



341

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



341F

صبح جمعه

۹۱/۱/۲۵

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۱

رشته‌ی

مهندسی مکانیک – مهندسی راه‌آهن (ماشین‌های ریلی) (کد ۲۳۲۹)

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی داوطلب:

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، مکانیک تماس چرخ ریلی، مکانیک محیط پیوسته)	۴۵	۱	۴۵

فروردین سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغییرن برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- اگر جواب مسئله مقدار اولیه

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = 0, & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = \begin{cases} T_1, & x > 0 \\ T_2, & x < 0 \end{cases} \end{cases}$$

را به صورت $u(x, t) = f\left(\frac{x}{\sqrt{a\sqrt{t}}}\right)$ جستجو کنیم، آنگاه $u(x, t) = A + B\psi\left(\frac{x}{\sqrt{a\sqrt{t}}}\right)$ که در آن:

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۱)$$

$$B = \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 - T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۲)$$

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۳)$$

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۴)$$

۲- مسئله مقدار مرزی، با شرایط مرزی داده شده در داخل مستطیل $0 \leq x \leq a$ و $0 \leq y \leq b$

$$\begin{cases} \nabla^2 u = f(x, y) \\ u(x, 0) = 0, u(x, b) = h(x) \\ u(0, y) = u(a, y), u_x(0, y) = u_x(a, y) \end{cases}$$

که در آن f و h توابع پیوسته و تکه‌ای هموار هستند، دارای کدام پایه متعامد است؟ (نسبت به متغیر x)

$$۱, \cos \frac{\gamma k \pi x}{a}, \sin \frac{\gamma k \pi x}{a}, k = ۱, ۲, ۳, ۴, \dots \quad (۲) \quad ۱, \cos \frac{k \pi x}{a}, \sin \frac{k \pi x}{a}, k = ۱, ۲, ۳, ۴, \dots \quad (۱)$$

$$\cos \frac{k \pi x}{a}, \sin \frac{k \pi x}{a}, k = ۱, ۲, ۳, ۴, \dots \quad (۴) \quad \cos \frac{\gamma k \pi x}{a}, \sin \frac{\gamma k \pi x}{a}, k = ۱, ۲, ۳, ۴, \dots \quad (۳)$$

۳- با یک تبدیل خطی کسری T سه نقطه $z_1 = -a, z_2 = 0, z_3 = a$ از صفحه z به ترتیب به سه نقطه

$$w_1 = \infty, w_2 = -۱, w_3 = ۰ \text{ از صفحه } w \text{ برده می‌شوند. ثابت } a \text{ چه باشد تا ترکیب } T^2 = T \circ T = I \text{ تابع همانی}$$

شود؟

$$۲ \quad (۴) \quad ۱ \quad (۳) \quad -۱ \quad (۲) \quad -۲ \quad (۱)$$

۴- اگر بخواهیم دایره به مرکز α در صفحه w که از نقطه ۱ می‌گذرد، توسط نگاشت $w = \frac{z+1}{z-1}$ به عمود منصف قطعه خط

واصل از ۱ به γ در صفحه z نگاشته شود آنگاه مقدار γ بر حسب α کدام است؟

$$\gamma = \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \quad (۴) \quad \gamma = \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \quad (۳) \quad \gamma = \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \quad (۲) \quad \gamma = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (۱)$$

۵- در صورتی که جواب مسئله مقدار اولیه

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , t > 0, \quad -\infty < x < \infty \\ u(x, 0) = 0 & , -\infty < x < \infty \end{cases}$$

به صورت:

$$u(x, t) = \int_0^t \frac{1}{\sqrt{a\sqrt{\pi(t-\tau)}}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \cdot f(\xi, \tau) d\xi \right] d\tau \quad (1)$$

باشد، آنگاه جواب مسئله مقدار اولیه - مرزی:

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , \forall x > 0, \forall t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u(0, t) = 0 \end{cases}$$

نیز به صورت (۱) قابل نمایش است منتها به جای انتگرال داخل کروشه باید انتگرال زیر را جانشین نمود.

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \xi e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \cdot f(\xi, \tau) d\xi \quad (1) \\ & \int_0^{\infty} \left(e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} - e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \right) f(\xi, \tau) d\xi \quad (2) \\ & \int_0^{\infty} \left(e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} - e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \right) f(\xi, \tau) d\xi \quad (3) \\ & \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \cdot f(\xi, \tau) - e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \cdot f(-\xi, \tau) \right] d\xi \quad (4) \end{aligned}$$

۶- با انتگرال گیری از تابع $\frac{e^{iaz}}{e^z + e^{-z}}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, نسبت به متغیر z روی مرز ناحیه $|x| \leq R, 0 \leq y \leq \pi$ در جهت مثبت، و

سپس میل دادن R به بینهایت، تبدیل فوری تابع $f(x) = \frac{1}{\cosh x}$ به کدام صورت حاصل می‌شود؟

$$\frac{\frac{\pi}{2}}{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)} \quad (4) \qquad \frac{\pi}{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)} \quad (3) \qquad \frac{\frac{\pi}{2}}{\cosh(\pi\alpha)} \quad (2) \qquad \frac{\pi}{\cosh(\pi\alpha)} \quad (1)$$

۷- مسئله مقدار اولیه - مرزی به صورت

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = f(x, t) & , \quad 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = \phi(x) & , \quad 0 \leq x \leq L \\ u_x(0, t) = 0, u(L, t) = 0 & , \quad t > 0 \end{cases}$$

داده شده است که در آن توابع $\phi(x)$ و $f(x, t)$ پیوسته و تکه‌ای هموار فرض شده‌اند. پایه متعامد نسبت به متغیر x در این مسئله کدام است؟

$$\left\{ \cos \frac{(\gamma k - 1)\pi x}{2L} \right\}_{k \in \mathbb{N}} \quad (1)$$

$$\left\{ \cos \frac{(\gamma k - 1)\pi x}{L} \right\}_{k \in \mathbb{N}} \quad (2)$$

$$\left\{ \sin \frac{(\gamma k - 1)\pi x}{L} \right\}_{k \in \mathbb{N}} \quad (3)$$

(۴) از پایه کامل استفاده نمی‌شود، بلکه در بازه $0 \leq x \leq L$ بخشی از یک پایه متعامد به کار گرفته می‌شود.

۸- اگر برای مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = f(x, t) & , \quad 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_x(0, t) = 0, u(L, t) = 0 \end{cases}$$

کандید جواب به صورت

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \cos \frac{(\gamma k - 1)\pi x}{2L}$$

قابل بیان باشد، به ازای تابع

$$f(x, t) = \sin \gamma t \cdot \cos \frac{\pi x}{2L}$$

جواب مسئله کدام است؟ (قرار می‌دهیم $\alpha = \frac{\pi}{2L}$)

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (1)$$

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\alpha^2}{\gamma^2 + \alpha^2} \sin(\gamma t) - \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (2)$$

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\alpha^2}{\gamma^2 + \alpha^2} \sin(\gamma t) + \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (3)$$

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\alpha}{\gamma^2 + \alpha^2} \sin(\gamma t) + \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (4)$$

- ۹- پتانسیل الکترواستاتیک کراندار V در نیمه بالایی صفحه xy در معادله دیفرانسیل لاپلاس صدق می‌کند با شرایط مرزی $V(x, 0) = A_0$ به ازای $x > 0$ و $V(x, 0) = 2A_0$ به ازای $x < 0$. اگر نقاط $P = (1, 1)$ و $Q = (1, \sqrt{2})$ با مختصات دکارتی را در نظر بگیریم، اختلاف پتانسیل $V(Q) - V(P)$ کدام است؟ (A_0 ثابت)

$$\frac{A_0}{24} \quad (1) \quad \frac{A_0}{12} \quad (2) \quad \frac{A_0}{8} \quad (3) \quad \frac{A_0}{6} \quad (4)$$

- ۱۰- دمای مانای کراندار $T(u, v)$ در نیم صفحه $v \geq 0$ را چنان بیابید که بر قسمت $v = 0, u < -1$ از کرانه شرط $T = b$ ، و بر قسمت $v = 0, u > 1$ از کرانه شرط $T = a$ (a و b ثابت حقیقی)، و پاره خط $-1 < u < 1, v = 0$ از کرانه نیم صفحه، عایق باشد؟

$$\begin{aligned} (1) & \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{\pi} \operatorname{Arctan} \frac{v}{u} \\ (2) & \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{(u+1)^2 + v^2} - \sqrt{(u-1)^2 + v^2}}{2} \\ (3) & \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{\pi} \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{(u+1)^2 + v^2} - \sqrt{(u-1)^2 + v^2}}{2} \\ (4) & \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{\pi} \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{(u+1)^2 + v^2} - \sqrt{(u-1)^2 + v^2}}{2} \end{aligned}$$

- ۱۱- اگر بسط به سری فوریه کسینوسی نیم دامنه تابع $f(x) = \sin x, 0 < x < \pi$ به صورت زیر باشد:

$$f(x) = \frac{2}{\pi} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(1 + \cos n\pi)}{n^2 - 1} \cos(nx)$$

آنگاه مقدار سری $\frac{1}{1^2 \times 3^2} + \frac{1}{3^2 \times 5^2} + \frac{1}{5^2 \times 7^2} + \dots$ کدام است؟

$$\frac{\pi^2 - 8}{2} \quad (4) \quad \frac{\pi^2 - 8}{4} \quad (3) \quad \frac{\pi^2 - 8}{8} \quad (2) \quad \frac{\pi^2 - 8}{16} \quad (1)$$

- ۱۲- اگر $P_n(x)$ به ازای هر عدد صحیح نامنفی n ، یک چند جمله‌ای n ژاندر درجه n را نمایش دهد، آنگاه مقدار

$$I_k = \int_{-1}^1 (x^k - 2x^2) P_{2k-1}(x) dx \quad (k \geq 1) \text{ کدام است؟}$$

$$I_k = \begin{cases} 0, & k=1 \\ \frac{1}{2^{k-1}}, & k \geq 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$I_k = \begin{cases} 0, & k > 2 \\ \frac{1}{2^k}, & k=2 \\ 0, & k=1 \end{cases} \quad (1)$$

$$I_k = \begin{cases} 0, & k=1 \\ -\frac{2}{2^k}, & k=2 \\ 0, & k > 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$k \in \mathbb{N} \text{ به ازای هر } I_k = 0 \quad (4)$$

۱۳- اگر $\oint_C \frac{e^z dz}{(z^2 + 4)(z - 4)} = 2\pi i M$ که در آن C مرز دایره $|z| = 3$ در جهت مثبت است، در این صورت مقدار انتگرال

مذکور بر روی مرز $C_1: |z+1| + |z-1| = 4\sqrt{2}$ در جهت مثبت کدام است؟

$$2\pi i M \quad (1)$$

$$2\pi i \left(M + \frac{e^4}{20} \right) \quad (2)$$

$$2\pi i \left(M - \frac{e^4}{20} \right) \quad (3)$$

(۴) قضیه مانده را نمی‌توان در مورد انتگرال مذکور روی C_1 به کار برد.

۱۴- اگر توابع $u(x, t)$ و $v(x, t)$ جواب‌های مسائل مقدار اولیه - مرزی زیر باشند:

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0, 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = 0, t > 0 \\ u_t(x, 0) = a \cos \frac{x}{\pi} + b \sin \frac{x}{\pi} = \phi(x) \\ u(0, t) = at, u(\pi, t) = bt \end{cases} \quad \begin{cases} v_{tt} - v_{xx} = 0, 0 < x < \pi, t > 0 \\ v(x, 0) = 0 \\ v_t(x, 0) = \phi(x) - a \left(1 - \frac{x}{\pi} \right) - \frac{x}{\pi} b \\ v(0, t) = 0 = v(\pi, t) \end{cases}$$

آنگاه $w(x, t) = u(x, t) - v(x, t)$ برابر کدام یک از گزینه‌هاست؟

$$at \left(1 - \frac{x}{\pi} \right) + bt \frac{x}{\pi} \quad (2)$$

$$a \left(1 - \frac{x}{\pi} \right) + b \frac{x}{\pi} \quad (1)$$

$$at \cos \frac{x}{\pi} + bt \sin \frac{x}{\pi} \quad (4)$$

$$at(\pi - x) + btx \quad (3)$$

۱۵- آیا می‌توان بریدگی‌های شاخه تابع $f(z) = \frac{\log(1+z^2)}{(3z-i)^2}$ را به گونه‌ای انتخاب کرد که انتگرال $I = \oint_C \frac{\log(1+z^2)}{(3z-i)^2} dz$

بر مرز $C: \left| z - \frac{i}{3} \right| = \frac{1}{3}$ در جهت مثبت، با استفاده از مانده قابل محاسبه باشد؟ اگر پاسخ مثبت است، مقدار انتگرال کدام

است؟

$$(1) \text{ بریدگی‌های شاخه از نقاط } \pm i \text{ به سمت دور شدن از مبدأ، و } I = -\frac{\pi}{6}$$

$$(2) \text{ بریدگی‌های شاخه از نقاط } \pm i \text{ به سمت دور شدن از مبدأ، و } I = -\frac{\pi}{3}$$

(۳) بریدگی‌های شاخه را نمی‌توان به طور مناسب اختیار کرد که انتگرال خواسته شده قابل محاسبه باشد.

(۴) بریدگی‌های شاخه را به هر ترتیبی انتخاب کنیم، انتگرال مذکور روی مرز داده شده با استفاده از مانده قابل محاسبه است.

۱۶- چنانچه یک بوژی با سرعت تقریبی $\frac{100 \text{ km}}{\text{hr}}$ از روی یک سوزن عبور کند فرکانس تحریک ریل تقریباً چند هرتز (Hz) خواهد بود؟

- (۱) بین ۵ - ۰ (۲) بین ۱۵ - ۵ (۳) بین ۲۵ - ۱۵ (۴) بین ۳۵ - ۲۵

۱۷- در تماس دو کره با همدیگر و با فرض تماس هرتز در صورت افزایش شعاع کره‌ها به دو برابر، شعاع محل تماس چقدر تغییر خواهد کرد؟ (شعاع ناحیه تماس اولیه a و ثانویه را a' در نظر بگیرید.)

- (۱) $a = \sqrt[3]{2} a'$ (۲) $a = \sqrt[2]{2} a'$ (۳) $a' = \sqrt[2]{2} a$ (۴) $a' = \sqrt[3]{2} a$

۱۸- کره‌ای از جنس فولاد $E = 200 \text{ GPa}$ و $\nu = 0.3$ بر روی سطح صافی از جنس فولاد قرار داده شده است. اگر نیروی عمودی $P = 100 \text{ kN}$ بر کره اعمال گردد محل ماکزیم تنش برش در سطح صاف چند میلی متر است؟ (شعاع کره 2 m فرض شود.)

- (۱) $1/6$ (۲) $2/47$ (۳) $4/27$ (۴) $5/15$

۱۹- در غلتش آزادانه دو جسم هم جنس بر روی هم مطابق تئوری هرتز

(۱) لغزش باعث کاهش سرعت خواهد بود.

(۲) توزیع فشار نامتقارن وجود خواهد داشت.

(۳) هیچ گونه نیروی مماس و لغزش به وجود نخواهد آمد.

(۴) نیروهای مماس حاصل از کرنش‌های سطحی باعث کاهش سرعت می‌شود.

۲۰- دو کره از جنس فولاد $E = 200 \text{ GPa}$ و $\nu = 0.3$ و شعاع‌های 330 و 440 میلی‌متر با هم در تماس می‌باشند. مقدار

تنش برشی ماکزیم چند مگاپاسکال است؟ ($P = 110 \text{ kN}$)

- (۱) 340 (۲) 460 (۳) 600 (۴) 722

۲۱- در تماس دو استوانه با همدیگر در صورت دو برابر شدن مدول الاستیسیته دو استوانه مقدار فشار میانگین اولیه چه نسبتی با مقدار فشار میانگین حالت دوم دارد؟

- (۱) $P_m = \sqrt[3]{2} P'_m$ (۲) $P'_m = \sqrt[3]{2} P_m$ (۳) $P'_m = \sqrt[2]{2} P_m$ (۴) $P'_m = \sqrt[2]{2} P_m$

۲۲- در بارگذاری خطی متمرکز بر روی محیط نیمه بینهایت تابع تنش به صورت $\phi(r, \theta) = Ar\theta \sin \theta$ می‌باشد. اگر مطابق

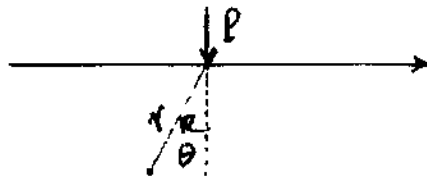
شکل $\sigma_r = 2A \frac{\cos \theta}{r}$ باشد، مقدار A کدام است؟

(۱) $-\frac{P}{\pi}$

(۲) $-\frac{2P}{\pi}$

(۳) $-\frac{\sqrt{2}P}{\pi}$

(۴) $-P$



۲۳- چنانچه یک چرخ معیوب با بریدگی چرخ (Wheel-Flat) عمق 3 mm با سرعت $\frac{100 \text{ km}}{\text{hr}}$ در حال حرکت روی ریل باشد

فرکانس ضربات وارد بر ریل تقریباً چند Hz است؟

- (۱) بین ۵ - ۰ (۲) بین ۱۵ - ۵ (۳) بین ۲۵ - ۱۵ (۴) بین ۳۵ - ۲۵

- ۲۴- کدام جمله در مورد سفتی معادل تماس هرتزی در چرخ و ریل صحیح است؟
 (۱) سفتی معادل با افزایش ضریب پواسون کاهش می‌یابد.
 (۲) سفتی معادل به نیروی محوری (تماسی) وابسته نیست.
 (۳) سفتی معادل با عکس نیروی محوری (تماسی) رابطه مستقیم دارد.
 (۴) سفتی معادل با افزایش نیروی محوری (تماسی) افزایش می‌یابد.
- ۲۵- در تماس یک استوانه با یک سطح نیمه بی‌نهایت همجنس بین تنش برشی ماکزیمم و تنش نرمال قائم ماکزیمم کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$(1) \frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} > 2 \quad (2) 0.5 < \frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} < 1 \quad (3) 0.5 < \frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} < 1 \quad (4) 1 < \frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} < 2$$

- ۲۶- با افزایش نیروی فشاری بین دو کره همجنس و هم اندازه تنش فشاری تماسی با چه نسبتی افزایش می‌یابد؟
 $\sqrt{F}$ (۱) $\sqrt[3]{F}$ (۲) $\sqrt{F}$ (۳) $\sqrt[3]{F}$ (۴)
- ۲۷- استفاده از کدام یک از تراورس‌های زیر باعث بالا رفتن عمر ریل می‌شود؟
 (۱) تراورس بتونی (۲) تراورس چوبی (۳) تراورس فولادی (۴) ریل مدفون در بتن
- ۲۸- در صورت بالا رفتن سرعت سیر از ۱۲۰ کیلومتر در ساعت به ۱۶۰ کیلومتر در ساعت کدام یک از انواع اتصالات زیر برای متصل نمودن ریل‌ها مناسب‌تر می‌باشد و کدام نوع از اتصال از همه بدتر است؟

- (۱) اتصال با پیچ و مهره از همه مناسب‌تر و جوش سربه‌سر از همه بدتر است.
 (۲) جوش سر به سر (فلش بات) از همه مناسب‌تر و جوش ترمیت از همه بدتر است.
 (۳) جوش ترمیت از همه مناسب‌تر و جوش (فلش بات) یا سربه‌سر از همه بدتر است.
 (۴) جوش سربه‌سر (فلش بات) از همه مناسب‌تر و اتصال یا پیچ از همه بدتر است.
- ۲۹- دلیل کننده شدن ناگهانی یک تکه از چرخ چیست؟
 (۱) روانکاری نامناسب چرخ (۲) لغزش چرخ بر روی ریل هنگام ترمزگیری
 (۳) سایش پدید آمدن در اثر تماس چرخ و ریل (۴) جوانه‌زنی ترک در زیر سطح تماس چرخ با ریل
- ۳۰- در تماس دو بعدی دو جسم با شعاع انحنا R_1 و R_2 و مدول‌های الاستیسیته E_1 و E_2 اگر با افزایش مقدار نیرو عرض ناحیه تماس دو برابر گردد مقدار فشار ماکزیمم چقدر تغییر خواهد کرد؟

$$(1) \frac{1}{2^3} \quad (2) \frac{1}{4^3} \quad (3) 2 \text{ برابر} \quad (4) 4 \text{ برابر}$$

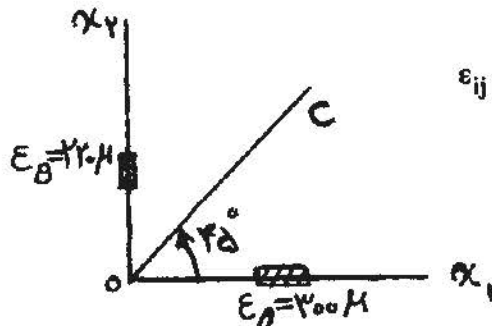
- ۳۱- مؤلفه‌های یک میدان برداری سرعت به صورت:

$$v_1 = 4x_2 - 2x_3, v_2 = 3x_1, v_3 = -4x_1$$

داده شده‌اند. این میدان برداری نمایشگر دوران جسم صلب با چه بردار سرعت زاویه‌ای است؟

$$(1) \vec{\omega} = -2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 \quad (2) \vec{\omega} = 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3 \quad (3) \vec{\omega} = 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 \quad (4) \vec{\omega} = 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$$

۳۲- کرنش سنجی مطابق شکل زیر در نقطه O بر روی صفحه‌ای نصب و تانسور کرنش حاصله داده شده است. مقدار کرنش در جهت OC کدام یک از گزینه‌های داده شده است؟



$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 3000 & -90 \\ -90 & 220 \end{pmatrix} \mu$$

$$\epsilon_{oc} = -250 \mu \quad (1)$$

$$\epsilon_{oc} = -50 \mu \quad (2)$$

$$\epsilon_{oc} = 40 \mu \quad (3)$$

$$\epsilon_{oc} = 66 \mu \quad (4)$$

۳۳- تانسور تنش در نقطه P داده شده است. بردار تنش را بر روی صفحه $6x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12$ که از نقطه P عبور می‌کند کدام یک از گزینه‌های داده شده است؟

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 14 & 7 & -7 \\ 7 & 21 & 0 \\ -7 & 0 & 25 \end{pmatrix} \text{ksi}$$

$$\sigma_i \Rightarrow 11\bar{e}_1 + 12\bar{e}_2 + 9\bar{e}_3 \quad (2)$$

$$\sigma_i \Rightarrow 95\bar{e}_1 + 14\bar{e}_2 + 62\bar{e}_3 \quad (4)$$

$$\sigma_i \Rightarrow 6\bar{e}_1 + 12\bar{e}_2 + 9\bar{e}_3 \quad (1)$$

$$\sigma_i \Rightarrow 95\bar{e}_1 + 62\bar{e}_3 \quad (3)$$

۳۴- اگر A یک تانسور مرتبه دوم و A^T ترانهاده آن باشد کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

$$A \cdot A^T = A_{ij}A_{ji} \quad (2)$$

$$A \cdot A^T = A_{ij}A_{mn} \quad (4)$$

$$A \cdot A^T = A_{ij}A_{ij} \quad (1)$$

$$A \cdot A^T = A_{ij}A_{kj} \quad (3)$$

۳۵- تانسور تنش به صورت $\sigma = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ نشان داده شده است. کدام عبارت زیر صحیح است؟

(۱) تانسور تنش همواره ترکیبی است از کشش و برش

(۲) تانسور تنش را هرگز نمی‌توان به صورت بالا نمایش داد.

(۳) تانسور تنش را می‌توان به صورت یک کشش ساده نمایش داد.

(۴) تانسور تنش را می‌توان به صورت یک برش ساده نمایش داد.

۳۶- تانسور تنش به صورت $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix}$ داده شده است. اگر $\sigma_{ii} = 0$ باشد، بردار واحد عمود بر صفحه‌ای که

تنش عمودی بر آن صفر باشد، کدام است؟

$$(1) \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$(2) \left(\sqrt{\frac{1+\sigma_{11}}{3}}, \sqrt{\frac{1+\sigma_{22}}{3}}, \sqrt{\frac{1+\sigma_{33}}{3}} \right)$$

$$(3) \left(\sqrt{\frac{1-\sigma_{11}}{3}}, \sqrt{\frac{1-\sigma_{22}}{3}}, \sqrt{\frac{1-\sigma_{33}}{3}} \right)$$

$$(4) \left(\sqrt{\frac{1-\sigma_{22}-\sigma_{33}}{3}}, \sqrt{\frac{1-\sigma_{11}-\sigma_{33}}{3}}, \sqrt{\frac{1-\sigma_{11}-\sigma_{22}}{3}} \right)$$

۳۷- اگر A یک تانسور مرتبه دوم باشد، کدام یک از عبارات زیر با $(\text{دیورژانس } A) \cdot \nabla A$ برابر است؟

$$(1) \frac{\partial A_{ij}}{\partial X_i}$$

$$(2) \frac{\partial A_{ij}}{\partial X_i}$$

$$(3) \frac{\partial A_{ij}}{\partial X_j}$$

$$(4) \frac{\partial A_{ij}}{\partial X_k}$$

۳۸- اگر λ و V مقدار و بردار ویژه تانسور مرتبه دوم A باشند، مقدار و بردار ویژه تانسور A^{-1} به چه صورتی می‌باشند؟

$$(1) \lambda, V$$

$$(2) \lambda^{-1}, V$$

$$(3) \lambda, V^{-1}$$

$$(4) \lambda^{-1}, V^{-1}$$

۳۹- مشتق covariant بردار v^i کدام است؟

$$v^i|_j = v^i_{,j} + v^k \Gamma_{jk}^i \quad (۱)$$

$$v^i|_j = v^i_{,j} - v^k \Gamma_{jk}^i \quad (۲)$$

$$v^i|_j = v^{i,j} + v^k \Gamma_{jk}^i \quad (۳)$$

$$v^i|_j = v^{i,j} - v^k \Gamma_{jk}^i \quad (۴)$$

۴۰- حاصل عبارت $g_{i,j} \cdot g_k$ کدام است؟ ($g_{i,j}$ مشتق بردار پایه می باشد).

$$\Gamma_{ijk} \quad (۱)$$

$$\Gamma_{ij}^k \quad (۲)$$

$$\Gamma_{ij}^k g_k \quad (۳)$$

$$\Gamma_{ijk} g^k \quad (۴)$$

۴۱- در چه صورتی رابطه $T_{\alpha\beta} E^{\alpha\beta} = 0$ برقرار است؟

(۱) هر دو تانسورهای مرتبه دوم متقارن باشند.

(۲) هر دو تانسورهای مرتبه دوم نامتقارن باشند.

(۳) یک تانسور مرتبه سوم متقارن و دیگری تانسور مرتبه دوم نامتقارن باشند.

(۴) $T_{\alpha\beta}$ باید تانسور مرتبه دوم متقارن و $E^{\alpha\beta}$ باید تانسور مرتبه دوم نامتقارن باشند.

۴۲- شکل کامل معادله Navier کدام است؟

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{j,ji} - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (۱)$$

$$\mu u^i|_j + (\lambda + \mu) u^j|_j - \rho \ddot{u}^i = 0 \quad (۲)$$

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{j,ji} + \rho F_i - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (۳)$$

$$\mu u^i|_j + (\lambda + \mu) u^j|_j + \rho F^i - \rho \ddot{u}^i = 0 \quad (۴)$$

۴۳- نماد christoffel, Γ_{ijk} از کدام رابطه زیر قابل محاسبه است؟

$$\frac{1}{2} (g_{jk,i} + g_{ki,j} - g_{ij,k}) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} (g_{jk,i} - g_{ki,j} + g_{ij,k}) \quad (۲)$$

$$2(-g_{jk,i} - g_{ki,j} + g_{ij,k}) \quad (۳)$$

$$2(g_{jk,i} + g_{ki,j} - g_{ij,k}) \quad (۴)$$

۴۴- چنانچه a_{ij} ثابت باشد، عبارت اندیسی $(a_{ij}x_i x_j)_{,k}$ برابر است با:

(۱) $a_{ij}x_i + a_{jk}x_j$

(۲) $a_{ki}x_i + a_{ij}x_j$

(۳) $a_{jk}x_i + a_{ik}x_j$

(۴) $a_{ik}x_j + a_{kj}x_j$

۴۵- مرتبه عبارت تانسوری داده شده چقدر است؟

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{ijr}A_{kr}$$

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴