت کنید.

۲۴ کوچک‌ترین مضرب مشترک بین دو کسر است.

مضرب‌های ۸: ۸, ۱۶, ۲۴, ۳۲, ...
مضرب‌های ۶: ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ...

$5\frac{29}{24} = 5 + \frac{5}{24} = 6\frac{5}{24}$

نکته

اگر در جمع اعداد مخلوط، قسمت کسری حاصل جمع، عددی بزرگ‌تر از واحد شود، باید آن کسر را نیز به عدد مخلوط تبدیل، و با قسمت صحیح قبلی جمع کنیم.

شماره ۵

ب) $3\frac{1}{24} - 2\frac{3}{16} = 1\frac{1 \times 2}{24 \times 2} - \frac{3 \times 3}{16 \times 3} = 1\frac{2}{48} - \frac{9}{48} = \frac{2-9}{48} = -\frac{7}{48}$

تبدیل به کسر

مضرب‌های ۲۴: ۲۴, ۴۸, ۷۲, ...

⇒ ۴۸ کوچک‌ترین مضرب مشترک دو کسر است.

مضرب‌های ۱۶: ۱۶, ۳۲, ۴۸, ...

همان‌طور که ملاحظه نمودید، گاهی اوقات در تفریق دو عدد مخلوط، بعد از تفریق قسمت صحیح آن‌ها، قسمت کسری اولین عدد از قسمت کسری دومین عدد کوچک‌تر می‌شود و به این ترتیب، تفریق امکان پذیر نمی‌باشد. در چنین مواقعی یکی از روش‌های تفریق این است که مانند مثال بالا، عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم، سپس عملیات تفریق را انجام دهیم.

شماره ۶

در سال قبل با سه روش محاسبه‌ی ضرب کسرها آشنا شدید که عبارت‌اند از:

۱- رسم شکل، ۲- رسم محور، ۳- محاسبات ریاضی

با توجه به این‌که روش محاسباتی، سریع‌ترین و ساده‌ترین روش نسبت به دو روش دیگر است، لذا در سال ششم پیش‌تر از این روش استفاده می‌کنیم. در این روش برای محاسبه‌ی حاصل ضرب دو کسر، ابتدا صورت‌های دو کسر را در همدیگر و مخرج‌های دو کسر را نیز در همدیگر ضرب می‌کنیم و به عنوان صورت و مخرج جدید می‌نویسیم. بهتر است قبل از انجام ضرب، صورت‌ها را با مخرج‌ها ساده کنیم. دقت داشته باشید که در ضرب کسرها، نیازی به هم‌مخرج کردن کسرها نیست.

مثال ۱ به مثال‌های زیر دقت کنید.
الف) $\frac{8}{11} \times \frac{14}{40} = \frac{8 \times 14}{11 \times 40} = \frac{2}{11}$

عددهای ۸ و ۴۰ را به ۸ ساده کردیم و عددهای ۱۴ و ۱۱ را نیز به ۷ ساده کردیم و در آخر ساده‌شده‌ی عددها را در یک‌دیگر ضرب کردیم.

ب) $\frac{27}{36} \times \frac{28}{21} = \frac{27 \times 28}{36 \times 21} = \frac{1}{1}$

در ابتدا عددهای ۲۷ و ۳۶ را به ۹ و عددهای ۲۸ و ۲۱ را نیز به ۷ ساده می‌کنیم و این عمل را مجدداً برای ساده‌شده‌ی عددها تکرار می‌کنیم.

ج) $\frac{26}{39} \times \frac{28}{32} = \frac{26 \times 28}{39 \times 32} = \frac{7}{12}$

ابتدا عددهای ۲۶ و ۳۹ را به ۱۳ و عددهای ۲۸ و ۳۲ را به ۴ ساده می‌کنیم و این عمل را برای ساده‌شده‌ی عددها تکرار می‌کنیم.

د) $\frac{15}{16} \times \frac{18}{25} \times \frac{20}{12} = \frac{15 \times 18 \times 20}{16 \times 25 \times 12} = \frac{9}{8}$

شماره ۷

برای انجام ضرب عددهای مخلوط، ابتدا باید آن‌ها را به عدد کسری تبدیل، سپس مثل ضرب کسرها عمل کنیم.

مثال ۲ به مثال‌های زیر دقت کنید.

الف) $3\frac{3}{7} \times 2\frac{5}{8} = \frac{24}{7} \times \frac{21}{8} = \frac{24 \times 21}{7 \times 8} = \frac{9}{1} = 9$
ب) $2\frac{1}{6} \times 1\frac{2}{13} = \frac{13}{6} \times \frac{15}{13} = \frac{13 \times 15}{6 \times 13} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

معکوس یک کسر

اگر جای صورت و مخرج یک کسر را تغییر دهیم، معکوس آن کسر به دست می‌آید.

$\frac{3}{5}$ معکوس $\frac{5}{3}$ $\frac{7}{2}$ معکوس $\frac{2}{7}$ $\frac{4}{3}$ معکوس $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{1}$ معکوس $\frac{1}{5}$

نکته!

۱- تمامی اعداد به غیر از صفر، معکوس دارند.

۲- برای تعیین معکوس یک عدد مخلوط، ابتدا باید آن عدد را به کسر تبدیل، و سپس معکوس کنیم.

$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ معکوس $\frac{3}{7}$ $\frac{8}{5} = \frac{43}{5}$ معکوس $\frac{5}{43}$

۳- هرگاه حاصل ضرب دو عدد برابر یک شود، آن دو عدد معکوس یک‌دیگر هستند. به عبارت دیگر، حاصل ضرب هر عددی در معکوسش، همیشه مساوی یک می‌شود.

$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$ $2\frac{1}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = 1$ $\frac{5}{1} \times \frac{1}{5} = 1$

شماره ۸

پیدا کردن مقدار نامعلوم در تساوی‌ها

مثال ۴ در تساوی $\frac{3}{5} = \frac{15}{\square}$ در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

همانطور که ملاحظه می‌کنید، عدد ۳ پنج برابر شده است، پس باید ۵ هم پنج برابر شود.

به عبارت دیگر، اول ۱۵ را بر ۳ تقسیم می‌کنیم تا بفهمیم که ۳ چند برابر شده است و سپس ۵ را هم در همان عدد ضرب می‌کنیم، برای حل این‌گونه سؤالات به روش زیر عمل می‌کنیم:

$\frac{3}{5} = \frac{15}{\square} \Rightarrow \square = 5 \times \frac{15}{3} = \frac{5 \times 15}{1} = 25$

نکته!

به طور کلی در تساوی دو کسر مانند $\frac{\triangle}{\square} = \frac{\circ}{\circ}$ ، برای پیدا کردن مقدار ؟ از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم.

$?\square = \triangle \circ$

مثال ۵ در هر قسمت مقدار ؟ را پیدا کنید.

الف) $\frac{15}{45} = \frac{9}{18} \Rightarrow 9 = \frac{15 \times 18}{45} = \frac{6}{1} = 6$ ب) $\frac{9}{20} = \frac{21}{35} \Rightarrow 9 = \frac{21 \times 20}{35} = \frac{12}{1} = 12$

شماره ۱۰

یادآوری

اگر بخواهیم چهار کلوچه را بین سه نفر تقسیم کنیم، می‌توانیم در ابتدا هر کلوچه را به سه قسمت تقسیم کنیم و سپس به هر نفر ۴ تا $\frac{1}{3}$ کلوچه بدهیم؛ به این ترتیب سهم هر نفر $\frac{4}{3}$ کلوچه می‌شود.

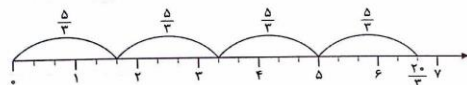


به عبارت دیگر: $4 \div 3 = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

با توجه به عبارت بالا، برای تقسیم دو عدد صحیح بر هم، کافی است که اولین عدد را در معکوس دومین عدد ضرب کنیم، سپس حاصل ضرب را به دست آوریم.

مثال ۱ حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

الف) $7 \div 4 = 7 \times \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$ ب) $20 \div 9 = 20 \times \frac{1}{9} = \frac{20}{9}$ ج) $35 \div 8 = 35 \times \frac{1}{8} = \frac{35}{8}$



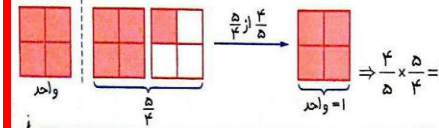
در محور بالا، در $\frac{20}{9}$ چهار تا $\frac{5}{9}$ قرار دارد. به عبارت دیگر: $\frac{20}{9} \div \frac{5}{9} = \frac{20}{5} = 4$

شماره ۱۲

مثال ۳

با رسم شکل نشان دهید که $\frac{5}{4}$ و $\frac{4}{5}$ معکوس یک‌دیگر هستند.

کافی است که نشان دهیم حاصل ضرب این دو کسر، برابر یک است. در ابتدا شکل $\frac{5}{4}$ را رسم می‌کنیم، حالا برای مشخص کردن $\frac{4}{5}$ از $\frac{5}{4}$ ، باید ۴ خانه‌ی رنگ‌شده از شکل $\frac{5}{4}$ را انتخاب کنیم. به این ترتیب ملاحظه می‌کنید که حاصل برابر یک واحد شده چون $\frac{4}{5}$ از $\frac{5}{4}$ شکل، مساوی واحد شده پس حاصل ضرب این دو کسر (یعنی $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4}$) مساوی یک است. لذا طبق نکته‌ی بالا این دو کسر معکوس یک‌دیگر هستند.



نکته!

معکوس معکوس هر عددی برابر خود آن عدد است.

شماره ۹

مثال ۶

در زنگ ورزش یک کلاس ۳۰ نفری، $\frac{2}{5}$ از دانش‌آموزان فوتبال، $\frac{1}{3}$ والیبال و بقیه آن‌ها تنیس روی میز بازی می‌کنند. چند نفر فوتبال بازی می‌کنند؟

$\frac{2}{5} \times 30 = \frac{2 \times 30}{5} = \frac{60}{5} = 12$ نفر فوتبال بازی می‌کنند.

$\frac{1}{3} \times 30 = \frac{1 \times 30}{3} = \frac{30}{3} = 10$ نفر والیبال بازی می‌کنند.

$30 - (10 + 12) = 30 - 22 = 8$ نفر تنیس روی میز بازی می‌کنند.

مثال ۷

کشاورزی $\frac{1}{4}$ از مزرعه‌ی خود را هندوانه و $\frac{3}{5}$ از باقی‌مانده‌ی مزرعه را خربزه و در بقیه‌ی زمین گوجه‌فرنگی کاشته است. اگر کل مزرعه‌ی او ۴ هکتار باشد:

الف) در چند متر مربع هندوانه کاشته است؟
متر مربع $\frac{1}{4} \times 40000 = 10000$

ب) در چند متر مربع خربزه کاشته است؟
متر مربع $\frac{3}{5} \times 20000 = 12000$

متر مربع $\frac{3}{5} \times 20000 = 12000$ مساحت زیر کشت خربزه \Rightarrow غیر از هندوانه کاشته $40000 - 10000 = 30000$

شماره ۱۱

$$ب) \frac{20}{9} + \frac{5}{6} = \frac{20 \times 2}{9 \times 2} + \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{40}{18} + \frac{15}{18} = \frac{55}{18}$$

مضرب‌های ۹: ۹, ۱۸, ۲۷, ۳۶, ...

مضرب‌های ۶: ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۰, ...

$$ج) 2\frac{1}{7} + 3\frac{1}{2} = \frac{15}{7} + \frac{7}{2} = \frac{30}{14} + \frac{49}{14} = \frac{79}{14}$$

روش کلی محاسبه‌ی حاصل تقسیم دو عدد

کافی است که اولین عدد را در معکوس دومین عدد ضرب کنیم و حاصل ضرب را پس از ساده کردن صورت‌ها با مخرج‌ها، به دست آوریم.

معکوس

$$الف) \frac{9}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{9}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{9 \times 2}{4 \times 1} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

ب) $\frac{20}{9} \div \frac{5}{6} = \frac{20}{9} \times \frac{6}{5} = \frac{20 \times 6}{9 \times 5} = \frac{120}{45} = \frac{8}{3}$

$$ج) 2\frac{1}{7} + 3\frac{1}{2} = \frac{15}{7} + \frac{7}{2} = \frac{30}{14} + \frac{49}{14} = \frac{79}{14}$$

شماره ۱۴

محاسبه‌ی کت عبارت: $(3\frac{13}{15} - 2\frac{11}{15}) \div \frac{3}{10} = \frac{13}{15} + \frac{13}{15} = \frac{26}{15} \div \frac{3}{10} = \frac{26}{15} \times \frac{10}{3} = \frac{260}{45} = \frac{52}{9}$

$$ب) \frac{9}{11} - \frac{9}{11} + \frac{15}{22} = \frac{15}{22}$$

در این عبارت، در ابتدا باید حاصل تقسیم $\frac{9}{11}$ بر $\frac{15}{22}$ را به دست آوریم. دقت داشته باشید که در هر عبارت محاسباتی، باید حاصل ضرب و تقسیم را زودتر از جمع و تفریق به دست آوریم.

محاسبه‌ی کت عبارت: $\frac{9}{11} - \frac{9}{11} + \frac{15}{22} = \frac{9 \times 2}{11 \times 2} - \frac{9 \times 2}{11 \times 2} + \frac{15}{22} = \frac{18}{22} - \frac{18}{22} + \frac{15}{22} = \frac{15}{22}$

نکته: برای محاسبه‌ی عبارت‌هایی مانند $\frac{9}{11} + \frac{3}{11} - \frac{5}{11}$ کافی است حاصل تقسیم را به دست آوریم.

$$ج) \frac{9}{25} = \frac{9}{25} + \frac{3}{25} = \frac{12}{25}$$

شماره ۱۶

حالت سوم: برای مقایسه‌ی کسرهایی که نه صورت و نه مخرج‌های برابر دارند، ابتدا هر دو کسر را هم مخرج یا هم صورت می‌کنیم، سپس کسرهای را مانند حالت اول یا دوم مقایسه می‌کنیم.

الف) $\frac{25}{18} \circ \frac{17}{12}$ مخرج مشترک $\frac{25 \times 2}{18 \times 2} \circ \frac{17 \times 3}{12 \times 3} \rightarrow \frac{50}{36} \circ \frac{51}{36}$

مضرب‌های ۱۸: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ... مضرب‌های ۱۲: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ۴۸, ...

ب) $\frac{6}{17} \circ \frac{4}{13}$ صورت مشترک $\frac{6 \times 2}{17 \times 2} \circ \frac{4 \times 2}{13 \times 2} \rightarrow \frac{12}{34} \circ \frac{12}{39}$

در این مثال، صورت مشترک‌گیری ساده‌تر از مخرج مشترک‌گیری است، لذا با نوشتن مضرب‌های ۶ و ۴، کوچک‌ترین مضرب مشترک آن‌ها را تعیین می‌کنیم و بین دو کسر، صورت مشترک می‌گیریم.

نکته: در مقایسه‌ی عددهای مخلوط، ابتدا قسمت‌های صحیح، سپس قسمت‌های کسری که کوچک‌تر از واحد هستند را با هم مقایسه می‌کنیم.

$3\frac{4}{5} \circ 3\frac{3}{5}$ $2\frac{7}{10} \circ 3\frac{1}{10}$ $7\frac{3}{8} \circ 7\frac{7}{8}$

شماره ۱۸

با توجه به عبارت بالا، برای تقسیم دو کسر با مخرج‌های برابر، کافی است که صورت اولین کسر را بر صورت دومین کسر تقسیم کنیم.

نکته: برای تقسیم دو عدد مخلوط بر یکدیگر، ابتدا آن‌ها را به صورت کسری می‌نویسیم، سپس حاصل تقسیم را به دست می‌آوریم.

مثال ۲: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{20}{9} \div \frac{5}{6} = \frac{20}{9} \times \frac{6}{5} = \frac{120}{45} = \frac{8}{3}$ ب) $2\frac{1}{7} + 3\frac{1}{2} = \frac{15}{7} + \frac{7}{2} = \frac{30}{14} + \frac{49}{14} = \frac{79}{14}$ ج) $\frac{8}{9} + \frac{1}{9} = \frac{9}{9} = 1$

اگر دو کسر هم مخرج باشند، حاصل تقسیم آن‌ها به سادگی قابل محاسبه است؛ پس از این خاصیت می‌توانیم برای تقسیم کسرهایی که مخرج آن‌ها برابر نمی‌باشد هم استفاده کنیم، به این ترتیب که ابتدا دو کسر را هم مخرج کنیم و سپس به روش بالا عمل کنیم.

مثال ۳: حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{9}{14} \div \frac{1}{2} = \frac{9}{14} \times \frac{2}{1} = \frac{18}{14} = \frac{9}{7}$

شماره ۱۳

در انجام عملیات ریاضی باید به ترتیب و اولویت عملیات داده شده دقت کنیم. به طور کلی در یک عبارت محاسباتی، باید به ترتیب زیر عمل کنیم:

- ۱- محاسبه‌ی پرانتزها از داخلی‌ترین آن‌ها
- ۲- انجام ضرب یا تقسیم، هر کدام که از چپ به راست عبارت، زودتر دیده شد.
- ۳- انجام جمع یا تفریق، هر کدام که از چپ به راست عبارت، زودتر دیده شد.

مثال ۱: به مثال‌های زیر دقت کنید.

الف) $(3\frac{3}{5} - 2\frac{11}{15}) \div \frac{3}{10} = \frac{13}{15} + \frac{13}{15} = \frac{26}{15} \div \frac{3}{10} = \frac{260}{45} = \frac{52}{9}$

در ابتدا، حاصل عبارت داخلی پرانتز را حساب کرده و عدد به دست آمده را بر $\frac{3}{10}$ تقسیم می‌کنیم.

ب) محاسبه‌ی داخلی پرانتز: $3\frac{3}{5} - 2\frac{11}{15} = \frac{3 \times 3}{5} - \frac{2 \times 11}{15} = \frac{9}{5} - \frac{22}{15} = \frac{9 \times 3}{5 \times 3} - \frac{22}{15} = \frac{27}{15} - \frac{22}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

شماره ۱۵

برای حل چنین سؤالاتی، ابتدا باید عبارت‌های موجود در صورت و مخرج کسر را به طور جداگانه محاسبه کنیم، سپس با استفاده از نکته‌ی قبل، حاصل کت عبارت را به دست آوریم.

الف) $\frac{1}{7} + \frac{3}{14} = \frac{2}{14} + \frac{3}{14} = \frac{5}{14}$

ب) محاسبه‌ی کت عبارت: $\frac{1 \times 2}{7 \times 2} + \frac{3}{14} = \frac{2}{14} + \frac{3}{14} = \frac{5}{14}$

ج) $\frac{5}{12} - 3\frac{14}{15} = \frac{5}{12} - \frac{14 \times 4}{15 \times 4} = \frac{5}{12} - \frac{56}{15} = \frac{5 \times 5}{12 \times 5} - \frac{56 \times 4}{15 \times 4} = \frac{25}{60} - \frac{224}{60} = \frac{25 - 224}{60} = \frac{-199}{60}$

مقایسه‌ی کسرها

در مقایسه‌ی کسرها، سه حالت زیر اتفاق می‌افتد:

حالت اول: در کسرهایی که مخرج آن‌ها مساوی است، کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد.

$$\frac{2}{7} \circ \frac{5}{7}$$

$$\frac{12}{13} \circ \frac{9}{13}$$

حالت دوم: در کسرهایی که صورت آن‌ها مساوی است، کسری بزرگ‌تر است که مخرج آن کوچک‌تر باشد.

$$\frac{3}{5} \circ \frac{2}{5}$$

$$\frac{15}{7} \circ \frac{15}{7}$$

شماره ۱۷

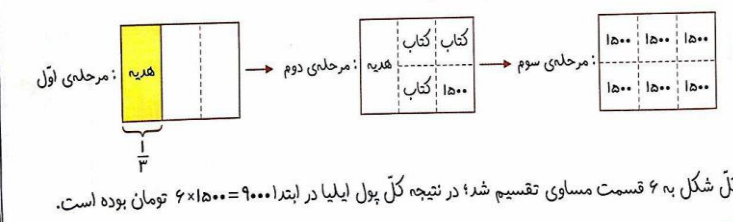
مثال ۴ ایلیا با $\frac{1}{3}$ پول خود یک هدیه برای دوستش و با $\frac{2}{3}$ باقی مانده پولش یک کتاب داستان برای خودش خرید. اگر پس از خرید کتاب و هدیه ۱۵۰۰ تومان برایش باقی مانده باشد پول ایلیا چقدر بوده است؟

روش اول: باقی مانده پول ایلیا پس از خرید هدیه $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ و $\frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0$ کسری از پولش که برای خرید کتاب هزینه کرد $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

کسری از پول که خرج شد $\frac{2}{3} - (\frac{1}{3} + \frac{2}{9}) = \frac{2}{3} - (\frac{3}{9} + \frac{2}{9}) = \frac{2}{3} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$

پول ایلیا در ابتدا ۹۰۰۰ تومان بوده است. $1500 \div \frac{1}{9} = 1500 \times 9 = 9000$

روش دوم: برای حل این گونه سؤالات بهتر است از روش رسم شکل استفاده کنیم. برای درک بهتر این روش، مراحل رسم شکل را به طور جداگانه انجام می دهیم.



کُل شکل به ۹ قسمت مساوی تقسیم شد؛ در نتیجه کل پول ایلیا در ابتدا $9 \times 1500 = 9000$ تومان بوده است.

شماره ۲۰

گاهی برای مقایسه ی بعضی از کسرها مانند $\frac{5}{13}$ و $\frac{7}{13}$ بهتر است هر کسرا را با نصف واحد کامل همان کسر مقایسه کنیم. در کسر $\frac{5}{13}$ ، واحد کامل همان $\frac{12}{13}$ است که نصف آن $\frac{6}{13}$ می شود. عدد $\frac{5}{13}$ از نصف واحد کامل (یعنی $\frac{6}{13}$) کوچک تر است. در کسر $\frac{7}{13}$ ، واحد کامل همان $\frac{13}{13}$ است که نصف آن $\frac{6.5}{13}$ می شود. عدد $\frac{7}{13}$ از نصف واحد کامل (یعنی $\frac{6.5}{13}$) بزرگ تر است. چون $\frac{7}{13}$ از نصف واحد کامل، بزرگ تر و $\frac{5}{13}$ از نصف واحد کامل، کوچک تر است، پس: $\frac{7}{13} > \frac{5}{13}$

مثال ۳ اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $\frac{3}{3}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, 1, \frac{11}{4}, \frac{7}{3}, \frac{4}{7}$

برای حل چنین سؤالاتی بهتر است در ابتدا عددهای کوچک تر از واحد را جداگانه و عددهای بزرگ تر از واحد را نیز جداگانه مقایسه کنیم.

عددهای کوچک تر از واحد: $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{7}$ مخرج مشترک $3 \times 5 \times 7 = 105$
 $\frac{3}{5} = \frac{63}{105}, \frac{2}{3} = \frac{70}{105}, \frac{4}{7} = \frac{60}{105}$
 $\frac{60}{105} < \frac{63}{105} < \frac{70}{105} \Rightarrow \frac{4}{7} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

عددهای بزرگ تر از واحد: $1, \frac{11}{4}, \frac{7}{3}, \frac{5}{4}$ مخرج مشترک $1 \times 4 \times 3 \times 4 = 48$
 $1 = \frac{48}{48}, \frac{11}{4} = \frac{132}{48}, \frac{7}{3} = \frac{112}{48}, \frac{5}{4} = \frac{60}{48}$
 $\frac{60}{48} < \frac{112}{48} < \frac{132}{48} < \frac{48}{48} \Rightarrow \frac{5}{4} < \frac{7}{3} < 1 < \frac{11}{4}$

بنابراین عددها به ترتیب مقابل هستند. $\frac{4}{7} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < 1 < \frac{5}{4} < \frac{7}{3} < \frac{11}{4}$

شماره ۱۹

فلش کارت فصل دوم

ریاضی هشتم

کسر