

Complex Function تمرین پنجم بخش

(۱) با کمک گرفتن از خواص انتگرال مختلط، مقدار انتگرالهای زیر را حساب کنید

1)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^2(x^2+2x+2)} dx$$

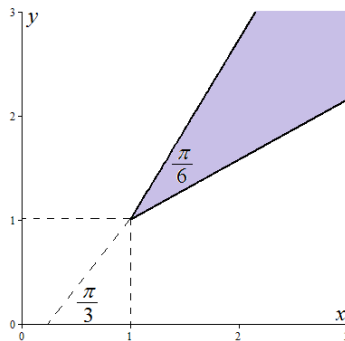
2)
$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5+3\sin\theta}$$

3)
$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos 3\theta}{5-4\cos\theta} d\theta$$

(۲) نگاشت $W = iz + i$ نیم صفحه $x > 0$ را بر روی چه ناحیه‌ای می‌نگارد؟

(۳) نگاشت $W = z^2$ ناحیه مثلثی بین خطوط $y = 1$ و $y = \pm x$ را به چه ناحیه‌ای تبدیل می‌کند؟

(۴) نگاشتی بیابید که ناحیه نشان داده شده در شکل را به کل نیم صفحه بالایی مختلط بنگارد.



(۵) تصویر ناحیه $0 < y < \frac{1}{4}$ به وسیله نگاشت $W = \frac{1}{z}$ را رسم نمایید.

(۶) نشان دهید اگر نقطه z_0 در نیمه بالایی صفحه مختلط باشد تبدیل $W = e^{i\theta_0} \left(\frac{z - z_0}{z - \bar{z}_0} \right)$ نیمه بالایی

صفحه مختلط را به درون دایره‌ای با شعاع واحد می‌نگارد.