



نام و نام خانوادگی :

زمان آزمون :

پایه تحصیلی :

نام درس : ریاضی ۱

نام دبیر :

نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)

عنوان آزمون : کاربرگ ۱۸ - تابع درس ۲۱ تاریخ برگزاری ۱۴۰۱/۱۲/۱۵

۱ کدام رابطه تابع است؟

۱ رابطه‌ای که به هر فرد، برادرش را نسبت می‌دهد.

۲ رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه چهارم را نسبت می‌دهد.

۳ $R_1 = \{(m, n) | m, n \in \mathbb{N}, m + n = 5\}$

۴ $R_2 = \{(4, -1), (1, 3), (\sin^2 x + \cos^2 x, \cos^2 x), (\cos^2 x, \cos^2 x)\}$

۲ کدامیک از روابط زیر یک تابع را مشخص نمی‌کند؟

۱ رابطه‌ای که به هر ضلع مربع، مساحت آن مربع را نسبت می‌دهد.

۲ رابطه‌ای که به هر فرد، سن او را نسبت می‌دهد.

۳ رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی مثبت، ریشه‌ی ششم آن را نسبت می‌دهد.

۴ رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی، مجذور آن را نسبت می‌دهد.

۳ اگر در تابع $f = \{(1, 4), (2, a-1), (3, a^2+7)\}$ داشته باشیم $f(2) = -2$ $f(3)$ آنگاه حاصل $f(3)$ کدام است؟

۴ ۹

۳ ۸

۲ ۱۶

۱ ۱۳

۴ اگر رابطه $f = \{(-1, 1), (0, -1), (-1, a+2)\}$ یک تابع باشد و داشته باشیم: $\frac{af(-1)}{k+2f(0)} = 2$ ، آنگاه

مقدار k کدام است؟

۴ $2/5$

۳ ۲

۲ $1/5$

۱ ۱

۵ اگر $f = \{(-2, 2), (a^2+3, 2), (b-2, 2), (3a+1, 2)\}$ تابعی با دامنه دو عضوی باشد، اختلاف حداکثر و

حداقل مقدار $a+b$ کدام است؟

۴ ۳

۳ ۴

۲ ۱۲

۱ ۱۰

۶ جدول زیر مربوط به تابع f است. این تابع کدام نقطه را به عدد ۳ نظیر می‌کند؟

x	$(-1)^2$	۳	$\sqrt{1}$	$m+1$
y	m	m^2	$2-m$	۳

۴ ۲

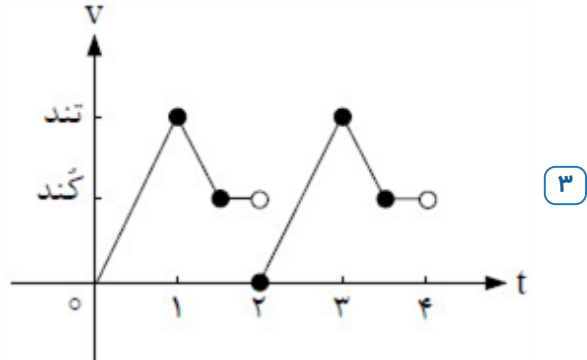
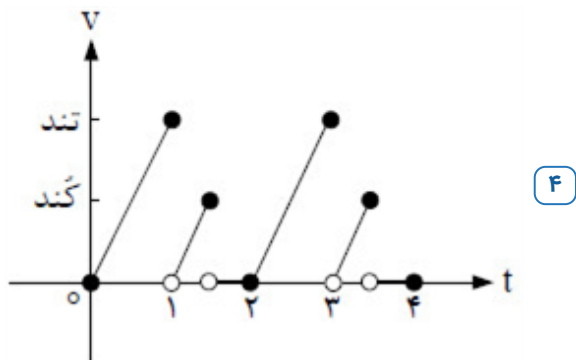
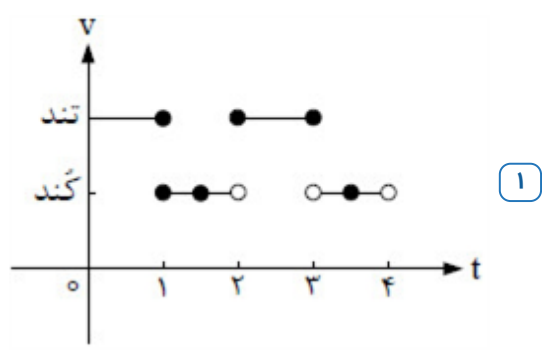
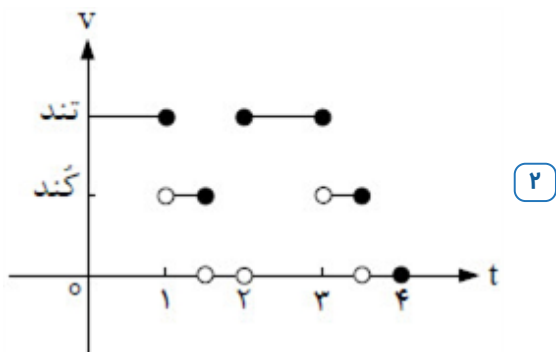
۳ صفر

۲ ۱

۱ -۱



۷ یک دستگاه تهویه هوای خودکار بعد از هریک ساعت روشن بودن روی دور تند، نیم ساعت روی دور کند کار می‌کند و سپس به مدت نیم ساعت خاموش می‌ماند. نمودار مربوط به سرعت حرکت موتور این دستگاه، کدام است؟



۸ اگر $f(x) = x^2 - 1$ و $f(2a) - f(a) = 12$ باشد، حاصل $f(3a)$ کدام است؟

۴۸ (۴)

۳۵ (۳)

۲۴ (۲)

۱۵ (۱)

۹ طول یک مستطیل از ۲ برابر عرض آن ۵ واحد بیشتر است. رابطه‌ی ریاضی که محیط این مستطیل را بر حسب تابعی از عرض آن بیان کند، کدام است؟ ($f(x)$ محیط مستطیل و x عرض مستطیل است.)

$f(x) = 3x + 10$ (۴)

$f(x) = 3x + 5$ (۳)

$f(x) = 6x + 5$ (۲)

$f(x) = 6x + 10$ (۱)

۱۰ تابع خطی به معادله $f(x) = ax + b$ از نقطه $(3, -1)$ می‌گذرد. اگر بدانیم $f(1/5) = -1/5$ باشد، آنگاه حاصل $f(b)$ کدام است؟

صفر (۴)

$-1\frac{8}{9}$ (۳)

۴ (۲)

$-2\frac{2}{3}$ (۱)

۱۱ اگر f یک تابع باشد که در رابطه $f(x+1) + f(x-1) = x$ صدق کند، آنگاه $f(1)$ کدام است؟

-۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۱)

۱۲ در تابع خطی f ، $f(\sqrt{2}) = \frac{1}{1-\sqrt{2}}$ و $f(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ می‌باشد. حاصل $f\left(\frac{1}{2}\right)$ برابر با کدام گزینه است؟

$\frac{1}{2} + \sqrt{2}$ (۴)

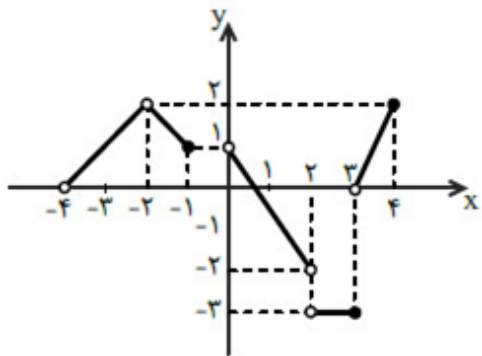
$\sqrt{2} - \frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)



۱۳ اگر برد و دامنه تابع مقابل را به ترتیب با R و D نشان دهیم، مجموعه $R - D$ شامل چند عدد صحیح است؟



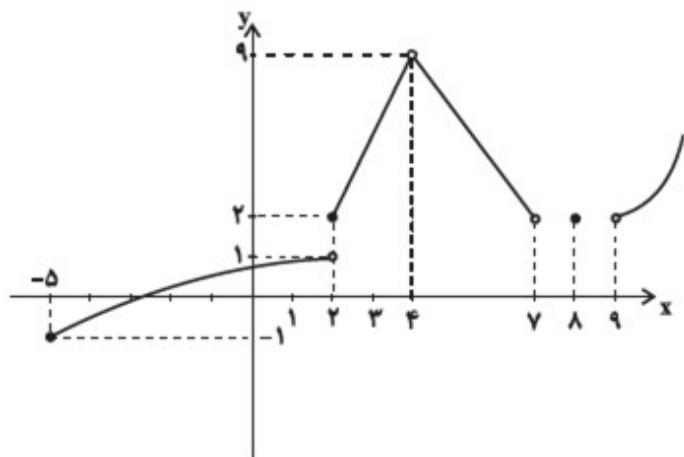
۴ صفر

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۱۴ در صورتی که شکل مقابل نمودار تابع $f(x)$ باشد، $D_f \cap R_f$ شامل چند عدد طبیعی است؟ D_f دامنه تابع و R_f برد تابع است.



۴ بی شمار

۴ ۳

۵ ۲

۳ ۱

۱۵ اگر $f(x)$ یک تابع خطی، $f(3x) - 3f(x) = 0$ و $f(x+1) + f(2x) = -21x + k$ باشد، شیب خط تابع $f(4x)$ کدام است؟

۴ ۷

۳ ۲۸

۲ -۲۸

۱ -۷

۱۶ نمودار تابع خطی $f(x) = (c-2)x^2 + (b+2a)x + a - 5$ موازی نیمساز ناحیه اول - سوم مختصاتی و دارای عرض از مبدأ ۱۰ است. $f(a+b+c)$ کدام است؟

۴ -۲

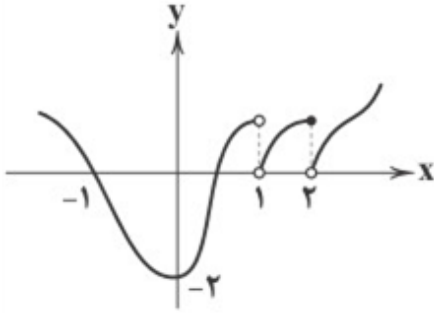
۳ -۴

۲ -۶

۱ -۸



۱۷ نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است، در مورد دامنه و برد آن کدام گزینه صحیح است؟



$D_f = R - \{2\}, R_f = \{y | y \geq -2\}$ (۲)

$D_f = R, R_f = \{y | y \geq -1\}$ (۱)

$D_f = R - \{1\}, R_f = \{y | y \geq -2\}$ (۴)

$D_f = R - \{1\}, R_f = R$ (۳)

۱۸ اگر $f(x) = 6$ و $f(x+1) = 8$ و تابع خطی f از مبدأ مختصات بگذرد، حاصل $f(-1/5) + f(2/5)$ کدام است؟

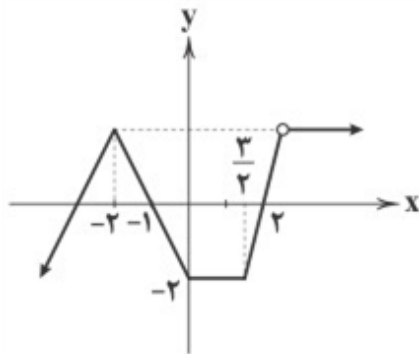
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۹ دامنه‌ی تابع زیر کدام است؟



(۴) $(-\infty, 2)$

(۳) $[-2, 2]$

(۲) $R - \{2\}$

(۱) $R - \{2/5\}$

۲۰ تابع $f(x) = k$ ثابت بوده و تابع $g(x) = (m-2)x^2 + 3x - k^2$ تابع خطی است. در صورتی که $f(3kx+5) = k^2 f(x)$ حاصل $\frac{4kg(2)-m}{3f(kx-1)+3}$ کدام می‌تواند باشد؟ (k عددی ثابت است.)

(۴) $-\frac{3}{2}$

(۳) -۳

(۲) ۳

(۱) $\frac{2}{3}$

۲۱ اگر دامنه‌ی تابع $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$ به صورت $-2 \leq x \leq 4$ باشد، حاصل جمع بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع کدام است؟

(۴) $-\frac{7}{2}$

(۳) $\frac{7}{2}$

(۲) $-\frac{9}{2}$

(۱) $\frac{9}{2}$

۲۲ تابع $f(x)$ دارای این ویژگی است که $f(x) = \frac{f(x+1) + f(x-1)}{2}$ ، اگر $f(-1) = -3$ و $f(2) = -1$ باشد، $f(5)$ کدام است؟

(۴) ۳

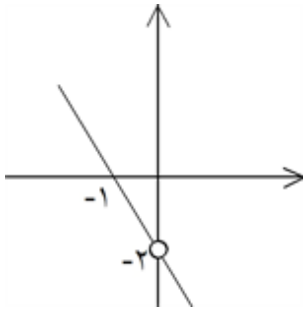
(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر



۲۳ اگر نمودار تابع $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x}$ به صورت زیر باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟



۴ ۲

۳ صفر

۲ -۴

۱ -۲

۲۴ اگر برد تابع $g(x)$ ، اعداد حقیقی کوچکتر یا مساوی صفر باشد، برد تابع $f(x) = \frac{2g(x)}{g(x)-2}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۴ صفر

۳ ۱

۲ ۳

۱ ۲

۲۵ در تابع خطی $f(x) = ax + b$ ، $f(-1) = 1$ و نمودار f محور x ها را در $\frac{1}{2}$ قطع می‌کند.

تابع درجه دوم $g(x) = x^2 + ax + b$ از کدام ناحیه مختصاتی نمی‌گذرد؟

۴ اول و دوم

۳ سوم و چهارم

۲ چهارم

۱ سوم



۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ممکن است یک فرد، چند برابر داشته باشد. (رد گزینه ۱)

اعداد مثبت، دو ریشه چهارم دارند. (رد گزینه ۲)

رابطه گزینه (۳) به شکل زیر است که تابع است:

$$R_1 = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$$

در رابطه گزینه (۴) می‌دایم: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ و $-1 \leq \cos 3x \leq 1$ پس زوج مرتب‌های $(1, 3)$ و

$(\sin^2 x + \cos^2 x, \cos 3x)$ ، مؤلفه‌های اول یکسان و دوم متمایز دارند. (رد گزینه ۴)

۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

هر عدد حقیقی مثبت x دو ریشه‌ی ششم دارد: $\sqrt[6]{x}$ و $-\sqrt[6]{x}$

بنابراین رابطه‌ی بیان شده در گزینه‌ی (۳) تابع نیست. بقیه‌ی موارد تابع‌اند.

۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(2) = -2 \Rightarrow a - 1 = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$f(3) = a^2 + 7 = (-1)^2 + 7 = 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در زوج‌های مرتب یک رابطه، اگر مؤلفه‌های اول برابر باشند، آن‌گاه رابطه وقتی تابع است

که مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز برابر باشند، یعنی داریم:

$$(-1, 1) = (-1, a + 2) \Rightarrow a + 2 = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$f = \{(-1, 1), (0, -1)\} \quad \text{بنابراین:}$$

$$\frac{af(-1)}{k + 2f(0)} = 2 \xrightarrow{a=-1} \frac{-1 \times 1}{k + 2(-1)} = 2 \Rightarrow \frac{-1}{k - 2} = 2 \Rightarrow 2k - 4 = -1 \Rightarrow 2k = 3 \Rightarrow k = \frac{3}{2} = 1.5$$

۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب تابع f ، دو مقدار $a^2 + 3$ و -2 وجود دارد. با توجه به

این‌که $a^2 + 3 > 0$ است، این دو مقدار نمی‌توانند با هم برابر باشند و دامنه تابع شامل این دو مقدار است. حال برای

$3a + 1$ و $b - 2$ حالت‌های زیر ممکن است رخ دهد:

$$\begin{aligned} 1) & \left\{ \begin{aligned} 3a + 1 = a^2 + 3 & \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 1) = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a = 1 \\ b - 2 = a^2 + 3 & \Rightarrow \begin{cases} \text{اگر } a = 2 \Rightarrow b - 2 = 4 + 3 \Rightarrow b = 9 \Rightarrow a + b = 11 \\ \text{اگر } a = 1 \Rightarrow b - 2 = 1 + 3 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a + b = 5 \end{cases} \end{aligned} \right. \\ 2) & \left\{ \begin{aligned} 3a + 1 = a^2 + 3 & \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = 2 \\ b - 2 = -2 & \Rightarrow b = 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ \text{یا} \\ a + b = 2 \end{cases} \end{aligned} \right. \\ 3) & \left\{ \begin{aligned} 3a + 1 = -2 & \Rightarrow a = -1 \\ b - 2 = -2 & \Rightarrow b = 0 \Rightarrow a + b = -1 \end{aligned} \right. \\ 4) & \left\{ \begin{aligned} 3a + 1 = -2 & \Rightarrow a = -1 \\ b - 2 = a^2 + 3 & \xrightarrow{a=-1} b - 2 = 1 + 3 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow a + b = 5 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

با توجه به حالات فوق، حداکثر مقدار $a + b$ برابر با ۱۱ و حداقل مقدار آن برابر با -۱ است که اختلاف این دو مقدار برابر با

۱۲ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶

$$\begin{array}{c|ccc} x & 1 & 2 & m+1 \\ \hline y & m & m^2 & 2-m \end{array}$$

$\Rightarrow m = 2 - m \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1$ تعریف تابع

$$\begin{array}{c|ccc} x & 1 & 2 & 2 \\ \hline y & 1 & 1 & 2 \end{array}$$
 عدد ۲ به عدد ۳ نظیر شده است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در فاصله‌های صفر تا ۱ و ۱ تا ۱/۵ تابع ثابت است. ۷
۱ ساعت روی دور تند، ۰/۵ ساعت روی دور کند و ۰/۵ ساعت خاموش (روی صفر) است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 1 \\ f(a) &= a^2 - 1 \\ f(2a) &= (2a)^2 - 1 = 4a^2 - 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow f(2a) - f(a) = 12 \Rightarrow (4a^2 - 1) - (a^2 - 1) = 12$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 1 - a^2 + 1 = 12 \Rightarrow 3a^2 = 12 \Rightarrow a^2 = \frac{12}{3} \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

اگر $\xrightarrow{a=2} f(2a) = f(2 \times 2) = f(4) = 4^2 - 1 = 16 - 1 = 15$

اگر $\xrightarrow{a=-2} f(2a) = f(2 \times -2) = f(-4) = (-4)^2 - 1 = 16 - 1 = 15$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹

$$\left. \begin{array}{l} \text{طول مستطیل} = y \\ \text{عرض مستطیل} = x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{محیط مستطیل} = 2(y + x) \\ y = 2x + 5 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2(2x + 5 + x)$$

$$\Rightarrow f(x) = 2(3x + 5) \Rightarrow f(x) = 6x + 10$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. خط از نقاط $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ ، $(3, -1)$ می‌گذرد. ابتدا معادله آن را می‌نویسیم: ۱۰

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-\frac{3}{2})}{3 - \frac{3}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$y - (-1) = \frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - 2 = ax + b$$

$$a = \frac{1}{3}, b = -2 \Rightarrow f(b) = f(-2) = \frac{1}{3}(-2) - 2 = \frac{-2}{3} - 2 = -\frac{8}{3}$$



۱۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مجموع $f(x+1)$ و $f(x-1)$ ، یک تابع خطی است، پس خود تابع $f(x)$ نیز خطی است. اگر ضابطه تابع f را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} a(x+1) + b + a(x-1) + b = x \Rightarrow 2ax + 2b = x \Rightarrow \begin{cases} 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ 2b = 0 \Rightarrow b = 0 \end{cases}$$

بنابراین: $f(x) = \frac{1}{2}x$ ، در نتیجه: $f(1) = \frac{1}{2}$.

۱۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(\sqrt{2}) = \frac{1}{1 - \sqrt{2}} = \frac{1}{1 - \sqrt{2}} \times \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 1}{-1} = -\sqrt{2} - 1$$

اگر ضابطه تابع خطی f ، به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر گرفته شود، داریم:

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = a\sqrt{2} + b = -\sqrt{2} - 1 \\ f(1 - \sqrt{2}) = a(1 - \sqrt{2}) + b = \sqrt{2} \end{cases}$$

با جمع دو رابطه بالا خواهیم داشت:

$$f(x) = ax + b \xrightarrow{x = \frac{1}{2}} f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{2} + b \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a + 2b}{2} = \frac{-1}{2}$$

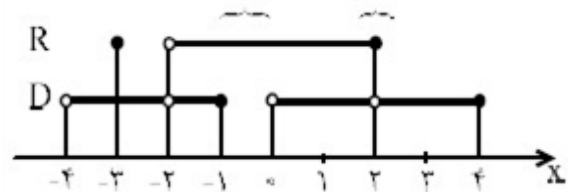
$$D = (-4, -2) \cup (-2, -1] \cup (0, 2) \cup (2, 4]$$

۱۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$R = (-2, 2] \cup \{-3\}$$

D و R را روی محور اعداد نشان می‌دهیم:



$$R - D = (-1, 0] \cup \{2\}$$

پس:

$R - D$ شامل دو عدد صحیح صفر و ۲ است.

۱۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، دامنه و برد تابع f به صورت زیر است:

$$D_f = [-5, 4) \cup (4, 7) \cup \{8\} \cup (9, +\infty)$$

$$R_f = [-1, 1) \cup [2, \infty) \Rightarrow D_f \cap R_f = [-1, 1) \cup [2, 4) \cup (4, 7) \cup \{8\} \cup (9, +\infty)$$

شامل بی‌شمار عدد طبیعی است.

۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم $f(x) = ax + b$ باشد.

$$f(3x) = 3f(x) \Rightarrow 3ax + b = 3(ax + b) \Rightarrow b = 0 \Rightarrow f(x) = ax$$

$$f(x+1) + f(2x) = -21x + k$$

$$\Rightarrow a(x+1) + 2ax = 3ax + a = -21x + k \Rightarrow 3a = -21 \Rightarrow a = -7$$

$$f(2x) = 2ax = -14x$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع خطی به فرم $f(x) = mx + n$ می‌باشد: ۱۶

$$c - 2 = 0 \Rightarrow c = 2$$

$$(1) \Rightarrow b + 2a = 1 \Rightarrow \text{شیب} = 1 \Rightarrow \text{موازی نیمساز ناحیه اول - سوم مختصاتی (خط } y = x \text{)}$$

$$f(x) = x + 10 \quad \text{طبق ۱} \quad a - 5 = 10 \Rightarrow a = 15 \xrightarrow{x=0} 10 = \text{عرض از مبدا}$$

$$f(a + b + c) = f(15 - 29 + 2) = f(-12) = -12 + 10 = -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه تابع شامل همه‌ی اعداد حقیقی به جز ۱ است. زیرا تابع در $x = 1$ تعریف نشده ۱۷

$$D_f = R - \{1\} \quad \text{است:}$$

و برد تابع مقادیر بزرگ‌تر یا مساوی -۲ است.

$$R_f = \{y \mid y \geq -2\}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\begin{cases} f(x) = ax \text{ گذرد می کند} \\ f(x_0) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax = 6 \\ ax + a = 8 \end{cases} \Rightarrow a = 8 - 6 = 2$$

$$f(x_0 + 1) = a(x_0 + 1) = 8$$

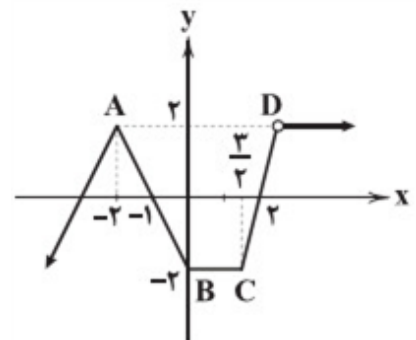
$$f(x) = 2x$$

$$f(-1/5) = 2(-1/5) = -2/5$$

$$f(2/5) = 2(2/5) = 4/5$$

$$f(-1/5) + f(2/5) = -2/5 + 4/5 = 2/5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹



$$AB \text{ ی معادله } : (0, -2), (-2, 2) \Rightarrow y = \frac{2 + 2}{-2 - 0} x - 2$$

$$\Rightarrow y = -2x - 2 \xrightarrow{x=-2} y_A = 2 \Rightarrow y_D = 2$$

$$CD \text{ ی معادله } : (2, 1), \left(\frac{2}{2}, -2\right) \Rightarrow y - 1 = \frac{-2 - 1}{\frac{2}{2} - 2} (x - 2) \Rightarrow y = \frac{-2}{-\frac{1}{2}} (x - 2)$$

$$\Rightarrow y = 4(x - 2) = 4x - 8 \xrightarrow{y_D=2} 2 = 4x - 8 \Rightarrow 4x = 10$$

$$\Rightarrow x = \frac{10}{4} \Rightarrow x_D = \frac{5}{2} = 2.5 \Rightarrow D_f = R - \{2.5\}$$



۲۰

$$g(x) : m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. g تابع خطی است؛ بنابراین:

$$f(3kx + 5) = k \Rightarrow f(3kx + 5) = k^3 f(x) = k^3 \times k = k^3 \Rightarrow k^3 - k = 0$$

$$\Rightarrow k(k^2 - 1) = 0 \Rightarrow k(k-1)(k+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow g(2) = 6 \Rightarrow \frac{f(0)(6)-2}{f(0)+3} = \frac{-2}{3} \\ k = 1 \Rightarrow g(2) = 5 \Rightarrow \frac{f(1)(5)-2}{f(1)+3} = \frac{18}{6} = 3 \\ k = -1 \Rightarrow g(2) = 5 \Rightarrow \frac{f(-1)(5)-2}{f(-1)+3} = \frac{-22}{-1} \end{cases}$$

تعریف نشده

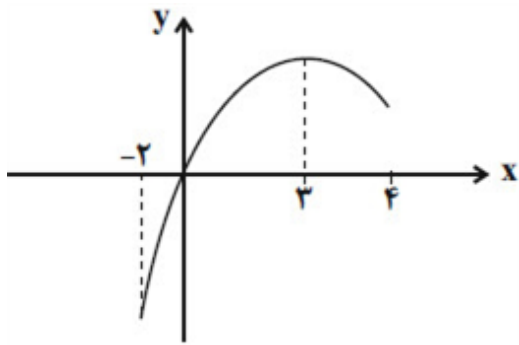
۲۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا مختصات رأس تابع را به دست می‌آوریم:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{-1} = 3$$

با توجه به این که عدد ۳ در دامنه‌ی تعریف شده‌ی صورت سؤال قرار دارد:

$$\Rightarrow y_S = -\frac{9}{2} + 9 = \frac{9}{2}$$

با توجه به این که $a < 0$ است، $y = \frac{9}{2}$ بیش‌ترین مقدار تابع است. کم‌ترین مقدار تابع با توجه به شکل در نقطه‌ی $x = -2$ به دست می‌آید.

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x \xrightarrow{x=-2} y = -\frac{1}{2}(4) - 6 = -8$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} - 8 = -\frac{7}{2}$$

مجموع خواسته شده

۲۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رابطه داده شده مشابه رابطه بین سه جمله متوالی از دنباله حسابی است. بنابراین تابع f بهفرم جمله عمومی دنباله حسابی و خطی است، یعنی $f(x) = \alpha x + \beta$.

$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= -3 \Rightarrow -\alpha + \beta = -3 \\ f(2) &= -1 \Rightarrow 2\alpha + \beta = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2}{3} \\ \beta = -\frac{7}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2x-7}{3} \Rightarrow f(5) = 1$$

۲۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی تابع خطی که از نقاط $A(0, -2)$ و $B(-1, 0)$ می‌گذرد را می‌نویسیم.

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{-2} = 1 \xrightarrow{\times(-2)} 2x + y = -2 \Rightarrow y = -2x - 2$$

از آنجا که در $x = 0$ نقطه‌ی توخالی است بنابراین $x = 0$ ریشه‌ی صورت و مخرج است.

$$y = \frac{-2x^2 - 2x}{x} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -2 \Rightarrow a + b + c = -4 \\ c = 0 \end{cases}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$f(x) = \frac{2g(x)}{g(x)-2} = \frac{2(g(x)-2)+4}{g(x)-2} = 2 + \frac{4}{g(x)-2}$$

$$g(x) \leq 0 \Rightarrow g(x)-2 \leq -2$$

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{g(x)-2} < 0 \Rightarrow 0 \leq 2 + \frac{4}{g(x)-2} < 2 \Rightarrow 0 \leq f(x) < 2$$

برد تابع $f(x)$ ، شامل دو عدد صحیح صفر و یک است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۵

$$\begin{aligned} f(x) = ax + b \\ \begin{cases} f(-1) = 1 \Rightarrow 1 = -a + b \Rightarrow b - a = 1 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a + b \xrightarrow{\times 2} a + 2b = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم:

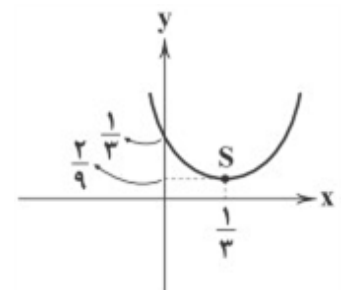
$$b + 2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{3} \xrightarrow{a = -2b} a = -\frac{2}{3}$$

$$g(x) = x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$x_s = \frac{-\left(-\frac{2}{3}\right)}{2(1)} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow y_s = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow y_s = \frac{1}{9} - \frac{2}{9} + \frac{1}{3} = -\frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{-1+3}{9} = \frac{2}{9} \Rightarrow S = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{9}\right)$$

$$x = 0 \Rightarrow g(0) = b = \frac{1}{3}$$



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴