باسمه تعالی

وزارت آموزش و پرورش

باشگاه دانش پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»

دفترچه سوالات

بیست ویکمین المپیاد کامپیوتر کشور

مرحله‌ی اول

٦ بهمن ماه ١٣٨٩ (١٤ : ٠٠ تا ١٦ : ٣٠)

مدت آزمون: ١٥٠ دقیقه **کد دفترچه‌ی سوالات: ١**

تذکرات :

ضمن آرزوی موفقیت برای شما داوطلب گرامی، خواهشمند است به موارد زیر دقیقاً توجه کنید.

١)کد دفترچه‌ی سوالات شما **١** است. این کد را به صورت عدد در محل مربوط روی پاسخ‌نامه بنویسید. در غیر این صورت پاسخ‌نامه‌ی شما **تصحیح نخواهد شد.** توجه داشته باشید کد برگه‌ی سوالات شما که در زیر هر یک از صفحه‌های این دفترچه نوشته شده است، با کد اصلی که در همین صفحه است یکی باشد.

٢)تعداد سوال‌های این آزمون ٣٠ و وقت آن ١٥٠ دقیقه است.

٣) پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ غلط ١ نمره‌ی منفی دارد.

۴) مشخصات خواسته شده را **«به طور کامل»** روی برگه‌ی پاسخ‌نامه بنویسید. در صورت کامل نبودن اطلاعات خواسته شده، یا غلط بودن آن‌ها پاسخ‌نامه‌ی شما تصحیح نخواهد شد.

۵) **همراه داشتن** ماشین حساب و تلفن همراه مجاز نیست. اگر دارید در اسرعْ وقت مسئول جلسه را مطلع کنید تا آن را تحویل بگیرد. در غیر این صورت **حتی اگر از آن‌ها استفاده نکنید** تقلب محسوب خواهد شد.

۶) برگه‌ی پاسخ‌نامه را دستگاه تصحیح می‌کند، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید.

٧)نتیجه ی این آزمون اواخر اسفند ماه اعلام خواهد شد.

٨)آزمون مرحله‌ی دوم برای دانش آموزان سال اول دبیرستان تنها جنبه تشویقی و آمادگی برای سال آینده دارد و شرکت کنندگان در دوره‌ی تابستانی از بین دانش‌آموزان دوم دبیرستان انتخاب می‌شوند.

٩) پس از پایان آزمون می‌توانید دفترچه‌ی سوالات را همراه خود ببرید.

١٠) پاسخ همه سوالات را در **بخش اول پاسخنامه (سوالات چندگزینه ای)** درج کنید و از هرگونه علامت گذاری در بخش دوم پاسخنامه (مسئله های کوتاه) **خودداری کنید.**

کلیه ی حقوق این سوالات برای باشگاه دانش پژوهان جوان محفوظ است.

مرحله‌ی اول بیست و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

۱) ده توپ داریم که روی آن‌ها اعداد ۱ تا ۱۰ (هر عدد دقیقا روی یک توپ) نوشته شده است. همه‌ی توپ‌ها را به دل‌خواه خود داخل تعدادی سطل می‌ریزیم و سپس روی هر سطل، جمع اعداد توپ‌های درونش را می‌نویسیم. با در نظر گرفتن همه‌ی حالات توزیع توپ‌ها، مجموعه‌ی اعداد نوشته‌شده روی سطل‌ها می‌تواند برابر چندتا از ۴ مجموعه‌ی زیر باشد؟

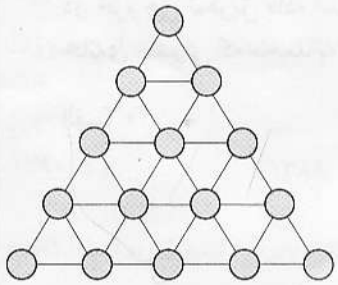
- {۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳}
- {۱، ۲، ۳، ۱۰، ۲۰، ۲۰}
- {۵، ۱۲، ۱۷، ۲۱}
- {۵، ۵، ۵، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۰}

الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲ د) ۳ ه) ۴

۲) ۱۵ گل‌دان خالی را در یک ردیف چیده ایم. می خواهیم درون دقیقا ۴ تا از گل‌دان ها گل بگذاریم، طوری که بین هر دو گل‌دان پر حداقل دو گل‌دان خالی وجود داشته باشد. به چند طریق می توانیم این کار را انجام دهیم؟

الف) ۸۴ ب) ۱۲۶ ج) ۳۵ د) ۱۴۰ ه) ۱۳۶۵

۳) شکل مقابل از ۱۵ توپ و ۳۰ میله تشکیل شده که هر میله دو توپ را به هم وصل می‌کند و هر توپ به ۲، ۴ یا ۶ توپ دیگر وصل است.
حداقل چند توپ را باید حذف کنیم به‌طوری که هر یک از توپ‌های باقی‌مانده حداکثر به دو توپ دیگر وصل باشد؟ دقت کنید وقتی یک توپ را حذف کنیم، میله‌هایی که یک سرشان این توپ باشد نیز حذف می‌شوند.



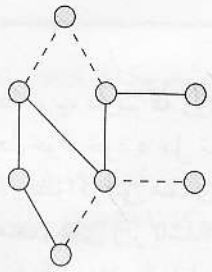
الف) ۸ ب) ۵ ج) ۴ د) ۶ ه) ۳

۴) علی می‌خواهد تعدادی عدد از چپ به راست بنویسد که با ۱ شروع و با ۲۰ تمام شود و شامل اعداد ۵ یا ۱۰ نباشد. هم‌چنین به جز ۱، هر عدد یا یکی بیشتر از عدد قبلی خود (عددی که درست سمت چپ آن نوشته شده) باشد، یا دو برابر آن. او به چند روش مختلف می‌تواند این کار را انجام دهد؟

الف) ۱۰ ب) ۵ ج) ۶ د) ۴ ه) ۸

۵) به چند طریق می‌توان خانه‌های یک جدول ۵ × ۳ را با دو رنگ سیاه و سفید رنگ‌آمیزی کرد به نحوی که شکل سمت چپ در آن یافت نشود؟ این شکل شامل یک خانه‌ی سیاه و هشت خانه‌ی سفید مجاور آن است.

الف) ۳۲۵۷۷ ب) ۳۲۶۴۱ ج) ۳۲۷۶۹ د) ۳۲۷۶۸ ه) ۳۲۵۷۶



۶) می‌خواهیم توپ‌های شکل مقابل را با رنگ‌های سبز، زرد و قرمز رنگ‌آمیزی کنیم، به‌طوری که هر دو توپی که با خط ممتد به هم وصل شده‌اند رنگ متفاوت داشته باشند، و هر دو توپی که با خط‌چین به هم وصل شده‌اند هم‌رنگ باشند. به چند روش می‌توان این کار را انجام داد؟

الف) ۶ ب) ۹ ج) ۱۸ د) ۱۲ ه) ۳

۷) دستگاهی داریم که یک جدول ۴ × ۴ را که در هر خانه‌ی آن عددی صحیح نوشته شده به عنوان ورودی می‌گیرد، و در خروجی یک جدول ۴ × ۴ تحویل می‌دهد که مقدار خانه‌ی (i,j) از آن برابر است با مجموع خانه‌های مجاور (i,j) در جدول ورودی. دو خانه مجاور هستند اگر ضلع مشترک داشته باشند. به عنوان مثال با توجه به شکل مقابل اگر ورودی نمونه را به دستگاه بدهیم، خروجی نمونه را تحویل خواهیم گرفت. محمد یک جدول به ورودی دستگاه داده که ما آن را ندیده‌ایم، ولی می‌دانیم دستگاه جدول خروجی اصلی (شکل مقابل) را در خروجی تحویل داده است. جمع اعداد نوشته شده در ۱۶ خانه‌ی جدولی که محمد به ورودی دستگاه داده چیست؟

۷	۲	۹	۳
۸	۶	۱۰	۶
۰	۱۳	۶	۵
۶	۳	۲	۷

خروجی نمونه

۱	۵	−۲	۴
۲	۳	۰	۵
۴	−۱	۴	۲
−۱	۲	۵	−۴

ورودی نمونه

۸	−۴	−۵	۲
۲	۰	۱	−۷
−۳	۵	۹	۵
۶	۰	۳	۹

خروجی اصلی

الف) ۱۰ ب) ۹ ج) ۸ د) ۶ ه) ۷

کشور «k-منگولیا» 2^k شهر دارد که با شماره‌های ۰ تا $2^k - 1$ نام‌گذاری شده‌اند. در این کشور بعضی از جفت شهرها با جاده به هم وصل هستند. برای این‌که بدانیم دو شهر با شماره‌های x و y با یک جاده به هم وصل هستند یا خیر، ابتدا دو عدد x و y را در مبنای ۲ می‌نویسیم. اگر هر یک از دو عدد حاصل کم‌تر از k رقم داشت، تعداد مناسبی ۰ به سمت چپ آن اضافه می‌کنیم تا هر دوی آن‌ها k رقمی شوند. نهایتا شهرهای x و y با یک جاده به هم متصل هستند اگر و تنها اگر دو عدد به دست آمده دقیقا در یکی از k رقم با هم متفاوت بودند. مثلا در کشور ۴-منگولیا، بین شهرهای ۱ و ۹ جاده‌ی مستقیم وجود دارد چرا که $(0001)_2$ و $(1001)_2$ تنها در رقم سمت چپ با هم تفاوت دارند، ولی شهرهای ۲ و ۹ جاده‌ی مستقیم ندارند چرا که $(0010)_2$ و $(1001)_2$ در سه رقم متفاوت هستند.

با توجه به توضیح بالا به چهار سوال زیر پاسخ دهید:

۸) در کشور ۴-منگولیا می‌خواهیم به هر شهر یک رنگ اختصاص دهیم طوری که هیچ دو شهر مجاوری (که با جاده‌ی مستقیم متصل شده‌اند) هم‌رنگ نباشند. حداقل چند رنگ مختلف نیاز داریم؟

الف) ۲ ب) ۱۶ ج) ۸ د) ۳ ه) ۴

۹) حداقل با چند رنگ می‌توانیم به هر یک از جاده‌های کشور ۷-منگولیا رنگی اختصاص دهیم، که به هیچ شهری دو جاده‌ی هم‌رنگ متصل نباشند؟

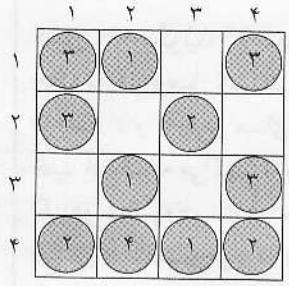
الف) ۸ ب) ۲۷ ج) ۷ د) ۵ ه) ۶

۱۰) در کشور ۱۰-منگولیا حداقل چند جاده را باید گُل‌کاری کنیم طوری که به هر شهر حداقل یک جاده‌ی گُل‌کاری شده متصل باشد؟

الف) 2^{10} ب) ۱۱ ج) ۱۰ د) ۲۹ ه) ۹

۱۱) در کشور ۱۱-منگولیا حداقل چند شهر را باید چراغانی کنیم طوری که دست‌کم یکی از دو شهر متصل به هر جاده چراغانی باشد؟

الف) ۲۹ ب) ۱۰ ج) ۱۱ د) ۹ ه) 2^{10}



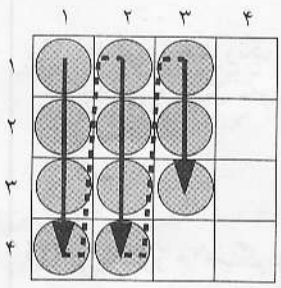
یک جدول ۱۶ × ۱۶ را در نظر بگیرید که سطرها و ستون‌های آن به ترتیب شماره‌های ۱ تا ۱۶ گرفته‌اند. هر خانه می‌تواند خالی باشد یا درون آن یک سکه قرار گرفته باشد. روی هر سکه یک شماره بین ۱ تا ۱۶ نوشته شده است، اما از هر شماره حداکثر ۱۶ سکه در جدول وجود دارد. در شکل روبه‌رو مثالی از یک جدول ۴ × ۴ با ۱۱ سکه دیده می‌شود. توجه کنید که برای سادگی، دو شکل اول برای جدول ۴ × ۴ رسم شده‌اند. اما هر سه سوال را باید بر اساس جدول ۱۶ × ۱۶ پاسخ دهید.

با توجه به توضیح بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید:

۱۲) در یک سطر دل‌خواه، حداکثر چند سکه ممکن است وجود داشته باشد که عدد نوشته‌شده بر روی آن‌ها برابر باشد؟ (در مثال بالا این عدد ۲ است)

الف) ۸ ب) ۱ ج) ۲ د) ۴ هـ) ۱۶

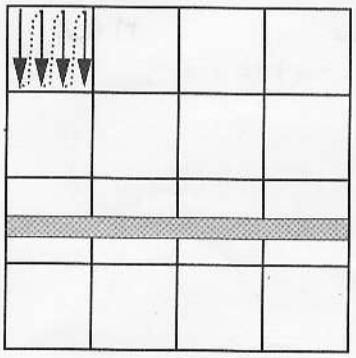
۱۳) فرض کنید که تمام سکه‌های این جدول را برمی‌داریم و بر اساس عدد نوشته‌شده بر روی آن‌ها به صورتی که در شکل نشان داده شده است به‌صورت مرتب می‌چینیم. در این نحوه مرتب‌سازی سکه‌ها از خانه‌ی (۱,۱) تا (۱۶,۱۶) مطابق شکل دنبال هم فرض می‌شوند (توجه کنید سکه‌ی واقع در (۱,۲) پس از سکه‌ی واقع در (۱۶,۱) فرض می‌شود. منظور از (۱,۲) خانه‌ی سطر ۱ و ستون ۲ است.) با این مرتب‌سازی، سکه‌هایی که عددشان برابر است پشت سر هم قرار می‌گیرند.



پس از انجام این مرتب‌سازی، در یک سطر دل‌خواه حداکثر چند سکه ممکن است وجود داشته باشد که عدد نوشته‌شده بر روی آن‌ها برابر باشد؟ (در جدول مثال اولیه، این عدد ۱ است)

الف) ۱ ب) ۸ ج) ۷ د) ۲ هـ) ۴

۱۴) فرض کنید که جدول اولیه را مطابق شکل زیر به ۱۶ جدول هر یک به اندازه‌ی ۴ × ۴ تقسیم می‌کنیم. اگر سکه‌های موجود در هر یک این جدول‌های کوچک‌تر ۴ × ۴ را (مستقل از بقیه‌ی جدول‌ها) مطابق مسئله‌ی قبل درون خود آن جدول‌ها مرتب کنیم، حال در یک سطر دل‌خواه، حداکثر چند سکه ممکن است وجود داشته باشد که عدد نوشته‌شده بر روی آن‌ها برابر باشد؟



الف) ۲ ب) ۴ ج) ۱ د) ۷ هـ) ۸

دستگاه «ایکس-اُر»(XOR) دو عدد می گیرد و یک عدد برمی گرداند. این دستگاه ابتدا دو عدد ورودی را به مبنای ۲ می‌برد و با افزودن تعداد مناسبی صفر به سمت چپ عدد کوتاه‌تر، تعداد رقم‌های آن دو عدد را برابر می کند. سپس عدد دوم را زیر عدد اول (در دو سطر، شبیه وقتی که بخواهیم آن‌ها را جمع کنیم) می‌نویسد به صورتی که رقم i ام عدد اول بالای رقم i ام عدد دوم قرار بگیرد. حال هر دو رقم را که در یک ستون قرار دارند مقایسه می کند: اگر مساوی بودند زیر آن‌ها و در سطر سوم یک رقم ۰ می‌نویسد، و در صورتی که یکسان نبودند زیر آن‌ها رقم ۱ می گذارد. در انتها با تبدیل عدد دودویی نوشته‌شده در سطر سوم از مبنای ۲ به مبنای ۱۰ و تحویل آن در خروجی، کار پایان می‌یابد. مثلا اگر به دستگاه اعداد ۵ و ۱۲ را بدهیم، دستگاه با تبدیل آن‌ها به مبنای دو، عددهای ۲(۰۱۰۱) و ۲(۱۱۰۰) را تولید کرده در دو سطر می‌نویسد و با توجه به آن‌ها عدد ۲(۱۰۰۱) در سطر سوم درج خواهد شد و لذا دستگاه عدد ۹ را به عنوان خروجی برمی گرداند.

با توجه به توضیح بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید:

۱۵) علی ۳۱ کارت با شماره‌های ۱ تا ۳۱ دارد. او هر بار یک جفت کارت را که مجموع شماره‌ی آن‌ها برابر ۳۲ است انتخاب و شماره‌ی آن دو کارت را به ورودی دستگاه می‌دهد. اگر علی این کار را برای تمامی زوج کارت‌هایی که مجموع شماره‌شان ۳۲ است انجام دهد، بزرگترین عددی که در خروجی دستگاه XOR ظاهر می‌شود چقدر است؟

الف) ۳۰ ب) ۹۳۰ ج) ۲۹ د) ۳۱ هـ) ۳۲

۱۶) برنامه‌ی زیر چه عددی را چاپ خواهد کرد؟

۱) s را برابر ۰ قرار بده.
۲) برای i از ۱ تا ۱۳۹۰، دو دستور زیر را اجرا کن:
۱.۲) اعداد i و $i+1$ را به ورودی دستگاه بده و عدد خروجی را در x قرار بده.
۲.۲) اعداد x و s را به ورودی دستگاه بده و عدد خروجی را در s قرار بده.
۳) مقدار s را چاپ کن.

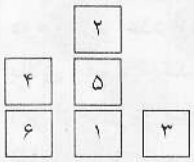
الف) ۱۳۹۱ ب) ۱۳۹۲ ج) ۱۳۹۰ د) ۰ هـ) ۱

۱۷) برنامه‌ی زیر چه عددی را چاپ خواهد کرد؟

۱) s را برابر ۰ قرار بده.
۲) برای i از ۱ تا ۹۰، دو دستور زیر را اجرا کن:
۱.۲) اعداد i و $i+1$ را به ورودی دستگاه بده و عدد خروجی را در x قرار بده.
۲.۲) مقدار $s+x$ را در s قرار بده.
۳) مقدار s را چاپ کن.

الف) ۹۰ ب) ۱ ج) ۵۶۴ د) ۲۰۲۵ هـ) ۵۶۵

۶ مکعب با شماره‌های ۱ تا ۶ و یک میز در اختیار داریم. هر مکعب را می‌توانیم یا به‌صورت مستقل روی میز بگذاریم یا دقیقاً روی یک مکعب دیگر. به تعدادی از مکعب‌ها که از پایین به بالا روی هم قرار گرفته‌اند یک برج می‌گوییم. برای مثال در شکل مقابل، (۱,۵,۲) به ترتیب یک برج می‌سازند. یک «وضعیت»، یک نحوه‌ی شکل‌گیری برج‌هاست. جای برج‌ها نسبت به هم اهمیتی ندارد و فقط این مهم است که هر مکعب روی کدام مکعب (یا روی میز) است. مثلاً در شکل اگر جای برج (۶,۴) با برج تکی (۳) عوض شود، وضعیت جدیدی را نمی‌سازد؛ اما اگر جای ۴ با ۶ عوض شود یک وضعیت جدید داریم.



با توجه به توضیح بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید:

۱۸) ۶ مکعب چند وضعیت شامل دقیقاً دو برج می‌توانند داشته باشند؟ چند وضعیت شامل دقیقاً سه برج؟

الف) ۱۸۰۰ و ۹۶۰ ب) ۱۸۰۰ و ۱۲۰۰ ج) ۴۴۶۴۰ و ۵۲۲۷۲۰
د) ۲۱۶۰ و ۱۵۶۰ ه) ۲۱۶۰ و ۲۱۶۰

۱۹) یک «حرکت»، شامل برداشتن بالاترین مکعب از یک برج و قرار دادن آن بر روی بالاترین مکعب برجی دیگر از مکعب‌ها یا روی میز است. (این دو کار با هم «یک» حرکت هستند.) مثلاً در شکل بالا می‌توان با یک حرکت ۲ را روی ۳ یا روی ۴ و یا حتی روی میز قرار داد.

با حداقل چند حرکت می‌توان وضعیت شکل بالا را تبدیل به وضعیت تک-برج با اعداد صعودی ۱ تا ۶ از پایین به بالا (یعنی تنها یک برج (۱,۲,۳,۴,۵,۶)) کرد؟ حداقل چند حرکت برای تبدیل وضعیت بالا به تک-برج نزولی از پایین به بالا (یعنی (۶,۵,۴,۳,۲,۱)) لازم است؟

الف) ۵ صعودی، ۶ نزولی ب) ۶ صعودی، ۶ نزولی ج) ۶ صعودی، ۷ نزولی
د) ۷ صعودی، ۷ نزولی ه) ۷ صعودی، ۶ نزولی

۲۰) حداقل میزان K چه قدر باید باشد که مطمئن باشیم با حداکثر K حرکت هر وضعیت آغازینی از ۶ مکعب را می‌توانیم به هر وضعیت دیگری که از ما خواسته می‌شود، تبدیل کنیم؟

الف) ۶ ب) ۱۰ ج) ۷ د) ۱۲ ه) ۱۱

در بین شهرهای یک کشور، راه‌های خاکی و آسفالت کشیده شده‌اند. همه‌ی راه‌ها یک طرفه‌اند و ممکن است یک راه که از یک شهر خارج می‌شود به شهر دیگری وارد شود، یا آن که راه به صورت یک حلقه باشد و به همان شهر مبدا وارد شود. می‌دانیم که از هر شهر دقیقا یک راه خاکی و یک راه آسفالت خارج می‌شود، هم‌چنین امکان دارد هر دو راه خاکی و آسفالت خارج شده از یک شهر، به یک شهر یکسان وارد شوند.

هر شهر یا استقلالی است یا پرسپولیسی. لیلی ساکن شهر پایتخت کشور است و می‌خواهد با گرفتن یک «مسیر» که به صورت رشته‌ای از حرف‌های «خ» (مخفف خاکی) و «آ» (مخفف آسفالت) مشخص می‌شود، با شروع از پایتخت به ترتیب راه‌های مشخص شده در مسیر را بپیماید و به مقصد برسد. مثلا اگر مسیر او «خآخآ» باشد، ابتدا راه خاکی خارج شده از پایتخت را طی کرده به شهر بعدی می‌رود (اگر آن راه خاکی حلقه باشد مجددا به پایتخت می‌رسد)، سپس راه آسفالت خارج شده از شهر دوم را طی کرده به شهر سوم می‌رود و در ادامه با پیمودن یک راه خاکی و یک راه آسفالت به مقصد می‌رسد. بر این اساس به سه سوال زیر پاسخ دهید. توجه کنید که مفروضات هر سوال متفاوت است، یعنی هر سوال کشور جداگانه‌ای را با شرایط ذکر شده توصیف می‌کند.

_____ با توجه به توضیح بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید: _____

۲۱) فرض کنید وضعیت راه‌های کشور طوری است که برای هر مسیر که تعداد «خ» های آن زوج است، مقصد لیلی یک شهر استقلالی، و در غیر این صورت مقصد وی پرسپولیسی باشد. مثلا مقصد مسیر «خخآآآ» استقلالی و مقصد «خآخآخ» پرسپولیسی است. این کشور حداقل چند شهر دارد؟

الف) ۲ ب) ۵ ج) ۴ د) ۶ ه) ۳

۲۲) فرض کنید مقصد مسیرهایی استقلالی است که تعداد «خ» های آن مضربی از ۱۳۸۹ باشد، و در غیر این صورت مقصد پرسپولیسی باشد. این کشور حداقل چند شهر دارد؟

الف) ۶۹۴ ب) ۱۳۸۹ ج) ۲۷۷۸ د) ۱۳۸۸ ه) ۱۳۹۰

۲۳) فرض کنید مقصد مسیر تنها و تنها وقتی استقلالی باشد که مسیر دقیقا ۲۰ راه خاکی متوالی (بدون راه آسفالت)، و یا دقیقا ۱۰ راه آسفالت متوالی (بدون راه خاکی) باشد. این کشور حداقل چند شهر دارد؟

الف) ۳۳ ب) ۳۱ ج) ۳۰ د) ۳۲ ه) ۲۹

کف یک سالن به صورت جدول ۳ × ۳ و یا ۴ × ۴ از موزاییک‌هایی پوشیده شده که روی هریک از آن‌ها عدد ۰ و یا ۱ نوشته شده است. پنج روبات داریم که یکی از آن‌ها دروغ‌گو و سایرین راست‌گو هستند.

ابتدا روبات دل‌خواهی را روی یکی از موزاییک‌ها(به دل‌خواه) می گذاریم و آن را روشن می کنیم. روبات هر بار عدد موزاییکی را که روی آن قرار دارد اعلام می کند و سپس به یکی از موزاییک‌های مجاور (که با آن ضلع مشترکی دارند) می‌رود. مسیر حرکت روبات توسط خودش تعیین می‌شود اما طوری حرکت می کند که روی هر موزاییک دقیقا یک بار قرار گیرد و پس از اعلام عدد همه‌ی موزاییک‌ها متوقف می‌شود. همین فرایند را برای روبات‌های دیگر، یکی پس از دیگری، انجام می‌دهیم.

با توجه به توضیح بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید:

۲۴) ابتدا در یک سالن ۳ × ۳ فرایند بالا را انجام داده و عددهای اعلام شده توسط هر روبات را به ترتیب (از چپ به راست) در پنج گزینه‌ی زیر آورده‌ایم. می‌دانیم روبات‌های راست‌گو همواره عدد نوشته شده روی موزاییک‌ها را به درستی اعلام می‌کنند، اما روبات دروغ‌گو عدد حداقل یک موزاییک را نادرست می‌گوید. کدام گزینه مربوط به روبات دروغ‌گو می‌باشد؟

الف) ۱۰۱۱۰۱۱۰۱
ب) ۱۱۱۰۱۱۰۰۱
ج) ۱۰۱۱۱۰۰۱۱
د) ۱۱۱۰۱۱۱۰۰
ه) ۱۱۰۱۱۱۱۰۰

۲۵) فرایند سوال قبل را در یک سالن ۴ × ۴ اجرا کرده‌ایم. این بار کدام گزینه، اعداد اعلام شده توسط روبات دروغ‌گو است؟

الف) ۰۰۰۰۰۱۱۰۰۱۱۰۰۰۰۰
ب) ۰۰۰۱۰۰۱۰۰۱۰۰۱۰۰۱
ج) ۱۱۱۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰
د) ۱۰۰۰۰۰۰۱۱۰۰۰۰۰۰۱
ه) ۱۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱۱

۲۶) فرایند سوال قبل را در یک سالن ۴ × ۴ دیگر اجرا کرده‌ایم. این بار کدام گزینه، اعداد اعلام شده توسط روبات دروغ‌گو است؟

الف) ۱۰۰۱۰۱۰۰۰۰۰۰۱۰۰۱
ب) ۰۰۰۰۰۱۰۱۰۱۰۱۰۰۰۰
ج) ۰۰۰۰۰۰۰۱۰۱۰۰۰۱۰۱۰
د) ۱۰۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱۰۱۰
ه) ۱۰۱۰۰۰۱۰۱۰۰۰۰۰۰۰

برنامه‌ی زیر را در نظر بگیرید:

۱: عدد X را از ورودی بگیر.

۲: مقدار عدد Y را برابر صفر قرار بده.

۳: باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد X بر ۲ را B بگیر.

۴: مقدار Y را برابر $Y \times 2 + B$ قرار بده. (مثلاً اگر Y مساوی ۵ و B برابر ۱ است، مقدار Y برابر ۱۱ خواهد شد).

۵: مقدار X را برابر خارج‌قسمت تقسیم خودش بر ۲ قرار بده. (مثلاً اگر X برابر ۱۳ بود، مقدار X به ۶ تغییر خواهد یافت).

۶: اگر X بزرگتر از صفر است، به مرحله ۳ برو. در غیر این‌صورت به مرحله ۷ برو.

۷: مقدار Y را به عنوان خروجی برگردان.

۸: پایان

می‌بینیم اگر مقدار ۱۲ را به عنوان ورودی X بدهیم، خروجی برنامه برابر ۳ خواهد بود.

با توجه به توضیح بالا به چهار سوال زیر پاسخ دهید:

۲۷) فرض می‌کنیم اگر عدد ورودی X را در مبنای دو بنویسیم به صورت X' (متشکل از ۰ و ۱) خواهد بود و اگر خروجی برنامه را در مبنای دو بنویسیم به‌صورت Y' خواهد بود. Y' همواره چه نسبتی با X' دارد؟

الف) تعداد «یک»های رشته‌ی X' است.
ب) تعداد «صفر»های رشته‌ی X' است.
ج) زیررشته‌ای از X' است با حذف تعدادی از ارقام مبنای دوی X'.
د) مقسوم‌علیه‌ای از X' است.
ه) برعکس‌شده (متقارن) X' است با حذف صفرهای سمت چپ.

۲۸) اگر ورودی برنامه مقدار X باشد، خروجی متناظر آن را $R(X)$ می‌نامیم؛ مثلا طبق آن‌چه گفته شد مقدار $R(۱۲)$ برابر ۳ است. مقدار $R(۴۴۴)$ کدام گزینه است؟

الف) ۱۱۱ ب) ۵۵ ج) ۵۹ د) ۵۷ ه) ۱۲۳

۲۹) عدد A را زیبا می‌نامیم اگر $R(A) > A$ باشد. مثلاً عدد ۱۱ یک عدد زیبا است چرا که $R(۱۱) = ۱۳$ و $۱۱ < ۱۳$ است. اما عدد ۱۲ یا عدد ۷ زیبا نیستند. چند عضو از مجموعه‌ی $\{۱, ۲, ۳, \ldots, ۶۳\}$ زیبا هستند؟

الف) ۵ ب) ۱۲ ج) ۹ د) ۸ ه) ۱۳

۳۰) چند تا از اعداد بین $۲^{۱۲}$ تا $۲^{۱۳}$ (شامل خود این دو عدد) زیبا هستند؟

الف) ۴۹۶ ب) ۹۹۲ ج) ۵۲۸ د) ۲۰۱۶ ه) ۱۰۵۶