

«اصطکاک دور استوانه»

وسایل:

میله فلزی یک عدد

گیره دو عدد

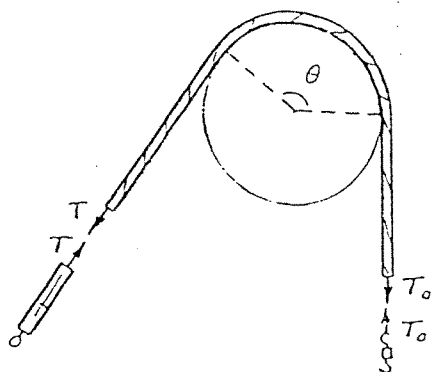
نیروسنج

نخ (ریسمان کار)

وزنه‌های ۱۰، ۲۰ و ۵۰ گرمی

شرح:

شکل متقابل متطبی از یک استوانه را نشان می‌دهد که نخ از روی آن عبور کرده است. نخ و استوانه با یکدیگر اصطکاک دارند. T_{max} نیرویی است که برای آغاز حرکت وزنه T_0 به سمت بالا لازم است و T_{min} نیرویی است که برای آغاز حرکت وزنه T_0 رو به پایین لازم است. در این حالت به علت وجود اصطکاک $T_{max} \neq T_{min} \neq T_0$ خواهد بود و نسبت‌های $\frac{T_{min}}{T_0}$ و $\frac{T_{max}}{T_0}$ بستگی به زاویه θ که در شکل مشخص شده است دارد. هدف ما بررسی این بستگی‌ها می‌باشد.



۱- مقدار T_{min} و T_{max} را به ازای T_0 و θ های مختلف به دست آورید و در جدول مناسب ارائه کنید.

۲- مقدار $\frac{T_{min}}{T_0}$ و $\frac{T_{max}}{T_0}$ را برای θ های مختلف محاسبه کرده و در جدولی ارائه کنید.

۳- $\frac{T_{max}}{T_0}$ را در هر سه کاغذ نموداری رسم کنید و نتیجه‌گیری نمایید.

۴- با توجه به نتیجه به قسمت قبل نموداری که برای $\frac{T_{min}}{T_0}$ مناسب است را رسم کنید.

۵- با استفاده از قسمت‌های قبل رابطه بین $\frac{T_{min}}{T_0}$ و $\frac{T_{max}}{T_0}$ با θ ارائه نمایید. (برای ثابت‌های رابطه‌ی خود خطا محاسبه کنید).

$$-0.14 \quad 0.26$$

تذکر:

۱- θ را برای کلیدی قسمت‌ها بر حسب رادیان اندازه‌گیری کنید.

۲- توجه داشته باشید که θ می‌تواند از 2π بیشتر باشد.

۳- تنها از قسمت‌هایی از میله که چسب خورده‌اند، استفاده کنید.

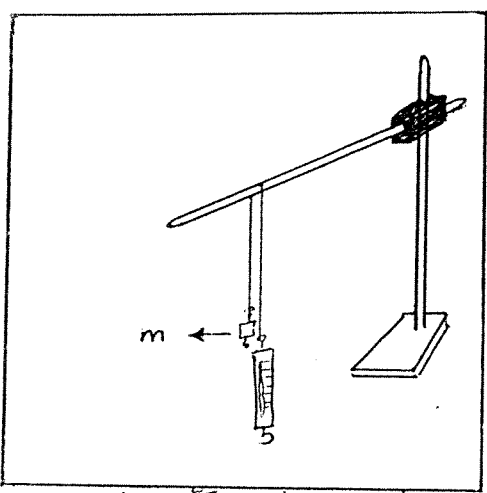
۴- توجه داشته باشید که اصطکاک ایستایی که با بالا آمدن یا پایین آمدن وزنه مخالفت می‌کند مورد نظر است.

۵- توجه داشته باشید که نخ خود را چرب و یا مرطوب نکنید، زیرا بر روی نتیجه‌ی آزمایش اثر دارد.

موضوع : اصطکاک دور استوانه

وسایل : میله فلزی، گره، پایه، وزنه‌های ۱، ۲ و ۵ گرمی، نخ، چسب و نیروسنج

شرح آزمایش : مطابق شکل ۱، نخ را به دور میله‌ای که بر پایه‌ای مستقل است می‌بندیم و به دو کمر آن وزنه‌ای

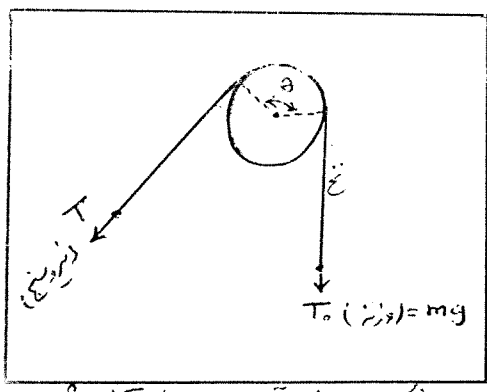


شکل ۱ : نحوه اتصال وسایل

به جرم m و یک نیروسنج وصل می‌کنیم. با توجه به شکل ۲، T_{max} را حین تعریف می‌کنیم: نیرویی که برای آغاز حرکت وزنه‌ی m به سمت بالا لازم است و درین مرتبه T_{min} ، نیرویی است که برای آغاز حرکت وزنه‌ی m به سمت پایین لازم است، به علت وجود نیروی اصطکاک $T_{max} \neq T_{min} \neq T_0$. می‌دانیم که نسبت‌های $\frac{T_{min}}{T_0}$ و $\frac{T_{max}}{T_0}$ فقط به θ بستگی دارند؛ (θ در شکل ۲ نشان داده شده است).

در انجام این آزمایش چند نکته را باید رعایت کنیم:

- * همین نیروی اصطکاک نخ یا میله خیلی زیاد است فقط از قسمت چسب نخورده و این انجام آزمایش استفاده می‌کنیم.
- * چون هدف اندازه‌گیری تأثیر نیروی اصطکاک است پس باید دقت کنیم که نیروی T_{max} و T_{min} خوانده شده، هنگام ساکن بودن نخ باشد.



شکل ۲ : پارامترهای نیروی اصطکاک

* برای T_0 های گوناگون نمی‌توان T_{min} و T_{max} ها را برای هر θ بدست آورد بنابراین برای هر T_0 تا آنجا که T_{max} کوچکتر از $5N$ است (که برای هر T_0 یک حد θ معین می‌گردد) و همچنین T_{min} از حدود خطی دستگاه کوچکتر شده است (که برای هر T_0 حدی برای T_{min} تعیین می‌گردد).

* برای ایند خطی θ کمتر شود برای $\theta = n\pi$ که $n \in \mathbb{N}$ ، مقدار T را می‌سبب می‌کنیم.

* در هر اندازه‌گیری T باید صفت نیروسنج را دوباره تنظیم کنیم تا وزن نیرو میله‌ی چسبیده به آن از بین برود.

* نخ‌های چسبیده شده دور میله نباید با هم در تماس باشند چون در آن صورت اصطکاک بین نخ‌های نزدیک را ایجاد می‌کند.

* باید مواظب باشیم وزنه‌ها نوسان نکنند.

* هنگام اندازه‌گیری دقت داشته باشیم. مثلا در این آزمایش که

۱) مقادیر T_{min} و T_{max} را بر حسب θ برای T_0 های مختلف اندازه گیری کرده و در جدول شماره ۱ یادداشت می‌کنیم.

۲) سپس برای T_0 های گوناگون سائین رخطی T_{min} و T_{max} را محاسبه کرده و در جدول شماره ۲ یادداشت می‌کنیم.

۳) اکنون از روی جدول شماره ۱ مقادیر $\frac{T_{min}}{T_0}$ و $\frac{T_{max}}{T_0}$ را محاسبه کرده و در جدول شماره ۳ و ۴ یادداشت می‌کنیم.

(در جدول ۳ خطی T_{min} و T_{max} بدین ترتیب محاسبه شده است:

$$\Delta T_{max} = \frac{\max(T_{max}) - \min(T_{max})}{n}$$

$$\Delta T_{min} = \frac{\max(T_{min}) - \min(T_{min})}{n}$$

(در جدول ۴ هم خطی بدین ترتیب اندازه گیری شده است:

$$\Delta \left(\frac{T_{max}}{T_0} \right) = \frac{\max \left(\frac{T_{max}}{T_0} \right) - \min \left(\frac{T_{max}}{T_0} \right)}{n} \quad \left(\text{که تعداد اعداد } \frac{T_{max}}{T_0} \text{ در آن } \theta \text{ می‌باشد} \right)$$

$$\Delta \left(\frac{T_{min}}{T_0} \right) = \frac{\max \left(\frac{T_{min}}{T_0} \right) - \min \left(\frac{T_{min}}{T_0} \right)}{n} \quad \left(\text{که تعداد اعداد } \frac{T_{min}}{T_0} \text{ در آن } \theta \text{ می‌باشد} \right)$$

عدد $\frac{T_{max}}{T_0}$ در $\theta = \frac{9\pi}{4}$ کمتر نسبت به بقیه به پراکندگی زیاد و در θ های قبل می‌توان نتیجه گرفت که

یک مقدار نمی‌تواند $\frac{T_{max}}{T_0}$ را برسد. همچنین در مورد $\theta = 3\pi$ در $\frac{T_{min}}{T_0}$

±1/1	$T_{\delta} = .1MN$				$T_{\rho} = .109N$				$T_{\rho} = .1N$				$T_{\rho} = .1N$				$T_{\rho} = .19N$				θ (Rad)			
	T _{max}		T _{min}		T _{max}		T _{min}		T _{max}		T _{min}		T _{max}		T _{min}		T _{max}		T _{min}					
±1/0	(M)	±1/0	(N)	±1/0	(M)	±1/0	(N)	±1/0	(M)	±1/0	(N)	±1/0	(M)	±1/0	(N)	±1/0	(M)	±1/0	(N)	±1/0	(M)	±1/0	(N)	
1/3	1/20	1/3	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	π/2
1/2	1/20	1/2	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	π
1/2	1/20	1/2	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	3π/2
1/2	1/20	1/2	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	2π
1/2	1/20	1/2	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	5π/2
1/2	1/20	1/2	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	3π
1/2	1/20	1/2	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	7π/2
1/2	1/20	1/2	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	4π

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

$\Delta\left(\frac{T_{max}}{T_0}\right)$	$\overline{\left(\frac{T_{max}}{T_0}\right)}$	$\frac{T_{max}}{T_{0.8}}$	$\frac{T_{max}}{T_{0.6}}$	$\frac{T_{max}}{T_{0.4}}$	$\frac{T_{max}}{T_{0.2}}$	$\frac{T_{max}}{T_{0.1}}$	R_{α} $\theta \pm \frac{\pi}{24}$
0.1	1.4	1.4	1.4	1.8	1.4	1.8	$\frac{\pi}{4}$
0.2	2.4	2.4	2.4	2.4	3.1	2.4	π
0.3	3.9	3.7	3.3	3.3	4.9	3.3	$\frac{5\pi}{4}$
0.4	4.1	5.4	4.8	5.2	7.4	5.1	2π
0.5	9.1		7.5	7.4	10.7	10.8	$\frac{3\pi}{4}$
1.3	12.9			10.8	13.1	14.8	5π
3.1	18.9				18.8	22.0	$\frac{7\pi}{4}$
3.7	24.9				21.2	21.8	2π
	34.4					34.4	$\frac{9\pi}{4}$

جدول شماره ۳: مقادیر $\overline{\left(\frac{T_{max}}{T_0}\right)}$ و $\Delta\left(\frac{T_{max}}{T_0}\right)$ بر حسب θ

$\Delta\left(\frac{T_{min}}{T_0}\right)$	$\overline{\left(\frac{T_{min}}{T_0}\right)}$	$\frac{T_{min}}{T_{0.8}}$	$\frac{T_{min}}{T_{0.6}}$	$\frac{T_{min}}{T_{0.4}}$	$\frac{T_{min}}{T_{0.2}}$	$\frac{T_{min}}{T_{0.1}}$	R_{α} $\theta \pm \frac{\pi}{24}$
0.8	0.42	0.48	0.54	0.59	0.75	0.50	$\frac{\pi}{4}$
0.5	0.31	0.42	0.31	0.24	0.25		π
0.5	0.25	0.29	0.25				$\frac{5\pi}{4}$
0.3	0.18	0.17	0.12				2π
0.1	0.09	0.04	0.05				$\frac{3\pi}{4}$
	0.04	0.04					2π
							$\frac{7\pi}{4}$
							4π
							$\frac{9\pi}{4}$
							5π

جدول شماره ۴: مقادیر $\overline{\left(\frac{T_{min}}{T_0}\right)}$ و $\Delta\left(\frac{T_{min}}{T_0}\right)$ بر حسب θ

۳. اکنون از روی جدول (۳)، سه نمودار ①، ② و ③ را رسم می‌کنیم.
 همانطور که دیدیم نمودار ① (نیم‌لاگاری) خطی شده است.
 بنابراین فرمول رابطه $\frac{T_{max}}{T}$ بر حسب θ مطابق رابطه ① می‌باشد:

$$y = \left(\frac{T_{max}}{T}\right) = \alpha e^{\beta\theta} \quad (\text{رابطه ①})$$

$$\ln \frac{y}{\alpha} = \beta\theta \rightarrow \ln y = \ln \alpha + \beta\theta \rightarrow$$

$$\beta = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{\theta_2 - \theta_1} \quad (\text{رابطه ②})$$

$$\ln y = \ln \alpha + \beta\theta$$

$$A \theta = \beta \ln y + \alpha$$

$$\ln \alpha = \frac{y}{\ln \beta}$$

بنابراین با داشتن β و A و B می‌توانیم α را بدست آوریم. β و A و B می‌توانیم از روی نمودار بدست آوریم.

$$\beta = \frac{\ln(1.2) - \ln(1.5)}{3\pi - \frac{\pi}{2}} = 0.129 \frac{1}{Ra}$$

$$\Delta\beta = \left| \frac{\frac{\ln(1.2) - \ln(1.5)}{3\pi - \frac{\pi}{2}} - \frac{\ln(1.2) - \ln(1.8)}{3\pi - \frac{5\pi}{2}}}{2} \right| = \left| \frac{0.124 - 0.129}{2} \right| = 0.0025 \frac{1}{Ra}$$

$$\beta = 0.129 \pm 0.0025 \frac{1}{Ra}$$

$$y = \alpha e^{\beta\theta} \Rightarrow \alpha = \frac{y}{e^{\beta\theta}}$$

$$\ln \frac{y}{\alpha} = \beta\theta \rightarrow$$

$$\alpha = \frac{e^{\beta\theta}}{y}$$

$$\alpha = 1.0$$

در تعیین از نمودار ① داریم:

صفحه ۲

مکانی نوین

$$\Delta\alpha = \frac{1,21 - 1,1}{1} = 0,11$$

$$\frac{T_{max}}{T_0} = 1,0 \cdot e^{0,22\theta}$$

$$\alpha = 1,0 \pm 0,11$$

۴ اکنون باید $\frac{T_{min}}{T_0}$ را در نمودار ۵ رسم کنیم. (نمودار نیم لگاریتمی)

شکل رسم $\frac{T_{min}}{T_0}$ در نیم لگاریتمی: همانند آنکه تفاوت بین T_{max} و T_{min} آن است که T_{min} معادل وزن در آزمایش اندازه گیری T_{max} است و بنابراین وزن در آزمایش T_{min} معادل T_{max} در آزمایش اول می باشد پس چون $\frac{T_{max}}{T_0}$ در نیم لگاریتمی منطبق شده است عکس این نسبت نیز باید در نیم لگاریتمی خطی شود.

$$y' = \frac{T_{min}}{T_0} = \alpha e^{\beta\theta}$$

$$\beta = \frac{\ln(0,17) - \ln(0,8)}{\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\delta\pi}{\gamma}} = -0,32 \frac{1}{Ra}$$

$$\Delta\beta = \left| \frac{\ln(0,17) - \ln(0,7)}{\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\delta\pi}{\gamma}} - \frac{\ln(0,17) - \ln(0,9)}{\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\delta\pi}{\gamma}} \right| = \left| \frac{-0,38 - (-0,27)}{1} \right| = 0,11 \frac{1}{Ra}$$

$$\alpha' = 1,0$$

$$\Delta\alpha' = \frac{1,2 - 1,1}{1} = 0,1$$

$$\beta' = -0,32 \pm 0,11 \frac{1}{Ra}$$

$$\alpha' = 1,0 \pm 0,1$$

$$\frac{T_{min}}{T_0} = 1,0 \cdot e^{-0,32\theta}$$

عوامل خطا:

۱. نخ ها هنگام بکیده شدن حول میل و قوس θ با زاویه بکیده می شوند که ایجاد خطا می کند.

۲. نیروی سنج هنگام اندازه گیری T ها با تغییر سرعت کشیدن آن اعداد متفاوتی را نشان می داد که همچون سرعت دست ما همواره ثابت نیست خطای ایجاد می کرد (که قابل اغماض نیست).

۳. خطای ناشی از ارتفاع نخ و همچنین جرم نخ