



در

آنچه ملاحظه می‌فرمائید؛ بخش اول از تست‌های مربوط به "ریاضی" کنکور سراسری سال ۹۹ رشته ریاضی و فیزیک است. عمده سوالات مربوط به حسابان و ریاضیات پایه است. (سوالات به ترتیب از شماره ۱۰۱ تا ۱۲۱ دفترچه است) این سوالات در فیلم بخش اول تست‌های ریاضی کنکور سراسری ریاضی ۹۹ حل شده است که می‌توانید در صفحه اصل مطلب سایت فیلم آموزش ریاضی و فیزیک آن را دانلود کنید.

ابتدا تست‌های دفترچه آورده شده است و سپس تست‌ها همراه با پاسخ تشریحی (همان پاسخ‌هایی که عیناً فیلم نوشته می‌شود از فیلمبرداری شده است) فیلم را با کیفیت بالا از لینک تلگرام یا گوگل درایو می‌توانید از صفحه اصل مطلب سایت riazi.blog.ir دانلود فرمائید.

لازم است بدانید:

■ فیلم‌هایی که از سری فیلم‌های اصل مطلب (تست‌های کنکور) است را به عنوان فیلم‌هایی برای سنجش تسلط خود در برابر سوالاتی در بالاترین سطحی که می‌تواند مطرح شود در نظر بگیرید. بنابراین این سوالات پس از آن باید مورد تمرین شما قرار گیرد که شما آموزش مربوط به تمامی مباحث ریاضی دوران دبیرستان را داشته‌اید. (این سوالات، جنبه آشنایی با سوالات کنکور را دارد، نه آموزش مباحث)

■ پس توصیه می‌شود؛ دانش آموز و یا مخاطبی که برای کنکور آماده می‌شود، ابتدا فیلم‌های آموزشی ریاضی را از صفحات مربوط به پایه‌های مربوطه (دهم، یازدهم و دوازدهم و اگر نیاز است متوسطه اول) ببیند و سپس فیلم‌های تمرینات تکمیلی را به دقت ملاحظه کند و با شیوه گفته شده در فیلم‌ها (تمرین به تمرین پیش رفتن و دست به قلم شده و خود شما بعد از یادگیری هر تمرین آن را سعی کنید حل کنید) روی آنها تسلط یابد و سپس به دیدن این فیلم‌ها (فیلم‌های مربوط به کنکور) بپردازد.

■ تست به تست پیش بروید و سعی کنید که حتما یکبار خودتان از ابتدا تا انتهای تست را حل کنید و به جواب برسید.

یادتان باشد،

"ریاضی را باید با صبر و حوصله و طمأنینه یاد بگیرید"

اصلاً "زمان" را در یادگیری موضوعی مهم ندانید، بدانید این زمان "سرمایه‌ای" است که در هنگام خود به بهره می‌رسد.

آدرس سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک: riazi.blog.ir

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب..... با شماره داوطلبی..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کدکنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضاء:

۱-۱ اگر A و B دو مجموعه غیرتهی با شرط $A \subset B$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

(۱) $B \setminus A' = A$ (۲) $A \setminus B' = A$ (۳) $A \cap B' = \emptyset$ (۴) $B \cap A' = \emptyset$

۱-۲ مجموعه $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه، برابر است؟

(۱) $A \cup B'$ (۲) $A \cap B'$ (۳) A (۴) B'

۱-۳ در مجموعه‌های چهار عضوی $A = \{x+2, 1, 4, y\}$ و $B = \{5, 7, z, t-1\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد. تعداد مجموعه‌ها به صورت $\{(x, y), (z, t)\}$ ، کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱-۴ کدام یک از گزاره‌های زیر، هم ارز منطقی گزاره $p \Leftrightarrow q$ است؟

(۱) $(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$ (۲) $(p \vee q) \vee \sim (p \wedge q)$

(۳) $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$ (۴) $(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$

۱-۵ باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x-1$ و $2x+1$ به ترتیب، 8 و 5 است. باقی‌مانده تقسیم

$P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ ، کدام است؟

(۱) $-x+4$ (۲) $x+3$ (۳) $2x+6$ (۴) $2x-3$

۱-۶ مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{4}x + 2$ ، کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱-۷ اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ ، کدام است؟

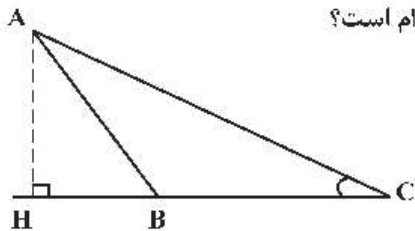
(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱-۸ قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را 4 واحد به سمت راست،

انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟

(۱) $x=1$ (۲) $x=1/5$ (۳) $x=2$ (۴) $x=2/5$

محل انجام محاسبات



۱۰۹- در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$. اندازه ارتفاع AH ، کدام است؟

(۱) $\frac{3}{25}$

(۲) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{3}{6}$

(۴) $\frac{3}{75}$

۱۱۰- اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha)$ ، کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{5}$

(۲) $-\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۴) $\frac{4}{5}$

۱۱۱- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\tan(3x)\tan(x) = 1$ ، در بازه $[\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

(۱) 5π

(۲) 6π

(۳) $\frac{9\pi}{2}$

(۴) $\frac{11\pi}{2}$

۱۱۲- اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی

....., $\{4, 5, 6\}$, $\{2, 3\}$, $\{1\}$. مجموع اعداد واقع در دسته بیستم، کدام است؟

(۱) 4120

(۲) 4020

(۳) 4010

(۴) 3980

۱۱۳- مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{1}{10}$ جرم باقی‌مانده را از دست

بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر، باقی می‌ماند؟ ($\log 3 = 0.48$)

(۱) 260

(۲) 300

(۳) 270

(۴) 240

۱۱۴- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$. حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ ، کدام است؟

(۱) 1

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $-\frac{1}{3}$

(۴) -1

۱۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2\sqrt{x+5}}{2x - \sqrt{3x+1}}$ ، کدام است؟

(۱) $-1/5$

(۲) $-1/2$

(۳) $-0/8$

(۴) $-0/6$

۱۱۶- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases}$ ، یک تابع همواره پیوسته باشد. مقدار a ، کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{2}$

(۲) -1

(۳) 1

(۴) $\frac{5}{2}$

۱۱۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$ دارای خط‌های مجانب $y = -1$ ، $x = -2$ و $x = 1$ است. $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) $1/25$ (۲) $1/5$ (۳) $1/75$ (۴) $-1/5$

۱۱۸- اگر f یک تابع مشتق‌پذیر، $g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$ و $g'(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مقدار $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

۱۱۹- آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار x است؟

- (۱) $4 + \sqrt{2}$ (۲) $3 + 2\sqrt{2}$ (۳) $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۴) $2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$

۱۲۰- خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x - 4}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x = 4$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- (۱) -4 (۲) -1 (۳) 2 (۴) 3

۱۲۱- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ برابر ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\tan(\alpha + \beta)$ ، کدام است؟

- (۱) 1 (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) -3 (۴) -1

۱۲۲- یک دوزنقه متساوی‌الساقین با قاعده‌هایی به اندازه ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده کوچک دوزنقه، کدام است؟

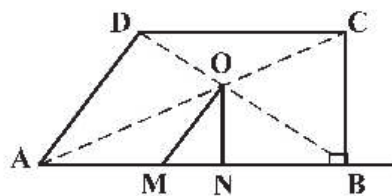
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) 2 (۴) $\frac{5}{2}$

۱۲۳- پاره خط AB به اندازه ۸ واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع‌های ۳ و ۷ واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟

- (۱) لوزی (۲) متوازی‌الاضلاع
(۳) مستطیل (۴) دوزنقه متساوی‌الساقین

۱۲۴- مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($\hat{B} = 90^\circ$)، پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب

موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟

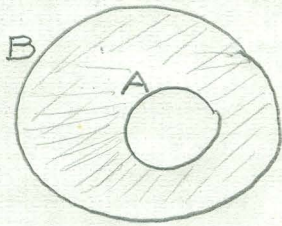


- (۱) 1
(۲) 2
(۳) کوچکتر از ۱
(۴) بزرگتر از ۱ کوچکتر از ۲

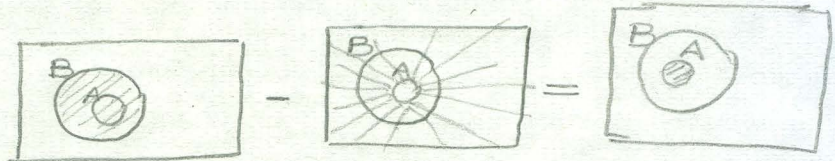
محل انجام محاسبات

۱۰۱- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی با شرط $A \subset B$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

- ۱) $B - A' = A$ ۲) $A - B' = A$ ۳) $A \cap B' = \phi$ ۴) $B \cap A' = \phi$



(۱)



$$B - A' = A$$

۱) $B - A' = B \cap (A')' = B \cap A = A \checkmark$

۲) $A - B' = A \cap (B')' = A \cap B = A \checkmark$

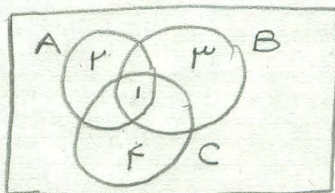
۳) $A \cap B' = A - B = \phi \checkmark$

مجموعه هاشتورزده $B \cap A' = B - A =$ گزینه (۴)
شکل (۱)

۱۰۲- مجموعه $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه برابر است؟

- ۱) $A \cup B'$ ۲) $A \cap B'$ ۳) A ۴) B'

روش اول: مثالی در نظر بگیریم، نمودار آن را رسم کنیم.



$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)) = \{2\} \cup (\{2, 3, 4\} \cap \{2, 4\}) = \{2\} \cup \{2, 4\} = \{2, 4\}$$

$$B' \cup A = \{2, 4\} \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 4\}$$

$$(B' \cup A) - B = \{1, 2, 4\} - \{1, 3\} = \{2, 4\}$$

۱) $A \cup B' \times$

۲) $A \cap B' = \{1, 2\} \cap \{2, 4\} = \{2\} \times$

گزینه (۴)

۳) A

۴) $\checkmark B' \{2, 4\}$

$$A - B = A \cap B'$$

روش دوم: ساده کردن عبارات

$$(A \cap B') \cup ((B' \cup C)' \cap ((B' \cup A) \cap B'))$$

$$\underbrace{B' \subset B' \cup A}$$

$$\underbrace{(B' \cup C)' \cap B'}$$

$$(A \cap B') \cup B'$$

$$(A \cap B') \subset B'$$

$$= B'$$

گزینه (۴)

۱۰۳- در مجموعه‌های چهار عضوی $A = \{x+2, 1, 4, y\}$ و $B = \{5, 7, z, t-1\}$ فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد. تعداد مجموعه‌ها به صورت $\{(x, y), (z, t)\}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

$$A = \{1, 2\} \rightarrow A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$$

$$B = \{3, 4\} \rightarrow B \times A = \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$$

شرط برای اینکه $A \times B = B \times A$ اینست که $A = B$

$$A = \{1, 4, x+2, y\}$$

$$x+2=5$$

$$y=7$$

$$x+2=7$$

$$y=5$$

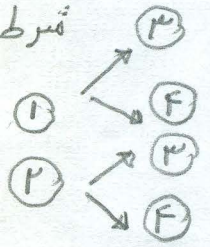
$$B = \{5, 7, z, t-1\}$$

$$z=1$$

$$t-1=4$$

$$z=4$$

$$t-1=1$$



مجموعه جواب $2 \times 2 = 4$
گزینه (۳)

۱۰۴- کدام یک از گزاره‌های زیر، هم ارز منطقی گزاره $p \leftrightarrow q$ است؟

- (۱) $(p \wedge q) \vee \sim(p \vee q)$
 (۲) $(p \vee q) \vee \sim(p \wedge q)$
 (۳) $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
 (۴) $(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$

روش اول از طریق ساده‌سازی عبارات گزاره‌ای
گزینه (۱)

$$1) (p \wedge q) \vee \sim(p \vee q)$$

$$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$((p \wedge q) \vee \sim p) \wedge ((p \wedge q) \vee \sim q)$$

$$(\sim p \vee (p \wedge q)) \wedge (\sim q \vee (p \wedge q))$$

$$[(\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q)] \wedge [(\sim q \vee p) \wedge (\sim q \vee q)]$$

$$[T \wedge (P \rightarrow q)] \wedge [(q \rightarrow P) \wedge T] = T$$

(باتوجه به اینکه $P \leftrightarrow P$ درست فرض شده)

$$P \leftrightarrow Q \equiv (P \wedge Q) \vee (\sim(P \vee Q))$$

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$\sim(P \vee Q)$	طرف راست	$P \leftrightarrow Q$
F	F	F	F	T	T	T
T	T	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	F	F
F	T	F	T	F	F	F

جدول گزاره‌های
رابطه هم‌ارزی
مربوط به
گزینه (۱) و
 $P \leftrightarrow Q$

$$\uparrow \equiv \uparrow$$

۱۰۵- باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر $x-1$ و $2x+1$ به ترتیب، ۵ و ۸ است. باقی مانده تقسیم

$P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ ، کدام است؟

$2x - 2$ (۴)

$2x + 6$ (۳)

$x + 2$ (۲)

$-x + 4$ (۱)

$$P(x) \div \frac{x-1}{\square} \qquad P(x) \div \frac{2x+1}{\square} \qquad P(x) \div \frac{2x^2-x-1}{\square}$$

$\hat{P(x)} = \square x(x-1) + \wedge$ Δ $\phi(x) = 0$

$$(x-1)(2x+1) = 2x^2 + x - 2x - 1 = 2x^2 - x - 1$$

امتحان درستی
تقسیم

$$P(x) = (2x^2 - x - 1) \times (\square) + 0$$

درجه عبارت باقی مانده یکی کمتر از خارج قسمت

$$P(x) = (x-1)(2x+1) \times (\square) + \underbrace{ax+b}_{\phi(x)}$$

قسومت

$$P(1) = 0 \times (\square) + a + b = \wedge$$

$$P(-\frac{1}{2}) = 0 \times (\square) + \frac{-a}{2} + b = \Delta$$

$$\begin{cases} a+b=1 \\ -\frac{a}{2}+b=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+b=1 & +\frac{1}{2}a=3 \\ -\frac{a}{2}+b=5 & a=2 \end{cases}$$

$\leftarrow b=6$ $2x+6$ گزینه (۳)

۱۰۶- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = \frac{1}{2}x + 2$ و $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ ، کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

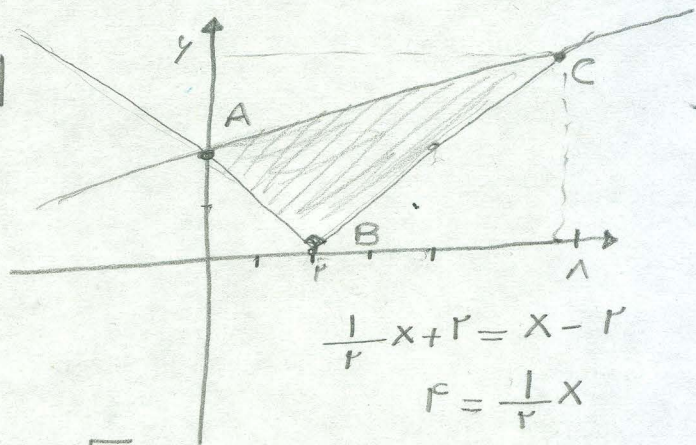
$$y = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$y = |x-2| = \begin{cases} x-2 & x \geq 2 \\ 2-x & x < 2 \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$



$$\frac{1}{2}x + 2 = x - 2$$

$$2 = \frac{1}{2}x$$

$$x = 4$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2} = 6$$

$$= 12$$

گزینه (۴)

۱۰۷- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ کدام است؟

$\frac{2}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

$$g^{-1} \circ f^{-1}(r_0) = g^{-1}(f^{-1}(r_0))$$

$$x \xrightarrow{f} f(x)$$

$$f(r_0) = r_0 + \sqrt{r_0}$$

$$f(x) \xrightarrow{f^{-1}} x$$

$$f^{-1}(r_0 + \sqrt{r_0}) = r_0$$

$$f^{-1}(r_0) = ?$$

$$f(x) = r_0$$

$$x + \sqrt{x} = r_0$$

$$\sqrt{x} = r_0 - x$$

$$x = r_0 - x + x^2$$

$$x^2 - f_1 x + f_0 = 0$$

$$(x - 16)(x - 25) = 0$$

$$x = 16 \text{ وقتی } x = 25 \text{ وقتی}$$

باید x را به دو تکیه کنیم که به ازای آن $f(x)$ برابر r_0 شود.

$$f(16) = r_0 \quad g^{-1}(16)$$

$$f^{-1}(r_0) = 16 \quad g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$$

$$y - yx = 9x + 6 \quad y = \frac{9x+6}{1-x}$$

$$y - 6 = 9x + yx$$

$$y - 6 = x(9+y)$$

$$\frac{y-6}{9+y} = x \rightarrow y = \frac{x-6}{9+x}$$

$$g^{-1}(16) = \frac{16-6}{9+16} = \frac{1}{5}$$

گزینه (۱)

۱۰۸- قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را 4 واحد به سمت راست،

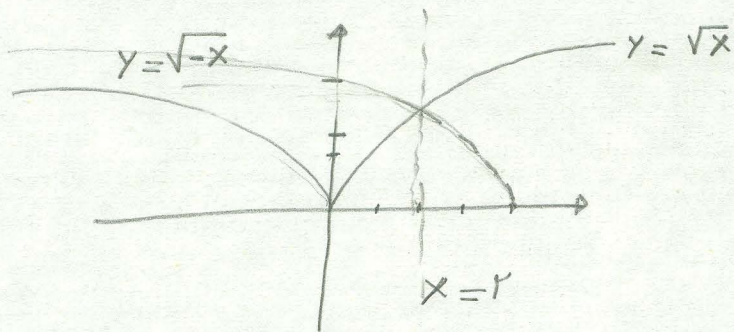
انتقال می دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟

$x = 2,5$ (۴)

$x = 2$ (۳)

$x = 1,5$ (۲)

$x = 1$ (۱)



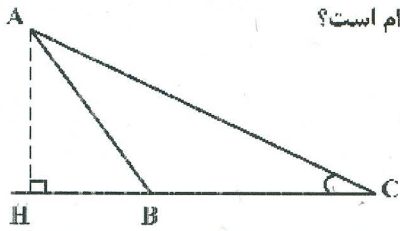
$$y = \sqrt{-x+4}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{-x+4}$$

$$x = -x+4$$

$$x = 2$$

گزینه (۳)



۱۰۹- در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$. اندازه ارتفاع AH کدام است؟

(۱) $\frac{3}{25}$

(۲) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{3}{6}$

(۴) $\frac{3}{75}$

در مثلث AHC

$$\sin C = \frac{AH}{AC}$$

$$\sin^2 C + \cos^2 C = 1$$

$$\frac{25}{169} + \cos^2 C = 1 \rightarrow \cos C = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

$$\cos C = \frac{CH}{AC} \rightarrow \frac{12}{13} = \frac{9}{AC} \rightarrow AC = \frac{9 \times 13}{12} = \frac{39}{4}$$

$$\sin C = \frac{AH}{AC} \rightarrow \frac{5}{13} = \frac{AH}{\frac{39}{4}} \rightarrow AH = \frac{\frac{39}{4} \times 5}{13}$$

$$AH = \frac{39 \times 5}{4 \times 13} = \frac{15}{4} = 3,75$$

گزینه (۴)

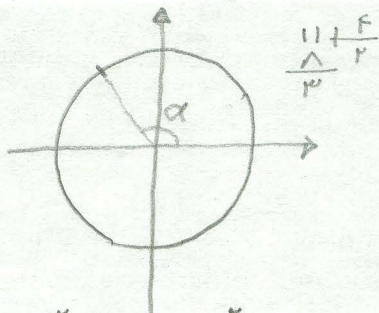
۱۱۰- اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

(۴) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۲) $-\frac{2}{5}$

(۱) $-\frac{4}{5}$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{2}{100}$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{98}{100}}$$

ربع دوم $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{98}}{10}$

$$\cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\left(2\pi + \frac{3\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$= \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{10} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{10} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \times 2}{20} - \frac{2}{20}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \times 2}{20} - \frac{2}{20} = \frac{2\sqrt{2}}{20} - \frac{2}{20}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{20} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{20} = \frac{\sqrt{2} - 1}{10}$$

گزینه (۳)

۱۱۱- مجموع جوابهای معادلهٔ مثلثاتی $\tan(3x)\tan(x) = 1$ در بازه $[\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

$\frac{11\pi}{2}$ (۴)

$\frac{9\pi}{2}$ (۳)

6π (۲)

5π (۱)

$\tan(3x) \cdot \tan(x) = 1$

$\tan(3x) = \frac{1}{\tan(x)}$

$\tan(3x) = \cot(x)$

تائزانت یک زاویه برابر عکس
تائزانت یک زاویه یعنی
تائزانت یک زاویه برابر
کائزانت یک زاویه

وقتی تائزانت یک زاویه برابر کائزانت
یک زاویه می شود یعنی دو زاویه متمم
هم هستند.

$\rightarrow \tan(3x) = \tan(\frac{\pi}{2} - x)$

و بنابه معادله مثلثاتی

$\tan x = \tan \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha$

$3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x$

$4x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

در بازه $[\pi, 2\pi]$

$k=5$ $\frac{5\pi}{4}$	$k=6$ $\frac{3\pi}{2}$	$k=7$ $\frac{7\pi}{4}$
---------------------------	---------------------------	---------------------------

گزینه (۲)

$\frac{9}{8} + \frac{11}{8} + \frac{13}{8} + \frac{15}{8} = \frac{48}{8} = 6$

۱۱۲- اعداد طبیعی را طوری دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی

$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \dots$. مجموع اعداد واقع در دسته بیستم، کدام است؟

2980 (۴)

4010 (۳)

4020 (۲)

4120 (۱)

$\{1\}$ $\{2, 3\}$ $\{4, 5, 6\}$ $\{7, 8, 9, 10\}$



$\frac{n(n+1)}{2}$

عضو آخر هر دسته برابر a_n در دنباله مثلثی است.

$a_{20} = \frac{20 \times 21}{2} = 210$

یعنی در دسته بیستم عضو آخر ۲۱۰ است.

$\{0, 0, \dots, 210\}$

تعداد اعضا، ۲۰

$a_n = a_1 + (n-1) \times d$

$210 = a_1 + 19 \rightarrow a_1 = 210 - 19 = 191$

$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} (191 + 210)$

$\rightarrow S_n = 10 \times 401 = 4010$ (گزینه ۳)

۱۱۳- مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر مورد نظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{1}{10}$ جرم باقی مانده را از دست

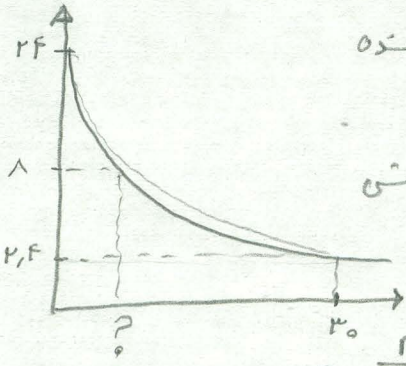
بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر باقی می ماند؟ ($\log 3 = 0.48$)

۲۴۰ (۴)

۲۷۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۳۶۰ (۱)



دنیای هندسی برای صبر باقی مانده از عنصر

$\frac{1}{10}$ در هر ۳۰ روز از دست دادن یعنی

$\frac{9}{10}$ اولیه (اول دوره ۳۰ روزه)

باقی ماندن

n (هر ۳۰ روز)

بر حسب روز

$$8 = 24 \left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{n}{30}}$$

$$a_n = a_1 \left(\frac{9}{10}\right)^n$$

$$a_n = a_1 \left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{n}{30}} \leftarrow \text{بقی مانده}$$

$$\boxed{\log_a b = \frac{\log a}{\log b}}$$

$$\frac{1}{3} = \left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{n}{30}}$$

$n = 30\%$
(گزینه ۱)

$$\begin{aligned} \rightarrow \log \frac{1}{3} &= \frac{n}{30} \rightarrow \frac{\log 3^{-1}}{\log 9 - \log 10} = \frac{n}{30} \rightarrow \frac{-\log 3}{2 \log 3 - 1} = \frac{n}{30} \\ \frac{-0.48}{2 \times 0.48 - 1} &= \frac{n}{30} \end{aligned}$$

۱۱۴- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ کدام است؟

-۱ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1} - 1}{2^{2n+1} + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} - 1}{2^{2n} + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} - 1}{2^{2n} + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n}}{2^{2n}} = 1$$

گزینه (۱)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1} - \frac{1}{2^{2n-1}}}{2^{2n+1} - \frac{3}{2^{2n-1}}} = 1$$

روش دوم:

۱۱۵ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{3x+5}}{2x - \sqrt{3x+1}}$ کدام است؟

-۰٫۶ (۴)

-۰٫۸ (۳)

-۱٫۲ (۲)

-۱٫۵ (۱)

روش اول (هویت‌آل)

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \implies \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \frac{\sqrt{x}}{x}}{2 - \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \frac{1}{x}}{2 - \frac{1}{x}} = \frac{2-1}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$$

گزینه (۲)

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{3x+5}}{2x - \sqrt{3x+1}} \times \frac{2x + \sqrt{3x+1}}{2x + \sqrt{3x+1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x - \sqrt{3x+5})(2x + \sqrt{3x+1})}{4x^2 - 3x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \left(2 - \frac{\sqrt{x}}{x}\right) (2x + \sqrt{3x+1})}{(x-1)(4x+1)} \cdot \frac{2x - \sqrt{3x+5}}{-\sqrt{3x+1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\left(2 - \frac{\sqrt{x}}{x}\right) (2 + \sqrt{3x+1})}{4x+1} \cdot \frac{2 - \sqrt{3x+5}}{-\sqrt{3x+1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\left(2 - \frac{1}{x}\right) (2 + \sqrt{4})}{4x+1} \cdot \frac{2 - \sqrt{8}}{-\sqrt{4}}$$

$$= \frac{\left(2 - \frac{1}{1}\right) (2 + 2)}{4(1)+1} \cdot \frac{2 - 2\sqrt{2}}{-2}$$

۱۱۶ - فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته باشد. مقدار a ، کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

$-\frac{3}{2}$ (۱)

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; 0 < x < 2 \\ x^2 + ax + b & ; (x \geq 2) \cup (x \leq 0) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = (0-1) \cdot [0^+] = 0 \implies b = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 + 0 + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = (2-1)[2^-] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 + 2a + b$$

$$4 + 2a = 1 \implies a = -\frac{3}{2}$$

گزینه (۱)

۱۱۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$ دارای خط‌های مجانب $y = -1$ ، $x = -2$ و $x = 1$ است. $f(-1)$ کدام است؟

۱/۵ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c} = -\frac{2}{a} \quad \begin{array}{l} \text{مجاذب} \\ \text{افقی} \end{array} \quad y = -1$$

$$-\frac{2}{a} = -1 \rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{2x^2 + bx - 4}$$

$$b = 2$$

$$c = -4$$

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{2x^2 + 2x - 4}$$

$$f(-1) = \frac{-2 - 3}{2 - 2 - 4} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4} = 1,25 \quad \text{گزینه (۱)}$$

۱۱۸- اگر f یک تابع مشتق‌پذیر، $g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$ و $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، مقدار $f'(2)$ کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(g(x))' = (f(u))' \quad u = \sqrt{1 + \tan^2 x}$$

$$g'(x) = u' \cdot f'(u)$$

$$g'(x) = \frac{2 \tan x (1 + \tan^2 x)}{2 \sqrt{1 + \tan^2 x}} \cdot f'(\sqrt{1 + \tan^2 x})$$

$$g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}(1+2)}{\sqrt{1+2}} \cdot f'(\sqrt{1+2})$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{f \sqrt{2}}{2} \cdot f'(2) \rightarrow f'(2) = \frac{1}{f}$$

$$g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x}) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right) \quad \text{روش دوم}$$

$$g'(x) = u' \cdot f'(u) \rightarrow g'(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x} \cdot f'\left(\frac{1}{\cos x}\right)$$

$$g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} \cdot f'(2) \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \cdot f'(2) \rightarrow f'(2) = \frac{1}{f}$$

۱۱۹- آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21-x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار x است؟

$2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$ (۴)
 $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۳)
 $2 + 2\sqrt{2}$ (۲)
 $4 + \sqrt{2}$ (۱)

$$\overline{\text{آهنگ تغییر متوسط}} = \frac{f(6) - f(5)}{6 - 5} = \frac{\sqrt{21-36} + 24 - \sqrt{21-25} + 20}{1} = \sqrt{9} - \sqrt{16} = -1$$
 بازه $[5, 6]$

$$\overline{\text{آهنگ تغییر لحظه‌ای}}: f'(x) = \frac{-2x + 4}{2\sqrt{21-x^2} + 4x} \rightarrow f'(x) = -1$$

$$\frac{-2x + 4}{2\sqrt{21-x^2} + 4x} = -1 \rightarrow \frac{x-2}{\sqrt{21-x^2} + 4x} = 1$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 21-x^2+4x$$

$$x^2 - 4x + 4 = 21 - x^2 + 4x$$

$$\rightarrow 2x^2 - 8x - 17 = 0$$

$$\Delta = 64 + 4 \times 2 \times 17 = 200$$

$$4x^2 + 136 = 200$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{200}}{4}$$

$$x = 2 \pm \frac{5}{2}\sqrt{2}$$
 (گزینه ۴)

۱۲۰- خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x=4$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

3 (۴)
 2 (۳)
 -1 (۲)
 -4 (۱)

$$f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}} \rightarrow f'(x) = \frac{5\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(5x-4)}{x}$$

$$f'(4) = \frac{5\sqrt{4} - \frac{1}{2\sqrt{4}}(5 \times 4 - 4)}{4} = \frac{10 - \frac{1}{2} \times 16}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$f(4) = \frac{5 \times 4 - 4}{\sqrt{4}} = \frac{16}{2} = 8 \quad \left[\begin{matrix} 4 \\ 8 \end{matrix} \right] m = \frac{3}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 8 = \frac{3}{2}(x - 4)$$

$$y = \frac{3}{2}x + 2$$
 عرض از مبدأ

برابر ۲ گزینه (۳)

۱۲۱- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ برابر ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

-۱ (۴)

-۳ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۱ (۱)

$$2x^2 + 3x - 1 = 0 \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$2\left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$S = -\frac{3}{2}$$

$$\tan \alpha + \tan \beta = -\frac{3}{2}$$

$$P = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \alpha \cdot \tan \beta = -\frac{1}{2}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)}$$
$$= \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -1 \quad \text{گزینه (۴)}$$