آنالیز واریانس

آنالیز واریانس یک شیوه آماری کارآمد برای مقایسه میانگین یک صفت کمّی در سطوح یک متغیر مقوله ای است. به عنوان مثال وقتی می‌خواهیم سه روش آموزش ریاضیات را در یک آموزشکده با هم مقایسه کنیم. باید میانگین نمرات سه گروه از دانشجویان را که هر گروه با یک روش مختلف تدریس شده‌اند، با هم مقایسه شوند. در این جا به متغیر روش آموزش، متغیر فاکتور یا متغیر مستقل می گویند. این متغیر در این مثال شامل سه سطح است. امکان دستکاری سطوح متغیر مستقل در آنالیز واریانس وجود دارد. آن چیزی که باعث تفاوت بین آنالیز واریانس و رگرسیون است، همین موضوع است که در رگرسیون، متغیرهای مستقل قابل دستکاری نیستند ولی در آنالیز واریانس می توان سطوح متغیر مستقل را دستکاری کرد. همچنین در این مثال، نمره هر دانشجو را متغیر وابسته در نظر می گیریم. به این روش، آنالیز واریانس یک طرفه اطلاق می شود.

اگر فکر می کنید به جای این کار می توان از آزمون های دو نمونه ای t برای مقایسه میانگین هر دو گروه استفاده کرد، چنین کاری اشتباه است. زیرا اگر آزمایشی شامل مثلا ۵ گروه باشد، باید ۱۰ = $\binom{5}{2}$ آزمون t دو نمونه ای بین هر دو گروه از آنها انجام داد که این امر خطای نوع اول را به طور قابل ملاحظه ای افزایش می دهد. ثابت شده است که سطح معنی داری یا همان خطای نوع اول در چنین حالتی به جای ۰/۰۵ برابر ۰/٤ خواهد بود.

بررسی واریانس ها

جدول زیر حاوی نمرات دانشجویان در سه روش تدریس است. همانطور که مشاهده می کنید در هر گروه ۸ دانشجو برای هر کدام از روشهای تدریس در نظر گرفته شده اند. همچنین میانگین هر گروه در پایین جدول آورده شده است و با یک نگاه کلی می توان گفت بین سه روش تفاوت وجود دارد. اما در آنالیز واریانس تنها به این اکتفا نمی شود.

روش اول	روش دوم	روش سوم	
۳۰	٥٤	٦٨	
٤٠	٥٨	٧٥	
۳٥	٤٥	٨٠	
٤٥	٦٠	٧٥	
۳٨	٥٢	٨٥	
٤٢	٥٦	٩٠	
۳٦	٦٥	٧٥	
۲٥	٨٨	٥٢	
۳٦/۳٧٥ = میانگین	٥٥/۲٥ = میانگین	٧٩/٥٠ = میانگین	٥٧/٠٤ = میانگین کل

بررسی اثرات

پراکندگی کل را که از تفاضل نمره هر دانشجو با میانگین کل به دست می آید در نظر بگیرید (مجموع مربعات کل SS_T). این پراکندگی را می توان به دو بخش تجزیه کرد. اول پراکندگی بین گروهها که از اختلاف میانگین هر گروه با میانگین کل به دست می آید و تفاوت بین گروهها را نمایش می دهد (مجموع مربعات اصلی SS_A). دوم پراکندگی درون گروهی که از

اختلاف نمره هر دانشجو با میانگین گروه خودش به دست می آید (مجموع مربعات خطا SS_E). این پراکندگی ناشی از تفاوتهای فردی دانشجویان و عوامل دیگر است. بنابراین پاکندگی کل را به صورت زیر می توان نوشت:

$SS_T = SS_A + SS_E$

این معادله نشان می دهد؛ از اثرات کلی، بخشی متعلق به اثرات اصلی (متغیر عامل) و بخش دیگری متعلق به اثرات مزاحم یا اثرات خطاست.

کسر F

آماره ای که از آن برای رد یا پذیرش فرض صفر استفاده می کنیم، کسری موسوم به کسر F است. اگر پراکندگی بین گروهها را بر درجه آزادی آن تقسیم کنیم، واریانس بین گروهها (میانگین مربعات اصلی MS_A) به دست خواهد آمد که در صورت کسر F قرار دارد. همچنین اگر پراکندگی درون گروهی را بر درجه آزادی آن تقسیم کنیم، واریانس درون گروهی (میانگین مربعات خطا MS_E) را به دست خواهیم آورد که آن را در مخرج کسر F می گذاریم. بنا براین کسر F به صورت زیر است:

$$F = \frac{MS_A}{MS_E}$$

درجه آزادی

درجه آزادی صورت کسر F از تعداد سطوح متغیر مستقل منهای یک به دست می آید. در این مثال چون ۳ گروه داریم، درجه آزادی صورت ۲ است. همچنین درجه آزادی مخرج از ضرب تعداد سطوح متغیر مستقل (۳) در تعداد نمونه ها در هر گروه منهای یک (۷) به دست می آید که در این مثال درجه آزادی مخرج ۲۱ است. این مقادیر توسط نرم افزار محاسبه می شود.

اگر واریانس بین گروهی (MS_A) که به آن اثرات متغیر مستقل می گویند، بیشتر از واریانس درون گروهی (MS_E) که به آن اثرات خطا می گویند، باشد، می توانیم با اطمینان بگوییم که تاثیر متغیر مستقل (روش تدریس) بر نمرات دانشجویان، بیشتر از تاثیر تفاوت های فردی دانشجویان است. البته نرم افزار SPSS برای رد یا پذیرش فرض صفر که تاکید بر بی اثر بودن متغیر مستقل دارد، از معیار تصمیم Sig استفاده می کند.

با توجه به مباحث بالا نتیجه می گیریم که در آنالیز واریانس یک طرفه هرچه گروهها همگن تر انتخاب شوند، بهتر است. زیرا با این کار می توانیم واریانس خطا را تا حد امکان کاهش دهیم. آنگاه واریانس بین گروهها افزایش یافته و تفاوت موجود در بین گروهها– اگر تفاوتی واقعا وجود داشته باشد– بهتر بیان می شود. به این نکته هم توجه داشته باشید که متغیر دیگری (مانند توانایی علمی دانشجویان در هر روش آموزش) باعث تمایز بین گروهها نشده باشد.

آنالیز واریانس یک طرفه

آزمونی که برای مقایسه میانگین یک صفت کمی در بیش از دو گروه استفاده می شود، آنالیز واریانس یک طرفه (ANOVA) نام دارد. در آنالیز واریانس یک طرفه فرض اولیه H_0 آن است که اختلافی بین میانگین جمعیت ها وجود ندارد و در مقابل فرض ثانویه H_1 آن است که حداقل بین میانگین دو گروه از این جمعیت ها اختلاف معنی داری وجود دارد.

اگر فرض H_0 پذیرفته شود، تجزیه و تحلیل به پایان می رسد و نشان دهنده این موضوع است که بین (میانگین) گروهها تفاوتی وجود ندارد. اما اگر فرض H_0 رد شود نشان دهنده اختلاف میان گروه ها می باشد و باید بدنبال اختلاف ها باشیم.

اینکه معلوم شود کدام دو گروه با یکدیگر اختلاف معنی داری دارند، آزمون های تکمیلی است که در ادامه به آنها اشاره خواهیم کرد.

از مزایای استفاده از آنالیز واریانس (ANOVA) این است که تنها با انجام یک بار آزمون، اختلاف بین میانگین های کلیه گروه های موجود در آزمایش، مورد بررسی قرار می گیرد.

پیش فرض های لازم در آنالیز واریانس یک طرفه

در یک آزمون آنالیز واریانس یک طرفه باید فرض های زیر برقرار باشند:

۱- از هر جامعه نمونه‌های تصادفی مستقل گرفته شده باشند. به عبارت دیگر، اندازه های متغیر وابسته در سطوح متغیر فاکتور، مستقل از یکدیگر باشند.

۲- صفت مورد بررسی در هریک از جامعه‌ها دارای توزیع نرمال باشند. یعنی اندازه های متغیر وابسته در هر یک از سطوح متغیر فاکتور، دارای توزیع نرمال باشند.

۳- واریانس صفت مورد بررسی در همه جامعه‌ها برابر باشند. یعنی واریانس متغیر وابسته در همه سطوح متغیر فاکتور، با هم مساوی باشند.

آنالیز واریانس یک طرفه در spss

از آنجایی که آنالیز واریانس را می توان به عنوان رابطه خطی بین متغیرها به حساب آورد، می توانیم آن را در دسته الگوهای خطی عمومی (General Linear Model) نیز قرار دهیم. به همین جهت در SPSS روند آنالیز واریانس یک طرفه از این مسیر:

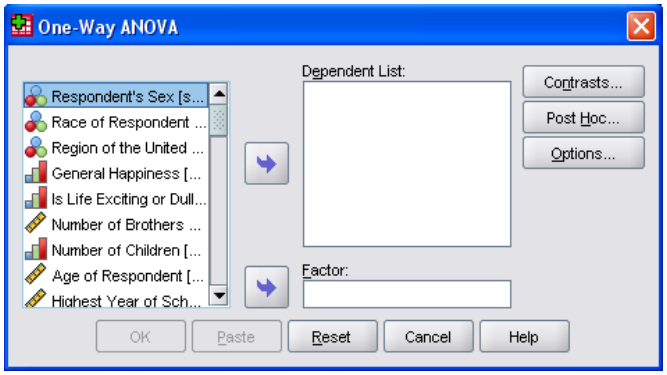
Analyze / General Linear Model/ Univariate…

قابل دسترسی است.

البته در SPSS، روش های متفاوتی برای انجام آنالیز واریانس یک طرفه (One-Woy ANOVA) وجود دارد که از آنها نیز استفاده خواهیم کرد.

برای باز شدن کادر محاوره مربوط به آنالیز واریانس یک طرفه، از مسیر زیر استفاده کنید:

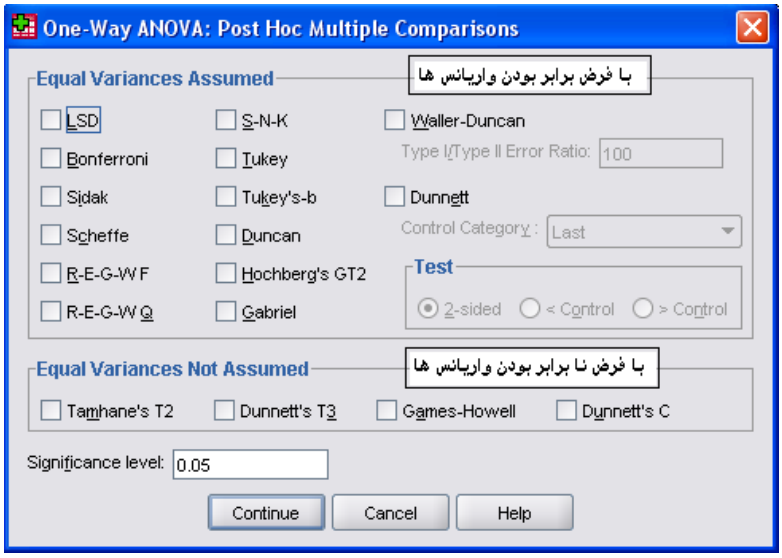
Analyze / Compare Means / One-Woy ANOVA



پس از باز شدن این پنجره، می توانید مراحل زیررا دنبال کنید.

یک یا چند متغیر کمی که به عنوان متغیر (Dependent) در نظر گرفته اید به کادر Dependent List و یک متغیر طبقه‌ای یا گروه‌بندی که عموماً کیفی است به کادر Factor منتقل کنید.

گزینه Post Hoc... را وقتی استفاده کنید که آزمون آنالیز واریانس معنی دار باشد و می خواهید بدانید اختلاف معنی داری بین کدام دوگروه بیشتر است. کادر محاوره آن به صورت زیر است:



در این کادر محاوره spss دو فرض را مد نظر دارد:

الف- فرض برابری واریانس بین گروه ها

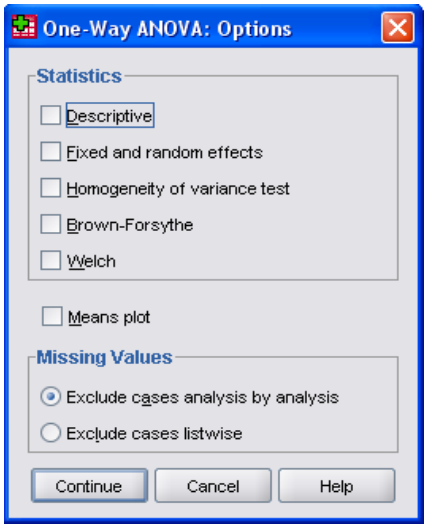
ب- فرض نا برابر بودن واریانس بین گروه ها

اگر فرض برابری واریانس های بین گروه ها برقرار است. در پنجره Post Hoc... در بخش Equal Variences Assumed فهرستی از آزمون های کمکی برای آزمون اختلاف بین جفت های ممکن گروه ها آمده است.

آزمون هایی که با فرض نابرابری واریانس گروهها مورد استفاده قرار می گیرند دربخش Equal Variences Not Assumed فهرست شده اند.

می توانید سطح آزمون را در کادر Significance Level مشخص کنید. البته به طور پیش فرض مقدار آن ۰.۰۵ پیشنهاد شده است که قابل تغییر است.

با کلیک روی دکمه Continue به کادر محاوره قبل برگردید و این بار گزینه Options را کلیک کنید.



در این کادر محاوره در بخش Statistics می توانید گزینه Descriptive را برای محاسبه بعضی شاخص های توصیفی انتخاب کنید.

با انتخاب گزینه Homogenetity-of-Variance Test آماره لون (Levene) برای آزمون برابری واریانس ها محاسبه خواهد شد.

همچنین Mean Plot سبب می شود که نمودار میانگین گروهها در خروجی ظاهر شود.

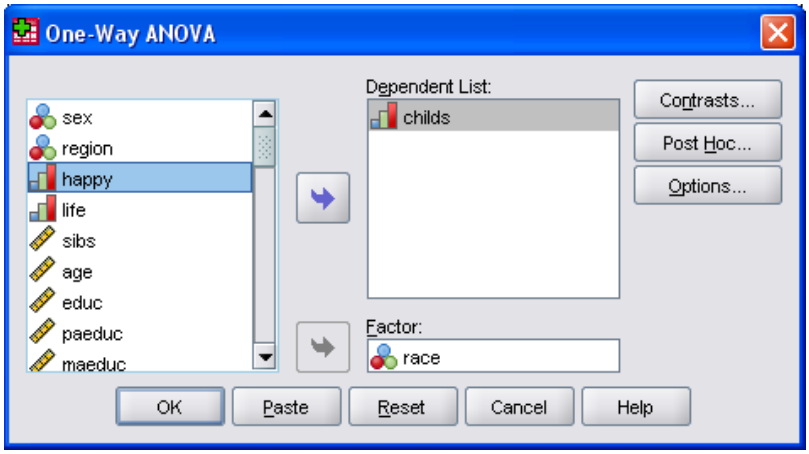
پس از انتخاب های لازم Continue و Ok را کلیک کنید و نتایج را مشاهده نمائید.

تمرین عملی

در فایل داده های ۱۹۹۱ از مجموعه داده های spss می‌خواهیم بررسی کنیم آیا میانگین تعداد فرزند، در بین نژادها یکسان است ؟ برای انجام این آزمون فایل داده های ۱۹۹۱ را باز کنید و مراحل زیر را دنبال نمائید :

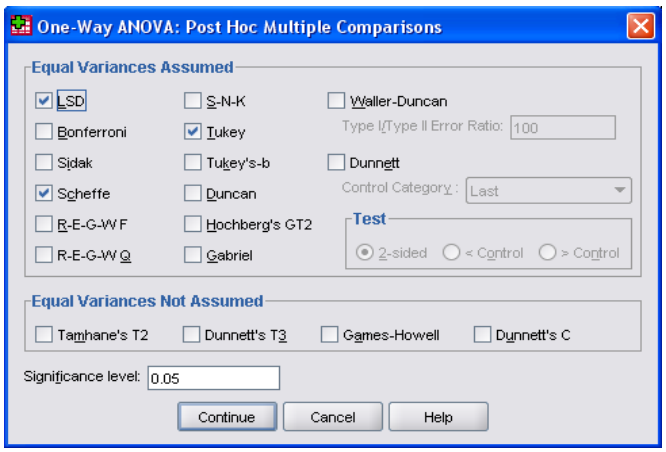
روند آنالیز واریانس را از فرمان زیر اجرا کنید:

Analyze / Compare Means / One-Woy ANOVA



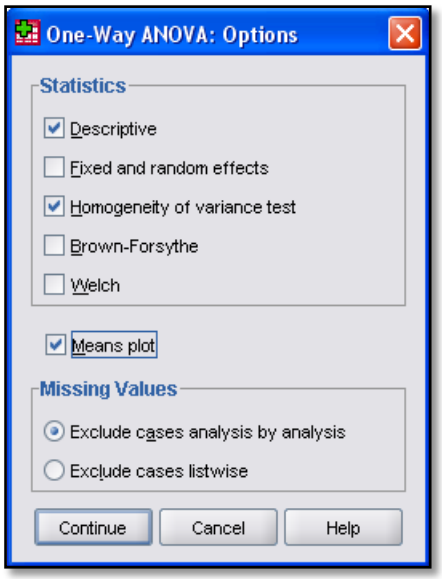
متغیر تعداد فرزند (Child) را به کادر Dependent List و متغیر نژاد (Race) را به کادر Independent List منتقل نمایید.

گزینه Post Hoc... را انتخاب و در کادر محاوره آن با فرض برابری واریانس ها در هر سه نژاد ، در بخش Equal Variences Assumed آزمون های شفه (Scheffe) و توکی (Tukey) را علامت دار کنید.



Ok را کلیک نمائید.

گزینه Optione را انتخاب و در پنجره آن گزینه های Descriptive و Homogenetity-of-Variance Test و همچنین گزینه Means Plot را علامت دار کنید.



برای ادامه کلیدهای Continue و Ok را کلیک نمائید و نتیجه را که به صورت زیر است، مشاهده نمایید.

Descriptives

Number of Children

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
White	1259	1.83	1.707	.048	1.74	1.92	0	8
Black	201	2.27	2.005	.141	1.99	2.55	0	8
Other	49	2.20	1.989	.284	1.63	2.78	0	8
Total	1509	1.90	1.765	.045	1.81	1.99	0	8

ابتدا در جدول Descriptive فهرستی از شاخص های توصیفی به علاوه یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای متغیر تعداد فرزند در هر یک از نژادها محاسبه شده است. اگر به میانگین تعداد فرزندان در بین سه گروه توجه کنید، مشاهده خواهید کرد که میانگین تعداد فرزند در نژاد سفید ۱/۸۳ است که تقریبا با دو نژاد دیگر اختلاف دارد. اما آیا این اختلاف معنی دار است؟

Test of Homogeneity of Variances

Number of Children

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
4.551	2	1506	١٦.0

در جدول Homogenetity-of-Variance Test آزمون برابری واریانس ها در بین سه گروه انجام شده است. مشاهده می کنیم که با توجه به مقدار sig=0/061، برابری واریانس ها در سطح α = ۰.۰۵ پذیرفته است.

Number of Children ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	38.753	2	19.377	6.265	.002
Within Groups	4657.535	1506	3.093		
Total	4696.288	1508			

جدول آنالیز واریانس (ANOVA) را مشاهده می‌کنید که مقدار Sig برابر ۰.۰۲ است که باعث رد فرضیه صفر می‌شود. یعنی میانگین تعداد فرزند در بین نژادها معنی داراست. برای اینکه ببینید این اختلاف بین کدام دو نژاد وجود دارد، در جدول Multiple Comparisons هر دو آزمون توکی و آزمون شفه برای هر سه ترکیب متفاوت از گروهها در زیر آمده است:

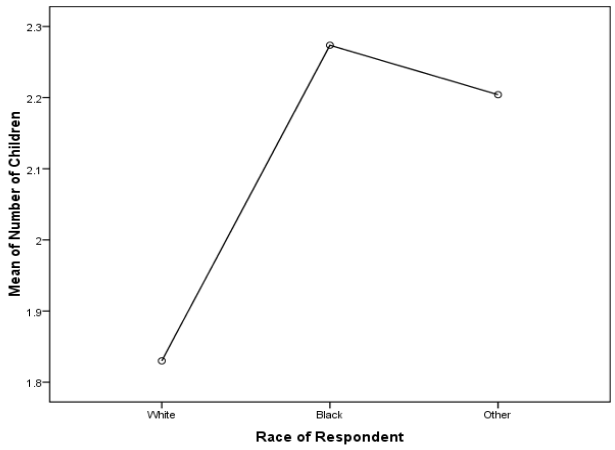
Multiple Comparisons

Dependent Variable:Number of Children

	(I) Race of Respondent	(J) Race of Respondent	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Tukey HSD	White	Black	-.444*	.134	.003	-.76	-.13
		Other	-.374	.256	.310	-.97	.23
	Black	White	.444*	.134	.003	.13	.76
		Other	.070	.280	.967	-.59	.73
	Other	White	.374	.256	.310	-.23	.97
		Black	-.070	.280	.967	-.73	.59
Scheffe	White	Black	-.444*	.134	.004	-.77	-.12
		Other	-.374	.256	.344	-1.00	.25
	Black	White	.444*	.134	.004	.12	.77
		Other	.070	.280	.970	-.62	.76
	Other	White	.374	.256	.344	-.25	1.00
		Black	-.070	.280	.970	-.76	.62

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

همانگونه که شاهد هستید اختلاف بین دو نژاد سیاه و سفید در هر دو آزمون معنی دار است. مقدار sig در آزمون توکی برابر ۰/۰۰۳ و در آزمون شفه برابر ۰/۰۰٤، تاکید بر نابرابری میانگین تعداد فرزند در بین دو نژاد سیاه و سفید دارد. در انتها نمودار خطی میانگین تعداد فرزند در سه نژاد را مشاهده می کنیم که حاکی از اختلاف بیشتر بین میانگین دو نژاد سیاه و سفید است.



آنالیز واریانس دوطرفه

امکان اینکه در آنالیز واریانس بیشتر از یک متغیر فاکتور داشته باشیم نیز وجود دارد که به آن آنالیز واریانس دو یا سه یا چند طرفه می گویند. در مثال بالا اگر متغیر دیگری مانند توانایی علمی دانشجویان را به عنوان فاکتور دوم در نظر بگیریم، با آنالیز واریانس دوطرفه روبرو هستیم. اضافه شدن این عامل باعث می شود اثر عامل "توانایی علمی" تجزیه شده و دقدقه اینکه ممکن است دلیل ارجحیت یک گروه، ناشی توانایی علمی دانشجویان در آن گروه باشد، از بین برود. در این روش، بحث دیگری که مطرح می شود اثرات متقابل دو عامل یا اثرات ترکیبی است، که باید به آنها نیز توجه داشت. البته مناسب است آنالیز واریانس را با دو، سه یا حد اکثر چهار متغیر فاکتور انجام دهیم. دلیل این امر ازدیاد اثرات متقابل بین عاملها است که گاهی مشکل ساز می شود. الگوی آنالیز واریانس دوطرفه مثال بالا به صورت زیر است:

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

که در آن SS_A اثرات اصلی روش تدریس، SS_B اثرات اصلی توانایی علمی، SS_{AB} اثرات متقابل روش تدریس و توانایی علمی و SS_E اثرات خطاست.

توجه: مطالب کاملتر در این خصوص را همراه با تمرین عملی در SPSS در وبلاگ www.m-mirzadeh.blogfa.com تحت عنوان "آنالیز واریانس دوطرفه در spss " مشاهده کنید.

آنالیز واریانس با اندازه های تکراری

به عنوان طرحی دیگر اگر بخواهید ۳ روش آموزش ریاضی را برای انتخاب بهترین روش، با هم مقایسه کنید، ممکن است بخواهید هر سه روش آموزش را بر روی همان دانشجویان تکرار کنید به طوری که از هر دانشجو سه نمره در اختیار داشته باشید، در چنین حالتی با آنالیز واریانس با اندازه های تکراری روبرو خواهیم بود. به این گونه آزمون ها واژه آزمون های درون موردی نیز اطلاق می شود. این روش باعث خواهد شد که اثر توانایی علمی دانشجویان در هر سه روش آموزش، یکسان باشد. بحث دیگری که در این روش اهمیت دارد، همبستگی نمرات بین گروهها و یکنواختی واریانس سه گروه است که باید برقرار باشد.

در این روش آنالیز واریانس، نرم افزار SPSS اقدام به محاسبه ماتریس واریانس- کواریانس می کند. و متعاقب آن آزمون یکنواختی واریانس-کواریانس موسوم به "آزمون کرویت موخلی" (Mauchly Sphericity Test) را انجام می دهد. و همزمان سه آزمون دیگر را برای باز گذاشتن دست شما در تصمیم گیری ارائه می دهد تا در صورتی که فرض یکنواختی ماتریس واریانس- کواریانس رد شد، از این آزمون ها در تصمیم گیری استفاده نمایید.

تمرین عملی در spss

در مثالی که در ابتدای بحث عنوان شد، فرض کنید سه روش تدریس A و B و C برای تدریس ریاضیات را می خواهیم با هم مقایسه کنیم. از آنجایی که گمان می رود اگر سه گروه مختلف از دانشجویان را به هر کدام از روش ها اختصاص دهیم، ممکن است سطح علمی و یا استعداد ذاتی آنها در درس ریاضی، باعث تفاوت معنی دار سه روش شود. از یک گروه ۱۸ نفری از دانشجویان در هر سه روش تدریس ریاضی استفاده شده و با توجه به داده های جدول زیر می خواهیم سه روش را به کمک آنالیز واریانس با اندازه های تکراری مقایسه نماییم.

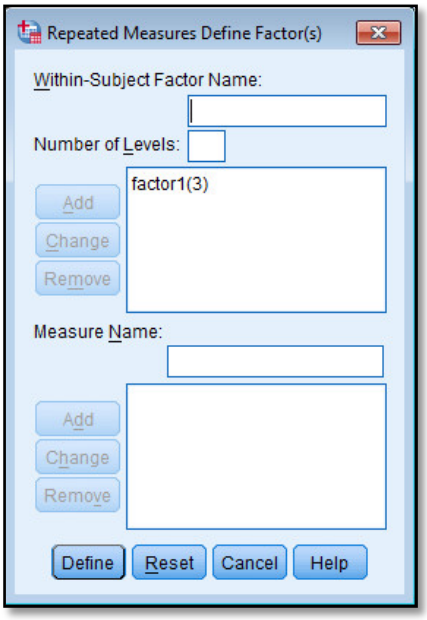
ابتدا داده ها را به همین صورت به SPSS وارد کنید.

ردیف	روش A	روش B	روش C
1	45	49	41
2	40	29	30
3	51	51	50
4	46	51	44
5	53	34	35
6	41	39	36
7	58	54	40
8	52	43	38
9	75	55	51
10	60	46	37
11	43	40	39
12	58	58	42
13	65	59	44
14	55	59	51
15	61	55	45
16	50	45	38
17	60	63	46
18	59	54	48

از مسیر زیر برای انجام آنالیز واریانس درون گروهی (اندازه های مکرر) استفاده کنید:

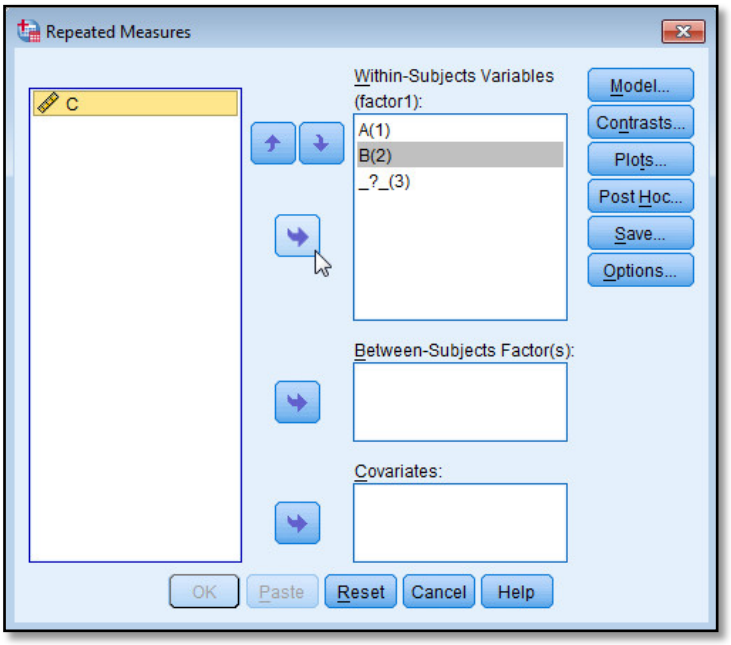
Analyze / General Linear Model/ Repeated Measures…

کادر محاوره ای به شکل زیر مشاهده می کنید.



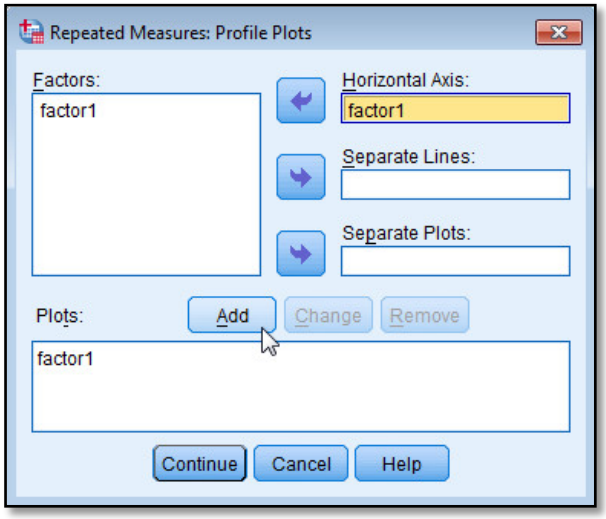
در کادر کوچک Number of Levels: عدد سه را به معنای ۳ تکرار وارد کرده و کلید Add را کلیک کنید.

برای ادامه کلید Define را کلیک نمایید تا به کادر محاوره دیگری مانند شکل زیر منتقل شوید:



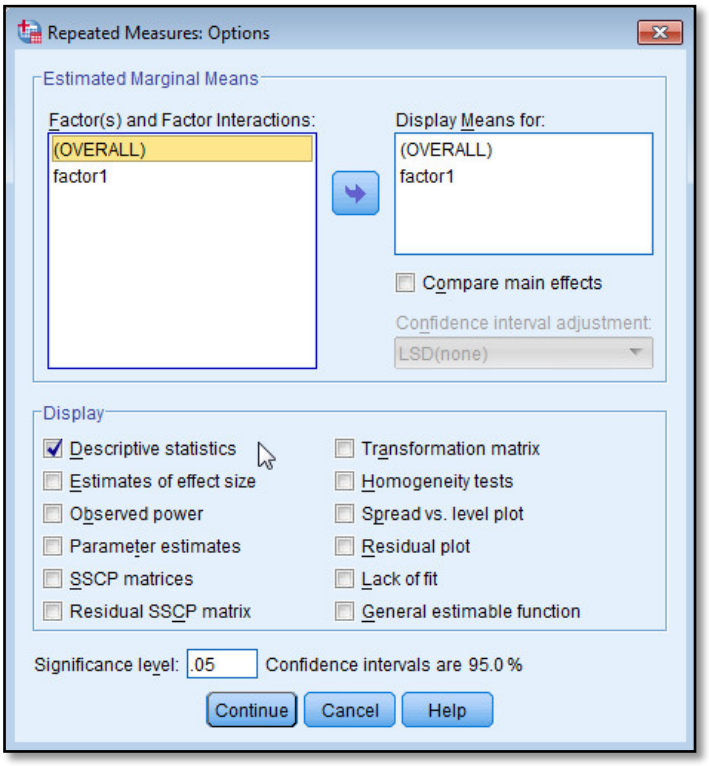
هر یک از متغیرهای A و B و C را به ترتیب به کادر :Factor1 منتقل کنید تا جایگزین علامت سوال شوند.

برای به دست آوردن نمودار وضعیت نمرات در سه روش تدریس، گزینه ...Plots را کلیک کنید تا به کادر محاوره زیر منتقل شوید:



متغیر Factor 1 را به سمت راست منتقل کرده و با زدن کلید Add آن را به فهرست نمودارها در پایین کادر محاوره منتقل کرده و کلید Continue راکلیک نماییدتا به کادر محاوره اصلی برگردید.

گزینه ...Options را انتخاب کنید تا کادر محاوره زیر را مشاهده نمایید.



ابتدا متغیرهای (OVERAL) و Factor 1 را به کادر محاوره سمت راست منتقل کنید. سپس برای به دست آوردن جدولی از شاخص های توصیفی گزینه Descriptive Statistics را انتخاب کنید.

کلیدهای Continue و OK را به ترتیب کلیک نمایید و نتیجه را در خروجی SPSS ببینید.

Within-Subjects Factors

Measure: MEASURE_1

factor1	Dependent Variable
1	A
2	B
3	C

در جدول Within-Subjects Factors سطوح متغیر فاکتور یادآوری شده است.

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
A	41.94	5.916	18
B	49.11	9.311	18
C	54.00	9.081	18

در جدول Descriptive Statistics میانگین و انحراف معیار نمرات در هر یک از روش ها و همچنین تعداد نمونه ها آمده است.

Multivariate Tests[a]

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
factor1	Pillai's Trace	.772	27.072[b]	2.000	16.000	.000
	Wilks' Lambda	.228	27.072[b]	2.000	16.000	.000
	Hotelling's Trace	3.384	27.072[b]	2.000	16.000	.000
	Roy's Largest Root	3.384	27.072[b]	2.000	16.000	.000

a. Design: Intercept

Within Subjects Design: factor1

b. Exact statistic

در جدول Multivariate Tests آزمون های چند متغیره سطوح فاکتور آمده است.

Mauchly's Test of Sphericity[a]

Measure: MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon[b]		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
factor1	.891	1.842	2	.398	.902	1.000	.500

Tests the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.

a. Design: Intercept

Within Subjects Design: factor1

b. May be used to adjust the degrees of freedom for the averaged tests of significance. Corrected tests are displayed in the Tests of Within-Subjects Effects table.

در جدول آزمون پرومیت موخلی با عنوان Mauchly's Test of Sphericity آزمون یکنواختی ماتریس واریانس – کواریانس انجام شده و با سطح معنی داری ۰/۳۹۶دلیلی برای عدم یکنواختی ماتریس واریانس- کواریانس وجود ندارد.

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
factor1	Sphericity Assumed	1323.593	2	661.796	28.019	.000
	Greenhouse-Geisser	1323.593	1.804	733.775	28.019	.000
	Huynh-Feldt	1323.593	2.000	661.796	28.019	.000
	Lower-bound	1323.593	1.000	1323.593	28.019	.000
Error(factor1)	Sphericity Assumed	803.074	34	23.620		
	Greenhouse-Geisser	803.074	30.665	26.189		
	Huynh-Feldt	803.074	34.000	23.620		
	Lower-bound	803.074	17.000	47.240		

مهمترین جدول آنالیز واریانس فوق، جدول Tests of Within-Subjects Effects است. در سطر اول سطح معنی داری آزمون آنالیز واریانس، مقدار P<۰/۰۰۰ است. این بدان معنی است که بین روشهای تدریس اختلاف معنی داری وجود دارد. در سطر دوم تا چهارم آزمونهای محتاطانه تری راائه شده است از این آزمون ها وقتی استفاده کنید که فرض یکنواختی ماتریس واریانس-کواریانس رد شده باشد.

اگر جدول دیگری با عنوان Tests of Between-Subjects Effects می بینید آن را نادیده بگرید زیرا شامل آزمون های بین گروهی است که مورد نظر ما نیست.

1. Grand Mean

Measure: MEASURE_1

Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
		Lower Bound	Upper Bound
48.352	1.705	44.755	51.948

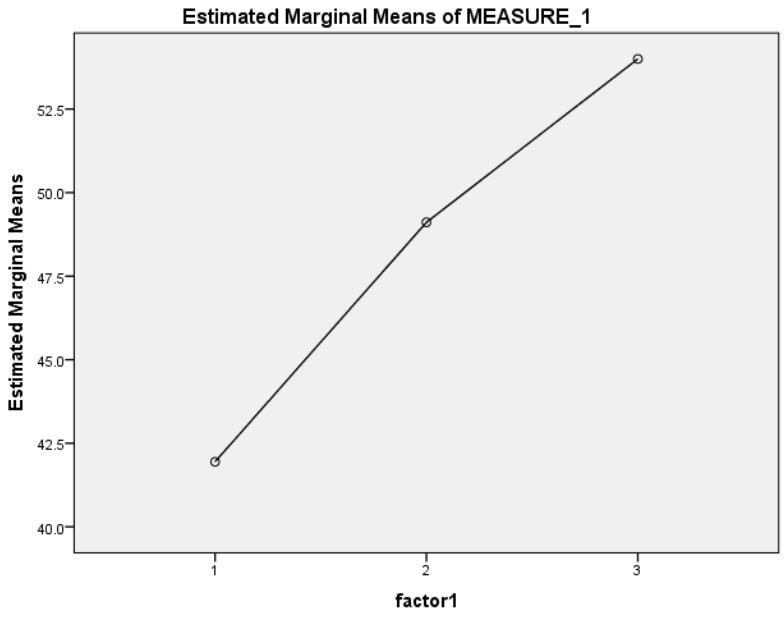
در جدول 1. Grand Mean میانگین و انحراف معیار کل و همچنین فاصله اطمینان ۹۵٪ برای میانگین به دست آمده است.

2. factor1

Measure: MEASURE_1

factor1	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
1	41.944	1.394	39.003	44.886
2	49.111	2.195	44.481	53.741
3	54.000	2.140	49.484	58.516

در جدول 2. factor1 میانگین و انحراف معیار نمرات برای هر کدام از روش ها و همچنین فاصله اطمینان ۹۵٪ برای آنها به دست آمده است.



نمودار به دست آمده نیز نشان از اختلاف بین روشهای تدریس دارد.

آنالیز واریانس چند متغیری

نوع دیگری از آنالیز واریانس نیز هست که شکل بسط داده شده ی (ANOVA) است. اگر در پژوهشی بخواهیم بیش از یک متغیر وابسته را در سطوح متغیر مستقل، مقایسه کنیم، از تحلیل واریانس چند متغیره موسوم به (MANOVA) استفاده می کنیم. در مثال قبل اگر بخواهید ضمن بررسی نمره دانشجویان، سرعت عمل آنها را در پاسخگویی نیز به عنوان متغیر وابسته دوم در هر یک از سه روش آموزش بررسی کنید، باید از آنالیز واریانس چند متغیری استفاده نمایید. (ادامه این مطلب را بزودی در همین وبلاگ مشاهده کنید.)