ابراهیم شاه ابراهیمی
کارشناس ارشد مهندسی عمران
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مدرس تخصصی دانشگاه و کنکور ارشد :
معادلات دیفرانسیل ، ریاضی ۱ و ۲
ریاضی مهندسی ، محاسبات عددی

@EShahebrahimi

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مسایل ریاضی ۲ (شماره‌ی ۲)

۱. طول قوس هریک از منحنی‌های زیر را بدست آورید.

(i) $r(t) = ti + \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}k \qquad 0 < t < 8$

(ii) $r(t) = (\cos t, \sin t, 2) \qquad 0 \le t \le 8\pi$

۲. کنج فرنه هریک از منحنی‌های زیر رابدست آورید.

(i) $r(t) = (2\cos t, 2\sin t, \sqrt{5}t) \qquad 0 \le t \le 2\pi$

(ii) $C : x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ z = \sqrt{3}y$

۳. معادله خط مماس و صفحه مماس و صفحه قائم بر منحنی‌های زیر را در نقطه داده شده را بدست آورید.

(i) $r(t) = (\cos t, \sin t, t) \qquad X_0 = (-1, 0, \pi)$

(ii) $x + y + z = 1,\quad x_2 + y_2 + z^2 = 9 \qquad X_0 = (1, -2, 2)$

۴. ثابت کنید خط مماس بر $r(t) = (a\cos wt, a\sin wt, bt)$ همواره زاویه ثابت با صفحه xy می‌سازد.

۵. نشان دهید منحنی زیر مسطح است و انحنای ثابت دارد.

$$r(t) = \left(\cos t, \sin t, \sqrt{3}\cos t\right) \qquad -\pi \le t \le \frac{\pi}{2}$$

۶. مرکز انحنای بیضی $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ را بیابید.

۷. ثابت کنید:

(i) $T' = kN$

(ii) $N' = -kT + \tau B$

Scanned by CamScanner

ابراهیم شاه ابراهیمی
کارشناس ارشد مهندسی عمران
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
مدرس تخصصی دانشگاه و کنکور ارشد:
معادلات دیفرانسیل، ریاضی ۱ و ۲
ریاضی مهندسی، محاسبات عددی
@EShahebrahimi

(iii $B' = -\tau . N$

۸. شتاب مماس و قائم منحنی $r(t) = (t\cos t, t\sin t, t^2)$ را در لحظه $t = \pi$ بیابید.

۹. فرمولهای k و τ را ثابت کنید

(i $k = \dfrac{|V \times a|}{|V|^3}$

(ii $\tau = \dfrac{|r' \cdot (r'' \times r''')|}{|r \times a|^2}$.

۱۰. رویه‌ای بیابید که منحنی $(t\cos t, t\sin t, t)$ روی آن می‌گیرد.

۱۱. منحنی حاصل از تقاطع رویه‌های $x^2 + y^2 = 1$ و $z = x^2$ را بیابید.

۱۲. محل تقاطع منحنی $(\sin t, \cos t, t)$ و کره $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ را بیابید.

۱۳. ثابت کنید

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Big(f(t)r(t)\Big) = f'(t)r(t) + f(t)r'(t)$$

که f تابع اسکالر و $r(t)$ تابع پارامتری در $\mathbb{R}^3$ است.

۱۴. فرض کنید یک منحنی در مختصات قطبی $r = f(\theta)$ داده شده است انحنا و بردار یکه مماس و بردار یکه قائم و بردار یکه قائم دوم آن را بیابید.

۱۵. انحنای یک منحنی $y = f(x)$ در صفحه مختصات را محاسبه کنید.

۱۶. دایره بوسان سهمی $y = x^2$ را در مبدا مختصات بیابید.

۱۷. دایره بوسان بیضی $9x^2 + 4y^2 = 36$ را در نقاط $(2, 0)$ و $(0, 3)$ بیابید.

۱۸. عبارات داده شده را محاسبه کنید

(i $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(r_1(t) \cdot (r_2(t) \times r_3(t))) = ?$

(ii $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(r_1(t) \times r_2(t)) = ?$

۱۹. ثابت کنید اگر $r(t) \neq 0$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|r(t)| = \frac{1}{|r(t)|} r(t) \cdot r'(t).$$

۲۰. طول منحنی $r(t) = at^2 i + btj + 3\ln t k$ را بر حسب انتگرال معین بیان کنید. اگر $b^2 = 4ac$، طول قوس $r(t)$ چقدر است.

Scanned by CamScanner

(1 (i $\vec{r}(t) = t\,\vec{i} + \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}\vec{j}$

$0 < t < 8$

نکته اول اینکه صورت سؤال نیاز به اصلاح دارد (عبارت $t^{2/3}$ باید $t^{3/2}$ باشد)

$r(t) = (t, 0, \frac{2}{3}t^{3/2})$

$V(t) = r'(t) = (1, 0, t^{1/2})$

$|V(t)| = \sqrt{(1)^2 + (0)^2 + (t^{1/2})^2} = \sqrt{1+t^2}$

فرمول طول قوس: $\boxed{L = \int_a^b |V(t)|\,dt}$

طبق فرمول $\rightarrow$ $L = \int_0^8 \sqrt{1+t^2}\,dt \overset{*}{=} \frac{1}{2}\left(t\sqrt{1+t^2} + \ln|t+\sqrt{1+t^2}|\right)\Big|_{t=0}^{t=8}$

$= \boxed{\frac{1}{2}\left(8\sqrt{65} + \ln|8+\sqrt{65}|\right)}$

* نحوه انتگرال گیری:

تغییر متغیر $\begin{cases} t = \tan\theta \\ dt = \sec^2\theta\,d\theta \end{cases}$ $\rightarrow \int \sqrt{1+\tan^2\theta}\cdot\sec^2\theta\,d\theta = \int \underbrace{\sec^3\theta\,d\theta}_{I}$ ($\sqrt{1+\tan^2\theta} = \sec\theta$)

جزء به جزء $\int u\,dv = uv - \int v\,du$: $\begin{cases} u = \sec\theta \rightarrow du = \sec\theta\tan\theta\,d\theta \\ dv = \sec^2\theta\,d\theta \rightarrow v = \tan\theta \end{cases}$

$\rightarrow I = \sec\theta\tan\theta - \int \sec\theta\tan^2\theta\,d\theta$

$I = \sec\theta\tan\theta - \int \sec\theta(\sec^2\theta - 1)\,d\theta$

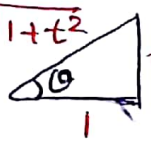
$I = \sec\theta\tan\theta - \int \underbrace{\sec^3\theta\,d\theta}_{I} + \int \sec\theta\,d\theta$

$= \ln|\sec\theta + \tan\theta|$

$\rightarrow 2I = \sec\theta\tan\theta + \int \sec\theta\,d\theta$ (فرمول)

$\rightarrow I = \frac{1}{2}\left(\sec\theta\tan\theta + \ln|\sec\theta+\tan\theta|\right)$

$\boxed{I = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+t^2}\cdot t + \ln|\sqrt{1+t^2}+t|\right)}$



$\tan\theta = t = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$

$\sec\theta = \sqrt{1+t^2}$

این سؤال بیشتر از اینکه متعلق ریاضی ۲ روبه جلش بگه، انتگرال ریاضی ۱ رو به جلش کشید.

ابراهیم شاه ابراهیمی
فارغ التحصیل مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیر
مدرس تخصصی دانشگاه و کنکور ارشد؛
معادلات دیفرانسیل، ریاضی ۲ و
ریاضی مهندسی، محاسبات عددی

math-teacher.blog.ir

Scanned by CamScanner

math-teacher.blog.ir

۱) (i

$r(t) = (\cos t, \sin t, 2)$ (ii

$0 \le t \le 8\pi$

$V(t) = r'(t) = (-\sin t, \cos t, 0)$

$|V(t)| = \sqrt{(-\sin t)^2 + (\cos t)^2 + (0)^2} = 1$

فرمول $L = \int_a^b |V(t)|\, dt$

$L = \int_0^{8\pi} 1\, dt = t\Big|_0^{8\pi} = \boxed{8\pi}$

سؤال ۱ جایی بود؛ قسمت (i) ثابت
قسمت (ii) طایی

---

۲) کنج فنر

فرمول $\vec{T} = \frac{\vec{V}}{|V|}$ ، $\vec{B} = \frac{\vec{V} \times \vec{a}}{|\vec{V} \times \vec{a}|}$ ، $\vec{N} = \vec{B} \times \vec{T}$

(i $r(t) = (2\cos t, 2\sin t, \sqrt{5}\, t)$

$V(t) = r'(t) = (-2\sin t, 2\cos t, \sqrt{5})$

$a(t) = r''(t) = (-2\cos t, -2\sin t, 0)$

$\vec{V} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2\sin t & 2\cos t & \sqrt{5} \\ -2\cos t & -2\sin t & 0 \end{vmatrix} = (2\sqrt{5}\sin t, -2\sqrt{5}\cos t, 4)$

$|V| = \sqrt{4\sin^2 t + 4\cos^2 t + 5} = \boxed{3}$ ←

$|\vec{V} \times \vec{a}| = \sqrt{20\sin^2 t + 20\cos^2 t + 16} = \boxed{6}$ ←

طبق فرمول

$\vec{T} = \frac{(-2\sin t, 2\cos t, \sqrt{5})}{3} = \boxed{\left(-\frac{2}{3}\sin t, \frac{2}{3}\cos t, \frac{\sqrt{5}}{3}\right)}$ یک بردار

$\vec{B} = \frac{(2\sqrt{5}\sin t, -2\sqrt{5}\cos t, 4)}{6} = \boxed{\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\sin t, -\frac{\sqrt{5}}{3}\cos t, \frac{2}{3}\right)}$ یک بردار قائم فرعی

$\vec{N} = \vec{B} \times \vec{T} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -\frac{2}{3}\sin t & \frac{2}{3}\cos t & \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \frac{\sqrt{5}}{3}\sin t & -\frac{\sqrt{5}}{3}\cos t & \frac{2}{3} \end{vmatrix} = \boxed{(\cos t, \sin t, 0)}$ یک بردار قائم اصلی

ابراهیم شاه ابراهیمی
فارغ التحصیل مهندسی عمران
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مدرس تخصصی دانشگاه و کنکور ارشد؛
معادلات دیفرانسیل، ریاضی ۱ و ۲، ریاضی مهندسی، محاسبات عددی

Scanned by CamScanner

math-teacher.blog.ir

۲) ii) $C: x^2+y^2+z^2=1 \ , \ z=\sqrt{3}y$

نکته: ابتدا باید معادله داده شده را برحسب t پارامتری کنیم تا بردار مکان را بدست آوریم. سپس از بردار مکان مشتق می‌گیریم تا به بردارهای $\vec{v}$ و $\vec{a}$ برسیم.

$$x^2+y^2+z^2=1 \xrightarrow{z=\sqrt{3}y} x^2+4y^2=1 \quad \begin{cases} x=\cos t \\ y=\frac{1}{2}\sin t \end{cases} \rightarrow z=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin t$$

$$\rightarrow r(t)=\left(\cos t, \frac{1}{2}\sin t, \frac{\sqrt{3}}{2}\sin t\right)$$

$$v(t)=r'(t)=\left(-\sin t, \frac{1}{2}\cos t, \frac{\sqrt{3}}{2}\cos t\right) \rightarrow |v|=\sqrt{\sin^2 t+\frac{1}{4}\cos^2 t+\frac{3}{4}\cos^2 t}=1$$

$$a(t)=r''(t)=\left(-\cos t, -\frac{1}{2}\sin t, -\frac{\sqrt{3}}{2}\sin t\right)$$

$$\vec{v}\times\vec{a}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -\sin t & \frac{1}{2}\cos t & \frac{\sqrt{3}}{2}\cos t \\ -\cos t & -\frac{1}{2}\sin t & -\frac{\sqrt{3}}{2}\sin t \end{vmatrix}=\left(0, -\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\rightarrow |v\times a|=\sqrt{0^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}=1$$

بردار $\vec{T}$:
$$\vec{T}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}=\frac{\left(-\sin t, \frac{1}{2}\cos t, \frac{\sqrt{3}}{2}\cos t\right)}{1}=\left(\sin t, \frac{1}{2}\cos t, \frac{\sqrt{3}}{2}\cos t\right)$$

$$\vec{B}=\frac{\vec{v}\times\vec{a}}{|\vec{v}\times\vec{a}|}=\frac{\left(0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)}{1}=\left(0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\vec{N}=\vec{B}\times\vec{T}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -\sin t & \frac{1}{2}\cos t & \frac{\sqrt{3}}{2}\cos t \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}=\left(\cos t, \frac{\sin t}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\sin t\right)$$

ابراهیم شاه‌ابراهیمی
فارغ التحصیل مهندسی عمران
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مدرس مخصوص دانشگاه و کنکور ارشد:
معادلات دیفرانسیل، ریاضی ۱ و ۲
ریاضی مهندسی، محاسبات عددی

Scanned by CamScanner

معادله خط مماس در یک نقطه از رویه:

$$\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$$

$\vec{V}(t)=(a,b,c)$

$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$: معادله صفحه قائم

۳) $r(t)=(\cos t,\sin t,t)$

$X_0(-1,0,\pi)$

$V(t)=r'(t)=(-\sin t,\cos t,1)$

$X_0(-1,0,\pi) \xrightarrow{\text{نظیر}} t=\pi$

$V(\pi)=(0,-1,1)$

معادله خط $\xrightarrow{}$ $\frac{x-(-1)}{0}=\frac{y-0}{-1}=\frac{z-\pi}{1}$

و یا بصورت $\begin{cases} x=-1 \\ y=-t \\ z=t+\pi \end{cases}$

معادله صفحه قائم $\xrightarrow{}$ $0(x-(-1))+-1(y-0)+1(z-\pi)=0$

$z-y=\pi$

نکته:

بردار $\vec{T}$ (یکه مماس) می‌تواند بردار کاری (مماس برخم) و یا بردار نرمال (صفحه قائم برخم) در نظر گرفته شود.

و چون $\vec{T}=\frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$

می‌توان به کمک $\vec{V}$ معادله خط مماس و صفحه قائم برخم را یافت

Scanned by CamScanner

« با سختنامه مسائل ریاضی ۲ »

« دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی »

ابراهیم شاه ابراهیمی

« فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی عمران »

نکته اول اینکه صورت سؤال نیازبه اصلاح دارد که اگر اصلاح نشود (عبارت $\sin t$ باید $2\sin t$ باشد)

(a $r(t) = (\cos t, 2\sin t, \sqrt{3}\cos t)$

$v(t) = r'(t) = (-\sin t, 2\cos t, -\sqrt{3}\sin t)$

$a(t) = r''(t) = (-\cos t, -2\sin t, -\sqrt{3}\cos t)$

$a'(t) = r'''(t) = (\sin t, -2\cos t, \sqrt{3}\sin t)$

$$\vec{v}\times\vec{a} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -\sin t & 2\cos t & -\sqrt{3}\sin t \\ -\cos t & -2\sin t & -\sqrt{3}\cos t \end{vmatrix} = (-2\sqrt{3}, 0, 2)$$

$$\text{ضابطه انحنا} \quad K = \frac{|\vec{v}\times\vec{a}|}{|\vec{v}|^3}$$

$$|v| = \sqrt{\sin^2 t + 4\cos^2 t + 3\sin^2 t} = 2$$

$$|\vec{v}\times\vec{a}| = \sqrt{12+0+4} = 4$$

$$\text{طبق ضابطه انحنا} \quad K = \frac{4}{2^3} = \boxed{\frac{1}{2}} \leftarrow \text{انحنا مقداری ثابت}$$

$$\text{ضابطه تاب} \quad \tau = \frac{(\vec{v}\times\vec{a})\cdot\vec{a}'}{|\vec{v}\times\vec{a}|^2} = \frac{(-2\sqrt{3}, 0, 2)\cdot(\sin t, -2\cos t, \sqrt{3}\sin t)}{4^2} = \boxed{0}$$

تاب برابر صفر است ← مسطح

ابراهیم شاه ابراهیمی

مدرس تخصصی دروس دانشگاهی؛

معادلات دیفرانسیل، ریاضی ۲ و

ریاضی مهندسی، محاسبات عددی

math-teacher.blog.ir

Scanned by CamScanner

ابراهیم شاه ابراهیمی
فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی عمران

$$a_T = \frac{d}{dt}(|\vec{v}|) \quad \text{(مماسی)}$$
$$a_N = \sqrt{|\vec{a}|^2 - a_T^2} \quad \text{(قائم)}$$

فرمول

۸) $r(t) = (t\cos t, t\sin t, t^2)$ مؤلفه مماسی و قائم؟ $t = \pi$

$$v(t) = r'(t) = (\cos t - t\sin t, \sin t + t\cos t, 2t) \rightarrow |v(t)| = \sqrt{1+5t^2}$$
$$a(t) = r''(t) = (-2\sin t - t\cos t, 2\cos t - t\sin t, 2) \rightarrow |a(t)| = \sqrt{8+t^2}$$

فرمول $a_T = \frac{d}{dt}\left(\sqrt{1+5t^2}\right) = \frac{10t}{2\sqrt{1+5t^2}} = \boxed{\frac{5t}{\sqrt{1+5t^2}}}$ مماسی

$$a_N = \sqrt{(8+t^2) - \frac{25t^2}{1+5t^2}}$$ قائم

مدرس دهخدای دانشگاه و کنکور ارشد:
معادلات دیفرانسیل، ریاضی ۲
ریاضی مهندسی، محاسبات عددی

math-teacher.blog.ir

۱۰) رویه‌ای بیابید که روی آن باشد $(t\cos t, t\sin t, t)$

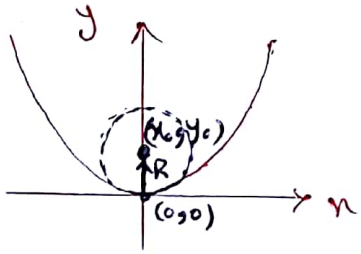
$$x = t\cos t \rightarrow \cos t = \frac{x}{t}$$
$$y = t\sin t \rightarrow \sin t = \frac{y}{t}$$
$$\cos^2 t + \sin^2 t = 1 \rightarrow \frac{x^2}{t^2} + \frac{y^2}{t^2} = 1 \rightarrow x^2 + y^2 = t^2$$
$$z = t \rightarrow \boxed{x^2 + y^2 = z^2}$$ «مخروط»

math-teacher.blog.ir

Scanned by CamScanner

ابراهیم شاه ابراهیمی
« دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران »

۱۴) دایره بوسان $y=x^2$ در $(0,0)$



فرمول $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$

$(x_0,y_0)=r+R\cdot N$

$R=\frac{1}{K}$ $\quad K=\frac{|V\times a|}{|V|^3}$

$\vec{N}=\vec{B}\times\vec{T}$ $\quad \vec{T}=\frac{\vec{V}}{|V|}$

$\vec{B}=\frac{\vec{V}\times\vec{a}}{|\vec{V}\times\vec{a}|}$

پارامتری کردن $\begin{cases}x=t\\ y=t^2\end{cases}\rightarrow r=(t,t^2,0)$

$V=(1,2t,0)\rightarrow |V|=\sqrt{1+4t^2}$ $\xrightarrow[t=0]{(0,0)}|V|=1$

$a=(0,2,0)$

$\vec{V}\times\vec{a}=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 1 & 2t & 0\\ 0 & 2 & 0\end{vmatrix}$

$\vec{V}\times\vec{a}=(0,0,2)$

$|\vec{V}\times\vec{a}|=\sqrt{0^2+0^2+2^2}=\sqrt{4}=2$

$K=\frac{2}{1^3}=2\rightarrow \boxed{R=\frac{1}{2}}$

$\vec{T}=\frac{(1,0,0)}{1}=(1,0,0)$

$\vec{B}=\frac{(0,0,2)}{2}=(0,0,1)$

$\vec{N}=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=(0,-1,0)$

$\rightarrow (x_0,y_0)=(0,0)+\frac{1}{2}(0,-1)=(0,0)+(0,-\frac{1}{2})$

$\rightarrow (x_0,y_0)=\boxed{(0,-\frac{1}{2})}$

دایره بوسان (دایره آشنا) $\rightarrow \boxed{(x-0)^2+(y-(-\frac{1}{2}))^2=(\frac{1}{2})^2}$

ابراهیم شاه ابراهیمی
کارشناس ارشد مهندسی عمران
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مدرس تخصصی دانشگاه و کنکور ارشد؛
معادلات دیفرانسیل، ریاضی ۲ و
ریاضی مهندسی، محاسبات عددی

math-teacher.blog.ir

Scanned by CamScanner

« پاسخ مسائل ریاضی ۲ »
« دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی »

ابراهیم شاه ابراهیمی
« کارشناسی ارشد مهندسی عمران »

۱۷) $9x^2+4y^2=36$
دایره بوسان در نقاط $(2,0)$ و $(0,3)$ ؟

$9x^2+4y^2=36 \xrightarrow{\div 36} \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ $\quad \begin{cases} x=2\cos t \\ y=3\sin t \end{cases} \longrightarrow r(t)=(2\cos t, 3\sin t, 0)$

$v(t)=r'(t)=(-2\sin t, 3\cos t, 0)$

$a(t)=r''(t)=(-2\cos t, -3\sin t, 0)$

$(\vec{v}\times\vec{a})=(0,0,6) \rightarrow |\vec{v}\times\vec{a}|=6$

نقطه $(0,3)$ $\xrightarrow{t=\pi/2}$ $\begin{cases} \vec{v}=(-2,0,0) \\ |v|=2 \\ \vec{T}=\frac{\vec{v}}{|v|}=(-1,0,0) \end{cases}$

$\vec{N}=\vec{B}\times\vec{T}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}=(0,-1,0)$

$\vec{B}=\frac{\vec{v}\times\vec{a}}{|\vec{v}\times\vec{a}|}=\frac{(0,0,6)}{6}=(0,0,1)$

$K=\frac{|\vec{v}\times\vec{a}|}{|\vec{v}|^3}=\frac{6}{2^3}=\frac{3}{4} \rightarrow R=\frac{4}{3}$

$(x_0,y_0)=(0,3)+\frac{4}{3}(0,-1)=(0,3)+(0,-\frac{4}{3})=(0,5/3)$

معادله دایره بوسان $\xrightarrow{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2}$ $\boxed{(x-0)^2+(y-5/3)^2=(4/3)^2}$

ابراهیم شاه ابراهیمی
مدرس تخصصی دانشگاه و تسلط ارشد:
معادلات دیفرانسیل، ریاضی ۲ و
ریاضی مهندسی، محاسبات عددی

نقطه $(2,0)$ $\xrightarrow{t=0}$ $\begin{cases} \vec{v}=(0,3,0) \\ |v|=3 \\ \vec{T}=\frac{\vec{v}}{|v|}=(0,1,0) \\ B=(0,0,1) \text{ از قبل} \end{cases}$

$\vec{N}=\vec{B}\times\vec{T}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}=(-1,0,0)$

$K=\frac{|\vec{v}\times\vec{a}|}{|\vec{v}|^3}=\frac{6}{3^3}=\frac{2}{9} \rightarrow R=\frac{9}{2}$

$(x_0,y_0)=(2,0)+\frac{9}{2}(-1,0)=(2,0)+(-\frac{9}{2},0)=(-\frac{5}{2},0)$

دایره بوسان $\rightarrow$ $\boxed{(x-(-\frac{5}{2}))^2+(y-0)^2=(\frac{9}{2})^2}$

Scanned by CamScanner