

پاسخ تشریحی آزمون دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل-سال ۱۳۹۱
مجموعه مدیریت ۱۱۴۲

سوال ۱۸۶- با استفاده از میانگین هارمونیک وزنی داریم:

$$\bar{X}_H = \frac{w_1 + \dots + w_n}{\frac{w_1}{x_1} + \dots + \frac{w_n}{x_n}} = \frac{2 + 5 + 6}{\frac{2}{20} + \frac{5}{25} + \frac{6}{30}} = 26$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

سوال ۱۸۷- فرض کنیم N دایره داشته باشیم که قطر آنها را با d_i و مساحتشان را با S_i نشان دهیم. با توجه به رابطه واریانس داریم:

$$\begin{aligned} \sigma_{d_i}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_i - \mu_{d_i})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2 - \mu_{d_i}^2 = (2.5)^2 \\ \Rightarrow \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2 &= 6.25 + 100 = 106.25 \\ \Rightarrow \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \pi \left(\frac{d_i}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2 = \frac{\pi}{4} \times 106.25 = 26.5625 \end{aligned}$$

جواب صحیح در بین گزینه‌ها موجود نیست.

سوال ۱۸۸- در کل این سوال به بینهایت روش عددی قابل حل است!!! برای اینکه محاسبات ساده تر باشد بهتر است با کم کردن مقدار ۲۵۱ از این داده‌ها متغیر جدیدی بسازیم.

$$y_i = x_i - 251 \Rightarrow \bar{y} = \bar{x} - 251$$

جدول به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

y_i	-32	-16	0	16	32
f	30	25	24	27	14

داریم:

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{(-32 \times 30) + (-16 \times 25) + (16 \times 27) + (32 \times 14)}{30 + 25 + 24 + 27 + 14} = \frac{32(-30 + 14) + 16(-25 + 27)}{120} = -4 \\ \Rightarrow \bar{x} &= -4 + 251 = 247 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

سوال ۱۸۹- با توجه به رابطه چبیشف می دانیم m درصد داده‌ها در بازه $(\bar{x} - k\sigma, \bar{x} + k\sigma)$ قرار دارند که

$$\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \times 100 = m$$

داریم:

$$\bar{x} - k\sigma = 47 \Rightarrow k = \frac{56 - 47}{7.2} = 1.25$$

$$\Rightarrow m = \left(1 - \frac{1}{(1.25)^2}\right) \times 100 = 36$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

سوال ۱۹۰- با توجه به رابطه ضریب کشیدگی داریم:

$$K = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{\sum f_i(x_i - 12)^4}{\left(\frac{\sum f_i(x_i - 12)^2}{N}\right)^2} - 3 = \frac{1248}{\left(\frac{96}{24}\right)^2} - 3 = 0.25$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

سوال ۱۹۱- با توجه به قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(A|B_i) = 3\left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

سوال ۱۹۲- با توجه به صورت مساله توزیع آراء چند جمله‌ای با احتمال‌های $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{6}$ است. لذا داریم:

$$P(X_1 = 5, X_2 = 2, X_3 = 2) = \binom{9}{5, 2, 2} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{7}{96}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

سوال ۱۹۳- با توجه به تعریف کواریانس داریم:

$$\text{cov}(x, y) = E(xy) - E(x)E(y)$$

$$E(xy) = 2 \times 1 \times 0.12 + 5 \times 1 \times 0.2 + 3 \times 2 \times 0.18 + 5 \times 3 \times 0.3 = 6.82$$

$$E(x) = 2 \times 0.3 + 5 \times 0.5 = 3.1$$

$$E(y) = 1 \times 0.4 + 3 \times 0.6 = 2.2$$

$$\Rightarrow \text{cov}(x, y) = 6.82 - 3.1 \times 2.2 = 0$$

راه دوم: با توجه به اینکه رابطه $f(x, y) = f(x)f(y)$ برای تمام x و y ها برقرار است لذا دو متغیر x و y از هم مستقلند.

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

سوال ۱۹۴- با توجه به صورت مساله دارای توزیع دو جمله‌ای منفی با پارامترهای (3,0.75) است لذا داریم:

$$P(x=5) = \binom{5-1}{3-1} (0.75)^3 (0.25)^2 = \frac{81}{512}$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

سوال ۱۹۵- با توجه به صورت مساله تعداد کالاهای برچسب زده نشده توسط دستگاه در ۱۵۰۰ کالای خروجی

دارای توزیع پواسون با پارامتر $\lambda = 1500 \times 2/1000 = 3$ است. لذا داریم:

$$P(X \leq 2) = \frac{e^{-3} 3^2}{2!} + \frac{e^{-3} 3^1}{1!} + \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = \frac{17}{2e^3}$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

سوال ۱۹۶- داریم:

$$\begin{aligned} V(x-2y) &= V(x) + 4V(y) - 4\text{cov}(x, y) \\ &= 3 + 8 - 6 = 5 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

سوال ۱۹۷- با توجه به تعریف واریانس داریم:

$$E(x) = \int_0^2 \frac{x^2}{2} dx = \frac{1}{6} [x^3]_0^2 = \frac{1}{6} (8-0) = \frac{4}{3}$$

$$E(x^2) = \int_0^2 \frac{x^3}{2} dx = \frac{1}{8} [x^4]_0^2 = \frac{1}{8} (16-0) = 2$$

$$V(x) = E(x^2) - E^2(x) = 2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

سوال ۱۹۸- با توجه به فرمول داریم:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \sqrt{\frac{6}{24} \times \frac{145-24}{144}} = \sqrt{\left(\frac{11}{12}\right)^2 \frac{6}{24}} = \frac{11}{24}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

سوال ۱۹۹- ابتدا جدول را به صورت زیر تکمیل می‌کنیم:

	جمع
x	32
y	28
x_i^2	282
y_i^2	206
$x_i y_i$	213

با توجه به رابطه زیر ضریب همبستگی به دست می‌آید:

$$r_{xy} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{1}{n}(\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum x_i)^2)(\sum y_i^2 - \frac{1}{n}(\sum y_i)^2)}} = \frac{(213) - \left(\frac{32 \times 28}{4}\right)}{\sqrt{\left(282 - \frac{32^2}{4}\right)\left(206 - \frac{28^2}{4}\right)}} = -\frac{11}{\sqrt{260}}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

سوال ۲۰۰- با توجه به رابطه زیر داریم:

$$n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_x}{l}\right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 10}{2}\right)^2 = 96.04$$

بنابراین در بین گزینه‌ها صحیح‌ترین جواب گزینه ۳ است.