

☆ ایشیال ☆

فقط مثبت $\sqrt{4} = 2$ رادیکال 4

تعريف نسبه = ريسه شعاع
-14

نکته: رئیس زوج احکاد متقی تعریف شده است.

$$\sqrt{a} = b \Rightarrow b^2 = a \quad n \in \mathbb{N}, n > 1$$

عبارات زیر
را دیکال
نمجه

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^1} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\textcircled{1} \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \Rightarrow \sqrt[n]{a} \leq \sqrt[n]{ab} \Rightarrow \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \Rightarrow \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\sqrt{ab}$$

بسم الله الرحمن الرحيم
الحمد لله الذي هدانا لهذا
ما كنا لنهتدي لولا أن هدانا الله

$$\sqrt{-\frac{1}{2}} \times \sqrt{10} \neq \sqrt{(-\frac{1}{2})(10)} = \sqrt{-5} = i\sqrt{5}$$

$$\textcircled{\gamma} \int_0^1 x^{-\frac{1}{2}} = \left(2x^{\frac{1}{2}} \right)_{=0}^1 = 2$$



مشقی: لایحه به شکل داده در نظر بگیرید.
قضیه فیثاغورس در مثلث قائمه الزویه به دور c داریم: $c^2 = a^2 + b^2$

چون:



$$(a+b)^2 = c^2 + 2ab$$

1) چهار تا از مثلث های بالا به شکل زیر کنار یکدیگر می-چسبیم.

لایحه چهار مثلثی ایجاد شده در داخل شکل اصلی چه شکلی است؟ چرا؟ چهار مثلثی اصلی چنانچه
به با استفاده و مساحت و با کمک شکل داده در قضیه فیثاغورس را ثابت کنید.

پاسخ: $c^2 = a^2 + b^2$ چرا؟ هر یک از c است. چهار مثلثی اصلی به هم چسبیده اند. هر یک از a و b است.
پس: $(a+b)^2 = c^2 + 2ab$



1) دو تا از مثلث های بالا به صورت داده به هم چسبند و خط چین مثلثی داده شده را رسم می-کنیم.
آنچه شکل اصلی چه شکلی است؟ چرا؟ (در صورت نیاز با سنجس جهت a یا b را به دست آوریم).
به مثلث ایجاد شده توسط خط چین چه مثلثی است؟ چرا؟ تمام ابعاد و ضلع های داخلی را مشخص کنید. در ضمن در یک هم نوشتار
چه a می-توانید به وسیله این شکل نیز اثبات کنید. فیثاغورس را به دست آوریم. $a^2 + b^2 = c^2$ است.
پس: $(a+b)^2 = c^2 + 2ab$



2) همین کار را با استفاده از مثلث داده و ابعاد زیر، قضیه فیثاغورس را ثابت کنید.



$$(b-a)(b-a) + 4 \left(\frac{ab}{2} \right) = c^2 \Rightarrow (b-a)^2 + 2ab = c^2$$





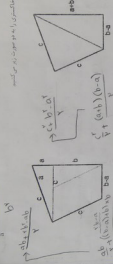
را در نظر بگیرید. این بار در روی آن یک مربع به ضلع a درست می‌کنیم.



مثلث را از ضلع c ببرید و در بالای مربع از ضلع a به آن می‌چسبانیم.

الهام! شکل حاصل را کشید و ضلع ضلع را بر روی آن جدا نمودیم.

بر روی شکل، خطهای خاکستری را به دو صورت زیر می‌کشیم.



به این ایا استفاده از هر دوی این اشکال می‌تواند اثبات دیگری برای قضیه فیثاغورس ارائه دهد؟

$$\frac{a^2 + b^2}{4} = \frac{c^2}{4} \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$$

۱۵ بار هم شکل دوم را در نظر بگیرید.

این بار می‌توانیم از کشش بار (این استفاده کنیم.

الهام! این می‌تواند بر درون شکل اصلی، مثلث خارج به عمود ای چیده کنید که دو مربع،

بر داخل شکل داشت باشیم.

به این روشمند، ابتدا فیثاغورس را از آن نتیجه بگیرید.

$$c^2 = a^2 + b^2$$



مثال ۱۱: اندازه قطر مربع به ضلع a را حساب.

$$a^2 + a^2 = c^2 \Rightarrow c = a\sqrt{2}$$

مثال ۱۲: مثلث قائمه ABC ، $(C = 90^\circ)$ ، $AB = 5$ ، $AC = 3$ ، $BC = 4$ را در نظر بگیرید. $m_{\angle A}$ را حساب.

$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5} \\ \cos A &= \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} \\ \tan A &= \frac{BC}{AC} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$$

نکته: مثلث متساوی الساقین در مثلث قائم الزامی نیست. اگر مثلث این مثلث ۴۵ درجه باشد، مثلث قائم الزامی نیست.

مثال ۱۴:



$$\frac{a^2 + b^2}{c^2} = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 2c^2$$

$$\frac{a^2 + b^2}{c^2} = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 2c^2$$

$$\frac{a^2 + b^2}{c^2} = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 2c^2$$



$$\frac{a^2 + b^2}{c^2} = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 2c^2$$

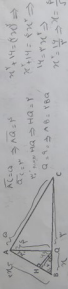


$$DE^2 + CE^2 = DC^2 = AB^2 \Rightarrow AD^2 + BE^2 = (BE^2 + CE^2) - DE^2$$

$$AD^2 + BE^2 = BE^2 + CE^2 - DE^2 \Rightarrow AD^2 = CE^2 - DE^2$$

معمولاً در مثلث قائم الزامی نیست. اگر مثلث این مثلث ۴۵ درجه باشد، مثلث قائم الزامی نیست. اگر مثلث این مثلث ۴۵ درجه باشد، مثلث قائم الزامی نیست.

مثال ۱۵: در مثلث قائم الزامی نیست. اگر مثلث این مثلث ۴۵ درجه باشد، مثلث قائم الزامی نیست.



مثال ۱۶: در مثلث ABC در رأس C قائمه است. از C، پاره‌خط CP را بر عمود می‌کشیم. ثابت کنید:

$$\frac{AC^2}{AB^2} = \frac{AP^2}{PB^2}$$

$$AC^2 = AP \times PB$$

نکته:

$$AC^2 = PC^2 + AP^2 \Rightarrow AC^2 = AP^2 + AP^2 \Rightarrow AC^2 = 2AP^2$$



$$AC^2 = PC^2 + AP^2 \Rightarrow AC^2 = AP^2 + AP^2 \Rightarrow AC^2 = 2AP^2$$

$$AC^2 = AP \times PB$$

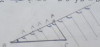
(۳)

$$PC^2 = AP \times PB$$



1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 2679, 26

۱- دو مثلث ABC و $A'B'C'$ داریم که $A = A'$ و $B = B'$ و $BC = B'C'$ آیا همیشه این دو مثلث با یکدیگر همپوش هستند؟ چرا؟ (۵)

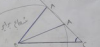


2000

②

مثالت الزوايا با هم همبستگی نیستند. دو مقدار از اینها را

۱- دو مثلث ABC و $A'B'C'$ داریم که $AB = A'B'$ ، $BC = B'C'$ و $\angle C = \angle C'$ آیا می‌توانیم این دو مثلث را یکدیگر همپوشانیم؟ چگونه؟


$$\begin{array}{c} \times \\ \times \quad \cup \quad \cup \quad \times \\ \times \end{array}$$

۶- نشان دهید در حالتی که دو ضلع و زاویه بین دو مثلثی برابر باشند، دو مثلث با هم همبسته است.



وَقَدْ خُفِيَ كَمَا يَتَوَقَّعُ

نکته: وقتی دو ملک همبستگی باشند، تمام اجزای متناظر با هم برابرند یعنی ... هر دو ملک همبستگی دارند و صدای با هم دارد



مثال ۱۱ در مربع زیر M وسط AB و N وسط AD است. ثابت کنید $BN = CM$.

ANAL

Figure 1

MAN AND

1999

A. H. C.

7/1/2008 10:40 AM

Colony (mean)

100



۴- نشان دهید در حالتی که دو زاویه و ضلع بین دو مثلثی برابر باشند، آن دو مثلث با هم

منهشت هستند.

(مثلاً اضلاع $C'A'$ و اضلاع CA یا اضلاع AB و $A'B'$ همیشه یا تنها در یک نقطه ثابت قطع می کنند)

مثال ۲: در شکل رویه دو مثلث ABC متساوی الساقین است $(AB = AC)$. در صورتی که $OM = ON$ و $\widehat{M} = \widehat{N}$ ، ثابت کنید $AM = AN$ باشد.

دلیلی

$$\begin{aligned} MB &= NC \\ \widehat{B} &= \widehat{C} \\ \widehat{M} &= \widehat{N} \end{aligned} \Rightarrow \widehat{OMB} = \widehat{ONC} \Rightarrow OM = ON$$

$$\begin{aligned} \widehat{A} &= \widehat{A} \\ \widehat{M} &= \widehat{N} \\ \widehat{B} &= \widehat{C} \end{aligned} \Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{ANC} \Rightarrow AM = AN$$

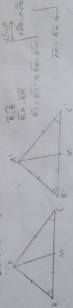
۵- (تمرین) نشان دهید در حالتی که سه ضلع از دو مثلث با هم برابر باشند، دو مثلث با هم منهشت هستند. اثبات سرد

مثال ۳: در شکل مثلث های ABC و DBC متساوی الساقین هستند. ثابت کنید AD نیاز رأس A است.

$$\begin{aligned} \widehat{B} &= \widehat{C} \\ \widehat{A} &= \widehat{A} \\ \widehat{B} &= \widehat{C} \end{aligned} \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACD} \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ADC} \Rightarrow AD \text{ نیمساز}$$

هم نهشت
(حق منطقی)

مثال ۴: ثابت کنید اگر دو مثلث منهشت باشند، آن گاه میانه های متناظرشان برابرند.



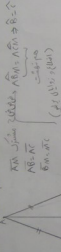
مترادف ضلع
مترادف زاویه ثابته

ضلع

منهشت
(ضلع متناظر برابر باشند)

منهشت
منهشت
منهشت

مثال ۵: ثابت کنید در مثلث متساوی الساقین ABC که $AB = AC$ داریم $\hat{B} = \hat{C}$ میانه AM



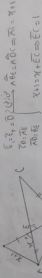
برعکس گزاره بالا نیز درست است. درستی آن را به عنوان تمرین نشان دهید.

از مثال قبل نتیجه می‌گیریم در مثلث متساوی الاضلاع، تمام زاویه‌ها ۶۰ درجه است.

مثال ۶: نقطه‌های A, B, C, D طوری در صفحه قرار گرفته‌اند که پاره‌خط‌های AC و BD یکدیگر را در نقطه‌ای E قطع کرده‌اند، پاره‌خط AE یک سانتی‌متر از پاره‌خط AB کوتاه‌تر است و

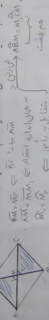
$$AE = DC, \quad AD = BE, \quad \widehat{ADC} = \widehat{DEB}$$

طول پاره‌خط EC چقدر است؟



مثال ۷: میانه‌ی AM در مثلث ABC را به اندازه‌ی خودش ادامه می‌دهیم تا نقطه‌ی M_1 به دست

آید. ثابت کنید مثلث‌های ABM و M_1CM همبشت‌اند.



مثال ۸: دو ضلع و میانه‌ی وارد از رأس مشترک این دو ضلع از یک مثلث و دو ضلع و میانه‌ی وارد از رأس مشترک این دو ضلع از مثلثی دیگر برابرند. ثابت کنید این دو مثلث همبشت‌اند.

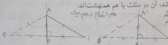


۶. ثابت کنید اگر وتر و یک زاویه‌ی حاده از مثلث قائم‌الزاویه، با وتر و یک زاویه‌ی حاده از مثلث قائم‌الزاویه‌ی دیگر دویبدو مساوی باشند، آن دو مثلث با هم همبشت‌اند.



$$\left. \begin{array}{l} AC = A'C' \\ \angle A = \angle A' \\ \angle B = \angle B' = 90^\circ \end{array} \right\} \text{قضیه ۱} \rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$$

۷. اگر وتر و یک ضلع زاویه‌ی قائمه از مثلث قائم‌الزاویه‌ای با وتر و یک ضلع زاویه‌ی قائمه از مثلث قائم‌الزاویه‌ی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث با هم همبشت‌اند.



$$\left. \begin{array}{l} AC = A'C' \\ AB = A'B' \\ \angle B = \angle B' = 90^\circ \end{array} \right\} \text{قضیه ۲} \rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$$

مثال ۱۹ ثابت کنید در مثلث مساوی ارتفاع‌های نظیر دو ساق برابرند.



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ABC} = \widehat{ACB} \\ \angle ADC = \angle BEC = 90^\circ \\ BC = CB \end{array} \right\} \text{مستطک - وتر} \rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{BEC}$$

مثال ۱۰ ثابت کنید اگر دو ارتفاع یک مثلث با هم برابر باشند، آن مثلث مساوی الساقین است.



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ABC} = \widehat{ACB} \\ AD = BE \\ \angle ADC = \angle BEC = 90^\circ \end{array} \right\} \text{قضیه ۱} \rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{BEC}$$

۸. در مثلث مساوی الساقین، میانه، نیمساز و ارتفاع وارده از رأس مثلث بر هم منطبق‌اند.



$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ \\ AD = AD \end{array} \right\} \text{قضیه ۱} \rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ADC}$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle B = \angle C \\ AD = AD \\ \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ \end{array} \right\} \text{قضیه ۱} \rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ADC}$$

نیمساز = ارتفاع

نیمساز = ارتفاع

در مثلث مساوی الساقین، ارتفاع، نیمساز و میانه بر هم منطبق است.



گروه ریاضی

پنجمه دبیرستان
بایده هشت
نوعین همنهشتی مثلث



شماره ۱۳۹۰

۱. نشان دهید در حالتی که سه ضلع از دو مثلث با هم برابر باشند، دو مثلث با هم همنهشت هستند.



$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C'}$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{A'} \\ \widehat{B} = \widehat{B'} \\ \widehat{C} = \widehat{C'} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \quad \checkmark$$

۲. ثابت کنید اگر دو مثلث همنهشت باشند، آن‌گاه نیمسازهای متناظرشان باهم برابرند.



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{B'} \\ \widehat{C} = \widehat{C'} \\ AB = A'B' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle A'B'D' \Rightarrow AD = A'D'$$

همینا

۳. اگر در مثلث ABC ، $B = C$ ، آن‌گاه، مثلث متساوی الساقین است.



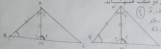
$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{C} \\ AB = AC \\ BC = CB \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ACB \Rightarrow AB = AC$$

۴. آیا ممکن است بتوان مثلاً را که طول سه ضلعش متفاوت اند به دو مثلث همنهشت تقسیم کرد؟



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} \neq \widehat{C} \\ \widehat{A} \neq \widehat{A'} \\ \widehat{B} \neq \widehat{B'} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{خیر}$$

۵. دو مثلث یک زاویه را برابر دارند. ثابت کنید اگر نیمساز این زاویه‌ها و یکی از ضلع‌های زاویه‌ای مورب‌نظر برابر باشند، آن‌گاه این دو مثلث همنهشتند.



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{A'} \\ AD = A'D' \\ \widehat{B} = \widehat{B'} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle A'B'D' \Rightarrow AB = A'B'$$

۶. روی ضلع AC از مثلث ABC نقطه‌های K و L را طوری انتخاب کرده‌ایم که BK نیمساز زاویه LBC باشد و L وسط AK می‌دانیم $BC = 2BL$. ثابت کنید $AC = AB$.



$$\vec{BK} = \vec{BK} \quad \vec{BL} = \vec{BL} \quad \vec{LC} = \vec{LC} \quad \vec{BK} = \vec{BK}$$

$$\vec{BK} = \vec{BK} \quad \vec{BL} = \vec{BL} \quad \vec{LC} = \vec{LC} \quad \vec{BK} = \vec{BK}$$

$$\vec{BK} = \vec{BK} \quad \vec{BL} = \vec{BL} \quad \vec{LC} = \vec{LC} \quad \vec{BK} = \vec{BK}$$

* ارتفاع AH ، نیمساز BL و میانه CM در مثلث ABC یکدیگر را در نقطه K قطع کرده‌اند. معلوم شده است که $AK = BK$. ثابت کنید مثلث ABC متساوی الاضلاع است.



$$\vec{BK} = \vec{BK} \quad \vec{BL} = \vec{BL} \quad \vec{LC} = \vec{LC} \quad \vec{BK} = \vec{BK}$$

$$\vec{BK} = \vec{BK} \quad \vec{BL} = \vec{BL} \quad \vec{LC} = \vec{LC} \quad \vec{BK} = \vec{BK}$$

$$\vec{BK} = \vec{BK} \quad \vec{BL} = \vec{BL} \quad \vec{LC} = \vec{LC} \quad \vec{BK} = \vec{BK}$$

* A از نقطه Y روی ضلع AB از مثلث متساوی‌الاضلاع ABC خطی کشیدیم که ضلع BC را در نقطه Z ، و ادامه‌ی ضلع CA از طرف A را در نقطه X قطع کرده‌است. می‌دانیم

$$XY = YZ, \quad AY = BZ$$

ثابت کنید خط‌های XZ و BC برهم عمودند.



$$\vec{XY} = \vec{YZ} \quad \vec{AY} = \vec{BZ}$$

$$\vec{XY} = \vec{YZ} \quad \vec{AY} = \vec{BZ}$$



دایره:



دایره ممکن هندسی نقطه‌ای از یک صفحه است که فاصله‌ای از نقطه‌ی ثابتی واقع در آن صفحه، متغیر نکشی باشد. نقطه ثابت هرگز دایره و متغیر ثابت اندازه شعاع دایره نامیده می‌شود.
دایره به مرکز O و به شعاع R را به صورت $C(O, R)$ نشان می‌دهند.

کمان:



قسمتی از محیط دایره که بین دو نقطه مشخصه شده است، دو نقطه جدا از هم A و B روی محیط دایره، دو کمان ایجاد می‌کند.

کمان بزرگتر: $\widehat{ACB}$

کمان کوچکتر: $\widehat{AB}$

وتر:



وتر خطی است که دو سر یک کمان از دایره را به هم وصل می‌کند. هر دایره بی‌شمار وتر دارد و بلندترین وتر دایره قطر نام دارد.

هر دایره صفحه را به سه بخش قرار می‌دهد: داخل دایره، روی دایره و خارج دایره.



(1) داخل دایره: مجموعه نقطه‌هایی باشد که فاصله آن‌ها از مرکز دایره کمتر از شعاع دایره است. $OM < R$

(2) روی دایره: مجموعه نقطه‌هایی باشد که فاصله آن‌ها از مرکز دایره برابر شعاع دایره است. $OM = R$

(3) خارج دایره: مجموعه نقطه‌هایی باشد که فاصله آن‌ها از مرکز دایره بیشتر از شعاع دایره است. $OM > R$



$$R^2 = 16, R = 4 \text{ و } R^2 = 25, R = 5$$

قطر

نصف دایره: فاصله دورترین و نزدیکترین نقطه از دایره $C(O, R)$ نسبت به نقطه T به ترتیب 18 و 9 سانتی‌متر است. شعاع دایره چند است؟

$$\left(\frac{18}{2} = 9 \right) \text{ سانتی‌متر}$$



$$\left. \begin{aligned} 16 - 9 = 7 \text{ قطر} \\ \sqrt{16} = 4 \text{ شعاع} \end{aligned} \right\}$$

وضعیت خط و دایره:



(1) خط بیرون دایره است: در این حالت خط و دایره هیچ نقطه‌ی مشترکی ندارند و فاصله خط از مرکز دایره از شعاع دایره بزرگتر است. $OM > R$



(2) خط بر دایره مماسی است: در این حالت خط و دایره یک نقطه‌ی مشترک دارند و فاصله خط از مرکز دایره با شعاع دایره برابر است. $OM = R$

نقطه از آنجا که مجموعه تقسیم آن به دو مجموعه‌ی هالی می‌شود که اشتراک آن‌ها خالی و اجتماع آن‌ها تمام مجموعه‌ی اولیه باشد



خط دایره را در دو نقطه قطع می‌کند. در این حالت خط و دایره دو نقطه‌ای مشترک دارند و فاصله خط از مرکز دایره از شعاع دایره کوچکتر است. $OH < R$

فصلیه 1: شعاع در نقطه تماس بر خط مماس بر دایره عمود است.

اثبات

بر همان شکل ابتدا فرض می‌کنیم OH بر k عمود نباشد بنابراین پارامتری مانند OT بر k عمود خواهد بود. واضح است که $OT > R$, $OH = R \Rightarrow OT > OH$

پس OT بر k عمود است و H روی دایره است زیرا

از طرفی می‌دانیم خط عمود کوتاهترین خطی است که می‌توان از یک نقطه به یک خط وارد کرد. پس چگونه ممکن است که OT بر k عمود باشد در حالی که پارامتری کوتاهتر از آن به نام OH وجود دارد. بنابراین فرض ما اشتباه بوده و OH بر k عمود می‌باشد.

فصلیه 2: اگر از یک نقطه دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول دو مماس برابر خواهد بود.

اثبات

$$\left. \begin{aligned} &OA \perp AT \\ &OB \perp BT \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\widehat{OAT} = \widehat{OBT} \\ &\widehat{OTA} = \widehat{OTB} \end{aligned} \Rightarrow \widehat{OAT} = \widehat{OBT} \Rightarrow \widehat{OTA} = \widehat{OTB} \Rightarrow OA = OB \Rightarrow AT = BT$$



تقریب 3: شعاع مثلث ABC بر دایره مماس هستند اگر $AM \perp BC$, $AN \perp AC$, $BP \perp AB$. $\widehat{M} = \widehat{N} = \widehat{P} = 90^\circ$

ABC چقدر است؟



فصلیه 3: دایره‌ای از دو نقطه A و B می‌گذرد اگر و تنها اگر مرکز دایره روی عمود منصف پاره‌ای AB قرار گیرد.

اثبات



$$\left. \begin{aligned} &OA = OB \\ &OM \perp AB \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{OAM} = \widehat{OBM} \Rightarrow \widehat{OMA} = \widehat{OMB} \Rightarrow OM \perp AB$$



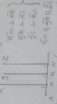
مرکز است

و نکته 2: دو نقطه A و B پیمبر دایره می‌گذرد که مکان مرکز همی این دو نقطه روی عمود منصف پاره‌ای AB است. $\widehat{OAM} = \widehat{OBM}$ و $\widehat{OMA} = \widehat{OMB}$ پس $OM \perp AB$

تقریب 4: از سه نقطه چند دایره می‌گذرد؟

پاسخ: 1- حالتی مختلف از گری به نقطه نسبت به هم در نظر گرفتیم. مورد منتهی‌الامر 4 این است که یک دایره از سه نقطه‌ای بین سه نقطه را ترسیم و از هم می‌گذرد. مورد منتهی‌الامر 4 این است که یک دایره از سه نقطه‌ای بین سه نقطه را ترسیم و از هم می‌گذرد.

حالت اول: دو نقطه را با هم می‌زنیم. هیچ دایره‌ای



حالت دوم: دو نقطه را با هم می‌زنیم. هیچ دایره‌ای



$$\begin{cases} 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & (1, 0) \cdot (0, 1) = 1 \\ (2) \quad & (1, 0) \cdot (0, 1) = 1 \end{aligned}$$

د. م. م. م.

د. م. م. م.

	$A \subset B$	د. م. م.
	$B \subset A$	د. م. م.
	$A \cap B$	د. م. م.
	$A \cap B$	د. م. م.
	$A \cap B$	د. م. م.
	$A \cap B$	د. م. م.

$$\left\{ \begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{AC} \\ \overline{AB} &= \overline{BC} \\ \overline{AC} &= \overline{BC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \text{ متساوی الساقین است}$$



$$\left\{ \begin{aligned} \angle AOB &= 2\alpha \\ \angle BOC &= 2\beta \\ \angle AOC &= 2\gamma \end{aligned} \right\} \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \angle B = \angle C$$

نکته: اگر دو وتر در یک دایره به یک نقطه تقاطع داشته باشند، حاصلضرب طولهای قطعات آنها برابر است.

$$\left\{ \begin{aligned} \overline{AB} \cdot \overline{CD} &= \overline{AC} \cdot \overline{BD} \\ \overline{AB} \cdot \overline{CE} &= \overline{AC} \cdot \overline{BE} \\ \overline{AB} \cdot \overline{DF} &= \overline{AC} \cdot \overline{BF} \end{aligned} \right\}$$



نکته: اگر دو وتر در یک دایره به یک نقطه تقاطع داشته باشند، حاصلضرب طولهای قطعات آنها برابر است.

$$\left\{ \begin{aligned} \overline{AB} \cdot \overline{CD} &= \overline{AC} \cdot \overline{BD} \\ \overline{AB} \cdot \overline{CE} &= \overline{AC} \cdot \overline{BE} \\ \overline{AB} \cdot \overline{DF} &= \overline{AC} \cdot \overline{BF} \end{aligned} \right\}$$



نکته: اگر دو وتر در یک دایره به یک نقطه تقاطع داشته باشند، حاصلضرب طولهای قطعات آنها برابر است.

$$\left\{ \begin{aligned} \overline{AB} \cdot \overline{CD} &= \overline{AC} \cdot \overline{BD} \\ \overline{AB} \cdot \overline{CE} &= \overline{AC} \cdot \overline{BE} \\ \overline{AB} \cdot \overline{DF} &= \overline{AC} \cdot \overline{BF} \end{aligned} \right\}$$



نکته: اگر دو وتر در یک دایره به یک نقطه تقاطع داشته باشند، حاصلضرب طولهای قطعات آنها برابر است.

نکته: اگر دو وتر در یک دایره به یک نقطه تقاطع داشته باشند، حاصلضرب طولهای قطعات آنها برابر است.

نکته: اگر دو وتر در یک دایره به یک نقطه تقاطع داشته باشند، حاصلضرب طولهای قطعات آنها برابر است.

$$\left\{ \begin{aligned} \overline{AB} \cdot \overline{CD} &= \overline{AC} \cdot \overline{BD} \\ \overline{AB} \cdot \overline{CE} &= \overline{AC} \cdot \overline{BE} \\ \overline{AB} \cdot \overline{DF} &= \overline{AC} \cdot \overline{BF} \end{aligned} \right\}$$



نکته: اگر دو وتر در یک دایره به یک نقطه تقاطع داشته باشند، حاصلضرب طولهای قطعات آنها برابر است.

نکته: اگر دو وتر در یک دایره به یک نقطه تقاطع داشته باشند، حاصلضرب طولهای قطعات آنها برابر است.





کتابخانه

پایه دهم

هندسه - دایره (۱)

مستقیم

مستقیم

مرکز آموزشی منطقه ۱ تهران



مستقیم

کلاس



زاویه محیطی

زاویه ای است که رأس آن روی محیط دایره و دو ضلع آن دو وترهای دایره هستند.

قضیه ۱ اندازه هر زاویه محیطی نصف کمان نظریه ای است (زاویه ای) برای اثبات قضیه سه حالت زیر را در نظر بگیرید.

حالت

اندازه مرکزی که یکی از ضلعهای زاویه قطر دایره باشد.



$$\left. \begin{aligned} \widehat{AOB} &= \widehat{AOB} \\ \widehat{AOB} &= \widehat{AOB} \end{aligned} \right\} \widehat{AOB} = 2\widehat{AOB}$$

حالتی که دو ضلع زاویه محیطی محیطی در دو طرف قطر باشند.



$$\left. \begin{aligned} \widehat{AOB} &= \widehat{AOB} \\ \widehat{AOB} &= \widehat{AOB} \end{aligned} \right\} \widehat{AOB} = 2\widehat{AOB}$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{AOB} &= \widehat{AOB} \\ \widehat{AOB} &= \widehat{AOB} \end{aligned} \right\} \widehat{AOB} = 2\widehat{AOB}$$

حالتی که دو ضلع زاویه محیطی محیطی در یک طرف قطر باشند.



$$\widehat{AOB} = \widehat{AOB} - \widehat{AOB} = \frac{\widehat{AOB}}{2} - \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{\widehat{AOB}}{2} - \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{\widehat{AOB}}{2}$$

$$\widehat{AOB} = \frac{\widehat{AOB}}{2}$$

تمرین ۱ در هر شکل مقدار زاویه های مجهول را بدست آورید.



$$\widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB}$$

$$\widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB}$$

$$\widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB}$$



$$\widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB}$$

$$\widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB}$$



$$\widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB}$$

$$\widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB} = \widehat{AOB}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \\ \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \\ \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC}$$

نقطه D نقطه میانی است از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند و از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند و از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند



$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \\ \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \\ \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC}$$

نقطه D نقطه میانی است از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند و از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند و از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند



نقطه D نقطه میانی است از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند و از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند و از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \\ \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \\ \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \\ \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \\ \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC}$$



نقطه D نقطه میانی است از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند و از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند و از آنجا که OD عمود بر AB و O مرکز دایره است پس OD نصف وتر AB را نصف می کند



$$\frac{1}{\frac{1}{20} - \frac{1}{30}} = \frac{1}{\frac{30-20}{600}} = \frac{1}{\frac{10}{600}} = \frac{600}{10} = 60 \text{ km/hr}$$

Figure 1. The effect of the initial concentration of the monomer on the polymerization of α -methylstyrene initiated by TiCl_4 in CH_2Cl_2 at -78°C . The concentration of the initiator was $1.0 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$. The concentration of the monomer was (a) 1.0×10^{-2} , (b) 2.0×10^{-2} , (c) 3.0×10^{-2} , (d) 4.0×10^{-2} , (e) 5.0×10^{-2} , (f) 6.0×10^{-2} , (g) 7.0×10^{-2} , (h) 8.0×10^{-2} , (i) 9.0×10^{-2} , and (j) $1.0 \times 10^{-1} \text{ mol/L}$.

[illegible]
$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$
$$\left\{ \frac{A}{(W^2 + B)} = \frac{A}{W^2} + \frac{A}{W^2 + B} = 0.99W \right\}$$

Figure 1. The effect of the concentration of the *Agaricus bisporus* spores on the growth of *Agaricus bisporus* on the substrate.

1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 2679, 26

$$p_1 \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

2015

$$2 \times 10^3 \times 10^3 = 2 \times 10^6$$

1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 26

[illegible][illegible]
$$\text{①} \rightarrow \text{②} : \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \frac{\omega_2}{R} r$$

1000

$$\textcircled{1} \quad 0.34 \quad \text{V}_{\text{Fe}} = \text{V}_{\text{Ag}} =$$

(ii) $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$

1. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

□ Wahl 2010

2. *How many times did you use the program in the last 12 months?*

1997-1998 1998-1999 1999-2000 2000-2001 2001-2002 2002-2003 2003-2004 2004-2005 2005-2006 2006-2007 2007-2008 2008-2009 2009-2010 2010-2011 2011-2012 2012-2013 2013-2014 2014-2015 2015-2016 2016-2017 2017-2018 2018-2019 2019-2020 2020-2021 2021-2022 2022-2023 2023-2024 2024-2025 2025-2026 2026-2027 2027-2028 2028-2029 2029-2030 2030-2031 2031-2032 2032-2033 2033-2034 2034-2035 2035-2036 2036-2037 2037-2038 2038-2039 2039-2040 2040-2041 2041-2042 2042-2043 2043-2044 2044-2045 2045-2046 2046-2047 2047-2048 2048-2049 2049-2050 2050-2051 2051-2052 2052-2053 2053-2054 2054-2055 2055-2056 2056-2057 2057-2058 2058-2059 2059-2060 2060-2061 2061-2062 2062-2063 2063-2064 2064-2065 2065-2066 2066-2067 2067-2068 2068-2069 2069-2070 2070-2071 2071-2072 2072-2073 2073-2074 2074-2075 2075-2076 2076-2077 2077-2078 2078-2079 2079-2080 2080-2081 2081-2082 2082-2083 2083-2084 2084-2085 2085-2086 2086-2087 2087-2088 2088-2089 2089-2090 2090-2091 2091-2092 2092-2093 2093-2094 2094-2095 2095-2096 2096-2097 2097-2098 2098-2099 2099-2100 2100-2101 2101-2102 2102-2103 2103-2104 2104-2105 2105-2106 2106-2107 2107-2108 2108-2109 2109-2110 2110-2111 2111-2112 2112-2113 2113-2114 2114-2115 2115-2116 2116-2117 2117-2118 2118-2119 2119-2120 2120-2121 2121-2122 2122-2123 2123-2124 2124-2125 2125-2126 2126-2127 2127-2128 2128-2129 2129-2130 2130-2131 2131-2132 2132-2133 2133-2134 2134-2135 2135-2136 2136-2137 2137-2138 2138-2139 2139-2140 2140-2141 2141-2142 2142-2143 2143-2144 2144-2145 2145-2146 2146-2147 2147-2148 2148-2149 2149-2150 2150-2151 2151-2152 2152-2153 2153-2154 2154-2155 2155-2156 2156-2157 2157-2158 2158-2159 2159-2160 2160-2161 2161-2162 2162-2163 2163-2164 2164-2165 2165-2166 2166-2167 2167-2168 2168-2169 2169-2170 2170-2171 2171-2172 2172-2173 2173-2174 2174-2175 2175-2176 2176-2177 2177-2178 2178-2179 2179-2180 2180-2181 2181-2182 2182-2183 2183-2184 2184-2185 2185-2186 2186-2187 2187-2188 2188-2189 2189-2190 2190-2191 2191-2192 2192-2193 2193-2194 2194-2195 2195-2196 2196-2197 2197-2198 2198-2199 2199-2200 2200-2201 2201-2202 2202-2203 2203-2204 2204-2205 2205-2206 2206-2207 2207-2208 2208-2209 2209-2210 2210-2211 2211-2212 2212-2213 2213-2214 2214-2215 2215-2216 2216-2217 2217-2218 2218-2219 2219-2220 2220-2221 2221-2222 2222-2223 2223-2224 2224-2225 2225-2226 2226-2227 2227-2228 2228-2229 2229-2230 2230-2231 2231-2232 2232-2233 2233-2234 2234-2235 2235-2236 2236-2237 2237-2238 2238-2239 2239-2240 2240-2241 2241-2242 2242-2243 2243-2244 2244-2245 2245-2246 2246-2247 2247-2248 2248-2249 2249-2250 2250-2251 2251-2252 2252-2253 2253-2254 2254-2255 2255-2256 2256-2257 2257-2258 2258-2259 2259-2260 2260-2261 2261-2262 2262-2263 2263-2264 2264-2265 2265-2266 2266-2267 2267-2268 2268-2269 2269-2270 2270-2271 2271-2272 2272-2273 2273-2274 2274-2275 2275-2276 2276-2277 2277-2278 2278-2279 2279-2280 2280-2281 2281-2282 2282-2283 2283-2284 2284-2285 2285-2286 2286-2287 2287-2288 2288-2289 2289-2290 2290-2291 2291-2292 2292-2293 2293-2294 2294-2295 2295-2296 2296-2297 2297-2298 2298-2299 2299-2300 2300-2301 2301-2302 2302-2303 2303-2304 2304-2305 2305-2306 2306-2307 2307-2308 2308-2309 2309-2310 2310-2311 2311-2312 2312-2313 2313-2314 2314-2315 2315-2316 2316-2317 2317-2318 2318-2319 2319-2320 2320-2321 2321-2322 2322-2323 2323-2324 2324-2325 2325-2326 2326-2327 2327-2328 2328-2329 2329-2330 2330-2331 2331-2332 2332-2333 2333-2334 2334-2335 2335-2336 2336-2337 2337-2338 2338-2339 2339-2340 2340-2341 2341-2342 2342-2343 2343-2344 2344-2345 2345-2346 2346-2347 2347-2348 2348-2349 2349-2350 2350-2351 2351-2352 2352-2353 2353-2354 2354-2355 2355-2356 2356-2357 2357-2358 2358-2359 2359-2360 2360-2361 2361-2362 2362-2363 2363-2364 2364-2365 2365-2366 2366-2367 2367-2368 2368-2369 2369-2370 2370-2371 2371-2372 2372-2373 2373-2374 2374-2375 2375-2376 2376-2377 2377-2378 2378-2379 2379-2380 2380-2381 2381-2382 2382-2383 2383-2384 2384-2385 2385-2386 2386-2387 2387-2388 2388-2389 2389-2390 2390-2391 2391-2392 2392-2393 2393-2394 2394-2395 2395-2396 2396-2397 2397-2398 2398-2399 2399-2400 2400-2401 2401-2402 2402-2403 2403-2404 2404-2405 2405-2406 2406

[illegible]

2004

... ..

... ..

1000

100

200

1000

PD TV



www.1-800-451-logix

2000

مثال ۲: در مثل ABC شعاع دایره r مساحت مثل است. ثابت کنید $r = \frac{S}{p}$

$$① \quad p = \frac{AB+BC+CA}{2} \quad S_{ABC} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COA}$$

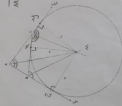
$$S = \frac{AB \cdot r}{2} + \frac{BC \cdot r}{2} + \frac{CA \cdot r}{2} = \frac{r}{2} (AB+BC+CA) = \frac{r}{2} \cdot 2p = pr$$

$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p}$$

قضیه ۳: مثل ABC را در نظر بگیرید و اضلاع AB و AC را از سمت B و C امتداد دهید نشان دهید بیسراهای خارجی رأس A و تیسراهای داخلی رأس A متعامدند و این نقطه تقاطع می‌کند.

پس نشان دهید این نقطه مرکز دایره‌ای است که بر امتداد AB و AC و ضلع BC مماس است.

$$\vec{MA} = \vec{MB} = \vec{MC}$$



$$\vec{MA} = \vec{MB} \Rightarrow A \text{ نیمساز } \Rightarrow M \text{ متعلق به لایزال}$$

$$\vec{MA} = \vec{MC} \Rightarrow C \text{ نیمساز}$$

$$\vec{MA} = \vec{MB} = \vec{MC} \Rightarrow M \text{ مرکز دایره}$$

$$\vec{MA} = \vec{MB} = \vec{MC} \Rightarrow M \text{ مرکز دایره}$$

مثال ۳: در مثل ABC ثابت کنید $r_a = \frac{S}{p-a}$ که r_a شعاع دایره‌ی محاطی خارجی است.

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot r_a}{2} + \frac{AC \cdot r_a}{2} - \frac{BC \cdot r_a}{2}$$

$$S = \frac{r_a}{2} (AB+AC-BC)$$

$$r_a = \frac{2S}{AB+AC-BC}$$

$$r_a = \frac{S}{p-a}$$

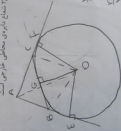
$$r_a = \frac{S}{p-a}$$

$$r_a = \frac{S}{p-a}$$

$$r_a = \frac{S}{p-a}$$

$$r_a = \frac{S}{p-a}$$

$$r_a = \frac{S}{p-a}$$



$$\frac{r_a}{2} (AB+AC-BC) = S$$

$$r_a = \frac{2S}{AB+AC-BC}$$

$$r_a = \frac{S}{p-a}$$

قضیه ی فرد هر چهار ضلعی محاطی، اگر قطرها را رسم کنیم، هر دو زاویه رو به یک ضلع با هم برابرند. برعکس عبارت بالاتر درست است.



$$\left. \begin{aligned} \widehat{BAC} &= \widehat{BDC} \\ \widehat{ADC} &= \widehat{ABC} \end{aligned} \right\} \text{مضامین}$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{ADB} &= \widehat{ACB} \\ \widehat{ABD} &= \widehat{ACD} \end{aligned} \right\} \text{مضامین}$$

قضیه	مثالی
$\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$	$\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$

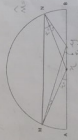


$$\left. \begin{aligned} \widehat{BAC} &= \widehat{BDC} \\ \widehat{ADC} &= \widehat{ABC} \end{aligned} \right\} \text{مضامین}$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{ADB} &= \widehat{ACB} \\ \widehat{ABD} &= \widehat{ACD} \end{aligned} \right\} \text{مضامین}$$

قضیه	مثالی
$\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$	$\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$

مثال: در نیمه دایره ی رو به O مرکز نیمه دایره بوده و $\angle M = \angle N = 10^\circ$ و کمان AM برابر 40 باشد. کمان BN چقدر است؟



$$\widehat{AM} = \widehat{AN} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{MN} = 100^\circ$$

$$\widehat{MN} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{MO} = 50^\circ$$

$$\widehat{NO} = 50^\circ$$

قضیه ۵:

قضیه ۵:	مثالی
$\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$	$\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$



$$\left. \begin{aligned} \widehat{BAC} &= \widehat{BDC} \\ \widehat{ADC} &= \widehat{ABC} \end{aligned} \right\} \text{مضامین}$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$$

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$$

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$$



$$\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$$

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$$

بر نیمه دایره



$$\angle PHA = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \Rightarrow \angle PHA = 90^\circ$$

$$\angle PHA = 90^\circ \Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \Rightarrow \angle PHA = 90^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \angle PHA = 90^\circ &\Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \\ \angle PHA = 90^\circ &\Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle PHA = 90^\circ$$

نقطه P بر خط AB

نقطه P بر خط AB، نقطه P بر خط AB، نقطه P بر خط AB



$$\left. \begin{aligned} \angle PHA = 90^\circ &\Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \\ \angle PHA = 90^\circ &\Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle PHA = 90^\circ$$

نقطه P بر خط AB

نقطه P بر خط AB، نقطه P بر خط AB، نقطه P بر خط AB

$$\angle PHA = 90^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \angle PHA = 90^\circ &\Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \\ \angle PHA = 90^\circ &\Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle PHA = 90^\circ$$



$$\left. \begin{aligned} \angle PHA = 90^\circ &\Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \\ \angle PHA = 90^\circ &\Rightarrow \angle PHA = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle PHA = 90^\circ$$

نقطه P بر خط AB

نقطه P بر خط AB، نقطه P بر خط AB، نقطه P بر خط AB



www.1399.ir

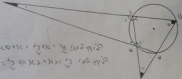
سایت تخصصی ریاضیات



© 1997 by BAC Group, Inc. All rights reserved.





$$M^2 = \frac{1}{2} \left(M_1^2 + M_2^2 \right) \quad \text{or} \quad M^2 = \frac{1}{2} \left(M_1^2 + M_2^2 \right)$$
$$K_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{4}$$

$$\langle \psi | \psi \rangle = \langle \chi_1 + \chi_2 | \chi_1 + \chi_2 \rangle = \langle \chi_1 | \chi_1 \rangle + \langle \chi_2 | \chi_2 \rangle + 2 \langle \chi_1 | \chi_2 \rangle = 0.99 \quad \text{and}$$

$$\boxed{A \in \mathcal{K}} \iff \exists \mu \in \mathcal{K}_b$$

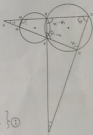
$$\left[1 \leq \frac{x_1}{x_2} \leq 2 \right] \Leftrightarrow \frac{d}{5} \leq 1$$



$$\begin{cases} ab = r^2 \\ bc = r^2 \\ ac = r^2 \end{cases} \Rightarrow abc = r^3$$

فرض کنیم که a, b, c به ترتیب به ضلع های BC, CA, AB از دایره Γ مماس باشند.

پس P, Q, R به ترتیب به ضلع های BC, CA, AB از دایره Γ مماس باشند.



$$\text{Area}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \times BC \times h = \frac{1}{2} \times (a+b+c) \times r = \frac{1}{2} \times (x+y+z) \times r$$

$$\begin{cases} x+y+z = 2r \\ x+y = 2r-z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z = 2r \\ x+y = 2r-z \end{cases} \Rightarrow x+y = 2r-z$$

فرض کنیم که a, b, c به ترتیب به ضلع های BC, CA, AB از دایره Γ مماس باشند. $\angle AED = \angle AFB = \angle BFC = \angle CDA = 90^\circ$ و $AE = BF = FC = AD = r$. $\angle AED = \angle AFB = \angle BFC = \angle CDA = 90^\circ$ و $AE = BF = FC = AD = r$.

$$\overline{AB} = \overline{AC} \quad \left| \begin{array}{l} \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{AB} \\ \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 90^\circ \end{array} \right.$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{ACF} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{ACF}$$

و نیز $\angle C = \angle F$

پس دو مثلث ABC و ACF

برابرند.

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{AC} = \widehat{CF} \\ \widehat{AB} = \widehat{AF} \\ \widehat{BC} = \widehat{BF} \end{array} \right.$$



بنابراین $EF \parallel AB$

پس AB و EF موازی هستند و BC و BF یک خط هستند پس $\angle ABC = \angle EBF$ و $\angle ACB = \angle AFB$ و $\angle BAC = \angle BFC$ و $\angle C = \angle F$ و $\angle B = \angle B$ پس دو مثلث ABC و EBC برابرند.



بنابراین $EF \parallel AB$ و BC و BF یک خط هستند

پس AB و EF موازی هستند و BC و BF یک خط هستند پس $\angle ABC = \angle EBF$ و $\angle ACB = \angle AFB$ و $\angle BAC = \angle BFC$ و $\angle C = \angle F$ و $\angle B = \angle B$ پس دو مثلث ABC و EBC برابرند.

$$\widehat{AC} = \widehat{CF} \quad \left| \begin{array}{l} \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{AB} \\ \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 90^\circ \end{array} \right.$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{ACF} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{ACF}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{AC} = \widehat{CF} \\ \widehat{AB} = \widehat{AF} \\ \widehat{BC} = \widehat{BF} \end{array} \right.$$



$$\angle C + \angle F = 180^\circ \Rightarrow \angle C = 90^\circ \Rightarrow \angle F = 90^\circ$$

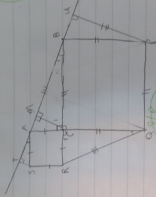
پس AB و EF موازی هستند و BC و BF یک خط هستند پس $\angle ABC = \angle EBF$ و $\angle ACB = \angle AFB$ و $\angle BAC = \angle BFC$ و $\angle C = \angle F$ و $\angle B = \angle B$ پس دو مثلث ABC و EBC برابرند.

سوال: در شکل

$$ST + PU = AB$$

کدام

صواب



$$\widehat{TA} = \widehat{AU} \Rightarrow \text{طبق قضیه تری: وتر ضلع مساوی دو} \Rightarrow \widehat{AM} = \widehat{TS}$$

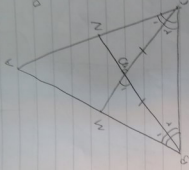
شکل قائم الزامی

$$\widehat{BP} = \widehat{U} \quad \widehat{AM} = \widehat{U} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{طبق قضیه تری: وتر ضلع مساوی دو} \\ \text{شکل قائم الزامی} \end{array} \right\} \widehat{MBP} = \widehat{BUP} \Rightarrow \widehat{MP} = \widehat{MD}$$

لایحه جاد

$$\widehat{MBP} + \widehat{AM} = \widehat{AB} \Rightarrow \widehat{TS} + \widehat{UP} = \widehat{AB}$$

پس نتیجه میگیریم که
در این حالت با توجه به داده ها داریم



$$OM = ON$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \angle C_1 = \angle B_1 = \angle A_1 \\ \angle C_1 = \angle A_1 \\ \alpha_1 = \angle B_1 \end{array} \right\} \angle C_1 = \angle B_1 = \angle A_1 \Rightarrow \alpha O = O$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مقابل} \\ \alpha_1 = \angle C_1 \\ \alpha O = O \\ \alpha_1 = \angle B_1 \end{array} \right\} \text{إذن: } \angle OM = \angle NO \Rightarrow \overline{NO} = \overline{MO}$$



$$32 = 21$$

$$\Leftarrow v_3 = 23$$



$$\boxed{52 = 21 \Leftarrow v_1 = 20 \Leftarrow v_1 = 21 + 23}$$

$$\Leftarrow 21 - v_1 = 23 \Leftarrow \frac{3}{21 - 23} = 21 \quad v_1 = 21$$

$$\frac{3}{21 - 23} = \frac{1}{\frac{1}{21} - \frac{1}{23}} = 21 = 23$$

$$\frac{1}{21} - \frac{1}{23} = \frac{1}{21} - \frac{1}{23} + v_1 = \left(\frac{1}{21} + v_1\right) - \frac{1}{23} = 21 + 23$$

$$\frac{1}{21} + v_1 = \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + v_1 = \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{23}\right) - \frac{1}{23} = 21$$

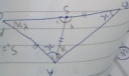
$$\frac{1}{21} - \frac{1}{23} = 21 \Leftarrow 21 - v_1 = 23$$

1000000

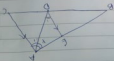
$$v_1 = 21 \Leftarrow v_1 = 21 + 23$$

$$v_1 = 21 \Leftarrow v_1 = 21 + 23$$

$$v_1 = 21$$



1000000



$\Delta AFB \sim \Delta CED$
 $\Delta AFB \sim \Delta CED$
 $\Delta AFB \sim \Delta CED$

$ED \parallel AC \Rightarrow \begin{cases} \angle BDE = \angle BAC \\ \angle BED = \angle BCA \end{cases} \Rightarrow \Delta BDE \sim \Delta BAC$

3



$\Delta AEG \sim \Delta CFG$
 $AE = CF$

$\Delta AEG \sim \Delta CFG$

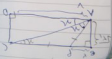
$\Delta AEG \sim \Delta CFG \Rightarrow \begin{cases} \frac{AE}{CF} = \frac{AG}{CG} \\ \frac{EG}{FG} = \frac{AG}{CG} \end{cases} \Rightarrow \frac{AE}{CF} = \frac{EG}{FG}$

$\Delta AEG \sim \Delta CFG \Rightarrow \begin{cases} \angle EAG = \angle FCG \\ \angle AEG = \angle CFG \end{cases} \Rightarrow \Delta AEG \sim \Delta CFG$

$\Delta AEG \sim \Delta CFG \Rightarrow \frac{AE}{CF} = \frac{AG}{CG} \Rightarrow \frac{AE}{CF} = \frac{AG}{CG}$

$\Delta AEG \sim \Delta CFG \Rightarrow \frac{AE}{CF} = \frac{AG}{CG}$

⑤

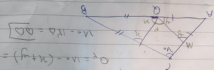


$$\begin{aligned}
 &AO \parallel BC \quad \left\{ \begin{array}{l} \angle OAC = \angle BCA \\ \angle OCA = \angle CAB \end{array} \right. \\
 &\Rightarrow \triangle AOC \cong \triangle BCA \Rightarrow AO = \frac{1}{2} AC \\
 &\text{Similarly, } BO = \frac{1}{2} BD
 \end{aligned}$$

$$\therefore AO = BO \Rightarrow \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} BD \Rightarrow AC = BD$$

$$\boxed{AB = \sqrt{11}}$$

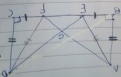
⑥



$$\begin{aligned}
 &AB = AC \Rightarrow \angle B = \angle C \\
 &\angle ADB = \angle ADC \quad (\text{vert. angles}) \\
 &\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC \quad (\text{ASA}) \\
 &\Rightarrow AD = AD \quad (\text{common})
 \end{aligned}$$

$$\boxed{AD = \sqrt{11}}$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} (2\sqrt{11}) = \sqrt{11}$$



∴ $AF = DF$ (C.P.T.)

$$\left. \begin{array}{l} EF = FC \\ \angle EFC = \angle GFC \\ \angle EFC = \angle GFC \end{array} \right\} \text{Given} \Rightarrow \triangle EFC \cong \triangle GFC \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle EFC = \angle GFC \\ \angle EFC = \angle GFC \\ \angle EFC = \angle GFC \end{array} \right\} \text{Given} \Rightarrow \triangle EFC \cong \triangle GFC \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle EFC = \angle GFC \\ \angle EFC = \angle GFC \\ \angle EFC = \angle GFC \end{array} \right\} \text{Given} \Rightarrow \triangle EFC \cong \triangle GFC \Rightarrow$$

∴ $GF = GE$ (C.P.T.)

$$\left. \begin{array}{l} AB = DC \\ \angle B = \angle C \\ \angle B = \angle C \end{array} \right\} \text{Given} \Rightarrow \triangle ABF \cong \triangle DCF \Rightarrow AF = DF$$

$$\left. \begin{array}{l} AF = DF \\ \angle AFE = \angle DFE \\ \angle AFE = \angle DFE \end{array} \right\} \text{Given} \Rightarrow \triangle AFE \cong \triangle DFE \Rightarrow GF = GE$$

$$AGF \cong EDC \Rightarrow \angle GAF = \angle CED \Rightarrow GF = GE$$

$$V \times V = 165$$

$$\frac{V}{V \times V} = \frac{1}{V} \Rightarrow V \times V = V$$



$$BM = y$$

$$BO = y$$

if $\frac{BM}{BO} = \frac{y}{y} = 1$

(9)

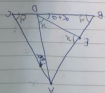
$$\Rightarrow y + y \times x + 1 = y \times x + 1 \Rightarrow x = 1$$

$$x + x + y = y \times x + y \Rightarrow y + x + y = y \times x + y \Rightarrow x = 1$$

$$x = y + x + y$$

$$AB = AC$$

$$AE = AD$$



(8)

$$f(x) = -0.5x$$

$$= (1 + 10^{-8}) + (1 + 10^{-8}) + \dots$$

$$(x^2 - 1) \times 10 = 9$$



$$\boxed{1 - \sqrt{x} = \sqrt{x} + 1 = \sqrt{x} + \sqrt{1} = \sqrt{1+x}}$$

$$= \sqrt{\lambda} + \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda}} \cdot 0 = \left(\sqrt{\lambda} + \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda}} \right) \cdot 0 = 0$$

$$\frac{A}{A \sqrt{A^{-2}A}} = \frac{A}{A \sqrt{A^{-2} + 1}} = \frac{A}{A \sqrt{A^{-2} + \frac{1+A^2}{A^2}}} = \frac{A}{A(1+A^2)}$$

$$) W = WN \in \mathcal{O}_3 = N \in \mathcal{O}_3 = \emptyset$$

$$v = \frac{1}{2} \omega$$

$$A_1 = A_2$$

1992

$\nabla \cdot \vec{v} = 0$

$$\frac{1}{2}x = 25$$



25

10, 11, 12

73

10, 11, 12



72

10, 11, 12

$$x + y = x + y = x + y = x + y$$

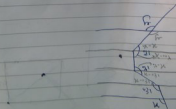
$$y = x + y = x + y$$

$$x + y = x + y = x + y = x + y$$

$$x + y = x + y = x + y = x + y$$

$$x + y = x + y = x + y = x + y$$

$$x + y = x + y = x + y = x + y$$





$AB = 12$

$$A' = 9$$

$$CC' = A$$

10

O'qituvchi nomini yozing

$$\hookrightarrow 1: \mathcal{K} \subseteq \mathcal{K} = \emptyset \Leftarrow, \mathcal{K} = \mathcal{H} \vee \mathcal{H} \subseteq \mathcal{K} = \mathcal{H} \vee$$

$$\overline{A}(-b)$$

$$y^x \cdot z^x = (y \cdot z)^x \Rightarrow y^x \cdot z^x = y^x \cdot z^x \Rightarrow y^x \cdot z^x = y^x \cdot z^x$$

$\rho = 1$

gebildet. Gekennzeichnet $AB \subset A_1 = B_1$.

31 = 10

$$\overline{B_1 B_2} \cap \overline{O_1 O_2} = P$$

3, 13, 23



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = 40^\circ \\ \hat{E} - \hat{D} = 14^\circ \end{array} \right\} B_1 = 4^\circ$$



$$\hat{A} - \hat{D} = 14^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 - \hat{E} - \hat{D} = 14^\circ$$

$$\hat{B}_1 + \hat{D} - \hat{E} - \hat{D} = 14^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 - \hat{E} = 14^\circ$$

$$A = 40^\circ \Rightarrow E + D = 140^\circ$$

$$E - D = 14^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} E = 100^\circ \\ A = 40^\circ \end{array} \right\} D = 40^\circ$$

$$E = 100^\circ \Rightarrow E + D = 140^\circ$$

$$AD \parallel BC$$

$$\hat{D} = 110^\circ$$

$$\hat{OAE} = 4^\circ$$



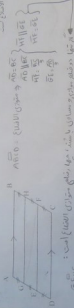
$$\hat{OAC} = 110^\circ$$

$$BC \parallel AD \Rightarrow \hat{BCA} = \hat{DAC} \Rightarrow \hat{BCA} = 110^\circ \Rightarrow \hat{CA} = 110^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{CA} = 110^\circ \\ \hat{BCA} = 110^\circ \end{array} \right\} \hat{OCA} = 40^\circ \Rightarrow \hat{DA} = 110^\circ \Rightarrow \hat{OAE} = 4^\circ$$



۱- در شکل زیر مستویات متوازی ABCD و EFGH را به سه قسمت مستوی تقسیم کرد. اثبات کنید مستویات متوازی است.



مستویات متوازی است:

۵- در مستویات متوازی ABCD و EFGH، نقطه O را رسم می کنید و محل برخورد این دو را O می نامید. چهار خط BO و E و وسط DO و F را به هم وصل می کنید. اثبات کنید که مستویات متوازی است.



۱۱- در مستویات متوازی ABCD و EFGH، نقطه O را رسم می کنید و محل برخورد این دو را O می نامید. چهار خط BO و E و وسط DO و F را به هم وصل می کنید. اثبات کنید که مستویات متوازی است.



۱۲- در مربع ABCD، روی اضلاع AD و DC، طولهای مساوی AM و DN را جدا می کنید. خطی از B به M و خطی از A به N رسم می کنید. اثبات کنید که BM و AN عمود است.



اثبات: $\overline{AB} = \overline{AD}$ (مربع)
 $\overline{AM} = \overline{DN}$ (فرض)
 $\angle B = \angle A = 90^\circ$ (مربع)
 $\angle B = \angle A$ (مربع)
 $\angle B = \angle A$ (مربع)



در چهارضلعی مقابلان

- دو ضلع چهارضلعی که در یک رأس مشترک باشند، دو ضلع مجاور نامیده می شود. مانند AB و AD
- دو ضلع چهارضلعی که یک نقطه مشترک نداشته باشند، دو ضلع مقابل نامیده می شود. مانند AB و CD
- دو زاویه گسسته در یک ضلع چهارضلعی باشند، دو زاویه مجاور نامیده می شود. مانند $\hat{A}$ و $\hat{B}$
- دو زاویه گسسته در ضلع مشترک باشند، دو زاویه مقابل نامیده می شود. مانند $\hat{A}$ و $\hat{C}$

متوازی الاضلاع

چهارضلعی ای است که در آن ضلعای روبرو، دو به دو با هم موازی هستند.

تفسیری ۱: در هر متوازی الاضلاع

ضلعای متضلعای روبرو دو به دو مساوی هستند.

برابر به هائی روبرو دو به دو برابر هستند.

همان زاویه ی مجاور به هر ضلع متقابل هستند.

تفاوت قطرها یکدیگر را نصف می کنند.

تشریح ۱: موارد بالا را اثبات کنید.

(الف)

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \parallel \overline{CD} \text{ و } \overline{AD} \parallel \overline{BC} \\ \overline{AB} \parallel \overline{CD} \\ \overline{AD} \parallel \overline{BC} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{موازی} \\ \text{موازی} \\ \text{موازی} \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{D} \\ \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{C} + \hat{D} = 180^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{مقابلان} \\ \text{مقابلان} \\ \text{مقابلان} \\ \text{مقابلان} \end{array}$$



(ب)

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \parallel \overline{CD} \\ \overline{AD} \parallel \overline{BC} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{موازی} \\ \text{موازی} \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{D} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{مقابلان} \\ \text{مقابلان} \end{array}$$



(ج)

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \parallel \overline{CD} \\ \overline{AD} \parallel \overline{BC} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{موازی} \\ \text{موازی} \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{D} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{مقابلان} \\ \text{مقابلان} \end{array}$$



(د)

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \parallel \overline{CD} \\ \overline{AD} \parallel \overline{BC} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{موازی} \\ \text{موازی} \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{D} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{مقابلان} \\ \text{مقابلان} \end{array}$$





لوزی

چهار ضلعی که قطرها آن با هم متساوی باشند که در آن به دو ضلع متساوی، قائمه و دو ضلع غیر متساوی ضلعی لوزی گفته می شود.

- مجموع زاویه های مجاور به هر ضلع برابر



لوزی قائم الزامی به لوزی است که یک ضلع آن بر دو قائمه، عمود باشد.

لوزی قائم متساوی الساقین لوزی است که ضلع آن با هم برابر است.

محور زام به ضلعی متساوی الساقی

- زاویه های مجاور به هر ضلع با هم مساویند. قطرها با هم برابرند.

قضیه ۱: لوزی قائم به هر ضلع مجاور به قائمه با هم برابرند اگر و تنها اگر لوزی قائم متساوی الساقین باشد.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AC} \perp \overline{BD} \\ \overline{AE} = \overline{CE} \\ \overline{BE} = \overline{DE} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{لوزی قائم}$$

چهار ضلعی است که قطرها یکی از قطرها عمود منصف قطر دیگر باشد.

قضیه ۲: لوزی قائم در هر حالت، قطری که عمود منصف قطر دیگر است، متساوی ضلعی را می سازد.

$$\overline{AC} \perp \overline{BD} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}$$

$$\overline{AC} \perp \overline{BD} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}$$



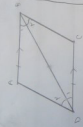
اگر لوزی باشد، قطر و قطر

قطر و قطر

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AC} \perp \overline{BD} \\ \overline{AE} = \overline{CE} \\ \overline{BE} = \overline{DE} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{لوزی قائم}$$

تکلیف ترازوی و تقابله

۱



$$\left. \begin{array}{l} \vec{AB} \parallel \vec{CD} \\ \vec{AD} \parallel \vec{BC} \end{array} \right\} \vec{E}_1, \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1, \vec{E}_2$$

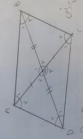
$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{AB} = \vec{CD} \text{ و } \vec{AD} = \vec{BC}$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{AB} \parallel \vec{CD} \text{ و } \vec{AD} \parallel \vec{BC}$$

متوازی الاضلاع

۲

۳



$$\left. \begin{array}{l} \vec{AB} = \vec{CD} \\ \vec{AD} = \vec{BC} \end{array} \right\} \vec{E}_1, \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{AB} \parallel \vec{CD} \text{ و } \vec{AD} \parallel \vec{BC}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{AB} = \vec{CD} \\ \vec{AD} = \vec{BC} \end{array} \right\} \vec{E}_1, \vec{E}_2$$

روش اول

روش دوم

$$\vec{AB} \parallel \vec{CD} \Rightarrow \vec{E}_1 = \vec{E}_2$$

$$\vec{AD} \parallel \vec{BC} \Rightarrow \vec{E}_1 = \vec{E}_2$$

تقسیم ۲: (تکلیف تقسیمی) اگر دو ضلع از هر ضلع برابر باشند و زوایای بسیار و ضلع برابر



$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2$$

$$\vec{AB} = \vec{CD} \text{ و } \vec{AD} = \vec{BC}$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2$$

Q.10. Find the area of the triangle ABC.

(1) The vertices are A(1, 2), B(4, 6), C(3, 1).

Q.11. Find the area of the triangle ABC.

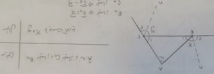
Area	Base	Height
Area = 1/2 * base * height	Base = 4	Height = 3

$$\text{Area of } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$



Area	Base	Height
Area = 1/2 * base * height	Base = 4	Height = 3

$$\text{Area of } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$



Area	Base	Height
Area = 1/2 * base * height	Base = 4	Height = 3

$$\text{Area of } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

$$\text{Area of } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

$$\text{Area of } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

$$\text{Area of } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

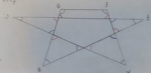
$$\text{Area of } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$



Example 1: Find the sum of the interior angles of a hexagon.
 Solution: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$
 Therefore, the sum of the interior angles of a hexagon is 360° .

Example 2: Find the sum of the interior angles of a hexagon.
 Solution: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$
 Therefore, the sum of the interior angles of a hexagon is 360° .



Example 3: Find the sum of the interior angles of a hexagon.
 Solution: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$
 Therefore, the sum of the interior angles of a hexagon is 360° .

Example 4: Find the sum of the interior angles of a hexagon.
 Solution: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$
 Therefore, the sum of the interior angles of a hexagon is 360° .



Example 5: Find the sum of the interior angles of a hexagon.
 Solution: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$
 Therefore, the sum of the interior angles of a hexagon is 360° .

Example 6: Find the sum of the interior angles of a hexagon.
 Solution: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$
 Therefore, the sum of the interior angles of a hexagon is 360° .



Example 7: Find the sum of the interior angles of a hexagon.
 Solution: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$
 Therefore, the sum of the interior angles of a hexagon is 360° .

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad \text{①} \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

خط	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
خط	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

خط: خط

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

خط	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
خط	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

خط: خط

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

خط	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
خط	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

خط: خط

خط: خط



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

خط	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
خط	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

خط: خط



$\triangle CDE \sim \triangle CAB$
 $\therefore \frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} = \frac{DE}{AB}$

$\therefore \frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB}$

$\frac{CD}{CA}$	$\frac{CE}{CB}$
$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB}$	$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB}$

Q.10

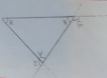


$\triangle ADE \sim \triangle ABC$
 $\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$
 $\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

$\frac{AD}{AB}$	$\frac{AE}{AC}$
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$	$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

Q.11



$\triangle ADE \sim \triangle ABC$
 $\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$
 $\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

$\frac{AD}{AB}$	$\frac{AE}{AC}$
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$	$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

Q.12

2000



— (2002)



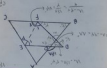
١٠٠٠
 ١٠٠٠

— 10 —

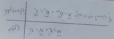


1996: 100

$\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$
$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$



ϕ	$\phi = \frac{1}{2} \pi$
ψ	$\psi = \frac{1}{2} \pi$



$y'(x)$	$2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot x^2 + 0 \cdot 1 = 0$
$y''(x)$	$2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 9 = 0$



$$\overline{EO} = \overline{FO}$$

$$\overline{AO} = \overline{BO}$$

$$\overline{AB} = \overline{AB}$$

$$\overline{AE} = \overline{AF}$$

$$\overline{BE} = \overline{DF}$$

$$\overline{AB} = \overline{AB}$$

مسئله ۱۲۴:

فرض کنید $\widehat{A} = \widehat{C}$ و $\widehat{B} = \widehat{D}$

پس	$AE = AF$
----	-----------

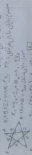
معمولاً زوایای مقابل $\widehat{A} = \widehat{C}$ و $\widehat{B} = \widehat{D}$

$$\frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\overline{AE} = \overline{AF}$$

$$\overline{BE} = \overline{DF}$$

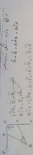
نکته: هرگاه که در یک مثلث، دو ضلع برابر باشند، آن دو ضلع را می‌توان به یکدیگر وصل کرد و یک مثلث متساوی‌الساقین تشکیل داد.



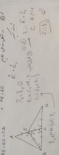
مثال: در یک مثلث متساوی‌الساقین، اگر یکی از ضلع‌ها برابر با ۵ باشد، مساحت آن چقدر است؟



نکته: هرگاه که در یک مثلث، دو زاویه برابر باشند، آن دو ضلع را می‌توان به یکدیگر وصل کرد و یک مثلث متساوی‌الساقین تشکیل داد.

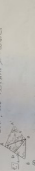
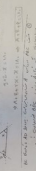
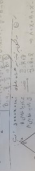
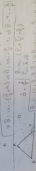
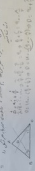


مثال: در یک مثلث متساوی‌الساقین، اگر یکی از ضلع‌ها برابر با ۵ باشد، مساحت آن چقدر است؟



نکته: هرگاه که در یک مثلث، دو ضلع برابر باشند، آن دو ضلع را می‌توان به یکدیگر وصل کرد و یک مثلث متساوی‌الساقین تشکیل داد.

نکته: هرگاه که در یک مثلث، دو ضلع برابر باشند، آن دو ضلع را می‌توان به یکدیگر وصل کرد و یک مثلث متساوی‌الساقین تشکیل داد.



نکته: هرگاه که در یک مثلث، دو ضلع برابر باشند، آن دو ضلع را می‌توان به یکدیگر وصل کرد و یک مثلث متساوی‌الساقین تشکیل داد.



$$C_1 + C_2 = 180^\circ$$

$$D_1 = B + C_1$$

$$D_2 = A + C_2$$

$$B_1 + C_1 + A_1 = 180^\circ$$

$$B_2 + D_2 + C_2 = 180^\circ$$

$$A_1 + D_1 \Rightarrow A_1 = 180^\circ - C_1$$

$$A_2 + C_2 \Rightarrow A_2 = 180^\circ - C_2$$

در مثل ABC مجموع زوایا $\angle ACB + \angle BAC + \angle ABC$ در مثل (1)

و CD خط AD = 1

$$BD = BC$$

با روشی که یاد کردیم
می‌توانیم

(2) یک کعبه مربع را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم

مجموع مساحت آن دو قسمت

$$(50 \times 2) \times 2 = 200$$

$$900 - 50 = 850$$



(3) در مثل متساوی الساقین که در تصویر دیده می‌شود، زاویه قائمه در رأس قرار دارد

در این مثل، هر دو ضلع مساوی است و زاویه قائمه در رأس قرار دارد

این کعبه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم

$$(50 \times 2) \times 2 = 200$$

$$900 - 50 = 850$$

$$P_2 = (50 \times 2) \times 2 = 200$$

هر دو ضلع مساوی است
زاویه قائمه در رأس



$$\frac{100(n-1)}{n} + 100 \Rightarrow \frac{100n - 100}{n} + 100$$

$$100n - 100 + 100n = 200n - 100$$

$$200n - 100 = 100n + 100 \Rightarrow 100n = 200 \Rightarrow n = 2$$

(4) در مثل ABCDEFCH که در تصویر دیده می‌شود

$$FE \cdot AC = AB \cdot$$

$$AC = AC \cdot AB$$



• تقارن و تقاطع •

دو خط متوازی در صفحه دو حالت دارند:



۱. موازی: دو خط موازی که هر دو در صفحه هیچ نقطه مشترک نداشته باشند.

فرمول: $d \parallel d'$



۲. متقاطع: دو خط متقاطع که در صفحه یک نقطه مشترک داشته باشند.

فرمول: $d \cap d' = \{A\}$

مستقیم

• اگر خط مستقیم که خط مشترک داشته باشد بر هم منطبق شده و در واقع یک خط محسوب می شوند.

توجه: زاویه: دو خط که از یک نقطه گذر کنند و در صفحه باشند و یکدیگر را در آن نقطه قطع نکنند و در آن نقطه زاویه را می گویند.

• تقاطع: دو خط که در یک نقطه مشترک داشته باشند باید خط مستقیم باشند.

• موازی: دو خط که هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند.

توجه: تقاطع

در خط متقاطع، تقاطع را می گویند و در خط موازی، تقاطع را می گویند و اگر تقاطع متقاطع را می گویند.



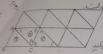
(این تقاطع برای خط متقاطع و موازی می باشد.)

• تقاطع: تقاطع متقاطع را می گویند.

فرمول: $d \cap d'$

فرمول: $d \parallel d'$

۱. رابطه مستقیم و متوازی بودن خطوط



تقریباً ۱. سطح بر داشت های هم منش است. ABC که در آن شیب است.
 مستقیم باشد که اشیاء نسبت به سطح باشد.
 مستقیم باشد که در آن باشد مستقیم باشد.
 در این حالت مستقیم باشد که از روی هم منش است ABC در این حالت مستقیم باشد.
 مستقیم باشد که از روی هم منش است ABC در این حالت مستقیم باشد.



$$\begin{array}{c|c} d \parallel d', m \perp d \\ \hline m \perp d' \end{array}$$

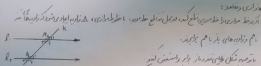
مستقیم، اگر خطی که از خط مستقیم عبور کند و بر آن عمود باشد، بر خط دیگر عمود است.

ثبت: در دو خط مستقیم m و n که عمود است، هر خطی که بر m عمود است، بر n عمود است. خطی که بر m عمود است، بر n عمود است.
 عمود باشد. بر خط m و n عمود است. A و B هر دو بر m عمود است.
 از طرفی، d نیز بر m عمود است. پس از آنکه A بر خط m و n عمود است، d هم عمود است. پس از آنکه d بر m عمود است، d بر n عمود است.

$$d \perp m \Rightarrow m \perp d$$

۲. معادله و موازی بودن خطوط

از هر خطی دو نقطه در خارج و خطی که بر آن عمود است، موازی است. اگر دو خط موازی باشند، هر خطی که بر آن عمود باشد، بر خط دیگر عمود است.



$$A_1 = B_1 = A_2 = B_2$$

$$A_1 = B_1 = A_2 = B_2$$

قضیه: اگر خط k موازی l و l را قطع کند، آنگاه کثیر از زاویه‌های قائمه است و هر یک از این کثیرات که در مقابل یکدیگر قرار دارند نیز یکدیگر را قطع می‌کند (مستقیم است).



خط k خط کثیر k را قطع می‌کند و در نقطه Q زاویه قائمه می‌سازد.

لین قضیه معنی داریم: $k \perp l_1, l_1 \parallel l_2 \Rightarrow k \perp l_2$

در زیر اثبات برای خطهای داخل خط k در شکل (۱) داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{P}_1, \hat{Q}_1 + n_1 - n_2 \rightarrow \hat{P}_1, \hat{Q}_1 + n_1 - n_2 \\ \hat{P}_2, \hat{Q}_2 + n_2 - n_1 \rightarrow \hat{P}_2, \hat{Q}_2 + n_2 - n_1 \end{array} \right\} \rightarrow \hat{P}_1, \hat{Q}_1 \quad (I)$$

$$\hat{P}_1, \hat{P}_2 \rightarrow \hat{P}_1, \hat{P}_2 \quad (II)$$

$$\hat{Q}_1, \hat{Q}_2 \rightarrow \hat{Q}_1, \hat{Q}_2 \quad (III)$$

$$I, II, III \Rightarrow \hat{P}_1, \hat{P}_2, \hat{Q}_1, \hat{Q}_2$$

قضیه موازی در مقابل:

اگر دو خط موازی را خطی دیگر بر آن دو خط موازی را قطع کند، آنگاه کثیر از زاویه‌های قائمه است و هر یک از این کثیرات که در مقابل یکدیگر قرار دارند نیز یکدیگر را قطع می‌کند (مستقیم است).



$$\hat{P}_1, \hat{Q}_1 \Rightarrow l_1 \parallel l_2$$



قضیه: دو خط موازی را خطی دیگر بر آن دو خط موازی را قطع کند، آنگاه کثیر از زاویه‌های قائمه است و هر یک از این کثیرات که در مقابل یکدیگر قرار دارند نیز یکدیگر را قطع می‌کند (مستقیم است).

مستقیم است.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{a} = a_1 \\ \hat{b} = a_2 \\ \hat{c} = a_3 \\ \hat{d} = a_4 \end{array} \right\} \text{مستقیم}$$

مستقیم است و موازی را اثبات می‌کند.

قانون ۱: وقتی یک خط بر خط دیگر عمود باشد، تمام زوایای قائمه که تشکیل می‌دهند برابرند. $A = B$ و $C = D$



$$L_1 \parallel L_2 \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

همچنین: $\hat{A} = \hat{C}$, $\hat{B} = \hat{D}$, $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{C}$

قانون ۲: وقتی یک خط بر خط دیگر عمود باشد، تمام زوایای قائمه که تشکیل می‌دهند برابرند. $a \parallel b \parallel c$, $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$



$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$$



$$x + y = 180^\circ$$

$$x + y = 180^\circ$$

$$x = y$$

$$x + y + x + y = 180^\circ$$

$$2x + 2y = 180^\circ$$

$$x + y = 90^\circ$$

$$x = y$$



قانون ۳: وقتی یک خط بر خط دیگر عمود باشد، تمام زوایای قائمه که تشکیل می‌دهند برابرند. $(d_1 \parallel d_2)$



$$x + y + z = 180^\circ$$

$$x + y + z = 180^\circ$$

قانون ۴: وقتی یک خط بر خط دیگر عمود باشد، تمام زوایای قائمه که تشکیل می‌دهند برابرند. $DE \parallel AC$, $AB = AC$



کتاب هندسه

قضای و مقادیر

قضای و مقادیر

قضای و مقادیر



$$\begin{aligned} 1 &= 40 \\ 2 &= 10 \\ 3 &= 60 \\ 4 &= 10 \end{aligned}$$

قضای و مقادیر

$$\begin{aligned} T_1 &= C_1 \\ C_1 &= C_2 \Rightarrow T_1 = C_2 = C_3 \\ T_2 &= B_1 \\ B_1 &= B_2 \Rightarrow T_2 = B_2 = B_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2 \Rightarrow B_1 = T_2 \\ T_2 &= T_3 \Rightarrow C_1 = T_3 \Rightarrow T_1 = T_3 \end{aligned}$$

$$MN = AT + TN \Rightarrow \underline{MN = MB + NC}$$



$$\begin{aligned} C_1 &= X \\ C_1 &= 180 - X \\ B_1 &= 180 - X \\ B_2 &= 180 - (180 - X) = X \end{aligned}$$

$$C_1 = X + 180 - X = 180 \Rightarrow C_1 = (X + 180) = 180$$



$$\begin{aligned} A_1 &= 40 \\ B_1 &= 60 \\ A_2 &= 0 \end{aligned}$$

قضای و مقادیر

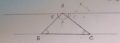
$$A_1 + B_1 + C_1 = 180$$

قضای و مقادیر

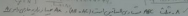


قضای و مقادیر

قضای و مقادیر



$$\begin{aligned} B_1 &= B \\ C_1 &= C \\ A + B + C &= 180 \end{aligned}$$



۱۰۰ در شکل بر اشیاء در وقت در دست گرفته یکی از این اشیا در وقت در دست گرفته

[illegible]

۱۱. در مثلث ABC که AB و AC دو ضلع آن به هم موازی است و BC آن‌ها را قطع می‌کند، اگر $\angle B = 40^\circ$ و $\angle C = 60^\circ$ باشد، مقدار $\angle A$ را بیابید.

۱۰- در بار کانی و باغچه شالی در کانی بنج - که چند درخت است

