

آزمون جامع استخدامی

به همراه پاسخنامه تشریحی

۱. به ازای چه مقداری m حاصل عبارت $\sqrt[3]{a^m \sqrt{a^4}}$ برابر a است؟
 الف) ۲ (ب) ۳ (ج) ۴ (د) ۵
۲. حاصل عبارت $\left(-\frac{1}{32}\right)^{\frac{4}{5}} - \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{5}{6}}$ کدام است؟
 الف) $-\frac{1}{64}$ (ب) $\frac{1}{64}$ (ج) $-\frac{1}{32}$ (د) $\frac{1}{32}$
۳. حاصل $\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[8]{x^6}$ کدام است؟
 الف) $a^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$ (ب) $|a|^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$ (ج) $a^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$ (د) $|a|^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$
۴. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}+3}$ کدام است؟
 الف) $\sqrt{3} - 1$ (ب) $\sqrt{2} - 1$ (ج) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (د) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۵. حاصل عبارت $(-\sqrt{98} + \sqrt{50} + \sqrt{128})$ کدام است؟
 الف) $6\sqrt{2}$ (ب) $2\sqrt{2}$ (ج) $3\sqrt{2}$ (د) $5\sqrt{2}$
۶. اگر $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$ باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟
 $(a + b - c)(a + c - b)(b + c - a)$
 الف) a^3 (ب) $2 - abc$ (ج) $3abc$ (د) $27abc$
۷. خلاصه شده عبارت $\frac{(4)^{0.25}}{1+\sqrt{2}} + 4^{0.25}$ کدام است؟
 الف) $\sqrt{2} - 1$ (ب) ۲ (ج) $\sqrt{2}$ (د) $1 + \sqrt{2}$
۸. از رابطه $(a - 2b)^2 + (b - 2c)^2 = 0$ مقدار $\frac{(b+c-a)^3}{abc}$ کدام است؟
 الف) -8 (ب) ۸ (ج) $-\frac{1}{8}$ (د) $\frac{1}{8}$
۹. اگر $x+y=4$ باشد حاصل $64-12xy$ کدام است؟
 الف) $x^2 + y^2$ (ب) $x^2 - y^2$ (ج) $x^3 - y^3$ (د) $x^3 + y^3$
۱۰. حاصل عبارت $3\sqrt{48} + 2\sqrt{27} - \sqrt{12} - 2\sqrt{75}$ کدام است؟
 الف) $4\sqrt{3}$ (ب) $-4\sqrt{3}$ (ج) $6\sqrt{3}$ (د) $-6\sqrt{3}$
۱۱. حاصل عبارت $\sqrt[4]{7 + 4\sqrt{3}} \times \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ برابر است با:
 الف) ۱ (ب) ۲ (ج) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ (د) $4 - 2\sqrt{3}$

۱۲. اگر اتحاد $\frac{3}{x(x^2-1)} = \frac{A}{x(x-1)} + \frac{B}{x^2-1}$ برقرار باشد، مقدار $A + B$ کدام است؟
 الف) 1 (ب) 0 (ج) -6 (د) 4
۱۳. بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عبارت $x^4 - 1$ و $x^3 + 1$ کدام است؟
 الف) $x - 1$ (ب) $x + 1$ (ج) $x^2 - 1$ (د) $x^2 + 1$
۱۴. یک چهارم عدد مثبتی با مکعب آن عدد برابر است. چهار برابر آن عدد کدام است؟
 الف) 1 (ب) 2 (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{1}{4}$
۱۵. اگر $x > 0$ باشد، $x^{-\frac{3}{2}}$ کدام است؟
 الف) $\frac{x}{\sqrt{x}}$ (ب) $\frac{\sqrt{x}}{x}$ (ج) $\frac{\sqrt{x}}{x^2}$ (د) $x\sqrt{x}$
۱۶. اگر $x + y = \sqrt{5}$ و $xy = 1$ باشد، $x^3 + y^3$ برابر است با:
 الف) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (ب) $\sqrt{5}$ (ج) $2\sqrt{5}$ (د) $3\sqrt{5}$
۱۷. اگر $x = \sqrt[3]{5}$ و $y = \sqrt[3]{3}$ باشد حاصل $(x^2 - y^2)(x^4 + y^4 + x^2y^2)$ کدام است؟
 الف) 11 (ب) 8 (ج) 2 (د) 12
۱۸. اگر $ab+bc+ac=0$ باشد، $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ برابر است با:
 الف) $(a + b + c)^3$ (ب) $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - 1)$ (ج) $(a + b)(b + c)(c + a)$ (د) $27abc$
۱۹. اگر $x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ باشد، x^2 برابر است با:
 الف) $\sqrt{2}$ (ب) $\sqrt[3]{2}$ (ج) $\sqrt[3]{4}$ (د) 2
۲۰. اگر $a^2 + b^2 + c^2 + 3 = 2(a + b + c)$ مقدار c چقدر است؟
 الف) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 3
۲۱. حاصل $\sqrt[6]{4 + 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{4}$ کدام است؟
 الف) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4
۲۲. اگر $x = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} - \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$ باشد، مقدار $x^3 - 3x$ کدام است؟
 الف) 1 (ب) $\sqrt{2}$ (ج) 2 (د) $2\sqrt{2}$

۲۳. اگر $x < 0$ باشد، حاصل $2\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[4]{x^4}$ کدام است؟

- الف) $3x$ (ب) x (ج) $-x$ (د) $-3x$

۲۴. حاصل $\sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} \times \sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}}$ کدام است؟

- الف) $-\sqrt{2}$ (ب) -1 (ج) 1 (د) $\sqrt{2}$

۲۵. بزرگترین عامل مشترک دو عبارت $x^2 - 2xy - 15y^2$ و $x^2 + 7xy + 12y^2$ کدام است؟

- الف) $x - 2y$ (ب) $x + 3y$ (ج) $x + 4y$ (د) $x + 6y$

۲۶. حاصل $(-\sqrt[10]{36})^{\frac{5}{3}}$ کدام است؟

- الف) -9 (ب) $+9$ (ج) -3 (د) $+3$

۲۷. عبارت $x^6 + 4x^2 + 5$ را به حاصلضرب دو عبارت تجزیه کرده ایم. اگر یکی از عبارت ها $x^2 + 1$ باشد،

عبارت دیگر کدام است؟

- الف) $x^4 + x^2 + 5$ (ب) $x^4 - x^2 + 5$
ج) $x^4 - 2x^2 + 5$ (د) $x^4 + 2x^2 + 5$

۲۸. حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{18}+\sqrt{25}}$ کدام است؟

- الف) $\frac{2}{7}$ (ب) $\frac{3}{7}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{2}{3}$

۲۹. حاصل عبارت $\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6 + 4\sqrt{2}}$ کدامیک از مقادیر زیر است؟

- الف) $\sqrt{2}$ (ب) 2 (ج) $2\sqrt{2}$ (د) 4

۳۰. اگر $x = \sqrt[13]{2^{15}}$ باشد، حاصل $x^3 \sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{x^2}$ برابر است با:

- الف) ۱۶ (ب) 8 (ج) 4 (د) 2

۳۱. حاصل کسر $\frac{1+\sqrt{2+\sqrt{3}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ برابر است با:

- الف) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ (ب) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ (ج) $\sqrt{2}$ (د) $\sqrt{3}$

۳۲. توان x در عبارت $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ عبارت است از:

- الف) $\frac{31}{32}$ (ب) $\frac{15}{16}$ (ج) $\frac{7}{8}$ (د) $\frac{3}{4}$

۳۳. اگر اتحاد $x^2 + ax + b = (x - 1)(x + 4)$ برقرار باشد، $2a+b$ کدام است؟

- الف) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 3

۳۴. اگر $\tan x + \cot x = 3$ باشد، حاصل $\tan^3 x + \cot^3 x$ برابر است با:

- الف) 18 (ب) 24 (ج) 27 (د) 15

۳۵. در حاصل عبارت $(x-1)(x+2)(x-3)(x+5)$ ضریب x^3 را معین کنید.

- الف) 1 (ب) 3 (ج) -1 (د) -3

۳۶. اگر $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2} = 1$ باشد، مقدار $\frac{x^2+x-1}{x}$ را بدست آورید.

- الف) -3 (ب) 3 (ج) -1 (د) 1

۳۷. حاصل عبارت $4\sqrt{0.25\sqrt{0.25\sqrt{0.25\sqrt{0.25}}}}$ کدام است؟

- الف) 1 (ب) $\sqrt[8]{2}$ (ج) $\sqrt[16]{0.25}$ (د) $\sqrt[8]{4}$

۳۸. حاصل کسر $\frac{1}{3\sqrt[3]{3}+2\sqrt[3]{9}+4}$ برابر است با:

- الف) $\sqrt[3]{9} - 2$ (ب) $\sqrt[3]{3} + 2$ (ج) $\sqrt[3]{9} + 2$ (د) $\sqrt[3]{3} - 2$

۳۹. بزرگترین مقسوم علیه مشترک $(abc - bc^2)^2$ و $(a^2c - ac^2)^2$ کدام است؟

- الف) $(a-c)^2$ (ب) $b(a-c)^2$ (ج) $b^2(a-c)^2$ (د) $c^2(a-c)^2$

۴۰. اگر $\sqrt[3]{x} = \frac{5}{6}$ باشد، \sqrt{x} برابر است با:

- الف) $\frac{\sqrt{15}}{6}$ (ب) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (ج) $\frac{4\sqrt{30}}{6}$ (د) $\frac{5\sqrt{30}}{36}$

۴۱. حاصل عبارت $(\sqrt{3} + 2)^9 (\sqrt{3} - 2)^{11}$ کدامیک از مقادیر زیر است؟

- الف) $7 - 4\sqrt{3}$ (ب) $4\sqrt{3} - 7$ (ج) $2\sqrt{3} - 5$ (د) $5 - 2\sqrt{3}$

۴۲. حاصل عبارت $\sqrt{13 + 2\sqrt{30}} + \sqrt{13 - 2\sqrt{30}}$ را به دست آورید.

- الف) $2\sqrt{3}$ (ب) $2\sqrt{10}$ (ج) $2\sqrt{13}$ (د) $2\sqrt{30}$

۴۳. حاصل کسر $\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{25}+\sqrt{125}}{\sqrt{20}+\sqrt{100}+\sqrt{80}}$ کدام است؟

- الف) 1 (ب) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (ج) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ (د) $\sqrt{5}$

۴۴. معکوس عدد $\sqrt[3]{4 - 2\sqrt{2}}$ را بدست آورید:

- الف) $\sqrt[3]{4 + 2\sqrt{2}}$ (ب) $\frac{\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}}}{2}$ (ج) $\sqrt[3]{4 - 2\sqrt{2}}$ (د) $\frac{\sqrt[3]{4-2\sqrt{2}}}{2}$

۴۵. $\frac{5}{7}$ عددی باضافه ۱۸، دو برابر آن عدد است. این عدد کدام است؟
 الف) ۱۴ ب) ۲۱ ج) ۲۸ د) ۳۶
۴۶. به ازای کدام مقدار m مجموع مجذورات دو ریشه حقیقی معادله $2x^2 - mx + m - 1 = 0$ برابر ۴ است؟
 الف) -۶ ب) -۲ ج) +۲ د) +۶
۴۷. معادله $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟
 الف) ۱ ب) ۲ ج) ۴ د) هیچ
۴۸. به ازای چه مقادیری از m ، معادله $(m^2 - 1)x + m + 1 = 0$ ممنوع است؟
 الف) $m = 1$ ب) $m = -1$ ج) $m = \pm 1$ د) $m = 0$
۴۹. به ازای چه مقداری از a و b معادله $(a + b + 1)x + a - 1 = 0$ مبهم می شود؟
 الف) $a = b = 1$ ب) $a = b = -2$ ج) $a = 1, b = 2$ د) $a = 1, b = -2$
۵۰. تعداد جواب های معادله $x^2 + (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{3} = 0$ کدام است؟
 الف) جواب حقیقی ندارد ب) یک ریشه مضاعف دارد
 ج) دو ریشه گویا دارد د) دو ریشه گنگ دارد
۵۱. در یک عدد دو رقمی اگر جای رقم ها را عوض کنیم ۴۵ واحد به آن افزوده می شود. تفاضل رقم دهگان و یکان کدام است؟
 الف) ۵ ب) ۳ ج) ۴ د) ۲
۵۲. دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ به ازای چه مقداری از m غیر ممکن است؟
 الف) -۵ ب) -۳ ج) ۳ د) ۵
۵۳. از رابطه $(a-2b)^2 + (b-2c)^2 = 0$ مقدار $\frac{(b+c-a)^3}{abc}$ کدامست؟
 الف) -۸ ب) ۸ ج) $\frac{1}{8}$ د) $-\frac{1}{8}$
۵۴. دو ریشه معادله $x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 0$ عبارتند از $x = \pm 1$ ، معادله درجه دومی که ریشه هایش در ریشه دیگر این معادله باشد، کدامست؟
 الف) $x^2 - 5x - 1 = 0$ ب) $x^2 + 2x - 2 = 0$
 ج) $x^2 + 5x - 1 = 0$ د) $x^2 - 2x - 1 = 0$

۵۵. اگر \hat{x} و \hat{x}' ریشه های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند، حاصل $|\sqrt{\hat{x}} - \sqrt{\hat{x}'}|$ عبارتست از:

- (الف) $\sqrt{2}$ (ب) $\sqrt{3}$ (ج) 2 (د) 3

۵۶. در معادله $ax^2 + bx + a = 0$ اگر یکی از ریشه ها سه برابر ریشه دیگر باشد، حاصل $\frac{b^2}{a^2}$ چقدر است؟

- (الف) $\frac{16}{3}$ (ب) $\frac{16}{9}$ (ج) $\frac{3}{16}$ (د) $\frac{9}{16}$

۵۷. معادله $\frac{x^2-9}{x+2} = \frac{x-3}{x^2-4}$ چند جواب دارد؟

- (الف) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4

۵۸. مجموع ریشه های معادله $(x-1)^2 + 2(x-1) - m^2 - 5 = 0$ کدام است؟

- (الف) -2 (ب) 0 (ج) $2m$ (د) m

۵۹. مجموع ریشه های معادله $x^4 - 5x^2 - 72 = 0$ برابر است با:

- (الف) 5 (ب) 0 (ج) 25 (د) 10

۶۰. اگر بین ریشه های معادله $x^2 + (2m+1)x - 31 = 0$ رابطه $x'x''^2 = 31$ برقرار باشد آنگاه m برابر است با:

- (الف) 13 (ب) -14 (ج) $13/5$ (د) $-15/5$

۶۱. اگر \sqrt{a} و \sqrt{b} ریشه های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند حاصل $a^3 + b^3$ کدامست؟

- (الف) 312 (ب) 314 (ج) 324 (د) 322

۶۲. اگر معادله $x^2 + ax + b - 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف $x' = x'' = 2$ باشد، $a+b$ کدامست؟

- (الف) 1 (ب) -1 (ج) 9 (د) -9

۶۳. در معادله $x^2 - 3x + 4a - 2 = 0$ اگر ریشه ها عکس قرینه هم باشند، a برابر با کدامیک از مقادیر زیر است؟

- (الف) 4 (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) -4 (د) $\frac{3}{4}$

۶۴. معادله $(x^2 + \sqrt{x} + 1)^2 + x^2 + \sqrt{x} - 1 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (الف) 4 (ب) 3 (ج) 2 (د) 1

۶۵. حدود m برای آنکه معادله درجه دوم $x^2 - x + m = 0$ دارای دو ریشه مثبت باشد عبارتست از:

- (الف) $m < \frac{1}{2}$ (ب) $0 < m < \frac{1}{4}$ (ج) $m > 0$ (د) $m < 0$ یا $m > \frac{1}{4}$

۶۶. مجموع مربعات ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$ چقدر است؟

- الف) $5 + 2\sqrt{6}$ (ب) 5 (ج) $2 + \sqrt{5}$ (د) 6

۶۷. مجموعه همه جوابهای نامعادله $\frac{2\sqrt{x}+2}{3\sqrt{x}+1} > 1$ برابر کدام مجموعه است؟

- الف) $(-\infty, 1]$ (ب) $(-\infty, 1)$ (ج) $(0, 1)$ (د) $[0, 1)$

۶۸. اگر $a > 0$ و دو معادله $x^2 + 4x + a = 0$ و $x^2 + x - 2a = 0$ دارای یک ریشه مشترک باشند، آنگاه

این ریشه مشترک کدام یک از جوابهای زیر است؟

- الف) -3 (ب) -1 (ج) 1 (د) 3

۶۹. اگر به ازای همه مقادیر m ، $4x^2 - 2mx + 4m^2 \geq 0$ باشد، آنگاه حدود m کدام است؟

- الف) $[0, +\infty)$ (ب) $(-\infty, 0]$ (ج) $(-\infty, +\infty)$ (د) \emptyset

۷۰. معادله درجه دومی که ریشه های آن $2 - \sqrt{4 - a}$ و $2 + \sqrt{4 - a}$ باشد کدام است؟

الف) $x^2 - 4x + a = 0$ (ب) $x^2 + ax - 4 = 0$

ج) $x^2 + 4x - a = 0$ (د) $x^2 - ax + 4 = 0$

۷۱. مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۹۲۵ می باشد. مجموع این دو عدد کدامست؟

- الف) 41 (ب) 43 (ج) 45 (د) 47

۷۲. نسبت دو عدد $x+1$ و $y-2$ برابر نسبت دو عدد $1-x$ و $y+2$ است. اگر $y=1$ باشد، x برابر است با:

- الف) 3 (ب) 2 (ج) -2 (د) -3

۷۳. از دستگاه معادلات
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ y + z + t = 9 \\ z + t + x = 8 \\ t + x + y = 7 \end{cases}$$
 مقدار $x+z$ چقدر است؟

- الف) 2 (ب) 4 (ج) 5 (د) 7

۷۴. نسبت دو عدد برابر $\frac{3}{5}$ و مجموع مربعاتشان ۱۶۶۶ می باشد. مجموع دو عدد عبارت است از:

- الف) 45 (ب) 54 (ج) 56 (د) 65

۷۵. حاصلضرب دو عدد فرد متوالی ۳۲۳ است. مجموع این دو عدد کدام است؟

- الف) 32 (ب) 34 (ج) 35 (د) 36

۷۶. اگر $ab=1$ باشد همواره:

- الف) $\frac{a}{b} < 0$ (ب) $\frac{a}{b} > 0$ (ج) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (د) $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$

۷۷. معادله درجه دومی که ریشه هایش عکس ریشه های معادله $5x^2 - 13x - 1 = 0$ باشد کدام است؟

الف) $-5x^2 + 13x + 1 = 0$ (ب) $5x^2 + 13x - 1 = 0$

ج) $x^2 + 13x - 5 = 0$ (د) $x^2 - 13x + 5 = 0$

۷۸. اگر x و y دو عدد حقیقی باشد به طوریکه $0 < x < y$ ، آنگاه:

الف) $-\frac{1}{x} < -\frac{1}{y}$ (ب) $-x < -y$

ج) $x + y < 0$ (د) $-\frac{1}{y} < -\frac{1}{x}$

۷۹. اگر x' و x'' ریشه های معادله $mnx^2 + n^2x + m^2 = 0$ باشند، حاصل عبارت $x'^2x'' + x'x''^2$ را معین کنید.

الف) -1 (ب) $+1$ (ج) $\frac{m+n}{mn}$ (د) mn

۸۰. معادله $\sqrt{x^2 - x - 6} + \sqrt{x^3 - 5x^2 - 2x + 24} = 0$ چند جواب دارد؟

الف) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 3

۸۱. در دستگاه $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \\ x + y + z = 18 \end{cases}$ مقدار x چقدر است؟

الف) 2 (ب) 4 (ج) 6 (د) 8

۸۲. معادله $4x^4 + x^3 - 3x^2 - x - 1 = 0$ چند ریشه گویا دارد؟

الف) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 4

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$$

۸۳. در دستگاه $\begin{cases} \frac{y}{3} + z = 2 \\ z + \frac{x}{2} = 2 \end{cases}$ مقدار x کدام است؟

$$z + \frac{x}{2} = 2$$

الف) 4 (ب) 3 (ج) 2 (د) 1

۸۴. به ازای کدام مقدار m معادله $(m+1)x^2 + (m^2-9)x - 2 = 0$ دو ریشه قرینه حقیقی دارد؟

الف) -1 (ب) -3 (ج) 3 (د) 9

۸۵. اگر $\begin{cases} 2x = y = 3z \\ 2x - 3y + 4z = -6 \end{cases}$ باشد، مقدار $y+z$ چقدر است؟

الف) 9 (ب) 10 (ج) 11 (د) 12

۸۶. اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + x - 1 = 0$ باشند و $x_2 > x_1$ باشد مقدار عبارت $5x_1^2 + 3x_2^2$ را بدست آورید.

الف) $12 + \sqrt{5}$ (ب) $12 - \sqrt{5}$ (ج) $24 + \sqrt{5}$ (د) $24 - \sqrt{5}$

۸۷. اگر $\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases}$ ، $|x - y|$ چقدر است؟

الف) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) 1 (د) 2

۸۸. کسر $\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$ در کدام فاصله زیر منفی است؟

الف) $(-\infty, 1)$ (ب) $(2, 3)$ (ج) $(3, 4)$ (د) $(2, \infty)$

۸۹. معادله درجه دومی که ریشه هایش به ترتیب ۹ برابر ریشه های معادله $x^2 + x - 3 = 0$ باشد کدام معادله زیر است؟

الف) $x^2 + 9x - 243 = 0$ (ب) $x^2 + 9x - 27 = 0$
ج) $x^2 + 18x - 243 = 0$ (د) $x^2 + 18x - 27 = 0$

۹۰. جواب نامعادله $x^4 + x^2 < 4x^2 + 4$ کدام است؟

الف) $-4 < x < 4$ (ب) $-2 < x < 2$
ج) $x > 2$ یا $x < -2$ (د) $x > 4$ یا $x < -4$

۹۱. اگر رابطه $x_1^2 + x_2^2 = 12$ بین ریشه های معادله $x^2 - 2kx - 2 = 0$ برقرار باشد، مقدار k کدام است؟

الف) $\pm\sqrt{2}$ (ب) $\pm\sqrt{3}$ (ج) ± 2 (د) ± 3

۹۲. تعداد ریشه های معادله $x^4 - 3x^2 + 1 = 0$ چندتا است؟

الف) دو ریشه قرینه (ب) چهار ریشه منفی
ج) دو ریشه منفی و دو ریشه مثبت (د) ریشه حقیقی ندارد

۹۳. معادله $x^4 + mx^2 = 5$ چند ریشه حقیقی دارد؟

الف) دو ریشه (ب) چهار ریشه
ج) بستگی به m دارد (د) ریشه حقیقی ندارد

۹۴. فاصله دو خط $3x - 4y = 5$ و $6x - 8y = 20$ کدام است؟

الف) 1 (ب) 5 (ج) 2 (د) $2\sqrt{5}$

۹۵. به ازای کدام مقدار m سه خط $x=2$ و $y=x-1$ و $y=2mx+5$ در یک نقطه متقارند؟
 الف) -1 (ب) -2 (ج) 1 (د) 2
۹۶. اگر دو خط $y=x+2$ و $y=mx-2$ بر نیمساز ربع دوم همدیگر را قطع کنند m کدام است؟
 الف) 2 (ب) 3 (ج) -2 (د) -3
۹۷. مبدأ مختصات به کدامیک از خطوط زیر نزدیک تر است؟
 الف) $x + 2y = 1$ (ب) $3x + y = 1$
 ج) $3x + 2y = 1$ (د) $2x + 2y = 1$
۹۸. اگر خط $x+my=4$ با محورهای مختصات مثلثی به مساحت 8 واحد تشکیل دهد m کدام است؟
 الف) $m = \pm 1$ (ب) $m = \pm 2$ (ج) $m = \pm 3$ (د) $m = \pm 4$
۹۹. مساحت مربعی که معادله دو ضلع آن $x-3y+1=0$ و $x-3y+6=0$ باشد کدام است؟
 الف) 4 (ب) 7 (ج) $\frac{5}{2}$ (د) $\frac{15}{2}$
۱۰۰. مساحت مثلثی که از تقاطع $y+2x=3$ و نیمسازهای بین محورهای مختصات ایجاد می شود کدام است؟
 الف) 3 (ب) 4 (ج) $3\sqrt{2}$ (د) $4\sqrt{2}$
۱۰۱. اگر دو خط $2x+ky=3$ و $x-y=5$ روی نیمساز ربع دوم و چهارم یکدیگر را قطع کنند مقدار k کدام است؟
 الف) $\frac{4}{5}$ (ب) $\frac{-4}{5}$ (ج) $\frac{3}{5}$ (د) $\frac{-3}{5}$
۱۰۲. به ازای چه مقدار m دو خط $2x+5my=4$ و $mx+2(m^2+1)y=3m+2$ بر هم منطبقند؟
 الف) $m = 1$ (ب) $m = 2$ (ج) $m = -1$ (د) $m = -2$
۱۰۳. زاویه حاده بین دو خط $(m-1)x-(m+1)y+(m^2-1)b=0$ و $y=mx+b$ کدام است؟
 الف) $\frac{\pi}{12}$ (ب) $\frac{\pi}{6}$ (ج) $\frac{\pi}{4}$ (د) $\frac{\pi}{3}$
۱۰۴. قرینه منحنی $y=x^2-2x+5$ نسبت به خط $x=1$ کدام است؟
 الف) $y = x^2 + 2x + 5$ (ب) $y = x^2 - 4x + 1$
 ج) $y = x^2 + 2x - 3$ (د) $y = x^2 - 2x + 5$
۱۰۵. نقطه برخورد دو خط به معادلات $37x-9y=4$ و $37y-9x=-4$ روی کدامیک از خطوط زیر واقع است؟
 الف) $y = 2x$ (ب) $y = x$ (ج) $y = 4x$ (د) $y = -x$
۱۰۶. دو نقطه $A(a,a+2)$ و $B(a,a-2)$ نسبت به کدامیک از خطوط زیر، قرینه یکدیگرند؟
 الف) $x = a$ (ب) $y = a$ (ج) $y = -a$ (د) $x = 2a$

۱۰۷. زاویه حاده بین دو خط به معادلات $y = x - 1$ و $y = (2 + \sqrt{3})x - 1$ کدام است؟

- (الف) $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{\pi}{3}$ (ج) $\frac{\pi}{6}$ (د) $\frac{\pi}{12}$

۱۰۸. حاصل $\log x \sqrt{x^3 \sqrt{x^5 \sqrt{x}}}$ برابر است با:

- (الف) $\frac{7}{10}$ (ب) $\frac{10}{7}$ (ج) $\frac{15}{16}$ (د) $\frac{16}{15}$

۱۰۹. $A = 10^{-1+2\log 5}$ برابر است با:

- (الف) $\frac{4}{5}$ (ب) $\frac{2}{5}$ (ج) $\frac{5}{2}$ (د) $\frac{5}{4}$

۱۱۰. اگر $\log(a - b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ باشد، مقدار $a^2 + b^2$ کدام است؟

- (الف) ab (ب) $2ab$ (ج) $3ab$ (د) $4ab$

۱۱۱. حاصل عبارت $A = \log_{\sqrt{xy}} x + \log_{\sqrt{xy}} y$ برابر است با:

- (الف) x (ب) y (ج) xy (د) 2

۱۱۲. حاصل عبارت $\frac{1}{\log_{18} 3} - \frac{1}{\log_2 3}$ برابر است با:

- (الف) 4 (ب) 2 (ج) 6 (د) 3

۱۱۳. جواب معادله $a^{2x} - 2a^x = 15$ کدام است؟

- (الف) $\log_a 3$ (ب) $\log_a 5$ (ج) $\log_a 3$ (د) $\log_a 5$

۱۱۴. اگر $\log 5 = a$ باشد مقدار $\log_8 25$ کدام است؟

- (الف) $\frac{2a}{3(1-a)}$ (ب) $\frac{2a}{3-a}$ (ج) $\frac{a^2}{3-a^3}$ (د) $\frac{2a^2}{3}$

۱۱۵. هرگاه $\log x = \frac{1}{2}$ و $\log y = \frac{2}{3}$ باشد کدامیک از تساوی های زیر درست است؟

- (الف) $x^3 = y^2$ (ب) $x^2 = y^3$ (ج) $x^4 = y^3$ (د) $y^4 = x^3$

۱۱۶. اگر $\log_b a = \frac{3}{2}$ باشد باید داشته باشیم:

- (الف) $a^2 = b^3$ (ب) $a^3 = b^2$ (ج) $3a = 2b$ (د) $2a = 3b$

۱۱۷. اگر $\log a = b$ باشد $a^{\log x}$ برابر است با:

- (الف) x^b (ب) b^x (ج) bx (د) $\frac{x}{b}$

۱۱۸. اگر $\log_3 21 = a$ باشد، $\log_7 27$ برابر است با:

- (الف) $\frac{7a}{3}$ (ب) $\frac{3}{a-1}$ (ج) $\frac{3a}{a-1}$ (د) $\frac{3a}{7}$

۱۱۹. حاصل عبارت $100^{\log \sqrt[4]{5}}$ برابر است با:

- (الف) $\log \sqrt{5}$ (ب) $\sqrt[4]{5}$ (ج) 5 (د) $\sqrt{5}$

۱۲۰. هرگاه $\log_{\sqrt[3]{2}} a$ و $\log_{\sqrt[3]{2}} b$ ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند $a.b$ برابر است با:

- (الف) $\sqrt[3]{4}$ (ب) $\sqrt{3}$ (ج) $\sqrt{2}$ (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۲۱. هرگاه $0 < a < 1$ باشد کدامیک از نامعادله های زیر درست است؟

- (الف) $\log_2 a > \log_3 a$ (ب) $\log_2 a < \log_3 a$
(ج) $\log_a 2 > \log_a 3$ (د) $2^a > 3^a$

۱۲۲. اگر ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 1 = 0$ به ترتیب برابر $\log_4 A$ و $\log_4 B$ باشند AB برابر است با:

- (الف) 8 (ب) 2 (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{1}{8}$

۱۲۳. معادله $2^{\log \sin x} \times 2^{\log \cos x} = 1$ چند ریشه دارد؟

- (الف) هیچ (ب) 1 (ج) 2 (د) بیشمار

۱۲۴. از رابطه $\log x - 2 \log y = -1$ کدامیک از روابط زیر نتیجه می شود؟

- (الف) $x = 10y^2$ (ب) $x = y^2$ (ج) $y^2 = 10x$ (د) $x - 2y = -1$

۱۲۵. ریشه معادله $\log_a x - \log_{a^2} x + \log_{a^4} x = \frac{3}{4}$ کدام است؟

- (الف) \sqrt{a} (ب) $\frac{a}{2}$ (ج) a (د) a^2

۱۲۶. اگر حد مجموع $\log_8 x + (\log_8 x)^2 + (\log_8 x)^3 + \dots$ برابر $\frac{1}{2}$ باشد مقدار x برابر است با:

- (الف) 8 (ب) 4 (ج) 6 (د) 2

۱۲۷. $\log \sqrt[3]{0.01}$ برابر است با:

- (الف) $-\frac{1}{3}$ (ب) $-\frac{2}{3}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{1}{3}$

۱۲۸. حاصل $\log 5 + 5 \log \frac{1}{2} + 3 \log \frac{5}{2}$ برابر است با:

- (الف) 0 (ب) -1 (ج) -2 (د) $-\frac{5}{2}$

۱۲۹. اگر $\log 2 = 0.301$ باشد $\log \frac{6}{4}$ کدام است؟

- (الف) 0/505 (ب) 1/505 (ج) 0/806 (د) 1/806

۱۳۰. جواب معادله $\frac{\log 2}{1 - \log x} = \frac{1}{3}$ برابر است با:

- (الف) $\frac{5}{4}$ (ب) $\frac{4}{5}$ (ج) $\frac{3}{5}$ (د) $\frac{5}{3}$

۱۳۱. اگر $\log 2 = 0/3010$ باشد، جواب معادله $\log(x+1) + \text{colog}(x-1) = 0/1505$ کدام است؟

- الف) $\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{5}{3}$ (ج) $3 - 2\sqrt{2}$ (د) $3 + 2\sqrt{2}$

۱۳۲. هرگاه داشته باشیم $\frac{1}{27} = \log a - \log b$ ($\sqrt{3}$) آنگاه $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- الف) 10^3 (ب) 10^{-3} (ج) 10^6 (د) 10^{-6}

۱۳۳. دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\log(x-2)}$ برابر است با:

- الف) $[12, +\infty[$ (ب) $[3, +\infty[$ (ج) $[2, +\infty[$ (د) $[3, +\infty[$

۱۳۴. از رابطه $a^2 = x \times 25^{\log a}$ مقدار x کدام است؟

- الف) $a^{\log 2}$ (ب) $a^{\log 3}$ (ج) $a^{\log 4}$ (د) $a^{2\log 4}$

۱۳۵. حاصل $\log_5 \sqrt{75} - \frac{1}{2} \log_5 3$ کدام است؟

- الف) $1 - \log_5 3$ (ب) $1 + \log_5 3$ (ج) 1 (د) 2

۱۳۶. معادله $4 - \log x = 3\sqrt{\log x}$ چند جواب دارد؟

- الف) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) بیشمار

۱۳۷. جواب معادله $\log_9 x + \log_3 \sqrt{x} = \frac{1}{4}$ کدام است؟

- الف) 3 (ب) $\sqrt{3}$ (ج) $\sqrt[4]{3}$ (د) $3\sqrt{3}$

۱۳۸. اگر $\begin{cases} \log_3 x + \log_9 y = 2 \\ x \times y = 27 \end{cases}$ آنگاه $x+y$ چقدر است؟

- الف) 9 (ب) 27 (ج) 30 (د) 12

۱۳۹. اگر حد مجموع $n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \dots$ مساوی ۵ باشد، n کدام است؟

- الف) 3 (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) 5 (د) $\frac{5}{2}$

۱۴۰. در یک تصاعد هندسی حاصلضرب جملات سوم و پنجم مساوی جمله هشتم است. تفاضل جمله اول و قدر

نسبت کدام است؟

- الف) 1 (ب) -1 (ج) 0 (د) 2

۱۴۱. اگر $a+14$ و ۲۱ و a سه جمله متوالی یک تصاعد حسابی با جمله اول a باشند جمله چهارم آن کدام است؟

- الف) 28 (ب) 35 (ج) 43 (د) 49

۱۴۲. اگر جمله $(2n-1)$ ام یک رشته مساوی n^2+7 باشد، جمله پنجم آن کدام است؟

- الف) 12 (ب) 14 (ج) 16 (د) 18

۱۴۳. اگر جمله n ام یک تصاعد عددی مساوی $3n+5$ باشد جمله $n+1$ ام آن کدام است؟

- الف) $3n-8$ (ب) $3n+8$ (ج) $2n-5$ (د) $2n+5$

۱۴۴. اگر جمله $(n+2)$ ام یک تصاعد حسابی $5n+7$ باشد جمله n ام را تعیین کنید.

- الف) $4n-7$ (ب) $4n+7$ (ج) $5n+3$ (د) $5n-3$

۱۴۵. مجموع ده جمله از تصاعد $7, 4, 1, -2, \dots$ کدام است؟

- الف) -65 (ب) 65 (ج) -45 (د) 45

۱۴۶. اگر جمله عمومی یک رشته از اعداد $t_n=2n+3$ باشد مجموع ده جمله اول را حساب کنید.

- الف) 110 (ب) 120 (ج) 130 (د) 140

۱۴۷. در یک تصاعد عددی جملات هفتم و هشتم به ترتیب مساوی 10 و 12 می باشند، جمله یازدهم کدام است؟

- الف) 18 (ب) 16 (ج) 14 (د) 20

۱۴۸. بین 50 و 68 پنج واسطه حسابی نوشته ایم دومین واسطه حسابی کدام است؟

- الف) 56 (ب) 57 (ج) 55 (د) 54

۱۴۹. مجموع مکعبات اعداد $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ کدام است؟

- الف) 3045 (ب) 3025 (ج) 3015 (د) 3035

۱۵۰. اگر قدر نسبت یک تصاعد هندسی $(-\frac{1}{3})$ باشد نسبت جمله پنجم به جمله هشتم کدام است؟

- الف) 27 (ب) -27 (ج) $\frac{1}{27}$ (د) $-\frac{1}{27}$

۱۵۱. اگر جمله عمومی یک تصاعد $t_n=4 \times 5^{n-3}$ باشد، نسبت جمله اول به جمله سوم تصاعد کدام است؟

- الف) $\frac{1}{25}$ (ب) 25 (ج) $\frac{1}{125}$ (د) 125

۱۵۲. مجموع سه جمله اول یک تصاع هندسی نزولی 5 برابر جمله دوم است قدر نسبت این تصاعد کدام است؟

- الف) $3 - \sqrt{2}$ (ب) $2 - \sqrt{3}$ (ج) $3 + \sqrt{3}$ (د) $3 + \sqrt{2}$

۱۵۳. در یک رشته تصاعد هندسی حاصلضرب جمله های چهارم و هشتم برابر 8 است. جمله ششم این تصاعد

کدام است؟

- الف) $\sqrt{2}$ (ب) 2 (ج) $2\sqrt{2}$ (د) $3\sqrt{2}$

۱۵۴. چند عدد طبیعی سه رقمی بر 30 قابل قسمت است؟

- الف) 31 (ب) 30 (ج) 29 (د) 28

۱۵۵. میانگین هندسی دو عدد برابر ۵۰ و یکی از آنها چهار برابر دیگری است عدد کوچکتر کدام است؟

- الف) $10\sqrt{5}$ (ب) $5\sqrt{5}$ (ج) 20 (د) 25

۱۵۶. حد مجموع $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{8} + \dots$ کدام است؟

- الف) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{5}{4}$

۱۵۷. اضلاع مثلث قائم الزاویه ای تشکیل تصاعد حسابی می دهند نسبت بزرگترین ضلع به کوچکترین ضلع کدام است؟

- الف) $\frac{6}{5}$ (ب) $\frac{5}{4}$ (ج) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{5}{3}$

۱۵۸. حد مجموع جملات تصاعد $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}, \frac{1}{2-\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \dots$ برابر است با:

- الف) $4 - \sqrt{2}$ (ب) $4 - 3\sqrt{2}$ (ج) $4 + \sqrt{2}$ (د) $4 + 3\sqrt{2}$

۱۵۹. اگر زوایای یک مثلث تشکیل تصاعد عددی بدهند مجموع کوچکترین و بزرگترین زاویه کدام است؟

- الف) 90° (ب) 60° (ج) 120° (د) 150°

۱۶۰. اگر حاصلضرب n جمله اول یک رشته $P_n = n^2 + 1$ محاسبه شود جمله پنجم این رشته کدام است؟

- الف) $\frac{26}{17}$ (ب) 26 (ج) 17 (د) $\frac{17}{26}$

۱۶۱. اگر بین ۱۰ و ۲۰ پنج واسطه حسابی بنویسیم مجموع همه واسطه ها کدام است؟

- الف) 50 (ب) 75 (ج) 65 (د) 60

۱۶۲. اگر حد مجموع جملات یک تصاعد هندسی k باشد حد مجموع مربعات آن جمله ها مساویست با: t_1 و q جمله اول و قدر نسبت تصاعد هستند)

- الف) k^2 (ب) $\frac{kt_1}{1+q}$ (ج) $\frac{kt_1}{1-q}$ (د) $\frac{k^2}{2}$

۱۶۳. اگر $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ باشد باقیمانده $f(x-1)$ بر $x+1$ کدام است؟

- الف) 24 (ب) 10 (ج) 0 (د) 12

۱۶۴. عبارت $(x\sqrt{x} - 1)(x\sqrt{x} + 1)$ بر کدامیک از عبارات زیر بخشپذیر است؟

- الف) $x^2 - x + 1$ (ب) $x^2 + x + 1$ (ج) $x^2 + x - 1$ (د) $x^2 - x - 1$

۱۶۵. مجموع جبری ضرایب در بسط عبارت $f(x) = (x^2 + x - 1)^3 + x^4 - 5x$ کدام است؟

- الف) 2 (ب) -2 (ج) 3 (د) -3

۱۶۶. برای آنکه $(x - \alpha)(x - \beta) + k$ بر $x - \alpha - \beta$ بخشپذیر باشد مقدار k کدام است؟

- الف) $-\alpha\beta$ (ب) $-(\alpha + \beta)$ (ج) $\alpha\beta$ (د) $\alpha + \beta$

۱۶۷. اگر باقیمانده x^2+x+m بر $x-1$ مساوی ۳ باشد باقیمانده mx^2+x+2 بر $x+1$ کدام است؟

- الف) 0 ب) 1 ج) 2 د) 3

۱۶۸. ضریب x^2 در بسط $\left(2x^2 - \frac{1}{7}\right)^7$ کدام است؟

- الف) -360 ب) 360 ج) 280 د) -280

۱۶۹. اگر $f(x) = x^4 + 2ax^3 + bx + c$ بر $(x+1)^3$ بخشپذیر باشد، مقدار a چیست؟

- الف) -4 ب) -3 ج) 1 د) 2

۱۷۰. باقیمانده تقسیم $x^6 - x^3 + x^2 + 1$ بر $x^2 - x$ کدام است؟

- الف) $x - 1$ ب) 1 ج) x د) $x + 1$

۱۷۱. باقیمانده تقسیم x^{10} بر x^2+x+1 کدام است؟

- الف) $-x$ ب) x ج) $x - 1$ د) $x + 1$

۱۷۲. عبارت $7^{8n} - 1$ بر کدامیک از اعداد زیر بخشپذیر نیست؟

- الف) 28 ب) 10 ج) 50 د) 48

۱۷۳. در بسط $(a+b)^{12}$ ضریب a^5b^7 کدام است؟

- الف) 346 ب) 240 ج) 1320 د) 792

۱۷۴. جمله چهارم از بسط $(1 - \sqrt{2})^5$ کدام است؟

- الف) -20 ب) 20 ج) $20\sqrt{2}$ د) $-20\sqrt{2}$

۱۷۵. در بسط $(x - y)^7$ مجموع ضرایب مثبت کدام است؟

- الف) 32 ب) 64 ج) 48 د) 128

۱۷۶. اگر در بسط $(x+y)^n$ ضرایب جملات دوم و پنجم برابر باشند ضریب جمله سوم کدام است؟

- الف) 10 ب) 12 ج) 7 د) 9

۱۷۷. اگر باقیمانده $P(x)$ بر x^2+3x+2 مساوی $3x-1$ باشد باقیمانده $P(x)$ بر $x+2$ کدام است؟

- الف) 5 ب) 7 ج) -5 د) -7

۱۷۸. باقیمانده تقسیم x^5+x+1 بر x^2+x+1 کدام است؟

- الف) 0 ب) 1 ج) 2 د) 3

۱۷۹. عبارت $x^4 + 1$ بر کدامیک از عبارات زیر بخش پذیر است؟

- الف) $x^2 + 1$ ب) $x^2 - 1$
ج) $x^2 + \sqrt{2}x + 1$ د) $x^2 + x + \sqrt{2}$

۱۸۰. عبارت $a^{84} - b^{56}$ بر کدامیک از عبارات زیر بخش پذیر است؟

- الف) $a^{14} + b^7$ ب) $a^6 + b^4$ ج) $a^6 + b^6$ د) $a^{14} + b^8$

۱۸۱. در بسط $(x+y)^{20}$ جمله ۱۹ام کدام است؟

- الف) $190xy^{18}$ ب) $190x^2y^{18}$ ج) $210xy^{18}$ د) $210x^2y^{18}$

۱۸۲. جمله مستقل از x در بسط $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$ کدام است؟

- الف) -20 ب) -15 ج) 15 د) 20

۱۸۳. در صورتی که باقیمانده تقسیم $ax^6 + bx^3 + 1$ بر $x^3 + 1$ برابر ۱ باشد باقیمانده تقسیم $x^2 + ax + 2b$ بر $x + 2$ کدام است؟

- الف) -4 ب) -2 ج) 2 د) 4

۱۸۴. مجموع جبری ضرایب بسط عبارت $3 + (2x^3 + x^2 - x - 1)^6 + (2x^2 + x - 2)^{99}$ کدام است؟

- الف) 2 ب) 3 ج) 4 د) 5

۱۸۵. عبارت $2x^4 + x^3 - 4x - 2$ بر کدامیک از عبارات زیر بخش پذیر است؟

- الف) $2x - 1$ ب) $x^3 + 2$ ج) $x^3 - 2$ د) $x - 2$

۱۸۶. تعداد ریشه های معادله $|x + a| - |x + a + 5| = -6$ کدام است؟

$$x^2 + 2x + 4 < |x^3 - 8| \quad \text{کدام است؟}$$

- الف) $(0, 2)$ ب) $(-1, 4)$ ج) $(1, 3)$ د) $(-2, 2)$

۱۸۸. مجموعه جوابهای نامعادله $|x| > \sqrt{x + 2}$ کدام است؟

- الف) $(-2, 2)$ ب) $(-1, 2)$ ج) $R - [-1, 2]$ د) $(-2, -1) \cup (2, +\infty)$

۱۸۹. مجموعه جوابهای معادله $|x - 2| - |x + 1| = 3$ کام است؟

- الف) $(-\infty, 1]$ ب) R ج) $[-1, 2]$ د) $[2, +\infty)$

۱۹۰. اگر $x^2 < 18$ باشد حاصل $|x - 3\sqrt{2}| + |x + 3\sqrt{2}|$ برابر است با:

- الف) $4\sqrt{2}$ ب) $-4\sqrt{2}$ ج) $6\sqrt{2}$ د) $2x$

۱۹۱. معادله $|x| = 2x^2 - 3$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) هیچ

۱۹۲. معادله $\sqrt{x^2 - 1} + |x + 1| = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) هیچ

۱۹۳. اگر $\begin{cases} x + y = 13 \\ x^2 + y^2 = 97 \end{cases}$ باشد مقدار $|x - y|$ چقدر است؟

- الف) ۴ ب) ۵ ج) ۶ د) ۷

۱۹۴. بسط $(x + \sqrt[5]{y})^{40}$ شامل چند جمله گویا است؟

- الف) ۸ ب) ۹ ج) ۱۰ د) ۲۰

۱۹۵. هرگاه باقیمانده تقسیم چند جمله ای $f(x)$ بر $x^4 - 3x - 22$ برابر $2x^3 - x + 7$ باشد باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر

$x + 2$ کدام است؟

- الف) -4 ب) -7 ج) -10 د) -13

۱۹۶. معادله محور تقارن نمودار رابطه $|x - 2y| = 4$ کدام است؟

- الف) $y = 2x$ ب) $y = x$ ج) $y = -x$ د) $y = \frac{1}{2}x$

۱۹۷. در بسط $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^{12}$ کدام جمله بزرگترین ضریب را دارد؟

- الف) پنجم ب) ششم ج) هفتم د) دوازدهم

۱۹۸. اگر مجموع ضرایب $(mx - 1)^{50}$ برابر 2^{50} باشند مقادیر m کدامند؟

- الف) ۱, ۳ ب) ۱, -۳ ج) ۹, -۱ د) ۳, -۱

۱۹۹. اگر در بسط $(x+y)^n$ ضریب جمله چهارم با ضریب جمله دوازدهم برابر باشد n کدام است؟

- الف) ۱۲۳ ب) ۱۴ ج) ۱۶ د) ۱۸

۲۰۰. اگر معادله محور تقارن نمودار تابع $y = |x - 2| + |x + m|$ بصورت $x = 1$ باشد مقدار m کدام است؟

- الف) ۰ ب) ۱ ج) -۱ د) ۲

۲۰۱. اگر $\cot g \alpha = \frac{1}{2}$ باشد $\cot g 3\alpha$ کدام است؟

- الف) $\frac{3}{2}$ ب) $\frac{1}{8}$ ج) $\frac{2}{11}$ د) $\frac{11}{2}$

۲۰۲. معادله $2\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x = 0$ در فاصله $(0, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

- الف) 1 ب) 2 ج) 4 د) 0

۲۰۳. اگر $x + y = 4\pi$ باشد کدامیک از تساوی زیر صحیح می باشد؟

- الف) $\cos x = \sin y$ ب) $\cos x = \cos y$ ج) $\tan x = \tan y$ د) $\cot x = \cot y$

۲۰۴. معادله $a \sin x + 2 \cos x = \sqrt{5}$ بشرطی دارای جواب است که:

- الف) $a \geq 0$ ب) $a \geq 1$ یا $a \leq -1$ ج) $-1 \leq a \leq 1$ د) $a \leq 0$

۲۰۵. سینوس زاویه 1110° درجه کدام است؟

- الف) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ب) $-\frac{1}{2}$ ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ د) $\frac{1}{2}$

۲۰۶. اگر $\tan \frac{x}{2} = a$ و $\sin x + \cos x = a$ باشد مقدار a کدام است؟

- الف) 1 ب) $\frac{2}{3}$ ج) $-\sqrt{2}$ د) $\sqrt{2}$

۲۰۷. در دایره ای که شعاع آن $\frac{2}{5}$ متر کمانی که اندازه اش $\frac{8}{75}$ متر باشد چند رادیان است؟

- الف) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{1}{75}$ ج) $\frac{3}{5}$ د) $\frac{4}{5}$

۲۰۸. اگر $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{4}$ مقدار $\sin^2 2x$ برابر است با:

- الف) 1 ب) $\frac{1}{2}$ ج) $\frac{1}{4}$ د) $\frac{3}{4}$

۲۰۹. اگر $\cos x = \sqrt{a}$ و $\tan x = b$ باشد کدامیک از روابط زیر صحیح است؟

- الف) $a - b^2 = 1$ ب) $a + b^2 = 1$ ج) $a + ab^2 = 1$ د) $a - ab^2 = 1$

۲۱۰. حاصل $\frac{1 + \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ}$ کدام است؟

- الف) $\tan 5^\circ$ ب) $\cot 5^\circ$ ج) $\cot 10^\circ$ د) $\tan 10^\circ$

۲۱۱. معادله $\sin x + 2 \cos x = 5$ در فاصله $[0, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

- الف) 1 ب) 2 ج) 4 د) هیچ

۲۱۲. دوره تناوب تابع $y = \sin^2 x + 4 \cos \frac{3x}{4}$ کدام است؟

- الف) 6π ب) 18π ج) 12π د) 4π

۲۱۳. دوره تناوب تابع $\frac{4 \sin x - 3 \cos x}{5 \cos x - 7 \sin x}$ کدام است؟

- الف) 2π ب) π ج) $\frac{\pi}{3}$ د) $\frac{\pi}{2}$

۲۱۴. دوره تناوب تابع $y = \sin x \cos 3x + 7$ کدام است؟

- الف) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{\pi}{2}$ (ج) π (د) $\frac{\pi}{4}$

۲۱۵. دوره تناوب تابع $y = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} \sqrt{x}$ کدام است؟

- الف) π (ب) 2π (ج) $\sqrt{\pi}$ (د) متناوب نیست

۲۱۶. دوره تناوب تابع $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - \pi x\right)$ کدام است؟

- الف) 1 (ب) 2 (ج) $\frac{1}{2}$ (د) 4

۲۱۷. دوره تناوب $y = \cos(\sin x)$ کدام است؟

- الف) π (ب) 2π (ج) $\frac{\pi}{2}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

۲۱۸. چرخشی که در هر ساعت ۷۲۰ دور می زند در یک ثانیه چند رادیان طی می کند؟

- الف) $\frac{\pi}{5}$ (ب) $\frac{2\pi}{5}$ (ج) $\frac{\pi}{3}$ (د) $\frac{\pi^2}{3}$

۲۱۹. ساده شده عبارت $(\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)$ کدام است؟

- الف) $\cos 2x$ (ب) $\sin 2x$ (ج) $\sin^2 x$ (د) $\cos^2 x$

۲۲۰. اگر $\frac{-\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ باشد، حدود m را چنان تعیین کنید که $\operatorname{tg} x = 2 - 3m$ درست باشد.

- الف) $-2 < m < 2$ (ب) $-1 < m < 1$

- ج) $0 < m < 2$ (د) $\frac{1}{3} < m < 1$

۲۲۱. اگر x و y زاویه ها در فاصله $[0, 2\pi]$ و $\sin(x-y) + \cos(x+y) = 2$ باشد مقدار x کدام است؟

- الف) $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{3\pi}{4}$ (ج) $\frac{5\pi}{4}$ (د) $\frac{7\pi}{4}$

۲۲۲. اگر x زاویه حاده باشد، کدام گزاره نادرست است؟

- الف) $\sin \alpha + \cos \alpha > 1$ (ب) $\cot \alpha + \operatorname{tg} \alpha \geq 2$

- ج) $\sin \alpha \cos \alpha \geq \frac{1}{2}$ (د) $\sin \alpha + \cos \alpha \leq \sqrt{2}$

۲۲۳. حاصل عبارت $\frac{\tan^2 x - \sin^2 x}{\cot^2 x - \cos^2 x}$ کدام است؟

- الف) $\sin^6 x$ (ب) $\cos^6 x$ (ج) $\operatorname{tg}^6 x$ (د) $\cot^6 x$

۲۲۴. حاصل عبارت $\sin^6 x + \cos^6 x + \sin^4 x + \cos^4 x + 5\sin^2 x \cos^2 x$ کدام است؟

- الف) 1 (ب) 2 (ج) $2\sin^2 x$ (د) $2\cos^2 x$

۲۲۵. اگر $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ باشد، از رابطه $A = \sqrt{1 + 2\sqrt{\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)}}$ کدام یک از تساوی های زیر را

می توان نتیجه گرفت؟

الف) $A = \cos \alpha + \sin \alpha$

ب) $A = \sin \alpha - \cos \alpha$

ج) $A = \cos \alpha - \sin \alpha$

د) $A = -(\cos \alpha + \sin \alpha)$

۲۲۶. اگر $\frac{-\pi}{9} < x < \frac{\pi}{9}$ و $\cos 2x = \frac{m-1}{m+1}$ باشد حدود m کدام است؟

الف) $m > 3$

ب) $-1 < m < 3$

ج) $m < 3$

د) $-1 < m < 1$

۲۲۷. حاصل $\sin [Arc \cos (-\frac{1}{2}) + Arc \sin (-\frac{1}{2})]$ کدام است؟

الف) 0

ب) 1

ج) $\frac{1}{2}$

د) -1

۲۲۸. حاصل $Arc \cos [\cos (-\frac{\pi}{2})]$ کدام است؟

الف) $\frac{\pi}{3}$

ب) $-\frac{\pi}{3}$

ج) $\frac{\pi}{6}$

د) $-\frac{\pi}{6}$

۲۲۹. اگر در مثلث ABC داشته باشیم $\cos C = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ و $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$ زاویه A کدام یک از مقادیر را می تواند

داشته باشد؟

الف) $\frac{\pi}{3}$ یا $\frac{5\pi}{6}$

ب) $\frac{\pi}{3}$ یا $\frac{2\pi}{3}$

ج) $\frac{\pi}{6}$ یا $\frac{5\pi}{6}$

د) $\frac{\pi}{6}$ یا $\frac{2\pi}{3}$

۲۳۰. حاصل $Arc \tan \frac{2}{5} + Arc \cot (-\frac{5}{2})$ کدام است؟

الف) 0

ب) $\frac{\pi}{2}$

ج) π

د) $\frac{\pi}{4}$

۲۳۱. حاصل $Arc \operatorname{tg} 2 + Arc \operatorname{tg} 3$ کدام است؟

الف) $\frac{\pi}{4}$

ب) $-\frac{\pi}{4}$

ج) $\frac{3\pi}{4}$

د) $-\frac{3\pi}{4}$

۲۳۲. حاصل $\operatorname{tg} 10^\circ - \operatorname{tg} 50^\circ + \operatorname{tg} 70^\circ$ کدام است؟

الف) $\sqrt{2}$

ب) 1

ج) $\sqrt{3}$

د) 2

۲۳۳. حاصل $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$ کدام است؟

الف) $\frac{1}{4}$

ب) $\frac{1}{8}$

ج) $\frac{1}{6}$

د) $\frac{1}{12}$

۲۳۴. حاصل $\text{Arc tg} 7 + 2\text{Arc tg} 3$ کدام است؟

- الف) $\frac{3\pi}{4}$ (ب) π (ج) $\frac{5\pi}{6}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

۲۳۵. حاصل $\text{tg} 12^\circ \text{tg} 48^\circ \text{tg} 54^\circ + \text{tg} 72^\circ$ کدام است؟

- الف) $\text{tg} 60^\circ$ (ب) $\text{tg} 36^\circ$ (ج) $\text{tg} 45^\circ$ (د) $\text{tg} 54^\circ$

۲۳۶. اگر بین اضلاع مثلثی رابطه $b^3 + c^3 = a^2(b+c)$ برقرار باشد زاویه A کدام است؟

- الف) $A = 90^\circ$ (ب) $A = 60^\circ$ (ج) $A = 120^\circ$ (د) $A = 30^\circ$

۲۳۷. نوع مثلثی را تعیین کنید که در آن رابطه $a = 2b \cos C$ برقرار است.

- الف) قائم الزاویه (ب) متساوی الساقین
(ج) مختلف الاضلاع (د) متساوی الاضلاع

۲۳۸. در مثلث غیر متساوی الساقین رابطه $c(a^2 - c^2) = b(a^2 - b^2)$ برقرار است، زاویه A کدام است؟

- الف) 60° (ب) 90° (ج) 120° (د) 45°

۲۳۹. مقدار $\sin \left(\text{Arc} \cos \left(-\frac{3}{5} \right) \right)$ چقدر است؟

- الف) $-\frac{4}{5}$ (ب) $\frac{4}{5}$ (ج) $-\frac{7}{10}$ (د) $\frac{7}{10}$

۲۴۰. در مثلث ABC زاویه $C = 60^\circ$ است حداکثر مقدار $\sin A + \cos B$ چقدر است؟

- الف) $\sqrt{2}$ (ب) $\sqrt{3}$ (ج) $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$ (د) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

۲۴۱. معادله $\sin^3 \pi x + \cos^3 \pi x = 0$ در فاصله $[-1, 1]$ چند جواب دارد؟

- الف) 4 (ب) 3 (ج) 2 (د) 1

۲۴۲. با فرض $\text{tg} 35^\circ = 2a - 1$ حاصل $\frac{\sin 145^\circ - \sin 235^\circ}{\cos 325^\circ}$ کدام است؟

- الف) $2a$ (ب) $4a$ (ج) $2a - 1$ (د) $4a - 2$

۲۴۳. اگر x' و x'' جوابهای معادله $\text{tg}^2 x - 2k \text{tg} x + k - 1 = 0$ باشند و $x' + x'' = \frac{2\pi}{4}$ مقدار k

کدام است؟

- الف) +1 (ب) -1 (ج) +2 (د) -2

۲۴۴. عبارت $\sin \left(a + \frac{\pi}{3} \right) + \sin(a + 3\pi) + \sin \left(a + \frac{5\pi}{3} \right)$ برابر است با:

- الف) صفر (ب) 1 (ج) $\cos a$ (د) $-2\sin a$

۲۴۵. اگر $\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3} \\ \cos^2 x - \sin^2 y = \frac{1}{2} \end{cases}$ باشد $x+y$ کدام است؟

الف) $2k\pi + \pi$ (ب) $2k\pi$ (ج) $k\pi$ (د) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

۲۴۶. در مثلث ABC داریم $A = \frac{\pi}{2}$ و $\operatorname{tg} B = \sqrt{2}$ و $a = 3\sqrt{3}$ اندازه ضلع C کدام است؟

الف) $\sqrt{6}$ (ب) $2\sqrt{3}$ (ج) 2 (د) 3

۲۴۷. مجموع کمانهای $\frac{100\pi}{12}$ و 75° و (-2300) گراد بر حسب درجه کدام است؟

الف) 180 (ب) 150 (ج) 120 (د) 90

۲۴۸. حاصل $\sin^2 2a(2 + \operatorname{tg}^2 a + \cot g^2 a)$ کدام است؟

الف) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4

۲۴۹. اگر در مثلثی $b+c=4a$ آنگاه حاصل $\operatorname{tg} \frac{B}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2}$ برابر کدام است؟

الف) $\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (ج) $\frac{5}{3}$ (د) $\frac{2}{3}$

۲۵۰. در مثلث قائم الزاویه ABC ($A=90^\circ$) حاصل عبارت $c^2+a^2(B-C)$ برابر کدام است؟

الف) $b - c$ (ب) $b + c$ (ج) b^2 (د) c^2

پاسخ های ریاضیات

۱- (الف)

$$\sqrt[3]{a^m \sqrt{a^4}} = a \Rightarrow a^m \sqrt{a^4} = a^2 \Rightarrow m = 2$$

۲- (د)

$$\left(-\frac{1}{32}\right)^{\frac{4}{5}} - \left(-\frac{1}{64}\right)^{\frac{5}{6}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{5 \times \frac{4}{5}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{6 \times \frac{5}{6}} = \frac{1}{16} - \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

۳- (ج)

$$\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[8]{x^6} = a^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$$

۴- (ج)

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + 3} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۵- (الف)

$$-\sqrt{98} + \sqrt{50} + \sqrt{128} = -7\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

۶- (الف)

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc \Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc = 0$$

$$\Rightarrow (a - b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2 = 0 \Rightarrow a = b = c$$

$$(a + b - c)(a + c - b)(b + c - a) = a \cdot a \cdot a = a^3$$

۷- (ب)

$$\frac{4^{0.25}}{1 + \sqrt{2}} + 4^{0.25} = \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 2)}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1) = 2(2 - 1) = 2$$

۸- (ج)

$$(a - 2b)^2 + (b - 2c)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ b = 2c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4c \\ b = 2c \end{cases}$$

۹- (د)

$$x + y = 4 \Rightarrow x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = 64$$

$$x^3 + y^3 + 12xy = 64 \Rightarrow x^3 + y^3 = 64 - 12xy$$

۱۰- (ج)

$$3\sqrt{48} + 2\sqrt{27} - \sqrt{12} - 2\sqrt{75} = 12\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

۱۱- (ج)

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} \times \sqrt{7-4\sqrt{3}} &= \sqrt{2+\sqrt{3}}(2-\sqrt{3}) = \sqrt{2+\sqrt{3}} \times \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{4-3} \sqrt{2-\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{2-\sqrt{3}} \end{aligned}$$

(ب) - ۱۲

$$\begin{aligned} \frac{3}{x(x^2-1)} &= \frac{A}{x(x-1)} + \frac{B}{x^2-1} \Rightarrow A(x+1) + Bx = 3 \\ \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ A=3 \end{cases} \end{aligned}$$

(ب) - ۱۳

$$\begin{cases} x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) \\ x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1) \end{cases} \Rightarrow \text{م. م. ب} = x + 1$$

(ب) - ۱۴

$$\frac{1}{4}x = x^3 \Rightarrow \frac{1}{4} = x^2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = 2$$

(ج) - ۱۵

$$x^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x^2}$$

(ج) - ۱۶

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5}(1) = 2\sqrt{5}$$

(د) - ۱۷

$$\begin{cases} x = \sqrt[3]{5} \Rightarrow x^3 = 5 \\ y = \sqrt[3]{3} \Rightarrow y^3 = 3 \end{cases} \Rightarrow (x^2 - y^2)(x^4 + y^4 + x^2y^2) = x^6 - y^6 = 25 - 9 = 16$$

(الف) - ۱۸

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 \pm ab \pm ac \pm bc &= a^2 + b^2 + c^2 \\ a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2) = (a + b + c)(a + b + c)^2 \\ &= (a + b + c)^3 \end{aligned}$$

(د) - ۱۹

$$\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 + b^2} \times \frac{a^2 + b^2 + 2ab - 2ab}{(a + b)^2} = 1$$

(ب) - ۲۰

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 + 3 - 2a - 2b - 2c &= 0 \\ (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 1)^2 &= 0 \Rightarrow a = b = c = 1 \end{aligned}$$

(ب) - ۲۱

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{4+2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{4} &= \sqrt[6]{(\sqrt{3}+1)^2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\sqrt{3}+1} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{4} \\ &= \sqrt[3]{3-1} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2 \end{aligned}$$

(د) - ۲۲

$$x = \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} - \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \Rightarrow x^3 = 1 + \sqrt{2} - (1 - \sqrt{2}) - 3(-1)(x) \Rightarrow x^3 - 3x = 2\sqrt{2}$$

(ب) - ۲۴

$$\sqrt{2-\sqrt{5}} \times \sqrt[6]{9+4\sqrt{5}} = \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} = \sqrt[3]{4-5} = -1$$

(ب) - ۲۵

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 15y^2 = (x - 5y)(x + 3y) \\ x^2 + 7xy + 12y^2 = (x + 3y)(x + 4y) \end{cases} \Rightarrow \text{م. م. ب} = x + 3y$$

(ج) - ۲۶

$$\left(-\sqrt[10]{3^6}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(-3^{\frac{6}{10}}\right)^{\frac{5}{3}} = -3^1 = -3$$

(ب) - ۲۷

$$x^2 + 1 + 4x^2 + 4 = (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1) + 4(x^2 + 1) = (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 5)$$

(ب) - ۲۸

$$\frac{\sqrt{4}-\sqrt{11}}{4-11} + \frac{\sqrt{11}-\sqrt{18}}{11-18} + \frac{\sqrt{18}-\sqrt{25}}{18-25} = \frac{\sqrt{4}-\sqrt{25}}{-7} = \frac{2-5}{-7} = \frac{-3}{-7} = \frac{3}{7}$$

(ب) - ۲۹

$$\sqrt{4-2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{2-\sqrt{2}} \times \sqrt{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{4-2} = 2$$

(ج) - ۳۰

$$x \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x^2} = x^1 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{26}{15}} = \left(2^{\frac{15}{13}}\right)^{\frac{26}{15}} = 2^2 = 4$$

(الف) - ۳۱

$$\frac{1+\sqrt{2+\sqrt{3}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \frac{1+\sqrt{2+\sqrt{3}}}{1+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}} = \sqrt{2+\sqrt{3}}$$

(ج) - ۳۲

$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{x^4 \cdot x^2 \cdot x}}} = \sqrt[8]{x^7} = x^{\frac{7}{8}}$$

(ج) - ۳۳

$$x^2 + ax + b = x^2 + 3x - 4 \Rightarrow a = 3, b = -4 \Rightarrow 2a + b = 2$$

(الف) - ۳۴

$$\begin{aligned} \cot gx + tg x = 3 &\Rightarrow \cot^3 x + tg^3 x + 3tg x \cdot \cot gx (\cot gx + tg x) \\ &= 27 \Rightarrow \cot^3 x + tg^3 x + 3x^2 = 27 \Rightarrow \cot^3 x + tg^3 x = 27 \end{aligned}$$

(ب) - ۳۵

$$x^3 = (-1 + 2 - 3 + 5) = 3$$

(ب) - ۳۶

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2} = 1 &\Rightarrow x + x^2 + 3x(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}) = 1 \Rightarrow x + x^2 + 3x = 1 \Rightarrow x^2 + x - 1 \\ &= -3x \Rightarrow \frac{x^2 + x - 1}{x} = -3 \end{aligned}$$

(ب) - ۳۷

$$\begin{aligned} 4 \sqrt{2.5 \sqrt{2.5 \sqrt{2.5 \sqrt{2.5}}}} &= \sqrt{4 \sqrt{2.5 \sqrt{2.5 \sqrt{2.5}}}} = \sqrt{\sqrt{4 \sqrt{2.5 \sqrt{2.5}}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{4 \sqrt{2.5}}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}} \\ &= \sqrt[8]{2} \end{aligned}$$

(الف) - ۳۸

$$\frac{1}{\sqrt[3]{9^2} + 2\sqrt[3]{9} + 4} \times \frac{\sqrt[3]{9} - 2}{\sqrt[3]{9} - 2} = \frac{\sqrt[3]{9} - 2}{9 - 8} = \sqrt[3]{9} - 2$$

(د) - ۳۹

$$\Rightarrow \begin{cases} (abc - bc^2)^2 = b^2 c^2 (a - c)^2 \\ (a^2 c - ac^2)^2 = a^2 c^2 (a - c)^2 \end{cases} \Rightarrow \text{م. م. ب} = c^2 (a - c)^2$$

(د) - ۴۰

$$\sqrt[3]{x} = \frac{5}{6} \Rightarrow x = \frac{5^3}{6^3} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{5}{6} \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{5\sqrt{30}}{36}$$

(ب) - ۴۱

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + 2)^9 (\sqrt{3} - 2)^{11} &= (\sqrt{3} + 2)^2 \cdot (\sqrt{3} - 2)^2 = (3 - 4)^9 \cdot (\sqrt{3} - 2)^2 = -1(3 + 4 - 4\sqrt{3}) \\ &= -7 + 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

(ب) - ۴۲

$$\sqrt{13 + 2\sqrt{30}} + \sqrt{13 - 2\sqrt{30}} = \sqrt{10} + \sqrt{3} + (\sqrt{10} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{10}$$

(الف) - ۴۳

$$\frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{25} + \sqrt{125}}{\sqrt{20} + \sqrt{100} + \sqrt{80}} = \frac{\sqrt{5} + 10 + 5\sqrt{5}}{2\sqrt{5} + 10 + 4\sqrt{5}} = \frac{10 + 6\sqrt{5}}{10 + 6\sqrt{5}} = 1$$

(ب) - ۴۴

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4-2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{16-8}} = \frac{\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}}}{2}$$

(الف) - ۴۵

$$\frac{5}{7}x + 18 = 2x \Rightarrow \frac{9}{7}x = 18 \Rightarrow x = 14$$

(ب) - ۴۶

$$2x^2 - mx + m - 1 = 0$$

$$x'^2 + x''^2 = 4 \Rightarrow S^2 - 2P = 4 \Rightarrow \left(\frac{m}{2}\right)^2 - 2\frac{m-1}{2} = 4$$

$$\frac{m^2}{4} - m + 1 = 4 \Rightarrow m^2 - 4m - 12 = 0 \Rightarrow m = -2, 6$$

چون برای $m=6$ معادله جواب حقیقی ندارد پس فقط $m=-2$ قابل قبول است.

(د) - ۴۷

طرفین معادله را در $x-1$ ضرب می کنیم داریم:

$$(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow x^5 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

پس تنها جواب معادله $x^5 - 1 = 0$ ، $x=1$ می باشد و معادله اصلی یعنی

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0 \text{ جواب حقیقی ندارد.}$$

(الف) - ۴۸

$$m^2 - 1 = 0 \Rightarrow m = \pm 1$$

برای $m=1$ معادله غیر ممکن و برای $m=-1$ معادله مبهم است.

(د) - ۴۹

$$(a+b+1)x + a - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a+b+1=0 \\ a-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$$

(الف) - ۵۰

$$x^2 + (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{3} = 0$$

$$\Delta = (1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{3} = 1 + 2 + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$$

$$\Delta \approx 3 + 2 \times \frac{1}{4} - 4 \times \frac{1}{7} = \frac{5}{8} - \frac{6}{8} < 0$$

۵۱- (الف) عدد دورقمی را به صورت $\bar{a}\bar{b}$ فرض می کنیم.

$$\bar{b}\bar{a} = 45 + \bar{a}\bar{b} \Rightarrow 10b + a = 45 + 10a + b \Rightarrow 9(b - a) = 45 \Rightarrow b - a = 5$$

(د) - ۵۲

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$\frac{m-3}{4} = \frac{3}{m+1} \neq \frac{m}{2} \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 12 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0 \Rightarrow m = -3, 5$$

اما به ازای $m = -3$ دستگاه مبهم و به ازای $m = 5$ غیر ممکن است.

۵۳- (ج)

$$(a-2b)^2 + (b-2c)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a-2b=0 \\ b-2c=0 \end{cases} \Rightarrow a=4c, b=2c$$

$$\Rightarrow \frac{(b+c-a)^3}{abc} = \frac{(2c+c-4c)^3}{4c \times 2c \times c} = -\frac{c^3}{8c^3} = -\frac{1}{8}$$

۵۴- (د)

$$x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x^4 - 2x^2 + 1 - 2x^2 + 2x = 0$$

$$(x^2 - 1)^2 - 2x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 1 - 2x) = 0$$

۵۵- (الف)

$$A = |\sqrt{x'} - \sqrt{x''}| \Rightarrow A^2 = x' + x'' - 2\sqrt{x'x''}$$

$$A^2 = S - 2\sqrt{P} = 4 - 2\sqrt{1} = 4 - 2 = 2 \Rightarrow A = \sqrt{2}$$

۵۶- (الف)

$$ax^2 + bx + a = 0$$

$$x' = 3x''$$

$$x'x'' = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow 3x''^2 = 1$$

$$x' + x'' = -\frac{b}{a} \Rightarrow 4x'' = -\frac{b}{a} \Rightarrow 16x''^2 = \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{16}{3} = \frac{b^2}{a^2}$$

۵۷- (ج)

$$\frac{x^2 - 9}{x + 2} = \frac{x - 3}{x^2 - 4} \Rightarrow \frac{(x-3)(x+3)}{x+2} = \frac{x-3}{(x+2)(x-2)} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ (x+3)(x-2)=1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + x - 7 = 0$$

۵۸- (ب)

$$(x-1)^2 + 2(x-1) - m^2 - 5 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 + 2x - 2 - m^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - m^2 - 6 = 0 \quad x' + x'' = 0$$

۵۹- (ب)

$$\text{مجموع ریشه ها} = -\frac{b}{a} = 0$$

۶۰- (د)

$$x^2 + (2m+1)x - 31 = 0$$

$$x'x''^2 = 31 \Rightarrow x'x''x''' = 31 \Rightarrow -31x'' = 31 \Rightarrow x'' = -1$$

با قرار دادن در معادل داریم:

$$1 - (2m + 1) - 31 = 0 \Rightarrow 2m = -31 \Rightarrow m = -15/5$$

۶۱- (د)

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 3, \sqrt{ab} = 1 \Rightarrow ab = 1$$

$$a + b + 2\sqrt{ab} = 9 \Rightarrow a + b = 9 - 2 = 7$$

$$a^3 + b^3 = S^3 - 3SP = 7^3 - 3 \times 7 \times 1 = 322$$

۶۲- (الف)

$$\begin{cases} x' = x'' = -\frac{a}{2} \Rightarrow 2 = -\frac{a}{2} \Rightarrow a = -4 \\ x' = 2 \Rightarrow 4 + 2a + b - 1 = 0 \Rightarrow 4 - 8 + b - 1 = 0 \Rightarrow b = 5 \end{cases}$$

۶۳- (ب)

$$x^2 - 3x + 4a - 2 = 0$$

$$x'x'' = -1 \Rightarrow \frac{4a - 2}{1} = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

۶۴- (ج)

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x' + x'' = -1, x'x'' = -1$$

$$(x' + 1)(x'' + 1) = x'x'' + x' + x'' + 1 = -1 + (-1) + 1 = -1$$

۶۵- (ب)

$$x^2 - x + m = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow 1 - 4m > 0$$

$$\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow m > 0 \Rightarrow 0 < m < \frac{1}{4}$$

$$-\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow 1 > 0$$

۶۶- (ب)

$$x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$$

$$x'^2 + x''^2 = S^2 - 2P = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 3 + 2 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 5$$

۶۷- (د)

$$\frac{2\sqrt{x} + 2}{3\sqrt{x} + 1} > 1 \Rightarrow 2\sqrt{x} + 2 > 3\sqrt{x} + 1 \quad 1 > \sqrt{x} \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

۶۸- (الف)

$$\begin{cases} x^2 + 4 + a = 0 \\ x^2 + x - 2a = 0 \end{cases}$$

$$3x + 3a = 0 \Rightarrow a = -x \Rightarrow x^2 + 4x - x = 0$$

$$\Rightarrow x(x+3) = 0 \Rightarrow x = -3 \quad (x \neq 0)$$

(ج) - ۶۹

$$4x^2 - 2mx + 4m^2 = x^2 - 2mx + m^2 = 3x^2 + 3m^2 \\ = (x-m)^2 + 3(x^2 + m^2) \geq 0$$

(الف) - ۷۰

$$\begin{cases} x' = 2 - \sqrt{4-a} \\ x'' = 2 + \sqrt{4-a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' + x'' = 4 \\ x' x'' = a \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + P = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + a = 0$$

(ب) - ۷۱

$$(x+y)^2 + (x-y)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

$$(x+y)^2 + 1 = 2 \times 925 \Rightarrow (x+y)^2 = 1849 \Rightarrow x+y = 43$$

(ج) - ۷۲

$$\frac{x+1}{y-2} = \frac{1-x}{y+2}$$

$$y = 1 \Rightarrow \frac{x+1}{-1} = \frac{1-x}{3} \Rightarrow 3x+3 = -1+x \Rightarrow x = -2$$

(ب) - ۷۳

هر چهار معادله را با هم جمع می کنیم:

$$3(x+y+z+t) = 30 \Rightarrow x+y+z+t = 10 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & (\text{از معادله دوم}) \\ z = 3 & (\text{از معادله چهارم}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x+z = 1+3 = 4$$

(ج) - ۷۴

$$\begin{cases} x = 3k \\ y = 5k \end{cases} \Rightarrow 9k^2 + 25k^2 = 1666 \Rightarrow k^2 = 49 \Rightarrow k = 7$$

$$\Rightarrow 3k + 5k = 8k = 56$$

(د) - ۷۵

$$(x-1)(x+1) = 323 \Rightarrow x^2 = 324 \Rightarrow x = 18$$

$$\Rightarrow (x-1) + (x+1) = 2x = 2 \times 18 = 36$$

۷۶- (ب) چون $ab=1$ پس a و b متضادالعلامه هستند و داریم:

$$\frac{a}{b} > 0$$

(ج) - ۷۷

$$5x^2 - 13x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{5}{y^2} - \frac{13}{y} - 1 = 0 \Rightarrow y^2 + 13y - 5 = 0$$

(الف) - ۷۸

$$0 < x < y \Rightarrow \frac{x}{xy} < \frac{y}{xy} \Rightarrow \frac{1}{y} < \frac{1}{x} \Rightarrow -\frac{1}{y} > -\frac{1}{x}$$

(الف) - ۷۹

$$mnx^2 + n^2 + m^2 = 0$$

$$x'^2 x'' + x' x''^2 = x' x'' (x' + x'') = \frac{m^2}{mn} \times \frac{-n^2}{mn} = -1$$

(ج) - ۸۰

$$\sqrt{x^2 - x - 6} + \sqrt{x^3 - 5x^2 - 2x - 24} = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = -2, 3$$

(ب) - ۸۱

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$$

$$x + y + z = 18 \Rightarrow 2t + 3t + 4t = 18 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow x = 2 \times 2 = 4$$

(ج) - ۸۲

$$4x^4 + x^3 - 3x^2 - x - 1 = 0$$

$$4x^4 - 3x^2 - 1 + x^3 - x = 0$$

$$(x^2 - 1)(4x^2 + 1) + x(x^2 - 1) = 0$$

$$(x^2 - 1)(4x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

و پیرانتز دوم ریشه حقیقی ندارد.

(ج) - ۸۳

اگر سه معادله را با هم جمع کنیم داریم:

$$2\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + z\right) = 6 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + z = 3 \Rightarrow \frac{x}{2} + 2 = 3 \Rightarrow x = 2$$

(ج) - ۸۴

$$b = 0 \Rightarrow (m^2 - 9) = 0 \Rightarrow m = \pm 3$$

$$\Delta > 0$$

اما به ازای $m = -3$ داریم $\Delta < 0$ پس $m = 3$ جواب مسأله است.

(د) - ۸۵

$$\begin{cases} 2x = y = 3z \\ 2x - 3y + 4z = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3z \\ -2y + 4z = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -6z + 4z = -6 \Rightarrow z = 3, y = 9 \Rightarrow y + z = 12$$

(الف) - ۸۶

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5x_1^2 + 3x_1^2 = 3(S^2 - 2P) + 2x_1^2 = 3(1 + 2) + 2 \times \frac{1 + 5 + 2\sqrt{5}}{4} = 9 + 3 + \sqrt{5} = 12 + \sqrt{5}$$

(ج) - ۸۷

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$$

$$49 - (x - y)^2 = 4x \times 12 \Rightarrow |x - y| = 1$$

(ج) - ۸۸

ریشه ها $x=1,2,3,4$ می باشند و عبارت در $+\infty$ مثبت است. سپس علامت عبارت مورد نظر بصورت زیر می باشد:

$$\begin{array}{cccccc} -\infty & 1 & 2 & 3 & 4 & +\infty \\ \hline & + & - & + & - & + \end{array}$$

(الف) - ۸۹

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$y = 9x \Rightarrow x = \frac{y}{9} \Rightarrow \frac{y^2}{81} + \frac{y}{9} - 3 = 0 \Rightarrow y^2 + 9y - 243 = 0$$

(ب) - ۹۰

$$x^4 + x^2 < 4x^2 + 4 \Rightarrow x^4 - 3x^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) < 0 \Rightarrow x^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < x < 2$$

(الف) - ۹۱

$$x^2 - 2kx - 2 = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 12 \Rightarrow S^2 - 2P = 12 \Rightarrow 4k^2 + 4 = 12 \Rightarrow k = \pm\sqrt{2}$$

(ج) - ۹۲

$$x^4 - 3x^2 + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4 > 0, \frac{c}{a} > 0, -\frac{b}{a} > 0$$

پس در این معادله برای x^2 دو جواب مثبت دارد. پس برای x دو ریشه مثبت و دو ریشه منفی خواهیم داشت.

(الف) - ۹۳

$$x^4 + mx^2 - 5 = 0$$

چون $\frac{c}{a} < 0$ پس برای x^2 یک ریشه منفی و یک ریشه مثبت خواهیم داشت. ریشه منفی برای x^2 قابل قبول نیست و از ریشه مثبت، دو ریشه برای x به دست می آید که قرینه یکدیگرند.

۹۴- (الف)

$$\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ 6x - 8y = 20 \end{cases} \Rightarrow 3x - 4y = 10 \Rightarrow d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow d = \frac{|10 - 5|}{\sqrt{9 + 16}} = 1$$

۹۵- (الف)

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$y = 2mx + 5 \Rightarrow 1 = 4m + 5 \Rightarrow m = -1$$

۹۶- (د)

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow x + 2 = -x \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}, y = mx - 2$$

$$\Rightarrow 1 = -m - 2 \Rightarrow m = -3$$

۹۷- (ج)

$$x + my = 4 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 4 \\ m \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 4 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$S = \left| \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4}{m} \right| = 8 \Rightarrow |m| = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

۹۹- (ج)

$$\begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ x - 3y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{|6 - 1|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$S = d^2 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

۱۰۰- (الف)

$$\begin{cases} y + 2x = 3 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} \begin{cases} y + 2x = 3 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 \\ -3 \end{vmatrix}$$

$$S = \frac{\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2} = \text{مساحت مثلث}$$

۱۰۱- (الف)

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

$$2x + ky = 3 \Rightarrow 5 - \frac{5}{2}k = 3 \Rightarrow k = \frac{4}{5}$$

(د) - ۱۰۲

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{2}{m} = \frac{5m}{2(m^2 + 1)} = \frac{4}{3m + 2}$$

$$\Rightarrow 6m + 4 = 4m \Rightarrow m = -2$$

(ج) - ۱۰۳

به ازای $m=1$ دو خط تبدیل به $y=0$ و $y=x+b$ می شوند که زاویه آنها 45° درجه است.

(د) - ۱۰۴

چون خط $x=1$ محور تقارن این منحنی است پس اگر x را به $2-x$ تبدیل کنیم معادله منحنی مجدداً به دست خواهد آمد.

(د) - ۱۰۵

$$\begin{cases} 37x - 9y = 4 \\ 37y - 9x = -4 \end{cases}$$

$$(37 - 9)x + (37 - 9)y = 0 \Rightarrow x + y = 0$$

(ب) - ۱۰۶

$$\frac{a - 2 + a + 2}{2} = a$$

چون x ها مشترک اند پس دو نقطه نسبت به خط $y=a$ قرینه یکدیگرند.

(ج) - ۱۰۷

$$y = x - 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$y = (2 + \sqrt{3})x - 1 \Rightarrow \beta = 75^\circ$$

$$\beta - \alpha = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

(الف) - ۱۰۸

$$\log_x \sqrt{x^3 \sqrt{x^5 \sqrt{x}}} = \log_x \sqrt{x^{21}} = \log_x x^{\left(\frac{21}{30}\right)} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

(ج) - ۱۰۹

$$-1 + 2\log 5 = \log \frac{1}{10} + \log 25 = \log \left(\frac{25}{10}\right)$$

$$A = 10^{\log \left(\frac{25}{10}\right)} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

(ج) - ۱۱۰

$$\log(a - b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$$

$$\log(a - b) = \log \sqrt{ab}$$

$$a - b = \sqrt{ab} \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = ab \Rightarrow a^2 + b^2 = 3ab$$

(د) - ۱۱۱

$$A = \log_{\sqrt{xy}} x + \log_{\sqrt{xy}} y = \log_{\sqrt{xy}} xy = 2$$

(ب) - ۱۱۲

$$\frac{1}{\log_{18} 3} - \frac{1}{\log_2 3} = \log_3 18 - \log_3 2 = \log_3 9 = 2$$

(ب) - ۱۱۳

$$a^{2x} - 2a^x = 15$$

$$a^x = y \Rightarrow y^2 - 2y - 15 = 0 \Rightarrow y = 5, -3$$

$$a^x = 5 \Rightarrow x = \log_a 5$$

$$a^x = -3 \quad \text{جواب ندارد}$$

(الف) - ۱۱۴

$$\log 5 = a \Rightarrow \log 2 = \log \frac{10}{5} = 1 - \log 5 = 1 - a$$

$$\log_8 25 = \log_{2^3} 5^2 = \frac{2}{3} \log_2 5 = \frac{2 \log 5}{3 \log 2} = \frac{2a}{3(1-a)}$$

(ج) - ۱۱۵

$$\log x = \frac{1}{2}, \quad \log y = \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} x = 10^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x^2 = 10 \\ y = 10^{\frac{2}{3}} \Rightarrow y^{\frac{3}{2}} = 10 \end{cases} \Rightarrow x^2 = y^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x^4 = y^3$$

(الف) - ۱۱۶

$$\log_b a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = b^{\frac{3}{2}} \Rightarrow a^2 = b^3$$

(الف) - ۱۱۷

$$\log a = b \Rightarrow a^{\log x} = x^{\log a} = x^b$$

(ب) - ۱۱۸

$$\log_3 21 = a \Rightarrow \log_3 (3 \times 7) = a \Rightarrow 1 + \log_3 7 = a$$

$$\Rightarrow \log_3 7 = a - 1 \Rightarrow \log_7 27 = 3 \log_7 3 = \frac{3}{a-1}$$

(د) - ۱۱۹

$$100^{\log \sqrt[3]{5}} = 10^{2 \log \sqrt[3]{5}} = 10^{\log \sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

(ج) - ۱۲۰

از مجموع ریشه ها نتیجه می گیریم:

$$2x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\log_{\sqrt[3]{2}} a + \log_{\sqrt[3]{2}} b = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_{\sqrt[3]{2}}(ab) = \left(\sqrt[3]{2}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2}$$

(ج) - ۱۲۱

$$0 < a < 1 \Rightarrow \log_a 2 > \log_a 3$$

(الف) - ۱۲۲

$$2x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\log_4 A + \log_4 B = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_4(AB) = \frac{3}{2} \Rightarrow AB = 4^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$$

(الف) - ۱۲۳

$$2^{\log \sin x} \times 2^{\log \cos x} = 1$$

$$2^{\log \sin x + \log \cos x} = 1 \Rightarrow \log(\sin x \cos x) = 0 \Rightarrow \sin x \cos x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 2 \quad \text{جواب ندارد}$$

- ۱۲۴

$$\log x - 2 \log y = -1$$

$$\log\left(\frac{x}{y^2}\right) = \log\left(\frac{1}{10}\right) \Rightarrow \left(\frac{x}{y^2}\right) = \frac{1}{10} \Rightarrow y^2 = 10x$$

(ج) - ۱۲۵

$$\log ax - \log_{a^4} x + \log_{a^4} x = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \log_a x - \frac{1}{2} \log_a x + \frac{1}{4} \log_a x = \frac{3}{4} \Rightarrow \log_a x = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{3}{4}\right)} = 1 \Rightarrow x = a$$

(د) - ۱۲۶

$$500 = \frac{t_1}{1-q} = \frac{\log_8 x}{1 - \log_8 x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3 \log_8 x = 1 \Rightarrow \log_8 x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 8^{\frac{1}{3}} = 2$$

(ب) - ۱۲۷

$$\log \sqrt[3]{0.01} = \left(\frac{1}{3}\right) \log(0.01) = \frac{-2}{3}$$

(ج) - ۱۲۸

$$\log 5 + 5 \log \frac{1}{2} + 3 \log \frac{5}{2} = \log 5 + \log \frac{1}{32} - \log \left(\frac{125}{8}\right) = \log \left(\frac{5 \times \frac{1}{32}}{\frac{125}{8}}\right) = \log \frac{1}{100} = -2$$

(ج) - ۱۲۹

$$\log 6/4 = \log \frac{64}{10} = \log \frac{2^6}{10} = 6 \log 2 - 1 = 1/806 - 1 = 0/806$$

(الف) - ۱۳۰

$$\frac{\log 2}{1 - \log x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3 \log 2 = 1 - \log x$$

$$\log x = \log 10 - \log 8 = \log \frac{10}{8} \Rightarrow x = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

(د) - ۱۳۱

$$\log(x+1) + \operatorname{colog}(x-1) = 0/1505$$

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{x+1}{x-1}\right) &= \frac{1}{2}(0.3010) = \frac{1}{2}\log 2 = \log \sqrt{2} \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = \sqrt{2} \Rightarrow x+1 = x\sqrt{2} - \sqrt{2} \Rightarrow x \\ &= \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = 2+1+2\sqrt{2} = 3+2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(د) - ۱۳۲

$$(\sqrt{3})^{\log a - \log b} = \frac{1}{27} = (\sqrt{3})^{-6}$$

$$\log a - \log b = -6 \Rightarrow \log\left(\frac{a}{b}\right) = -6 \Rightarrow \frac{a}{b} = 10^{-6}$$

(د) - ۱۳۳

$$f(x) = \sqrt{\log(x-2)}$$

$$\log(x-2) \geq 0 \Rightarrow x-2 \geq 1 \Rightarrow x \geq 3$$

(ج) - ۱۳۴

$$x \times 25^{\log a} = a^2 \Rightarrow x \times a^{\log 25} = a^2 \Rightarrow x = a^{2-\log 25} = a^{\log 100 - \log 25} = a^{\log 4}$$

(ج) - ۱۳۵

$$\log_5 \sqrt{75} - \frac{1}{2} \log_5 3 = \frac{1}{2}(\log_5 25 + \log_5 3 - \log_5 3) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

(ب) - ۱۳۶

$$\sqrt{\log x} = y \quad 4 - y^2 = 3y \Rightarrow y^2 + 3y - 4 = 0 \Rightarrow y = 1, -4$$

که فقط جواب $y=1$ قابل قبول است.

(ج) - ۱۳۷

$$\log_9 x + \log_3 \sqrt{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \log_3 x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 3^{\frac{1}{4}}$$

(د) - ۱۳۸

$$\log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 y = 2 \Rightarrow x\sqrt{y} = 9 \Rightarrow x^2 y = 81$$

$$\begin{cases} x^2 y = 81 \\ xy = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \end{cases} \Rightarrow x + y = 12$$

(د) - ۱۳۹

$$n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \dots + \frac{n}{1 - \frac{1}{2}} = 5 \Rightarrow 2n = 5 \Rightarrow n = \frac{5}{2}$$

۱۴۰ (ج)

$$t_3 t_5 = t_8 \Rightarrow t_1 q^2 t_1 q^4 = t_1 q^7 \Rightarrow t_1 = q \Rightarrow t_1 - q = 0$$

۱۴۱- (ب)

$$2(21) = a + a + 14 \Rightarrow a = 14 \Rightarrow 14, 21, 28, 35$$

۱۴۲- (ج)

$$t_{2n-1} = n^2 + 7$$

$$n = 3 \Rightarrow t_5 = 9 + 7 = 16$$

۱۴۳- (ب)

$$t_n = 3n + 5 \Rightarrow t_{n+1} = 3(n+1) + 5 = 3n + 8$$

۱۴۴- (د)

$$t_{n+2} = 5n + 7 = 5n + 10 - 3 = 5(n+2) - 3 \Rightarrow t_n = 5n - 3$$

۱۴۵- (الف)

$$t_1 = 7 \text{ و } d = -3$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2 \times 7 + 9 \times -3) = 5(14 - 27) = -65$$

۱۴۶- (د)

$$t_n = 2n + 3 \Rightarrow t_1 = 5, t_{10} = 23$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (5 + 23) = 140$$

۱۴۷- (الف)

$$t_8 - t_7 = d \Rightarrow d = 12 - 10 = 2$$

$$t_{11} = t_8 + 3d = 12 + 3 \times 2 = 18$$

۱۴۸- (الف)

$$d = \frac{68 - 50}{5 + 1} = \frac{18}{6} = 3 \quad 50, 53, 56, \dots$$

۱۴۹- (ب)

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 + \frac{n^2(1+n)^2}{4}$$

$$1^3 + 2^3 + \dots + 10^3 = \frac{10^2(11)^2}{4} = 3025$$

۱۵۰- (ب)

$$\frac{t_5}{t_8} = \frac{t_1 q^4}{t_1 q^7} = \frac{1}{q^3} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^3} = -27$$

۱۵۱- (الف)

$$\frac{t_1}{t_3} = \frac{4 \times 5^{-2}}{4 \times 5^0} = \frac{1}{25}$$

۱۵۲- (ب)

$$t_1 \frac{1-q^3}{1-q} = 5t_1q \Rightarrow 1+q^2+q=5q \Rightarrow q^2-4q+1=0 \Rightarrow q=2 \pm \sqrt{4-1}=2-\sqrt{3}$$

چون تصاعد نزولی است پس جواب $q=2+\sqrt{3}$ قابل قبول نیست.

۱۵۳- (ج)

$$t_4 t_8 = (t_6)^2 \Rightarrow 8 = (t_6)^2 \Rightarrow t_6 = \pm 2\sqrt{2}$$

۱۵۴- (ب)

$$t_1 = 120, \quad t_n = 990, \quad d = 30$$

$$n = \frac{t_n - t_1}{d} + 1 = \frac{990 - 120}{30} + 1 = 30$$

۱۵۵- (د)

$$\begin{cases} \sqrt{ab} = 50 \Rightarrow \sqrt{4b^2} = 50 \Rightarrow 2b = 50 \Rightarrow b = 25 \\ a = 4b \end{cases}$$

۱۵۶- (ب)

$$S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right)$$

$$S = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} - \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

۱۵۷- (د)

$$x-d, x, x+d$$

$$(x-d)^2 + x^2 = (x+d)^2 \Rightarrow x^2 = 4xd \Rightarrow x = 4d$$

$$3d, 4d, 5d \rightarrow \frac{5d}{3d} = \frac{5}{3}$$

۱۵۸- (د)

$$t_1 = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}, \quad t_2 = \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}$$

$$q = \frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{\sqrt{2}+2}$$

$$S_\infty = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)\left(1-\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}-1} = 4+3\sqrt{2}$$

۱۵۹- (ج)

$$\begin{cases} A + B + C = 180 \\ 2B = A + C \end{cases} \Rightarrow A + C = 120^\circ \Rightarrow B = 60^\circ$$

۱۶۰- (الف)

$$t_5 = \frac{p_5}{p_4} = \frac{25 + 1}{16 + 1} = \frac{26}{27}$$

۱۶۱- (ب)

$$\text{مجموع واسطه ها} = 5 \left(\text{جمله وسطی} \right) = 5 \left(\frac{10 + 20}{2} \right) = 75$$

۱۶۲- (ب)

$$S_\infty = \frac{t_1}{1 - q} = k$$

$$\text{حد مجموع مربعات} = \frac{t_1}{1 - q^2} = \frac{t_1}{1 - q} \times \frac{t_1}{1 + q} = \frac{kt_1}{1 + q}$$

۱۶۳- (الف)

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 2$$

$$f(x - 1) = 3(x - 1)^2 - 5(x - 1) + 2$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow 3(-1 - 1)^2 - 5(-1 - 1) + 2 = 12 + 10 + 2 = 24$$

۱۶۴- (الف)

$$(x\sqrt{x} - 1)(x\sqrt{x} + 1) + 2 = x^3 - 1 + 2 = x^3 + 1$$

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

۱۶۵- (د)

$$f(x) = (x^2 + x - 1)^3 + x^4 - 5x$$

$$\text{مجموع ضرایب} = f(1) = (1 + 1 - 1)^3 + 1 - 5 = 1 + 1 - 5 = -3$$

۱۶۶- (الف)

$$x - \alpha - \beta = 0 \Rightarrow x = \alpha + \beta$$

$$(x - \alpha)(x - \beta) + k = (\alpha + \beta - \alpha)(\alpha + \beta - \beta) + k = \alpha\beta + k = 0 \Rightarrow k = -\alpha\beta$$

۱۶۷- (ج)

$$x^2 + x - m$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow 1 + 1 + m = 3 \Rightarrow m = 1$$

$$x^2 + x + 2 \Rightarrow (-1)^2 + (-1) + 2 = 2 \quad x = -1$$

۱۶۸- (ج)

$$\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^7$$

$$(k^7)(2x^2)^{7-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k$$

$$14 - 2k - k = 2 \Rightarrow k = 4$$

$$(4^7)(2x^2)^3 \left(-\frac{1}{x}\right)^4 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} \times 8x^6 \times \frac{1}{x^4} = 280x^2$$

(ج) - ۱۶۹

$$f(x) = x^4 + ax^3 + 2bx + c, (x+1)^3$$

$$f'(x) = 4x^3 + 6ax^2 + b$$

$$f''(x) = 12x^2 + 12ax$$

$$f(-1) = f'(-1) = f''(-1) = 0 \Rightarrow 12 - 12a: \Rightarrow a = 1$$

(د) - ۱۷۰

$$x^6 - x^3 + x^2 + 1, \quad x^2 - x = 0 \Rightarrow x^2 = x$$

$$(x^2)^3 - x^2 \cdot x + x^2 + 1 \Rightarrow x^3 - x^2 + x + 1 \Rightarrow x \cdot x = x + x + 1$$

$$\rightarrow x - x + x + 1 \Rightarrow x + 1$$

(ب) - ۱۷۱

$$x^{10}(x-1), (x^2+x+1)(x-1) = x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1$$

$$(x^3)^3 \cdot x(x-1) \rightarrow 1 \times x(x-1) \rightarrow x$$

(الف) - ۱۷۲

$$7^{8n} - 1 = 49^{4n} - 1$$

که بر $49-1=48$ و $49+1=50$ بخش پذیر است و چون بر 50 بخش پذیر است بر 10 نیز بخش پذیر می باشد.

(د) - ۱۷۳

$$a^5 b^7 \text{ ضریب} = \binom{12}{5} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{2 \times 3 \times 4 \times 5} = 11 \times 72 = 792$$

(د) - ۱۷۴

$$\text{جمله چهارم} = \binom{5}{3} 1^2 (-\sqrt{2})^3 = -2 \cdot \sqrt{2}$$

(ب) - ۱۷۵

$$\begin{cases} A = \text{مجموع ضرائب مثبت} \\ B = \text{مجموع ضرائب منفی} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A + B = 0 \\ A - B = 2^7 \end{cases} \Rightarrow A = -B = 2^6 = 64$$

(الف) - ۱۷۶

ضریب جمله پنجم = ضریب جمله دوم

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{4} \rightarrow n = 4 + 1 = 5$$

$$\text{ضریب جمله سوم} = \binom{5}{2} = 10$$

(د) - ۱۷۷

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$2x - 1 \rightarrow 3(-2) - 1 = -7$$

(الف) - ۱۷۸

$$(x^2 + x + 1)(x - 1) \rightarrow x^3 = 1$$

$$1 \times x^2 + x + 1 = x^2 + x + 1 \rightarrow 0$$

$$x^4 + 1 + 2x^2 - 2x^2$$

(ج) - ۱۷۹

$$x^4 + 1 + 2x^2 - 2x^2$$

$$(x^2 + 1)^2 - 2x^2 = (x^2 + 1 - x\sqrt{2})(x^2 + 1 + x\sqrt{2})$$

(ب) - ۱۸۰

$$a^{84} - b^{56} = (a^6)^{14} - (b^4)^{14}$$

(ب) - ۱۸۱

$$k + 1 = 19 \Rightarrow k = 18$$

$$\binom{20}{18} x^2 y^{18} = \frac{20 \times 19}{2} x^2 y^{18} = 190 x^2 y^{18}$$

(ج) - ۱۸۲

$$(k^6)(x^2)^{6-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k$$

$$x \text{ توان} = 12 - 2k - k = 0 \Rightarrow k = 4$$

$$\binom{6}{4} (x^2)^2 \left(-\frac{1}{x}\right)^4 = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

(د) - ۱۸۳

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1 \Rightarrow ax^6 + bx^3 + 1 = a(-1)^2 + b(-1) + 1$$

$$\Rightarrow a - b + 1 = 1 \Rightarrow a - b = 0$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow x^2 + ax + 2b = 4 - 2a + 2b = 4$$

(د) - ۱۸۴

$$x = 1 \Rightarrow (2 + 1 - 2)^{99} + (2 + 1 - 1 - 1)^6 + 3 = 1 + 1 + 3 = 5$$

(ج) - ۱۸۵

$$2x^2 + x^3 - 4x - 2 = x^3(2x + 1) - 2(2x + 1) = (x^3 - 2)(2x + 1)$$

۱۸۶- (ج)

$$x + a = t \Rightarrow |t| - |t + 5| = -6$$

$$|0 - (-5)| = 5 \Rightarrow |5| < |-6|$$

۱۸۷- (ج)

$$|x^3 - 8| < x^2 + 2x + 4$$

$$|x - 2| \cdot |x^2 + 2x + 4| < x^2 + 2x + 4$$

$$|x - 2| < 1 \Rightarrow -1 < x - 2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3$$

۱۸۸- (د)

$$|x| > \sqrt{x+2} \Rightarrow x^2 > x+2$$

$$x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -1$$

ضمناً باید $x > -2$ باشد پس جواب نامعادله به صورت $(-2, -1) \cup (2, +\infty)$ است.

۱۸۹- (الف)

چون x در معادله صدق نمی کند پس گزینه های (۲) و (۳) و (۴) نمی توانند درست باشد و گزینه (۱)

درست است.

۱۹۰- (ج)

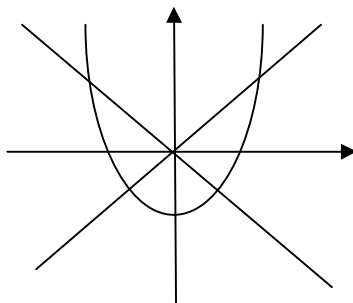
$$x^2 < 18 \Rightarrow -3\sqrt{2} < x < 3\sqrt{2}$$

$$|x - 3\sqrt{2}| + |x + 3\sqrt{2}| = -x + 3\sqrt{2} + x + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

۱۹۱- (ب)

$$2x^2 - 3 = |x|$$

از نمودارهای $y = 2x^2 - 3$ و $y = |x|$ می توان فهمید که این معادله فقط دو ریشه حقیقی دارد.



۱۹۲- (الف)

$$\sqrt{x^2 - 1} + |x + 1| = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -1$$

۱۹۳- (ب)

$$(x + y)^2 + (x - y)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

$$169 + (x - y)^2 = 2 \times 97 = 194$$

$$(x - y) = 25 \Rightarrow |x - y| = 5$$

(ب) - ۱۹۴

جملات گویای این بسط بصورت $x^k (\sqrt[5]{y})^{5k'}$ می باشند طوریکه

$$K \geq 0, k' \geq 0, k + 5k' = 40$$

باید k نیز مضرب ۵ باشد و $k=0,5,10,\dots,40$ که تعداد جوابها مساوی ۹ می باشد پس ۹ جمله گویا در این بسط وجود دارد.

(ب) - ۱۹۵

$$f(x) = (x^4 - 3x - 22)Q(x) + 2x^3 - x + 7$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow f(-2) = 0 + 2(-8) - 2 + 7 = -7$$

(د) - ۱۹۶

$$|x - 2y| = 4 \Rightarrow x - 2y \pm 4 = 0$$

نمودار این رابطه، دو خط راست موازی و محور تقارن آن خطی است که معادله اش به صورت $x - 2y = 0$ می باشد.

(ج) - ۱۹۷

این بسط ۱۳ جمله دارد و جمله میانی یعنی جمله هفتم، بزرگترین ضریب را دارد.

(د) - ۱۹۸

$$(mx - 1)^{50}$$

$$\text{مجموع ضرائب} = (m - 1)^{50} = 2^{50} \Rightarrow m - 1 = \pm 2 \Rightarrow m = 3, -1$$

(ب) - ۱۹۹

چون ضریب جمله چهارم با ضریب جمله دوازدهم برابر است پس این بسط پانزده جمله دارد و چون $n+1=15$ پس $n=14$ است.

(الف) - ۲۰۰

$$y = |x - 2| + |x + m|$$

$$\text{محور تقارن} \Rightarrow x = \frac{2 + (-m)}{2} = 1 \Rightarrow m = 0$$

(د) - ۲۰۱

$$\cot \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot 3\alpha = \frac{3\cot \alpha - \cot^3 \alpha}{1 - 3\cot^2 \alpha} = \frac{3 \times \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^3}{1 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{8}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{11}{2}$$

(د) - ۲۰۲

شرط وجود جواب $c^2 \geq 4ab$ برقرار نیست پس جواب ندارد.

۲۰۳- (ب)

$$x + y = 4\pi \Rightarrow y = 4\pi - x \Rightarrow \cos y = \cos x$$

۲۰۴- (د) مجموع ضرایب معادله مساوی صفر است پس یکی از ریشه ها مساوی ۱ می باشد و داریم:

$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$$

۲۰۵- (د)

$$1110 = 3 \times 360 + 30^\circ$$

$$\sin(1110) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

۲۰۶- (الف)

$$\sin x = \frac{2tg \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} \quad \cos x = \frac{1 - tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2a}{1 + a^2} + \frac{1 - a^2}{1 + a^2} = a \Rightarrow a = 1$$

۲۰۷- (ج)

$$\frac{2/5}{8/75} \text{ رادیان } \Rightarrow x = \frac{1 \times 8/75}{2/5} = \frac{17/5}{5} = 3/5$$

۲۰۸- (الف)

$$\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 2x = 1$$

۲۰۹- (ج)

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x \Rightarrow \frac{1}{a} = 1 + b^2 \Rightarrow 1 = a + ab^2$$

۲۱۰- (ب)

$$\frac{1 + \cos 10}{\sin 10} = \frac{2\cos^2 5^\circ}{2\sin 5 \cos 5} = \cot 5^\circ$$

۲۱۱- (د)

چون $a^2 + b^2 < c^2$ پس معادله کلاسیک نوع اول جواب ندارد.

۲۱۲- (د)

$$T_1 = \pi, T_2 = \frac{2\pi}{\left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow T = 4\pi$$

۲۱۳- (ب)

صورت و مخرج تابع را بر $\cos x$ تقسیم می کنیم:

$$y = \frac{4\operatorname{tg}x - 3}{5 + 7\operatorname{tg}x} \Rightarrow T = \pi$$

۲۱۴- (ج)

$$y = \frac{1}{2} [\sin 4x + \sin(-2x)] + 7 = \frac{1}{2} [\sin^4 x - \sin 2x] + 7$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, T_2 = \frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow T = \pi$$

۲۱۵- (د)

چون \sqrt{x} از درجه اول نیست پس این تابع متناوب نیست.

۲۱۶- (الف)

$$y = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - \pi x\right) = \cos^2\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$T = \frac{\pi}{\pi} = 1$$

۲۱۷- (الف)

$$f(x + \pi) = \cos[\sin(x + \pi)] = \cos(-\sin x) = \cos(\sin x) = f(x)$$

۲۱۸- (ب)

هر دور 2π رادیان است پس کل زاویه پیموده شده برابر است با $270 \times 2\pi$ و در هر ثانیه خواهیم داشت:

$$\frac{720 \times 2\pi}{60 \times 60} = \frac{2\pi}{5} \text{ rad}$$

۲۱۹- (ب)

$$\begin{aligned} (\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1) &= (\sin x + \cos x)^2 - 1 \\ &= \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x - 1 = 2 \sin x \cos x = \sin 2x \end{aligned}$$

۲۲۰- (د)

$$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow -1 < \operatorname{tg}x < 1 \Rightarrow -1 < 2 - 3m < 1 \Rightarrow 1 > 3m - 2 > -1$$

$$\Rightarrow 1 < 3m < 3 \Rightarrow \frac{1}{3} < m < 1$$

۲۲۱- (ج)

$$\sin(x - y) + \cos(x + y) = 2 \begin{cases} \sin(x - y) = 1 \\ \cos(x + y) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2} \\ x + y = 2x \end{cases} \Rightarrow x = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

۲۲۲- (ج) (نادرست)

$$\sin \alpha \cos \alpha \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha \geq 1 \Rightarrow \sin 2\alpha \geq 1 \quad (\text{نادرست})$$

۲۲۳- (ج)

$$\frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{(1 - \cos^2 x)\sin^2 x}{(1 - \sin^2 x)\cos^2 x} = \frac{\sin^6 x}{\cos^6 x} = \operatorname{tg}^6 x$$

(ب) - ۲۲۴

$$(1 - 3\sin^2 x \cos^2 x) + (1 - 2\sin^2 x \cos^2 x) + 5\sin^2 x \cos^2 x = 2$$

(ب) - ۲۲۵

$$A = \sqrt{1 + 2\sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}} = \sqrt{1 - 2\sin \alpha \cos \alpha} = |\sin \alpha - \cos \alpha| = \sin \alpha \cos \alpha$$

(الف) - ۲۲۶

$$\begin{aligned} -\frac{\pi}{9} < x \leq \frac{\pi}{6} &\Rightarrow -\frac{\pi}{3} < 3x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos 3x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m-1}{m+1} \leq 1 \\ \frac{1}{2} < 1 - \frac{2}{m+1} \leq 1 &\Rightarrow -\frac{1}{2} < \frac{-2}{m+1} \leq 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ m+1 > 4 \end{cases} &\Rightarrow m > 3 \end{aligned}$$

(ب) - ۲۲۷

$$\begin{aligned} \operatorname{Arc} \cos \left(-\frac{1}{2}\right) + \operatorname{Arc} \sin \left(-\frac{1}{2}\right) &= \frac{\pi}{2} \\ \sin \frac{\pi}{2} &= 1 \end{aligned}$$

(الف) - ۲۲۸

$$\cos \left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{Arc} \cos \left[\cos \left(-\frac{\pi}{3}\right)\right] = \frac{\pi}{3}$$

(ج) - ۲۲۹

$$\cos C = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \Rightarrow C = 15^\circ$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ$$

$$B + C = 60^\circ \Rightarrow A = 120^\circ \text{ یا } 30^\circ$$

(ج) - ۲۳۰

$$\operatorname{Arc} \cot \left(-\frac{5}{2}\right) = \pi - \operatorname{Arc} \cot g \left(\frac{5}{2}\right) = \pi - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left(\frac{2}{5}\right)$$

$$\operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left(\frac{2}{5}\right) + \pi - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left(\frac{2}{5}\right) = \pi$$

(ج) - ۲۳۱

$$\operatorname{Arc} \operatorname{tg} 2 = \alpha \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 2$$

$$\operatorname{Arc} \operatorname{tg} 3 = \beta \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = 3$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{2 + 3}{1 - 6} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$$

(ج) - ۲۳۲

$$tg10^\circ - tg50^\circ + tg70^\circ = tg\alpha + tg(\alpha - 60) + tg(\alpha + 60) = 3tg3\alpha = 3tg30^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

(ب) - ۲۳۳

$$\cos 20 \cos 40 \cos 80 = \cos \alpha \cos (60 - \alpha) + tg(60 + \alpha)$$

$$\frac{1}{4} = \cos 3\alpha = \frac{1}{4} \cos 60 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

(ج) - ۲۳۴

$$Arctg 7 = \alpha \Rightarrow tg\alpha = 7$$

$$Arctg 3 = \beta \Rightarrow tg\beta = 3 \Rightarrow tg\beta = \frac{2 \times 3}{1 - 9} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$tg(\alpha + 2\beta) = \frac{7 + \left(-\frac{3}{4}\right)}{1 + \frac{21}{4}} = \frac{25}{25} = 1 \Rightarrow \alpha + 2\beta = \frac{5\pi}{4}$$

(ج) - ۲۳۵

$$tg12tg48tg72 = tg(3 \times 12) = tg36$$

$$Tg36tg54=1=tg45$$

(ب) - ۲۳۶

$$(b + c)(b^2 + c^2 - bc) = a^2(b + c)$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - bc \Rightarrow 2 \cos A = 1 \Rightarrow A = 60^\circ$$

(ب) - ۲۳۷

$$a = 2bc \cos c$$

$$b \cos c + c \cos B = 2b \cos C \Rightarrow \cos B - b \cos C = 0$$

$$\sin C \cos B - \sin B \cos C = 0 \Rightarrow \sin(C - B) = 0 \Rightarrow C = B$$

(ج) - ۲۳۸

$$\begin{cases} a^2 - c^2 = b^2 - 2bc \cos A \Rightarrow cb^2 - 2bc^2 \cos A = bc^2 - 2b^2c \cos A \\ a^2 - b^2 = c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow b^2 - 2c \cos A = c - 2bc \cos A \end{cases}$$

$$\cos A = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = 120^\circ$$

(ب) - ۲۳۹

$$\sin(Arc \cos(-\frac{3}{5})) = \sin\left(\pi - Arc \cos \frac{3}{5}\right) = \sin(Arc \cos \frac{3}{5}) = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

(ب) - ۲۴۰

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \frac{A-B}{2} \Rightarrow \cos \frac{A-B}{2} = 1 \Rightarrow \max(\sin A + \sin B) = \sqrt{3}$$

(ج) - ۲۴۱

$$\sin^3 \pi x = -\cos^3 \pi x \Rightarrow \operatorname{tg}^3 \pi x = -1 \\ \Rightarrow \operatorname{tg} \pi x = -1 \Rightarrow \pi x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k - \frac{1}{4}$$

در فاصله $[-1, 1]$ مقادیر $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ بدست می آیند.

(الف) - ۲۴۲

$$\frac{\sin 145 - \sin 235}{\cos 325} = \frac{\sin 35 - \cos 35}{\cos 35} = \operatorname{tg} 35 + 1 = 2a - 1 + 1 = 2a$$

(د) - ۲۴۳

$$\operatorname{tg}(x' + x'') = \frac{\operatorname{tg} x' + \operatorname{tg} x''}{1 - \operatorname{tg} x' \operatorname{tg} x''} = \frac{2k}{1 - (k-1)} = -1$$

$$2k = -2 + k \Rightarrow k = -2$$

(الف) - ۲۴۴

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \sin(\alpha + 3\pi) + \sin\left(\alpha + \frac{5\pi}{3}\right) = -\sin \alpha + 2 \sin(\alpha + \pi) \cos \frac{2\pi}{3} \\ = -\sin \alpha + \sin \alpha = 0$$

(ب) - ۲۴۵

$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3} \\ \cos^2 x - \sin^2 y = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\cos^2 x - \sin^2 y = 1 \Rightarrow \cos 2x + \cos 2y = 1 \\ 2\cos(x+y)\cos(x-y) = 1 \Rightarrow 2 \times \frac{1}{2} \cos(x+y) = 1 \Rightarrow x+y = 2k\pi \end{cases}$$

(د) - ۲۴۶

$$\operatorname{tg} B = \sqrt{2} \Rightarrow 1 + 2 = \frac{1}{\cos^2 B} \Rightarrow \cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos B = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{c}{3\sqrt{3}} \Rightarrow c = 3$$

(الف) - ۲۴۷

$$\frac{100\pi}{12} = \frac{100 \times 180}{12} = 1500^\circ$$

$$-2300 \times \frac{9}{10} = -2070^\circ$$

$$1500 + 750 - 2070 = 180^\circ$$

(د) - ۲۴۸

$$\sin^2 2\alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha) = 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \right) = 4\sin^2 \alpha + 4\cos^2 \alpha = 4$$

۲۴۹- (الف)

$$\operatorname{tg} \frac{B}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}} \times \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}} = \frac{p-a}{p} = \frac{\frac{a+b+c}{2} - a}{\frac{a+b+c}{2}} = \frac{\frac{5a}{2} - a}{\frac{5a}{2}} = \frac{3}{5}$$

۲۵۰- (ج)

$$c^2 + a^2 (\sin B \cos C - \cos B \sin C) = c^2 + a^2 \left(\frac{b}{a} \times \frac{b}{a} - \frac{c}{a} \times \frac{c}{a} \right) = c^2 + b^2 - c^2 = b^2$$