به نام خدا

آزمون #2 تئوری

تعداد سوالات :: 3

180 دقیقه

100 نمره

1::23 نمره\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_بلای زمینی

در ایسلند شمالی در دور یک شهر به صورت دایره ای یک دیوار بزرگ کشیده شده بود که به فنا رفت . زلزله ی بزرگی باعث تخریب این دیوار شد . این دیوار دقیقا مثل یک دایره بود .

دیوار از تعدادی بلوک تشکیل شده بود ، که در امتداد هم قرار میگرفتند .دقت کنید که امتداد هم نه روی هم ، کلا هم سه نوع بلوک داریم . بلوک رنگ 1 رنگ 2 و از همه مهمتررنگ سه .

حال میخواهیم دیوار را باز سازی کنیم ؛ از خرابی دیوار میتوان فهمید این جا از چه نوعی از بلوک ها بوده ، اگر نوع یک باشد بلوک یک میگذاریم ، اگر دو بود دو میگذاریم ، اما بلوک سه نداریم و مجبوریم آنها را با قانون خاصی که به ما گفته شده جایگذاری کنیم .

قانون خاص اینطور است : ابتدا همه بلوک های یک و دو را میگذاریم ، و حال از یک بلوک سه خراب به صورت دلخواه شروع میکنیم . آنرا با یک جایگزین میکنیم ؛ به بلوک بعدی میرویم .در طول مسیرمان از اولین خانه ای که شروع کردیم، تعداد یک ها و دو ها را میشماریم . اگر یک ها بیشتر بودند و در بلوک سه خراب قرار داشتیم ، آنرا به رنگ شماره یک در میاوریم و اگر شماره دو بیشتر بود به رنگ دو و اگر برابر بودند ، یک دور کامل میزنیم و دوباره به بلوکهای رنگ نشده میرسیم و با توجه به شمارشی که از یکها و دوها داشتیم رنگشان میکنیم .

میدانیم تعداد یک ها در اول کار دقیقا یک عدد از دو ها بیشتر است . ثابت کنید میتوان از بلوکی این کار را شروع کرد به طوری که پس از انجام کامل کار ، تعداد یک ها بیشتر از دو ها باشد .(10 نمره )

ثابت کنید میتوان از جایی کار را شروع کرد که در حین کار همیشه تعداد یک ها از دو ها بیشتر باشد . (13 نمره )

2::40 نمره\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_انوشیروان و انگور و محسن

انوشیروان ، بزرگترین انگور از باغ محسن را کنده است ، محسن دید و یکدفعه گفت انوشیروان بیار انگورو کارت دارم .

انگور ، یک گراف ساده ی بدون دور و همبند یا به عبارتی درخت است .همواره یک راسی نیز در آن وجود دارد به طوری که اگر از آن راس آویزان شود ،سپس آن راس و یال های متصل به آنرا قطع کنیم ، به تعداد دقیقی انگور کوچکتر تقسیم شود ، و این تا زمانی ادامه دارد که به یک تک راس برسد .

برای مثال درخت دودویی کامل یک انگور است ، و مشابهات آن هم انگور اند .

محسن برای این که از انگور سودی ببرد ، بازی ای مسخره ولی سودمند ظراحی میکند .

بازی این گونه است . در ابتدا ، محسن یک حبه انگور را میکند ، سپس انوشیروان یک زیر انگور کوچکتر به ارتفاع تعداد حبه های کنده شده توسط محسن و یا کمتر را کنده و تا آخرادامه میابد . در صورتی که در مرحله ای اگور فقط شامل یک سری حبه های متوالی بود ، برنده انوشیروان است و اگر انگور شامل چند مولفه بود ، محسن برنده است .دقت کنید که با خوردن یک حبه انگور ، تنها آن حبه و ساقه های متصل به آن قطع میشود .

برنده چه کسی است ؟ 17 نمره

محسن جهت کسب یک انگور دیگر ، ادعا میکند بزرگترین مجموعه مستقل دریک انگور،

همواره میتواند تشکیل یک انگور جدید بدهد . ادعای او را رد یا اثبات کنید ، درصورتی که تنها برای حالات خاصی ممکن هست ، آنها را پیدا کنید . 23 نمره.

3::37 نمره\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_میدان و نقی

نقی پس از خوردن شام، تصمیم گرفت کمی قدم بزند. خانه ی نقی اینا سر یکی از میدان علی آباد قرار دارد. میدان های علی آباد محل تقاطع 2 یا چند خیابان است. نقی می داند که هر میدان حداقل محل به هم رسدن (کا) خیابان متفاوت است و می داند که علی آباد بیش از 2(کا) میدان دارد. در این هنگام ارسطو به نقی می گوید: هی نقی این چه وقت بیرون رفتنه. الآن میری گم میشی. نقی: به تو چه ربطی داره. من باید برا بیرون رفتنم از تو اجازه بگیرم. برو تو دوغتو بنوش.من مسیر هارو می شناسم هر مسیر که برم کمتر از 2(کا) خیابون داره.تا ته میرم بعدش همونو بر می گردم.ارسطو گفت: نقی جان کجای کاری تو علی آباد حتمن مسیری وجود داره که حداقل طولش 2(کا)باشه. نقی گفت: تو این چیزا رو از کجا می دونی؟ از آنجا که ارسطو هیچ دلیلی برای حرفی که زده بود نداشت، به من و من افتاد. هما خانم که شاهد ماجرا بود می خواهد برای جلوگیری از دعوا سریعا فکری بکند. او از شما کمک خواسته تا مسئله را حل کنید و ادعای ارسطو را ثابت کنید.