

رسم خطوط هم‌پتانسیل دوقطبی (ها)ی الکتریکی (بدون استفاده از پربندها)

کمیل مزرعی
kmazraee@gmail.com

اردیبهشت ماه ۱۳۹۲

۱ طرح مسئله

یک دوقطبی الکتریکی عبارت است از دو بار ناهم‌نام که در یک فاصله‌ی مشخصی از یک‌دیگر قرار گرفته‌اند. برابر بودن اندازه‌ی دو بار باعث می‌شود که هر دو؛ خطوط میدان یک‌دیگر را کاملن جمع کنند. نیز می‌دانیم خطوط هم‌پتانسیل بر خطوط میدان عمودند. در این‌جا قصد داریم که تنها خطوط هم‌پتانسیل یک دوقطبی الکتریکی را رسم کنیم و پس از آن مسئله را از حالت بررسی تنها یک دوقطبی الکتریکی به چند دوقطبی تعمیم دهیم. پتانسیل یک دوقطبی الکتریکی از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\phi(x, y) = K \left[\frac{q_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} + \frac{q_2}{\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2}} \right] \quad (1)$$

که (x_1, y_1) و (x_2, y_2) به‌ترتیب مکان بار q_1 و q_2 می‌باشند. K نیز ضریب ثابتی است که در حل مسئله آن را برابر یک فرض کرده‌ایم.

نکته‌ی قابل توجه در معادله‌ی پتانسیل دوقطبی الکتریکی این است که اگر مختصات محاسبه‌ی پتانسیل را برابر مختصات بارها در نظر بگیریم؛ آن‌گاه پتانسیل (از نظر ریاضیاتی) بی‌نهایت می‌شود. بنابراین به‌شیوه‌ای چنین نقاطی را باید از محاسبه حذف کنیم. ضمن حل مسئله را بر روی صفحه‌ی دوبعدی انجام داده‌ایم.

۲ الگوریتم حل مسئله

شرط اصلی ما در حل این مسئله آن است که از خطوط پربندی استفاده نکنیم. بنابراین الگوریتمی که برای چنین مسئله‌ای طراحی کرده‌ایم به شکل زیر است:

۱. تولید مختصات تصادفی برای مکان بارها بر اساس تعریف یک شعاع هم‌سایه‌گی برای بارهای تولید شده اولیه.

۲. تعریف یک پتانسیل نمونه برای یک نقطه از صفحه؛ طوری که حتمن خطوط پتانسیل رسم شده برای دوقطبی‌های تولید شده از این نقطه می‌گذرد.

۳. محاسبه‌ی پتانسیل نقاط صفحه بر اساس گام داده شده و تعیین شعاع هم‌پتانسیلی برای اختیار کردن یک نقطه به عنوان نقطه‌ی هم پتانسیل

۴. ترسیم نمودار

بنابراین قابل توجه است که هم گام‌های محاسبات پتانسیل در نقاط قابل تغییر است و هم محل بارها. با این تفاوت که برنامه طوری نوشته شده که محل بارها به صورت تصادفی تعیین می‌شود ولی گام‌های محاسبات را می‌توانیم به دل‌خواه تغییر دهیم.

ضمن شعاع هم‌پتانسیلی و شعاع هم‌سایه‌گی را نیز می‌توانیم به دل‌خواه تغییر دهیم.

۳ کدنویسی مسئله

با استفاده از نرم افزار MATLAB کدنویسی های مربوطه را انجام داده ایم.

```
% this program plotting equipotential line of an electrical dipole without
% using contours
% KOMAIL MAZRAEE, kmazraee@gmail.com
clc
clear
n=2; %number of charges
c=100; %an arbitrary constant

X(1)=fix(rand(1)*c)+1; %determining place
Y(1)=fix(rand(1)*c)+1;
k=1;

while k<n %determining the random position of charges
    x1=fix(rand(1)*c)+1;
    y1=fix(rand(1)*c)+1;
    r=sqrt((X-x1).^2+(Y-y1).^2); %radius of vicinity

    if r>1
        k=k+1; %determining position of next charges based on earlier charges
        X(k)=x1;
        Y(k)=y1;
        plot(X,Y,'r*');
        hold on
    end
end

Q(1:k)=0;
for i=1:k %determining amount of charges
    Q(i)=9;
end

for i=1:k %showing x,y and q of charges
    info(i,1)=X(i)
    info(i,2)=Y(i)
    info(i,3)=Q(i)
end
info;
```

```

l=1;
while l<2 %generating sample potential
xx1=(rand(1)*c);
yy1=(rand(1)*c);
rr=sqrt((X-xx1).^2+(Y-yy1).^2);
if rr>2
l=l+1;
plot(xx1,yy1,'b+');
drawnow
end
end

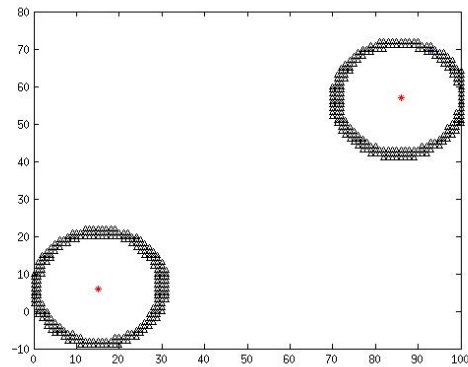
V1=phi(Q,rr);
V2=V1;
X;xx1;
for i=-100:1:100 %calculating potential of points in an ordered interval
for j=-200:1:200
rr=sqrt((X-i).^2+(Y-j).^2);
V1=phi(Q,rr);
if abs(V2-V1)<0.05
plot(i,j,'k^');
drawnow
end
end
end

function V=phi(Q,rr)
Va=Q./rr;
V=sum(Va);

```

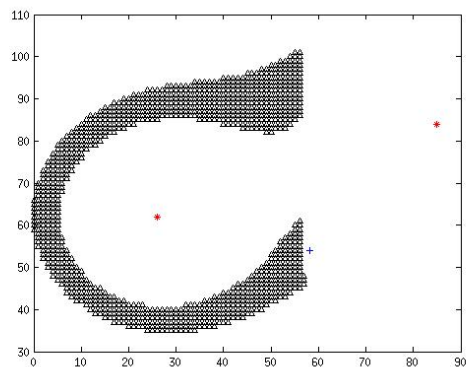
۴ نتایج

با اجرای کدها در نرم افزار MATLAB نمودارهای زیر را به دست می آوریم:



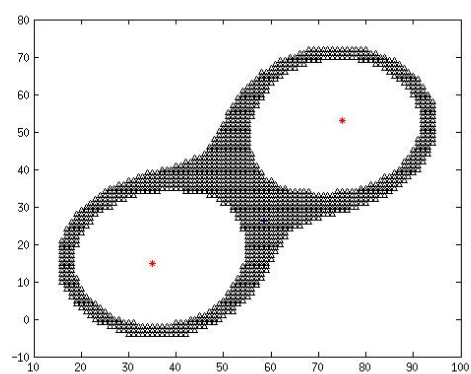
شکل ۱: خطوط هم پتانسیل یک دوقطبی زمانی که فاصله ی بارها از یک دیگر بسیار زیاد است.

ستاره های قرمز رنگ در شکل ها نشان دهنده ی مکان بار می باشد.

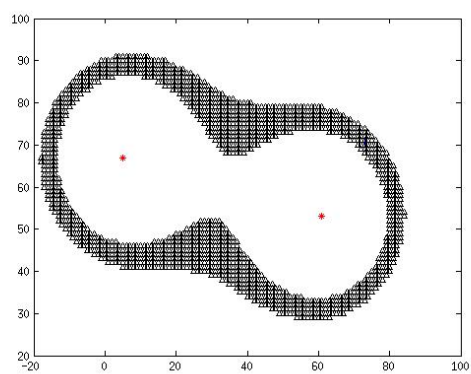


شکل ۲: نمودار خطوط هم پتانسیل در حال ترسیم در نرم افزار.

همان طور که در شکل ۲ دیده می شود؛ پتانسیل اولیه یا پتانسیل نمونه نیز توسط خطوط هم پتانسیل جاروب می شود.

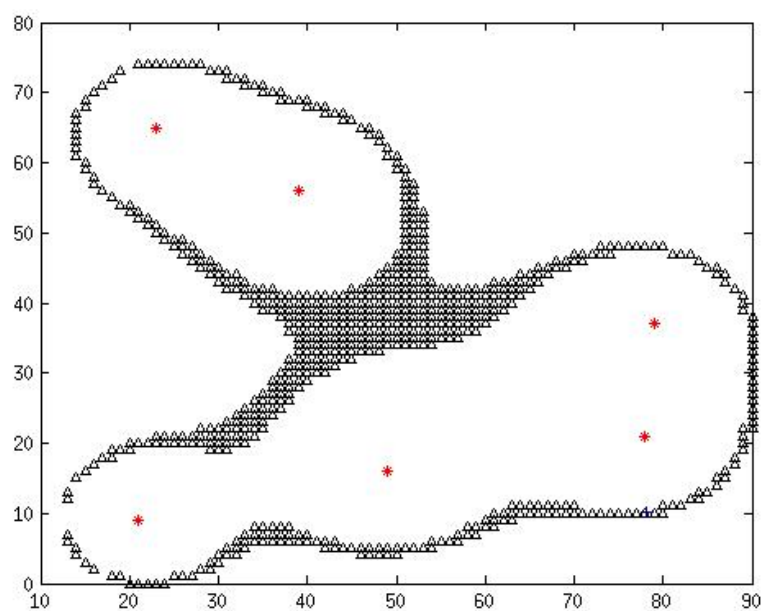


شکل ۳: خطوط هم‌پتانسیل یک دوقطبی الکتریکی



شکل ۴: خطوط هم‌پتانسیل یک دوقطبی الکتریکی با فاصله‌ی بسیار کم

حال می‌توانیم تعداد بارها را بیش‌تر کنیم. به‌طور مثال تعداد بارها را به شش بار افزایش می‌دهیم و این بدان معنی‌ست که با سه عدد دوقطبی الکتریکی مسئله را بررسی می‌کنیم.



شکل ۵: خطوط هم‌پتانسیل سه عدد دوقطبی الکتریکی