

ارتور بائیر

مفاهیم فزیک نوین

علی صفی‌زاده

مفاهیم فیزیک نوین

آرتور بایزر

ترجمہ
علی اصغر تکالو

فهرست مطالب

پیشگفتار مترجم	۷
پیشگفتار مولف	۹
فصل ۱	
نسبیت خاص	۵۴ - ۱۱
فصل ۲	
خواص ذره‌ای امواج	۹۴ - ۵۵
فصل ۳	
خواص موجی ذرات	۱۲۶ - ۹۵
فصل ۴	
ساختار اتمی	۱۷۰ - ۱۲۷
فصل ۵	
مکانیک کوانتومی	۲۱۰ - ۱۷۱
فصل ۶	
نظریه کوانتومی اتم هیدروژن	۲۴۸ - ۲۱۱
فصل ۷	
اتمهای چند الکترونی	۲۹۴ - ۲۴۹
فصل ۸	
فیزیک مولکولها	۳۲۶ - ۲۹۵
فصل ۹	
مکانیک آماری	۳۷۰ - ۳۲۷
فصل ۱۰	
حالت جامد	۴۲۶ - ۳۷۱

فصل ۱۱

هسته اتمی ۴۶۴ - ۴۲۷

فصل ۱۲

تبدیل‌های هسته‌ای ۵۲۲ - ۴۶۵

فصل ۱۳

ذرات بنیادی ۵۷۴ - ۵۲۳

ضمیمه ۱

عملگرها، توابع ویژه و مقادیر ویژه ۵۸۲ - ۵۷۵

ضمیمه ۲

نوسان کننده هماهنگ ۵۸۸ - ۵۸۳

ضمیمه ۳

قوانین توزیع آماری ۵۹۸ - ۵۸۹

پاسخ شماره‌های فرد مسائل ۶۰۸ - ۵۹۹

واژه‌نامه انگلیسی - فارسی و فارسی - انگلیسی ۶۴۱ - ۶۰۹

پیشگفتار مترجم

انسان سوار بر مرکب دانش و تکنولوژی بسرعت بسوی دو بی‌نهایت پیش می‌رود، جهان بی‌نهایت کوچک، جهان ذرات بشمار و جهان بی‌نهایت بزرگ، جهان فضای لایتناهی. اگر نمودار هزاره تاریخ زیست انسان را ترسیم کنیم و بخواهیم پیشرفت‌های علمی او را در این نمودار مشخص نماییم؛ خواهیم دید که این پیشرفت‌ها در اعصار و قرون بسیار به واسطه‌ی کندی و آهستگی آهنگ آن بصورت افقی نمودار می‌شود ولی این خط یکباره از اواسط قرن بیستم اوج می‌گیرد و در دهه پنجم و ششم این قرن به حال جهش و پرتاب صعودی درمی‌آید. و می‌بینیم که پیشروان این تجسس‌های پر شتاب هم اکنون چگونه با چنگ و چنگال از کرات دیگر تا اقیانوس‌ها نفوذ کرده‌اند و پیش می‌روند. هر روز پله‌ای و پله‌هایی نو برنردبان صعود به سوی قله ناپیدای این بلندهای بی‌پایان می‌فزایند. دل ذره‌را می‌شکافند تا خورشید درونش را به کار گیرند.

برای نیل به پیشرفت‌های علمی و همگام شدن با جوامع پیشتاز در علم و تکنولوژی باید هرچه بیشتر به سلاح علم و ایمان مجهز شد. از این رو هر چه بیشتر باید در جهت نشر و اشاعه کتابهای علمی کوشا بود.

در حال حاضر کمبود کتابهای علمی به زبان فارسی از عمده‌ترین مشکلاتی است که در دانشگاهها و مدارس عالی کشور وجود دارد و از این رو دانشجویان از نظر منابع و مآخذ علمی به زبان فارسی احساس کمبود می‌کنند. تعداد کتابهایی که در باره فیزیک و بویژه فیزیک نوین به زبان فارسی منتشر شده بسیار ناچیز است اما امید می‌رود روزی برسد که در هر ماه چند کتاب یا مقاله تحقیقی در این زمینه انتشار یابد و در دسترس دانش پژوهان قرار گیرد.

در ترجمه این کتاب سعی مترجم بر آن بوده است که ضمن حفظ اصالت علمی موضوع و پایبندی به سبک مؤلف، مطالب را به زبان ساده و قابل درک و با بهره‌گیری از واژه‌های اصیل فارسی بیان کند. این کتاب برای استفاده دانشجویان رشته‌های فیزیک و مهندسی نوشته

شده است و در دوره‌هایی از تحصیلات دانشگاهی که در آنها فیزیک کلاسیک مقدماتی و جبر آنالیز بعنوان دروس پایه مطرح می‌شوند، قابل استفاده است.

این کتاب شامل سیزده فصل، سه ضمیمه و پاسخ شماره‌های فرد مسائل می‌باشد که در پایان واژه‌نامه (انگلیسی - فارسی) و (فارسی - انگلیسی) نیز بدان افزوده شده است.

اولین فصل کتاب با مبحث نسبیت و نظریه کوانتومی شروع می‌شود که بعنوان چهارچوبی برای درک و فهم فیزیک اتمی و هسته‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرند و سپس در فصول بعدی خواص ذره‌ای امواج، خواص موجی ذرات ساختار اتمی، مکانیک کوانتومی و نظریه کوانتومی اتم ئیدروژن مورد مطالعه قرار می‌گیرند و این مطلب سرانجام با بحثی در باره هسته‌های اتمی و ذرات بنیادی ادامه می‌یابد.

امتیازات متعددی که در این کتاب نسبت به چاپ قبلی مشاهده می‌شود عمده "قسمتهایی هستند که جدیداً" بدان اضافه شده و در چاپ قبلی این موضوعات عنوان نشده بودند. مهمترین این قسمت‌ها عبارتند از: پدیده دوپلر در نور، چگونه نسبیت بین الکتریسته و مغناطیس رابطه برقرار می‌کند، گرمای ویژه جامدات، نقایص بلوری، اساس قانون اهم، وسایل نیم رسانا، زمان سنجی تابشی، رآکتور هسته‌ای، چگونگی برهمکنش تابشهای گوناگون، ماده و آشکارسازهای ذره و ردیاب. در باره موضوعاتی نظیر معمای دوقلوها، دوگانگی ذره - موج، طیف پرتو ایکس، لیزر، تابش جسم سیاه، مدل‌های هسته‌ای، انرژی حرارتی هسته‌ای، ذرات بنیادی و برهمکنش‌های اساسی نیز بیشتر بحث شده است. تعداد مساله‌ها افزایش یافته و تقریباً "نیمی از آنها جدیدند".

مترجم لازم می‌داند که از بنیاد پژوهشهای اسلامی آستان قدس رضوی مشهد که به نشر "کتاب علمی" مخصوصاً "در زمینه فیزیک همت گمارده است، عمیقاً" سپاسگزاری کند. امید است با نشر و پخش این گونه آثار علمی که مورد نیاز دانش پژوهان است امکان درک بهتر و عمیقتری از مسائل و مفاهیم فیزیک میسر شود.

در پایان از ویراستاری علمی آقای دکتر محمد ابراهیم زمردیان استادیار فیزیک دانشگاه مشهد و ویراستاری طبیبی، ادبی و فنی آقایان اسدالله توکلی طیبی و حسنعلی قهرمان که مترجم را یاری کرده‌اند کمال تشکر و امتنان را دارم.

علی اصغر تگالو

بنیاد پژوهشهای اسلامی آستان قدس رضوی

بهمن ماه ۱۳۶۷

پیشگفتار مؤلف

این کتاب برای استفاده در یک نیمسال تحصیلی در درس فیزیک نوین نوشته شده است و در دوره‌هایی از تحصیلات دانشگاهی که در آنها فیزیک کلاسیک مقدماتی و جبر آنالیز به عنوان دروس پایه مطرح می‌شوند، قابل استفاده است. نسبیت و نظریهٔ کوانتمی ابتدا به عنوان چهارچوبی برای درک و فهم فیزیک اتمی و هسته‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرند. سپس نظریهٔ اتمی با تأکید بر مفاهیم مکانیک کوانتمی توسعه می‌یابد و با بحثی در مورد خواص مجموعهٔ اتم‌ها دنبال می‌شود. سرانجام، هسته‌های اتمی و ذرات بنیادی مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

در این جا عمداً "توجه بیشتر به پنداره‌ها معطوف می‌گردد تا به روشهای تجربی و کاربردهای عملی، زیرا من معتقدم که در معرفی فیزیک نوین با به کارگیری یک چهارچوب تصویری بهتر می‌توان به دانشجوی مبتدی کمک کرد تا به وسیلهٔ انبوهی از جزئیات منفرد، با وجود این، تمام نظریه‌های فیزیکی با تجربه رد یا تأیید می‌شوند و تعدادی از استنتاج‌ها آورده شده‌اند، تا دقیقاً "نشان دهند که چگونه یک مفهوم انتزاعی با اندازه‌گیری‌های واقعی مربوط می‌شود. بسیاری از استادان ترجیح می‌دهند که دانشجویان را با بحث‌های پیچیده‌تری (گرچه الزاماً "از نظر ریاضی مشکل نباشند) درگیر نکنند و من قسمت‌هایی را با علامت ستاره نشان داده‌ام که بدون این که مطلب قطع شود، می‌توان آنها را نادیده گرفت؛ مسائل مربوط به مندرجات این قسمت‌ها نیز با ستاره علامت‌گذاری شده است. البته حذف مطالب دیگری نیز امکان‌پذیر است، مثلاً "نسبیت می‌توانست در جای دیگری گنجانده شود و از فصول ۸، ۹ و ۱۰ ممکن است بطور کامل صرف‌نظر شود، زیرا مفاد آنها موضوع کار بعدی ما خواهد بود. بنابراین، برای استاد، این زمینه فراهم شده که نوع رشتهٔ تحصیلی مورد نظر خود را طرح‌ریزی کند، خواه نظر او یک بررسی کلی باشد و خواه تحقیقی عمیق در موضوعهای انتخابی به هر حال خواهد توانست مطالب را طوری مطرح کند که مناسب حال تعدادی دانشجوی خاص باشد.

آنهايي که با چاپ قبلي "مفاهيم فیزیک نوین" آشنایی دارند، تغییرات زیادی را در این جا مشاهده خواهند کرد. قسمت‌های کاملاً "جدید عبارتند از؛ پدیده دوپلر در نور چگونه نسبت بین الکتریسته و مغناطیس رابطه برقرار می‌کند، گرمای ویژه جامدات، نقایص بلوری، اساس قانون اهم، وسایل نیم‌رسانا، زمان سنجی تابشی، رآکتور هسته‌ای، چگونگی برهم‌کنش تابشهای گوناگون با ماده و آشکار سازهای ذره و ردیاب. موضوعاتی که بحث آنها ادامه بیشتری یافته است عبارتند از. معنای دو قلوها، دوگانگی ذره - موج، طیف پرتوایکس، لیزر، تابش جسم سیاه، مدل‌های هسته‌ای، انرژی حرارتی هسته‌ای و البته ذرات بنیادی و برهمکنش‌های اساسی. بیشتر متن تجدیدنظر شده و مقداری از آن تجدید سازمان یافته است؛ به عنوان مثال نفوذ سدّی کوانتم مکانیکی و ماهیت حالت‌های ساکن به سبب ارتباطشان با تنوع پدیده‌ها نسبت به چاپ گذشته زودتر آورده شده‌اند. مطالب مکانیک آماری بطور کلی تجدید نظر شده‌اند تا در برخورد اولیه با استنتاجهای سه قانون توزیع که به قسمت ضمیمه انتقال داده شده‌اند، بیشتر در دسترس باشد. سایر ضمیمه‌ها چگونگی ارتباط عملگرها، توابع ویژه و مقادیر ویژه، و جزئیات نظریه کوانتمی نوسان کننده هماهنگ را در برمی‌گیرند. برای مطرح کردن موضوعات جدید، بعضی از مباحث بایستی خلاصه یا حذف می‌شدند، به ویژه آنهايي که به آزمایش میکلسون - مورلی^۱ اربیتال‌های مولکولی و نظریه دوترون^۲ مربوط می‌شوند.

تا جایی که امکان داشته موضوعات مهم در سطح ابتدایی مطرح شده‌اند که حتی دانشجویان نسبتاً مبتدی را قادر می‌سازد بینشی در مورد آنچه که جریان دارد، کسب کنند و همچنین پیشرفت استنباط فیزیکی را در خوانندگانی که با ریاضی مأنوسند تقویت می‌کند. مسائل همچنین در تمام سطوح مطرح می‌باشند، از سطح کاملاً "آسان گرفته (برای تمرین و اطمینان مجدد) تا آنهايي که مستلزم تفکر واقعی هستند (ایجاد لذت کشف) تعداد مسائل افزایش یافته است و تقریباً نیمی از آنها جدیدند. چندین مساله تشریحی نیز در متن آمده است.

در تهیه و چاپ کتاب "مفاهيم فیزیک نوین" از نظرات آقایان دلبیو. آندرسون^۳ و ای بیرز^۴، آر. گ. فالر^۵، ال. هاروی^۶، گ. کیو هاسون^۷، سی. ا. مویر^۸ و ت. ساتو^۹ بهره‌گیری شده است کمک آنها بسیار با ارزش بود و بدین وسیله از آنها تشکر می‌شود.

1. Michelson-Morely

6. A. L. Hārvey

2. The theory of deuteron

7. G. Q. Hassoun

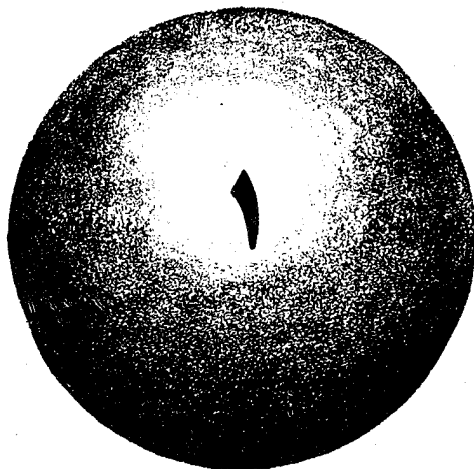
3. W. Anderson

8. C. A. Moyer

4. Y. Beers

9. T. Satoh

5. R. G. Fowler



نسبیت خاص

- ۱-۱ اصول نسبیت خاص
- ۲-۱ اتساع زمان
- ۳-۱ پدیدهٔ دوپلر
- ۴-۱ انقباض طول
- ۵-۱ معمای دوقلوها
- ۶-۱ مغناطیس و الکتریسیته
- ۷-۱ نسبیت جرم
- ۸-۱ جرم و انرژی
- ۹-۱ ذرات بدون جرم
- ۱۰-۱ تبدیل لورنتس
- ۱۱-۱ افزایش سرعت

نسبیت خاص

نظریه نسبیت این موضوع را مورد بررسی قرار می دهد که چگونه اندازه گیری های کمیتهای فیزیکی هم به ناظر و هم به شیء مورد مشاهده بستگی دارد. از نظریه نسبیت، مکانیک جدیدی پدیدار می شود که در آن بین فضا و زمان، جرم و انرژی وابستگی نزدیکی وجود دارد. بدون در نظر گرفتن این وابستگی، درک جهان میکروسکوپی درون اتم که روشن ساختن آن مسأله اصلی فیزیک مدرن است، امکان پذیر نبود.

۱ - اصول نسبیت خاص

هر گاه در فیزیک مقدماتی، کمیتهایی نظیر طول، فاصله زمانی و جرم، مورد بحث قرار گیرند، در مورد چگونگی اندازه گیری آنها نکته خاصی ذکر نمی شود. چون برای هر کمیت واحد استاندارد وجود دارد، به نظر نمی رسد که مهم باشد چه کسی تصمیم دقیقی می گیرد. همگان باید نتیجه یکسانی به دست آورند. به عنوان مثال، اگر در کنار هواپیما باشیم، با کشیدن یک نوار متری از سر تا دم هواپیما، طول آن را می توانیم اندازه گیری کنیم و اگر از هواپیما فاصله داشته باشیم به روش پیچیده تری نیاز داریم که تشکیل شده از یک نوار متری برای ساختن خط مبنا، طول یاب مساحی به منظور پیدا کردن زاویه ها و مثلثات برای انجام محاسبات، اما در نتیجه اندازه گیری طول هواپیما تغییری مشاهده نخواهد شد. لکن، اگر روی زمین باشیم و هواپیما در حال پرواز باشد کار پیچیده تر و جالب تر می شود. آنچه مادر این جا در خواهیم یافت این است:

وقتی که هواپیما در حال پرواز است، ماکه از زمین نگاه می کنیم نسبت به کسی که در هواپیما نشسته است آن را کوچکتر می بینیم، فواصل زمانی، طولانی تر و جرم هواپیما بیشتر به نظر ما می رسد تا به نظر شخصی که داخل هواپیما نشسته است. برای درک منشاء این اختلافات باید فرآیند اندازه گیری را به تفصیل مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم.

اولین قدم این است که روشن سازیم منظور از حرکت چیست. وقتی می گوئیم یک شیء متحرک است، آنچه که منظور ماست این است که موقعیتش نسبت به شیء دیگر در تغییر است. مسافر نسبت به هواپیما، هواپیما نسبت به زمین، زمین نسبت به خورشید، خورشید نسبت به

کهکشان ستارگان (راه شیری) ^۱ که عضوی از آنهاست، در حرکت می‌باشند و همین‌طور مثالهای دیگر. در هر مورد، "یک دستگاه مرجع" قسمتی از توصیف حرکت است. وقتی می‌گوییم شیء در حال حرکت است، همیشه دلالت بر دستگاه مرجع خاصی می‌کند. تمام دستگاههای مرجع از اعتبار یکسانی برخوردارند، گرچه ممکن است کاربرد یکی از آنها در موردی خاص مناسبتر باشد.

اگر در یک آزمایشگاه بسته و جدا از محیط قرار داشته باشیم نمی‌توانیم ثابت کنیم که آیا آزمایشگاه با سرعت ثابت حرکت می‌کند یا خیر، زیرا بدون وجود دستگاه مرجع خارجی، مفهوم حرکت بی‌معنی خواهد بود. مرجعی جهانی که در تمام فضا نافذ باشد وجود ندارد، بنابراین چیزی به عنوان "حرکت مطلق" وجود نخواهد داشت.

نظریه نسبیت، نتیجه به دست آمده از تحلیل بی‌آمدهای فیزیکی است که از نبودن دستگاه مرجع جهانی ناشی می‌شوند. نظریه نسبیت خاص، که در سال ۱۹۰۵ م. توسط آلبرت اینشتین ^۲ به دست آمد، در مورد دستگاههای مرجع اینرسی که با سرعت ثابتی نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند بحث می‌کند. نظریه نسبیت عام که ده سال بعد توسط اینشتین مطرح شد، و مسائل مربوط به دستگاههای مرجع شتاب دار نسبت به یکدیگر را مورد بحث قرار می‌دهد. ناظری که در یک آزمایشگاه منزوی جای دارد، می‌تواند شتاب را تشخیص دهد. هر کسی که سوار آسانسور یا چرخ فلک بوده است، با توجه به تجربه شخصی خود می‌تواند صحت این ادعا را تشخیص دهد. نظریه نسبیت خاص، تأثیر عمیقی در تمام زمینه‌های فیزیک داشته است. در این فصل منحصر^۳ "در مورد نظریه نسبیت خاص گفتگو خواهیم کرد و در فصل دوم در باره نظریه عام نظر اجمالی خواهیم داشت.

نظریه نسبیت خاص بر دو اصل استوار است. اولی یعنی، اصل نسبیت، توضیح می‌دهد که قوانین فیزیک را می‌توان به صورت معادله‌هایی با شکل یکسان در تمام دستگاههای مرجع که با سرعت ثابتی نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند، بیان کرد. این اصل، وجود نداشتن دستگاه مرجع جهانی را بیان می‌کند. اگر در حرکت نسبی، قوانین فیزیک برای ناظران مختلف متفاوت بودند، می‌توانستیم به وسیله این اختلافات، اشیاء ساکن و اشیاء متحرک در فضا را مشخص کنیم. اما به دلیل نبودن دستگاه مرجع جهانی، این تمایز در طبیعت وجود ندارد. بنابراین اصل مذکور به قوت خود باقی است.

دومین اصل چنین بیان می‌کند که تندی نور در فضای تهی برای تمام ناظران، بدون در

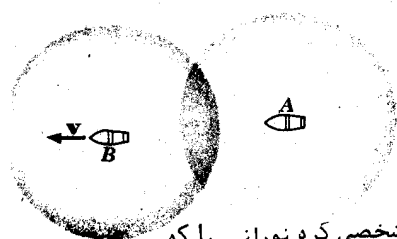
1. The Milky Way

2. Albert Einstein

نظر گرفتن وضعیت حرکتشان، یکسان است. این اصل نتیجه مستقیم آزمایشهای بسیاری است.

در نظر اول این اصول چندان اساسی به نظر نمی‌رسند. در واقع آنها تقریباً "تمام مفاهیم ذهنی ما را در مورد زمان و فضا که از تجربه روزانه‌مان کسب کرده‌ایم، دگرگون می‌کند. یک مثال ساده این مطلب را روشن خواهد ساخت. در شکل (۱-۱) دو قایق داریم یکی قایق A که روی آب ساکن است و دیگری قایق B که با سرعت ثابت v در حرکت است. لایه‌ای از مه سطح محیط را پوشانده است و بنابراین ناظر روی هر کدام از قایقها باشد تشخیص نمی‌دهد که کدام یک حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که قایق B پهلوی قایق A قرار می‌گیرد، شراره‌ای برافروخته می‌شود. بر طبق اصل دوم نسبیت خاص، نور در تمام جهات به طور یکنواخت حرکت می‌کند. ناظری که روی هر یک از این دو قایق باشد، بر طبق اصل نسبیت، خود را در مرکز کره‌ای نورانی می‌بیند که نور آن به اطراف پراکنده می‌گردد، حتی اگر یکی از آنها موقعیتش را با توجه به نقطه‌ای که شراره از آن جا برافروخته شده است تغییر دهد. هیچ یک از ناظران روی قایق نمی‌تواند تشخیص دهد که کدام یک از آنها وضعیت خود را تغییر می‌دهد، زیرا مه مانع دیدن هر گونه دستگاه مرجعی به جز خود قایق است، بنابراین، چون تندی نور برای هر دو یکسان است، هر دو پدیده یکسانی را می‌بینند.

چرا وضعیت شکل (۱-۱) غیر عادی است؟ با مثال مشابهی مطلب را واضح‌تر نشان



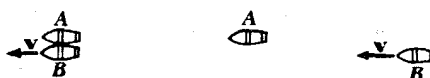
هر شخصی کره نورانی را که در اطرافش توسعه می‌یابد می‌بیند.



نور منشتر شده از شراره



هر شخصی در مکان متفاوتی نسبت به خودش الگو را می‌بیند.



الگوی موجی از پرتاب سنگ در آب

شکل (۱-۱) پدیده نسبیتی با تجربه روزانه فرق می‌کند.

می‌دهیم. در یک روز صاف که قایق‌ها پهلوی هم در دریا قرار دارند، شخصی از روی یکی از آنها سنگی را به داخل آب می‌اندازد. همان طور که در پایین شکل (۱-۱) نشان داده شده است، امواجی مدور بر روی آب تشکیل می‌شود که برای هر یک از ناظران روی دو قایق متفاوت به نظر می‌رسد. هر ناظر فقط با مشاهده این امر که آیا او در مرکز امواج مدور قرار دارد یا نه می‌تواند تشخیص دهد که نسبت به آب در حرکت است یا نه. آب به خودی خود یک دستگاه مرجع است و ناظری که با قایق روی آن در حرکت است، تندیهای امواج را که در جهات مختلف متفاوت است نسبت به خودش اندازه‌گیری می‌کند، برخلاف ناظر سوار بر قایق ساکن که تندی را در تمام جهات یکی اندازه‌گیری می‌کند. مهم این است که تشخیص دهیم حرکت و امواج "در آب" با حرکت و امواج "در فضا" کاملاً متفاوتند، آب به خودی خود، دستگاه مرجع است در حالی که فضا دستگاه مرجع نیست و تندیهای موج در آب با حرکت ناظر تغییر می‌کند، و در صورتی که تندی موج نور در فضا با حرکت ناظر تغییر نمی‌کند.

تنها راه توجیه درک انبساط کره‌های نوری یکسان توسط ناظران روی دو قایق، توجه به سیستم محور مختصات هر ناظر از نظر ناظر دیگری است که تحت تأثیر حرکت نسبیشان واقع می‌شود. هر گاه این ایده با کمک اصول اینشتین تعمیم یابد، نتایج غیر مترقبه بسیاری که با تجربه تأیید شده‌اند قابل پیش‌بینی خواهد بود. امروزه، نسبیت خاص به عنوان یکی از محکم‌ترین مبناهای نظریه‌های علمی در نظر گرفته می‌شود. قبل از گسترش نسبیت، بین مکانیک نیوتنی^۱ و نظریه الکترومغناطیسی ماکسول^۲ در رابطه با اندازه‌گیریهای انجام شده در یک دستگاه مرجع و اندازه‌گیریهای انجام شده در دستگاه مرجع دومی که نسبت به مرجع اولی در حال حرکت است تناقضی وجود داشت. اینشتین نشان داد که نظریه ماکسول با نظریه نسبیت خاص مطابقت دارد در حالی که مکانیک نیوتنی این طور نیست و اصلاحاتی که در مکانیک به عمل آورد موجب هماهنگی این شاخه‌های فیزیک شد.

۲-۱. اتساع زمان

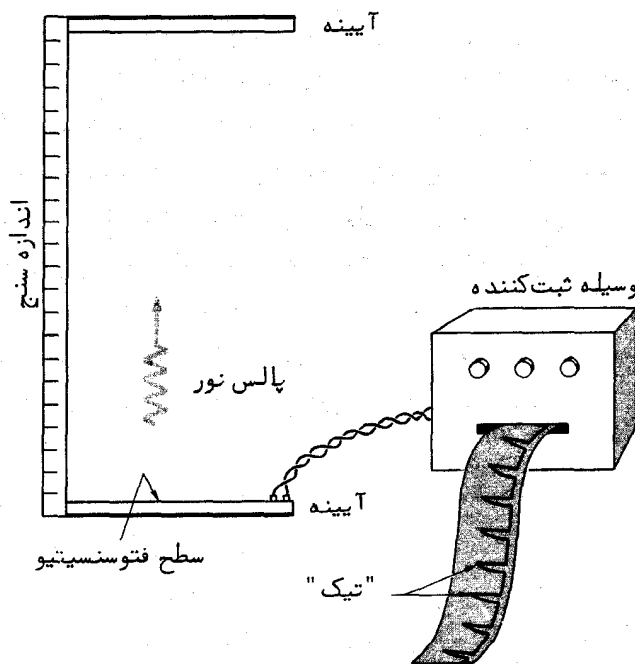
ابتدا برای تحقیق در مورد چگونگی تأثیر حرکت نسبی در اندازه‌گیری فواصل زمانی، از اصول نسبیت خاص استفاده خواهیم کرد. ساعتی که نسبت به یک ناظر در حرکت است از نظر ناظر کندتر تیک تیک می‌کند تا ساعتی

1. Newtonian Mechanics

2. Electromagnetic Theory of Maxwell

که نسبت به او در حرکت نیست. یعنی اگر شخصی که در یک فضاپیما است فاصله زمانی بین دو حادثه را t_0 در نظر بگیرد، در روی زمین همان فاصله زمانی، مدت زمان طولانی‌تر t خواهد بود. کمیت t_0 که توسط وقایعی "در یک مکان" در دستگاه مرجع ناظر اتفاق می‌افتند، زمان ویژه فاصله بین وقایع نامیده می‌شود. هنگام مشاهده از زمین، وقایعی که ابتدا و انتهای فاصله زمانی را نشان می‌دهند در مکانهای مختلف روی می‌دهند و در نتیجه فاصله زمانی از زمان ویژه طولانی‌تر به نظر می‌رسد. این پدیده را اتساع زمان می‌نامند.

همان‌طور که در شکل (۲-۱) نشان داده شده است، برای مشاهده چگونگی اتساع زمان عمل ساعت ساده‌ای را بررسی و در مورد چگونگی تأثیر حرکت نسبی بر روی آنچه که اندازه‌گیری می‌شود تحقیق می‌کنیم این ساعت از یک چوب به طول L_0 با دو آینه که به دو انتهای آن متصل است تشکیل می‌شود. یک پالس نوری بین دو آینه بازتابیده می‌شود و وسیله مخصوصی



شکل (۲-۱) یک ساعت ساده. هر تیک مطابق است با یک سفر دوری پالس نور از آینه پایینی به بالایی و بالعکس.

به یکی از آینه‌ها متصل است که هر بار که پالس نوری به آن برخورد می‌کند نوعی صدای تیک می‌کند. (یک چنین وسیله‌ای امکان دارد یک سطح حساس نوری روی آینه باشد که بتواند هنگام ورود پالس نوری علامت الکتریکی ایجاد کند.) زمان ویژه t_0 بین تیک‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$t_0 = \frac{2L_0}{c} \quad (1-1)$$

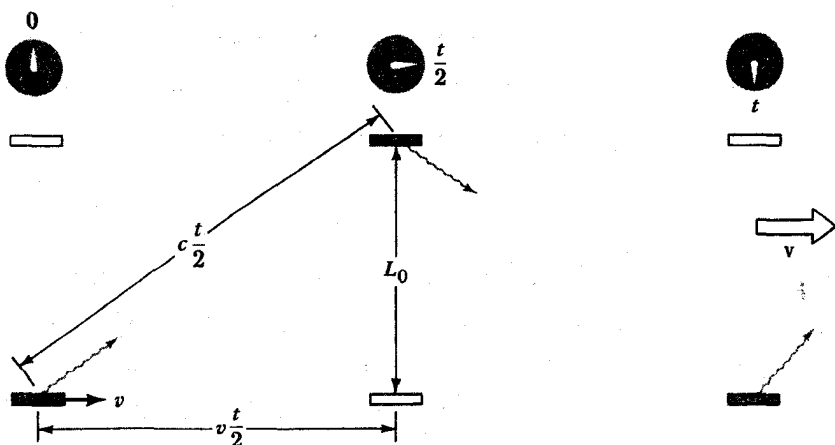
اگر طول چوب یک متر باشد.

$$t_0 = \frac{2 \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 0.67 \times 10^{-8} \text{ s}$$

و تعداد تیک‌ها در هر ثانیه $1/5 \times 10^8$ خواهد شد. دو ساعت همسان از این نوع می‌سازیم، یکی را عمود بر جهت حرکت قضاپیما در داخل آن نصب می‌کنیم و دیگری را روی سطح زمین در حال سکون قرار می‌دهیم.

اکنون این سؤال پیش می‌آید که فاصله زمانی بین تیک‌های ساعت متحرک، وقتی که ناظری در روی زمین با ساعتی مشابه ساعت متحرک که نسبت به او ساکن است این زمان را اندازه‌گیری می‌کند، چقدر است.

لازمه ایجاد هر تیک عبور پالس نوری با سرعت c از آینه پایینی به بالایی و بالعکس



شکل (۱-۳). ساعت نوری در فضاپیما که به وسیله ناظر در حال سکون در روی زمین دیده می‌شود. آینه‌ها به موازات جهت حرکت فضاپیما قرار دارند.

است. در طی این مسیر چرخشی، کل ساعت در فضاپیما در حرکت است، به این معنی که پالس نوری هنگام رؤیت از زمین، در واقع مسیری به شکل زیگ زاگ را دنبال می‌کند (شکل ۳-۱). پالس نوری در مسیرش از آینه پایینی به بالایی در زمان $t/2$ ، فاصله افقی $vt/2$ و فاصله کل $ct/2$ را می‌پیماید، چون L_0 فاصله عمودی بین آینه‌ها است.

$$\begin{aligned}\left(\frac{ct}{2}\right)^2 &= L_0^2 + \left(\frac{vt}{2}\right)^2 \\ \frac{t^2}{4}(c^2 - v^2) &= L_0^2 \\ \text{و} \quad t^2 &= \frac{4L_0^2}{c^2 - v^2} = \frac{(2L_0)^2}{c^2(1 - v^2/c^2)} \\ t &= \frac{2L_0/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2-1)\end{aligned}$$

اما L_0/c ۲ مانند معادله (۱-۱) فاصله زمانی t_0 بین تیکهای ساعت روی زمین است و بنابراین:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{اتساع زمان} \quad (3-1)$$

چون مقدار $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ در مورد یک شیء متحرک همیشه از ۱ کوچکتر است، t همواره از t_0 بزرگتر خواهد بود؛ نسبت به ناظر روی زمین، ساعت در حال حرکت در فضاپیما در مقایسه با ساعت ساکن روی زمین با ضربات کندتری کار می‌کند.

علائم اختصاری در معادله (۳-۱) در زیر توضیح داده می‌شوند:

t_0 ، فاصله زمانی ساعت در حال سکون نسبت به ناظر

t ، فاصله زمانی ساعت در حال حرکت نسبت به همان ناظر

v ، تندی حرکت نسبی

c ، تندی نور

خلبان فضاپیما برای اندازه‌گیریهای ساعت روی زمین توسط او، دقیقاً "همین تحلیل را دارد. به نظر او پالس نوری روی زمین مسیری به شکل زیگ زاگ طی می‌کند که مستلزم زمان کل t در هر دور است، در حالی که ساعت خودش که در فضا پیما در حال سکون است در فواصل زمانی t_0 صدای تیک می‌کند. او نیز درمی‌یابد که

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

بنابراین، تأثیر دو جانبه است. هر ناظری پی می‌برد که ساعت در حال حرکت نسبت

به او کند تر صدای تیک می‌کند تا ساعتی که نسبت به او ساکن است.

فرض کرده‌ایم که v از c کوچکتر است. اگر v بزرگتر از c بود، مخرج کسر فرمول (۱-۳)، کمیت موهومی می‌شد که نشان می‌داد ساعت تحت این شرایط خوب کار نخواهد کرد. در حقیقت، اگر $v > c$ بود، ساعت ابتدا "کار نمی‌کرد": پالس نوری پس از ترک آینه به آینه دیگر نمی‌رسید. اما در حقیقت این وضعیت روی نمی‌دهد، زیرا همان‌طور که بعداً متوجه خواهیم شد هیچ جسم مادی نمی‌تواند سریعتر از نور یا حتی با آن تندی حرکت کند.

بحث ما بر اساس یک ساعت غیر معمولی بوده است که از برخورد پالس نوری بین دو آینه استفاده می‌کند. آیا همین نتایج در مورد ساعت‌های معمولی که از 'بزارهایی نظیر فنر باز دارنده، چنگال کوک، بلورهای کوارتز مرعش یا سایر چیزها برای تولید تیک‌ها در فواصل زمانی ثابت استفاده می‌کنند نیز صدق می‌کند؟ الزاماً" جواب مثبت خواهد بود، چون اگر ساعت آینه‌ای و ساعت معمولی فضا پیما با هم در روی زمین مطابقت کنند ولی در پرواز مطابق نباشند، از روی اختلاف آنها می‌شد تندی فضا پیما را بدون مراجعه به هر شیء دیگر تعیین کرد - که این با اصلی که تمام حرکت‌ها نسبی‌اند متناقض است.

مسأله - تندی فضا پیما یی را به دست آورید که ساعتش در هر ساعت ۱ ثانیه

کندتر از ساعت روی زمین کار می‌کند.

حل: در این جا فاصلهٔ زمانی ویژه در روی زمین $t_0 = 3600$ s و فاصلهٔ زمانی

در چهار چوب حرکت $t = 3601$ s است. به طریق زیر عمل می‌کنیم:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{t_0}{t}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{t_0^2}{t^2}$$

$$v = c \sqrt{1 - \frac{t_0^2}{t^2}} = (3 \times 10^8 \text{ m/s}) \times \sqrt{1 - \left(\frac{3600 \text{ s}}{3601 \text{ s}} \right)^2}$$

$$= 7.1 \times 10^6 \text{ m/s}$$

امروزه، فضاپیماها خیلی کندتر از این حرکت می‌کنند. به عنوان مثال، بالاترین تندی آپولو ۱۱ که به ماه رفت 10840 m/s بود و اختلاف ساعتش با ساعت روی زمین کمتر از $\frac{1}{10}$ بود. اکثر آزمایش‌هایی که اتساع زمان را تأیید کرده‌اند، هسته‌های ناپایدار و ذرات بنیادی را که بسهولت به تندیهای نزدیک نور می‌رسند، مورد استفاده قرار داده‌اند.

اگر چه زمان کمیتی نسبی است، ولی تمام مفاهیم آن که با تجربه روزانه ما شکل گرفته‌اند نادرست نیستند. از نظر ناظر، زمان به عقب بر نمی‌گردد، به عنوان مثال: رشته وقایعی که در زمان‌های t_1, t_2, t_3, \dots در جایی روی می‌دهد برای تمام ناظران سایر جاها نیز به همان ترتیب خواهد بود، گر چه لزومی ندارد بین هر دو واقعه فواصل زمانی $t_1 - t_2, t_2 - t_3$ یکسان باشند. به همین ترتیب، شخصی که از فاصله دور ناظر است، بدون در نظر گرفتن وضعیت حرکتش نمی‌تواند یک واقعه را قبل از این که روی بدهد ببیند - به طور دقیقتر، قبل از این که یک ناظر مجاور، آن را ببیند - از آن جا که تندی نور محدود است، کمینه زمان مورد نیاز L/c خواهد بود، تا علائم، فاصله L را طی کنند. برای نگرشی دقیق به آینده راهی وجود ندارد، گر چه ممکن است چشم‌اندازهای موقتی (و به طور حتم فضایی) حوادث گذشته برای ناظران مختلف متفاوت به نظر برسد.

۳-۱ پدیده دوپلر

ما عموماً "با افزایش ارتفاع صوت هنگام نزدیک شدن منبع صوت به ما (یا نزدیک شدن ما به منبع) و با کاهش ارتفاع صوت هنگام دور شدن منبع صوت به ما (یا دور شدن ما از منبع) آشنایی داریم. این تغییرات بسامد، پدیده دوپلر را که منشأ و اصل آن آشکار است تشکیل می‌دهد. به عنوان مثال، امواج متوالی که از منبع متحرکی به سمت ناظر گسیل می‌شوند، به علت پیش رفتن منبع، از حد معمول به هم نزدیک‌ترند و چون فاصله بین آنها طول موج صوت است، بسامد مربوطه بالاتر است. رابطه بین بسامد منبع ν_0 و بسامد مشاهده شده ν به قرار زیر است:

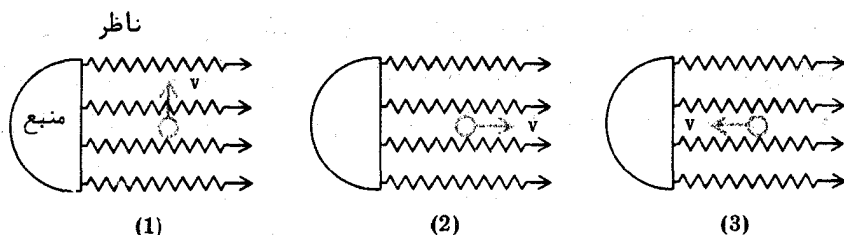
$$\nu = \nu_0 \left(\frac{1 + v/c}{1 - V/c} \right) \quad \text{پدیده دوپلر در صورت} \quad (4-1)$$

در این جا c تندی صوت، v تندی ناظر (مثبت، اگر ناظر به سمت منبع حرکت می‌کند و منفی، اگر او از منبع دور شود) و V تندی منبع است (مثبت، اگر منبع به ناظر نزدیک شود و منفی است اگر منبع از ناظر دور شود). اگر ناظر ثابت باشد، $v = 0$ و اگر منبع ثابت باشد $V = 0$ خواهد بود.

ظاهراً "پدیده دوپلر در صوت برحسب آن که منبع صوت یا ناظر یا هر دو در حرکت باشند تغییر می‌کند، که به نظر می‌رسد با اصل نسبیت متناقض باشد: آنچه که باید به حساب آوریم حرکت نسبی منبع و ناظر است. اما امواج صوتی فقط در محیط مادی از قبیل هوا یا آب منتشر می‌شوند و این محیط خود دستگاه مرجعی است که حرکات منبع و ناظر نسبت به

آن قابل اندازه‌گیری هستند. از این رو، تناقضی وجود ندارد. لکن، در مورد نور، هیچ محیطی درگیر نیست فقط حرکت نسبی منبع و ناظر حائز اهمیت است. بنابراین، پدیدهٔ دوپلر در نور باید با پدیدهٔ دوپلر در صوت متفاوت باشد.

با در نظر گرفتن منبع نوری به عنوان ساعتی که در هر ثانیه ν_0 بار صدای تیک می‌کند و با هر تیک موج نوری منتشر می‌سازد، قادر خواهیم بود پدیدهٔ دوپلر در نور را تجزیه و تحلیل کنیم. سه وضعیت نشان داده شده در شکل (۴-۱) را بررسی خواهیم کرد.



شکل (۴-۱) بسامد نور مشاهده شده توسط ناظر بستگی دارد به جهت و سرعت حرکتش نسبت به منبع.

۱- ناظر عمود بر خط بین منبع نوری و خودش حرکت می‌کند. زمان ویژه بین تیکها $t_0 = 1/\nu_0$ است، بنابراین بین دو تیک متوالی در دستگاه مرجع ناظر، زمان $t = t_0/\sqrt{1-v^2/c^2}$ سپری می‌شود و ناظر بسامد را به طریق زیر به دست می‌آورد.

$$\nu \text{ (عرضی)} = \frac{1}{t} = \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{t_0} = \nu_0 \sqrt{1-v^2/c^2} \quad (۵-۱) \quad \text{پدیدهٔ عرضی دوپلر در نور}$$

همیشه بسامد مشاهده شده ν کمتر از بسامد منبع ν_0 است.

۲- ناظر از منبع نور دور می‌شود. اکنون ناظر در فاصلهٔ بین تیکها به اندازهٔ فاصلهٔ νt از منبع دور می‌شود، یعنی موج نوری از تیک تولید شده نسبت به موج نوری از تیک قبلی مدت زمان $\nu t/c$ بیشتر طول می‌کشد تا به ناظر برسد. از این رو، زمان کل بین رسیدن امواج متوالی به قرار زیر است:

$$T = t + \frac{\nu t}{c} = t_0 \frac{1 + v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = t_0 \frac{\sqrt{1+v/c} \sqrt{1+v/c}}{\sqrt{1-v/c} \sqrt{1-v/c}} = t_0 \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$$

و بسامد مشاهده شده عبارت است از :

$$\nu(\text{دور شدن}) = \frac{1}{T} = \frac{1}{t_0} \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} = \nu_0 \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} \quad (۶-۱)$$

بسامد مشاهده شده ν از بسامد منبع ν_0 کوچکتر است. برخلاف امواج صوتی که در محیط مادی منتشر می‌شوند، در مورد امواج نوری دور شدن ناظر از منبع یا منبع از ناظر فرقی نمی‌کند.

۳ - ناظر به منبع نور نزدیک می‌شود. در این جا ناظر در فاصله بین تیکها به اندازه فاصله vt به منبع نزدیک می‌شود، بنابراین هر موج نوری نسبت به موج قبلی مدت زمان vt/c کمتر طول می‌کشد تا به ناظر برسد. در این حالت $T = t - vt/c$ و نتیجه به دست آمده عبارت است از :

$$\nu(\text{نزدیک شدن}) = \nu_0 \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \quad (۷-۱)$$

بسامد مشاهده شده از بسامد منبع بالاتر است. در مورد حرکت منبع به سمت ناظر همین فرمول نیز صدق می‌کند.

با مثبت قرار دادن ν هنگامی که منبع و ناظر به هم نزدیک می‌شوند و منفی قرار دادن ν ، هنگامی که منبع و ناظر از هم دور می‌شوند، معادلات (۶-۱) و (۷-۱) را به صورت فرمول واحدی می‌توان نوشت،

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \quad \text{پدیده طولی دوپلر در نور} \quad (۸-۱)$$

پدیده دوپلر در نور یک وسیله مهم در ستاره‌شناسی است. ستارگان، نورهایی با بسامدهای مشخص گسیل می‌دارند (خطوط طیفی فصل ۴) و حرکت ستاره به سوی زمین یا در جهت دور شدن از زمین به صورت جابجائی دوپلر در این بسامد ها نمایان می‌شود. خطوط طیفی کهکشان‌های دور همه به سمت انتهای طیف که بسامد پایینی دارد حرکت می‌کنند و از این رو آنها را "انتقال به سوی قرمز" می‌نامند. چنین انتقالهایی دلالت بر دور شدن کهکشانها از ما و از همدیگر می‌کنند. مشاهده می‌شود که تندبهای دور شدن کهکشانها متناسب با فاصله آنها است که دلالت بر انبساط کل جهان دارد. داده‌های موجود با انبساطی که حدود ۱۳ بیلیون سال پیش با انفجار توده متراکم شده ماده اولیه (انفجار بزرگ)

شروع شد، مطابقت دارند. نیروهای گرانشی در حال کند کردن انبساط جهان هستند و امکان دارد (داده‌ها برای اتخاذ تصمیم نارسایند) سرانجام موجب توقف انبساط جهان شوند. اگر این اتفاق بیفتد، جهان از بین خواهد رفت و انفجار بزرگ دیگری روی خواهد داد. در غیر این صورت، انبساط حاضر برای همیشه ادامه خواهد یافت.

۴-۱ انقباض طول

اندازه گیریهای طول و فواصل زمانی تحت تأثیر حرکت نسبی هستند. طول L_0 شیء در حال حرکت نسبت به یک ناظر همیشه کوتاهتر از طول L_0 آن شیء در حالت سکون نسبت به ناظر به نظر می‌رسد و این پدیده به نام پدیده انقباض لورنتس - فیتز جرالده^۱ مشهور است. این انقباض تنها در جهت حرکت نسبی روی می‌دهد. طول L_0 شیء در حال سکون نسبت به دستگاه مرجع را طول ویژه می‌نامند.

انقباض لورنتس به طرق مختلف به دست می‌آید. بررسی ما براساس اتساع زمان واصل نسبیت خواهد بود. در اثر برخورد ذرات سریع پرتوکیهانی (بیشتر پروتونها) در فضا با هسته‌های اتمهای جو زمین در ارتفاع زیاد، ذرات ناپایداری، به نام میون^۲، به وجود می‌آیند، که این رویداد را مورد بررسی قرار خواهیم داد. همان‌طور که در فصل ۱۳ توضیح داده شده است، جرم میون 207 برابر جرم الکترون است و ممکن است دارای بار الکتریکی e یا $-e$ باشد؛ میون بعد از یک عمر متوسط $(2 \times 10^{-6} \text{ s})$ به یک الکترون یا یک پوزیترون واپاشیده می‌شود. تندپه‌های میونهای پرتوکیهانی حدود 10^8 m/s یا $0.994c$ است و به وفور به سطح دریا می‌رسند - از هر سانتیمتر مربع سطح زمین به طور متوسط غالباً "کمی بیش از یک میون در دقیقه عبور می‌کند". اما اگر عمر متوسط میون $t_0 = 2 \mu\text{s}$ باشد، میونها قبل از تجزیه می‌توانند تنها مسافت 600 m - $(2 \times 10^{-6} \text{ s}) \times (10^8 \text{ m/s})$ را طی کنند، در صورتی که در ارتفاع 6000 متر یا بیشتر به وجود می‌آیند.

برای تحلیل این وضعیت، توجه داریم که عمر متوسط میون $2 \mu\text{s}$ است، چیزی که ناظر در حال سکون نسبت به میون به دست خواهد آورد. چون میونها با تندی نسبتاً زیاد $0.994c$ به ما برخورد می‌کنند، طول عمر آنها در دستگاه مرجع ما باندازه مقدار فوق اتساع زمانی خواهد داشت.

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2 \times 10^{-6} \text{ s}}{\sqrt{1 - (0.998c)^2/c^2}} = 31.6 \times 10^{-6} \text{ s}$$

طول عمر میونهای متحرک تقریباً ۱۶ برابر عمر متوسط میونهای ساکن است. در فاصله زمانی $31/6 \mu s$ ، میونی که تندی آن $0/998c$ است، می تواند مسافت 9500 m را بپیماید.

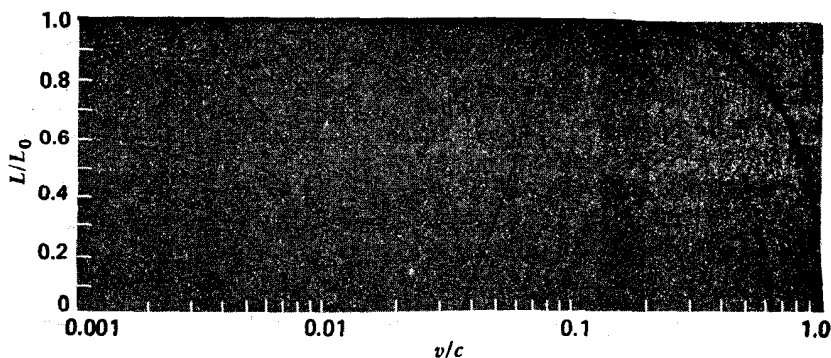
$$vt = (2.994 \times 10^8 \text{ m/s}) \times (31.6 \times 10^{-6} \text{ s}) = 9,500 \text{ m}$$

گرچه در دستگاه مرجع میون، طول عمر آن فقط $2 \mu s$ است، اما از ارتفاع 9500 متری می تواند به سطح زمین برسد، زیرا در دستگاه مرجعی که این ارتفاع سنجیده می شود، طول عمر میون $31/6 \mu s$ است.

چطور می شود اگر شخصی میونی را که با تندی $0/998c$ v فرود می آید همراهی کند، بطوری که میون نسبت به او ساکن باشد؟ اکنون ناظر و میون در دستگاه مرجع یکسانی قرار دارند و طول عمر میون در این دستگاه فقط $2 \mu s$ می باشد. به نظر ناظر، میون قبل از واپاشی تنها قادر است مسافت 600 متر را بپیماید. تنها راه توجیه ورود میون به سطح زمین از نظر ناظر واقع در دستگاه متحرک این است که مسافتی که میون می پیماید به واسطه حرکتش کوتاه شود. اصل نسبیت، حد انقباض را برای ما بیان می کند - این حد باید همان سازه $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ باشد که از نظر یک ناظر ساکن طول عمر میون را زیاد می کند.

بنابراین نتیجه می گیریم ارتفاعی را که بر روی زمین h_0 به دست می آوریم باید از نظر دستگاه مرجع میون به صورت ارتفاع کمتری ظاهر شود.

$$h = h_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$



شکل (۵-۱) انقباض طولی لورنتس. فقط طولها در جهت حرکت تغییر می کنند.

در دستگاه مرجع ما میون به دلیل اتساع زمان، مسافت $h_0 = 9500 \text{ m}$ را می‌تواند طی کند. چون در دستگاه مرجع میون، اتساع زمان وجود ندارد، مسافت پیموده شده به صورت زیر خلاصه می‌شود.

$$h = 9,500 \text{ m} \times \sqrt{1 - (0.998c)^2/c^2} = 600 \text{ m}$$

همان طور که می‌دانیم، میون این مسافت را با سرعت $0.998c$ در مدت $2 \mu\text{s}$ می‌پیماید. کوتاه شدن نسبیتی فواصل مثالی از انقباض طولی لورنتس - فیتز جرالدر جهت حرکت می‌باشد:

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (9-1) \quad \text{انقباض لورنتس}$$

شکل (۵-۱) نموداری از L/L_0 در مقابل v/c است؛ انقباض لورنتس در تندیهایی نزدیک به تندی نور بیشتر قابل توجه است. انقباض لورنتس، همانند اتساع زمان، پدیده‌ای دو جانبه است. شخصی که در فضا پیمای است، نسبت به موقعی که روی زمین بوده، اشیاء روی زمین را کوچکتر می‌بیند با همان سازه $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ که شخص ساکن روی زمین، فضاپیما را کوچکتر می‌بیند. طول ویژه L_0 به دست آمده در دستگاه مرجع ساکن، بیشینه طولی است که هر ناظری اندازه‌گیری خواهد کرد.

۵-۱ معمای دوقلوها^۱

اکنون در موقعیتی قرار داریم تا اثر نسبیتی مشهوری را که به معمای دوقلوها معروف است درک کنیم. لازمه این معما، داشتن دو ساعت مشابه است، یکی از آنها روی زمین باقی می‌ماند در حالی که ساعت دیگر با سرعت v به فضا برده می‌شود و سرانجام برگردانده می‌شود. معمولاً "دوقلوی A (مذکر) و B (مؤنث) را جایگزین ساعتها می‌کنند، جانشین‌سازی کاملاً" مورد قبول است، زیرا مراحل زندگی - ضربان قلب، عمل تنفس و غیره - ساعت‌های بیولوژیکی را که دارای نظم معقولی هستند تشکیل می‌دهند.

دو قلوی A هنگامی که ۲۰ ساله می‌شود از زمین جدا می‌شود و با سرعت $v = 0.8c$ به سمت ستاره‌ای که $L_0 = 20$ سال نوری با او فاصله دارد حرکت می‌کند و پس از رسیدن به ستاره

به زمین باز می‌گردد. (سال نوری، مسافتی است که نور در طی یک سال در فضای خالی می‌پیماید و برابر است با $10^{15} \times 3/4 \times 9$) برای دو قلو B در روی زمین، به نظر می‌رسد که دو قلو A در طی سفرش مدت زمان کمتری، در واقع تنها به میزان ۶۰٪ عمر B را، سپری کرده است.

$$\sqrt{1 - v^2/c^2} = \sqrt{1 - (0.8c)^2/c^2} = 0.60 = 60 \text{ percent}$$

در ازای هر دفعه که دو قلو A تنفس می‌کند، غذای خورد و فکر می‌کند، دو قلو B ، $\frac{2}{3}$ برابر او تنفس می‌کند، غذا می‌خورد و فکر می‌کند. سرانجام، پس از این که به حساب دو قلو B ، ۵۰ سال سپری شد ($t_0 = 2L_0/v = 50$ سال)، دو قلو A از سفری برمی‌گردد که ۶۰٪ آن مدت طول کشیده است، بنابراین A مدت ۳۰ سال در سفر بوده و اکنون یک مرد ۵۰ ساله است در حالی که B پیرزن ۷۰ ساله‌ای شده است.

معما کجاست؟ اگر از نظر دو قلو A که در فضا پیماست موقعیت را بدقت بررسی کنیم، دو قلو B در روی زمین با تندی $0.8c$ در حرکت است. بنابراین، ممکن است انتظار داشته باشیم هنگامی که فضا پیمای برمی‌گردد، دو قلو B ، ۵۰ ساله و A ، ۷۰ ساله‌شده باشد - دقیقاً خلاف نتیجه‌ای که در بالا گرفته شد.

تجزیه و تحلیل معما به نامتقارن بودن زندگی دو قلوها بستگی دارد. دو قلو B همیشه در دستگاه لختی^۱ یکسانی باقی می‌ماند و بنابراین او حق دارد که فرمول اتساع زمان را در مورد کل سفر دو قلو A به کار برد (بجز در فاصله زمانی شتاب، هنگامی که دو قلو A دور می‌زند تا به زمین برگردد، اما می‌توانیم تصور کنیم که این فاصله زمانی در مقایسه با مدت سفر بسیار کوتاه خواهد بود). از طرف دیگر، دو قلو A برای تغییر دادن جهت خود باید از یک دستگاه لختی به دستگاه دیگری انتقال یابد، بنابراین کاربرد این فرمول تنها برای سفر رفت معتبر خواهد بود. بنابراین، نتیجه B که A در برگشت جوانتر خواهد بود بایستی نتیجه صحیحی باشد.

اگر بخواهیم به سفر دو قلو A از دید خودش نگاه کنیم، باید در نظر بگیریم که مسافت پیموده شده تا ستاره بر طبق انقباض لورنتس مقدار زیر خواهد بود.

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} = 12 \text{ سال نوری}$$

به نظر او زمان سپری شده رفت سفر $L/v = 15$ سال و زمان برگشت سفر نیز ۱۵ سال خواهد بود. برای دو قلو A کل سفر ۳۰ سال طول می‌کشد و همان طور که خواهرش انتظار

دارد، هنگام ورود به زمین ۵۰ ساله است. البته مدت سپری شدن عمر A از نظر خودش زیاد نشده است، معذالک این ۳۰ سال هر چقدر هم به نظر خواهرش در روی زمین طولانی به نظر برسد تا جایی که به A مربوط می شود همان ۳۰ سال از عمرش گذشته است.

معمای دو قلوها نسبت به سایر نتایج نسبیت خاص، تحیر بیشتری را سبب شده است، با این حال تحلیل آن با اصول نسبیت مطابقت دارد. برای این که در این مورد متقاعد شویم، تصور کنیم که در طی سفر، هریک از دو قلوها سالی یک دفعه علامت رادیویی بفرستد، به طوری که آنها بتوانند حساب سن یکدیگر را داشته باشند. در سفر به ستاره، دو قلوهای A و B با سرعت $v = c/8$ از هم دور می شوند و به کمک استدلالی که برای تحلیل پدیدهٔ دوپلر در قسمت (۱-۳) به کار بردیم، پی می بریم که هر یک از دو قلوها علامت را به فاصلهٔ $T = t_0 \sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)} = 3$ سال دریافت می کنند، چون $t_0 = 1$ سال است. در مراجعت A و B با همان سرعت به هم نزدیکتر می شوند و هر یک علامت بیشتری دریافت می کنند، یعنی به فاصله $\frac{1}{3}$ سال.

$$T = t_0 \sqrt{(1-v/c)/(1+v/c)} = \frac{1}{3}$$

دو قلو A در مدت ۱۵ سال سفر به ستاره از خواهرش B، $\frac{15}{3} = 5$ علامت دریافت می کند. دو قلو A در مدت ۱۵ سال مراجعت به سوی زمین، از B $\frac{15}{3} = 5$ علامت دریافت می کند، بنابراین A به این نتیجه می رسد که در طول سفرش از سن خواهرش در روی زمین $5 + 45 = 50$ سال گذشته است. این موضوع با محاسبهٔ دو قلو B نیز مطابقت دارد: دو قلوها بر این عقیده هستند که در پایان سفر، B، ۷۰ ساله می شود.

در مورد علائمی که A می فرستد، چطور؟ در دستگاه مرجع B، $L_0/v = 25$ سال لازم است تا سفر رفت برادرش انجام شود. چون ستاره ۲۰ سال نوری با او فاصله دارد، پس از این که A حقیقتاً "به ستاره رسیده است" B علامت A را با همان میزان اولیه برای ۲۰ سال به ازای هر سه سال یک علامت دریافت می کند. بنابراین، در مدت $25 + 20 = 45$ سال، B علامت را به فاصلهٔ زمانی ۳ سال دریافت می کند که کلاً $\frac{45}{3} = 15$ علامت می شود. بنابراین برای ۵ سال باقیمانده از سفری که از نظر B یک سفر ۵۰ ساله است، علائم به فواصل زمانی $\frac{1}{3}$ سال وارد می شوند، که کلاً $\frac{5}{1/3} = 15$ علامت می شود. به این ترتیب، B در روی زمین جمعاً ۳۰ علامت دریافت می کند و به این نتیجه می رسد که برادرش A در طی سفر، ۳۰ سال پیر شده است - که با محاسبهٔ A نیز مطابقت دارد. در حقیقت، در پایان سفر، A، ۲۰ سال از B جوانتر خواهد بود، دقیقاً "همان طور که B بر اساس اتساع زمان پیش بینی می کرد."

چه عاملی سبب شده است که A از B جوانتر بماند؟ تنها جواب این است که این روشی است که جهان کار می کند. بسیار آموزنده و میسر است که تمام وقایعی را که در یک سیستم چهار بعدی پیوسته ای به نام فضا - زمان روی می دهند، مورد توجه قرار دهیم، که در آن

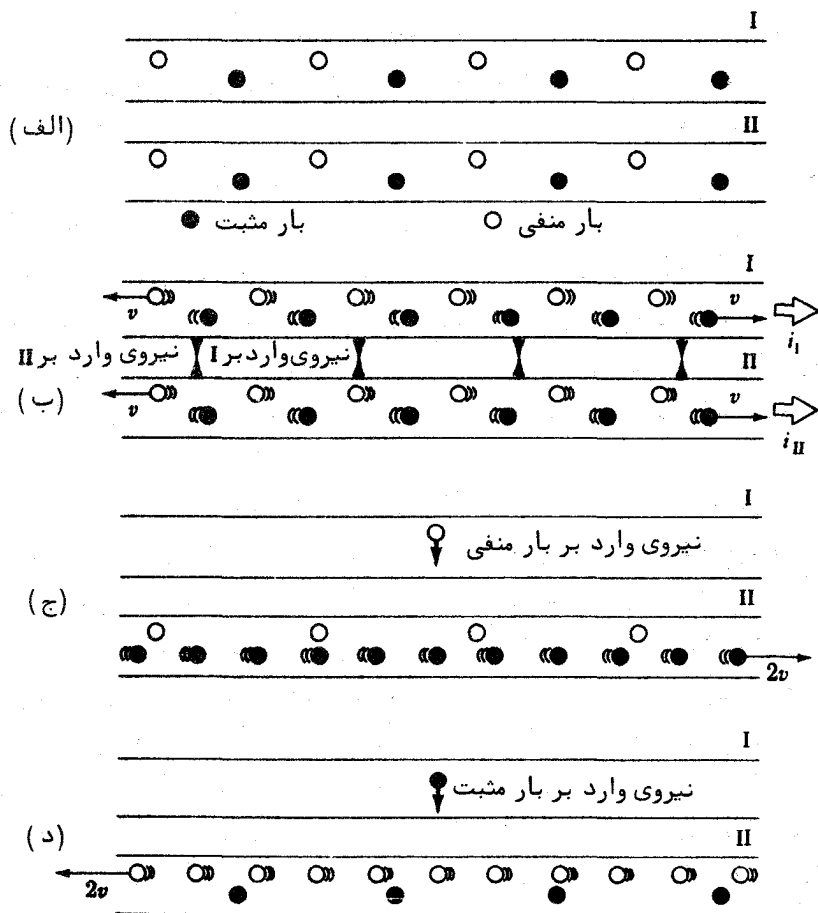
سه مختصه y, x, z و فضا و مختصه چهارم ict به زمان مربوط می شود ($i = \sqrt{-1}$) بنابراین، می توانیم مسیر دو قلوها را در فضا - زمان به طور هندسی در نظر بگیریم و به همان نتیجه قبلی، منتها دقیقتر و عمیقتر، برسیم. اما فضا - زمان هنوز مانند اصول اینشتین تنها یک راه توصیف واقعیت خواهد بود. درست همان طور که نتیجه ای از قوانین طبیعت، دنیای تجارب روزمره ماست، عدم تقارن در سن دو قلوها هم نتیجه ای از قوانین طبیعت است.

۱-۶ مغناطیس و الکتریسیته

یکی از مسائلی که باعث تشویق اینشتین به ادامه نسبت خاص شد، ارتباط بین الکتریسیته و مغناطیس بود و توانایی نظریه اش در روشن کردن ماهیت این ارتباط، یکی از پیروزیهای او محسوب می شود. چون بارهای متحرک (معمولاً "الکترونها") که تأثیرات متقابل آنها بر یکدیگر موجب به وجود آمدن نیروهای مغناطیسی زیادی می شود که برای ما شناخته شده اند و تندی که این الکترونها به مراتب کمتر از c دارند، فوراً "معلوم نمی شود که مثلاً" عمل موتور الکتریکی بر پایه نسبت استوار باشد. لکن، هنگامی که قدرت نیروهای الکتریکی را در نظر می گیریم، این پنداره کمتر غیر قابل قبول می نماید. به عنوان مثال، در یک اتم عیدروژن، جاذبه الکتریکی بین الکترون و پروتون 10^{39} برابر بیشتر از جاذبه گرانشی بین آنهاست - به طوری که تغییر جزئی در خصوصیت این نیروها در اثر حرکت نسبی (آن چیزی که نیروهای مغناطیسی نشان می دهند) ممکن است نتایج مهمی را در پی داشته باشد. به علاوه، اگر چه تندی مؤثر یک الکترون منفرد در سیم حامل جریان ($> 1 \text{ mm/s}$) کمتر از تندی حرکت کرم خسته است، ولی ممکن است در هر سانتیمتر چنین سیمی 10^{20} الکترون متحرک یا بیشتر وجود داشته باشد، بنابراین اثر کل قابل توجه خواهد بود.

گر چه شرح این مطلب که چگونه نسبت، الکتریسیته و مغناطیس را به یکدیگر پیوند می دهد، از نظر ریاضی پیچیده است، ولی بعضی از جنبه های آن بر اساس یک استنباط ذهنی بسهولت قابل درک است. منشاء نیروی مغناطیسی بین دو جریان موازی، مثالی است که در این مورد می توان ذکر کرد. نکته مهم این است که همانند تندی نور، بار الکتریکی بطور نسبیتی ناوارد است؛ بار الکتریکی که اندازه اش در یک دستگاه لختی q باشد در تمام دستگاههای لختی دیگر نیز q خواهد بود.

همان طور که در شکل (۱-۶ الف) نشان داده شده است، دو رسانای ایده آل را در نظر می گیریم. تعداد بارهای الکتریکی مثبت و منفی آنها در حالت سکون با هم برابر است و فاصله بارها از یکدیگر برابر است. چون رساناها از نظر بار الکتریکی خنثی هستند، نیرویی بین آنها وجود ندارد.



شکل (۱-۶) طرز ایجاد جاذبه مغناطیسی بین نیروهای موازی. (الف) رساناهای موازی ایده‌آل که دارای تعداد مساوی بارهای مثبت و منفی هستند. (ب) هنگامی که رساناهای حامل جریانند فاصله بارهای متحرکشان از نظر ناظران در آزمایشگاه، انقباض نسبیتی پیدا می‌کند. هرگاه i_I و i_{II} در یک جهت باشند، رساناهای یکدیگر را جذب خواهند کرد. (ج) از نظر یک بار منفی در I بارهای منفی در II در حال سکون قرار دارند، در حالی که بارهای مثبت در حرکتند. فضای منقبض شده بین بارهای مثبت در II به بار مثبت خالصی در II منتهی می‌شود که بار منفی I را جذب می‌کند. (د) از نظر یک بار مثبت در I، بارهای مثبت در II در حالت سکون هستند در صورتی که بارهای منفی در حرکتند. فضای منقبض شده بین بارهای منفی در II به بار منفی خالصی در II منتهی می‌شود که بار مثبت I را جذب می‌کند. در مورد فضای منقبض شده در (ب)، (ج) و (د) زیاد مبالغه شده است.

شکل (۱-۶ ب) همان رساناهایی را وقتی که حامل جریانهای i_1 و i_2 در یک جهت هستند، نشان می‌دهد. بارهای مثبت به طرف راست و بارهای منفی به طرف چپ در حرکتند و همان‌طور که در دستگاه مرجع آزمایشگاهی دیده می‌شود، هر دو با سرعت یکسان v حرکت می‌کنند. (در فلزات، جریانهای واقعی تنها از جاری شدن بارهای منفی تشکیل می‌شوند، اما در این جا مدل معادل الکتریکی برای تجزیه و تحلیل آسانتر است و نتایج یکسانی به دست می‌آید). چون بارها متحرکند، فاصله آنها با سازه $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ از قبل کمتر خواهد شد. چون مجموعه بارهای مثبت و منفی سرعت v یکسانی دارند، فاصله بین آنها به مقدار مساوی کمتر می‌شود و به نظر ناظر آزمایشگاه، رساناها خنثی باقی می‌مانند. با وجود این، اکنون رساناها یکدیگر را جذب می‌کنند؛ چرا؟

اجازه دهید از دستگاه مرجع یکی از بارهای منفی در رسانای I، به رسانای II نگاه کنیم. همان‌طور که در شکل (۱-۶ ج) دیده می‌شود، چون در این دستگاه بارهای منفی در II ساکن به نظر می‌رسند، فاصله بین آنها منقبض نمی‌شود. از طرف دیگر، اکنون بارهای مثبت در II سرعت v دارند، بنابراین فاصله بین آنها بیشتر از آن مقداری که در دستگاه مرجع آزمایشگاهی نمایان است منقبض می‌شود. بنابراین، به نظر می‌رسد رسانای II دارای بار مثبت خالصی باشد و یک نیروی جاذبه بر روی بار منفی در رسانای I اثر می‌کند.

سپس از چهار چوب مرجع یکی از بارهای مثبت در رسانای I به رسانای II نگاه می‌کنیم. اکنون بارهای مثبت در II ساکنند و بارهای منفی با سرعت v به طرف چپ حرکت می‌کنند. بنابراین، همان‌طور که در شکل (۱-۶ د) نشان داده شده است، بارهای منفی از بارهای مثبت به یکدیگر نزدیک‌ترند و تمام رسانا به نظر می‌رسد بار منفی داده شده باشد. بنابراین نیروی جاذبه روی بارهای مثبت I اثر می‌کند.

بحثهای مشابه نشان می‌دهد که بارهای مثبت و منفی در II، جذب I می‌شوند. بدین ترتیب، تمام بارها در هر رسانا، نیروهایی را که جهت آنها به سمت رسانای دیگر است، تجربه می‌کنند. نیرویی که بر هر بار وارد می‌شود یک نیروی الکتریکی "معمولی" است که ایجاد می‌شود، زیرا در رسانای دیگر بارهای ناهمنام از بارهای همنام به یکدیگر نزدیک‌ترند، بنابراین به نظر می‌رسد که رسانای دیگر دارای یک بار الکتریکی خالص باشد. از دید دستگاه مرجع آزمایشگاهی، وضعیت زیاد مشخص نیست. در این دستگاه مرجع، هر دو رسانا از نظر بار الکتریکی خنثی می‌باشند و طبیعی است تا جاذبه متقابل بین آنها را با نسبت دادن به برهم‌کنشی "مغناطیسی" خاص بین جریانها بیان کنیم.

یک تحلیل مشابه، نیروی رانشی بین رساناهای موازی را، که حامل جریانهایی در جهت

مخالف هستند، بیان می‌کند. گر چه راحت‌تر است که نیروهای مغناطیسی را متفاوت از نیروهای الکتریکی در نظر بگیریم، اما هر دو مظاهر یک برهمکنش الکترومغناطیسی منحصر به فردی، که بین ذرات باردار روی می‌دهد، می‌باشند.

ظاهراً "یک رسانای حامل جریان که از نظر بار الکتریکی در یک دستگاه مرجع خنثی است، ممکن است در دستگاه مرجع دیگر خنثی نباشد. چگونه می‌توان این مشاهده را با ناوردایی بار توجیه کرد؟ پاسخ این است که باید کل مدار را که رسانا بخشی از آن است، در نظر بگیریم. از آن جا که برای جاری شدن جریان، مدار باید بسته باشد، برای هر جزئی از جریان که در یک جهت حرکت می‌کند و فرضاً "از نظر ناظر متحرک دارای بار مثبت است، باید جزء جریان دیگری در جهت مخالف آن وجود داشته باشد که از نظر همان ناظر دارای بار منفی باشد. از این رو، نیروهای مغناطیسی همیشه بین قسمت‌های مختلف همان مدار اثر می‌کنند، حتی اگر به نظر تمام ناظران کل مدار از نظر الکتریکی خنثی باشد.

در بحث فوق، تنها نوع خاصی از پدیده مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفت. معمولاً، اگر چه تحلیل پیچیده‌تر می‌شود، ولی سایر پدیده‌های مغناطیسی را نیز می‌توان براساس قانون کولن^۱، ناوردایی بار و نسبیت خاص توجیه کرد.

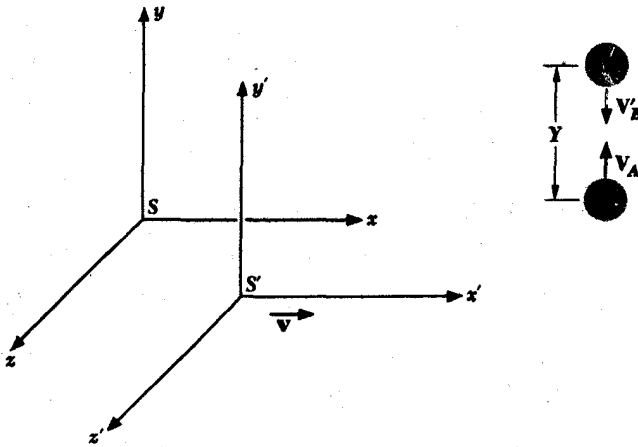
۷-۱ نسبیت جرم

تاکنون صرفاً "جنبه‌های سینماتیک نسبیت خاص را مورد توجه قرار داده‌ایم. نتایج دینامیکی نسبیت که دست کم تغییر جرم با سرعت و هم ارزی جرم و انرژی را شامل می‌شود حائز اهمیت است.

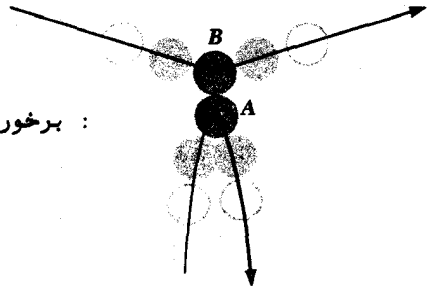
برخوردکشسان (برخوردی که انرژی جنبشی ثابت بماند) بین دو ذره^۲ A و B را درحالی در نظر می‌گیریم که ناظران در دستگاه‌های مرجع S و S' که حرکت نسبی یکنواختی دارند، شاهد آن هستند. هنگامی که دستگاه‌های مرجع در حال سکون می‌باشند، خصوصیات A و B یکسان است. همان‌طور که در شکل (۷-۱) نشان داده شده است، دستگاه‌های S و S' طوری سمت‌گیری می‌شوند که S نسبت به S' در جهت x و با سرعت v حرکت کند.

قبل از برخورد، ذره A در دستگاه S و ذره B در دستگاه S' در حال سکون بوده‌اند. سپس، به طور همزمان، A در جهت $+y$ با تندی V_A و B در جهت $-y'$ با تندی V'_B پرتاب شدند، بطوری که:

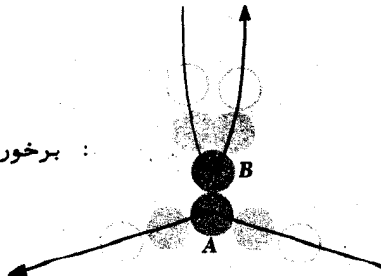
$$V_A = V'_B \quad (۱۰-۱)$$



: برخورد مشاهده شده از دستگاه S



: برخورد مشاهده شده از دستگاه S'



شکل (۷-۱) یک برخورد کشسان که در دو دستگاه مرجع متفاوت مشاهده می شود .

از این رو، رفتار A مشاهده شده از دستگاه S دقیقاً " همانند رفتار B مشاهده شده از دستگاه S' است. هنگامی که دو ذره به هم برخورد می کنند، ذره A در جهت $-y$ با تندی V_A و B در جهت $+y'$ با تندی V_B' برمی گردد. اگر دو ذره به فاصله Y از هم پرتاب شوند، ناظر در دستگاه S پی می برد که برخورد در فاصله $Y' = \frac{1}{\gamma} Y$ صورت گرفته و ناظر در دستگاه S' پی می برد که برخورد در فاصله $Y' = \frac{1}{\gamma} Y$ روی می دهد. بنابراین، T_0 زمان رفت و برگشت ذره A که در دستگاه S اندازه گیری شده، عبارت است از:

$$T_0 = \frac{Y}{V_A} \quad (11-1)$$

و زمان رفت و برگشت B در دستگاه S' همان T_0 است:

$$T_0 = \frac{Y}{V_B'}$$

اگر در دستگاه S اندازه حرکت پایسته باشد، رابطه زیر برقرار است:

$$m_A V_A = m_B V_B \quad (12-1)$$

m_A و m_B جرمهای A و B و V_A و V_B سرعتهای آنها که در دستگاه S اندازه گیری شده است می باشد. تندی V_B در دستگاه S از فرمول زیر به دست می آید:

$$V_B = \frac{Y}{T} \quad (13-1)$$

که در آن T زمان مورد نیاز برای رفت و برگشت ذره B است که در دستگاه S اندازه گیری می شود. لکن T_0 زمان مورد نیاز رفت و برگشت ذره B در دستگاه S' است بطوری که بر طبق نتایج قبلی داریم.

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (14-1)$$

گرچه ناظران در هر دو دستگاه رویداد یکسانی را مشاهده می کنند ولی در مورد طول زمانی که ذره پرتاب شده از مرجع دیگری نیاز دارد تا برخورد کند و برگردد هم رأی نیستند. در فرمول (13-1) به جای T معادلش را برحسب T_0 قرار می دهیم:

$$V_B = \frac{Y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{T_0}$$

از فرمول (۱۱-۱) داریم :

$$V_A = \frac{Y}{T_0}$$

حال در فرمول (۱۲-۱) به جای V_A و V_B معادلش را می‌گذاریم ، می‌بینیم که اندازه حرکت پایسته است ، مشروط بر آن که :

$$m_A = m_B \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (15-1)$$

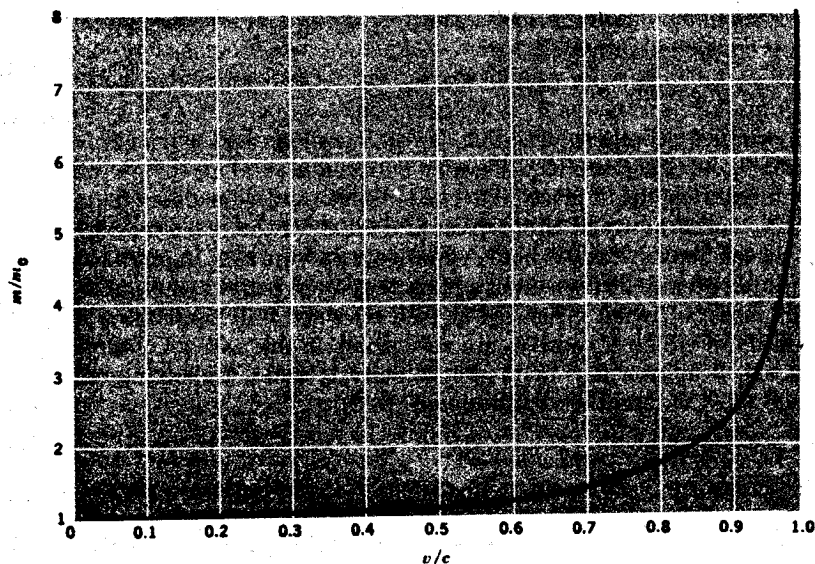
فرض اولیه ما این بود که هرگاه A و B نسبت به یک ناظر در حالت سکون باشند با یکدیگر یکسانند ؛ بنابراین ، اختلاف بین m_A و m_B به این معنی است که اندازه‌گیری جرم همانند اندازه‌گیری فضا و زمان به تندی نسبی بین ناظر و آنچه او مشاهده می‌کند بستگی دارد .

در مثال بالا ، هر دو ذره A و B در دستگاه S در حال حرکتند . برای به دست آوردن فرمولی که جرم m شیء در حال حرکت را برحسب جرم m_0 همان شیء در حال سکون نشان دهد ، به مثال مشابهی نیاز داریم که در آن مقادیر V_A و V_B خیلی کوچک باشند . در این حالت ، ناظر در دستگاه S شاهد نزدیک شدن B به A با سرعت v خواهد بود که برخوردی کوتاه صورت می‌گیرد (چون $V_B \ll v$) و سپس به حرکت خود ادامه می‌دهد . در دستگاه S ، $m_A = m_0$ و $m_B = m$ و بنابراین :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{جرم نسبیتی} \quad (16-1)$$

جرم جسمی m که با سرعت v نسبت به یک ناظر در حال حرکت است ، با سازه $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ بیشتر از وقتی است که نسبت به همان ناظر در حال سکون قرار دارد . این افزایش جرم برای ناظری در دستگاه S برعکس است ، یعنی $m_B = m_0$ و $m_A = m$ اگر از روی زمین طول موشک در حال پرواز را اندازه بگیریم مقدار آن از طول موشک مشابهی که روی زمین است کمتر خواهد بود و جرم آن از جرم موشک روی زمین بیشتر خواهد شد . برای شخصی که با موشک پرواز می‌کند ، طول موشک روی زمین کوتاهتر و جرم آن بیشتر به نظر می‌رسد . (البته ، این اثر برای تندی واقعی موشکها قابل ملاحظه نیست) . معادله ۱-۱۶ در شکل (۸-۱) ترسیم شده است .

افزایش جرم نسبیتی تنها در تندیهای نزدیک به تندی نور حائز اهمیت است . افزایش جرم در تندی $\frac{1}{10}$ تندی نور تنها به ۵/۰ درصد می‌رسد ، اما این افزایش در تندی $\frac{9}{10}$ تندی



شکل (۸-۱) نسبیت جرم

نور به بیش از ۱۰۰٪ بالغ می‌شود. منحصرًا "ذرات اتمی نظیر الکترون‌ها، پروتون‌ها، مزونها و غیره تندهای زیادی دارند که برای پدیده‌های نسبیتی قابل اندازه‌گیری‌اند و قوانین "معمولی" فیزیک را در مورد این ذرات نمی‌توان بکار برد. از لحاظ تاریخی، بوچرا در سال ۱۹۰۸ م. کشف کرد که نسبت e/m بار الکترون به جرمش در الکترون‌های سریع کوچکتر از الکترون‌های کند است و براساس این کشف برای اولین بار درستی معادله (۱۶-۱) را اثبات کرد؛ این معادله همانند سایر معادلات نسبیت خاص به وسیله آزمایش‌های زیادی ثابت شده است و امروزه به عنوان یکی از فرمولهای اساسی فیزیک شناخته می‌شود.

مسأله - جرم الکترونی ($m_0 = 9/1 \times 10^{-31} \text{ kg}$) را که سرعتش ۰/۹۹ سرعت نور است محاسبه کنید.

حل: $v/c = 0.99$ و $v^2/c^2 = 0.98$

$$\text{چون } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}{\sqrt{1 - 0.98}} = 64 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

بنابراین جرم آن ۷ برابر جرم الکترونی است که در حال سکون قرار دارد.

هنگامی که v به c نزدیک می‌شود، در معادله (۱۶-۱) مقدار $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ به سمت صفر میل می‌کند و جرم m به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. به ازای $v = c$ ، $m = \infty$ می‌شود، نتیجه می‌گیریم که v نمی‌تواند برابر c باشد؛ هیچ شیء مادی نمی‌تواند با تندی نور حرکت کند. اگر فرضیه‌ای که با سرعت $v_1 = 0.5c$ نسبت به زمین حرکت می‌کند، پرتابه‌ای را با سرعت $v_2 = 0.5c$ در همان جهت رها کند، چه خواهد شد؟ ممکن است در روی زمین انتظار داشته باشیم که پرتابه را با تندی $v_1 + v_2 = c$ مشاهده کنیم. در واقع، همان‌طور که در بخش (۱۱-۱) بحث شد، در نسبیت، افزایش سرعت فرآیند ساده‌ای نیست و در چنین حالتی تندی پرتابه تنها $0.8c$ خواهد بود.

در نسبیت، همیشه تندی نور c در فضای تهی $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است. نور در محیطهای مادی نظیر هوا، آب و شیشه با تندی کمتر از این حرکت می‌کند و در چنین محیطهایی، ذرات اتمی قادرند با تندیهایی بیشتر از تندی نور در آنها حرکت کنند. هرگاه یک ذره باردار الکتریکی، از ماده‌ای با تندی متجاوز از تندی نور در آن ماده حرکت کند، امواج نوری به شکل مخروط گسیل می‌شوند که این امواج شبیه موج کمائی تولید شده توسط یک کشتی که سریعتر از سرعت امواج آب حرکت کند است. این امواج نوری به تابش چرنکوف^۱ معروف هستند و اساس یک روش جهت تعیین تندیهایی چنین ذراتی را تشکیل می‌دهند (به بخش ۱-۱۳ رجوع شود).

مشروط بر آن که اندازه حرکت خطی P طبق فرمول زیر تعریف شده باشد.

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{اندازه حرکت نسبیتی} \quad (17-1)$$

درست همان گونه که پایستگی اندازه حرکت در فیزیک کلاسیک معتبر است، در نسبیت خاص هم معتبر خواهد بود. لکن، قانون دوم حرکت نیوتن، تنها به صورت زیر صحیح است:

$$F = \frac{d}{dt}(mv) = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) \quad (18-1)$$

این معادل عبارت زیر نیست که

$$F = ma = m \frac{dv}{dt}$$

حتی با مقدار داده شده m از معادله (۱۶-۱)، زیرا

$$\frac{d}{dt}(mv) = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}$$

و اگر تندى جسم با زمان تغییر کند، dm/dt صفر نمی‌شود. نیروی منته‌ء وارد بر یک جسم همیشه با تغییر اندازهٔ حرکت جسم نسبت به زمان برابر است.

۸-۱ جرم و انرژی

مشهورترین رابطهای که اینشتین از اصول نسبیت خاص به دست آورد، به جرم و انرژی مربوط می‌شود. این رابطه را می‌توان مستقیماً "از روی تعریف انرژی جنبشی K یک جسم متحرک بصورت کار انجام شده بر روی جسم برای به حرکت درآوردن آن از حالت سکون، به دست آورد. یعنی:

$$K = \int_0^s F ds$$

که F مؤلفهٔ نیروی اعمال شده در جهت جابجایی ds و s فاصله‌ای است که بر آن نیرو اثر می‌گذارد. اگر شکل نسبیتی قانون دوم حرکت به صورت فرمول زیر نوشته شود:

$$F = \frac{d(mv)}{dt}$$

انرژی جنبشی به طریق زیر بیان می‌شود:

$$K = \int_0^s \frac{d(mv)}{dt} ds = \int_0^v v d(mv) = \int_0^v v d\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$$

با استفاده از انتگرال‌گیری جزء بجزء $(fx dy = xy - fy dx)$

$$\begin{aligned} K &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m_0 \int_0^v \frac{v dv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + m_0 c^2 \sqrt{1-v^2/c^2} \Big|_0^v \\ &= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m_0 c^2 \\ &= mc^2 - m_0 c^2 \end{aligned}$$

(۱۹-۱)

نتیجهٔ بدست آمده بیان می‌کند که انرژی جنبشی جسم برابر است با حاصل ضرب افزایش جرم ناشی از حرکت نسبیتی در مجذور تندى نور.

معادله (۱-۱۹) را به صورت زیر می‌توان نوشت :

$$mc^2 = K + m_0c^2 \quad (1-20)$$

اگر mc^2 را به عنوان انرژی کل E جسم در نظر بگیریم ، درمی‌یابیم هنگامی که جسم در حال سکون است و $K = 0$ می‌باشد ، جسم دارای انرژی m_0c^2 خواهد بود . از این رو ، m_0c^2 را انرژی سکون جسمی که جرمش در حال سکون m_0 است می‌نامند . بنابراین معادله (۱-۲۰) به صورت زیر درمی‌آید

$$E = E_0 + K$$

که

$$E_0 = m_0c^2 \quad \text{انرژی سکون} \quad (1-21)$$

اگر جسم متحرک باشد ، انرژی کل عبارت است از :

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{انرژی کل} \quad (1-22)$$

مساله: جسم ساکنی بر اثر انفجار به دو قسمت می‌شود ، جرم در حال سکون هر قسمت ۱ کیلوگرم است و با تندی $0.6c$ از هم دور می‌شوند . جرم در حال سکون جسم اصلی را به دست آورید .
حل: چون انرژی کل جسم اصلی برابر مجموع انرژیهای کل دو قسمت است ، پس :

$$m_0c^2 = \frac{m_{01}c^2}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} + \frac{m_{02}c^2}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}}$$

$$m_0 = \frac{2 \times 1 \text{ kg}}{\sqrt{1 - (0.6)^2}} = 2.5 \text{ kg}$$

چون جرم و انرژی ، کمیت‌های مستقلى نیستند ، اصول پایستگی جداگانه انرژی و جرم به صورت اصل واحدی به نام اصل پایستگی جرم انرژی محسوب می‌شوند . جرم می‌تواند به وجود بیاید یا نابود شود ، وقتی این عمل روی می‌دهد یک مقدار معادل انرژی بطور همزمان از بین می‌رود یا تولید می‌شود و بالعکس . جرم و انرژی جنبه‌های مختلف یک چیز می‌باشند . سازه تبدیل بین واحد جرم (کیلوگرم kg) و واحد انرژی (ژول J) است ، بنابراین ، یک کیلوگرم ماده - تقریباً - به اندازه جرم این کتاب - $9 \times 10^{16} \text{ J}$ $= 1 \text{ kg} \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = m_0c^2$ انرژی دارد ، که برای فرستادن باری به وزن یک میلیون تن به ماه کفایت می‌کند . چگونه

ممکن است این ماده "نسبه" کم این همه انرژی را در خود جای دهد، بدون این که قبل از کشف اینشتین حتی کسی از وجود آن اطلاعی داشته باشد؟ در واقع، فرآیندهایی که در آنها انرژی سکون آزاد می شود برای ما خیلی آشنا هستند، معمولاً "در چنین شرایطی در مورد آنها فکر نمی کنیم". در هر واکنشی که انرژی تولید می شود، مقداری از ماده از بین می رود، اما جرم از دست رفته نسبت به جرم کل ماده در حال واکنش، کسر کوچکی را تشکیل می دهد که با توجه به "قانون" پایستگی جرم در شیمی، محسوس نیست. مثلاً، هرگاه یک کیلوگرم دینامیت را منفجر کنیم، در حدود $10^{-11} \times 6$ کیلوگرم ماده از بین می رود که اندازه گیری آن به طور مستقیم امکان پذیر نمی باشد، اما انرژی آزاد شده که مقدار آن $5/4 \times 10^6$ ژول است قابل توجه خواهد بود.

هرگاه سرعت نسبی v نسبت به c کم باشد، فرمول انرژی جنبشی که در چنین سرعتهایی به وسیله آزمایش اثبات شده است، باید به $\frac{1}{2} m_0 v^2$ کاهش یابد. اجازه دهید درستی آن را مورد بررسی قرار دهیم. فرمول نسبیتی برای انرژی جنبشی عبارت است از:

$$K = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0c^2$$

چون $v^2/c^2 \ll 1$ ، تقریب دو جمله ای $(1+x)^n \approx 1+nx$ را برای $|x| \ll 1$ می توانیم به کار ببریم، لذا داریم:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

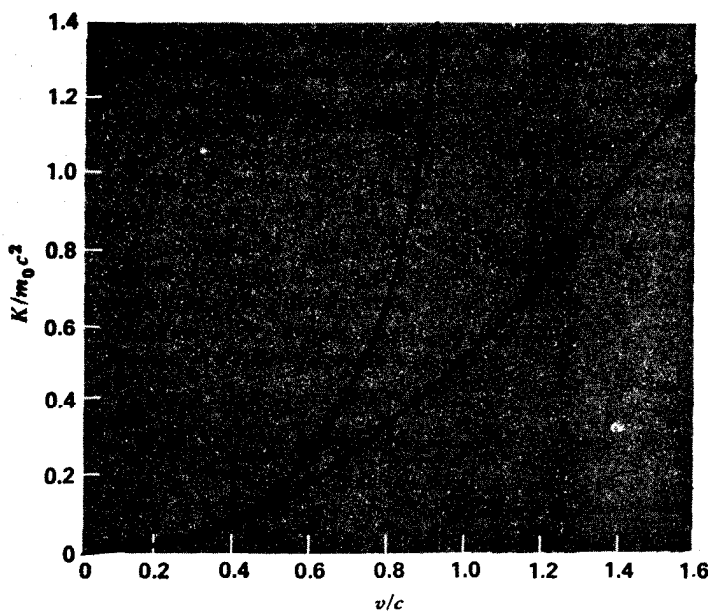
بنابراین، نتیجه می گیریم که:

$$K \approx \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) m_0c^2 - m_0c^2 \approx \frac{1}{2} m_0v^2 \quad v \ll c$$

در حقیقت فرمول نسبیتی برای انرژی جنبشی شیء متحرک در تندیهای کم به فرم کلاسیکی کاهش می یابد. همان طور که تا کنون مشخص شده است، اساس فرمول بندی صحیح مکانیک در نسبیت است و مکانیک کلاسیک نشان دهنده تقریبی است که وقتی $v \ll c$ است معتبر می باشد. شکل (۹-۱) نشان می دهد که چگونه بر طبق مکانیک کلاسیک و مکانیک نسبیتی، انرژی جنبشی شیء متحرک با سرعتش تغییر می کند.

درجه دقت مورد نیاز مشخص می کند که آیا برای انرژی جنبشی، به کار بردن فرمول کلاسیکی مناسبتر است یا فرمول نسبیتی. مثلاً، هرگاه $v = 10^7$ m/s ($0.033c$) باشد فرمول $\frac{1}{2} m_0v^2$ با 0.08 درصد خطا مقدار واقعی انرژی جنبشی را می دهد، هرگاه $v = 3 \times 10^7$ m/s

باشد این فرمول با 0.8 درصد خطا مقدار واقعی انرژی جنبشی را می‌دهد، ولی هرگاه $v = 1/5 \times 10^8 \text{ m/s}$ ($0.5c$) باشد، انحراف 19 درصد از مقدار واقعی قابل توجه است و هرگاه $v = 0.999c$ باشد انحراف از مقدار واقعی با درصد خیلی بزرگ 4300 می‌باشد. چون 10^7 m/s در حدود 10096 Km/s است، فرمول غیر نسبیتی $\frac{1}{2} m_0 v^2$ برای بدست آوردن انرژی جنبشی اشیاء معمولی مورد استفاده قرار می‌گیرد و تنها هنگامی که ذرات بنیادی تحت شرایط معینی به سرعت‌های خیلی زیاد می‌رسند، این فرمول مورد قبول نخواهد بود.



شکل (۹-۱) مقایسه بین فرمول کلاسیکی و فرمول نسبیتی برای انرژی جنبشی K جسم متحرک. دو فرمول در تندیهایی کم نتیجه یکسانی را می‌دهند، اما در تندیهایی نزدیک به تندی نور نتایج از هم فاصله می‌گیرند. برطبق مکانیک نسبیتی، هر جسم متحرکی که با تندی نور حرکت کند به انرژی جنبشی بی‌نهایت نیاز دارد، در حالی که در مکانیک کلاسیک برای این که جسم به این تندی برسد به انرژی جنبشی معادل نصف انرژی جسم در حال سکون نیاز دارد.

۹-۱ ذرات بدون جرم

آیا ذره بدون جرم می‌تواند وجود داشته باشد؟ دقیقتر بگوییم، آیا ذره‌ای که جرم در

حال سکون ندارد، ولی با وجود این خواص ذره‌ای، مانند انرژی و اندازه حرکت، از خود نشان می‌دهد می‌تواند وجود داشته باشد؟ در مکانیک کلاسیک، برای این که ذره، انرژی و اندازه حرکت داشته باشد، باید دارای جرم در حال سکون باشد، اما این شرط در مکانیک نسبیتی صدق نمی‌کند.

چه چیزی را می‌توانیم از فرمول نسبیتی برای انرژی کل و اندازه حرکت خطی به دست آوریم؟

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (۲۲-۱)$$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (۱۷-۱)$$

هرگاه $m_0 = 0$ و $v < c$ باشد، واضح است که $E = p = 0$ می‌شود. ذره بدون جرم با تندی کمتر از تندی نور، نمی‌تواند دارای انرژی یا اندازه حرکت باشد. لکن، هرگاه $m_0 = 0$ و $v = c$ باشد، $E = 0/0$ و $p = 0/0$ خواهد شد که مبهم است. E و p هر مقداری را می‌توانند داشته باشند. بدین ترتیب، معادلات (۱۷-۱) و (۲۲-۱) با موجودیت ذرات بدون جرم که انرژی و اندازه حرکت دارند مطابقت دارند، مشروط بر آن که این ذرات با تندی نور حرکت کنند. در مورد ذرات بدون جرم، محدودیت دیگری وجود دارد. از معادله (۲۲-۱) داریم:

$$E^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - v^2/c^2}$$

و از معادله (۱۷-۱) نتیجه می‌شود:

$$p^2 = \frac{m_0^2 v^2}{1 - v^2/c^2}$$

یا

$$p^2 c^2 = \frac{m_0^2 v^2 c^2}{1 - v^2/c^2}$$

اگر $p^2 c^2$ را از E^2 کم کنیم داریم:

$$E^2 - p^2 c^2 = \frac{m_0^2 c^4 - m_0^2 v^2 c^2}{1 - v^2/c^2} = \frac{m_0^2 c^4 (1 - v^2/c^2)}{1 - v^2/c^2} = m_0^2 c^4$$

و بنابراین

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

تمام ذرات

(۲۳-۱)

برطبق این فرمول، اگر ذره‌ای با $m_0 = 0$ وجود داشته باشد، رابطه بین انرژی و اندازه حرکتش به طریق زیر خواهد بود:

$$E = pc \quad \text{ذرات بدون جرم} \quad (1-24)$$

مطلب فوق به این معنا نیست که ذرات بدون جرم الزاماً "وجود دارند"، بلکه قوانین مکانیک امکان وجود آنها را با شرط $E = pc$ و $v = c$ نفی نمی‌کند. در حقیقت، دو نوع مختلف ذره بدون جرم کشف شده است - فوتون^۱ و نوترینو^۲ - و رفتار آنها آن طور که انتظار می‌رود می‌باشد. در مورد فوتون و نوترینو در فصلهای آینده بحث خواهد شد.

۱-۱ تبدیل لورنتس

فرض می‌کنیم در دستگاه مرجع S قرار داریم و مختصات واقعه‌ای که در زمان t روی می‌دهد، x ، y و z باشد. ناظری که در دستگاه مرجع متفاوت S' قرار دارد و با سرعت ثابت v نسبت به S در حرکت است، پی خواهد برد که همان واقعه در زمان t' روی می‌دهد و دارای مختصات x' ، y' و z' است. (همان طور که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است، به منظور ساده کردن کارمان، فرض می‌کنیم که v در جهت x است). چه رابطه‌ای بین اندازه‌های x ، y ، z ، t و x' ، y' ، z' و t' وجود دارد؟

اگر در مورد نسبیت خاص بی‌توجه باشیم، پاسخ تا اندازه‌ای روشن است. اگر زمان را در هر دو دستگاه از لحظه‌ای که مبدأ S' و S بر هم منطبق هستند اندازه‌گیری کنیم، اندازه‌های به دست آمده در جهت x در دستگاه S از اندازه‌های حاصله در دستگاه S' به اندازه vt که نشان دهنده مسافت طی شده توسط S' در جهت x است، بیشتر خواهد شد، یعنی:

$$x' = x - vt \quad (1-25)$$

هیچ حرکت نسبی در جهت y و z وجود ندارد و بنابراین:

$$y' = y \quad (1-26)$$

$$z' = z \quad (1-27)$$

در غیاب هر نوع نشانه‌ای که برخلاف تجربه روزمره^۱ ما باشد، فرض می‌کنیم که

$$t' = t \quad (28-1)$$

مجموعه معادلات (۲۵-۱) تا (۲۸-۱) به تبدیل گاليله^۱ مشهورند.

بر طبق تبدیل گاليله، برای تبدیل مؤلفه‌های سرعت که در دستگاه مرجع S اندازه‌گیری شده‌اند به معادل آنها که در دستگاه مرجع S' اندازه‌گیری شده است، بسادگی از x', y', z' نسبت به زمان، مشتق می‌گیریم:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = v_x - v \quad (29-1)$$

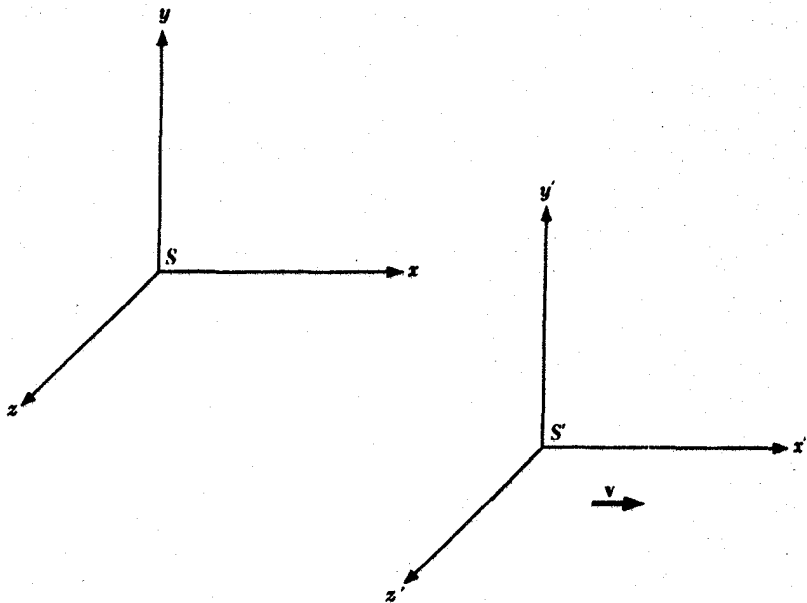
$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = v_y \quad (30-1)$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = v_z \quad (31-1)$$

ضمن این که تبدیل گاليله و تبدیل سرعت مطابق انتظارات شهودی ما هستند، این تبدیلات ناقص هر دو اصل نسبیت خاص می‌باشند. اصل اول مستلزم به کار بردن معادلات یکسان فیزیک در هر دو دستگاه مرجع S و S' است، اما هرگاه برای تبدیل کمیت‌های اندازه گرفته شده در یک دستگاه مرجع به کمیت‌های معادل آنها در دستگاه مرجع دیگر از تبدیل گاليله استفاده کنیم، معادلات بنیادی الکتریسته و مغناطیس شکلهای متفاوتی پیدا می‌کنند. اصل دوم مستلزم یکسان بودن تندی نور c در دستگاه S یا S' است. اگر تندی نور را که در جهت x در دستگاه S اندازه می‌گیریم c باشد، بر طبق معادله (۲۹-۱) در دستگاه S' تندی نور عبارت است از:

$$c' = c - v$$

اگر قرار است اصول نسبیت خاص برآورده شوند، بطور واضح تبدیلات متفاوتی مورد نیاز خواهد بود. در این صورت، انتظار داریم که اتساع زمان و انقباض طول به طور طبیعی از این تبدیل جدید پیروی کنند.



شکل (۱-۱۰) دستگاه مرجع S' ، در جهت $+x$ و با تندی v نسبت به دستگاه مرجع S در حرکت است.

یک حدس منطقی در مورد ماهیت رابطه صحیح بین x و x' عبارت است از:

$$x' = k(x - vt) \quad (۱-۳۲)$$

که k سازه^۱ تناسبی است که به x یا t بستگی ندارد، اما ممکن است تابع v باشد. انتخاب معادله^۲ (۱-۳۲) با توجه به ملاحظات زیر می باشد:

- ۱- معادله از نظر x و x' خطی است، به طوری که یک رویداد در دستگاه مرجع S مشابه یک واقعه در دستگاه مرجع S' باشد، همان طور که می بایست باشد.
- ۲- یک معادله ساده است و همیشه می بایست ابتدا راه حل ساده ای برای مسأله پیدا کرد.

۳- امکان تبدیل آن به معادله^۳ (۱-۲۵) وجود دارد که می دانیم در مکانیک معمولی یک معادله^۴ صحیح است. چون معادلات فیزیک در دستگاه های S و S' باید شکل یکسانی داشته باشند، برای نوشتن معادله^۵ متشابه x بر حسب x' و t' ، فقط علامت v را تغییر می دهیم (به منظور در نظر گرفتن تفاوت در جهت حرکت نسبی):

$$x = k(x' + vt')$$
(۳۳-۱)

در هر دو دستگاه مرجع، سازه k باید یکسان باشد، چون به جز علامت v هیچ اختلافی بین دو دستگاه S و S' وجود ندارد.

چون مثل مورد تبدیل گالیلئ، چیزی دال بر وجود اختلافاتی بین مختصات مشابه y ، y' و z و z' ، عمود بر جهت v هستند وجود ندارد، از این رو داریم:

$$y' = y$$
(۳۴-۱)

$$z' = z$$
(۳۵-۱)

لکن، مختصات زمانی t و t' با هم برابر نیستند. در معادله (۳۳-۱) به جای x' میتوانیم معادل آن را از معادله (۳۲-۱) بگذاریم، لذا داریم:

$$x = k^2(x - vt) + kvt'$$

در نتیجه معادله ذیل حاصل می شود:

$$t' = kt + \left(\frac{1-k^2}{kv}\right)x$$
(۳۶-۱)

معادله‌های (۳۲-۱) و (۳۴-۱) تا (۳۶-۱) یک تبدیل مختصاتی را تشکیل می‌دهد که اصل اول نسبیت خاص را برآورده می‌سازد.

اصل دوم نسبیت ما را قادر می‌سازد تا مقدار k را تعیین کنیم. برطبق شرایط اولیه، در لحظه $t=0$ مبدأ دو دستگاه مرجع S و S' در یک مکان قرار می‌گیرد و بنابراین $t'=0$ می‌شود. تصور کنید که در مبدأ مشترک S و S' در زمان $t=t'=0$ شراره‌ای نمایان می‌شود و ناظران هر سیستم تنیدی نوری را که از شراره منتشر می‌شود، اندازه می‌گیرند. هر دو ناظر باید تنیدی یکسان c به دست آورند (شکل ۱-۱) که مفهومی این است که در دستگاه S :

$$x = ct$$
(۳۷-۱)

در حالی که در دستگاه S' :

$$x' = ct'$$
(۳۸-۱)

در معادله (۳۸-۱) به جای x' و t' معادل آنها را از معادله‌های (۳۲-۱) و (۳۶-۱) جایگزین می‌کنیم.

$$k(x - vt) = ckt + \left(\frac{1-k^2}{kv}\right)cx$$

و x را به دست می آوریم :

$$x = \frac{ckt + vkt}{k - \left(\frac{1-k^2}{kv}\right)c} = ct \left[\frac{k + \frac{v}{c}k}{k - \left(\frac{1-k^2}{kv}\right)c} \right] = ct \left[\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\frac{c}{v}} \right]$$

مقدار x در این عبارت برابر مقدار x در معادله (۳۷-۱) خواهد شد، مشروط بر آن که مقدار داخل کروشه برابر ۱ شود. بنابراین :

$$\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\frac{c}{v}} = 1$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{و} \quad (۳۹-۱)$$

از جایگزین کردن مقدار k از معادله بالا در معادله های (۳۵-۱) و (۳۹-۱) برای تبدیل کامل اندازه گیریهای یک واقعه در S به اندازه گیریهای متناظر در S'، داریم :

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (۴۰-۱)$$

$$y' = y \quad (۴۱-۱)$$

$$z' = z \quad (۴۲-۱)$$

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{تبدیل لورنتس} \quad (۴۳-۱)$$

این معادلات تبدیل لورنتس را شامل می شوند. نخست، فیزیکدان آلمانی به نام اچ. ا. لورنتس^۱ این معادلات را به دست آورد و ثابت کرد که فرمولهای اساسی الکترو مغناطیس

فقط هنگامی که از این معادلات تبدیل استفاده می‌شوند در تمام دستگاههای مرجع در حرکت نسبی یکنواخت، یکسان هستند. چند سال بعد، اینشتین به اهمیت کامل آنها پی برد. واضح است هنگامی که سرعت نسبی v در مقایسه با سرعت نور c کم باشد، تبدیل لورنتس به تبدیل گالیله کاهش می‌یابد.

مسئله: با استفاده از تبدیل لورنتس، انقباض طول نسبیتی را به دست آورید.

حل: میله‌ای را که در امتداد محور x در دستگاه مرجع متحرک S' قرار دارد در نظر بگیرید. ناظری در این دستگاه، مختصات ابتدا و انتهای میله را x'_1 و x'_2 تعیین می‌کند و بنابراین، طول ویژه میله برابر است با:

$$L_0 = x'_2 - x'_1$$

برای بدست آوردن $L = x_2 - x_1$ طول میله که در دستگاه ساکن S و در زمان t اندازه‌گیری می‌شود از معادله (۴-۱) استفاده می‌کنیم، لذا داریم:

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

و بنابراین:

$$L = x_2 - x_1 = (x'_2 - x'_1) \sqrt{1 - v^2/c^2} \\ = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

که همانند معادله (۹-۱) است.

در مسئله بالا، مختصات دو انتهای میله متحرک در یک زمان t در دستگاه مرجع ساکن S اندازه‌گیری شدند و به کار بردن معادله (۴-۱) برای بدست آوردن L برحسب L_0 و v کار آسانی بود. اگر بخواهیم اتساع زمان را مورد بررسی قرار دهیم، به کار بردن معادله (۴۳-۱) مناسب نیست، زیرا t_1 و t_2 ، ابتدا و انتهای فاصله زمانی انتخاب شده باید هنگامی که ساعت متحرک در موقعیت‌های متفاوت مربوطه x_1 و x_2 قرار دارد، اندازه‌گیری شود. در چنین موقعیت‌هایی به کار بردن عکس تبدیل لورنتس که اندازه‌های انجام شده در دستگاه

مرجع متحرک S' را به معادل آنها در دستگاه S تبدیل می‌کند، آسانتر است. برای به دست آوردن عکس تبدیل، کمیت‌های پریم دار و بدون پریم را در معادلات (۴۵-۱) تا (۴۳-۱) با هم عوض می‌کنیم و v را جایگزین $-v$ می‌سازیم:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (۴۴-۱)$$

$$y = y' \quad (۴۵-۱)$$

$$z = z' \quad (۴۶-۱)$$

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{عکس تبدیل لورنتس} \quad (۴۷-۱)$$

مسأله: با استفاده از عکس تبدیل لورنتس فرمول اتساع زمان را به دست آورید.

حل: ساعتی را در نقطه x' در دستگاه مرجع متحرک S در نظر بگیرید. هرگاه برای ناظری در دستگاه مرجع S زمان t_1 باشد، برای ناظری در دستگاه S زمان t_1 خواهد بود، بطوری که از معادله (۴۷-۱) داریم:

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

پس از گذشت فاصله زمانی t_0 برای ناظر S' ، او در می‌یابد که زمان برطبق ساعت وی اکنون t'_2 است، یعنی

$$t_0 = t'_2 - t'_1$$

لکن، ناظر در دستگاه S، انتهای همان فاصله زمانی را چنین اندازه می‌گیرد:

$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

بنابراین، فاصله زمانی t برای ناظر در دستگاه S برابر است با:

$$t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{یا} \quad t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

همان‌طور که قبلاً "این را بپه را با کمک ساعت پالس نوری به دست آوردیم.

۱۱-۱ افزایش سرعت

یکی از اصول نسبیت خاص این است که تندی نور c در خلأ نسبت به تمام ناظران بدون توجه به حرکت نسبیشان یکسان است. اما "عقل سلیم" به ما حکم می‌کند که اگر تویی را با تندی 15 m/s از داخل اتومبیلی که با تندی 25 m/s حرکت می‌کند پرتاب کنیم، تندی توپ نسبت به زمین 40 m/s ، یعنی مجموع دو تندی خواهد شد. از این رو، انتظار داریم که پرتو نور گسیل شده در دستگاه مرجع S ، که این دستگاه در جهت حرکت پرتو نور با تندی v نسبت به دستگاه مرجع دیگر S حرکت می‌کند، دارای تندی $c+v$ باشد که این با اصل بالا متناقض است. "عقل سلیم" آن‌گونه که در سایر موارد کارآیی دارد، دیگر برای علم راهنمای قابل اطمینانی نیست و برای طرح صحیح افزایش سرعت باید به معادلات تبدیل لورنتس رجوع کنیم.

اجازه دهید یک شیء را که نسبت به هر دو دستگاه S و S' در حرکت است، مورد بررسی قرار دهیم. ناظری در دستگاه S سه مؤلفهٔ سرعت را طبق روش زیر اندازه‌گیری می‌کند.

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

در حالی که این مؤلفه‌ها برای ناظری در دستگاه S' عبارتند از:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'} \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

با مشتق گرفتن از معادلات عکس تبدیل لورنتس برای x ، y ، z و t داریم:

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$dy = dy'$$

$$dz = dz'$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

و بنابراین:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v dt'}{dt' + \frac{v}{c^2} dx'} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \frac{dx'}{dt'}}$$

$$= \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} \quad \text{تبدیل سرعت نسبیتی} \quad (۴۸-۱)$$

$$V_y = \frac{V'_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} \quad (۴۹-۱)$$

$$V_z = \frac{V'_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} \quad (۵۰-۱)$$

اگر $V'_x = c$ باشد، یعنی اگر یک پرتو نور در دستگاه مرجع متحرک S' در جهت حرکت S نسبت به دستگاه مرجع S گسیل شود، ناظر در دستگاه مرجع S سرعت را مطابق زیر اندازه گیری خواهد کرد.

$$V_x = \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} = \frac{c + v}{1 + \frac{vc}{c^2}} = \frac{c(c + v)}{c + v} = c$$

لذا، هر دو ناظر مقدار یکسانی را برای تندی نور تعیین می کنند.

مسأله: سرعت فضایی α نسبت به زمین $0.9c$ است. اگر فضایی β با سرعت نسبی $0.5c$ فضایی A را پشت سر بگذارد، سرعت β نسبت به زمین چقدر خواهد بود؟

حل: بر طبق مکانیک کلاسیک، β نسبت به زمین به سرعت $0.9c + 0.5c = 1.4c$ نیاز دارد که این غیرممکن است. لکن، بر طبق معادله $(۴۸-۱)$ سرعت مورد نیاز عبارت است از:

$$V'_x = 0.5c \quad v = 0.9c$$

$$V_x = \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} = \frac{0.5c + 0.9c}{1 + \frac{(0.9c)(0.5c)}{c^2}} = 0.9655c$$

که کسری از تندی نور c است. برای این که فضایی را که با سرعت $0.9c$ حرکت می کند با سرعت نسبی $0.5c$ پشت سر بگذاریم، سرعتی حدود 10% سریعتر از سرعت فضایی لازم است.

- ۱- طول عمر ذرهٔ مشخصی وقتی در حال سکون اندازه‌گیری می‌شود s -۷۱۰ است. اگر تندیش هنگام به وجود آمدن $0.99c$ باشد، قبل از واپاشیده شدن چه مسافتی را طی می‌کند؟
- ۲- هواپیمایی با سرعت 300 m/s در حال پرواز است. چه مدت می‌بایست سپری شود تا ساعت داخل هواپیما و ساعت روی زمین یک ثانیه با هم اختلاف پیدا کنند؟
- ۳- فضاپیمایی نسبت به زمین با چه سرعتی باید حرکت کند تا یک روز در فضاپیما مطابق با دو روز روی زمین باشد.
- ۴- آپولو ۱۱ که در سال ۱۹۶۹ م. در ماه فرود آمد، با تندیش $1.08 \times 10^4 \text{ m/s}$ نسبت به زمین حرکت می‌کرد. نسبت به ناظر روی زمین یک روز در فضاپیما چقدر طولانی‌تر از یک روز در روی زمین خواهد بود؟
- ۵- فضاپیمایی که با سرعت $0.97c$ از زمین دور می‌شود، اطلاعاتی را به میزان 10^4 پالس بر ثانیه مخابره می‌کند. این اطلاعات با چه میزانی دریافت می‌شوند؟
- ۶- در صورت فلکی دب اکبر، کهکشانی با تندیش 15000 km/s از زمین دور می‌شود. خط طیفی طول موج 5500 \AA چقدر به سمت انتهای قرمز طیف جابجا می‌شود؟
- ۷- فضاپیمایی در حال دور شدن از زمین، امواج رادیویی را با بسامد ثابت 10^9 هرتز گسیل می‌دارد. اگر گیرنده روی زمین بتواند بسامدهای به نزدیکترین هرتز را اندازه‌گیری کند، اختلاف بین پدیدهٔ دوپلر کلاسیکی و پدیدهٔ دوپلر نسبیتی در چه تندیهایی آشکار می‌شود؟ (توجه: با محاسبهٔ v کلاسیکی $v \ll c$ سببیتی شروع کنید).
- ۸- خط طیفی که طول موجش در آزمایشگاه 4000 \AA است در طیف یک کهکشان دور به 6000 \AA تغییر می‌کند. تندیش دور شدن کهکشان چقدر است؟
- ۹- اگر زاویهٔ بین جهت حرکت یک منبع نوری با بسامد ν و جهت از منبع به ناظر θ باشد، برای ناظر، بسامد ν از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - (v/c) \cos \theta}$$

- که ν تندیش نسبی منبع است. نشان دهید که بعنوان حالت‌های خاص، این فرمول شامل معادلات (۱-۵)، (۱-۶) و (۱-۷) می‌شود.
- ۱۰- (الف) نشان دهید هنگامی که $v \ll c$ باشد، فرمولهای پدیدهٔ دوپلر در نور و در صوت برای ناظری که به منبع نزدیک می‌شود و بالعکس به $\nu \approx \nu_0 (1 + v/c)$ کاهش می‌یابد، به طوری که $\Delta \nu / \nu \approx v/c$. [توجه: برای $x \ll 1$ ، $1/(1+x) \approx 1-x$] (ب) هنگامی که $v \ll c$ باشد، برای ناظری که از منبع دور می‌شود و بالعکس، فرمولها چه شکلی را پیدا می‌کنند؟

۱۱- فضا نوردی که قدش در روی زمین دقیقاً $1/80\text{ m}$ است به موازات محور فضا پیمایی که با سرعت $0/9c$ نسبت به زمین حرکت می کند، دراز کشیده است، قدا و که توسط ناظری در همان فضا پیمای اندازه گیری می شود، چقدر است؟ توسط ناظر روی زمین چقدر؟

۱۲- برای ناظری طول خط کش یک متری فقط $0/5$ سانتیمتر به نظر می رسد. تندی نسبی آن چقدر است؟ چه مدت طول می کشد تا از مقابل ناظر عبور کند؟

۱۳- یک زن به وسیله فضا پیمایی با سرعت $0/9c$ زمین را به قصد نزدیکترین ستاره با فاصله چهار سال نوری ترک می کند، او در بازگشت چند روز از خواهر دو قلوی خود که در روی زمین بوده است، جوانتر خواهد بود؟

۱۴- دو قلوی A، در حالی که دو قلوی B روی زمین باقی می ماند، با تندی $0/6c$ به سمت ستاره ای که ۱۲ سال نوری با او فاصله دارد، حرکت می کند و بر می گردد. هریک از این دو قلوها با محاسبه خودش، سالی یک علامت برای دیگری ارسال می کند. (الف) در طی این سفر رفت و برگشت A چند علامت می فرستد؟ B چه تعداد می فرستد؟ A و B هر یک چند علامت دریافت می کنند؟

۱۵- جرم مردی روی زمین 100 کیلوگرم است. هنگامی که در فضا پیمای در حال پرواز قرار دارد جرمش که به وسیله ناظر روی زمین تعیین می شود 101 کیلوگرم است. تندی فضا پیمای چقدر است؟

۱۶- حرکت یک باریکه الکترون در لامپ تصویر تلویزیون بر روی پرده با تندیی سریعتر از تندی نور امکان پذیر است. چرا این پدیده با نسبیت خاص متناقض نیست؟

۱۷- یک الکترون 1 MeV انرژی جنبشی دارد. تندی آن را بر طبق مکانیک کلاسیکی و مکانیک نسبیتی به دست آورید.

۱۸- جرم الکترونی که انرژی جنبشی آن 1 GeV است، چند برابر بزرگتر از جرم در حال سکون آن می باشد؟ جرم در حال سکون الکترون $0/511\text{ MeV}/c^2$ است

۱۹- هنگامی که تندی الکترون به انرژی جنبشی 500 MeV می رسد، جرم آن چقدر می شود؟

۲۰- جرم یک ذره سه برابر جرم در حال سکونش می باشد. تندی آن چقدر است؟

۲۱- چه مقدار کار باید انجام شود تا تندی الکترون از $1/2 \times 10^8\text{ m/s}$ به $3/4 \times 10^8\text{ m/s}$ افزایش یابد؟

۲۲- هرگاه دینامیت منفجر گردد در حدود $5/4 \times 10^6\text{ J/kg}$ انرژی آزاد می شود. این مقدار چه کسری از انرژی کل آن را تشکیل می دهد؟

۲۳- انرژی خورشیدی به میزان حدود 1400 W/m^2 از سطح عمود بر جهت خورشید به زمین می رسد. جرم خورشید در هر ثانیه چقدر کاهش می یابد؟ (شعاع متوسط مدار زمین

$$m = 1.05 \times 10^{-11} \text{ است}$$

۲۴- مقدار معینی یخ صفر درجه سانتیگراد به آب صفر درجه تبدیل می شود و با این تبدیل بر جرمش یک کیلوگرم اضافه می شود. جرم اولیه آن چقدر بوده است؟

۲۵- ثابت کنید که $\frac{1}{2}mv^2$ ، که در آن $m = m_0/\sqrt{1-v^2/c^2}$ ، با انرژی جنبشی ذره‌ای که با تندی نسبیتی حرکت می کند برابر نیست.

۲۶- نشان دهید که شکل نسبیتی قانون دوم نیوتن به صورت زیر است

$$F = m_0 \frac{dv}{dt} (1 - v^2/c^2)^{-3/2}$$

۲۷- تمام تعاریف اختیاری هستند، اما بعضی از آنها از بقیه تعاریف مفیدتر می باشند.

ایرادی که به تعریف اندازه حرکت خطی به صورت $p = m_0 v$ به جای تعریف پیچیده تر آن $p = m_0 v / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ وارد است، چیست؟

۲۸- ثابت کنید که

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 1 + \frac{K}{m_0 c^2}$$

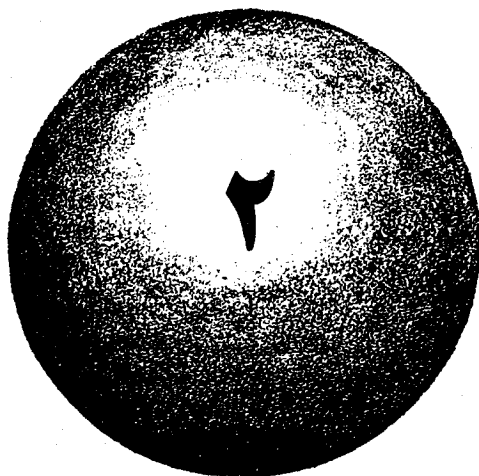
۲۹- الکترون متحرکی به الکترون ساکنی برخورد می کند و در نتیجه یک زوج الکترون

- پوزیترون به وجود می آید (الکترون با بار الکتریکی مثبت را پوزیترون می گویند). هرگاه پس از برخورد هر چهار ذره سرعت یکسانی داشته باشند، کمینه انرژی جنبشی برای این پدیده مورد نیاز است. از یک محاسبه نسبیتی استفاده کنید و نشان دهید که $K_{min} = 6m_0 c^2$ جرم m_0 در حال سکون الکترون است.

۳۰- جسمی که با سرعت $0.5c$ نسبت به یک ناظر حرکت می کند به دو قسمت می شود و دو قسمت نسبت به مرکز جرمشان و در امتداد همان خط حرکت جسم اصلی در دو جهت مخالف حرکت می کنند. نسبت به مرکز جرم سرعت یک قسمت در جهت عقب $0.6c$ و سرعت دیگری در جهت جلو $0.5c$ است. چه سرعتهایی را ناظر به دست می آورد؟

۳۱- مردی در ماه دو فضاپیما A و B را که در دو جهت مخالف بستریتب با تندیهایی $0.8c$ و $0.9c$ به طرف او می آیند می بیند. (الف) مردی که در فضاپیما A هست تندی را که با آن به ماه نزدیک می شود چقدر اندازه گیری می کند؟ تندی که با آن به B نزدیک می شود چقدر است؟ (ب) مردی که در فضاپیما B قرار دارد تندی را که با آن به ماه نزدیک می شود چقدر اندازه گیری می کند؟ تندی که با آن به A نزدیک می شود چقدر است؟

۳۲- الکترونی که تندی اش نسبت به یک ناظر در آزمایشگاه $0.8c$ است به وسیله ناظری که در همان جهت الکترون و با تندی $0.5c$ نسبت به آزمایشگاه حرکت می کند مورد مطالعه قرار می گیرد. نسبت به هر ناظر انرژی جنبشی (برحسب MeV) الکترون چقدر است؟



خواص ذره‌ای امواج

- ۱-۲ پدیده فتوالکتریک
- ۲-۲ نظریه کوانتمی نور
- ۳-۲ دوگانگی موج - ذره
- ۴-۲ پرتو ایکس
- ۵-۲ پراش پرتو ایکس
- ۶-۲ اثر کامپتون
- ۷-۲ تولید زوج
- ۸-۲ فوتون و نیروی گرانی

خواص ذره‌ای امواج

در زندگی روزمره ما هیچ گونه ابهامی در مورد مفاهیم ذره و موج وجود ندارد. هنگامی که سنگی به داخل آب می‌افتد، امواجی از نقطه سقوط سنگ ایجاد می‌شوند که ظاهراً "قابلیت حمل انرژی و اندازه حرکت از یک نقطه به نقطه دیگر را دارند. فیزیک کلاسیک که "واقعیت فیزیکی" تأثیرات حسی ما را منعکس می‌سازد، ذرات و امواج را به صورت بخشهای جداگانه آن واقعیت مطرح می‌کند. مکانیک ذرات و نورشناسی امواج، اصولاً "دورشته علمی مستقلند و هر کدام دارای اصول و تجربیات مخصوص به خود براساس نتایج خود هستند.

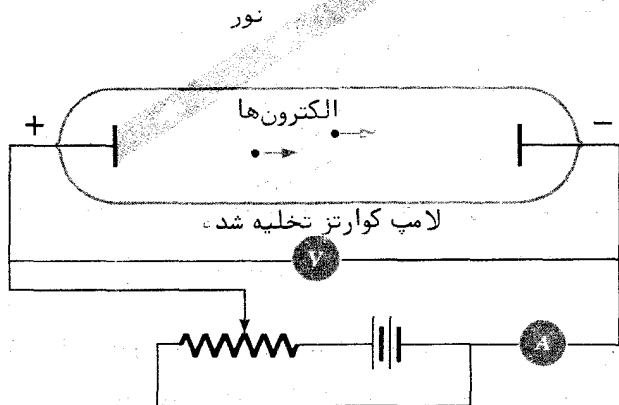
حقایق فیزیکی که ما احساس می‌کنیم از پدیده‌هایی ناشی می‌شود که در جهان میکروسکوپی اتمها و مولکولها، الکترون و هسته روی می‌دهد. اما در این جهان، ذرات و امواج مطابق با درکی که از این پدیده‌ها داریم نیستند. ما الکترون‌ها را به صورت ذرات در نظر می‌گیریم، زیرا بار الکتریکی و جرم دارند و در دستگاههایی نظیر لامپ تصویر تلویزیون طبق قوانین مکانیک ذره‌ای عمل می‌کنند. لکن، دلایل زیادی را خواهیم دید که نشان می‌دهد، الکترون متحرک علاوه بر خواص ذره‌ای، خواص موجی را نیز دارا می‌باشد. امواج الکترومغناطیسی را به صورت موج در نظر می‌گیریم، زیرا در شرایط مناسب پدیده‌های پراش، تداخل و پلاریزاسیون را به نمایش می‌گذارند. در وضع مشابهی خواهیم دید که امواج الکترومغناطیسی در شرایط دیگر طوری عمل می‌کنند که گویی حاوی جریانهایی از ذرات هستند. در کنار نسبیت خاص، دوگانگی ذره و موج برای درک فیزیک مدرن اهمیت زیادی دارد. در این کتاب کمتر مبحثی است که طی آن از این دو اصل یکی یا هر دو مورد توجه قرار نگرفته باشد.

۲-۱ پدیده فتوالکتریک

در اواخر قرن نوزدهم یک سری آزمایشها نشان داد که هرگاه نور با بسامد بقدر کافی زیاد به سطح فلز بتابد، فلز، الکترون گسیل می‌دارد (برای کلیه فلزات به جز فلزات قلیایی

نور فرا بنفش لازم است). این پدیده به نام پدیده فتوالکتریک مشهور است. شکل (۱-۲) نوع وسیله‌ای را که در بعضی از این آزمایشها به کار می‌رود، نشان می‌دهد. همان‌طور که در نمودار نشان داده شده است، لامپ خالی از هوا شامل دو الکترود است که به یک مدار خارجی متصل می‌گردند و یک صفحه فلزی که سطحش به عنوان آند فتوالکترود تابش می‌کند. بعضی از فتوالکتردها که از سطح تابشی خارج می‌شوند دارای انرژی کافی هستند که علی‌رغم قطبیت منفی کاتد، خود را به کاتد می‌رسانند و جریانی را تشکیل می‌دهند که به وسیله آمپر سنح مدار، اندازه‌گیری می‌شود. هر قدر پتانسیل کند کننده V را افزایش دهیم، الکترود کمتری به کاتد می‌رسد و جریان سقوط می‌کند. سرانجام هنگامی که V برابر V_0 یا چند ولت از آن بیشتر شود، هیچ الکترونی به کاتد نمی‌رسد و جریان قطع می‌گردد.

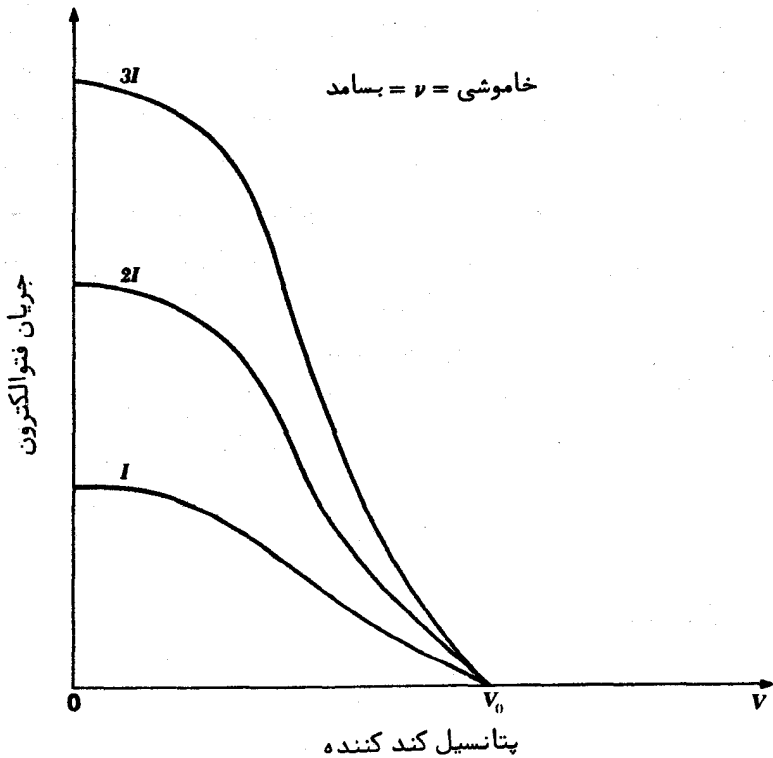
وجود پدیده فتوالکتریک عجیب نیست. روی هم رفته، امواج نوری حامل انرژی هستند و مقداری از انرژی جذب شده توسط فلز ممکن است به طریقی بر روی الکترودهای منفرد متمرکز شود و دوباره به صورت انرژی جنبشی ظاهر گردد. مگذارک وقتی به داده‌ها با دقت بیشتری بنگریم، پی خواهیم برد که پدیده فتوالکتریک به این سادگی هم قابل تفسیر نیست.



شکل (۱-۲): مشاهده تجربی پدیده فتوالکتریک

یکی از خصوصیات پدیده فتوالکتریک که بویژه کاشفان آن را دچار حیرت کرد این است که توزیع انرژی در الکترودهای صادره (به نام فتوالکترود) مستقل از شدت نور است. یک باریکه نور قوی نسبت به باریکه‌ای نور ضعیف با همان بسامد، فتوالکترود بیشتری صادر می‌کند، اما میانگین انرژی الکترونی یکسان باقی می‌ماند (شکل ۲-۲). بعلاوه، در محدوده‌های

دقت تجربه (حدود 10^{-9} ثانیه)، هیچ گونه تأخیری بین زمان ورود نور به سطح فلز و گسیل فتوالکترون از آن وجود ندارد. این مشاهدات از طریق نظریه الکترودینامیک نور قابل درک نیستند.

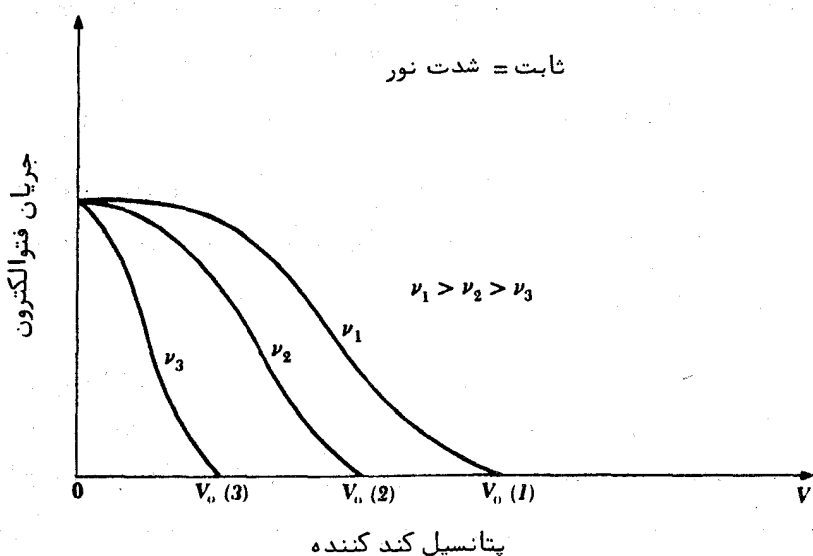


شکل (۲-۲) برای تمام ولتاژهای کند کننده، جریان فتوالکترون متناسب با شدت نور است. ولتاژ خاموشی ν_0 برای تمام شدتها در بسامد داده شده ν یکسان است.

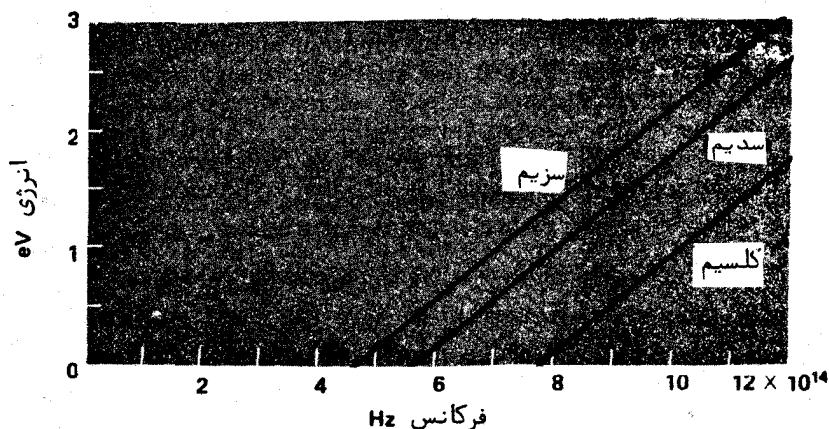
تابش نور بر سطح فلز سدیم را در دستگاهی مانند شکل (۲-۱) در نظر می‌گیریم. وقتی که سطح 10^{-6} W/m^2 انرژی الکترودینامیک جذب کند، یک جریان فتوالکتریک قابل تشخیص ایجاد خواهد شد. در هر متر مربع از فلز سدیم به ضخامت یک اتم در هر لایه، حدود 10^{19} اتم وجود دارد، به طوری که اگر فرض کنیم که نور تابیده شده جذب بالاترین لایه اتمهای سدیم شود، هراتم به طور متوسط 10^{-25} وات انرژی دریافت خواهد کرد. بنابراین، برای آن که هر اتم یک الکترون ولت انرژی ذخیره کند، $1/6 \times 10^6$ ثانیه - بیش از دوهفته -

وقت لازم است و اگر برای جدا کردن یک الکترون از سطح فلز سدیم چندین الکترون ولت لازم باشد، زمان مورد نیاز تقریباً "دو ماه خواهد شد. برطبق نظریه الکترومغناطیسی، در بیشینه زمان ممکن 10^{-9} ثانیه، یک اتم سدیم متوسط فقط 10^{-15} الکترون ولت انرژی به دست آمده را به یکی از الکترونهاش خواهد داد.

به همین ترتیب آنچه از دید نظریه موجی عجیب به نظر می‌رسد این واقعیت است که انرژی فتوالکترون به بسامد نوری که به کار گرفته شده، بستگی دارد (شکل ۲-۳). در مورد هر فلز، نورهایی که بسامد آنها کمتر از بسامد بحرانی آن فلز باشد که این بسامد بحرانی جزو صفت مشخصه آن فلز است، هیچ الکترونی از سطح فلز خارج نمی‌شود. در بسامدهای بالای این بسامد آستانه، الکترون‌ها یک گستره انرژی از صفر تا مقدار بیشینه معینی دارند و این انرژی بیشینه بطور خطی با افزایش بسامد زیاد می‌شود. هر قدر بسامد بیشتر باشد بیشینه انرژی فتوالکترون بیشتر است و هر قدر بسامد کمتر باشد، بیشینه انرژی فتوالکترون کمتر می‌شود. بنابراین، نور آبی با شدت کم نسبت به نور قرمز با شدت زیاد الکترون‌ها با انرژی بیشتری تولید می‌کند، گر چه نور قرمز با شدت زیاد تعداد بیشتری الکترون آزاد می‌کند.



شکل (۲-۳) ولتاژ خاموشی V_0 به بسامد ν بستگی دارد. هرگاه پتانسیل کند کننده $V = 0$ باشد، جریان فتوالکتریک برای نوری با شدت داده شده، برای هر بسامدی یکسان خواهد بود.



شکل (۲-۴) انرژی جنبشی بیشینه فتوالکترون K_{max} در مقابل بسامد نور تابیده شده برای سه سطح فلزی مختلف.

شکل (۲-۴) نموداری از بیشینه انرژی فتوالکترون K_{max} در مقابل بسامد ν نور تابیده شده در مورد چند آزمایش را نشان می‌دهد. واضح است که رابطه بین K_{max} و بسامد ν بر طبق تناسبی است که به طریق زیر بیان می‌شود:

$$K_{max} = h(\nu - \nu_0) = h\nu - h\nu_0 \quad (۲-۱)$$

که ν_0 بسامد آستانه می‌باشد که از آن هیچ الکترونی خارج نمی‌شود و h مقدار ثابتی است. اگر چه ν_0 با جنس فلز تحت تابش تغییر می‌کند، ولی مقدار $h = ۶/۶۲۶ \times ۱۰^{-۳۴}$ همیشه ثابت است.

۲-۲ نظریه کوانتمی نور

نظریه الکترو مغناطیسی نور به حدی پاسخگوی پدیده‌های گوناگون است که باید حاوی مقداری حقیقت باشد. اما این نظریه با وجود شالوده محکم، تضاد کامل با پدیده فتو-الکتریک دارد. در سال ۱۹۰۵ م. آلبرت اینشتین پی‌برد، معایبی که توسط پدیده فتوالکتریک ارائه شده بود تنها با پیشرفت بیشتر مفهوم اصلی که ۵ سال جلوتر توسط فیزیکدان آلمانی ماکس پلانک عنوان شده بود، قابل حل است. پلانک سعی داشت مشخصه‌های تابش حاصل

از اجسام متشکل از ماده متراکم را توجیه کند. می‌دانیم که بر اثر قرمز شدن یک قطعه فلز داغ نور قابل رؤیتی گسیل می‌شود، ولی طول موج‌هایی نیز وجود دارند که چشم ما قادر به دیدن آنها نیست. برای این که شیء انرژی الکترومغناطیسی پس دهد، لازم نیست آن قدر داغ باشد که به صورت درخشان دیده شود - همه اشیاء در هر درجهء حرارتی همواره چنین انرژی را ساطع می‌کنند، گرچه طول موج با شدت بیشتر در دماهای مختلف متفاوت است. در دمای اطاق بیشتر تابش در قسمت مادون قرمز طیف است و از این رو غیر قابل رؤیت است.

خواص مشاهده شده تابش جسم سیاه^۱ - که دلیل این نام را در فصل نه خواهیم دید و در آن جا بحث کاملی از این مسأله و حل آن ارائه خواهد شد - نمی‌توانست براساس اصول فیزیکی مورد قبول آن زمان توجیه گردد. پلانک توانست برای طیف این تابش (یعنی روشنایی نسبی طول موج‌های مختلف موجود) بصورت تابعی از دمای جسم تابشی فرمولی بدست آورد با این شرط که او فرض کرد تابش به صورت انفجارهای کوچک و انفصالی باشد، فرضی که با نظریهء الکترومغناطیسی کاملاً مغایرت دارد. این انفجارها کوانتا نامیده می‌شوند. پلانک دریافت، که کوانتم‌هایی که با بسامد مخصوص ν نور همراهند، باید همه دارای انرژی یکسان باشند و این انرژی E با ν نسبت مستقیم دارد. یعنی،

$$E = h\nu \quad \text{انرژی کوانتمی} \quad (2-2)$$

که امروزه h به مقدار ثابت پلانک شناخته شده و برابر است با:

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad \text{ثابت پلانک}$$

پلانک در حالی که مجبور بود فرض کند که انرژی الکترومغناطیسی آزاد شده از یک شیء به طور متناوب خارج می‌شود، شکی نداشت که این انرژی در فضا به صورت امواج الکترومغناطیسی پیوسته منتشر می‌شود. اینشتین پیشنهاد کرد که نور نه تنها در هر دفعه به صورت یک کوانتم گسیل می‌شود، بلکه نور به صورت کوانتم‌های مجزا انتقال می‌یابد و این امر جدایی بیشتری را با فیزیک کلاسیک می‌رساند. برحسب این فرضیه، پدیدهء فتو الکتریک به سادگی قابل بیان است. فرمول تجربی^۲ (۱-۲) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$h\nu = K_{\max} + h\nu_0 \quad \text{پدیدهء فتو الکتریک} \quad (3-2)$$

نظریهٔ اینشتین به این معناست که سه جزء معادله (۲-۳) به صورت زیر تفسیر می‌شود:

$$h\nu = \text{انرژی موجود در هر کوانتم نور تابیده شده}$$

$$K_{\max} = \text{بیشینه انرژی فتو الکترون}$$

$$h\nu_0 = \text{کمینه انرژی مورد نیاز برای خارج کردن یک الکترون از سطح فلز تحت تابش}$$

برای خارج کردن یک الکترون از سطح فلز یک کمینه انرژی باید وجود داشته باشد و اگر نه حتی در غیاب نور الکترون‌ها از فلز خارج می‌شدند. انرژی $h\nu_0$ که مشخصهٔ یک سطح مخصوص است، تابع کار آن نامیده می‌شود. از این رو معادله (۲-۳) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\text{تابع کار سطح فلز} + \text{بیشینه انرژی الکترون} = \text{انرژی کوانتم}$$

در جدول (۲-۱) چند مثال در مورد توابع کار فتو الکتریک داده شده است. به طور کلی، برای حدا کردن یک الکترون از سطح یک فلز، حدود نصف آن مقدار انرژی که برای جدا کردن یک الکترون از یک اتم آزاد همان فلز لازم است، مورد نیاز می‌باشد (به جدول ۱-۱۰ مراجعه شود) به عنوان مثال انرژی یونیزاسیون سزیم در مقایسه با تابع کارش که $11/9 \text{ eV}$ است $3/9$ الکترون ولت می‌باشد. طیف مرئی از $4/2 \times 10^{14}$ تا $7/9 \times 10^{14}$ هرتز

جدول ۲-۱ توابع کار فتو الکتریک

فلز	علامت	تابع کار eV
سزیم	Cs	۱/۹
پتاسیم	K	۲/۲
سدیم	Na	۲/۳
لیتیوم	Li	۲/۵
کلسیم	Ca	۳/۲
مس	Cu	۴/۵
نقره	Ag	۴/۷
پلاتین	Pt	۵/۶

گسترش دارد که به انرژیهای کوانتومی از $1/7$ تا $3/3$ الکترون ولت مربوط می‌شود. از جدول (۱-۲) معلوم می‌شود که پدیده فتوالکتریک، پدیده‌ای در محدوده نور مرئی و نور فرا بنفش است.

همان طور که می‌دانیم فوتونهای نوری با بسامد ν دارای انرژی $h\nu$ هستند. برای محاسبه $h\nu$ برحسب الکترون ولت (eV) داریم:

$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

لذا داریم:

$$E = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \times \nu = 4.14 \times 10^{-15} \nu \text{ eV} \cdot \text{s} \quad (2-4) \quad \text{انرژی فوتون}$$

این فرمول امکان می‌دهد که انرژی یک فوتون با بسامد ν را برحسب الکترون ولت محاسبه کنیم. اما اگر به جای آن λ را داشته باشیم، از آن جا که $\nu = c/\lambda$ است، پس خواهیم داشت:

$$E = \frac{(4.14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})}{\lambda} = \frac{1.24 \times 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{m}}{\lambda} \quad (2-5) \quad \text{انرژی فوتون}$$

که λ در فرمول فوق برحسب متر است. هنگامی که λ برحسب انگستروم^۱ باشد، انرژی E به صورت زیر بیان می‌شود

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

$$E = \frac{1.24 \times 10^4 \text{ eV} \cdot \text{\AA}}{\lambda} \quad (2-6) \quad \text{انرژی فوتون}$$

صحت توجیه پدیده فتوالکتریک با مطالعه گسیل گرمایونی تایید می‌شود. در گذشته‌های دور کشف شد که وجود یک شیء خیلی گرم باعث افزایش قابلیت هدایت الکتریکی هوای مجاور خود می‌شود و در اواخر قرن نوزدهم پی برده شد که علت این پدیده به سبب گسیل الکترون از چنین اشیایی می‌باشد. گسیل گرمایونی دستگاههایی نظیر لامپ تصویر تلویزیون، که در آن رشته‌های فلزی یا کاتدهای روکشدار مخصوصی در دمای زیاد، جریانهای متراکم الکترونها را امکان پذیر می‌سازد. الکترونهای گسیل شده، انرژی خود را ظاهراً "از آشفستگی

مسأله - مطلوبست محاسبهٔ بیشینهٔ انرژی جنبشی فتوالکترونهايي که گسیل می‌شود وقتی که نور فرا بنفش با طول موج 3500 \AA بر سطح فلز پتاسیم می‌تابد .
حل - در جدول (۲-۱) تابع کار پتاسیم $2/2$ الکترون ولت است . انرژی کوانتیمی نور با طول موج 3500 \AA برابر است با :

$$h\nu = \frac{1.24 \times 10^4 \text{ eV} \cdot \text{\AA}}{3500 \text{ \AA}} = 3.5 \text{ eV}$$

و بنابراین ، بیشینهٔ انرژی جنبشی فتوالکترون عبارت است از

$$K_{\max} = h\nu - h\nu_0 = 3.5 \text{ eV} - 2.2 \text{ eV} = 1.3 \text{ eV}$$

حرارتی ذرات متشکلهٔ فلز به دست می‌آورند و به نظر می‌رسد که الکترونها برای خارج شدن از سطح فلز ، یک کمینهٔ انرژی معینی را باید کسب کنند . این کمینهٔ انرژی را برای بسیاری از سطوح می‌توان تعیین کرد و همیشه این مقدار به تابع کار فتوالکتریک همان سطح نزدیک است . در گسیل فتوالکتریک ، فوتونهای نور ، انرژی مورد نیاز الکترون را برای خارج شدن از سطح فلز تهیه می‌کنند ، در حالی که در گسیل گرمایونی ، حرارت این عمل را انجام می‌دهد . در هر دو حالت ، خروج الکترون از سطح فلز ، مراحل فیزیکی یکسانی را طی می‌کند .

۲-۳ دوگانگی موج - ذره

این نظریه که نور به صورت یک سری بسته‌های کوچک انرژی گسیل می‌شود (معمولاً "به نام فوتون) دقیقاً" برخلاف نظریهٔ موجی نور است . نظریهٔ موجی نور که تنها وسیله برای تفسیر بسیاری از پدیده‌های نوری - مثل پراش و تداخل - را فراهم می‌کند یکی از مستدلترین نظریه‌های فیزیکی است . پیشنهاد پلانک مبنی بر آن که یک شیء ، نور را به صورت کوانتای مجزا گسیل می‌دارد با انتشار نور به صورت یک موج ناهماهنگی نداشت . اینشتین در سال ۱۹۰۵ م . این نکته را مطرح کرد که نور در فضا به شکل فوتونهای مجزا حرکت می‌کند ، لکن این اظهار او از سوی معاصرانش از جمله پلانک با ناباوری مواجه شد تا ۱۸ سال بعد که کامپتون^۱ این موضوع را کاملاً "روشن ساخت (قسمت ۲-۵) .

برطبق نظریهٔ موجی ، امواج نوری همانند حرکت امواج حاصل از افتادن یک سنگ در آب از یک منبع گسترده می‌شوند . در این مقایسه ، انرژی که نور حمل می‌کند به طور پیوسته

در سرتاسر جنبهٔ موج پخش می‌شود. از طرف دیگر، بر طبق نظریهٔ کوانتمی، نور از منبع به صورت یک سری انرژی‌های متراکم و به اندازهٔ کافی کوچک گسترده می‌شود، بطوری که یک الکترون منفرد بتواند آنها را جذب کند. بطور کنجکاوانه، نظریهٔ کوانتمی نور که نور را منحصراً "به صورت یک پدیدهٔ ذره‌ای در نظر می‌گیرد بوضوح شامل بسامد ν نور می‌شود که این بسامد منحصراً "یک ایدهٔ موجی است.

نظریهٔ کوانتمی نور در بیان پدیدهٔ فتوالکتریک به طرز قابل توجهی موفق بوده است. این نظریه دقیقاً "پیش‌بینی می‌کند که بیشینهٔ انرژی فتوالکترن باید به بسامد نوری که تابیده شده بستگی داشته باشد نه به شدت آن بر خلاف چیزی که نظریهٔ موجی می‌گوید و نظریهٔ کوانتمی می‌تواند علت گسیل فوری فتوالکترن‌ها را هنگامی که حتی ضعیف‌ترین نور به فلز تابیده می‌شود بیان کند، که مجدداً "برخلاف نظریهٔ موجی است و نظریهٔ موجی دلیلی برای وجود بسامد در آستانه را نمی‌تواند ارائه دهد، بطوری که هنگامی که نور با بسامدی کمتر از بسامد آستانه می‌تابد شدت نور هر چقدر باشد، هیچ فتوالکترونی مشاهده نمی‌شود. این چیزی است که به طور طبیعی از نظریهٔ کوانتمی نتیجه می‌شود.

کدام نظریه را باید قبول کرد؟ بسیاری از فرضیه‌های فیزیکی را که با تجربه مطابقت نداشتند، تغییر داده‌اند، یا رد کرده‌اند، اما تا قبل از این، ما هرگز مجبور به قبول دو نظریهٔ مختلف برای بیان یک پدیدهٔ فیزیکی نشده بودیم. اینجا وضعیت اساساً "متفاوت است با موردی که مثلاً "مکانیک نسبیتی را در برابر مکانیک نیوتنی داریم زیرا در آن مورد، دومی نتیجهٔ تقریبی اولی است. گرچه بین نظریهٔ کوانتمی نور و نظریهٔ موجی نور ارتباطی وجود دارد، ولی به هیچ وجه نمی‌توان نظریهٔ کوانتمی نور را از نظریهٔ موجی نور نتیجه گرفت یا بالعکس.

برای درک این ارتباط، موج الکترومغناطیسی با بسامد ν را که بر روی پرده‌ای می‌تابد در نظر می‌گیریم. شدت موج I که عبارت است از میزان انرژی عبوری از واحد سطح، به بزرگی E و B میدان‌های الکتریکی و مغناطیسیش بستگی دارد. چون داریم $E = cB$ یکی از دو جزء E یا B برای توصیف شدت موج کافی است که معمولاً E را انتخاب می‌کنند. شدت موج I بر روی پرده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$I = \epsilon_0 c \overline{E^2}$$

توصیف موج

که $\overline{E^2}$ میانگین مجذور دامنهٔ لحظه‌ای میدان الکتریکی موج در یک دور کامل است. برحسب مدل فوتونی همان موج الکترومغناطیسی، انرژی توسط N فوتون در هر ثانیه از واحد سطح حمل می‌شود. چون هر فوتون $h\nu$ انرژی دارد، شدت بر روی پرده برابر است با:

$$I = Nh\nu$$

توصیف فوتون

در هر دو توصیف مقدار یکسانی برای I به دست می‌آید، بنابراین میزان ورود فوتونها بایستی از رابطه زیر بدست آید.

$$N = \frac{\epsilon_0 c}{h\nu} \overline{E^2}$$

اگر تعداد فوتونها (N) به حد کافی زیاد باشد، شخصی که به پرده نگاه می‌کند توزیع پیوسته نور را که طرح آن با توزیع $\overline{E^2}$ مطابقت دارد، خواهد یافت و دلیلی وجود نخواهد داشت که در مورد نظریه موجی نور تردید داشته باشد. اگر تعداد فوتونها (N) کم باشد - احتمالاً آن قدر کم که هر دفعه فقط یک فوتون به پرده برسد - ناظر (یا به احتمال زیادتیر وسائل اندازه‌گیری) یک سری جرقه‌های تصادفی ظاهری را که دال بر پدیده کوانتمی نور است، خواهد یافت. اگر ناظر برای مدت کافی اثر جرقه‌ها را دنبال کند، پی می‌برد که طرحی که تشکیل می‌شود مانند قبل است. بدین ترتیب ناظر حق دارد نتیجه بگیرد که احتمال پیدا کردن یک فوتون در زمان و مکان معین به مقدار $\overline{E^2}$ آن محل بستگی دارد.

بحث فوق حتی در مورد آزمایش پراش دو شکافی با باریکه نور ضعیفی که در هر دفعه فقط یک فوتون در دستگاه باشد، صادق است. هنگامی که از یک شکاف یا شکاف دیگر فقط یک فوتون می‌تواند عبور کند، چگونه مشخصه طرح پراش به وجود می‌آید؟ فوتون چطور "می‌داند" که دو شکاف وجود دارد و راه ورود به پرده را چگونه تعیین می‌کند؟ یا سوال را به طریق دیگری مطرح می‌کنیم: چگونه ممکن است یک فوتون با خودش تداخل کند؟ به نظر می‌رسد بین تصور یک موج که در فضا پخش می‌شود و تصور یک فوتون که در یک ناحیه خیلی کوچک متمرکز است تناقض وجود داشته باشد. این تناقض را می‌توانیم با در نظر گرفتن این که با هر فوتون، موجی همراه است، حل کنیم. شدت این موج در یک نقطه خاص روی پرده بعد از آن که از میان هر دو شکاف بگذرد، احتمال رسیدن فوتون به آن نقطه را تعیین می‌کند. در یک واقعۀ معین، نور یا ماهیت موجی و یا ماهیت ذره‌ای خود را نشان می‌دهد و هرگز هر دو ماهیت خود را به طور همزمان آشکار نمی‌کند. هنگامی که نور از شکافها عبور می‌کند، رفتار موجی دارد و موقعی که به پرده برخورد می‌کند، رفتار ذره‌ای خود را بروز می‌دهد.

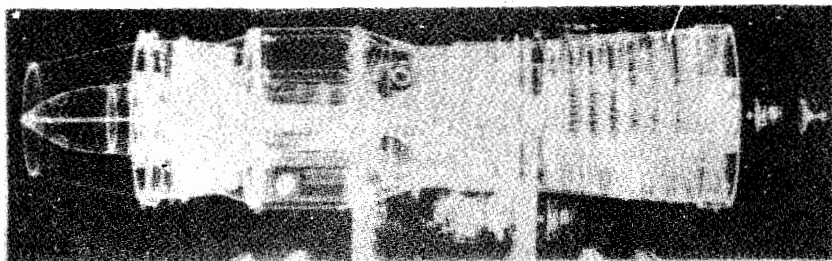
نور ظاهراً دارای مشخصه دوگانه‌ای است: نظریه موجی و نظریه کوانتمی نور مکمل یکدیگرند. هر نظریه به تنهایی فقط قسمتی از موضوع است و تنها پدیده‌های معینی را شرح می‌دهد. "ماهیت اصلی" نور چیزی نیست که برحسب تجربه روزمره قابل تصور باشد. همان

طور که در فصل ۳ خواهیم آموخت ، دوگانگی ذره - موج به وسیله اشیا متحرک نشان داده می‌شود .

۴-۲ پرتو ایکس

پدیده فتو الکتریک ما را متقاعد می‌سازد که فوتونهای نور قادر به انتقال انرژی به الکترونها هستند . آیا عکس این فرآیند نیز امکان پذیر است ؟ یعنی آیا تمام یا قسمتی از انرژی جنبشی یک الکترون متحرک می‌تواند به یک فوتون تبدیل شود ؟ در ضمن ، نه تنها عکس پدیده فتوالکتریک روی می‌دهد ، بلکه این پدیده پیش از کار نظری پلانک و اینشتین کشف شده بود (گرچه به هیچ وجه درک نشده بود) .

در سال ۱۸۹۵ م . ویلهلم رونتگن^۱ پی برد که هر گاه الکترونهای سریع به ماده‌ای برخورد کنند ، یک تابش نفوذ کننده خیلی قوی با ماهیتی مجهول تولید می‌شود . بزودی فهمیده شد که پرتو ایکس حتی از میان میدانهای مغناطیسی و الکتریکی به صورت خط مستقیم می‌گذرد ، از اجسام کدر بسهولت عبور می‌کند ، باعث درخشش مواد فسفرسانس^۲ می‌شود و صفحات عکاسی را متأثر می‌سازد . هر چه سرعت الکترونهای اولیه بیشتر شود ، قابلیت نفوذی پرتو ایکس بیشتر می‌گردد و هر چه تعداد الکترونها بیشتر باشد ، شدت پرتو ایکس زیادتر می‌شود .



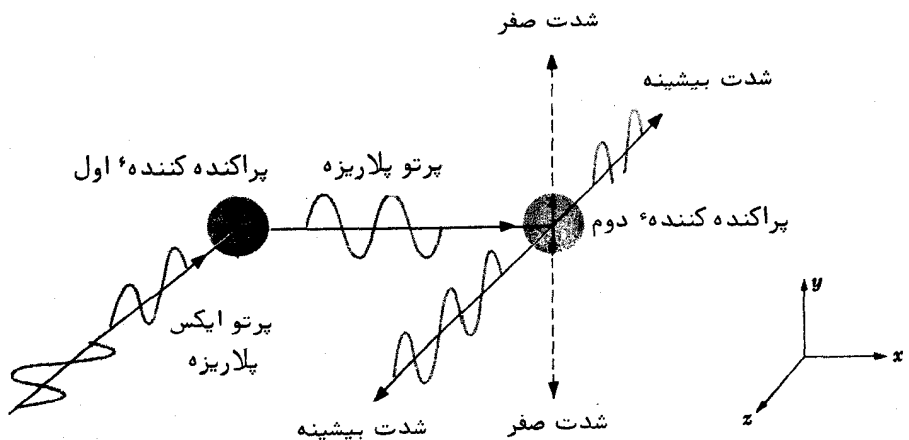
قابلیت نفوذی پرتو ایکس قادر است ساختمان داخلی اشیایی نظیر موتور هواپیمارا نشان دهد .

اندکی پس از این کشف ، در این مورد که پرتوهای ایکس امواج الکترو مغناطیسی باشند ،

1. Wilhelm Roentgen

2. Phosphorescent Substances

تردید به وجود آمد. در هر حال، نظریه الکترومغناطیسی پیش‌بینی می‌کند که یک بار الکتریکی شتابدار، امواج الکترومغناطیسی ساطع می‌کند و یک الکترون متحرک سریع که ناگهان متوقف می‌گردد، مطمئناً "شتاب خواهد داشت و تابشی را که در این شرایط به وجود می‌آید، تابش ترمزی می‌نامند که به نام آلمانی برمش تراانگ^۱ مشهور است. در آزمایشهای اولیه، مشهود نبودن شکست پرتو ایکس به واسطه کوتاه بودن طول موج آن بود که از طول موج پرتو فرابنفش کمتر است، زیرا، ضریب شکست یک ماده (مطابق با انتشار نور در خط مستقیم) با کاهش طول موج به واحد نزدیک می‌شود.



شکل (۵-۲) آزمایش بارکلا^۲ برای نشان دادن پلاریزاسیون پرتو ایکس

طبیعت موجی بودن پرتوهای ایکس برای اولین بار در سال ۱۹۰۶ م. توسط بارکلا به وسیله آزمایش پلاریزاسیون^۳ به اثبات رسید. ترتیب آزمایش بارکلا در شکل (۵-۲) رسم شده است. فرض می‌کنیم پرتوهای ایکس، امواج الکترومغناطیسی باشند. در سمت چپ یک باریکه پرتو ایکس پلاریزه نشده در جهت z حرکت کرد، و به یک قطعه کوچک کربن برخورد می‌کند. این پرتوها به وسیله کربن پخش می‌شوند، یعنی الکترونهای موجود در اتمهای

1. Bremsstrahlung

2. Barkla

3. Polarization

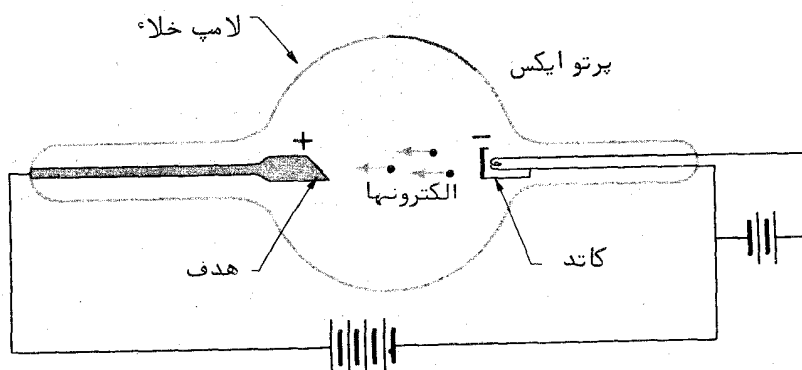
کربن به وسیلهٔ بردارهای الکتریکی پرتوهای ایکس به نوسان درمی‌آیند و پرتوهای ثانوی گسیل می‌شوند. چون بردار الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی بر جهت انتشار خودش عمود است، باریکهٔ اولیهٔ پرتوهای ایکس دارای بردارهای الکتریکی است که فقط در صفحهٔ xy قرار دارند. بنابراین، الکترونهای هدف در صفحهٔ xy به نوسان درمی‌آیند. پرتوایکسی که در جهت x پراکنده شده است، تنها در جهت y می‌تواند بردار الکتریکی داشته باشد و بنابراین پلاریزهٔ صفحه‌ای است. برای نشان دادن این پلاریزاسیون، یک قطعه کربن دیگر را، مثل سمت راست تصویر، در مسیر پرتو قرار می‌دهیم. الکترونهای این قطعه منحصرًا "در جهت y نوسان خواهند کرد و بنابراین پرتوهای ایکسی تابش می‌کنند که فقط در صفحهٔ xz منتشر می‌شوند و به هیچ وجه در جهت y منتشر نمی‌شوند. مشهود نبودن پرتوهای پراکندهٔ x در بیرون صفحهٔ xz ماهیت موجی بودن پرتوهای ایکس را تأیید کرد.

در سال ۱۹۱۲ م. روشی برای اندازه‌گیری طول موج پرتوهای ایکس کشف شد. یک آزمایش پراش، ایده‌آل شناخته شده بود، ولی همان طور که از بحث نور شناسی فیزیکی به خاطر می‌آوریم، برای کسب نتیجهٔ رضایتبخش باید فاصلهٔ بین خطوط مجاور در شبکهٔ پراش به اندازهٔ طول موج نور باشد و توری‌هایی با این اندازه که برای پرتوهای ایکس لازم است نمی‌توانند ساخته شوند. با وجود این، در سال ۱۹۱۲ م. ماکس فون لاوله^۱، پی برد که طول موجهای در نظر گرفته شده برای پرتوهای ایکس در حدود همان فاصلهٔ بین اتمهای مجاور در بلورها، که چند آنگستروم است، می‌باشند. بنابراین، او پیشنهاد کرد که برای پراش پرتوهای ایکس می‌توان از بلورهایی استفاده کرد که شبکه‌های منظم آنها بصورت یک نوع توری سه بعدی عمل می‌کند. یک سال بعد آزمایشهای مناسبی صورت گرفت و طبیعت موجی بودن پرتوهای ایکس به طرز موفقیت‌آمیزی ثابت شد. در این آزمایشها طول موج بین 10^{-11} و 10^{-8} متر، یعنی بین $1/3$ و $4/8 \times 10^{-11}$ متر، پیدا شد که 10^{-4} برابر طول موج نور مرئی است و از این رو دارای کوانتم‌هایی با 10^4 برابر پیرانرژی تراز نور مرئی است. پراش پرتوایکس را در قسمت ۲-۵ مطالعه خواهیم کرد.

امروزه، تابشهای الکترومغناطیسی که فاصلهٔ تقریبی طول موج آنها بین 10^{-1} تا 10^5 آنگستروم است، به عنوان پرتوهای ایکس رده بندی می‌شوند. این فاصله حد و مرز مشخصی ندارد؛ انتهای طول موج کوتاهتر قسمتی از پرتوهای گاما و انتهای طول موج بلندتر قسمتی از نور فرابنفش را می‌پوشاند.

شکل (۲-۶) نمودار لامپ پرتوایکس را نشان می‌دهد. کاتد به وسیلهٔ رشته‌ای که از آن

جریان الکتریسته عبور می‌کند، گرم می‌شود و در اثر گسیل گرمایونی^۱ الکترونهای زیادی صادر می‌کند. اختلاف پتانسیل زیاد V بین کاتد و یک هدف فلزی موجب شتاب الکترونها به سمت این هدف می‌شود. سطح هدف نسبت به باریکه^۲ الکترون دارای زاویه‌ای است و پرتوهای ایکس که از هدف خارج می‌شوند از بدنه لامپ عبور می‌کنند. لامپ کاملاً تخلیه است تا الکترونها بدون هیچ مانعی به هدف برسند.



شکل (۲-۶) لامپ پرتو ایکس

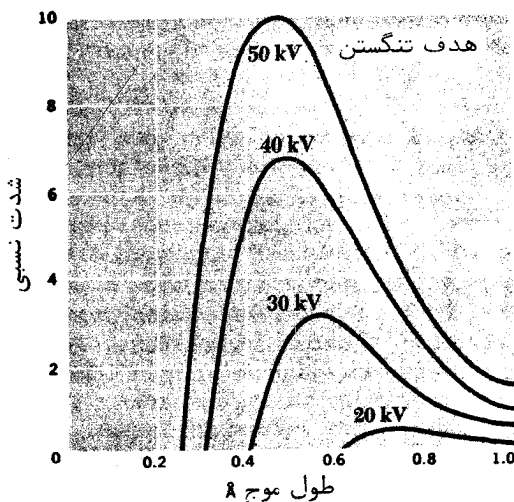
همان‌طور که قبلاً متذکر شدیم، نظریه^۳ الکترومغناطیسی کلاسیکی پیش‌بینی می‌کند که هنگامی که الکترونها شتاب داشته باشند، تابش ترمزی تولید می‌شود و این امر ظاهراً "پرتوهای ایکس منتشر شده را هنگامی که الکترونهای سریع توسط هدف یک لامپ پرتو ایکس متوقف می‌شوند، توجیه می‌کند. با وجود این، داده‌های آزمایش از بعضی جهات مهم به نحو رضایتبخشی با نظریه^۴ کلاسیکی موافقت ندارند. شکل‌های (۲-۷) و (۲-۸) طیفهای پرتو ایکس را هنگامی که هدفهای تنگستن^۵ و مولیبدن^۶ در پتانسیل‌های شتاب دهنده^۷ مختلفی به وسیله^۸ الکترونها بمبارد می‌شوند، نشان می‌دهند. در این منحنی‌ها دو نکته متمایز نهفته است که بر طبق نظریه^۹ الکترومغناطیسی قابل بیان نیست:

۱ - در مورد فلز مولیبدن، در بعضی طول موجها قله‌های شدت مشخصی وجود دارد که

1. Thermionic Emission

2. Tungsten

3. Molybdenum



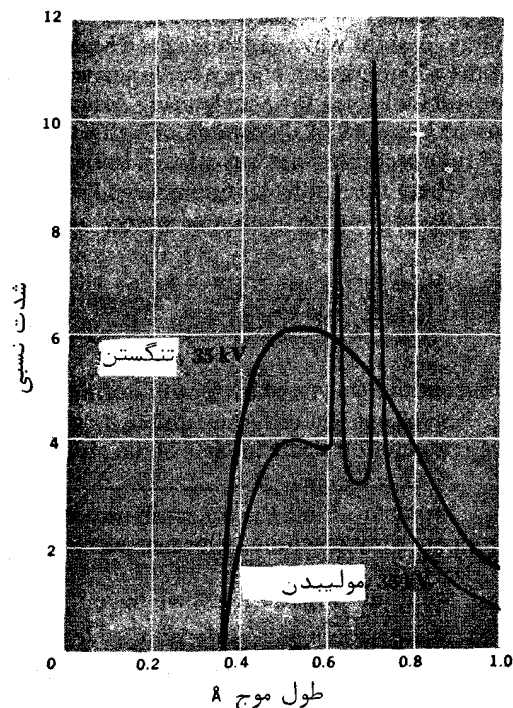
شکل (۷-۲) طیفهای پرتو ایکس فلز تنگستن در پتانسیلهای شتاب دهنده مختلف

تولید زیاد پرتوهای ایکس را نشان می‌دهند. برای هر فلزی که در هدف به کار می‌رود یک چنین قله‌هایی در طول موجهای خاصی خواهیم داشت که از آرایش مجدد ساختمان اتمی فلز هدف که در اثر بمباردمان الکترونی نظم ساختمان آن به هم خورده است، حاصل می‌شوند. بعداً" در مورد این پدیده بحث خواهیم کرد؛ این جا نکته قابل توجه، تولید پرتوهای ایکس با طول موجهای خاص است که به طور قطع یک پدیده غیر کلاسیکی می‌باشد به اضافه تولید یک طیف پیوسته پرتوهای ایکس.

۲- پرتوهای ایکسی که در پتانسیل شتاب دهنده معینی تولید شده‌اند، دارای طول موجهای متفاوتی هستند، اما هیچیک از این طول موجها کوتاهتر از یک اندازه معین λ_{min} نیست. افزایش V سبب کاهش λ_{min} می‌گردد. در یک پتانسیل معین V ، مقدار λ_{min} برای هر دو فلز تنگستن و مولیبدن یکسان است. دو آن λ_1 و λ_2 از طریق تجربه کشف کردند که λ_{min} با V نسبت عکس دارد: رابطه دقیق بین آنها عبارت است از:

$$\lambda_{min} = \frac{1.24 \times 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{m}}{V}$$

(۷-۲) تولید پرتو ایکس



شکل (۸-۲) طیفهای پرتو ایکس فلز تنگستن و مولیبدن در پتانسیل شتاب دهنده 35 kV

با در نظر گرفتن نظریه کوانتمی تابش، مشاهده نکته شماره ۲ به سهولت درک می شود. بیشتر الکترونیایی که بر روی فلز هدف می تابند، پس از چندین برخورد، انرژی جنبشی خود را به تدریج از دست می دهند و این انرژی بسادگی به حرارت تبدیل می شود. (به این علت است که فلز هدف لامپهای پرتو ایکس از فلزاتی نظیر تنگستن که نقطه ذوب بالایی دارد، انتخاب می شود و اغلب برای خنک کردن فلز هدف وسیله مؤثری به کار برده می شود.) با این وجود، تعدادی از الکترونها در یک برخورد منفرد با اتمهای فلز هدف بیشتر یا تمام انرژی خود را از دست می دهند و این همان انرژی است که به صورت پرتوهای ایکس ظاهر می شود. پس، تولید پرتوهای ایکس، به استثنای قلمه های ذکر شده در نکته شماره ۱، عکس پدیده فتوالکتریک است. به عوض این که انرژی فوتون تبدیل به انرژی جنبشی الکترون گردد، انرژی جنبشی الکترون تبدیل به انرژی فوتون می شود. هر قدر طول موج کوتاهتر باشد، بسامد بیشتر و هر چه بسامد بیشتر باشد انرژی فوتون بیشتر خواهد بود. از آن جاکه تابعهای کار تنها چند الکترون ولت هستند، در حالی که پتانسیل های

شتاب دهنده در لامپهای پرتو ایکس، ده‌ها یا صدها هزار ولت می‌شوند، از تابع کار می‌توانیم صرف نظر کنیم. حد طول موج کوتاه معادله (۲-۷) را می‌توان مطابق با حالتی که انرژی جنبشی کل یک الکترون بمباردمان کننده به یک فوتون با انرژی $h\nu_{\max}$ تبدیل می‌شود، توجیه کرد، از این رو داریم:

$$eV = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV} = \frac{1.24 \times 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{m}}{V}$$

که فرمول دو آن - هانت معادله (۲-۷) است - و در واقع به جز واحدهای مختلف، همان معادله (۲-۵) است. بنابراین، مناسب است که تولید پرتو ایکس را به عنوان پدیده‌ای که عکس پدیده فتوالکتریک است، مورد ملاحظه قرار دهیم.

مسئله: مطلوب است کوتاهترین طول موج حاصل از تابش یک ماشین پرتو ایکس که پتانسیل شتاب دهنده آن ۵۰۰۰۰ ولت است.
حل: از معادله (۲-۷) داریم:

$$\lambda_{\min} = \frac{1.24 \times 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{m}}{5 \times 10^4 \text{ V}} = 2.5 \times 10^{-11} \text{ m} = 0.25 \text{ \AA}$$

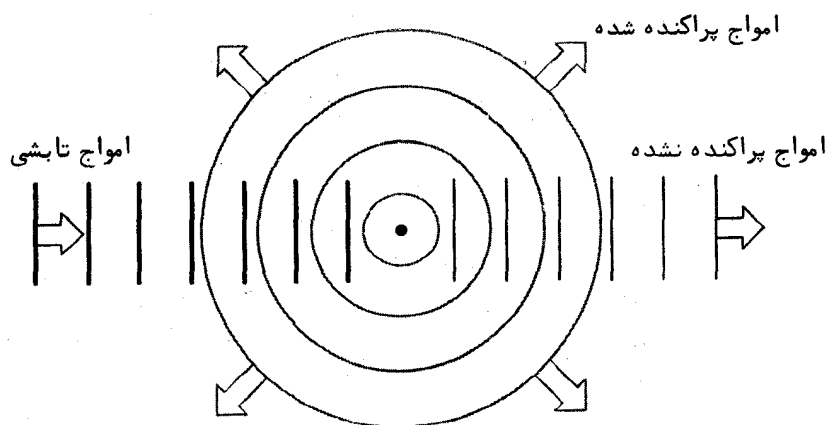
بسامد این طول موج برابر است با:

$$\nu_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2.5 \times 10^{-11} \text{ m}} = 1.2 \times 10^{19} \text{ Hz}$$

۵-۲ پراش پرتو ایکس

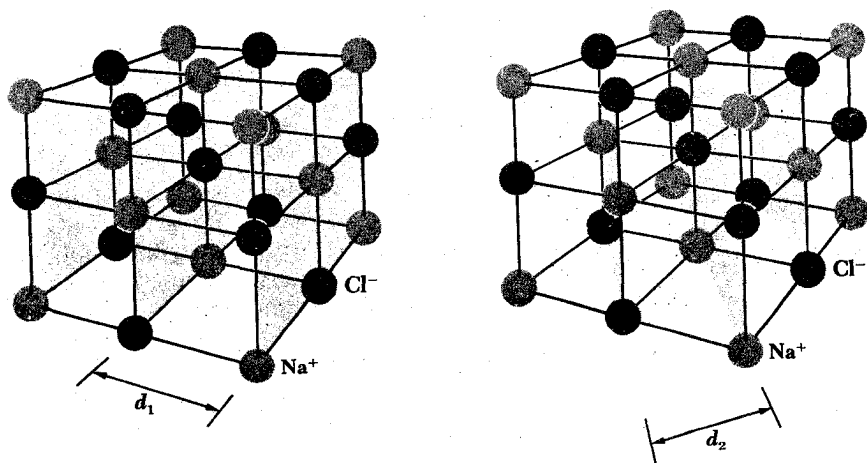
اجازه دهید به این سؤال برگردیم که چگونه پرتوهای ایکس جزء امواج الکترومغناطیسی اند. بلور، ترکیب مجموعه‌ای منظم از اتمهایی است که هر یک از آنها قادر است امواج الکترومغناطیسی را که به آن برخورد می‌کنند، پراکنده سازد. مکانیسم تفرق^۲ واضح است. یک اتم در یک

میدان الکتریکی ثابت پلاریزه می‌شود، زیرا بر الکترون‌ها با بار الکتریکی منفی و بر هسته با بار الکتریکی مثبت نیروهایی در دو جهت مخالف وارد می‌شود؛ این نیروها نسبت به نیروهایی که صرف متحد نگه داشتن اتم می‌شوند، ضعیفند و بنابراین نتیجه، یک توزیع بار واپیچیده معادل یک دو قطبی الکتریکی است. در میدان الکتریکی متناوب که موج الکترومغناطیسی دارای بسامد ν است، پلاریزاسیون با همان بسامد ν به عقب و جلو تغییر می‌کند. بدین ترتیب، دو قطبی الکتریکی نوسان کننده با صرف مقداری از انرژی موج ورودی که به همین علت نیز دامنه موج ورودی کاهش می‌یابد، به وجود می‌آید. دو قطبی نوسان کننده به نوبه خود، امواج الکترومغناطیسی با بسامد ν را تابش می‌کند و این امواج ثانوی در تمام جهات، بجز در امتداد محور دو قطبی، منتشر می‌شوند. در یک مجموعه از اتمهایی که در معرض تابش نور غیر پلاریزه قرار می‌گیرند، تابش ثانوی همسان^۱ است، زیرا شرکت اتمهای منفرد اتفاقی است. در اصطلاح موجی، امواج ثانوی بجای جبهه موجی تخت امواج ورودی دارای جبهه موج کروی هستند (شکل ۲-۹). پس فرآیند تفرق اتمهایی را در برمی‌گیرد که امواج تخت ورودی را جذب می‌کنند و با همان بسامد امواج کروی را دوباره گسیل می‌دارند.



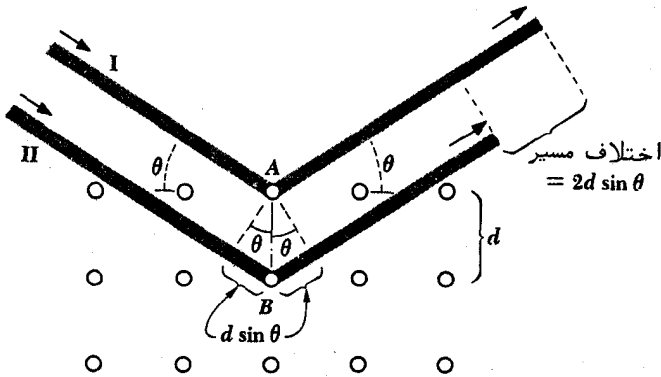
شکل (۲-۹) پراکنده شدن تابش الکترومغناطیسی به وسیله تعدادی از اتمها. امواج تخت ورودی به صورت امواج کروی دوباره گسیل می‌شوند.

هرگاه یک باریکه تک رنگ پرتوهای ایکس به یک بلور بتابد، در تمام جهات در داخل بلور پراکنده می‌شود، ولی چون بلور دارای ساختمان منظم اتمی است، امواج پراکنده شده در بعضی جهات یکدیگر را تقویت و در سایر جهات یکدیگر را تضعیف می‌کنند. مانند شکل (۲-۱۰)، اتمهای موجود در یک بلور را می‌توان به صورت گروههای معینی در صفحات موازی در نظر گرفت که هر گروه دارای جدایی مشخصه‌ای بین صفحات موازی است. این بررسی در سال ۱۹۱۳ م. به وسیله دلیو. ال. براگ^۱ مطرح شد و به احترام او این صفحات به



شکل (۲-۱۰) دو مجموعه از صفحات براگ در یک بلور نمک طعام

صفحات براگ موسومند. شرایطی که تحت آن تابش به وسیله اتمهای بلور پراکنده می‌شود تا تداخل سازنده ایجاد کند، از نموداری مانند شکل (۲-۱۱) به دست می‌آید. یک باریکه پرتو ایکس با طول موج λ به بلوری که فاصله صفحات براگ آن d است با زاویه θ می‌تابد. باریکه، اتم A را در صفحه اول و اتم B را در صفحه دوم پشت سر می‌گذارد و هر یک از آنها قسمتی از باریکه را در جهات مختلف پراکنده می‌کند. تداخل سازنده فقط بین پرتوهای پراکنده شده‌ای صورت می‌گیرد که اولاً "با هم موازی باشند و ثانياً اختلاف مسیر آنها دقیقاً" λ ، 2λ ، 3λ و غیره باشد. یعنی اختلاف مسیر باید $n\lambda$ باشد، که n یک عدد صحیح است. تنها پرتوهایی که به وسیله A و B پراکنده شده‌اند و این شرایط در مورد آنها صادق است،



شکل (۱۱-۲) تفرق پرتو ایکس در یک بلور مکعب شکل

پرتوهای I و II در شکل (۱۱-۲) هستند. شرط اول در مورد پرتوهای I و II این است که باید زاویه‌ای که در آن پراکنده می‌شوند مساوی زاویه تابش θ باریکه اصلی باشد. (این شرط که مستقل از طول موج است، مانند بازتاب معمولی در نورشناسی است: زاویه تابش = زاویه بازتاب). شرط دوم این است که:

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (۸-۲)$$

چون پرتو II باید فاصله $2d \sin \theta$ را بیشتر از پرتو I بپیماید، لذا عدد صحیح n مرتبه باریکه پراکنده شده را نشان می‌دهد.

شکل (۱۲-۲) طرح شمایی طیف سنج پرتو ایکس را که براساس تحلیل براگ است، نشان می‌دهد. یک باریکه موازی شده از پرتوهای ایکس تحت زاویه θ به یک بلور می‌تابد و آشکار ساز طوری قرار داده می‌شود که پرتوهایی که در زاویه θ پراکنده می‌شوند، توسط آن ثبت شوند. بنابراین، هر پرتو ایکسی که به آشکار ساز برسد، از شرط اول براگ پیروی می‌کند. هر گاه θ تغییر کند، آشکار ساز قله‌های شدت را مطابق با مرتبه‌های پیش‌بینی شده توسط معادله (۸-۲)، ثبت خواهد کرد، اگر فاصله بین دو صفحه مجاور براگ در بلور معلوم باشد، طول موج پرتو ایکس قابل محاسبه خواهد بود.

چگونه می‌توان مقدار d را تعیین کرد؟ در مورد بلورهایی که اتمهایشان به صورت شبکه‌های مکعبی شکل هستند، مانند بلورهای نمک طعام که در شکل (۱۰-۲) نشان داده شده است این کار خیلی ساده است. فاصله اصلی که ما لازم داریم $d = d_1$ است، زیرا با یک محاسبه:

ساده هندسی، d_2 و هر فاصله دیگر بین سطوح براگ را می‌توانیم به دست آوریم. چون d فاصله بین اتمهای مجاور (یا کلی‌تر بگوییم، فاصله بین مراکز پراکندگی مجاور) در بلور است، در هر متر از محور بلور $1/d$ اتم و در هر متر مکعب کل بلور $1/d^3$ اتم وجود دارد. اگر جرم متوسط هر اتم m و چگالی بلور را P فرض کنیم، پس داریم:

$$\rho = \frac{\text{جرم}}{m^3} = \frac{\text{اتم / جرم}}{1/(\text{اتمها} / m^3)} = \frac{m}{d^3}$$

و

$$d = \left(\frac{m}{\rho} \right)^{1/3}$$

برای محاسبه m توجه داریم که جرم مولکولی M یک ماده شیمیایی مرکب که عبارت از مجموع جرمهای اتمی عناصر تشکیل دهنده آن است، برحسب واحدهای جرم اتمی (u) بیان می‌شود:

$$1 u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

اگر در هر مولکول K اتم وجود داشته باشد. سپس m برحسب کیلوگرم از فرمول زیر به دست می‌آید:

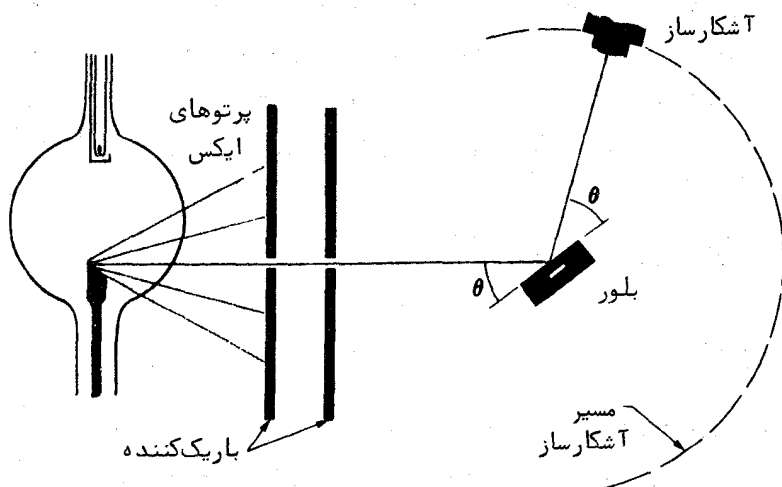
$$m = \frac{M}{K} \times (1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})$$

و

$$d = \left[\frac{M}{K\rho} \times (1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u}) \right]^{1/3} \quad \text{فاصله اتمی} \quad (9-2)$$

مسأله: مطلوب است جدایی اتمی یک بلور نمک طعام NaCl ، که جرم مولکولی آن 58.5 و چگالی آن $2.16 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ است.
حل: هر مولکول NaCl از دو اتم تشکیل می‌شود ($\text{Cl} + \text{Na}$). با فرض این که $K=2$ ، داریم:

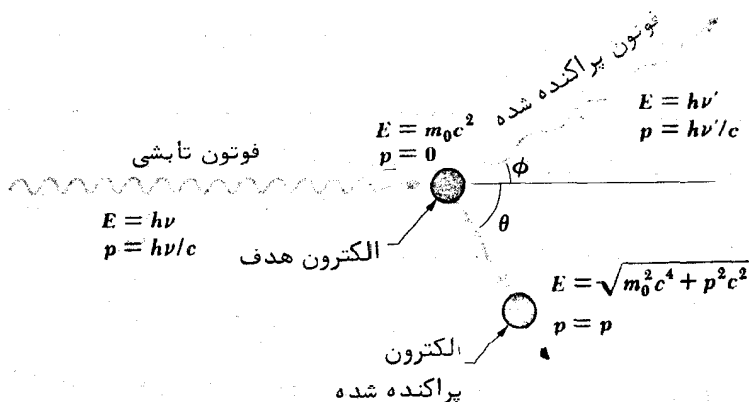
$$\begin{aligned} d &= \left[\frac{M}{K\rho} \times (1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u}) \right]^{1/3} = \left[\frac{58.5 u \times (1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})}{2 \times (2.16 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)} \right]^{1/3} \\ &= (2.25 \times 10^{-29} \text{ m}^3)^{1/3} = (22.5 \times 10^{-30} \text{ m}^3)^{1/3} \\ &= 2.82 \times 10^{-10} \text{ m} = 2.82 \text{ \AA} \end{aligned}$$



شکل (۱۲-۲) طیف سنج پرتو ایکس

۲-۶ اثر کامپتون

برطبق نظریه کوانتومی نور، فوتونها مانند ذرات رفتار می کنند، با این تفاوت که جرم در حال سکون فوتونها صفر است. اگر این موضوع صحیح باشد، باید بتوان برخورد بین فوتونها و مثلاً "الکترون ها را مانند برخورد توپهای بیلیارد تحلیل کرد.



شکل (۱۳-۲) اثر کامپتون

شکل (۲-۱۳) چگونگی برخورد یک فوتون پرتوایکس را با یک الکترون نشان می‌دهد (فرض بر این است که الکترون در ابتدا در سیستم مختصات آزمایشگاه ساکن باشد). فوتون از مسیر اولیه حرکتش منحرف شده، در حالی که الکترون در اثر ضربه شروع به حرکت می‌کند. در برخورد، فوتون ممکن است به نظر رسد که مقداری از انرژی را از دست می‌دهد و این مقدار انرژی مساوی انرژی جنبشی K است که الکترون کسب می‌کند، هر چند که واقعا " بجای یک فوتون، فوتونهای مجزا درگیر هستند. اگر فوتون اولیه دارای بسامد ν باشد، فوتون پراکنده شده بسامد کمتر ν' را خواهد داشت، لذا:

انرژی بدست آمده توسط الکترون = انرژی از دست داده شده توسط فوتون

$$h\nu - h\nu' = K \quad (2-10)$$

در فصل ۱ فرمول زیر رابطه بین اندازه حرکت یک ذره بدون جرم و انرژی را نشان می‌دهد:

$$E = pc \quad (1-24)$$

از آنجا که انرژی یک فوتون عبارت است از $h\nu$ ، اندازه حرکتش مساوی است با

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} \quad \text{اندازه حرکت فوتون} \quad (2-11)$$

اندازه حرکت، برخلاف انرژی، یک کمیت برداری است که علاوه بر بزرگی، جهت نیز دارد و در برخورد، اندازه حرکت باید در هر یک از دو جهت متقابل عمود بر هم پایسته شود (هرگاه بیش از دو جسم در برخورد شرکت داشته باشند، واضح است که اندازه حرکت باید در هر سه جهت متقابل عمود بر هم پایسته شود).

جهاتی که در این جا ما انتخاب می‌کنیم، یکی جهت حرکت فوتون اولیه و یکی جهت عمود بر آن که در صفحه‌ای که در برگیرنده الکترون و فوتون پراکنده شده است، می‌باشد. (شکل ۲-۱۳). اندازه حرکت فوتون اولیه $h\nu/c$ و اندازه حرکت فوتون پراکنده شده $h\nu'/c$ می‌باشد و اندازه حرکت اولیه و نهایی الکترون به ترتیب h و p خواهد بود. در جهت فوتون اولیه داریم:

اندازه حرکت نهایی = اندازه حرکت اولیه

$$\frac{h\nu}{c} + 0 = \frac{h\nu'}{c} \cos \phi + p \cos \theta \quad (2-12)$$

و در جهت عمود بر آن داریم

اندازه حرکت نهایی = اندازه حرکت اولیه

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \phi - p \sin \theta \quad (13-2)$$

ϕ زاویه بین جهت فوتون اولیه و فوتون پراکنده شده و θ زاویه بین جهت فوتون اولیه و الکترون پس زده شده می باشد. اکنون از معادلات (۱۰-۲) و (۱۲-۲) و (۱۳-۲) فرمولی بدست می آید که اختلاف طول موج فوتون اولیه و فوتون پراکنده شده را به زاویه بین جهت آنها ϕ ربط می دهد و هر دو کمیت هایی هستند که به سهولت قابل اندازه گیری اند.

قدم اول این است که دو معادله (۱۲-۲) و (۱۳-۲) را در c ضرب کنیم و آنها را دوباره به صورت زیر بنویسیم.

$$\begin{aligned} pc \cos \theta &= h\nu - h\nu' \cos \phi \\ pc \sin \theta &= h\nu' \sin \phi \end{aligned}$$

با مجذور هر دو معادله و جمع آنها، زاویه θ حذف می شود، لذا داریم

$$p^2 c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \phi + (h\nu')^2 \quad (14-2)$$

سپس دو عبارت زیر برای انرژی کل یک ذره از فصل ۱

$$\begin{aligned} E &= K + m_0 c^2 \\ E &= \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \end{aligned}$$

را مساوی هم قرار می دهیم تا به دست آوریم:

$$\begin{aligned} (K + m_0 c^2)^2 &= m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \\ p^2 c^2 &= K^2 + 2m_0 c^2 K \end{aligned}$$

از آن جا که

$$K = h\nu - h\nu'$$

داریم:

$$p^2 c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') + (h\nu')^2 + 2m_0 c^2 (h\nu - h\nu') \quad (15-2)$$

با جانشین کردن این مقدار $p^2 c^2$ در معادله (۱۴-۲)، خواهیم داشت

$$2m_0 c^2 (h\nu - h\nu') = 2(h\nu)(h\nu')(1 - \cos \phi) \quad (16-2)$$

این رابطه هنگامی که به جای بسامد، با طول موج بیان شود، ساده‌تر است. طرفین معادله (۱۶-۲) را بر $2h^2c^2$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{m_0c}{h} \left(\frac{\nu}{c} - \frac{\nu'}{c} \right) = \frac{\nu}{c} \frac{\nu'}{c} (1 - \cos \phi)$$

چون $\nu/c = 1/\lambda'$ و $\nu/c = 1/\lambda$

$$\frac{m_0c}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{1 - \cos \phi}{\lambda \lambda'}$$

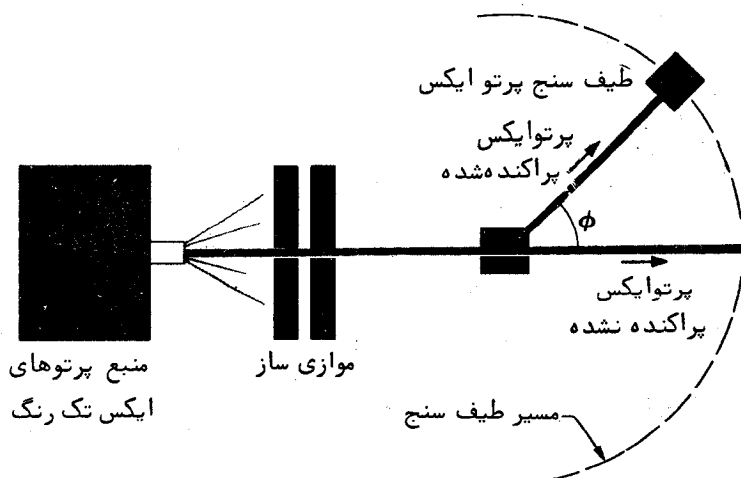
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \phi) \quad \text{اثر کامپتون} \quad (17-2)$$

معادله (۱۷-۲) توسط آرتور اچ. کامپتون^۱ در اوایل دهه ۱۹۲۰ م. به دست آمد و چون او اولین بار این پدیده را مورد بررسی قرار داد، این پدیده به اثر کامپتون معروف شد. اثر کامپتون دلیل محکمی بر تأیید نظریه کوانتمی تابش است.

معادله (۱۷-۲) تغییر در طول موج فوتونی را که پس از برخورد با یک ذره با جرم در حال سکون m_0 تحت زاویه ϕ پراکنده می‌شود، به دست می‌دهد؛ این تغییر به طول موج λ فوتون تابشی بستگی ندارد. مقدار h/m_0c را طول موج کامپتون ذره پراکندگی می‌نامند که مقدار این طول موج برای یک الکترون 0.02426 \AA و آنگستروم $(1.2 \times 10^{-10} \text{ m})$ است. از معادله (۱۷-۲) متوجه می‌شویم که بزرگترین تغییر طول موج هنگامی روی می‌دهد که $\phi = 180^\circ$ باشد، در این حالت تغییر طول موج دو برابر طول موج کامپتون h/m_0c خواهد شد. چون طول موج کامپتون یک الکترون 0.02426 \AA و آنگستروم است و حتی برای سایر ذرات به این جهت که جرم در حال سکون بیشتری دارند، کمتر می‌باشد، بیشینه تغییر طول موج در پدیده کامپتون 0.04852 \AA و آنگستروم خواهد بود. این تغییرات تنها در پرتوهای ایکس بسپولت قابل رؤیت است، زیرا تغییر در طول موج نور مرئی کمتر از 0.01 \AA درصد طول موج اولیه است، در صورتی که برای پرتوهای ایکس با طول موج $\lambda = 1 \text{ \AA}$ ، تغییر در طول موج به چندین درصد بالغ می‌شود.

اثبات تجربی اثر کامپتون امری ساده است. همان طور که در شکل (۱۴-۲) مشاهده می‌شود یک باریکه از پرتوهای ایکس که دارای طول موج معینی است به هدف برخورد می‌کند و طول موجهای پرتوهای ایکس پراکنده شده در زاویه‌های متعدد ϕ معین می‌شوند. نتیجه این آزمایش در شکل (۱۵-۲) نشان داده شده است و تغییر طول موجی را که به وسیله

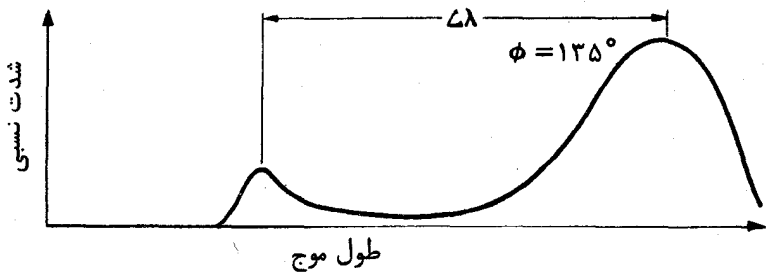
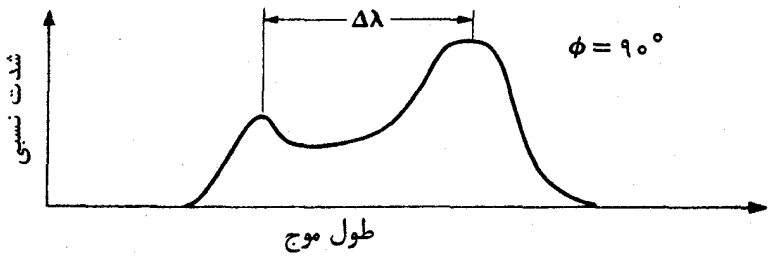
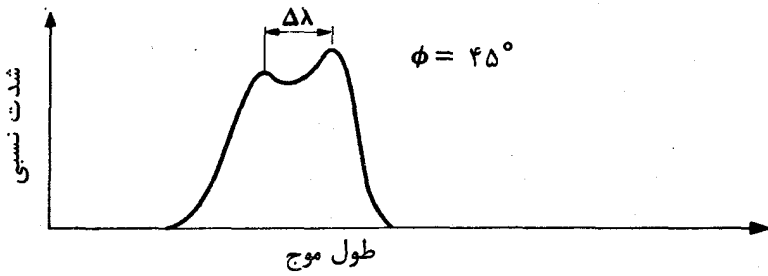
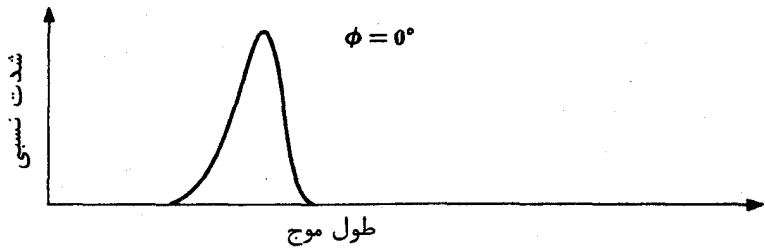
معادله (۲-۱۷) پیش‌بینی شده بود ارائه می‌دهد، اما در هر زاویه، پرتوهای ایکس پراکنده شده نیز دربرگیرنده مقدار معتنا بهی از پرتوهایی هستند که دارای طول موج اولیه می‌باشند. فهم این موضوع مشکل نیست. برای به دست آوردن معادله (۲-۱۷) فرض بر این بود که ذره پراکندگی قادر باشد آزادانه حرکت کند، که این یک فرض منطقی بود، زیرا بسیاری از الکترون‌ها در ماده پیوند ضعیفی با اتمهای مادر دارند. با وجود این، سایر الکترون‌ها پیوند محکمی با اتمها دارند و هنگامی که یک فوتون با آنها برخورد می‌کند، به جای این که یک الکترون پس زده شود کل اتم پس زده می‌شود. در این صورت مقدار m به کار رفته در معادله (۲-۱۷) به اندازه جرم کل اتم است که در حدود ده‌هزار برابر جرم یک الکترون می‌شود و در نتیجه جابجایی کامپتون آن قدر ناچیز می‌باشد که غیر قابل اندازه‌گیری است.

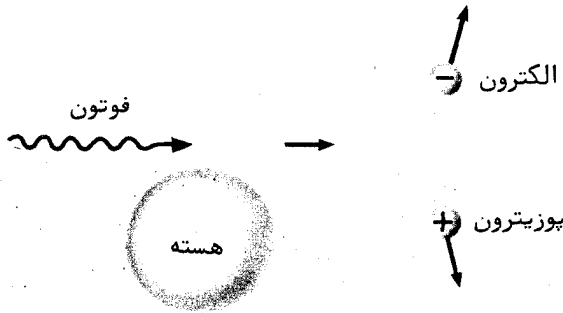


شکل (۲-۱۴) دستگاه آزمایش اثر کامپتون

۲-۷ تولید زوج

همان‌طور که مشاهده کرده‌ایم، یک فوتون می‌تواند تمام یا قسمتی از انرژی $h\nu$ را به یک الکترون بدهد. همچنین ممکن است یک فوتون به یک الکترون و یک پوزیترون (الکترون مثبت) تبدیل شود و این فرآیندی است که در آن انرژی الکترومغناطیسی به انرژی ساکن تبدیل می‌گردد. وقتی که یک زوج الکترون-پوزیترون نزدیک یک هسته اتمی تشکیل می‌شود،





شکل (۱۶-۲) تولید زوج

هیچ یک از اصول پایستگی نقض نمی‌گردد (شکل ۱۶-۲). همان طور که فوتون از نظر بار خنثی است، مجموع بارهای الکترون ($q = -e$) و پوزیترون ($q = +e$) صفر می‌باشد؛ انرژی کل شامل انرژی جرمی الکترون و پوزیترون برابر انرژی فوتون خواهد بود و اندازه حرکت خطی با کمک هسته پایسته است، هسته به قدر کافی اندازه حرکت فوتون را برای انجام فرآیند حمل خواهد کرد ولی به علت جرم نسبتاً زیاد آن کسری ناچیز از انرژی فوتون را در بر خواهد داشت. (اگر تولید زوج در فضای تهی روی می‌داد، انرژی و اندازه حرکت خطی هر دو نمی‌توانستند پایسته باشند، بنابراین پدیده فوق در فضای تهی روی نمی‌دهد).

انرژی سکون m_0c^2 یک الکترون یا پوزیترون 0.511MeV است؛ از این رو حداقل انرژی فوتون مورد نیاز برای تولید زوج 1.02MeV می‌باشد. انرژی اضافی فوتون به انرژی جنبشی الکترون و پوزیترون تبدیل می‌شود. بیشینه طول موج فوتون برای تولید زوج 0.0124Å آنگستروم است. امواج الکترومغناطیسی با چنین طول موجهایی را پرتوهای گاما می‌نامند. در طبیعت، پرتوهای گاما را هسته‌های رادیواکتیو گسیل می‌دارد و در پرتوهای کیهانی نیز دیده می‌شوند. عکس تولید زوج هنگامی صورت می‌گیرد که یک الکترون و پوزیترون با هم نزدیک شوند و برای به وجود آوردن یک زوج فوتون، نابود شوند. جهت‌های فوتون به گونه‌ای است که انرژی و اندازه حرکت خطی پایسته می‌شوند و هیچ هسته یا ذره دیگری برای نابودی آنها لازم نمی‌باشد.

۸-۲ فوتونها و نیروی گرانی

همان‌طور که دیده‌ایم، فوتونها در برخی موقعیتهای رفتاری شبیه ذرات معمولی دارند. تا چه حد این شباهت وجود دارد؟ مثلاً، آیا فوتونها مانند ذراتی که جرم سکون دارند تحت تأثیر نیروی گرانی قرار می‌گیرند؟ برای پاسخ به این سؤال باید به نظریه نسبیت عام رجوع کنیم.

نظریه نسبیت خاص با این هدف پدید آمد که قوانین فیزیک را به طریقی بیان کند که در تمام دستگاههای مرجع که با سرعت ثابت نسبت به یکدیگر در حرکتند، صدق کند. در حقیقت، این مطلب که قوانین فیزیک به این طریق می‌توانند بیان شوند، اصل اول نسبیت خاص را تشکیل می‌دهد. نظریه نسبیت عام که در سال ۱۹۱۵ م. توسط اینشتین مطرح شد، اثرات حرکت شتابدار را بر روی آنچه که ما مشاهده می‌کنیم بررسی می‌کند و بینش عمیقی نسبت به پدیده گرانشی و ماهیت جهان ارائه می‌دهد.

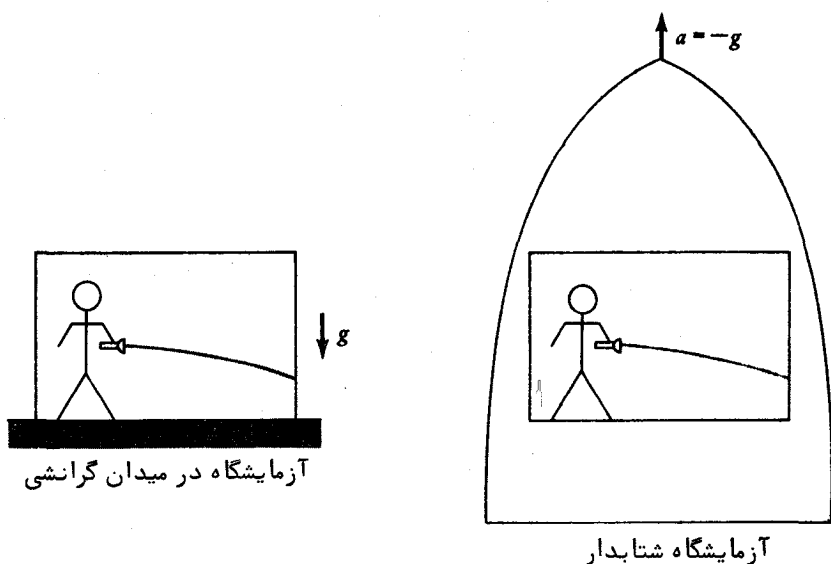
اصل هم‌ارزی در نظریه عام یک اصل خیلی مهم است: یک ناظر در یک آزمایشگاه در بسته نمی‌تواند اثرات تولید شده به وسیله یک میدان گرانشی و اثرات تولید شده در اثر یک شتاب آزمایشگاهی را تشخیص دهد. این اصل از این مشاهده آزمایشی نتیجه می‌شود که جرم اینرسی یک شیء (بیشتر از ۱ در 10^1) برابر جرم گرانشی آن می‌باشد. تشخیص بین این دو نوع جرم به این طریق است که جرم اینرسی یک شیء واکنش آن شیء در مقابل نیروی اعمال شده را مشخص می‌کند؛ جرم گرانشی شیء تعیین‌کننده نیرویی است که آن شیء را تحت تأثیر جاذبه گرانشی شیء دیگر تجربه می‌کند.

از استدلال فوق چنین نتیجه می‌شود که نور باید تحت تأثیر گرانی باشد. نخست از مشاهده چنین نتیجه می‌شود که گرچه فوتون، جرم سکون ندارد، با وجود این در برخورد با طوری عمل می‌کند که گویی دارای جرم اینرسی زیر است.

$$m = \frac{p}{v} = \frac{h\nu}{c^2} \quad \text{"جرم" فوتون} \quad (۱۸-۲)$$

برای یک فوتون $v=c$ و $p = h\nu/c$ است. چون جرم گرانشی از جرم اینرسی قابل تفکیک نیست، نور باید تابع گرانی باشد. متناوباً می‌توانیم یک باریکه نور را که از آزمایشگاه شتابداری عبور می‌کند در نظر بگیریم (شکل ۲-۱۷) آنگاه مسیر آنحنایافته باریکه نسبت به آزمایشگاه شتابدار باید مانند موقعی باشد که گویی تحت تأثیر میدان گرانشی قرار گرفته است یعنی میدانی که با شتاب آزمایشگاه معادل است.

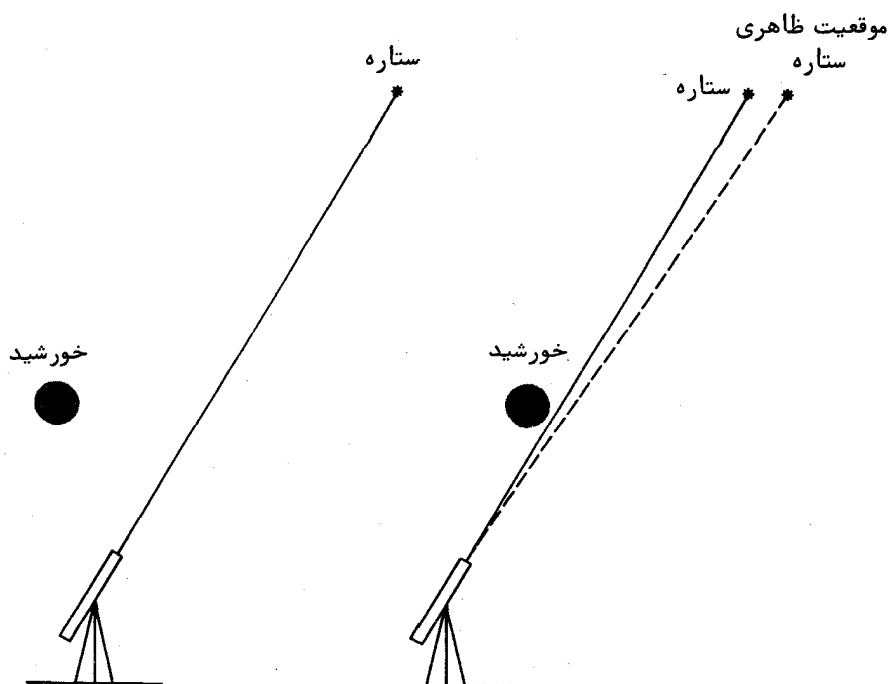
اگر نور تحت تأثیر گرانی باشد، پس نوری که از نزدیک یک شیء سنگین نظیر خورشید



شکل (۲-۱۷) بر طبق اصل هم ارزی، وقایعی را که در یک آزمایشگاه شتابدار روی می دهند نمی توان از وقایعی که در میدان گرانشی رخ می دهند تمییز داد. از این رو، انحراف یک باریک نور نسبت به ناظری در یک آزمایشگاه شتابدار به این معنی است که نور باید به طرز مشابهی در میدان گرانشی منحرف شود.

عبور می کند، باید منحرف شود. انحراف پیش بینی شده برای نوری که از نزدیک خورشید عبور می کند $1.75''$ است و در حقیقت در حین خورشید گرفتگی که قرص آن توسط ماه تاریک می شود، چنین انحرافی در نور ستاره ای مشاهده می شود (شکل ۲-۱۸) روش عبارت است از مقایسه موقعیت ستارگانی که در آسمان در موقع خورشید گرفتگی نزدیک خورشید هستند با موقعیت آنها در سایر مواقع که نورشان از نزدیک خورشید عبور نمی کند.

رفتار گرانشی نور را در آزمایشگاه نیز می توان نشان داد. وقتی سنگی به جرم m را از ارتفاع H نزدیک به سطح زمین رها می کنیم، در حین سقوط کشش گرانشی زمین به سنگ شتاب می دهد و هنگامی که به سطح زمین می رسد انرژی mgH کسب خواهد کرد. انرژی جنبشی نهایی سنگ $\frac{1}{2}mv^2$ مساوی mgH خواهد شد، بنابراین سرعت نهایی آن $\sqrt{2gH}$ خواهد بود. تمام فوتونها با سرعت نور حرکت می کنند و بنابراین نمی توانند سریعتر از آن حرکت کنند. لکن، فوتونی که از ارتفاع H سقوط می کند، افزایش mgH در انرژی را به طریق دیگری نمایان می سازد، یعنی با افزایش بسامد از ν به ν' . چون تغییر بسامد از نظر مقیاس آزمایشگاهی بی نهایت



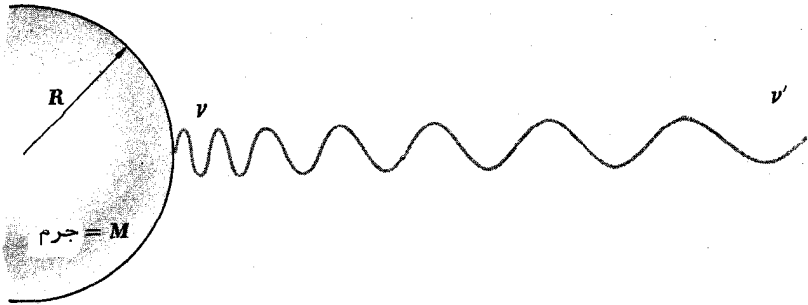
شکل (۱۸-۲) نور ستاره‌ای که از نزدیک خورشید عبور می‌کند توسط میدان گرانشی قوی خورشید منحرف می‌شود. انحراف در حین خورشید گرفتنی هنگامی که قرص خورشید توسط ماه تاریک می‌شود قابل اندازه‌گیری است.

کوچک است، می‌توانیم تغییر مربوطه را در جرم $h\nu/c^2$ "فوتون" نادیده بگیریم و بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} h\nu' &= h\nu + mgH = h\nu + \frac{h\nu gH}{c^2} \\ &= h\nu \left(1 + \frac{gH}{c^2} \right) \end{aligned} \quad (۱۹-۲)$$

برای $H = 20 \text{ m}$ ، تغییر بسامد نسبی عبارت است از:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\nu}{\nu} &= \frac{\nu' - \nu}{\nu} = \frac{gH}{c^2} = \frac{9.8 \text{ m/s}^2 \times 20 \text{ m}}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} \\ &= 2.2 \times 10^{-15} \end{aligned}$$



شکل (۱۹-۲) یک فوتون که از سطح یک ستاره گسیل و از آن دور می شود بسامدش کاهش می یابد .

تغییر بسامد به این اندازه در مساعدترین شرایط قابل تشخیص است و در آزمایشهایی که از پرتوهای گاما استفاده می کنند معادله (۱۹-۲) تأیید شده است (به مسأله ۲۷ رجوع کنید).

رفتار گرانشی نور، پدیده نجومی جالبی را مطرح می سازد . اگر بسامد همراه با فوتونی که به سوی زمین در حرکت است، زیاد شود، آنگاه بسامد فوتونی که از زمین دور می شود، باید کم شود . میدان گرانشی زمین نسبت به میدان گرانشی بسیاری از ستارگان قوی نیست. همان طور که در شکل (۱۹-۲) نشان داده شده است، فرض کنید که ستاره ای به جرم M شعاع R ، فوتونی با بسامد اولیه ν گسیل می دارد . انرژی پتانسیل یک جرم m بر روی سطح ستاره برابر است با :

$$V = -\frac{GMm}{R}$$

علامت منفی به این علت است که نیروی بین M و m یک نیروی جاذبه است . بنابراین انرژی پتانسیل یک فوتون به "جرم" $h\nu/c^2$ بر روی سطح ستاره عبارت است از :

$$V = -\frac{GMh\nu}{c^2 R}$$

و انرژی کل آن E برابر است با مجموع V و انرژی کوانتمی آن $h\nu$ ، یعنی

$$E = h\nu - \frac{GMh\nu}{c^2 R} = h\nu \left(1 - \frac{GM}{c^2 R}\right)$$

در فاصله‌ای بسیار دور از ستاره، مثلاً " در روی زمین، فوتون در خارج از میدان گرانشی ستاره قرار می‌گیرد، اما انرژی کل آن همچنان ثابت می‌ماند. اکنون تمام انرژی فوتون الکترومغناطیسی است و بنابراین داریم:

$$E = h\nu'$$

که ν' بسامد فوتون ورودی بر روی زمین است. (انرژی پتانسیل فوتون در میدان گرانشی زمین در مقایسه با انرژی پتانسیل آن در میدان گرانشی ستاره ناچیز است) از این رو داریم:

$$\begin{aligned} h\nu' &= h\nu \left(1 - \frac{GM}{c^2 R}\right) \\ \frac{\nu'}{\nu} &= 1 - \frac{GM}{c^2 R} \\ \frac{\Delta\nu}{\nu} &= \frac{\nu - \nu'}{\nu} = 1 - \frac{\nu'}{\nu} = \frac{GM}{c^2 R} \end{aligned} \quad (2-20)$$

فوتون در روی زمین دارای بسامد پایین‌تری است که مطابق با کاهش انرژی فوتون است وقتی که میدان گرانشی ستاره را ترک می‌کند. بدین ترتیب، یک فوتون در محدوده مرئی طیف به سمت انتهای قرمز منتقل می‌شود و این پدیده به انتقال به سوی قرمز گرانشی^۱ معروف است. پدیده فوق باید از انتقال به سوی قرمز دوپلر که در طیف کهکشانی دور به واسطه دور شدن ظاهری‌شان از زمین مشاهده می‌شود، متمایز گردد، این دور شدن به گسترش کلی جهان مربوط می‌شود.

همان‌طور که در فصل چهارم خواهیم آموخت، هنگامی که اتمهای عنصری را بخوبی تحریک کنیم تنها فوتونهایی با بسامدهای خاص معینی گسیل می‌دارند. بنابراین، درستی معادله (۲-۲۰) را می‌توان از مقایسه بسامدهای پیدا شده در طیف ستاره با بسامدهای حاصل در طیف آزمایشگاه مورد بررسی قرار داد. برای بیشتر ستارگان، از جمله خورشید، نسبت M/R بیش از حد، کوچک است، بنابراین، انتقال به سوی قرمز گرانشی نمایان نمی‌شود، اما برای گروهی از ستارگان که به کوتوله‌های سفید^۲ معروفند، انتقال به سوی قرمز گرانشی قابل اندازه‌گیری است و این پدیده مشاهده شده است. یک کوتوله سفید ستاره پیری است که از اتم‌هایی تشکیل شده که ساختمانهای الکترونی آنها فرو ریخته و بنابراین ستاره خیلی

کوچک گردیده است: مثلاً "حجم یک کوتوله سفید تقریباً" به اندازه زمین است، اما جرم آن به اندازه جرم خورشید می باشد.

سؤال جالب این است که اگر ستاره‌های آن قدر متراکم شود که $GM/c^2R \geq 1$ باشد، چه روی می دهد؟ اگر این مورد پیش بیاید، از معادله (۲-۲۰) نتیجه می گیریم که هیچ فوتونی هرگز نمی تواند ستاره را ترک کند، زیرا برای ترک ستاره، فوتون به انرژی بیش از انرژی اولیه اش $h\nu$ نیاز دارد. چنین ستاره‌ای نمی تواند نور بتابد و بنابراین نامرئی و مانند یک سیاه چال^۱ در فضا خواهد بود. (در وضعیتی که در آن انرژی گرانشی با انرژی کل قابل قیاس است، مثل انرژی گرانشی یک فوتون در سیاه چال، نسبت عام باید به تفصیل بکار برده شود. معیار صحیح برای این که ستاره‌ای یک سیاه چال باشد به مقدار GM/c^2R برمی گردد که چیزی کمتر از ۱ است). سیاه چالی که عضوی از سیستم ستاره دوتایی^۲ است، وجود خود را با اثر گرانشی خود بر روی عضو دیگر نشان خواهد داد. به علاوه میدان گرانشی قوی سیاه چال ماده را از فضا جذب خواهد کرد و در حین جذب ماده متراکم خواهد شد و دمای سیاه چال آن قدر زیاد خواهد شد که پرتوهای ایکس زیادی گسیل خواهد کرد. بسیاری از ستاره شناسان معتقدند که اگر یک شیء نامرئی سیاه چال باشد آن به دجاجة^۳ X-۱ معروف است؛ جرمش تقریباً "۸ برابر جرم خورشید و شعاع آن در حدود ۱۰ کیلومتر می باشد. ناحیه گسیل پرتو ایکس یک سیاه چال باید تا صدها کیلومتر به سمت خارج از سیاه چال ادامه داشته باشد.

مسائل

- ۱- مطلوبست محاسبه انرژی فوتونی که طول موج آن 7000 \AA انگستروم است.
- ۲- طول موج و بسامد فوتونی با انرژی 100 MeV را پیدا کنید.
- ۳- بسامد یک فرستنده رادیویی 1000 واتی، 880 kHz است. این فرستنده در هر ثانیه چند فوتون گسیل می دارد؟
- ۴- در شرایط مناسب چشم انسان قادر است 10^{-18} ژول انرژی الکترومغناطیسی را آشکار سازد. چه تعداد فوتون با طول موج 6000 \AA این را نشان می دهند؟
- ۵- فاصله خورشید تا زمین $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ است. نور خورشید به میزان $1/4 \times 10^3 \text{ W/m}^2$ بر سطح عمود بر جهت نور به زمین می رسد. فرض کنید که نور خورشید تک رنگ بوده و

بسامد آن $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ باشد. (الف) در هر ثانیه چه تعداد فوتون بر یک متر مربع از سطح زمین که مستقیماً رو به خورشید قرار می‌گیرد، فرود می‌آید؟ (ب) توان خروجی خورشید چقدر است و در هر ثانیه چه تعداد فوتون گسیل می‌دارد؟ (ج) در یک متر مکعب نزدیک سطح زمین چه تعداد فوتون وجود دارد؟

۶- یک گوی نقره‌ای را به وسیله نخ در یک محفظه خلاء آویزان می‌کنیم و نور فرا بنفش با طول موج 2000 \AA به آن می‌تابانیم. توپ چه پتانسیل الکتریکی کسب خواهد کرد؟
۷- طول موج آستانه برای تنگستن در گسیل فتوالکتریک 2300 \AA انگستروم است. برای این که بیشینه انرژی الکترونها صادره 5 eV باشد، طول موج نور لازم را حساب کنید.
۸- بسامد آستانه برای مس در گسیل فتوالکتریک $1.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$ است. بیشینه انرژی فتوالکترونها را (بر حسب الکترون ولت) هنگامی که نور با بسامد $1.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$ بر سطح مس می‌تابد، پیدا کنید.

۹- مطلوبست محاسبه بیشینه طول موج نوری که موجب گسیل فتوالکترونها می‌شود؟ اگر طول موج نوری که بر سطح فلز سدیم فرود می‌آید 2000 \AA انگستروم باشد، بیشینه انرژی جنبشی فتوالکترونها چقدر خواهد بود؟

۱۰- نوری با طول موج 4200 \AA انگستروم به میزان 5 mW بر سطح فلز سزیم فرود می‌آید. اگر بازده کوانتومی (یعنی، اگر برای هر 10^4 فوتون تابیده یک فتوالکترن گسیل شود) 10^{-4} باشد جریان فتوالکتریک را پیدا کنید.

۱۱- یک ماشین پرتو ایکس پرتوهایی با بسامد $5 \times 10^{16} \text{ Hz}$ انگستروم تولید می‌کند. ولتاژ شتاب دهنده‌ای که ماشین به کار می‌برد، چقدر است؟

۱۲- فاصله بین دو سطح اتمی مجاور در بلور کربنات آهن 10^{-10} m است. کوچکترین زاویه بین این سطوح و یک باریکه فرودی پرتو ایکس با بسامد $3 \times 10^{16} \text{ Hz}$ انگستروم که تحت این زاویه پرتوهای ایکس پراکنده شده بتوانند آشکار شوند، چقدر است؟

۱۳- کلرور پتاسیم (KCl) مانند کلرور سدیم بلورهای مکعبی تشکیل می‌دهد که جرم مخصوص آن $1.98 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ کیلوگرم بر متر مکعب است. (الف) فاصله بین اتمهای مجاور در بلور KCl را حساب کنید. (ب) کوچکترین زاویه پراکندگی براگ برای پرتوهای ایکس با طول موج 3 \AA انگستروم را پیدا کنید. جرم مولکولی KCl ، 74.55 u است.

۱۴- اگر اندازه حرکت یک فوتون برابر اندازه حرکت یک پروتون با انرژی 10 MeV باشد، انرژی فوتون چقدر خواهد بود؟

۱۵- اگر اندازه حرکت یک فوتون پرتو ایکس $10^{-23} \times 1/1$ کیلوگرم متر بر ثانیه باشد، بسامد آن را حساب کنید.

۱۶- نشان دهید که غیر ممکن است یک فوتون تمام انرژی و اندازه حرکت خود را به یک الکترون آزاد بدهد، بلکه پدیده فتوالکتریک هنگامی روی می دهد که فوتونها به الکترونهای مقید برخورد کنند.

۱۷- یک باریکه از پرتوهای ایکس به وسیله الکترونهای آزاد پراکنده می شود. در امتداد 45° نسبت به پرتو تابشی پرتوهای ایکس پراکنده شده، دارای طول موج 0.22 \AA آنگستروم می باشد طول موج پرتو تابشی چقدر است؟

۱۸- یک فوتون پرتو ایکس که بسامد اولیه اش 10^{19} Hz بود پس از برخورد با یک الکترون دارای بسامد 10^{19} Hz می شود. این فوتون چه مقدار انرژی جنبشی به الکترون می دهد؟

۱۹- یک فوتون پرتو ایکس با بسامد اولیه 10^{19} Hz با یک الکترون برخورد می کند و با زاویه 90° پراکنده می شود. بسامد جدید فوتون را پیدا کنید.

۲۰- یک فوتون پرتو ایکس قادر است بیشینه انرژی 50 keV را به یک الکترون بدهد. انرژی فوتون را پیدا کنید.

۲۱- یک پرتو ایکس تک رنگ که طول موج آن 0.588 \AA آنگستروم است با زاویه 46° پراکنده می شود. طول موج باریکه پراکنده شده را حساب کنید.

۲۲- در بخش (۲-۵) فرض بر این بود پرتوهای ایکسی که به وسیله یک بلور پراکنده می شوند در طول موج آنها تغییری حاصل نشود. با محاسبه طول موج کامپتون یک اتم سدیم و مقایسه آن با پرتو ایکسی با طول موج 1 \AA آنگستروم، نشان دهید که این فرض منطقی است.

۲۳- ثابت کنید فوتونی که انرژی کافی برای تولید یک زوج الکترون-پوزیترون دارد در غیاب یک برهمکنش با جسم دیگری نمی تواند تحول فوق را انجام دهد. فرآیند را در دستگاه مرجع مرکز جرم زوج فرضی در نظر بگیرید.

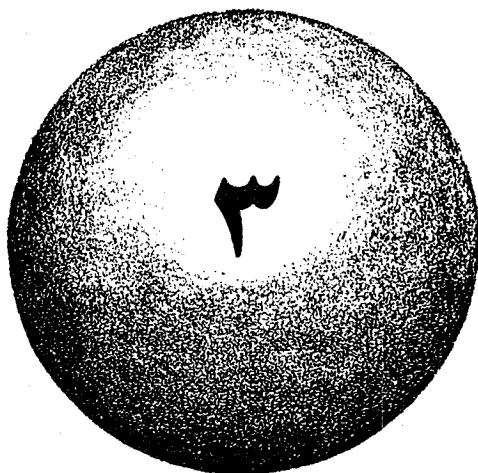
۲۴- یک پوزیترون به یک الکترون، که هر یک دارای انرژی جنبشی 1 MeV می باشند، برخورد می کند و هر دو نابود می شوند. طول موج فوتونهای حاصل را پیدا کنید.

۲۵- جرم خورشید $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ و شعاع آن $7 \times 10^8 \text{ m}$ است. مطلوبست محاسبه تقریبی انتقال به سوی قرمزگرانشی در نوری با طول موج 5000 \AA که از خورشید گسیل می شود.

۲۶- از ستاره کوتوله سفید که جرم آن برابر جرم خورشید و شعاع آن مساوی شعاع زمین $6/4 \times 10^6 \text{ m}$ است، نوری با طول موج 5000 \AA گسیل می شود. مطلوبست محاسبه

تقریبی انتقال به‌سوی قرمز گرانشی این نور .

۲۷- همان‌طور که در فصل ۱۲ بحث شده است، هسته‌های اتمی مشخصی در انتقال از حالت انرژی تحریک شده به حالت پایدار یا عادی خود فوتونهایی گسیل می‌دارند. این فوتونها پرتوهای گاما را تشکیل می‌دهند. هرگاه هسته، فوتونی گسیل دارد، در جهت مخالف فوتون پس زده می‌شود (الف) هسته ^{57}Co توسط گیراندازی K به ^{57}Fe واپاشیده می‌گردد که سپس یک فوتون گسیل می‌دارد، تا با از دست دادن $14/4 \text{ keV}$ به حالت پایدارش برسد. جرم یک اتم ^{57}Fe ، $9/5 \times 10^{-26} \text{ kg}$ است چه مقدار انرژی فوتون از مقدار کل $14/4 \text{ keV}$ انرژی قابل دسترس، در نتیجه مشارکت انرژی با اتم پس زن کاهش می‌یابد؟ (ب) در بلورهای مشخصی، اتمها آن قدر مقید هستند که هنگامی که یک فوتون پرتو گاما، گسیل می‌شود بجای یک اتم منفرد، کل بلور پس زده می‌شود. این پدیده به اثر موسائر معروف است. اگر هسته ^{57}Fe تحریک شده قسمتی از یک بلور یک گرمی باشد، در این وضعیت انرژی فوتون به چقدر کاهش می‌یابد؟ (ج) اساساً "گسیل پرتوهای گاما در وضعیتهایی نظیر (ب) به این معناست که تشکیل یک منبع با فوتونهای تک انرژی و در نتیجه تک رنگ ممکن است. چنین منبعی در آزمایش بخش (۲-۸) به کار برده شده است. بسامد اولیه و تغییر بسامد فوتون پرتو گاما با انرژی $14/4 \text{ keV}$ هنگامی که در نزدیکی سطح زمین ۲۰ متر سقوط می‌کند، چقدر است؟



خواص موجی ذرات

- ۱-۳ امواج دبروی
- ۲-۳ تابع موج
- ۳-۳ سرعت موج دبروی
- ۴-۳ سرعتهای گروه و فاز
- ۵-۳ پراش ذره
- ۶-۳ ذره در جعبه
- ۷-۳ اصل عدم قطعیت
- ۸-۳ کاربرد اصل عدم قطعیت

خواص موجی ذرات

اگر به گذشته نگاهی بیفکنیم، ممکن است تعجب کنیم که دو دهه از کشف خواص ذره‌ای امواج (۱۹۰۵ م.) گذشت تا در سال ۱۹۲۴ م. این تصور پیش‌آمد که ممکن است ذرات نیز از خود رفتار موجی نشان دهند. لکن، فرضیه ذره‌ای بودن امواج یک فرضیه انقلابی است که برای توضیح داده‌های اسرارآمیزی از طریق تجربه پیشنهاد شد، ولی فرضیه موجی بودن ذرات نیز فرضیه‌ای است انقلابی که بدون داشتن زمینه تجربی قوی پیشنهاد شد. فرضیه دوم حاصل کاری است که در سال ۱۹۲۴ م لوئیژ دبروی^۱ انجام داد، در این سال او نظر داد که ماده علاوه بر داشتن خواص ذره‌ای دارای خاصیت موجی نیز هست. هنگامی که این فرضیه توسط دبروی پیشنهاد شد جو حاکم بر مسائل علمی در مقایسه با آغاز قرن نوزدهم تفاوت زیادی پیدا کرده بود، به طوری که فرضیه او مورد توجه آمیخته به احترام قرار گرفت، در صورتی که نظریه کوانتومی نور که قبل از آن توسط پلانک و اینشتین پیشنهاد شد، با وجودی که بر پایه تجربیات محکمی استوار بود، چندان توجه دانشمندان را بر نینگیخت. وجود امواج دبروی تا سال ۱۹۲۷ م. از طریق تجربی نشان داده شد و اصل دو گانگی که این امواج ارائه می‌کنند نقطه آغازی برای شرودینگر^۲ بود تا مکانیک کوانتومی را یک سال قبل از آن با موفقیت توسعه دهد.

۱-۳ امواج دبروی

یک فوتون نور با بسامد ν دارای اندازه حرکت زیراست:

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

که برحسب طول موج λ به این طریق بیان می‌شود.

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

1. Louis de Broglie

2. Schrödinger

چون $\lambda v = c$ است . بنابراین طول موج یک فوتون برحسب اندازه حرکتش از رابطه زیر به دست می آید :

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{طول موج فوتون} \quad (۱-۳)$$

دبروی پیشنهاد کرد که این یک فرمول کلی است که علاوه بر فوتون برای ذرات مادی نیز به کار می رود . اندازه حرکت یک ذره به جرم m و سرعت v عبارتست از $p = mv$ و طول موج دبروی آن از فرمول زیر بدست می آید .

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{طول موج دبروی} \quad (۲-۳)$$

هر چه اندازه حرکت ذره بیشتر باشد ، طول موج آن کوتاهتر خواهد بود . در معادله (۲-۳) m جرم نسبیتی است .

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



شکل فوق یک تصویر میکروگراف الکترونی را که تا ۸۰۰۰۰ بار بزرگ شده است مشاهده می کنید . چون طول امواج الکترونها در میکروسکوپیهای الکترونی کوتاهتر از امواج نوری در میکروسکوپیهای معمولی است ، از این رو با میکروسکوپیهای الکترونی می توان تصاویری زنده و بسیار بزرگ تهیه کرد . در میکروسکوپیهای الکترونی از حوزه های مغناطیسی برای تنظیم شعاع الکترونی استفاده می شود .

مسأله: مطلوبست محاسبه طول امواج دبروی برای (الف) یک توپ گلف ۴۶ گرمی با سرعت 30 m/s و (ب) یک الکترون با سرعت 10^7 m/s .
حل: (الف)

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{0.046 \text{ kg} \times 30 \text{ m/s}} = 4.8 \times 10^{-34} \text{ m}$$

طول موج توپ گلف در مقایسه با ابعادش آن قدر کوچک است که انتظار رفتار موجی از آن را نداریم.

(ب) چون $v \ll c$ $m = m_0 = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$,

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (10^7 \text{ m/s})} = 7.3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

ابعاد اتم‌ها با این رقم قابل قیاس است - مثلاً، شعاع اتم هیدروژن $5/3 \times 10^{-11} \text{ m}$ است - بنابراین عجیب نیست که مشخصه موجی الکترونهای متحرک، کلید درک ساختار و رفتار اتمی است.

معادله (۲-۳) به وسیله آزمایشهایی که در آنها، پراش ذرات اتمی توسط بلورها صورت می‌گیرد، به اثبات رسیده است. قبل از این که در مورد چنین آزمایشی صحبت کنیم، بهتر است این سؤال را مورد بررسی قرار دهیم که چه نوع پدیده موجی در امواج مادی دبروی دست در کار است. در یک موج نوری، میدان الکترومغناطیسی در فضا و زمان تغییر می‌کند؛ در امواج صوتی، فشار در فضا و زمان متغیر است. تغییرات چه چیزی باعث تشکیل امواج دبروی می‌شود؟

۲-۳ تابع موج

کمیت متغیری که امواج دبروی را مشخص می‌کند، تابع موج نامیده می‌شود که با نماد ψ (حرف یونانی psi) نشان داده می‌شود. مقدار تابع موج همراه با یک جسم متحرک در یک نقطه مشخص به مختصات x ، و y در فضا در زمان t به احتمال یافتن آن ذره در آن نقطه و در آن زمان بستگی دارد. لکن، خود تابع ψ به تنهایی معنی فیزیکی مستقیمی ندارد. دلیل ساده‌ای وجود دارد که نشان می‌دهد چرا نمی‌توان ψ را از طریق یک آزمایش تفسیر کرد. اگر احتمال وجود یک ذره در زمان داده شده در نقطه‌ای باشد، این احتمال بین صفر و یک

تغییر می‌کند؛ که صفر، قطعی بودن عدم آن ذره را و ۱، قطعی بودن وجود آن را نشان می‌دهد. (به عنوان مثال، اگر احتمال $۰/۲$ باشد، یعنی امکان پیدا کردن آن ذره ۲۰% است). اما ممکن است دامنه هر موج مثبت یا منفی باشد و احتمال منفی معنی ندارد. از این رو، ψ خود نمی‌تواند یک کمیت قابل رؤیت باشد.

این اشکال در مورد مجذور قدر مطلق تابع موج $|\psi|^2$ که به چگالی احتمال^۱ معروف است، وجود ندارد. احتمال پیدا کردن جسمی توصیف شده توسط تابع موج ψ در نقطه‌ای به مختصات x, y, z در زمان t و بطور تجربی متناسب با مقدار $|\psi|^2$ در آن مکان در زمان t است. مقدار بزرگ $|\psi|^2$ به این معنی است که امکان حضور ذره زیاد می‌باشد، در حالی که مقدار کوچک $|\psi|^2$ مبین این نکته است که امکان وجود ذره ضعیف می‌باشد. لکن، تا موقعی که $|\psi|^2$ در جایی صفر نباشد، شانس معینی، و گرچه خیلی کم برای پیدا کردن آن جسم در آن نقطه وجود دارد. این تفسیر برای اولین بار توسط ماکس برن^۲ در سال ۱۹۲۶ م. ارائه شد. بین احتمال یک رویداد و خود آن رویداد تفاوت زیادی وجود دارد. گرچه در مورد تابع موجی صحبت خواهیم کرد که یک جسم را هنگامی که در فضا گسترده می‌شود، توصیف می‌کند، ولی این بدان معنی نیست که جسم خود گسترده می‌شود. مثلاً، هنگامی که برای آشکار کردن الکترون‌ها، آزمایشی انجام می‌شود، کل یک الکترون در زمان و مکان معین پیدا می‌شود یا پیدا نمی‌شود؛ یعنی چیزی به عنوان ۲۰% یک الکترون وجود ندارد. با وجود این ۲۰% شانس پیدا کردن الکترون در آن زمان و مکان کاملاً وجود دارد و این احتمالی است که به وسیله $|\psi|^2$ مشخص می‌شود.

متناوباً، اگر یک آزمایش در برگیرنده ذرات یکسان زیادی باشد که همگی به وسیله تابع موج یکسان ψ توصیف شده باشند، چگالی واقعی ذرات در نقطه‌ای به مختصات x, y, z در زمان t با مقدار متناظر $|\psi|^2$ متناسب خواهد بود. بین تابع موج ψ و چگالی ذراتی که تابع موج توصیف می‌کند رابطه‌ای وجود دارد. بهتر است این رابطه را با رابطه‌ای که بین میدان الکتریکی E یک موج الکترومغناطیسی و چگالی N فوتونهای وابسته به موج (که در بخش ۳-۲ بحث شده است) وجود دارد، مقایسه کنیم.

با وجود این که طول موج امواج دبروی که با یک جسم در حال حرکت همراه است از فرمول ساده زیر بدست می‌آید:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

پیدا کردن دامنه آنها Ψ بر حسب تابعی از مکان و زمان، مسأله دشواری را پیش می‌کشد. در مورد محاسبه Ψ در فصل ۵ بحث خواهیم کرد و سپس نظراتی را که در آن جا بطور مبسوط به کار رفته است، در مورد ساختار اتم در فصل ۶ ادامه خواهیم داد. تا آن موقع این طور فرض می‌کنیم که هر مقدار دانشی را که در مورد تابع موج Ψ در وضعیت کنونی لازم است دارا هستیم.

در صورتی که یک تابع موج Ψ مختلط باشد، با دو جزء حقیقی و موهومی، برای پیدا کردن چگالی احتمال، تابع موج Ψ را در مزدوج آن Ψ^* ضرب می‌کنیم. برای به دست آوردن مزدوج مختلط هر تابع، هر کجا که $i (= \sqrt{-1})$ ظاهر شود به جای آن $-i$ را قرار می‌دهیم. هر تابع مختلط Ψ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\Psi = A + iB$$

که A و B تابعهای حقیقی هستند. مزدوج مختلط Ψ^* از عبارتست از:

$$\Psi^* = A - iB$$

و بنابراین:

$$\Psi^* \Psi = A^2 - i^2 B^2 = A^2 + B^2$$

از آن جا که $i^2 = -1$ است، از این رو همیشه $\Psi^* \Psi$ کمیتی حقیقی و مثبت می‌باشد.

۳-۳ سرعت موج دبروی

امواج دبروی با چه سرعتی حرکت می‌کنند؟ از آن جا که موج دبروی را به یک جسم در حال حرکت نسبت می‌دهیم، حرکت این موج با همان سرعت v جسم متحرک معقول به نظر می‌رسد. اگر سرعت موج دبروی را w بنامیم، برای تعیین مقدار w از فرمول زیر می‌توان استفاده کرد:

$$w = \nu \lambda$$

که این فرمول مقدار w را معین می‌کند و طول موج λ دقیقاً "طول موج دبروی است:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

برای پیدا کردن بسامد، عبارت کوانتمی $E = h\nu$ را مساوی فرمول نسبیتی برای انرژی کل

$$E = mc^2 \text{ قرار می دهیم.}$$

$$h\nu = mc^2$$

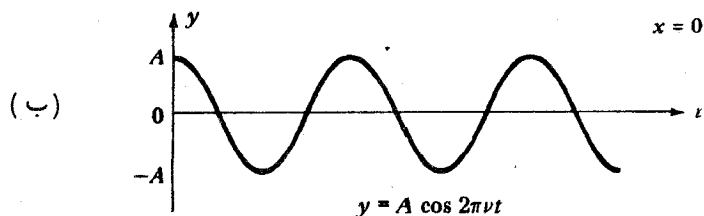
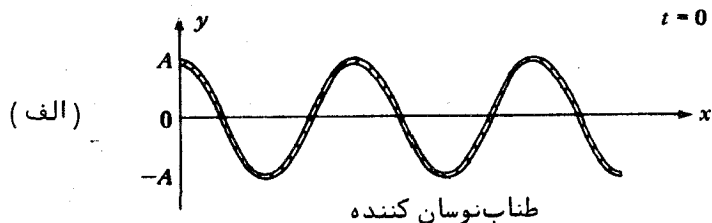
$$\nu = \frac{mc^2}{h}$$

بنابراین، سرعت موج دبروی عبارت است از:

$$w = \nu\lambda = \frac{mc^2}{h} \times \frac{h}{mv} = \frac{c^2}{v} \quad (3-3)$$

از آن جا که سرعت ذره v باید کمتر از سرعت نور c باشد، سرعت موج دبروی همیشه از c بزرگتر است! برای درک این نتیجه غیر منتظره، باید تمایز بین سرعت فاز و سرعت گروه را مورد بررسی قرار دهیم (گاهی اوقات، سرعت فاز سرعت موج نیز نامیده می شود). اکنون، چگونگی توصیف امواج از نظر ریاضی را مرور می کنیم. برای روشن شدن مطلب، همان طور که در شکل (۳-۱) نشان داده شده است، طنابی را در نظر می گیریم که در امتداد محور x کشیده شده است و در جهت y نوسانهای دارد. این نوسانها از نظر صفت مشخصه هارمونیک ساده می باشد. اگر زمان $t=0$ را انتخاب کنیم، وقتی که جابجایی y طناب در $x=0$ بیشینه است، تغییر مکان آن در زمان آینده t در همان نقطه از فرمول زیر به دست خواهد آمد.

$$y = A \cos 2\pi\nu t \quad (4-3)$$

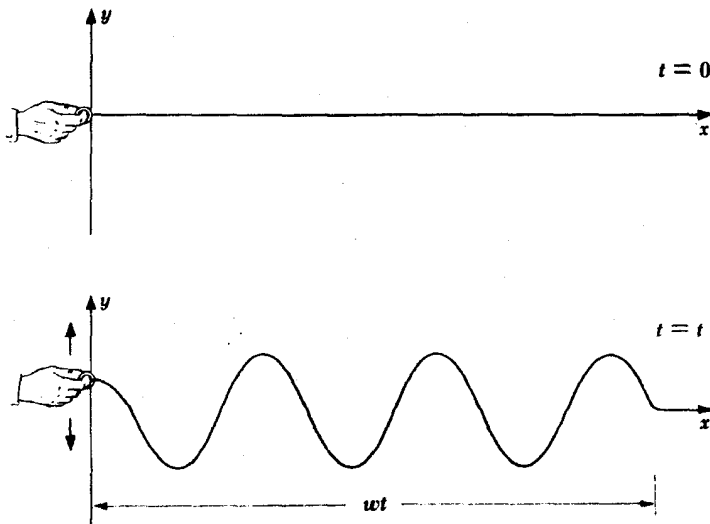


شکل (۳-۱) (الف) ظهور یک موج در یک طناب کشیده شده در زمان معین. (ب) چگونگی تغییر مکان یک نقطه بر روی طناب با زمان.

که در آن A دامنه نوسانات (یعنی، بیشینه جابجایی قائم آنها در هریک از دو طرف محور x) و v بسامد آنها می باشد.

معادله (۳-۴) جابجایی یک نقطه منفرد بر روی طناب را بر حسب تابعی از زمان بیان می کند. لکن، تشریح کامل حرکت موج در یک طناب کشیده شده باید تغییر y در هر نقطه روی طناب در هر زمانی را برای ما روشن کند. آنچه ما می خواهیم فرمولی است که y را به صورت تابعی از x و t نشان دهد. برای به دست آوردن چنین فرمولی، فرض می کنیم طناب را در نقطه $x=0$ وقتی $t=0$ است تکان بدهیم، به طوری که موجی در جهت $+x$ شروع به حرکت کند (شکل ۳-۲). این موج دارای تندی w است که به خصوصیات طناب بستگی دارد. موج، مسافت $x=wt$ را در زمان t طی می کند؛ از این رو فاصله زمانی بین تشکیل موج در نقطه $x=0$ و ورود آن به نقطه x برابر است با x/w . در نتیجه، تغییر مکان y طناب در نقطه x و در زمان t دقیقاً "مساوی تغییر مکان y در نقطه $x=0$ و در زمان جلوتر $t - x/w$ می باشد. در این صورت، با قرار دادن $t - x/w$ به جای t در معادله (۳-۴)، فرمول مورد نظر که y را بر حسب s و t به دست می دهد، در اختیار خواهیم داشت:

$$y = A \cos 2\pi v \left(t - \frac{x}{w} \right) \quad (۳-۵)$$



شکل (۳-۲) انتشار موج

در صورتی که $x=0$ باشد، معادله (۵-۳) به صورت معادله (۴-۳) در خواهد آمد .
معادله (۵-۳) را به طریق زیر می توان نوشت :

$$y = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{\nu x}{w} \right)$$

چون

$$w = \nu \lambda$$

داریم :

$$y = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (۶-۳)$$

کاربرد معادله (۶-۳) از معادله (۵-۳) راحت تر است .

لکن ، شاید در بسیاری از جاها برای توصیف یک موج هنوز شکل دیگری از معادله (۵-۳) به کار رود . کمیت های بسامد زاویه ای ω و عدد موجی k را به وسیله فرمول های زیر تعریف می کنیم :

$$\omega = 2\pi\nu \quad \text{بسامد زاویه ای} \quad (۷-۳)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{عدد موجی} \quad (۸-۳)$$

$$= \frac{\omega}{w} \quad (۹-۳)$$

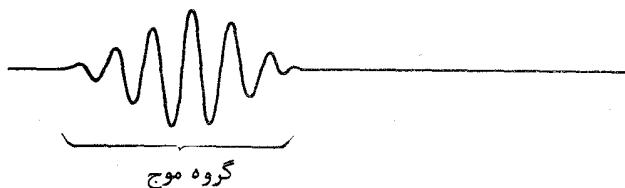
واحد ω رادیان بر ثانیه و واحد k رادیان بر متر است . بسامد زاویه ای ، نامش را از حرکت دورانی یکنواخت می گیرد ، یعنی ذره ای که روی یک دایره ν بار در ثانیه می چرخد زاویه $2\pi\nu$ رادیان بر ثانیه را طی می کند . چون در یک موج کامل 2π رادیان وجود دارد ، عدد موجی برابر است با تعداد رادیانهای مطابق با یک قطار موج به طول ۱ متر . معادله (۵-۳) بر حسب ω و k به صورت زیر نوشته می شود .

$$y = A \cos (\omega t - kx) \quad (۱۰-۳)$$

در فضای سه بعدی ، k به بردار k عمود بر جبهه موج تبدیل می شود و به جای x ، بردار شعاعی r جایگزین می شود . سپس ضرب عددی r به جای kx در معادله (۱۰-۳) به کار برده می شود .

۳-۴- سرعتهای فاز و گروه

دامنه^۶ امواج دبروی مطابق با یک ذره^۷ متحرک، احتمال یافتن ذره در زمان و مکان معینی را نشان می‌دهد. واضح است که نمی‌توان امواج دبروی را تنها به وسیله^۸ یک فرمول همانند معادله (۳-۱) نشان داد، فرمولی که یک سری نامحدود از امواجی را توصیف می‌کند که همگی دامنه^۹ یکسان A دارند. در عوض، انتظار داریم که نمایش موجی یک ذره^{۱۰} متحرک، مطابق با یک بسته^{۱۱} موج یا یک گروه موج باشد، بسته یا گروهی که مانند شکل (۳-۳) امواج تشکیل دهنده^{۱۲} آن دامنه‌هایی دارند که احتمال یافتن ذره به آنها بستگی دارد.

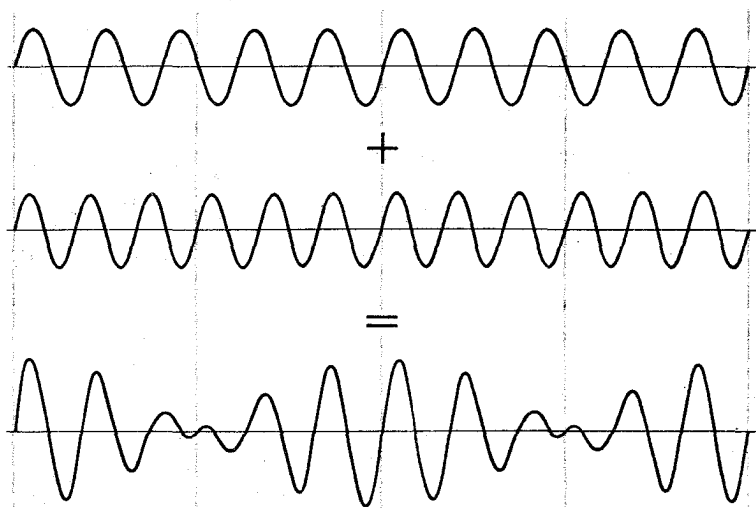


شکل (۳-۳) یک گروه موج

یک مثال آشنا در مورد چگونگی به وجود آمدن گروههای موج، ضربان است. هرگاه دو موج صوتی با دامنه^{۱۳} یکسان ولی با بسامدهایی که اندکی با هم متفاوتند، بطور همزمان تولید شوند صوتی که ما می‌شنویم دارای بسامدی برابر میانگین دو بسامد اولیه است و دامنه‌اش بطور متناوب کم و زیاد می‌شود. این تغییرات دامنه چند دفعه در ثانیه روی می‌دهد و برابر با تفاضل دو بسامد اولیه است. اگر فرضاً "بسامد صوتهای اولیه ۴۴۰ و ۴۴۲ هرتز باشد، صوتی که ما می‌شنویم دارای بسامد ۴۴۱ هرتز خواهد بود که در هر ثانیه دو قله^{۱۴} پر صدا به نام ضربان تولید می‌کند. در شکل (۳-۴) تولید ضربان نشان داده شده است

بنابراین، یک راه برای این که یک گروه موج را به طریق ریاضی توصیف کنیم این است که امواج منفردی را که دارای طول موجهای متفاوتی هستند با هم تلفیق کنیم، تداخل این امواج با هم سبب تغییر دامنه شده که این تغییر، شکل گروه موج را مشخص خواهد کرد. اگر سرعتهای امواج یکسان باشند، سرعتی که با آن گروه موج حرکت می‌کند سرعت موج معمولی است. لکن، اگر سرعت موج با طول موج تغییر کند (که در مورد امواج دبروی چنین است)، امواج منفرد مختلف، با هم حرکت نخواهند کرد و در نتیجه سرعت گروه موج با سرعتهای امواجی که آن را تشکیل می‌دهند متفاوت خواهد بود.

محاسبه^{۱۵} تنسیدی^{۱۶} که با آن، گروه موج حرکت می‌کند، مشکل نیست؛ فرض کنیم یک گروه



شکل (۳-۴) ضربانها از تلفیق دو موج با بسامدهای متفاوت تولید می شوند .

موج از ترکیب دو موج حاصل شود که دامنه A یکسان داشته باشند ولی در بسامد زاویه‌ای به مقدار $d\omega$ و در عدد موجی به مقدار dk با یکدیگر متفاوت باشند . امواج اولیه را به وسیله فرمولهای زیر می‌توانیم نشان دهیم .

$$y_1 = A \cos(\omega t - kx)$$

$$y_2 = A \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x]$$

جابجائی y منتهی در هر زمان t و در هر موقعیت x از جمع y_1 و y_2 به دست می‌آید . با کمک اتحاد

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

و رابطه

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

پی می‌بریم که :

$$y = y_1 + y_2$$

$$= 2A \cos \frac{1}{2}[(2\omega + d\omega)t - (2k + dk)x] \cos \frac{1}{2}(d\omega t - dk x)$$

چون $d\omega$ و dk در مقایسه با ω و k مقادیر کوچکی را تشکیل می‌دهند ، لذا داریم :

$$2\omega + d\omega \approx 2\omega$$

$$2k + dk \approx 2k$$

۹

$$y = 2A \cos(\omega t - kx) \cos\left(\frac{d\omega}{2}t - \frac{dk}{2}x\right) \quad \text{ضربانها} \quad (11-3)$$

معادله (۱۱-۳) موجی را با بسامد زاویه‌ای ω و با عدد موجی k نشان می‌دهد که یک مدولاسیون^۱ با بسامد زاویه‌ای $d\omega/4$ و عدد موجی $dk/4$ بر روی آن سوار است. همان گونه که در شکل (۳-۴) نشان داده شده است، در اثر مدولاسیون گروه‌های موج متوالی ایجاد می‌شوند. سرعت فاز w عبارت است از:

$$w = \frac{\omega}{k} \quad \text{سرعت فاز} \quad (12-3)$$

در حالی که سرعت گروه موج برابر است با

$$u = \frac{d\omega}{dk} \quad \text{سرعت گروه} \quad (13-3)$$

بسته به روشی که در آن سرعت فاز با عدد موجی در یک محیط خاص تغییر می‌کند سرعت گروه ممکن است بزرگتر یا کوچکتر از سرعت فاز باشد. اگر سرعت فاز w برای تمام طول موجها یکسان باشد، در این صورت سرعت گروه برابر سرعت فاز خواهد شد.

بسامد زاویه‌ای و عدد موجی امواج دبروی وابسته به یک ذره با جرم در حال سکون m_0 که با سرعت v حرکت می‌کند عبارتند از:

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi\nu = \frac{2\pi mc^2}{h} \\ &= \frac{2\pi m_0 c^2}{h\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{aligned} \quad \text{بسامد زاویه‌ای امواج دبروی} \quad (14-3)$$

۹

$$\begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi mv}{h} \\ &= \frac{2\pi m_0 v}{h\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{aligned} \quad \text{عدد موجی امواج دبروی} \quad (15-3)$$

ω و k هر دو تابعی از سرعت v هستند. همان طور که قبلاً " پیدا کردیم ، سرعت فاز عبارتست از $w = \frac{\omega}{k} = \frac{c^2}{v}$ که از سرعت ذره v و سرعت نور c بیشتر است ، زیرا $v < c$ ، سرعت گروه u امواج دبروی وابسته به ذره برابر است با :

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\omega/dv}{dk/dv}$$

اکنون

$$\frac{d\omega}{dv} = \frac{2\pi m_0 v}{h(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

و

$$\frac{dk}{dv} = \frac{2\pi m_0}{h(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

بنابراین ، سرعت گروه به طریق زیر نتیجه می شود :

$$u = v$$

سرعت گروه دبروی

(۱۶-۳)

گروه موج دبروی همراه با یک جسم متحرک با همان سرعت جسم حرکت می کند ، سرعت فار w امواج دبروی به خودی خود مفهوم فیزیکی ساده ای ندارد .

۳-۵ پراش ذره

پراش یک پدیدهء موجی است که از نظر رفتار هیچ وجه تشابهی با ذرات نیوتنی ندارد. در سال ۱۹۲۷ م . دایسون^۱ و ژرمر^۲ در امریکا و گ . پ تامسون^۳ در انگلستان جداگانه فرضیهء دبروی را مورد تأیید قرار دادند و نشان دادند که هرگاه باریکه های الکترون به وسیلهء مجموعه های اتمی منظم بلورها پراکنده شوند ، این باریکه ها پراشیده می شوند . چون توجیه آزمایش دایسون و ژرمر آسانتر است ، آن را مورد بحث قرار خواهیم داد .

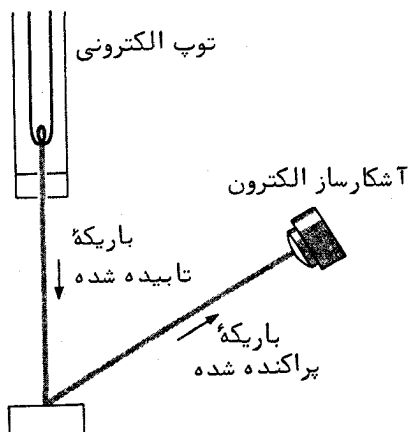
دایسون و ژرمر با به کار بردن دستگاهی مانند شکل (۳-۵) در بارهء پراکندگی الکترونها از یک جسم سخت تحقیق می کردند . انرژی الکترونها در باریکهء اولیه ، زاویه ای که باریکه ها با آن زاویه به هدف می تابند و موقعیت آشکار ساز ، همه قابل تغییر بود . فیزیک کلاسیک

1. Davisson

2. Germer

3. G. P. Thomson

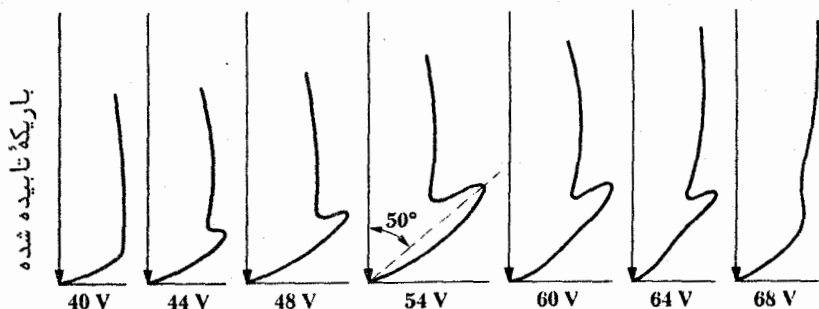
پیش‌بینی می‌کند که الکترونهای پراکنده شده در تمام جهات خارج خواهند شد، تنها با یک وابستگی متعادل شدت به زاویه پراکندگی و حتی وابستگی این شدت به انرژی الکترونهای اولیه کمتر خواهد بود. دایسون و ژرمر با به کار بردن یک قطعه نیکل به عنوان فلز هدف، این پیش‌بینی‌ها را ثابت کردند.



شکل (۳-۵) آزمایش د،

در حین آزمایش بطور اتفاقی هوا وارد دستگاه شد و سطح فلز اکسید شده گردید. برای از بین بردن اکسیداسیون و پاک کردن نیکل، هدف را به کوره بردند و تا درجه حرارت بسیار زیاد گرم کردند. بعد از این عمل، هدف را به دستگاه برگرداندند و اندازه‌گیریها دوباره شروع شد. اکنون نتایج آزمایش با آنچه که قبل از این رویداد به دست آمده بود، کاملاً "فرق داشت: به جای مشاهده تغییر یکنواخت شدت الکترون پراکنده شده با زاویه، بیشینه و کمینه‌های مشخصی مشاهده می‌شد که موقعیت آنها به انرژی الکترون بستگی داشت! شکل (۳-۶) نمونه‌ای از نمودارهای قطبی شدت الکترون پس از این رویداد را نشان می‌دهد؛ نمودارها طوری ترسیم شده‌اند که شدت در هر زاویه‌ای با فاصله منحنی از نقطه پراکندگی متناسب است. اگر شدت برای تمام زاویه‌های پراکندگی یکسان باشد، منحنی‌ها بایستی دایری باشند که مرکز آنها نقطه پراکندگی است.

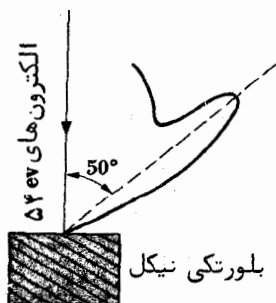
دو سؤال بلافاصله به ذهن خطور می‌کند: دلیل به وجود آمدن این اثر جدید چیست و چرا تا قبل از گرم کردن نیکل ظاهر نشد؟



شکل (۳-۶) نتایج آزمایش داویسون - ژرمر

فرضیه دبروی این توجیه را مطرح کرد که همان طور که پرتوهای ایکس به وسیله صفحات اتمی در یک بلور پراکنده می شوند، امواج الکترونی نیز به وسیله هدف پراشیده می گردند. این تعبیر هنگامی مورد توجه قرار گرفت که دانشمندان دریافتند که گرم کردن یک قطعه نیکل در دمای زیاد سبب می شود که بلورهای منفرد کوچک زیادی، که معمولاً آن قطعه را تشکیل می دهند، به یک بلور منفرد بزرگ تبدیل می شوند، بلوری که تمام اتم های آن در شبکه ای منظم قرار گرفته اند.

حال ببینیم می توان ثابت کرد که یافته های داویسون و ژرمر از امواج دبروی ناشی می شوند. در آزمایشی که انجام شد، یک باریکه الکترون با انرژی ۵۴ الکترون ولت بطور عمودی به هدف نیکل تابانده شد و در زاویه 50° نسبت به باریکه اصلی یک بیشینه تیز در توزیع الکترون مشاهده شد. زاویه های تابش و پراکندگی نسبت به گروه صفحات براگ که در شکل (۳-۷) نشان داده شده 65° است. فاصله بین صفحات این گروه که با پراش پرتو ایکس



شکل (۳-۷) نتایج به دست آمده توسط داویسون و ژرمر، از پراش امواج دبروی به وسیله

هدف، ناشی می شود.

قابل اندازه‌گیری است، $\lambda = 0.91 \text{ \AA}$ است. معادلهٔ براگ برای بیشینه‌ها در طرح پراش عبارت است از:

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$

در این جا $d = 0.91 \text{ \AA}$ و $\theta = 65^\circ$ است، با فرض این که $n = 1$ باشد، طول موج دبروی الکترونها پراشیده برابر است با:

$$\lambda = 2d \sin \theta = 2 \times 0.91 \text{ \AA} \times \sin 65^\circ = 1.65 \text{ \AA}$$

اکنون از فرمول دبروی استفاده می‌کنیم

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

تا طول موج الکترونها که مورد نظر است به دست آید. چون انرژی جنبشی الکترون (54 eV) در مقایسه با انرژی در حال سکون $m_0 c^2$ آن (511 eV) کوچک است، از اثرات نسبیتی آن می‌توانیم صرف‌نظر کنیم، چون:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

اندازه حرکت الکترون mv برابر است با:

$$\begin{aligned} mv &= \sqrt{2mK} \\ &= \sqrt{2 \times (9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (54 \text{ eV}) \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} \\ &= 4.0 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

بنابراین، طول موج الکترون عبارت است از:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4.0 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 1.66 \times 10^{-10} \text{ m} = 1.66 \text{ \AA}$$

که با طول موج مشاهده شده سازگاری دارد. بدین ترتیب، آزمایش دایسون — ژرمر فرضیهٔ دبروی را در بارهٔ ماهیت موجی ذرات متحرک بطور مستقیم به اثبات می‌رساند.

تجزیه و تحلیل آزمایش دایسون — ژرمر به این سادگی که مورد بحث قرار گرفت نیست، زیرا هنگامی که الکترون وارد بلور می‌شود انرژی به اندازهٔ تابع کار سطح بلور افزایش می‌یابد. از این رو، تندپهای الکترون در داخل بلور بیشتر شده و طول موج دبروی مربوطه از مقادیر متناظر خارج از بلور کوتاه‌تر می‌شود. اشکال دیگر، از تداخل امواجی که به وسیلهٔ صفحات مختلف براگ پراشیده می‌شوند، ناشی می‌گردد و این امر به جای آن که صرفاً "وقوع

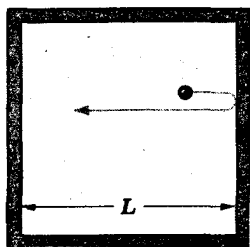
بیشینه‌ها را در هر ترکیبی که از معادلهٔ براگ تبعیت کند، ممکن سازد، وقوع آنها را در ترکیبات معین انرژی و زاویهٔ فرودی الکترون محدود می‌کند.

الکترون‌ها تنها اجسامی نیستند که رفتار موجی آنها را می‌توان نشان داد. تفرق نوترون‌ها و تفرق تمام اتم‌ها وقتی توسط بلورهای مناسبی پراکنده می‌شوند مشاهده شده است و در حقیقت از پراش نوترون‌ها مانند پراش پرتو ایکس و پراش الکترون برای بررسی ساختارهای بلور استفاده می‌کنند.

نظیر مورد امواج الکترو مغناطیسی، جنبه‌های ذره‌ای و موجی اجسام در حال حرکت را هرگز نمی‌توان بطور هم‌زمان مشاهده کرد، به گونه‌ای که نمی‌توان مشخص کرد که کدام توصیف "صحیح" است. فقط می‌توانیم بگوییم که یک ذره متحرک در بعضی موقعیت‌ها خصوصیات موجی و در موقعیت‌های دیگر خصوصیات ذره‌ای از خود بروز می‌دهد. این که کدام مجموعه از خصوصیات بیشتر مشهود است، بستگی به چگونگی مقایسهٔ طول موج دبروی با ابعاد ذره دارد: طول موج $1/668$ یک الکترون با انرژی 54eV به اندازهٔ فاصلهٔ شبکه‌ای در بلورنیکل است. اما همان طوره که در بخش (۳-۱) دیدیم، طول موج یک توپ گلف که با سرعت 30 m/s در حرکت است، فقط $34 \times 10^{-34}\text{ m}$ می‌باشد که بسیار کوچکتر از آن است که بتواند خاصیت موجی خودش را نشان دهد.

۳-۶ ذره در یک جعبه

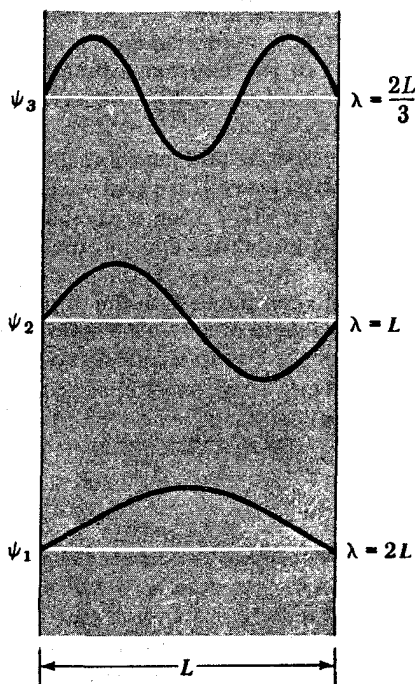
هرگاه یک ذره متحرک به جای این که بتواند آزادانه حرکت کند در یک فضا محدود باشد، ماهیت موجی آن به نتایج قابل ملاحظه‌ای منجر می‌گردد. همان طور که در شکل (۳-۸) نشان داده شده است، اولین موردی که پیش می‌آید، برخورد ذره به دیواره‌های جعبه است. فرض می‌کنیم که دیواره‌های جعبه کاملاً "سخت" است، بنابراین هر بار که ذره به دیواره برخورد



شکل (۳-۸) یک ذره که در یک جعبه به عرض L محبوس شده است.

کند انرژی از دست نمی‌دهد و فرض می‌کنیم سرعت آن کم است، به طوری که می‌توانیم از اثرات نسبیتی صرف نظر کنیم. گرچه این یک مدل ساده است، ولی همان‌طور که در فصل ۵ خواهد آمد برای این که به طرز مناسبی مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد، مستلزم محاسبات دقیق ریاضی است. با وجود این، حتی یک محاسبهٔ نسبتاً ساده می‌تواند نتایج اساسی را آشکار سازد.

از نقطه نظر یک موج، ذره‌ای که در یک جعبه محصور شده، شبیه یک موج ساکن در طنابی است که بین دیواره‌های جعبه کشیده شده است. در هر دو مورد، متغیر موج (جابجایی عرضی برای طناب، تابع موج ψ برای ذره متحرک) در دیواره‌ها باید صفر باشد، زیرا امواج در آن جا متوقف می‌شوند. بنابراین، همان‌طور که در شکل (۳-۹) نشان داده شده است طول موجهای دبروی ذره که در جعبه می‌توانند وجود داشته باشند به وسیلهٔ عرض جعبه مشخص می‌شوند. بلندترین طول موج به وسیلهٔ مقادیر $\lambda = 2L$ ، $\lambda = L$ ، $\lambda = \frac{2L}{3}$ و غیره مشخص



شکل (۳-۹) توابع موج یک ذره محبوس در جعبه‌ای به عرض L

می‌شود. فرمول کلی برای به دست آوردن طول موجهای مجاز عبارت است از:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{طول موج دبروی ذره محبوس} \quad (۱۷-۳)$$

از آنجا که $\lambda = h/mv$ می‌باشد، محدودیت‌هایی که از طریق عرض جعبه بر طول موج دبروی اعمال می‌شود، معادل محدودیت‌هایی است که بر اندازه حرکت ذره و به نوبه خود بر انرژی جنبشی آن اعمال می‌گردد. انرژی جنبشی یک ذره با اندازه حرکت mv برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m}$$

از آنجا که $\lambda = h/mv$, $mv = h/\lambda$ و

$$K = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

طول موجهای مجاز عبارتست از $\lambda_n = 2L/n$ و چون در این طرح، ذره انرژی پتانسیل ندارد، تنها انرژی‌هایی که می‌تواند داشته باشد عبارتند از:

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{ذره در یک جعبه} \quad (۱۸-۳)$$

هر انرژی مجاز را تراز انرژی می‌نامند و عدد صحیح که تراز انرژی E_n را مشخص می‌کند عدد کوانتمی آن تراز نامیده می‌شود. برخلاف یک ذره آزاد، یک ذره محبوس در یک جعبه نمی‌تواند دارای یک انرژی اختیاری باشد؛ واقعیت محبوس بودن ذره به اعمال محدودیت‌هایی بر تابع موج آن منجر می‌شود که به ذره امکان می‌دهد فقط آن انرژی‌هایی را دارا باشد که به وسیله معادله (۱۸-۳) مشخص شده‌اند.

یک ذره در یک جعبه با دیواره‌های سخت یک مثال تصنعی است، اما بطور کلی کوانتمش انرژی که در آن جا یافت می‌شود، صحیح است: ذره‌ای که در یک ناحیه معینی از فضا محبوس می‌شود (حتی اگر این ناحیه حد و مرز کاملاً مشخصی نداشته باشد) تنها می‌تواند انرژی‌های معینی را دارا باشد و نه هر انرژی را. این که این انرژی‌ها دقیقاً "چه مقدار هستند به جرم ذره و به جزئیات چگونگی محبوس شدن ذره بستگی دارد. در فصول آینده خواهیم دید که چگونه کوانتمش انرژی برای الکترون‌ها در اتم‌ها، در مولکول‌ها، و در جامدات و برای پروتون‌ها و نوترون‌ها در هسته‌های اتمی روی می‌دهد.

یکی از جنبه‌های قابل توجه معادله (۱۸-۳) این است که اجازه نمی‌دهد ذره محبوس

دارای انرژی صفر گردد. اگر $E=0$ باشد، آنگاه ψ در هر نقطه جعبه صفر می شود یعنی چگالی احتمال $|\psi|^2$ نیز صفر است: ذره در جعبه موجود نیست. چنانچه $E=0$ به عنوان یک مقدار ممکن برای یک ذره محبوس مستثنا شود، همانند محدودیت E به مجموعه ای از مقادیر مجزا، نتیجه ای است که مانند آن در مکانیک کلاسیک که تمام انرژیها از جمله صفر مجازند، وجود ندارد.

چرا از وجود کوانتشم انرژی در تجربه شخصی خود بی اطلاع هستیم؟ مطمئناً "مهره ای که بین سطوح صاف یک جعبه تراز شده می غلطد، هر سرعتی را می تواند داشته باشد و بنابر این هر انرژی از جمله انرژی صفر را می توانیم به آن بدهیم. برای این که مطمئن شویم که معادله (۳-۱۸) ضمن این که بینش منحصر به فردی را در مورد مقیاس میکروسکوپی ارائه می دهد با مشاهدات مستقیم ما نیز در تضاد نیست، ترازهای انرژی مجاز یک ذره در یک جعبه با ابعاد اتمی و سپس ترازهای انرژی یک ذره در یک جعبه با ابعاد ماکروسکوپی^۱ را محاسبه خواهیم کرد.

مسأله: مطلوبست محاسبه ترازهای انرژی یک الکترون در جعبه ای به عرض

۱ آنگستروم.

حل: در این جا $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ و $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ و $L = 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ، بنابراین

انرژیهای مجاز الکترون برابر است با:

$$E_n = \frac{n^2 \times (6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{8 \times (9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (10^{-10} \text{ m})^2} = 6.0 \times 10^{-18} n^2 \text{ J} \\ = 38 n^2 \text{ eV}$$

اگر $n=1$ باشد، انرژی کمینه ای که الکترون می تواند داشته باشد 38 eV

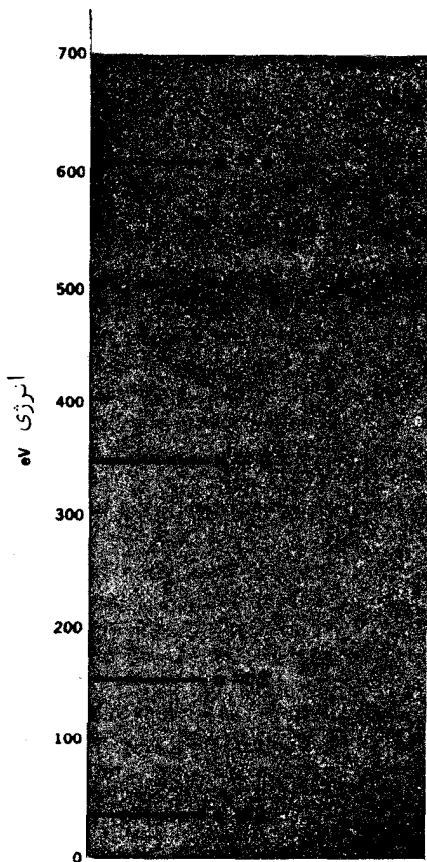
خواهد بود. در نتیجه ترازهای انرژی بطور متوالی با $E_2 = 152 \text{ eV}$ ، $E_3 = 342 \text{ eV}$

و $E_4 = 608 \text{ eV}$ و غیره ادامه پیدا می کنند (شکل ۳-۱۰). فاصله ترازهای

انرژی به قدر کافی از هم زیاد است، به طوری که این ترازها می توانند کوانتشم

انرژی الکترون را در یک جعبه بوضوح نشان دهند، در حقیقت، اگر چنین

جعبه ای وجود می داشت.



شکل (۳-۱) ترازهای انرژی یک الکترون محبوس در جعبه‌ای به عرض ۱ آنگستروم.

مسأله: مطلوبست محاسبه ترازهای انرژی یک مهره ۱۰ گرمی در جعبه‌ای به عرض ۱۰ سانتیمتر.

حل: با داشتن $m = 10 \text{ g} = 10^{-2} \text{ kg}$ and $L = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m}$,

$$E_n = \frac{n^2 \times (6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{8 \times (10^{-2} \text{ kg}) \times (10^{-1} \text{ m})^2} = 5.5 \times 10^{-64} n^2 \text{ J}$$

اگر $n = 1$ باشد، انرژی کمینه‌ای که مهره می‌تواند داشته باشد $5/5 \times 10^{-64} \text{ J}$ است. یک مهره با چنین انرژی جنبشی تنها دارای تندی $3/3 \times 10^{-31} \text{ m/s}$ می‌باشد و بنابراین به طور تجربی، از یک مهره ساکن تشخیص داده نمی‌شود. تندی معقولی که یک مهره می‌تواند داشته باشد، $1/3 \text{ m/s}$ است - که با تراز انرژی

که عدد کوانتمی آن $n=10^3$ باشد مطابقت دارد! ترازهای انرژی مجاز آن قدر به هم نزدیکند که هیچ راهی وجود ندارد تا تعیین کنیم که آیا مهره می‌تواند هر انرژی را داشته باشد یا فقط می‌تواند انرژیهای به دست آمده توسط معادله (۳-۱۸) را به ما بدهد. از این رو اثرات کوانتمی در حوزه تجارب روزمره غیر قابل مشاهده‌اند؛ این امر موفقیت در این حوزه مکانیک نیوتنی را بیان می‌کند.

۳-۷- اصل عدم قطعیت

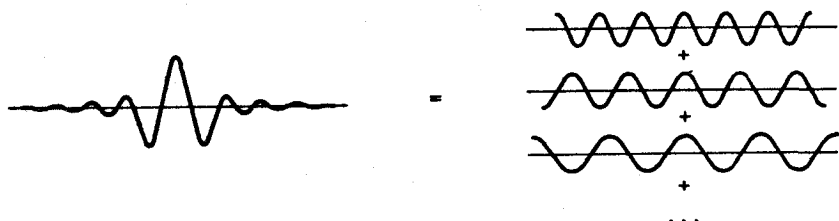
این واقعیت که یک ذره متحرک در شرایط خاصی باید به صورت یک گروه موج دوبروی در نظر گرفته شود و نه به صورت یک ذات تمرکز یافته، در دقتی که می‌توانیم خصوصیات ذره را اندازه‌گیری کنیم، بخصوص موقعیت و اندازه حرکت آن، محدودیت اساسی ایجاد می‌کند. نخست اجازه دهید گروه موج شکل (۳-۳) را از یک دید حسی مورد بررسی قرار دهیم. هر چه گروه موج عریض‌تر باشد، تعداد امواج آن بیشتر خواهد بود و شانس بهتری برای پیدا کردن طول موج و در نتیجه اندازه حرکت ذره وجود خواهد داشت. با وجود این، چون ممکن است ذره در هر جایی در داخل گروه باشد، مکان آن را با دقت نمی‌توان تعیین کرد. از طرف دیگر، اگر گروه موج باریک باشد، موقعیت ذره بخوبی ولی طول موج آن بسختی مشخص می‌شود. بین خطای ذاتی Δx در موقعیت ذره و خطای ذاتی Δp در اندازه حرکت آن رابطه‌ای دو جانبه وجود دارد: هر چه Δx کوچکتر شود، Δp باید بزرگتر گردد و بالعکس. بدین ترتیب، طبیعت موجی یک ذره متحرک یک حد پایین در حاصل ضرب $\Delta x \Delta p$ ایجاد می‌کند.

یک تحلیل صوری، نتیجه به دست آمده فوق را مورد تأیید قرار می‌دهد و ما را قادر می‌سازد آن را بر یک اساس کمی استوار کنیم. ساده‌ترین مثال برای تشکیل گروههای موج، مثالی است که در بخش (۳-۴) ذکر شده است، در این جا دو قطار موج از نظر بسامد زاویه‌ای ω و عدد موجی k اندکی با یکدیگر اختلاف دارند. همان‌طور که در شکل (۳-۴) نشان داده شده است، از تداخل این دو قطار موج دسته‌هایی از گروههای امواج ایجاد می‌شوند. یک ذره متحرک با یک گروه موج و نه با گروههای متوالی از آنها متناظر است، اما یک گروه موج منفرد را نیز می‌توان برحسب تلفیق قطارهایی از امواج هماهنگ تصور کرد. لکن، تعداد نامحدودی از قطارهای موج با بسامد، عدد موجی و دامنه‌های مختلف برای یک گروه منفرد با شکل اختیاری لازم است.

در زمان معین t ، گروه موج $\Psi(x)$ را می‌توان به وسیله انتگرال فوریه^۱ نشان داد:

$$\Psi(x) = \int_0^{\infty} g(k) \cos kx \, dk \quad (۱۹-۳)$$

در این عبارت تابع $g(k)$ بیان می‌کند که چگونه دامنه امواجی که به $\Psi(x)$ نسبت داده

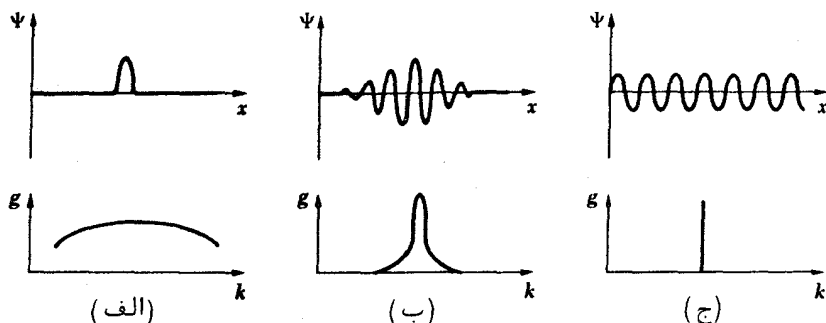


شکل (۱۱-۳) یک گروه موج منزوی، از تداخل تعداد زیادی از امواج با طول موجهای مختلف ناشی می‌شود. هر چه گروه موج باریکتر باشد، گستره طول موجهای درگیر در گروه بیشتر می‌شود. بدین ترتیب یک گروه موج دبروی با عرض کم به این مفهوم است که موقعیت ذره بخوبی مشخص (Δx کوچک) ولی خطا در طول موج ذره زیاد است و بنابراین گروه موج خطای بزرگ را در اندازه حرکت ذره نشان می‌دهد. گروه موج پهن به این معنی است که دقت اندازه‌گیری اندازه حرکت ذره، بیشتر و دقت تعیین مکان ذره، کمتر است.

می‌شوند با عدد موجی k تغییر می‌کنند. این تابع، تبدیل فوریه^۲ $\Psi(x)$ نامیده می‌شود و مانند $\Psi(x)$ گروه موج را کاملاً مشخص می‌کند.

شکل (۱۲-۳) نمودارهایی از تبدیل فوریه یک پالس و از یک گروه موج را نشان می‌دهد. برای مقایسه، تبدیل فوریه یک قطار از موجهای هماهنگ نامحدود نیز آورده شده است؛ البته در این حالت تنها یک عدد موجی وجود دارد.

به بیانی دقیقتر، اعداد موجی لازم برای نشان دادن گروه موج، از $k=0$ تا $k=\infty$ گسترش دارند، ولی برای یک گروه با طول موج محدود Δx ، امواجی که دامنه آنها $g(k)$ قابل ملاحظه است، دارای اعداد موجی هستند که در فاصله معین Δk قرار می‌گیرند. همان‌گونه



شکل (۳-۱۲) توابع موج و تبدیل‌های فوریه برای (الف) یک پالس، (ب) یک گروه موج و (ج) یک قطار موج نامحدود. یک اختلال کوتاه مدت نسبت به یک اختلال بلند مدت، گستره پهن‌تری از بسامدها را لازم دارد تا آن را توصیف کند.

که شکل (۳-۱۲) نشان می‌دهد، هر چه گروه موج کوتاه‌تر باشد، گستره اعداد موجی لازم برای توصیف موج وسیع‌تر می‌شود و بالعکس. رابطه بین فاصله Δx و گستردگی عدد موج Δk بستگی به شکل گروه موج و به چگونگی تعریف Δx و Δk دارد. کمینه حاصل ضرب $\Delta x \Delta k$ زمانی روی می‌دهد که گروه موج شکل یک تابع گوسی^۱ را داشته باشد که در این حالت تبدیل فوریه نیز یک تابع گوسی خواهد بود. اگر Δx و Δk به عنوان انحراف معیار توابع مربوطه $\Psi(x)$ و $g(k)$ انتخاب گردند، این مقدار کمینه عبارت است از $\Delta x \Delta k = \frac{1}{4}$ چون بطور کلی گروه‌های امواج شکل گوسی (شکل زنگ) ندارند، بیان رابطه بین Δx و Δk به طریق زیر به واقعیت نزدیک‌تر است.

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2} \quad (۳-۲۰)$$

طول موج دبروی یک ذره با اندازه حرکت p عبارت است از:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

عدد موجی مطابق با این طول موج برابر خواهد بود با:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h}$$

از این رو، یک خطای Δk در عدد موجی امواج دبروی وابسته به یک ذره بر طبق فرمول زیر یک خطای Δp در اندازه حرکت ذره ایجاد می‌کند.

$$\Delta p = \frac{h \Delta k}{2\pi}$$

از آن جا که $\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2}$ ، $\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4}$ و

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

اصل عدم قطعیت (۲۱-۳)

این معادله فقط یکی از صورت‌های اصل عدم قطعیت است که اولین بار توسط ورنر هایزنبرگ^۱ در سال ۱۹۲۷ م. به دست آمد. این معادله بیان می‌کند که حاصل ضرب خطای Δx ، مربوط به اندازه‌گیری موقعیت یک ذره در یک لحظه و خطای Δp مربوط به مؤلفه^۲ اندازه حرکت آن در جهت x در همان لحظه برای بزرگتر از $h/4\pi$ می‌باشد. تعیین موقعیت و اندازه حرکت یک ذره بطور همزمان غیر ممکن است. اگر مطالب را به گونه‌ای در نظر بگیریم که Δx ، مطابق با یک گروه موج باریک کوچک باشد، در این صورت Δp بزرگ خواهد بود. اگر Δp را به طریقی کاهش دهیم، پهن شدن گروه موج غیر قابل اجتناب است و در نتیجه Δx بزرگ می‌گردد. این خطاها از نامناسب بودن دستگاه ناشی نمی‌شوند، بلکه به ماهیت نامعین کمیت‌هایی که دست‌اندرکارند، مربوط می‌شوند. هر گونه خطای مربوط به ابزار یا آمار که در حین سنجش ایجاد می‌شود تنها سبب زیاد شدن حاصل ضرب $\Delta x \Delta p$ می‌شود.

مقدار $h/2\pi$ ، اغلب در فیزیک مدرن ظاهر می‌شود، زیرا اصولاً "واحد اساسی اندازه حرکت زاویه‌ای محسوب می‌گردد. بنابراین، مرسوم است که مقدار $h/2\pi$ را به اختصار با علامت \hbar نشان دهیم:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

از این پس به جای $\frac{h}{2\pi}$ از علامت \hbar استفاده خواهیم کرد. اصل عدم قطعیت برحسب \hbar عبارت است از:

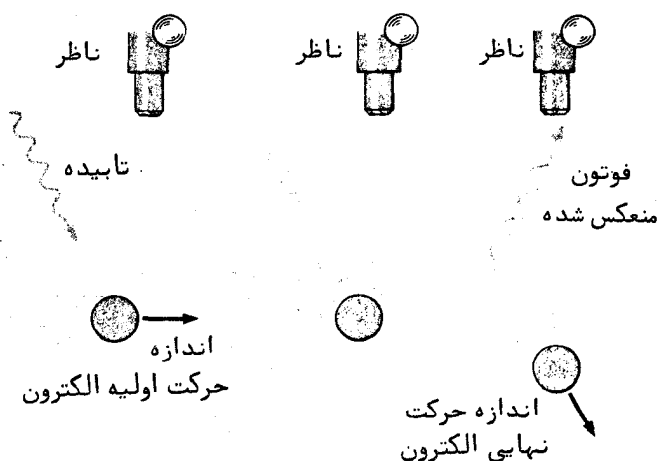
$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

اصل عدم قطعیت (۲۲-۳)

اصل عدم قطعیت را به طرق مختلف می‌توان به دست آورد . اجازه دهید برای اثبات این اصل ، به جای این که مانند مبحث قبل بحث خود را براساس طبیعت موجی ذرات قرار دهیم ، آن را براساس طبیعت ذره‌ای امواج در نظر بگیریم .

فرض کنید می‌خواهیم موقعیت و اندازه حرکت جسمی را در یک لحظه معین اندازه‌گیری کنیم . برای انجام این کار لازم است آن را با جسم دیگری که قرار است اطلاعات مورد نظر را به ما بدهد تحریک کنیم ؛ یعنی مجبوریم جسم را با انگشت خود لمس کنیم ، نور به آن بتابانیم یا به هر طریق عمل متقابلی روی آن انجام دهیم . همان‌طور که در شکل (۳-۱۳) نشان داده شده است ، ممکن است یک الکترون را با کمک نوری با طول موج λ مورد بررسی قرار دهیم . در این فرآیند ، فوتونهای نور به الکترون برخورد می‌کنند و سپس از آن دور می‌شوند . هر فوتون دارای اندازه حرکت h/λ است و هنگامی که به الکترون برخورد می‌کند ، اندازه حرکت اولیه الکترون p تغییر می‌کند . تغییر دقیق آن قابل پیش‌بینی نیست ، ولی به نظر می‌رسد که این تغییر به بزرگی اندازه حرکت فوتون \hbar/λ باشد . از این رو ، عمل اندازه‌گیری خطایی برابر با :

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda} \quad (۳-۲۳)$$



شکل (۳-۱۳) الکترون را نمی‌توان بدون تغییر دادن اندازه حرکتش مشاهده کرد .

در اندازه حرکت الکترون به وجود می‌آورد. هر چه طول موج نوری که برای "مشاهده" الکترون به کار می‌رود بلندتر باشد، خطای ایجاد شده در اندازه حرکت الکترون کمتر است. چون نور دارای خصوصیات موجی است، نمی‌توان انتظار داشت که موقعیت الکترون با دقت کامل در هر شرایطی مشخص شود، ولی بطور منطقی می‌توانیم امیدوار باشیم که خطای Δx در تشخیص موقعیت الکترون را تا یک طول موج نور به کار رفته نگهداریم. یعنی،

$$\Delta x \approx \lambda \quad (24-3)$$

هر چه طول موج کوتاه‌تر باشد، خطا در موقعیت الکترون کمتر می‌شود.

از معادله‌های (۲۳-۳) و (۲۴-۳) چنین استنباط می‌شود که اگر برای بالا بردن میزان دقت در تعیین مکان یک ذره، از نوری با طول موج کوتاه استفاده کنیم، دقت در تعیین اندازه حرکت ذره کم خواهد شد در حالی که نوری با طول موج بلند دقت در تعیین اندازه حرکت ذره را زیاد و دقت در تعیین موقعیت ذره را کم خواهد کرد. با جانشین کردن $\lambda = \Delta x$ در معادله (۲۳-۳) داریم:

$$\Delta x \Delta p \approx h \quad (25-3)$$

این نتیجه در مورد معادله (۲۲-۳) نیز صدق می‌کند.

گر چه ظاهراً، مباحثی مانند مبحث فوق جالب هستند ولی آنها را به صورت یک قانون باید با احتیاط تلقی کرد. از مبحث فوق می‌توان چنین استنباط کرد که الکترون می‌تواند در هر لحظه دارای موقعیت و اندازه حرکت معینی باشد، ضمن این که فرآیند اندازه‌گیری است که خطایی در $\Delta x \Delta p$ ایجاد می‌کند. برخلاف چنین استنباطی، این خطا در ماهیت ذره متحرک نهفته است. توجیه بسیاری از مباحثی از این نوع به این طریق است که اولاً " نشان می‌دهند که پیدا کردن راهی که بتوان اصل عدم قطعیت را نادیده گرفت غیر ممکن است. ثانیاً، نگرش جدیدی از نظریه اصلی را ارائه می‌دهند که در مقایسه با نظریه گروه‌های موجی می‌تواند با یک تحلیل روشن‌تر و آشناتری مورد توجه قرار گیرد.

۳-۸ کاربردهای اصل عدم قطعیت

h ثابت پلانک به قدری کوچک است - فقط 6.63×10^{-34} - که محدودیت‌هایی که به وسیله اصل عدم قطعیت اعمال شده‌اند، تنها در حوزه مسائل اتمی قابل اهمیت می‌باشند.

با وجود این، در چنین مقیاسی این اصل در درک بسیاری از پدیده‌ها مؤثر است. قابل توجه است و باید به خاطر داشته باشیم که حد پایین $\hbar/2$ برای $\Delta x \Delta p$ به‌دست می‌آید، معمولاً $\Delta x \Delta p \approx \hbar$ یا حتی $\Delta x \Delta p \approx h$ است.

مسأله: شعاع یک هستهٔ اتمی نوعی در حدود $m \times 10^{-15}$ است. با استفاده از اصل عدم قطعیت پیدا کنید یک حد پایینی برای انرژی که یک الکترون باید داشته باشد تا جزئی از ساختمان هسته به حساب آید.

حل: با داشتن $\Delta x = m \times 10^{-15}$ داریم:

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta x} \geq \frac{1.054 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2 \times (5 \times 10^{-15} \text{ m})} \\ \geq 1.1 \times 10^{-20} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

اگر این مقدار خطای اندازه حرکت الکترون هسته‌ای باشد، خود اندازه حرکت باید حداقل با این مقدار قابل قیاس باشد. یک الکترون با چنین اندازه حرکتی دارای انرژی جنبشی K است که چندین برابر انرژی در حال سکون آن $m_0 c^2$ می‌باشد. بنابراین، با استفاده از معادله (۱-۲۳) با دقت کافی می‌توانیم بنویسیم $K = pc$ ، بنابراین:

$$K = pc \geq (1.1 \times 10^{-20} \text{ kg} \cdot \text{m/s}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s}) \\ \geq 3.3 \times 10^{-12} \text{ J}$$

چون $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ است، اگر الکترون جزئی از هستهٔ اتم باشد، انرژی جنبشی آن باید از 20 MeV تجاوز کند. آزمایشها نشان می‌دهند که حتی الکترون‌های وابسته به اتمهای ناپایدار، هرگز دارای این مقدار انرژی نخواهند بود. نتیجه می‌گیریم که الکترون‌ها در درون هسته حضور ندارند.

مسأله: شعاع اتم هیدروژن $m \times 10^{-11}$ است. با استفاده از اصل عدم قطعیت کمینهٔ انرژی را که یک الکترون در این اتم می‌تواند داشته باشد، تخمین بزنید.

حل: با داشتن $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ داریم:

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta x}$$

$$\geq 9.9 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

الکترونی که اندازه حرکتش این مقدار است، مانند یک ذره کلاسیک رفتار می‌کند و انرژی جنبشی آن برابر است با:

$$K = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{(9.9 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2}{2 \times (9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})}$$

$$\geq 5.4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

که $3/4 \text{ eV}$ است در حقیقت انرژی جنبشی یک الکترون در پایین‌ترین تراز انرژی یک اتم هیدروژن $13/6 \text{ eV}$ می‌باشد.

گاهی اوقات، شکل دیگری از اصل عدم قطعیت مفید واقع می‌شود. ممکن است بخواهیم در یک فرآیند اتمی، انرژی را که در طی فاصله زمانی Δt گسیل می‌شود، اندازه بگیریم. اگر انرژی از نوع امواج الکترومغناطیسی باشد، محدودیت زمانی موجود، دقتی را که بدان وسیله می‌توان بسامد ν امواج را تعیین کرد، محدود می‌کند. فرض کنیم که کمینه خطا در شمارش تعداد امواج در یک گروه موج، مساوی یک موج باشد. چون بسامد امواج در دست مطالعه برابر تعداد موجها تقسیم بر فاصله زمانی است، بنابراین خطای $\Delta \nu$ در اندازه‌گیری بسامد برابر است با:

$$\Delta \nu \geq \frac{1}{\Delta t}$$

خطای انرژی مطابق با آن عبارت است از:

$$\Delta E = h \Delta \nu$$

و بنابراین:

$$\Delta E \geq \frac{h}{\Delta t}$$

یا

$$\Delta E \Delta t \geq h$$

با یک محاسبه دقیقتر بر مبنای طبیعت گروههای موجی، فرمول به صورت زیر تغییر می‌کند.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

خطاها در انرژی و زمان

معادله (۳-۲۶) بیان می‌کند که حاصل ضرب خطای ΔE مربوط به یک اندازه‌گیری انرژی و خطای Δt مربوط به زمانی که در آن زمان این اندازه‌گیری انجام شده برابر یا بزرگتر از $\frac{\hbar}{4}$ می‌باشد. این نتیجه به طرق دیگری نیز به دست می‌آید و یک فرمول کلی برای تمام امواج است و تنها به امواج الکترومغناطیسی منحصر نمی‌شود.

مسئله: همان‌طور که در فصل ۴ توضیح داده شده است، یک اتم "تحریک شده" با گسیل یک فوتون که دارای بسامد مشخصی است، خود را از انرژی اضافیش خلاص می‌کند. فاصله زمانی متوسط سپری شده از لحظه تحریک یک اتم تا زمان تابش آن $s \cdot 10^{-8}$ است. مطلوبست محاسبه خطا در انرژی و بسامد فوتون.

حل: خطا در انرژی فوتون عبارت است از:

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{2\Delta t} \geq \frac{1.054 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2 \times 10^{-8} \text{ s}} \\ \geq 5.3 \times 10^{-27} \text{ J}$$

خطا در بسامد نور بطریق زیر به دست می‌آید.

$$\Delta \nu = \frac{\Delta E}{h} \geq 8 \times 10^6 \text{ Hz}$$

این مقدار، کمینه خطایی است که با آن می‌توانیم بسامد تابش یک اتم را معین کنیم. در نتیجه، بسامد دقیق تابش یک اتم تحریک شده، ν نخواهد بود، بلکه از $\Delta \nu - \nu$ تا $\Delta \nu + \nu$ تغییر می‌کند. اگر بسامد یک فوتون $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ باشد، $\Delta \nu / \nu = 1/6 \times 10^{-8}$ خواهد بود. در عمل، سایر پدیده‌ها نظیر پدیده دوپلر در پهن شدگی خطوط طیفی بیش از این مؤثرند.

مسائل

- ۱- مطلوب است محاسبه طول موج دبروی یک ذره 1 mg که با تندی 20 m/s توسط باد به حرکت درمی‌آید.
- ۲- مطلوب است محاسبه طول موج دبروی یک پروتون با انرژی جنبشی 0.1 MeV چون جرم در حال سکون پروتون $938 \text{ MeV}/c^2$ است، محاسبه ممکن است بطور غیر نسبیتی انجام شود.

۳- نشان دهید که طول موج دبروی یک مولکول اکسیژن در تعادل گرمایی در داخل جو با دمای 20°C از قطرش یعنی $m = 10^{-10} \times 4$ کوچکتر است.

۴- یک فوتون و یک ذره طول موج یکسانی دارند. اندازه حرکت خطی آنها را چگونه می‌توان با هم مقایسه کرد؟ انرژی فوتون و انرژی کل ذره را چگونه می‌توان با هم مقایسه کرد؟ انرژی فوتون و انرژی جنبشی ذره را چگونه می‌توان با هم مقایسه کرد؟

۵- نشان دهید که اگر انرژی کل یک ذره متحرک از انرژی در حال سکون آن فوق‌العاده بیشتر شود، طول موج دبروی آن تقریباً "برابر طول موج یک فوتون با همان مقدار انرژی کل است".

۶- نشان دهید که طول موج دبروی یک ذره با جرم در حال سکون m_0 و با انرژی جنبشی K از فرمول زیر بدست می‌آید.

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{K(K - 2m_0c^2)}}$$

۷- (الف) یک فرمول صحیح نسبیتی به دست آورید که طول موج دبروی یک ذره باردار را برحسب اختلاف پتانسیل V که به ذره شتاب داده است، به ما بدهد. (ب) تقریب غیر نسبیتی این فرمول وقتی که $m_0c^2 \ll eV$ باشد چقدر خواهد شد؟

۸- سرعت فاز موجهای کوچک بر سطح یک مایع $\sqrt{2\pi S/\lambda\rho}$ است، که S تنش سطحی و ρ چگالی مایع است. مطلوب است محاسبه سرعت گروه امواج.

۹- سرعت فاز امواج اقیانوس $\sqrt{g\lambda/2\pi}$ است، که g شتاب گرانی می‌باشد. سرعت گروه امواج اقیانوس را پیدا کنید.

۱۰- پایین‌ترین انرژی ممکن است برای یک ذره مشخص که در جعبه معینی محبوس شده 1eV است. مطلوب است محاسبه دو انرژی بزرگتر متوالی بعدی که ذره می‌تواند داشته باشد.

۱۱- عبارتی برای محاسبه ترازهای انرژی یک نوترون محبوس در یک جعبه یک بعدی به عرض $m \cdot 10^{-14}$ پیدا کنید. کمینه انرژی نوترون چقدر است؟ (قطر یک هسته اتمی حدود همین مقدار است).

۱۲- در مورد عدم امکان $E=0$ برای یک ذره محبوس در جعبه‌ای به عرض L برحسب اصل عدم قطعیت، بحث کنید. اگر فرض کنیم $\Delta x = L$ باشد، چگونه کمینه اندازه حرکت چنین ذره‌ای با خطای اندازه حرکت مورد لزوم در اصل عدم قطعیت قابل مقایسه است؟

۱۳- موقعیت و اندازه حرکت یک الکترون با انرژی جنبشی 1keV بطور همزمان تعیین

می‌شود. اگر دقت اندازه‌گیری موقعیت الکترون 1\AA باشد، خطای اندازه حرکت الکترون چند درصد خواهد بود؟

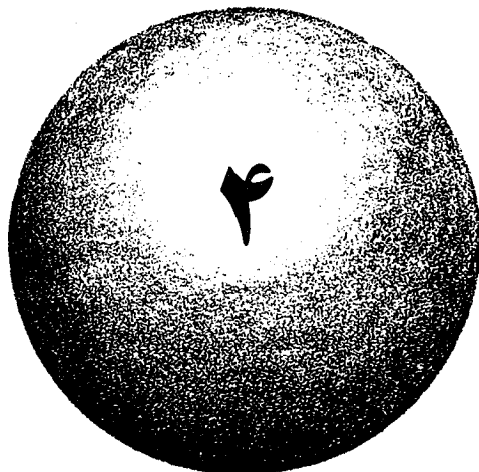
۱۴- خطای سرعت یک الکترون و یک پروتون محبوس در جعبه 10\AA را با هم مقایسه کنید.

۱۵- یک دستگاه اندازه‌گیری، موقعیت یک پروتون را با دقت $11-10\text{ m}$ تعیین می‌کند. خطای موقعیت پروتون را یک ثانیه بعد پیدا کنید.

۱۶- (الف) زمان لازم برای اندازه‌گیری انرژی جنبشی یک الکترون که با تندی 10 m/s حرکت می‌کند، با خطای کمتر از $1/10$ درصد در انرژی جنبشی، چقدر می‌شود؟ در این فاصله زمانی، الکترون چه مسافتی پیموده است؟ (ب) همین محاسبات را برای حشره 1 گرمی که با همان تندی حرکت می‌کند، انجام دهید. این رقمها چه چیزی را نشان می‌دهند؟

۱۷- اتمهای یک جسم جامد حتی در صفر مطلق دارای کمینه انرژی نقطه صفر مشخصی هستند، در حالی که در مورد مولکولهای یک گاز ایده‌آل، چنین محدودیتی وجود ندارد. این مطالب را با استفاده از اصل عدم قطعیت توضیح دهید.

۱۸- (الف) ثابت کنید که اصل عدم قطعیت به صورت $\Delta L \Delta \theta \geq \hbar/2$ نیز قابل بیان است، که در آن ΔL خطای اندازه حرکت زاویه‌ای ذره و $\Delta \theta$ خطای موقعیت زاویه‌ای آن است. (راهنمایی: یک ذره را در نظر بگیرید که با جرم m روی دایره‌ای به شعاع r با تندی v در حرکت است و برای آن $L = mvr$ می‌باشد.) (ب) با چه خطایی در L ، موقعیت زاویه‌ای ذره کاملاً نامعین می‌شود؟



ساختار اتمی

- ۱-۴ مدل‌های اتمی
- ۲-۴ پراکندگی ذره آلفا
- ۳-۴ فرمول پراکندگی راترفورد
- ۴-۴ ابعاد هسته‌ای
- ۵-۴ مدارهای الکترونی
- ۶-۴ طیف‌های اتمی
- ۷-۴ اتم بوه‌ر
- ۸-۴ ترازهای انرژی و طیف‌ها
- ۹-۴ حرکت هسته‌ای
- ۱۰-۴ تحریک اتمی
- ۱۱-۴ اصل تطابق

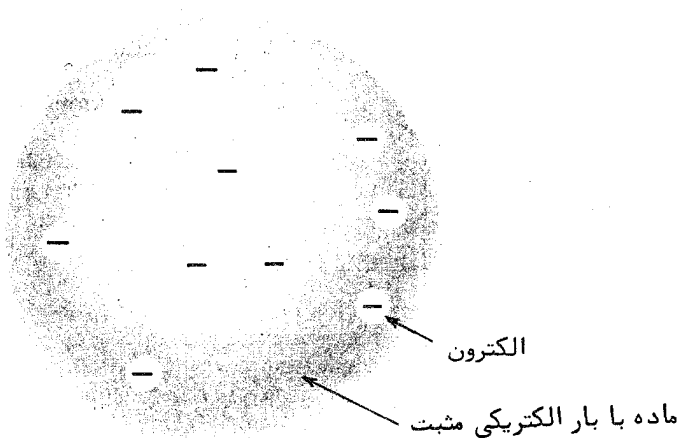
ساختار اتمی

۱) در زمانهای بسیار قدیم مردم به فکر افتادند که ماده علی رغم پیوستگی ظاهریش، دارای ساختار معین در سطحی میکروسکوپی است که درک مستقیم آن از راه حواس برای ما مقدور نیست. این گمان تا اندکی بیش از یک قرن و نیم پیش مقبولیتی بیش از یک فرضیه به خود نگرفت؛ تا این که وجود اتمها و مولکولها، ذرات اصلی ماده در شکلهای معمولیش به اثبات رسید و ذرات متشکله آنها الکترونها و پروتونها و نوترونها شناخته شد و مورد مطالعه نیز قرار گرفت. در این فصل و فصلهای آینده توجه اصلی ما به ساختار اتم معطوف خواهد شد، زیرا تقریباً "تمامی خواص ماده‌ای که دنیای اطراف ما را شکل داده است از همین ساختار ناشی می‌شود.

۲) هر اتم از یک هسته کوچک شامل پروتونها و نوترونها با تعدادی الکترون که با هسته فاصله اندکی دارند تشکیل شده است. شاید برای ما جالب باشد که چرخش الکترونها را دور هسته شبیه چرخش سیارات گرد خورشید تصور کنیم، ولی نظریه الکترومغناطیسی کلاسیک امکان وجود مدارهای الکترونی پایدار را رد می‌کند. در کوششی برای حل این معما، نیلز بوهر^۱ در سال ۱۹۱۳ م. پنداره‌های کوانتمی را در مورد ساختار اتمی به کار برد و مدلی به دست آورد که علی‌رغم نارساییها و جایگزینی بعدی آن با تعریف مکانیک کوانتمی دقیقتر و مفیدتر، هنوز به عنوان تصویر ذهنی مناسبی از اتم برجای مانده است. نظریه بوهر در مورد اتم عیدروژن به دو دلیل شایسته بررسی است، یکی به دلیلی که ذکر شد و دیگری بدان سبب که انتقال ارزشمندی را به نظریه کوانتمی اتم که یک مفهوم انتزاعی تراست فراهم می‌کند.

۱-۴ مدل‌های اتمی

گرچه دانشمندان قرن نوزدهم این نظریه را پذیرفته بودند که اتمها، ذرات متشکله عناصر شیمیایی هستند، ولی واقعا "در مورد خود اتم چیزی نمی‌دانستند. کشف الکترون



شکل (۱-۴) مدل اتمی تامسون، آزمایش پراکندگی راتر فورد، نادرست بودن آن را اثبات

کرد.

وقایع درک این امر که تمامی اتمها دارای الکترون می باشند، اولین قدم مهم در شناخت ساختار اتمی بود. الکترونها بار منفی دارند، در حالی که اتمها خود از نظر بار الکتریکی خنثی هستند. بنابراین، هر اتم باید به میزان کافی دارای بار الکتریکی مثبت باشد تا با بار الکتریکی منفی الکترونهایش به توازن برسد. به علاوه، الکترونها هزاران بار سبکتر از مجموعه اتمها هستند؛ این بدان معنی است که تقریباً "تمام جرم اتم را جزئی که بار الکتریکی مثبت دارد تشکیل می دهد. هنگامی که ج. ج. تامسون^۱ در سال ۱۸۹۸ م. ابراز کرد که اتمها کره هایی از ماده با بار الکتریکی مثبت یکنواخت، هستند و الکترونها در آنها جای گرفته اند، این اظهار او کاملاً "منطقی به نظر می رسید. مدل پودینگ اتم تامسون - این نام به مناسبت شباهتش به کیک کشمش انتخاب شده - در شکل (۱-۴) نشان داده شده است. با وجودی که این مسأله اهمیت خاصی داشت، ولی سیزده سال طول کشید تا یک آزمایش تجربی قطعی در مورد مدل پودینگ انجام شد. همان طور که خواهیم دید، این آزمایش سبب شد که این مدل به ظاهر قابل قبول کنار گذاشته شود و به جای آن مفهومی از ساختار اتمی ارائه گردد که به وسیله فیزیک کلاسیک قابل فهم نبود.

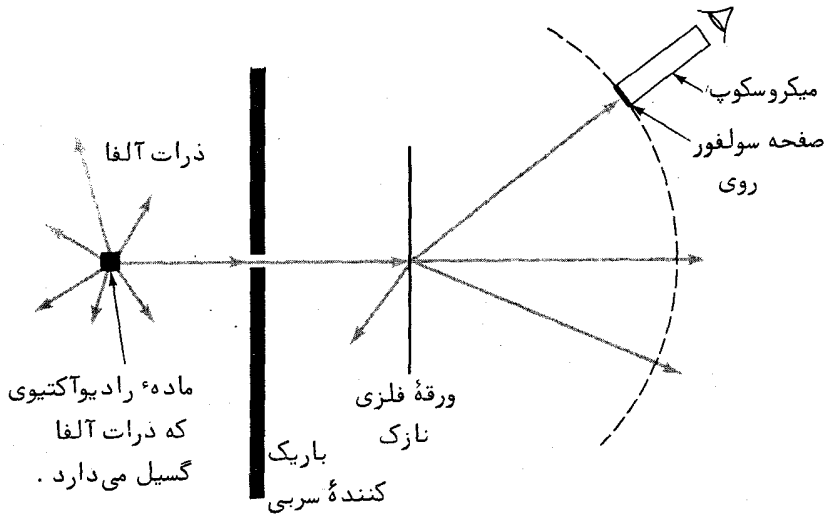
ساده ترین روش برای پی بردن به محتوای درونی یک کیک کشمش فرو کردن انگشت در آن است، روشی که گایگر^۳ و مارسدن^۴ در مورد اتم به کار بردند. در سال ۱۹۱۱ م. بنا به

1. J. J. Thomson

2. Plum-Pudding Model

3. Geiger

4. Marsden

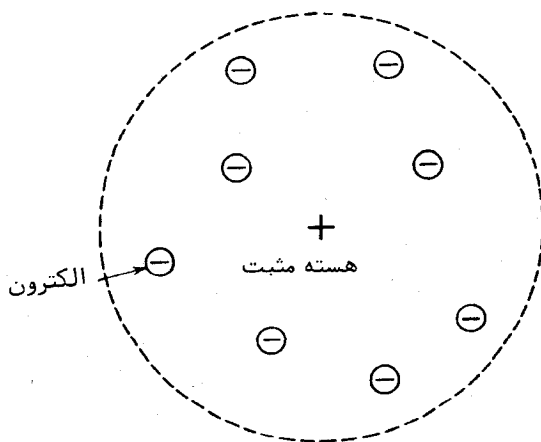


شکل (۲-۴) آزمایش پراکندگی راترفورد .

پیشنهاد ارنست راترفورد^۱، گایگر و مارسدن در آزمایش کلاسیک خود، از ذرات آلفا که از بعضی عناصر رادیواکتیو خود بخود گسیل می‌شوند به عنوان وسیله کاوش استفاده کردند. ذرات آلفا، اتمهای هلیوم هستند که دو الکترون از دست داده‌اند و دارای بار الکتریکی $+2e$ می‌باشند؛ در مورد منشاء این ذرات و ویژگیهای آنها در فصل بعد به تفصیل صحبت خواهیم کرد. همان‌طور که در شکل (۲-۴) نشان داده شده است، گایگر و مارسدن ماده‌ای را که ذره آلفا گسیل می‌داشت، در پشت یک صفحه سربی که دارای سوراخ کوچکی بود، قرار دادند؛ به طوری که باریکه‌ای از ذرات آلفا تولید می‌شد. این باریکه به یک ورقه نازک طلا تابانده شد. یک صفحه متحرک از جنس سولفور روی را که هنگام برخورد با ذره آلفا، نور قابل رؤیت تولید می‌کرد در طرف دیگر ورقه، قرار دادند. پیش‌بینی می‌شد که ذرات آلفا با انحرافی بسیار جزئی درست از میان ورقه عبور خواهند کرد؛ این رفتار از مدل اتمی تامسون نتیجه می‌شود. در این مدل، فرض بر این است که بارها بطور یکنواخت در سراسر حجم آن توزیع شده‌اند. اگر مدل تامسون صحیح باشد، تنها نیروهای الکتریکی ضعیفی بر ذرات آلفایی که از ورقه فلزی نازک عبور می‌کنند، اعمال خواهد شد و اندازه حرکت‌های اولیه آنها به اندازه‌ای خواهد بود که تنها با انحراف ناچیزی مسیر اصلی خود را ادامه دهند.

در حقیقت، آنچه گایگر و مارسدن دریافتند این بود که ضمن این که در واقع اکثر ذرات آلفا با انحرافی کمتر از 1° از ورق خارج می‌شوند، بعضی از ذرات با زوایای بزرگی نیز پراکنده می‌شوند. تعدادی از ذرات حتی در جهت مخالف پراکنده می‌شوند! همان‌گونه که راترفورد خاطرنشان ساخت "این مطلب به همان اندازه باور نکردنی است که شما یک گلوله $37/5$ سانتیمتری را به یک تکه کاغذ زرورق شلیک کنید و گلوله به طرف شما برگردد و به شما بخورد." از آن جا که ذرات آلفا نسبتاً "سنگین هستند" (بیش از 7000 برابر جرم الکترون) و ذراتی که در این آزمایش بکار برده شدند، دارای سرعت‌های زیادی بودند (نوعاً " 2×10^8 m/s")، روشن بود که می‌بایستی نیروهای قوی بر آنها اعمال شده باشد تا چنان انحراف‌های قابل توجهی را سبب شود. راترفورد پی برد که تنها مدل اتمی که بتواند نتایج این آزمایش را بیان کند، در نظر گرفتن اتم به صورت دربرگیرنده هسته‌ای کوچک است که بار مثبت و تقریباً "تمام جرم در آن متمرکز است و الکترون‌ها در فاصله‌ای از آن هسته قرار دارند، مانند شکل (۳-۴). با در نظر گرفتن اتم عمده‌" به صورت فضای خالی به سهولت می‌توان فهمید که چرا ذرات آلفا مستقیماً "از میان ورقه نازک عبور می‌کنند. ولی هنگامی که یک ذره آلفا به یک هسته نزدیک می‌شود با یک میدان الکتریکی قوی مواجه می‌شود و احتمال دارد با زاویه قابل ملاحظه‌ای پراکنده شود. الکترون‌های اتم آنقدر سبک هستند که روی حرکت ذرات آلفای فرودی، تأثیر چندانی ندارند.

برآوردهای عددی شدتهای میدان الکتریکی در محدوده دو مدل تامسون و راترفورد



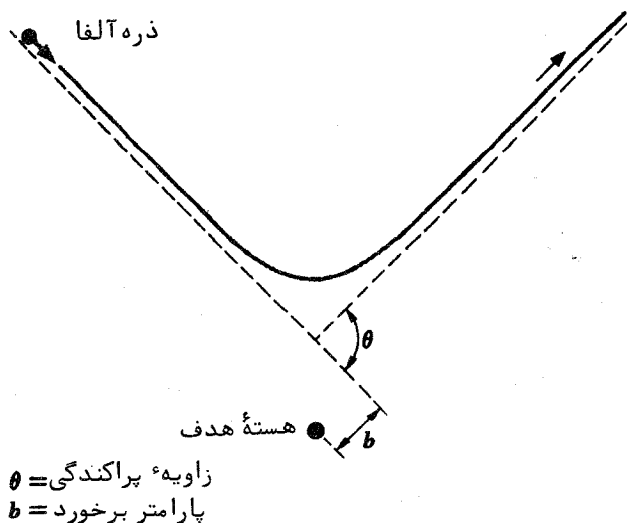
شکل (۳-۴) مدل اتمی راترفورد

اختلاف بین دو مدل را تأیید می‌کند. اگر مانند تامسون فرض کنیم که بار مثبت یک اتم طلا در داخل آن بطور یکنواخت پخش شده است و اگر از الکترونها کاملاً "صرف نظر کنیم، شدت میدان الکتریکی در سطح اتم (جایی که شدت میدان بیشینه است) تقریباً 10^{13} V/m می‌شود. از طرف دیگر، اگر مانند راترفورد فرض کنیم که بار مثبت یک اتم طلا در هسته کوچکی در مرکز اتم متمرکز است، شدت میدان الکتریکی در سطح هسته از 10^{21} V/m تجاوز می‌کند. با سازه 10^8 بزرگتر. چنین میدانی قوی می‌تواند جهت یک ذره α ای پراثری را که به هسته نزدیک می‌شود منحرف و یا حتی معکوس سازد، در حالی که میدان الکتریکی ضعیفتر اتم تامسون نمی‌تواند این کار را بکند.

آزمایشهای گایگر و مارسدن و کارهای بعدی در این زمینه، اطلاعات بیشتری در مورد هسته اتمهایی که ورقه‌های هدفهای مختلف را تشکیل می‌دادند، به دست داد. هنگامی که ذره α از نزدیک هسته عبور می‌کند، انحراف آن به مقدار بار هسته بستگی دارد و بنابراین مقایسه پراکندگی نسبی ذرات α به وسیله ورقه‌های مختلف راهی را فراهم می‌آورد که برآورد بارهای هسته‌ای اتمهای درگیر را ممکن می‌سازد. تمام اتمهای هر عنصر دارای بار هسته‌ای منحصر بفرد یکسان هستند و این بار برای عناصر متوالی در جدول تناوبی بطور منظم افزایش می‌یابد. بارهای هسته‌ای همیشه مضربی از e می‌باشند؛ امروزه، تعداد بارهای مثبت هسته یک عنصر را عدد اتمی آن عنصر می‌نامند. می‌دانیم که بار مثبت هسته را پروتونها که بار هر یک مساوی $+e$ است، تشکیل می‌دهند. عدد اتمی هر عنصر مساوی تعداد پروتونهای موجود در هسته اتم است.

۴-۲ پراکندگی ذره α

مدل اتمی راترفورد به این دلیل پذیرفته شد که او توانست براساس این مدل برای توصیف پراکندگی ذرات α توسط ورقه‌های نازک به فرمولی برسد که با نتایج تجربی هماهنگی داشت. او کار خود را با این فرض آغاز کرد که ذره α و هسته‌ای که ذره α بر آن تأثیر متقابل دارد هر دو به آن اندازه کوچک هستند که جرمهای نقطه‌ای و بارهای نقطه‌ای به حساب آیند؛ نیروی الکتریکی رانشی بین ذره‌های α و هسته (که هر دو بار مثبت دارند) تنها نیرویی است که عمل می‌کند و این که هسته در مقایسه با ذره α قدر سنگین است که به هنگام برهمکنش حرکتی نمی‌کند. اگر فاصله بین ذره α و هسته را در هر لحظه r بگیریم، چون تغییر نیروی الکتریکی متناسب با $\frac{1}{r^2}$ است، بنابراین مسیر ذره α یک هذلولی است که هسته در کانون خارجی آن قرار می‌گیرد (شکل ۴-۴). پارامتر برخورد b کمینه فاصله‌ای است که ذره α می‌توانست موقع نزدیک شدن به هسته با آن داشته‌باشد.



شکل (۴-۴) پراکندگی راترفورد

هرگاه بین ذره آلفا و هسته نیرویی وجود نمی داشت و زاویه پراکندگی θ عبارت از زاویه بین جهت نزدیک شدن مجانبی ذره آلفا به هسته و جهت دور شدن مجانبی ذره آلفا از هسته است. ابتدا رابطه بین b و θ را به دست می آوریم.

در اثر ضربه وارده $\mathbf{F} dt$ از هسته به ذره آلفا، اندازه حرکت ذره از مقدار اولیه \mathbf{p}_1 به مقدار نهایی \mathbf{p}_2 تغییر می کند. یعنی

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \int \mathbf{F} dt \quad (1-4)$$

بر اساس فرض قبلی، چون هسته در حین عبور ذره آلفا، ساکن می ماند، انرژی جنبشی و اندازه حرکت ذره آلفا نیز ثابت خواهد ماند؛ از این رو بزرگی اندازه حرکت ذره آلفا نیز ثابت می ماند و $p_1 = p_2 = mv$ در این فرمول v سرعت ذره آلفا در فاصله دور از هسته است. با توجه به شکل ۴-۵ و بر طبق قانون سینوسها داریم:

$$\frac{\Delta p}{\sin \theta} = \frac{mv}{\sin \frac{\pi - \theta}{2}}$$

از آن جا که

$$\sin \frac{1}{2}(\pi - \theta) = \cos \frac{\theta}{2}$$

و

$$\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

پس تغییر اندازه حرکت عبارت است از:

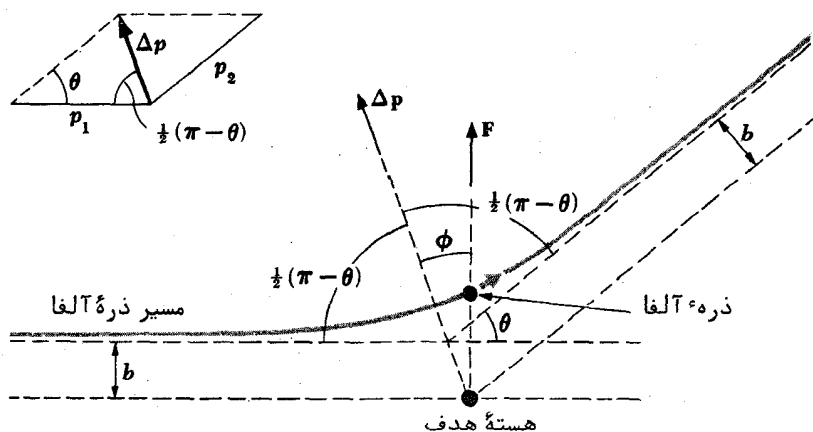
$$\Delta p = 2mv \sin \frac{\theta}{2} \quad (۲-۴)$$

چون ضربه $F dt$ در همان جهت تغییر اندازه حرکت Δp است، لذا:

$$|\int F dt| = \int F \cos \phi dt \quad (۳-۴)$$

که زاویه لحظه‌ای بین F و Δp در طول مسیر ذره α است. با قرار دادن معادله‌های (۲-۴) و (۳-۴) در معادله (۱-۴) خواهیم داشت:

$$2mv \sin \frac{\theta}{2} = \int_{-\infty}^{\infty} F \cos \phi dt$$



شکل (۵-۴) روابط هندسی در پراخندگی راترفورد

برای تغییر دادن متغیر طرف راست از t به ϕ ، باید توجه داشتیم که حدود انتگرال به $-\frac{1}{\gamma}(\pi - \theta)$ و $+\frac{1}{\gamma}(\pi - \theta)$ تغییر خواهد کرد که مربوط به مقدار ϕ به ترتیب $\phi = 0$ و $\phi = \pi$ است.

$t = \infty$ می باشد. لذا داریم ،

$$2mv \sin \frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} F \cos \phi \frac{dt}{d\phi} d\phi$$

کمیت $d\phi/dt$ درست سرعت زاویه‌ای ذره ω آلفا به دور هسته است (در شکل ۴-۵ نیز مشخص است.) نیروی الکتریکی اعمال شده توسط هسته بر روی ذره ω آلفا، در طول بردار شعاعی که آنها را به هم اتصال می دهد عمل می کند؛ بنابراین، هیچ گونه گشتاوری بر روی ذره اعمال نمی شود و اندازه حرکت زاویه‌ای آن $m\omega r^2$ ثابت خواهد بود. از این رو داریم :

$$m\omega r^2 = \text{ثابت} = mr^2 \frac{d\phi}{dt} = mvb$$

با توجه به این که

$$\frac{dt}{d\phi} = \frac{r^2}{vb} \quad (4-4)$$

در معادله $(4-4)$ به جای $\frac{dt}{d\phi}$ مقدار آن را از عبارت فوق قرار می دهیم :

$$2mv^2b \sin \frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} Fr^2 \cos \phi d\phi \quad (4-5)$$

همین طور یادآوری می کنیم که F نیروی الکتریکی اعمال شده از هسته بر ذره ω آلفا است. بار هسته Ze است که مطابق با عدد اتمی Z است و بار ذره ω آلفا $2e$ می باشد. بنابراین

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}$$

و

$$\frac{4\pi\epsilon_0 mv^2 b}{Ze^2} \sin \frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} \cos \phi d\phi = 2 \cos \frac{\theta}{2}$$

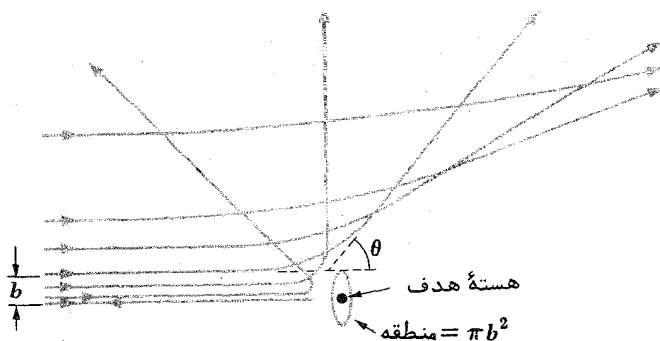
رابطه بین زاویه پراکندگی θ و پارامتر برخورد b از معادله زیر به دست می آید :

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{2\pi\epsilon_0 mv^2}{Ze^2} b$$

بهتر است به جای جرم و سرعت ذره ω آلفا بطور مجزا، انرژی K آن را منظور کنیم، لذا خواهیم داشت

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\epsilon_0 K}{Ze^2} b \quad (۴-۶)$$

شکل (۴-۶)، طرح ترسیمی معادله (۴-۶) را نشان می‌دهد؛ کاهش سریع θ وقتی که b افزایش می‌یابد در شکل مشخص است



شکل (۴-۶) با افزایش پارامتر برخورد، زاویه پراکندگی کاهش می‌یابد.

۴-۳ فرمول پراکندگی راترفورد

معادله (۴-۶) نمی‌تواند مستقیماً "تجربه شود"، زیرا برای اندازه‌گیری پارامتر برخورد مطابق با یک زاویه پراکندگی مشاهده شده معین، هیچ راهی وجود ندارد. بنابراین، باید از روش غیر مستقیم استفاده کرد. اولین قدم این است که توجه داشته باشیم که تمام ذرات آلفا که به هسته هدف با پارامتر برخورد از b تا b نزدیک می‌شوند، با زاویه θ یا بیشتر پراکنده می‌گردند. جایی که θ برحسب b در معادله (۴-۶) داده شده است. این بدان معنی است که یک ذره آلفا که ابتدا به هر نقطه‌ای در محدوده πb^2 اطراف یک هسته بتابد، در زاویه θ یا بیشتر پراکنده خواهد شد (شکل ۴-۶). از این رو، مساحت πb^2 را سطح مقطع مؤثر برای برهمکنش می‌نامند. سطح مقطع مؤثر را با σ نشان می‌دهند و لذا در این جا داریم.

$$\sigma = \pi b^2 \quad \text{سطح مقطع مؤثر} \quad (۴-۷)$$

البته، در حقیقت ذره آلفای فرودی قبل از این که به مجاورت هسته برسد، پراکنده می‌شود و از این رو الزاماً "از داخل فاصله b آن نمی‌گذرد". (در بخش (۱۲-۸) به تفصیل

در مورد مفهوم سطح مقطع مؤثر برای یک برهمکنش بحث خواهد شد).

اکنون یک ورقه به ضخامت t را که تعداد اتمهای آن در واحد حجم n است، در نظر می‌گیریم. تعداد هسته‌های هدف در واحد سطح nt است و بنابراین یک باریکه ذره α که بر روی مساحت می‌تابد با ntA هسته برخورد می‌کند. سطح مقطع مؤثر جمعی برای پراکندگی‌هایی در زاویه θ یا بیشتر عبارت است از تعداد هسته‌های هدف ضرب در سطح مقطع مؤثر، هر هسته یا $ntA\sigma$. از این رو، کسر f از ذرات α فرودی که تحت زاویه θ یا بیشتر پراکنده شده‌اند عبارت است از نسبت سطح مقطع مؤثر جمعی $ntA\sigma$ برای این پراکندگی به سطح کل هدف A ، یعنی

$$f = \frac{\text{ذرات } \alpha \text{ پراکنده شده تحت زاویه } \theta \text{ یا بیشتر}}{\text{ذرات } \alpha \text{ فرودی}}$$

$$= \frac{\text{سطح مقطع مؤثر جمعی}}{\text{سطح هدف}} = \frac{ntA\sigma}{A}$$

$$= nt\pi b^2$$

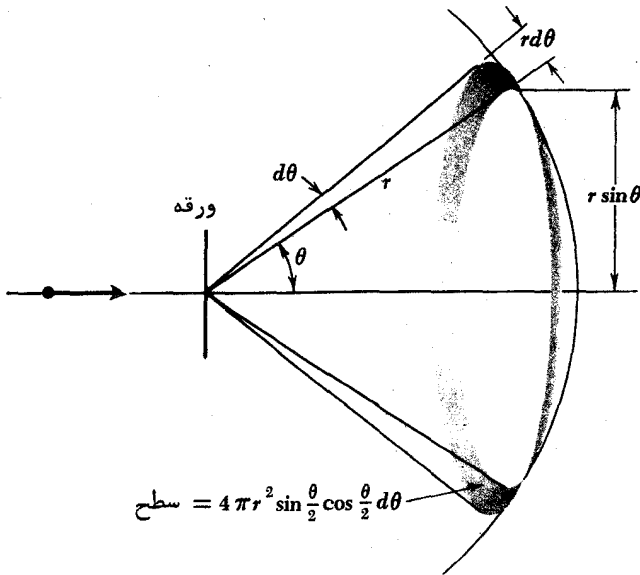
با استفاده از مقدار b در معادله (۴-۶)، خواهیم داشت

$$f = \pi n t \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 K} \right)^2 \cot^2 \frac{\theta}{2} \quad (۴-۸)$$

در محاسبه بالا فرض بر این بود که ورقه بقدر کافی نازک است، به طوری که سطوح مقطع مؤثر هسته‌های مجاور روی هم قرار نمی‌گیرند و یک ذره α پراکنده شده کل انحراف خود را در اثر برخورد با یک هسته به دست می‌آورد.

هر گاه باریکه‌ای از ذرات α با انرژی 7 MeV بر روی یک ورقه طلائی به ضخامت $3 \times 10^{-7} \text{ m}$ فرود آید، برای مشخص کردن این که چه کسری از این باریکه در زوایایی بیشتر از 45° پراکنده می‌شوند، از معادله (۴-۸) استفاده می‌کنیم. (این مقادیر نوعی از انرژیهای ذره α و ضخامت‌های ورقه هستند که توسط گایگرو مارسدن به کار برده شدند، در مقایسه، قطر موی سر انسان 10^{-4} m است). حال کار خود را با پیدا کردن n ، تعداد اتمهای طلا در واحد حجم ورقه، با استفاده از فرمول زیر شروع می‌کنیم.

$$n = \frac{\text{اتمها}}{\text{متر مکعب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{اتم / جرم}} \times \frac{\text{متر مکعب}}{\text{جرم}}$$



شکل (۷-۴) در آزمایش راترفورد، ذراتی که بین θ و $\theta + d\theta$ پراکنده شده‌اند. آشکار می‌شوند.

چون چگالی طلا $19.3 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$ است، جرم اتمی آنها 197 u است و $1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ داریم:

$$n = \frac{1.93 \times 10^4 \text{ kg/m}^3}{197 \text{ u/اتم} \times (1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})} = 5.90 \times 10^{28} \text{ اتم / m}^3$$

عدد اتمی Z طلا ۷۹ می‌باشد، انرژی جنبشی 7.7 MeV برابر است با $1.2 \times 10^{-12} \text{ J}$ و $\theta = 45^\circ$ از این ارقام پی‌می‌بریم که کسر $f = 5 \times 10^{-5}$ از ذرات آلفای فرودی تحت زاویه 45° یا بیشتر پراکنده می‌شوند - فقط ۰/۰۰۷ درصد! ورقه‌ای به این نازکی برای ذرات آلفا کاملاً "شفاف" است.

همان‌طور که در شکل (۷-۴) نشان داده شده است، در یک آزمایش واقعی، یک آشکار ساز، ذرات آلفایی را که بین θ و $\theta + d\theta$ پراکنده شده‌اند، اندازه‌گیری می‌کند. با مشتق گرفتن از معادله (۸-۴) نسبت به θ ، کسری از ذرات آلفای فرودی که این چنین پراکنده می‌شوند، به دست می‌آید.

$$df = -\pi n t \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 K} \right)^2 \cot \frac{\theta}{2} \csc^2 \frac{\theta}{2} d\theta$$

(علامت منهایین حقیقت را بیان می‌کند که با افزایش θ مقدار f کاهش می‌یابد). در آزمایش یک پرده^۴ فلورسنت در فاصله r از ورقه گذاشته شد و ذرات آلفای پراکنده شده به وسیله جرقه‌هایی که ایجاد می‌کردند آشکار می‌شدند. ذرات آلفایی که بین θ و $\theta + d\theta$ پراکنده می‌شدند به منطقه^۴ یک کره به شعاع r و با عرض $rd\theta$ می‌رسیدند. شعاع منطقه $r \sin \theta$ است و بنابراین، سطح dS از پرده که توسط این ذرات بمبارد مان می‌شوند، عبارت است از:

$$\begin{aligned} dS &= (2\pi r \sin \theta)(rd\theta) = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta \\ &= 4\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta \end{aligned} \quad (۹-۴)$$

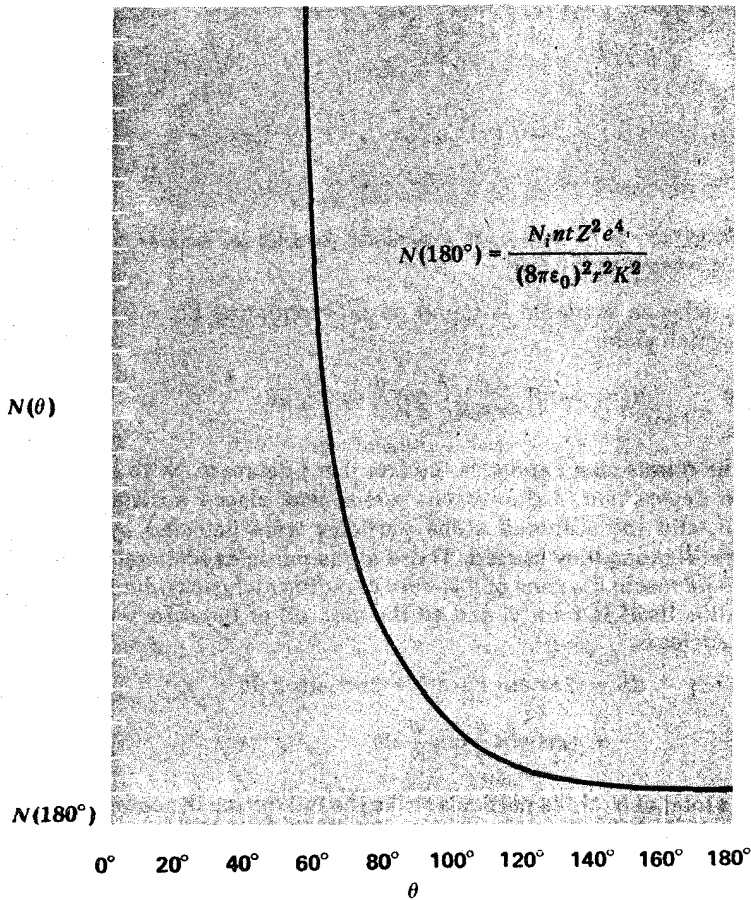
اگر تعداد کل ذرات آلفایی که در حین آزمایش به ورقه برخورد می‌کنند N_i باشد، تعداد ذرات پراکنده شده به اندازه $d\theta$ در زاویه^۴ θ مساوی $N_i df$ خواهد بود. تعداد ذرات $N(\theta)$ که در واحد سطح تحت زاویه^۴ θ به پرده برخورد می‌کنند، که در واقع مقداری است که اندازه‌گیری می‌شود عبارت است از:

$$N(\theta) = \frac{N_i |df|}{dS} = \frac{N_i \pi n t \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 K} \right)^2 \cot \frac{\theta}{2} \csc^2 \frac{\theta}{2} d\theta}{4\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta}$$

$$N(\theta) = \frac{N_i n t Z^2 e^4}{(8\pi\epsilon_0)^2 r^2 K^2 \sin^4 (\theta/2)} \quad \text{فرمول پراکندگی راترفورد} \quad (۱۰-۴)$$

معادله^۴ (۱۰-۴)، فرمول پراکندگی راترفورد است.

بر طبق معادله^۴ (۱۰-۴) تعداد ذراتی که در واحد سطح به پرده^۴ فلورسنت که در فاصله^۴ r از ورقه^۴ پراکندگی قرار گرفته است، باید با ضخامت t ورقه، تعداد اتمهای ورقه در واحد حجم n و با مجذور عدد اتمی Z اتمهای آن نسبت مستقیم و با مجذور انرژی جنبشی K ذرات آلفا و $\sin^4 (\theta/2)$ نسبت عکس داشته باشد، در این جا θ زاویه^۴ پراکندگی است. این پیش‌بینی‌ها با اندازه‌گیریهای گایگر ومارسدن که قبلاً ذکر شد، هماهنگی داشت و راترفورد را به این نتیجه رساند که فرضیاتش که در میان آنها فرضیه^۴ اتم هسته‌ای از همه عمده‌تر است^۴، صحیحند. بنابراین، "کشف" هسته به راترفورد نسبت داده می‌شود. شکل (۸-۴) چگونگی تغییر $N(\theta)$ را با θ نشان می‌دهد.



شکل (۸-۴) پراکندگی راترفورد .

۴-۴ ابعاد هسته‌ای

وقتی که می‌گوییم داده‌های تجربی در باره پراکندگی ذرات آلفا توسط ورقه‌های نازک این فرضیه را به اثبات می‌رساند که هسته‌های اتمی ذرات نقطه‌ای هستند، آنچه واقعاً مد نظر است این است که ابعاد هسته‌ای در مقایسه با کمینه فاصله‌ای که ذرات آلفای فرودی به آنها نزدیک می‌شوند، ناچیز هستند. بنابراین، پراکندگی راترفورد ما را مجاز می‌دارد برای ابعاد هسته‌ای حد بالایی را معین کنیم. اکنون r_0 ، کمترین فاصله پراورزی‌ترین ذرات آلفای به کار گرفته شده در آزمایشهای اولیه، را محاسبه می‌کنیم. کمترین مقدار r_0 ، فاصله یک ذره آلفا تا هسته هنگامی است که ذره برای یک برخورد شاخ به شاخ به هسته

نزدیک شود که در این حالت با زاویه 180° پراکنده خواهد شد. در لحظه‌ای که ذره به کمترین فاصله با هسته می‌رسد، انرژی جنبشی اولیه K ذره تماماً به انرژی پتانسیل الکتریکی تبدیل می‌شود و بنابراین در این لحظه

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r_0} \quad (4-11)$$

چون بار ذره $2e$ آلفا و بار هسته Ze است، داریم:

$$r_0 = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 K}$$

بیشینه مقدار K در ذرات آلفایی که منشأ طبیعی دارند $7/7 \text{ MeV}$ است که برابر $[10^{-13} \times 1/2]$ می‌باشد. از آن جا که $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

$$r_0 = \frac{2 \times (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2 Z}{1.2 \times 10^{-12} \text{ J}}$$

$$= 3.8 \times 10^{-16} Z \text{ m}$$

عدد اتمی طلا، یک ماده ورقه‌ای نوعی، $Z=79$ است، به طوری که:

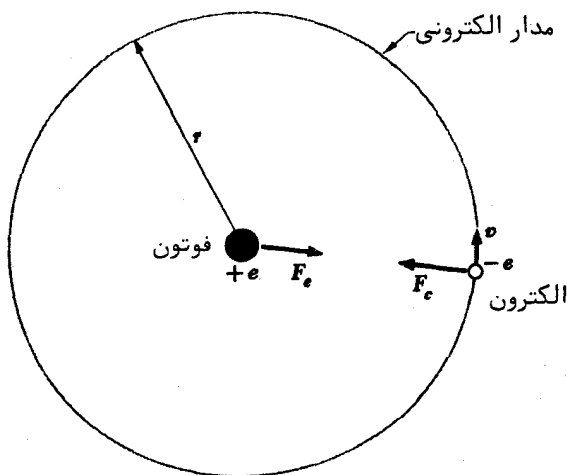
$$r_0(\text{Au}) = 3.0 \times 10^{-14} \text{ m}$$

بنابراین، شعاع هسته اتم طلا کمتر از $3 \times 10^{-14} \text{ m}$ می‌باشد که کلاً کمتر از $\frac{1}{10000}$ شعاع اتم است.

در سالهای اخیر توانسته‌اند ذراتی با انرژی خیلی بیش از $7/7 \text{ MeV}$ را بطور مصنوعی شتاب دهند و پی برده‌اند که در واقع فرمول پراکندگی راتر فوردر انجام با تجربه وفق نمی‌دهد. این آزمایشها و اطلاعاتی که در باره ابعاد هسته‌ای واقعی به دست می‌دهند در فصل ۱۱ مورد بحث قرار خواهند گرفت؛ شعاع هسته اتم طلا به این طریق ثابت می‌شود که $\frac{1}{6}$ مقدار $r_0(\text{Au})$ است که در بالا به دست آمد.

۵-۴ مدارهای الکترونی

مدل اتمی راتر فوردر که بطور قاطع از راه آزمایش تأیید شد، اتم را چنین تصویر می‌کند: هسته‌ای بسیار ریز و سنگین با بار الکتریکی مثبت که به وسیله الکترون‌ها از فاصله‌ای نسبتاً



شکل (۹-۴) تعادل نیرو در اتم ثیدروژن

دور احاطه شده است و تعداد این الکترون‌ها به آن حدی است که توانست‌اند از اتم، واحدی مستقل که از نظر الکتریکی خنثی است، بسازند. در این مدل الکترون‌ها نمی‌توانند ساکن باشند، زیرا در مقابل نیروی الکتریکی که آن‌ها را به طرف هسته جذب می‌کند، نیرویی وجود ندارد که بتواند آن‌ها را ثابت نگه‌دارد. اگر الکترون‌ها در حرکت باشند، با وجود این امکان مدارهایی پایدار از نظر دینامیکی، مانند مدارهای سیارات دور خورشید، وجود دارد (شکل ۹-۴).

حال دینامیک کلاسیکی اتم ثیدروژن را، که الکترون منفردش آن را جزء ساده‌ترین اتم‌ها قرار داده است، بررسی می‌کنیم. برای سهولت فرض می‌کنیم که مدار الکترون به شکل دایره باشد، گرچه ممکن است تصور مدار بیضوی برای آن نیز منطقی باشد. نیروی مرکزگرا^۱

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

که الکترون را در مدار r از هسته نگه می‌دارد به وسیله نیروی الکتریکی

$$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

بین آنها تأمین می‌شود و شرط پایداری مدار عبارت است از :

$$F_c = F_e$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad (۱۲-۴)$$

بنابراین ، سرعت الکترون برحسب شعاع مدار r از فرمول زیر بدست می‌آید

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}} \quad (۱۳-۴)$$

انرژی کل E الکترون در یک اتم هیدروژن برابر است با مجموع انرژی جنبشی

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

و انرژی پتانسیل آن

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

(علامت منها دال بر این است که نیروی وارد بر الکترون در جهت r - می‌باشد) . از این رو

$$E = K + V$$

$$= \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

با جایگزین کردن مقدار v از معادله (۱۲-۴) خواهیم داشت :

$$E = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$= -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (۱۴-۴)$$

انرژی کلی الکترون منفی است ؛ این امر در مورد الکترون هر اتمی صدق می‌کند و بیانگر این حقیقت است که الکترون در قید هسته می‌باشد . اگر E بزرگتر از صفر بود ، یک الکترون مدار بسته‌ای را به دور هسته دنبال نمی‌کرد . (البته در واقع ، انرژی E یک ویژگی خاص الکترون نیست ، بلکه یک ویژگی سیستم الکترون + هسته می‌باشد . تاثیر مشترک بودن E بین الکترون و هسته در بخش ۴-۹ مورد بررسی قرار می‌گیرد .)

مسأله: آزمایش نشان می‌دهد که انرژی لازم برای تفکیک یک اتم ثیدروژن به یک پروتون و یک الکترون $۱۳/۶\text{eV}$ می‌باشد؛ یعنی انرژی پیوندی آن $۱۳/۶\text{eV}$ است. مطلوب است محاسبه شعاع مداری و سرعت الکترون در یک اتم ثیدروژن.

حل: چون $۱۳/۶\text{eV} = ۲/۲ \times ۱۰^{-۱۸}$ است، از معادله $(۱۴-۴)$ داریم

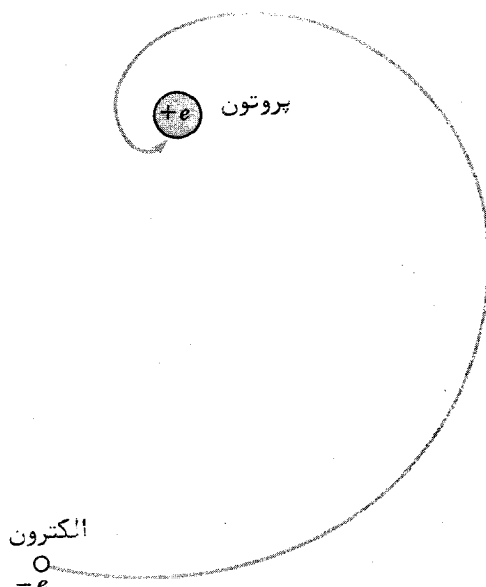
$$\begin{aligned} r &= -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 E} \\ &= -\frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{8\pi \times (8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \times (-2.2 \times 10^{-18} \text{ J})} \\ &= 5.3 \times 10^{-11} \text{ m} \end{aligned}$$

یک شعاع اتمی با این بزرگی با برآوردهایی که برای این شعاع به روشهای دیگر می‌شود سازگاری دارد. سرعت الکترون را می‌توان از معادله $(۱۴-۳)$ به دست آورد:

$$\begin{aligned} v &= \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}} \\ &= \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{\sqrt{4\pi \times (8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \times (9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (5.3 \times 10^{-11} \text{ m})}} \\ &= 2.2 \times 10^6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

چون $v \ll c$ است، وقتی اتم ثیدروژن را بررسی می‌کنیم می‌توان از نسبت خاص صرف نظر کرد.

تحلیل فوق کاربردی مستقیم از قوانین حرکت نیوتن و قانون نیروی الکتریکی کولنی است — هر دو از ارکان فیزیک کلاسیکند — و با مشاهده تجربی این امر که اتمها پایدارند، مطابقت دارد. با وجود این، تحلیل فوق با نظریه الکترومغناطیسی هماهنگی ندارد — یکی دیگر از ارکان فیزیک کلاسیک — این نظریه پیش‌بینی می‌کند که بارهای الکتریکی شتابدار، انرژی را به شکل امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کنند. (یک الکترون که مسیری منحنی را دنبال می‌کند، شتاب می‌گیرد و بنابراین بایستی انرژی آن کاهش یابد و در مدت کمتر از یک ثانیه به طور ماریپیچ به داخل هسته سقوط کند (شکل ۴-۱۰) هر موقع که پیش‌بینی‌های



شکل (۴-۱۰) برطبق فیزیک کلاسیک، الکترون ضمن تابش انرژی که از شتابش ناشی می‌شود، با حرکت مارپیچی به سرعت به داخل هسته سقوط می‌کند.

نظریه الکترومغناطیسی مستفیما "مورد آزمایش قرار گرفته‌اند، همیشه با آزمایش هماهنگی داشته‌اند، ولی اتمها فرو ریخته نمی‌شوند. این تناقض تنها می‌تواند بیانگر یک چیز باشد: قوانین فیزیک که در دنیای ماکروسکوپی معتبرند در دنیای میکروسکوپی اتم صدق نمی‌کنند." ۳

دلیل ناتوانی فیزیک کلاسیک از ارائه یک تحلیل رسا از ساختمان اتم این است که فیزیک کلاسیک منحصر "از راه مفاهیم انتزاعی ذرات "خالص" و امواج "خالص" به طبیعت نزدیک می‌شود. همان طور که در دو فصل گذشته آموختیم، ذرات و امواج خواص مشترک زیادی دارند، ولی به علت کوچکی ثابت پلانک، دو گانگی ذره-موج در دنیای ماکروسکوپی غیر محسوس است. هر چه مقیاس پدیده‌های در دست مطالعه کاهش یابد، از اعتبار فیزیک کلاسیک کاسته می‌شود و اگر قرار است اتم تفهیم شود، رفتار ذره‌ای امواج و رفتار موجی ذرات باید کاملاً "به حساب آیند. در باقیمانده این فصل خواهیم دید که چگونه مدل اتمی بوهر مفاهیم کلاسیک و مدرن را درهم می‌آمیزد و قسمتی از کار اخیر را به انجام می‌رساند. تا موفقی که اتم را از دیدگاه مکانیک کوانتمی که با ادراکات ذهنی زندگی روزانه ما سازگار نیست، بررسی نکنیم، یک نظریه اتمی که واقعا "موفقیت‌آمیز باشد به دست نخواهیم آورد.

در این جا سؤال جالبی مطرح می‌شود. در استنتاج از فرمول پراکندگی راترفورد، همان قوانین فیزیکی به کار برده شد که قادر نیستند پایداری اتم را توجیه کنند. پس، آیا ممکن نیست یا حتی احتمال ندارد که این فرمول غلط باشد و این که اتم در واقع به مدل راترفورد که در آن هسته مرکزی کوچکی توسط الکترون‌هایی در فاصله دور احاطه شده‌اند، شباهتی نداشته باشد؟ این یک سؤال بی‌اهمیت نیست و از یک لحاظ اتفاق عجیبی است که تحلیل مکانیک کوانتومی پراکندگی ذره آلفا از ورقه‌های نازک دقیقاً "به همان فرمولی منتج شود که راترفورد به دست آورد. برای اثبات این که یک محاسبه کلاسیکی باید حداقل بطور تقریب صحیح باشد، باید توجه کنیم که طول موج دبروی یک ذره آلفا با تندی $2 \times 10^7 \text{ m/s}$ مساوی است با:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}) \times (2 \times 10^7 \text{ m/s})}$$

$$= 5 \times 10^{-18} \text{ m}$$

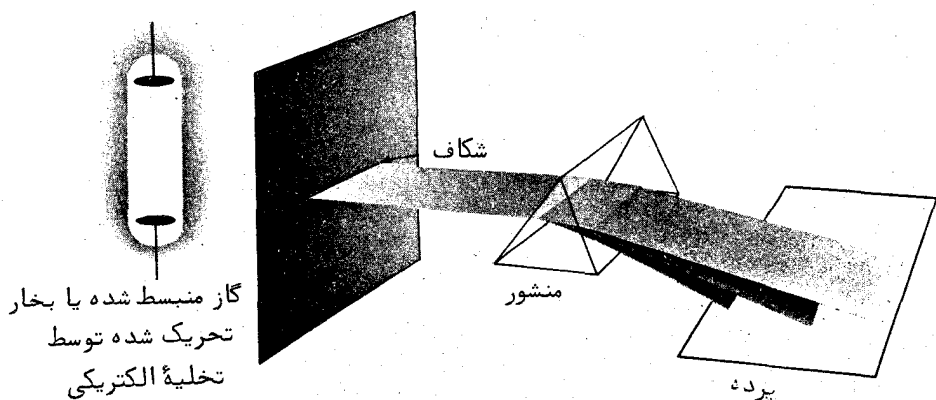
همان طور که در بخش (۴-۴) دیدیم، نزدیکترین فاصله‌ای که یک ذره آلفا با این طول موج با یک هسته طلا می‌تواند داشته باشد مساوی $5 \times 10^{-18} \text{ m}$ است که شش برابر طول موج دبروی می‌باشد و بنابراین منطقی است که ذره آلفا را در برهمکنش به عنوان یک ذره کلاسیکی در نظر بگیریم. گرچه دینامیک الکترونهای اتمی - که موضوع دیگری است - به یک برداشت غیر کلاسیکی نیاز دارد، ولی در نظر گرفتن اتم بر طبق مدل راترفورد صحیح است.

۴-۶ - طیفهای اتمی

توانایی نظریه اتمی بوه‌ر در بیان منشاء خطوط طیفی یکی از جالبترین کاربردهای این نظریه محسوب می‌شود، و بنابراین مناسب است که بیان نظریه را با نگاهی به طیفهای اتمی شروع کنیم.

قبلاً "متذکر شدیم که ماده متراکم (جامدات و مایعات) در هر دمایی تابشهایی گسیل می‌دارد که تمام طول موجها را گرچه با شدتهای مختلف، در بر می‌گیرد. در فصل ۹ خواهیم دید که خصوصیات مشاهده شده این تابش را می‌توان براساس نظریه کوانتومی نور، مستقل از جزئیات فرآیند خود تابش یا جزئیات طبیعت ماده بیان کرد. از این یافته به این نتیجه می‌رسیم که ما به جای این که شاهد رفتار مشخص تک تک اتمهای یک عنصر خاص باشیم، شاهد رفتار جمعی بسیاری از اتمهای برهمکنشی هستیم.

از سوی دیگر، فاصله میانگین اتمها یا مولکولها در یک گاز منبسط شده آنقدر زیاد

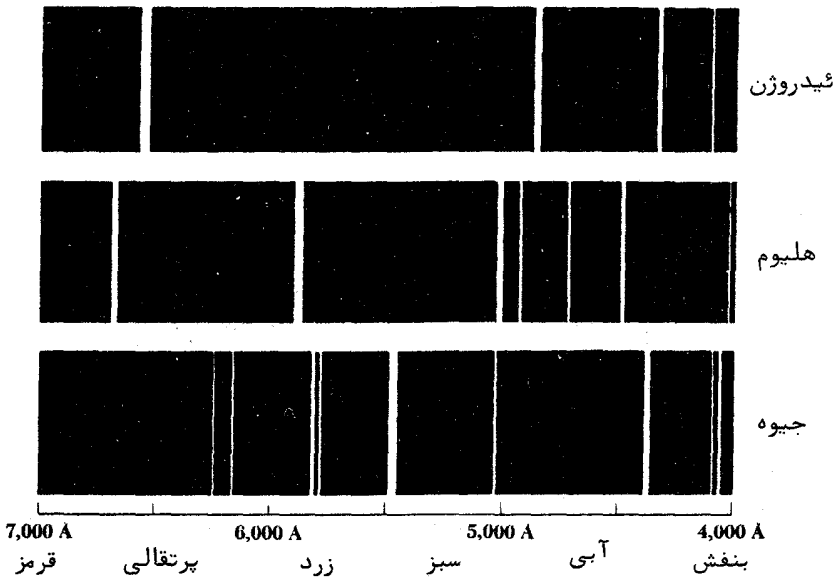


شکل (۴-۱۱) طیف سنج

است که برهمکنشهای متقابل آنها فقط طی برخوردهای تصادفی صورت می گیرد. در چنین وضعیتی انتظار می رود که هر تابش گسیل شده، مشخصه اتمهای منفرد یا مولکولهای منفرد موجود باشد، انتظاری که بطور تجربی تحقق پیدا می کند. معمولاً وقتی که یک گاز یا بخار اتمی را به وسیله فشاری تا حدی کمتر از فشار جو با عبور جریان الکتریکی از آن "تحریک" کنیم، تابش گسیل شده طیفی را تشکیل خواهد داد که فقط چند طول موج مشخص دارد. یک روش ایده آل برای مشاهده چنین طیف اتمی در شکل (۴-۱۱) نشان داده شده است. در طیف سنج های واقعی از شبکه های پراش استفاده می شود. شکل (۴-۱۲) طیف اتمی چندین عنصر را که "طیف های خطی نشری" نامیده می شوند، نشان می دهد. هر عنصر یک طیف خطی منحصر به خود را، هنگامی که نمونه ای از آن در حالت بخار تحریک می شود، نشان می دهد. بنابراین، برای تجزیه و تحلیل ساختمان یک عنصر ناشناخته طیف نما وسیله مفیدی است.

طیف یک گاز یا بخار مولکولی تحریک شده، دارای نوارهایی است که از تعداد زیادی خطوط مجزای نزدیک به هم تشکیل می شود (شکل ۴-۱۳). منشأ این نوارها به چرخش و ارتعاشات اتمهای موجود در یک مولکول، که به طریق الکترونیکی تحریک شده است، مربوط می شود. در این مورد، در یکی از فصلهای بعد بحث خواهد شد.

وقتی که نور سفید از میان یک گاز عبور می کند، گاز، بعضی از طول موجهایی را که در طیف نشرش حضور دارد، جذب می کند. طیف خطی جذبی حاصل حاوی زمینه روشنی



شکل (۴-۱۲) بعضی از خطوط اصلی در طیف‌های نشری ثیدروژن ، هلیوم و جیوه .



شکل (۴-۱۳) بخشی از طیف نواری PN



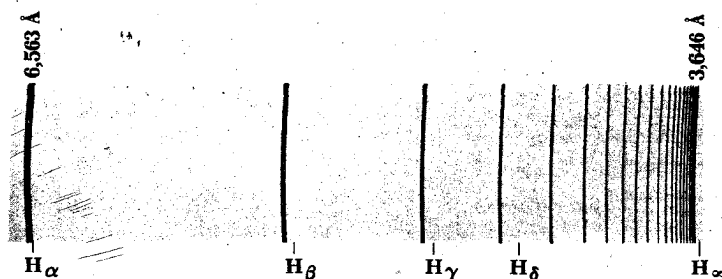
شکل (۴-۱۴) خطوط تاریک در طیف جذبی یک عنصر با خطوط روشن در طیف، نشری آن مطابقت دارد .

است که خطوطی تاریک آن را قطع کرده‌اند و این خطوط تاریک با طول موجهای محو شده مطابقت دارند (شکل ۴-۱۴) . طیفهای نشری از خطوطی روشن در زمینه‌ای تاریک تشکیل

می‌گردند. در طیف خورشیدی خطوطی تاریک موسوم به خطوط فرانیهوفر^۱ دیده می‌شود، زیرا بخش فروزان خورشید، که تقریباً "مطابق با پیش‌بینی‌های نظری در مورد جسمی که تا ۵۸۰۰ K گرم شده است تابش می‌کند، به وسیله پوششی از گاز سردتر احاطه شده که فقط طول موجهای معینی از نور را جذب می‌کند.

در نیمه دوم قرن نوزدهم کشف شد که طول موجهای موجود در طیفهای اتمی به دسته‌های معینی به نام سریهای طیفی تقسیم می‌شوند. طول موجهای هر یک از سریها را می‌توان به وسیله یک فرمول ساده تجربی مشخص کرد و میان فرمول‌هایی که برای سریهای مختلف تشکیل دهنده طیف کامل یک عنصر به کار می‌رود، تشابه قابل ملاحظه‌ای به چشم می‌خورد. اولین سریهای طیفی از این نوع در سال ۱۸۸۵ م. توسط جی. جی. بالمر^۲ ضمن مطالعه بخش قابل رؤیت طیف هیدروژن پیدا شد. شکل (۴-۱۵) سری بالمر را نشان می‌دهد. خطی که بلندترین طول موج را دارد، یعنی ۶۵۶۳ Å، به H_{α} و خط بعدی که طول موج آن ۴۸۶۱ Å است با H_{β} نشان داده می‌شود و غیره. هر چه طول موج کاهش یابد، مشاهده می‌شود که فاصله خطوط از هم کمتر و شدت آنها ضعیفتر می‌شود. آخرین خط که طول موج آن ۳۶۴۶ Å است، حد سری نامیده می‌شود که بعد از این خط، خطوط مجزا نیستند بلکه طیف پیوسته کم‌رنگی دیده می‌شود. برای طول موجهای این سریها فرمول بالمر عبارت است از:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad \text{بالمر} \quad (۴-۱۵)$$



شکل (۴-۱۵) سری بالمر هیدروژن

R به ثابت رید برگ^۱ مشهور می‌باشد و مقدار آن برابر است با :

$$R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \\ = 1.097 \times 10^{-3} \text{ \AA}^{-1}$$

$n=3$ برای خط H_α و $n=4$ برای خط H_β می‌باشد و غیره. به‌ازای $n=\infty$ حد سری به دست می‌آید، به طوری که طول موج آن $4/R$ می‌باشد که با نتیجه آزمایش سازگاری دارد.

سری بالمر فقط طول موجهای موجود در بخش مرئی طیف هیدروژن را شامل می‌شود. خطوط طیفی هیدروژن در نواحی فرابنفش و فروسرخ به سریهای متعدد دیگری تقسیم می‌شوند. در ناحیه فرابنفش سری لیمن^۲ طول موجهای مشخص شده به وسیله فرمول زیر را شامل می‌شود

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad \text{لیمن} \quad (16-4)$$

در ناحیه فروسرخ سه سری طیفی پیدا شده‌اند که طول موجهای خطوط تشکیل دهنده آنها به وسیله فرمولهای زیر مشخص می‌شوند.

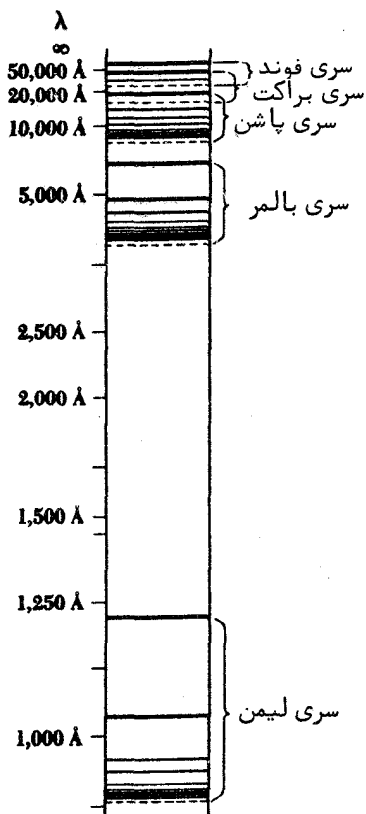
$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad \text{پاشن}^3 \quad (17-4)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 5, 6, 7, \dots \quad \text{براکت}^4 \quad (18-4)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 6, 7, 8, \dots \quad \text{فوند}^5 \quad (19-4)$$

در شکل (۱۶-۴) سری طیف هیدروژن برحسب طول موج ترسیم شده‌اند؛ ظاهراً "سری براکت روی سری پاشن و فوندرا می‌پوشانند. مقدار R همان اندازه‌ای است که در معادله‌های (۱۵-۴) تا (۱۹-۴) داشتیم.

وجود چنین نظم قابل‌ملاحظه‌ای در طیف هیدروژن و همچنین نظم مشابهی در طیفهای عناصر پیچیده‌تر، یک عامل تعیین کننده برای هر نظریه از ساختار اتمی را ایجاد می‌کند.



شکل (۴-۱۶) سری طیف ئیدروژن

۴-۷ اتم بوهر^۱

در بخش (۴-۵) دیدیم که اصول فیزیک کلاسیکی با پایداری مشاهده شده در اتم ئیدروژن مغایرت دارد. در این اتم، الکترون مجبور است به دور هسته بچرخد تا از کشیده شدن آن به داخل هسته جلوگیری شود و با وجود این باید دائما "انرژی الکترومغناطیسی تابش کند". از آنجا که سایر پدیده‌های ظاهرا "متناقض مانند پدیده^۲ فتوالکتریک و پراش الکترونها، برحسب مفاهیم کوانتومی توجیه می‌شوند، بهتر است در این مورد که آیا این روش کوانتومی در مورد اتم نیز صدق می‌کند یا نه، تحقیق کنیم. گرچه مسیری که به مدل بوهر از اتم ئیدروژن ختم می‌شود، همان مسیری نیست که بوهر در سال ۱۹۱۳ م. در پیش گرفت. این تاریخ یک دهه قبل از زمانی بود که دبروی مفهوم امواج وابسته به ماده را مطرح کرد - تمام نتایج یکسان است.

مطلب را با بررسی رفتار موجی یک الکترون در مداری دور یک هسته^۲ ئیدروژن شروع می‌کنیم. طول موج دبروی این الکترون عبارت است از:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

که سرعت الکترون از معادله^۳ (۴-۱۳) به دست می‌آید:

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

از این رو

$$\lambda = \frac{h}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r}{m}} \quad (4-20)$$

با قرار دادن مقدار $\frac{1}{m} = 1.0 \times 10^{-31} \text{ kg}$ برای شعاع r مدار الکترونی، طول موج الکترون به دست می‌آید.

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} \sqrt{\frac{4\pi \times (8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \times (5.3 \times 10^{-11} \text{ m})}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}}$$

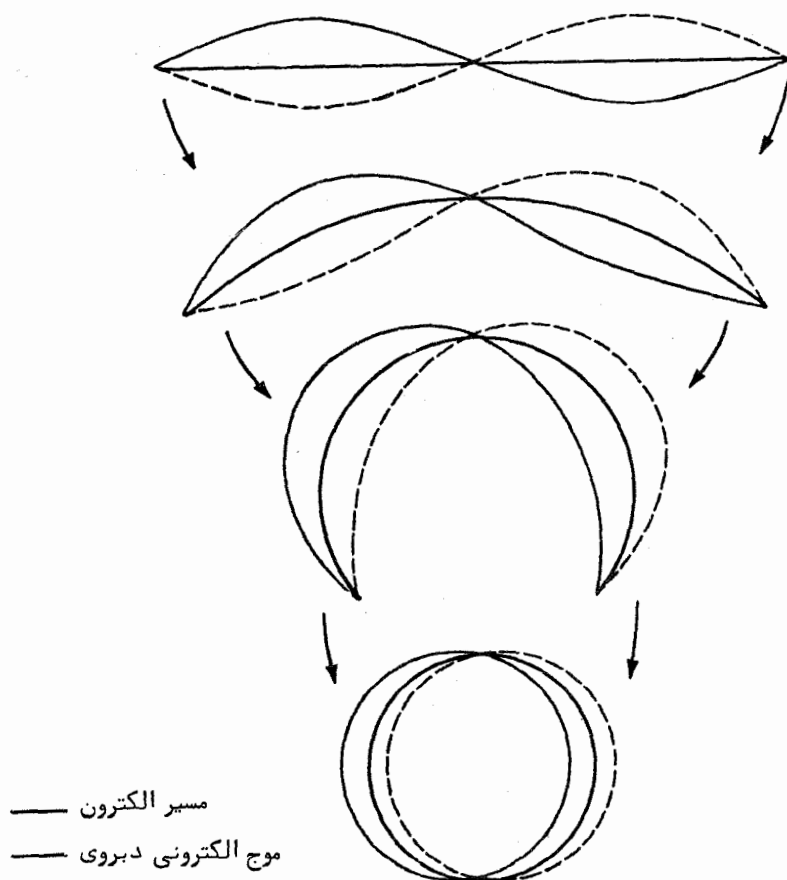
$$= 33 \times 10^{-11} \text{ m}$$

طول موج حاصل دقیقاً "با محیط مدار الکترون برابر است

$$2\pi r = 33 \times 10^{-11} \text{ m}$$

مدار الکترونی در یک اتم ئیدروژن با یک طول موج الکترونی کامل ملحق شده به خود مطابقت دارد (شکل ۴-۱۷).

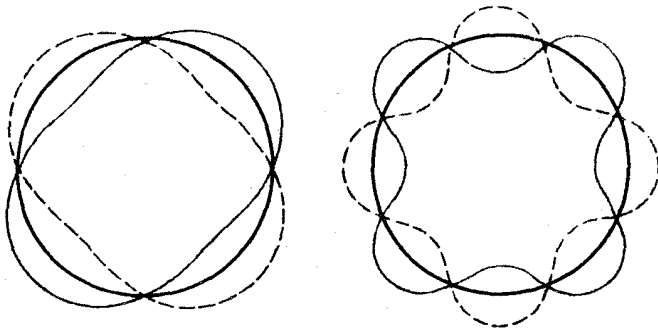
این حقیقت که مدار الکترونی در یک اتم ئیدروژن مساوی یک طول موج الکترونی روی محیط مدار است، کلیدی است که برای ساختن یک نظریه^۴ اتمی به آن نیاز داریم. اگر ارتعاشات یک حلقه^۵ سیمی را در نظر بگیریم (شکل ۴-۱۸)، بی می‌بریم که محیط حلقه همیشه مضرب صحیحی از طول موجهای آنها خواهد بود، به طوری که هر موج به آرامی به موج بعدی ملحق می‌شود. اگر سیم کاملاً "حالت فنریت می‌داشت، ارتعاشات بطور نامحدود ادامه می‌یافت. چرا این ارتعاشات تنها ارتعاشات ممکن در یک حلقه^۶ سیمی است؟ "تر محیط حلقه مضرب صحیحی از طول موجها نباشد، مانند شکل (۴-۱۹)، ضمن حرکت امواج به دور حلقه تداخل ویرانگری روی خواهد داد و ارتعاشات بسرعت محو خواهند شد. بنابراین



شکل (۴-۱۷) مدار الکترونی در یک اتم هیدروژن با موج الکترونی دبروی کامل ملحق شده به خود برابر است.

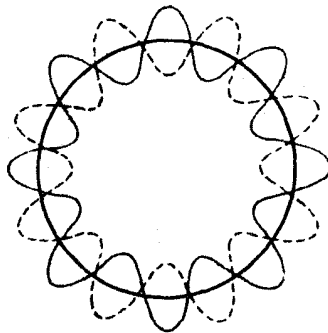
اگر رفتار امواج الکترون در اتم هیدروژن را با ارتعاشات یک حلقه سیم قابل قیاس بدانیم به این فرضیه می‌رسیم که: در صورتی یک الکترون می‌تواند دور هسته بچرخد که محیط مدار آن مضرب صحیحی از طول موج دبروی باشد.

چون طول موج الکترون از سرعت مداری مورد نیاز برای تعادل با نیروی جاذبه هسته ناشی می‌شود، این خصوصیات موجی و ذره‌ای الکترون را در یک عبارت منفرد ادغام می‌کند.



۲ طول موج = محیط

۴ طول موج = محیط



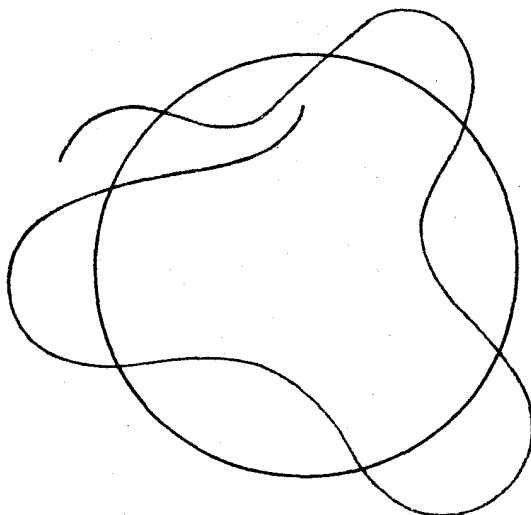
۸ طول موج = محیط

شکل (۴-۱۸) ارتعاشات یک حلقهٔ سیمی

گرچه ما هرگز نمی‌توانیم این خصوصیات متضاد را بطور همزمان مشاهده کنیم، ولی آنها در طبیعت جدایی ناپذیرند. گرچه بطور قطع قیاس بین یک الکترون اتمی و امواج ساکن شکل (۴-۱۸) آخرین مطلب این موضوع نیست، ولی این قیاس نشانگر گامی روشن به سوی نظریهٔ دقیقتر و وسیعتر اما انتزاعی‌تر کوانتم مکانیکی اتم است.

بیان این موضوع که یک مدار الکترونی حاوی مضرب صحیحی از طول موجهای دبروی می‌باشد، کار ساده‌ای است. محیط یک مدار الکترونی به شعاع r برابر است با $2\pi r$ و بنابراین چنانچه مدار پایدار باشد، معادلهٔ آن به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$n\lambda = 2\pi r_n \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (۴-۲۱) \quad \text{شرط لازم برای پایداری مدار}$$



شکل (۴-۱۹) اگر محیط مدار مضرب صحیحی از طول موجها نباشد، مدار پایدار نیست زیرا تداخل ویرانگری روی خواهد داد.

که در آن r_n شعاع مداری است که دارای n طول موج می باشد. عدد صحیح n را عدد کوانتمی مدار می نامند. با جایگزین کردن طول موج الکترون λ از معادله (۴-۲۰) داریم

$$\frac{nh}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r_n}{m}} = 2\pi r_n$$

و بنابراین مدارهای الکترونی ممکن آنهایی هستند که شعاعشان از فرمول زیر بدست آید.

$$r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{شعاع های مداری در اتم بوهلر} \quad (۴-۲۲)$$

شعاع داخلی ترین مدار به شعاع بوهلر اتم هیدروژن موسوم است و با علامت a_0 نشان داده می شود.

شعاع بوهلر

$$a_0 = r_1 = 5.292 \times 10^{-11} \text{ m} = 0.5292 \text{ \AA}$$

سایر شعاعها برحسب a_0 از فرمول زیر بدست می آیند .

$$r_n = n^2 a_0$$

بدین ترتیب ، فاصله بین مدارهای مجاور افزایش می یابد .

۴-۸ ترازهای انرژی و طیفها

مدارهای مجاز مختلف دارای انرژیهای الکترونی متفاوت می باشند . انرژی الکترون E_n برحسب شعاع مدار r_n از معادله (۴-۱۴) به دست می آید .

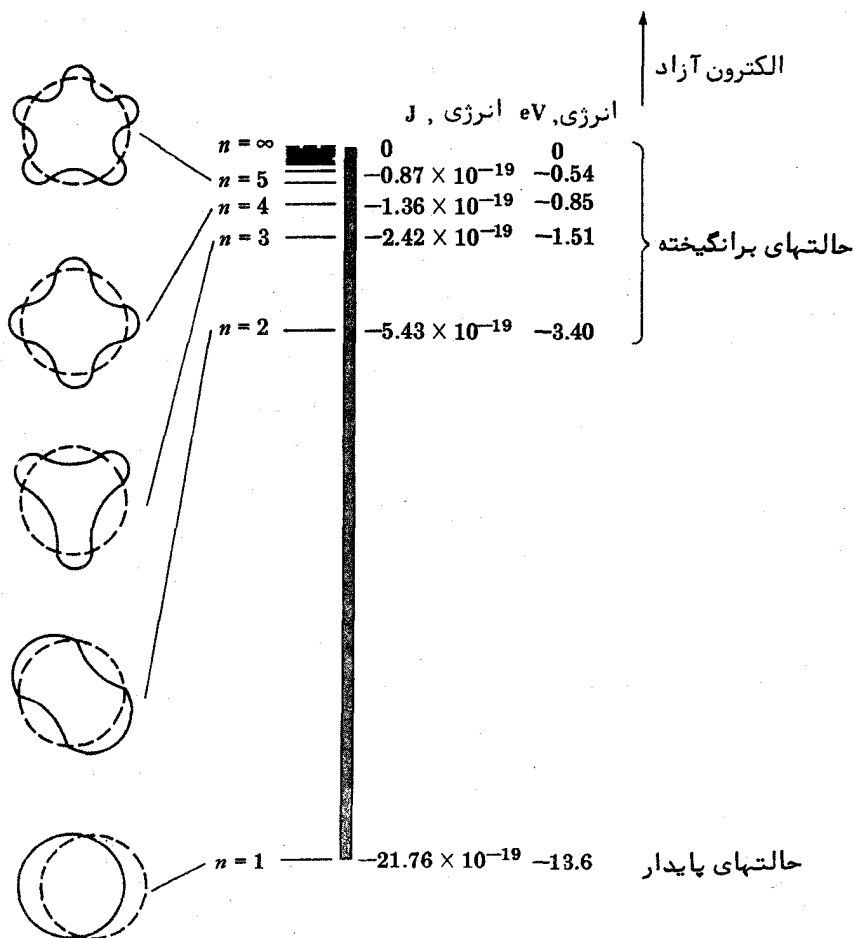
$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n}$$

به جای r_n . معادلش را از معادله (۴-۲۲) قرار می دهیم ، لذا داریم :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{ترازهای انرژی} \quad (۴-۲۳)$$

انرژیهای را که به وسیله معادله (۴-۲۳) مشخص می شوند ، ترازهای انرژی اتم هیدروژن می نامند و در شکل (۴-۲۵) رسم شده اند . این ترازها همگی منفی هستند که دال بر این است که الکترون برای فرار از اتم به قدر کافی انرژی ندارد . پایین ترین تراز انرژی E_1 را حالت پایدار اتم می نامند . و ترازهای بالاتر E_2, E_3, E_4, \dots را حالت های برانگیخته اتم می گویند . هر چه عدد کوانتومی افزایش یابد ، انرژی مربوط E_n به صفر نزدیکتر می شود ؛ در حد $E_\infty = 0, n = \infty$ می شود و در این حالت دیگر الکترون در قید هسته نیست تا اتمی را تشکیل دهد . (برای یک ترکیب الکترون - هسته ، انرژی مثبت بدان معنی است که الکترون در قید هسته نیست و برای این ترکیب شرایط کوانتومی برآورده نمی شود . البته واضح است که چنین ترکیبی یک اتم را شامل نمی شود)

ترتیب ترازهای انرژی نه تنها مشخصه اتم هیدروژن بلکه مشخصه تمام اتم ها است . مثل مورد یک ذره در یک جعبه ، محدود کردن یک الکترون به ناخیمای از فضا به محدودیتهایی درمورد توابع موجی آن منتهی می گردد که به نوبه خود انرژیهای ممکن را فقط به مقادیر مشخصی محدود می کند . وجود ترازهای انرژی اتمی نمونه ای دیگر از کوانتمش یادانه دانه ای کمیت های فیزیکی در مقیاس میکروسکوپی است . در زندگی روزمره ما ، ماده ، بار الکتریکی ، انرژی و مانند آن به نظر می رسد پیوسته باشند . در مقابل ، در دنیای اتم ، ماده از ذرات بنیادی که دارای جرمهای در حال سکون معینی هستند ، تشکیل می شود ؛ بار الکتریکی



شکل (۴-۲۰) ترازهای انرژی اتم هیدروژن

همیشه از حاصل چندین e^+ و e^- به وجود می‌آید؛ امواج الکترو مغناطیسی با بسامد ν به صورت جریان‌هایی از فوتون‌ها ظاهر می‌شوند که هر کدام انرژی $h\nu$ دارند و سیستم‌های پایدار ذرات، نظیر اتمها، تنها می‌توانند دارای انرژی‌های معینی باشند. همان‌طور که متوجه خواهیم شد سایر کمیتها در طبیعت نیز کوانتیزه می‌شوند و این کوانتمش برای این که به ماده اطراف ما خواص معینش را بدهد، به هر جنبه‌ای از چگونگی برهمکنش الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌ها وارد می‌شود.

اینک لازم است معادله‌هایی را که بسط داده‌ایم بطور تجربی بررسی کنیم. یک نتیجه:

خیلی برجسته که از آزمایش حاصل شده است این است که اتمها هم در تابش و هم در جذب، طیفهای خطی از خود نشان می دهند. آیا این طیفها از مدل بالا پیروی می کنند؟

حضور ترازهای انرژی مجزا و معین در اتم هیدروژن نشان دهنده ارتباط بین این ترازها با طیفهای خطی است. فرض کنیم موقعی که یک الکترون در حالت برانگیخته به حالت پایین تری سقوط می کند، انرژی از دست رفته به صورت یک تک فوتون نور گسیل می شود. بر طبق مدلها، الکترونها در یک اتم تنها می توانند در بعضی ترازهای معین انرژی قرار بگیرند. پرش الکترون از یک تراز به تراز دیگر، با توجه به این که اختلاف انرژی بین ترازها نه بتدریج بلکه به یکباره به صورت یک فوتون ظاهر می شود، با این مدل به خوبی توافق دارد. اگر عدد کوانتومی حالت اولیه (انرژی بیشتر) n_i و عدد کوانتومی حالت نهایی (انرژی کمتر) n_f باشد، می توان نوشت:

انرژی فوتون = انرژی نهایی - انرژی اولیه

$$E_i - E_f = h\nu \quad (۲۴-۴)$$

جایی که ν بسامد فوتون گسیل شده است.

حالات اولیه و نهایی اتم هیدروژن که اعداد کوانتومی مربوط به آنها n_i و n_f می باشد، دارای انرژیهایی هستند که از معادله (۲۳-۴) به دست می آیند.

$$E_i = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$E_f = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_f^2} \right)$$

از این رو، اختلاف انرژی بین این حالتها عبارت است از:

$$\begin{aligned} E_i - E_f &= \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(-\frac{1}{n_i^2} \right) - \left(-\frac{1}{n_f^2} \right) \\ &= \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \end{aligned}$$

بسامد ν فوتون آزاد شده در این انتقال برابر است با:

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{E_i - E_f}{h} \\ &= \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (۲۵-۴) \end{aligned}$$

از آن جا که $\lambda = c/\nu$ ، برحسب طول موج λ داریم .

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad \text{طیف هیدروژن} \quad (۲۶-۴)$$

معادله (۲۶-۴) بیان می‌کند که تابش گسیل شده توسط اتمهای هیدروژن برانگیخته باید دارای دلول موجهای مشخصی باشد. به علاوه، این طول موجها به دسته‌های معینسی تقسیم می‌شوند که به عدد کوانتمی n_f تراز انرژی نهایی الکترون بستگی دارند. چون همیشه عدد کوانتمی اولیه n_i باید از عدد کوانتمی نهایی n_f در هر حالت بزرگتر باشد، که انرژی اضافی وجود داشته باشد تا به صورت یک فوتون ظاهر شود، فرمولهای محاسبه شده برای پنج سری اول عبارتند از:

$$n_f = 1: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad \text{لیمن}$$

$$n_f = 2: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad \text{بالمر}$$

$$n_f = 3: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad \text{پاشن}$$

$$n_f = 4: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 5, 6, 7, \dots \quad \text{براکت}$$

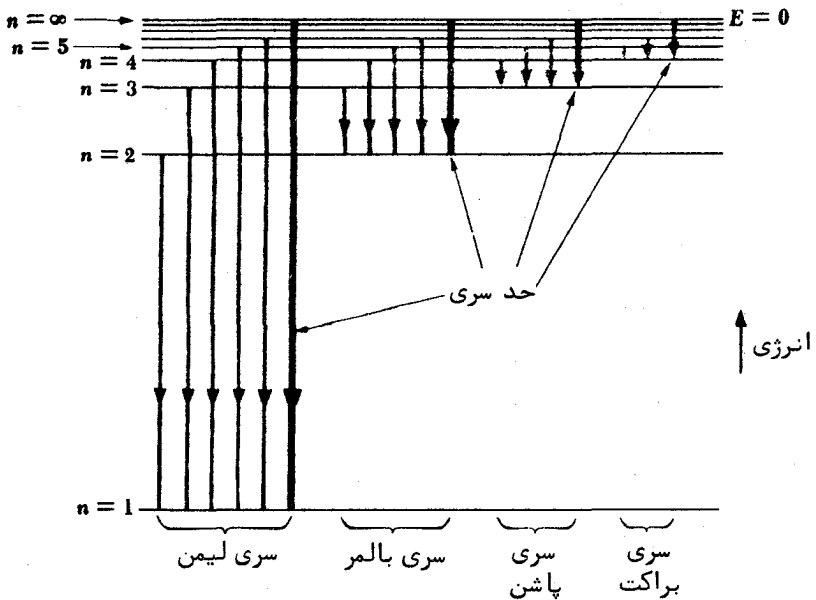
$$n_f = 5: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 6, 7, 8, \dots \quad \text{فوند}$$

این سریها از نظر شکل با سریهای طیفی تجربی که قبلاً "در مورد آنها بحث شده است یکسان هستند. اعداد کوانتمی $n_f = 1, n_f = 2, n_f = 3, n_f = 4, n_f = 5$ به ترتیب با سریهای لیمن، بالمر، پاشن، براکت و فوند مطابقت دارند.

با وجود این، ما هنوز نمی‌توانیم حکم خود را مبنی بر آن که طیف خطی هیدروژن بر اثر گذارهای الکترونی از حالت‌های پرا انرژی به حالت‌های کم انرژی به وجود می‌آید، ثابت شده تلقی کنیم. قدم نهایی این است که مقدار ثابت در معادله‌های بالا را با مقدار ثابت رید برگ R که از معادله‌های (۴-۱۵) تا (۴-۱۹) آمده است، مقایسه کنیم. این مقدار ثابت برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} &= \frac{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^4}{8 \times (8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})^2 \times (3 \times 10^8 \text{ m/s}) \times (6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^3} \\ &= 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

که در حقیقت با R مساوی است! بنابراین، این مدل اتم ئیدروژن که در اصل همان مدلی است که در سال ۱۹۱۳ م. توسط بوهر تکمیل شد (گرچه او در آن موقع به منظور جهت دادن به افکار خود به مفهوم امواج دبروی پی نبرده بود - رجوع کنید به سؤال ۱۲)، با تجربه مطابقت دارد. شکل (۴-۲۱) چگونگی رابطه بین خطوط طیفی ئیدروژن و ترازهای انرژی ئیدروژن را بطور ترسیمی نشان می‌دهد.



شکل (۴-۲۱) خطوط طیفی از گذارهای بین ترازهای انرژی سرچشمه می‌گیرند.

۹-۴ حرکت هسته‌ای

در تحلیل قبلی فرض بر این بود که هسته ئیدروژن (یک پروتون) ساکن است، در حالی که الکترون مداری به دور آن می‌چرخد. البته، آنچه که در واقع باید روی دهد این است که هسته و الکترون هر دو به دور مرکز جرمشان که خیلی به هسته نزدیک است، می‌چرخند، زیرا جرم هسته خیلی بیشتر از جرم الکترون می‌باشد (شکل ۴-۲۲). سیستمی از این نوع معادل یک ذره منفرد با جرم m' است که به دور موضع ذره سنگین‌تر می‌چرخد. (این هم ارزی در بیشتر متون مکانیک ثابت شده است؛ رجوع شود به بخش ۸-۶) اگر m جرم الکترون و M جرم هسته باشد، m' به طریق زیر به دست می‌آید.

$$m' = \frac{mM}{m + M} \quad (۲۷-۴)$$

کمیت m' را جرم کاهش یافته الکترون می نامند ، زیرا مقدار آن از m کمتر است .
 بنابراین ، برای این که حرکت هسته را در اتم هیدروژن به حساب آوریم ، کافی است که الکترون با ذره‌ای به جرم m' و بار $-e$ جایگزین شود . در این صورت ترازهای انرژی اتم عبارتند از :

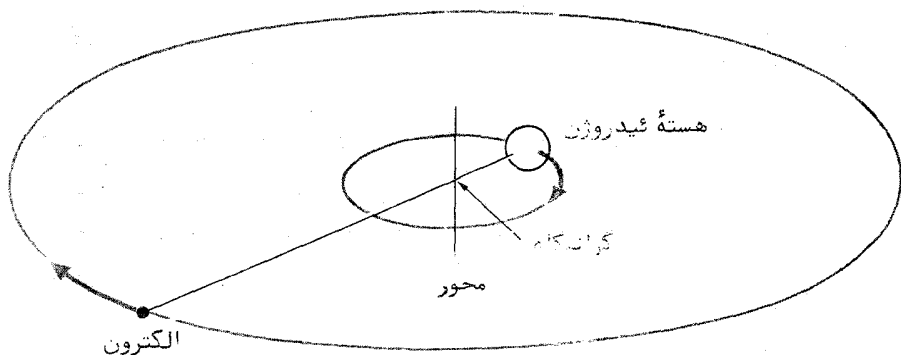
$$E_n = -\frac{m'e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad (۲۸-۴)$$

تمام ترازهای انرژی هیدروژن به واسطه حرکت هسته به نسبت زیر تغییر می کنند .

$$\frac{m'}{m} = \frac{M}{M + m} = \frac{1,836}{1,837} = 0.99945$$

این یک مقدار ۰/۰۵۵ درصد افزایش در انرژی را نشان می دهد ، چون انرژیها E_n از نظر قدر مطلق کوچکتر می شوند و بنابراین انرژی منفی کمتری را نشان می دهند . کاربرد معادله (۲۸-۴) به جای معادله (۲۳-۴) ، تناقض جزئی ولی قطعی بین طول موجهای پیش‌بینی شده خطوط طیفی مختلف هیدروژن و طول موجهای واقعی حاصل از طریق تجربی را از بین می برد . مقدار ثابت ریدبرگ R تا ۸ رقم مهم بدون تصحیح برای حرکت هسته‌ای عبارت است از $1/0.973731 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ؛ تصحیح برای حرکت هسته‌ای آن را به $1/0.967758 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ کاهش می دهد .

مفهوم جرم کاهش یافته در کشف دو تریوم^۱ سهم مهمی داشت ، دو تریوم ایزوتوپی^۲ است از هیدروژن که جرم اتمی آن بطور نسبه^۳ دقیق ۲ برابر جرم اتمی هیدروژن معمولی است و این به واسطه وجود یک نوترون و یک پروتون در هسته می باشد . تقریباً " در هر ۶۰۰۰ اتم هیدروژن ، یک اتم دو تریوم وجود دارد . چون اتم دو تریوم جرم هسته‌ای سنگینتری دارد ، خطوط طیفی آن در مقایسه با خطوط طیفی هیدروژن معمولی ، همگی به سمت طول موجهای کوتاهتر جابجا می شوند . مثلاً ، خط H_α دو تریوم که از گذار تراز انرژی از $n=3$ به $n=2$ ناشی می شود ، در طول موج $6/561 \text{ \AA}$ روی می دهد ، در حالی که خط H_α هیدروژن در $6/563 \text{ \AA}$ به وقوع می پیوندد . این اختلاف جزئی در طول موج سبب تشخیص دو تریوم در



شکل (۴-۲۲) الکترون و هسته اتم هیدروژن هردو به دور مرکز جرم مشترکی می چرخند.

سال ۱۹۳۲ م. شد.

۱-۴ تحریک اتمی

دو مکانیسم اصلی وجود دارد که می تواند یک اتم را تا تراز انرژی بالاتر از حالت پایدارش برانگیزد تا بدین طریق اتم قادر به تابش شود. یک مکانیسم، برخورد اتم با ذره دیگر است که در طی آن بخشی از انرژی جنبشی مشترکشان جذب اتم می شود. اتمی که به این طریق برانگیخته می شود بطور متوسط بعد از 10^{-8} ثانیه با گسیل یک یا چند فوتون به حالت پایدارش برمی گردد. برای تولید یک تخلیه الکتریکی در یک گاز منبسط یک میدان الکتریکی ایجاد می شود که موجب شتاب الکترونها و یونهای اتمی می شود تا وقتی که انرژی جنبشی آنها برای برانگیختن اتمهایی که بطور اتفاقی به آنها برخورد می کنند کافی باشد. چون گذار انرژی وقتی ذرات برخورد کننده هم جرم باشند پیشینه است، (رجوع شود به بخش ۱۳-۲)، در چنین تخلیه ای الکترونها در تهیه انرژی برای الکترونهای اتمی از یونها موثرترند. تابلوهای نئون و لامپهای بخار جیوه نمونه هایی آشنا هستند که نشان می دهند چگونه یک میدان الکتریکی قوی که بین الکترودها در یک لامپ حاوی گاز ایجاد شده به گسیل تابش طیفی مشخصی از آن گاز منتهی می شود، که برای نئون نور آن قرمز و برای بخار جیر -ور آن آبی است.

وقتی یک اتم یک فوتون نور جذب می کند و انرژی فوتون نور دقیقاً به اندازه ای است که برای انتقال اتم به سطح انرژی بالاتر کافی است، مکانیسم برانگیختگی متفاوتی وجود دارد. به عنوان مثال، یک فوتون با طول موج 1217\AA زمانی گسیل می شود که یک اتم هیدروژن از حالت $n=2$ به حالت $n=1$ نزول کند؛ بنابراین، یک اتم هیدروژن که فوتونی با



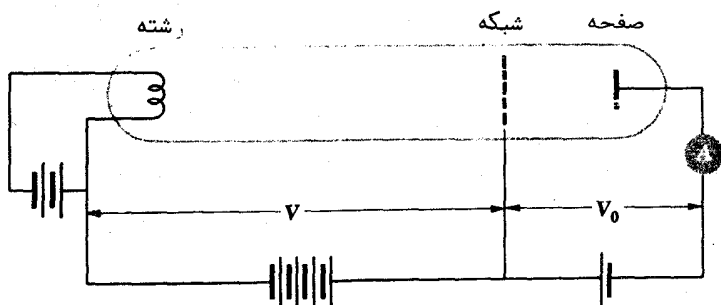
جریانهایی از پروتونها و الکترونها که از خورشید روانند ، اتمهای موجود در ناحیهء بالاتر جو را تحریک می کنند و در نتیجه سرخی شفق را به وجود می آورند . رنگ های سبز یک شفق از اکسیژن و رنگ های قرمز آن از اکسیژن و نیتروژن ناشی می شوند . این شفق در نواحی شمالی سوئد روی داده است .

طول موج 1217\AA را جذب می کند ، آن را از حالت اولیه $n = 1$ به حالت $n = 2$ می رساند . این فرآیند منشأ طیفهای جذبی را بیان می کند . هنگامی که نور سفید ، که تمام طول موجها را داراست ، از داخل گاز هیدروژن عبور می کند ، فوتونهای مربوط به طول موجهایی که با گذارهای میان ترازهای انرژی متناظرند ، جذب می شوند . اتمهای هیدروژن برانگیختهء حاصل ، انرژی برانگیختگی خود را به فوریت باز می تابانند ، اما این فوتونها در جهات مختلف آزاد می شوند و تنها تعدادی از آنها در همان جهت باریکهء اصلی نور سفید گسیل می شوند . بنابراین ، خطوط تاریک در یک طیف جذبی کاملاً " سیاه نیستند " ، بلکه در مقایسه با زمینهء روشن طیف تاریک به نظر می رسند . ما انتظار داریم که خطوط در طیف جذبی هر عنصر بر خطوط در طیف نشری آن که گذارها به حالت پایدار را نشان می دهد ، منطبق باشند ؛ امری که با مشاهده وفق دارد .

طیفهای اتمی ، تنها وسیله برای بررسی وجود ترازهای انرژی مجزا در داخل اتمها

نیستند. فرانک^۱ و هرتز^۲ یک سری آزمایشهایی را بر مبنای برانگیختن اتمها از راه برخورد که در سال ۱۹۱۴ م. آغاز شد به انجام رساندند. در حقیقت، این آزمایشها مستقیماً نشان دادند که ترازهای انرژی اتمی براساسی وجود دارند و علاوه بر آن ثابت کردند که این ترازها همانند ترازهایی هستند که به وسیله طیفهای خطی پیشنهاد شده است.

فرانک و هرتز با استفاده از دستگاهی شبیه آنچه که در شکل (۴-۲۳) نشان داده شده است، بخارهای عناصر مختلف را با الکترونهاهی که دارای انرژی معلومی بودند، بمبارد مان کردند. یک اختلاف پتانسیل کوچک V_0 بین شبکه و صفحه^۳ گیرنده وجود دارد به طوری که فقط الکترونهاهی با انرژیهای بیشتر از یک مقدار کمینه^۴ معین منجر به عبور جریان از درون آمپتر می شود. هر چه اختلاف پتانسیل V افزایش یابد، الکترونهاهی بیشتری به صفحه می رسند و جریان قویتر می گردد (شکل ۴-۲۴). اگر انرژی جنبشی در برخورد بین یک الکترون و یکی از اتمهای موجود در بخار، پایسته شود، الکترون صرفاً در جهتی غیر از جهت اولیه اش حرکت خواهد کرد.



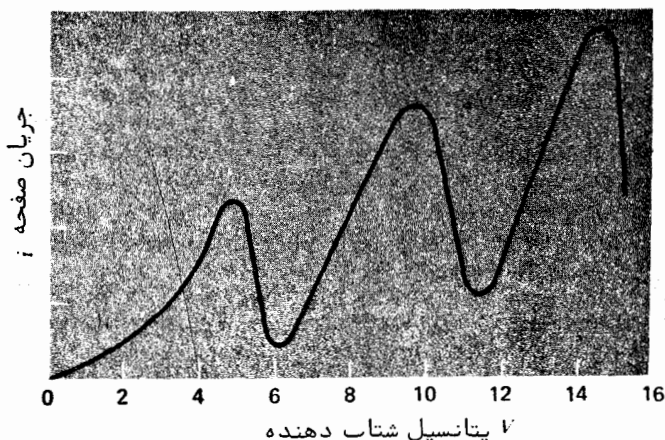
شکل (۴-۲۳) دستگاه مورد نظر برای آزمایش فرانک - هرتز.

چون یک اتم از یک الکترون خیلی سنگین تر است، الکترون تقریباً "هیچ انرژی جنبشی در این فرآیند از دست نمی دهد". در عین حال بعد از آن که یک انرژی بحرانی معینی فرا رسد، جریان صفحه ناگهان پایین می آید. توجیه پدیده فوق به این صورت است که یک الکترون در برخورد با یکی از اتمها مقداری یا تمامی انرژی جنبشیش را در برانگیختن اتم

1. Franck

2. Hertz

به یک تراز انرژی بالاتر از تراز انرژی حالت پایدارش به اتم می دهد . چنین برخوردی بر خلاف برخورد کشان که در آن انرژی جنبشی پایسته است ، برخورد ناکشان نامیده می شود . انرژی بحرانی الکترون مطابق با انرژی مورد نیاز برای تحریک اتم به پایین ترین حالت برانگشته اش می باشد .



شکل (۴-۲۴) نتایج آزمایش فرانک - هرتز که پتانسیل های بحرانی در بخار جیوه را نشان می دهند .

سپس ، هر چه پتانسیل شتاب دهنده V بیشتر شود ، جریان صفحه مرتباً افزایش می یابد زیرا الکترون ها در این وضعیت برای رسیدن به صفحه ، انرژی کافی برایشان باقی مانده است . سرانجام نزول تند دیگری در جریان صفحه i روی می دهد ، که از برانگیختن همان تراز انرژی در اتم دیگری ناشی می شود . همان طور که شکل (۴-۲۴) نشان می دهد ، برای یک نمونه اتم خاص یک سری از پتانسیل های بحرانی به این طریق به دست می آید . بدین ترتیب ، بالاترین پتانسیل ها از چندین برخورد غیر کشان ناشی می شوند و ضربی از پتانسیل های پایین تر می باشند .

فرانک و هرتز طیف های نشری بخارها را طی بمبارد مان الکترونی مشاهده کردند تا این توجیه را که پتانسیل های بحرانی از ترازهای انرژی مجزای اتمی ناشی می شوند ، امتحان کنند .

مثلاً در مورد بخار جیوه آنها متوجه شدند که کمینه انرژی الکترونی $4/9\text{eV}$ مورد نیاز

است تا خط طیفی جیوه با طول موج 2536\AA را برانگیزد و یک فوتون با طول موج 2536\AA دقیقاً $4/9\text{ eV}$ انرژی دارد. آزمایشهای فرانک - هرتز اندکی بعد از اعلام نظریه بوهردر مورد اتم عیدروژن انجام شدند و مستقلاً "ایده اساسی بوهردر مورد تأیید قرار دادند."

۴-۱۱ اصل تطابق

اصول فیزیک کوانتومی با اصول فیزیک کلاسیک، در دنیای میکروسکوپی که حواس را بدان راه نیست خیلی تفاوت دارد، با وجود این در حوزه‌ای که تجربه نشان می‌دهد فیزیک کلاسیک معتبر است، باید نتایجی که از اصول فیزیک کوانتومی حاصل می‌شود با نتایج حاصل از اصول فیزیک کلاسیک یکسان باشد. ما قبلاً "دیدهایم که این نیاز اساسی به وسیله نظریه نسبیت، نظریه کوانتومی تابش و نظریه موجی ماده تأمین می‌شود؛ اکنون متوجه خواهیم شد که نظریه بوهردر نیز این نیاز را تأمین می‌کند."

بر طبق نظریه الکترومغناطیسی، الکترونی که در یک مدار دایره‌ای حرکت می‌کند امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کند که بسامدهایشان با بسامد چرخشی الکترون و هارمونیک‌های (یعنی، مضرب‌های صحیح) آن بسامد برابر هستند. در یک اتم عیدروژن، تندی الکترون برابر است با:

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

بر طبق معادله (۴-۱۳) که در آن r شعاع مدار الکترون است. از این رو، بسامد گردش f الکترون عبارت است از:

$$f = \frac{\text{تندی الکترون}}{\text{محیط مدار}} = \frac{v}{2\pi r}$$

$$= \frac{e}{2\pi \sqrt{4\pi\epsilon_0 m r^3}}$$

شعاع r_n یک مدار پایدار برحسب عدد کوانتومی n از معادله (۴-۲۲) به دست می‌آید.

$$r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

و بنابراین بسامد چرخشی برابر است با:

$$f = \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{2}{n^3} \right)$$

در چه شرایطی اتم بوهر باید بطور کلاسیک عمل کند؟ اگر مدار الکترونی به قدری بزرگ باشد که به ما این امکان را بدهد که بطور مستقیم آن را اندازه گیری کنیم، پدیده های کوانتمی باید تماما "نامعلوم باشند". مثلاً، اگر قطر مدار ۱ سانتی متر باشد، آن مدار دارای این مشخصات است؛ عدد کوانتمی آن خیلی به $n=10000$ نزدیک است و ضمن این که اتمهای ئیدروژن تا این حد بزرگ نمی توانند وجود داشته باشند، زیرا انرژی آنها فوق العاده نزدیک به انرژی یونیزاسیون خواهد بود، ولی از نظر تئوری منع نشده اند. نظریه بوهر در مورد تابش چنین اتمی چه چیزی را پیش بینی می کند؟ برطبق معادله (۴-۲۵)، یک اتم ئیدروژن که از تراز انرژی n_i به تراز انرژی n_f سقوط می کند، فوتونی گسیل می دارد که بسامدش عبارت است از:

$$\nu = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

اجازه دهید به جای عدد کوانتمی اولیه n_i و به جای عدد کوانتمی نهایی n_f ، $n-p$ (جایی که ۳۰۰ و ۲ و ۱ $p=$) را بنویسیم. لذا با این جانشین سازی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left[\frac{1}{(n-p)^2} - \frac{1}{n^2} \right] \\ &= \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left[\frac{2np - p^2}{n^2(n-p)^2} \right] \end{aligned}$$

اکنون، هنگامی که مقادیر n_i و n_f خیلی بزرگ باشند، n از p خیلی بزرگتر خواهد شد و

$$\begin{aligned} 2np - p^2 &\approx 2np \\ (n-p)^2 &\approx n^2 \end{aligned}$$

بنابراین

$$\nu = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{2p}{n^3} \right) \quad (۴-۳۰)$$

هرگاه $p=1$ باشد، بسامد ν تابشی دقیقاً همانند بسامد چرخشی f الکترون مدار که در معادله (۴-۲۹) داده شده است، خواهد بود. هارمونیک های این بسامد موقعی تابیده می شوند که ۰۰ و ۴ و ۳ و ۲ $p=$ باشد. از این رو، تصاویر کلاسیکی و کوانتمی اتم ئیدروژن به ازای مقادیر خیلی بزرگ اعداد کوانتمی پیش بینی های یکسانی را ارائه می دهند. هرگاه $n=2$ باشد، معادله (۴-۲۹) یک بسامد تابشی پیش بینی می کند که با بسامد حاصل از معادله (۴-۲۵) تا حدود ۳۰۰ درصد تفاوت دارد، در حالی که اگر $n=10000$ باشد،

اختلاف فقط در حدود ۰/۰۱ درصد خواهد بود.

این الزام که فیزیک کوانتمی در محدودهٔ مقادیر کوانتمی بزرگ همان نتایج فیزیک کلاسیک را به دست دهد، از سوی بوهر اصل تطابق نامیده شد. این اصل در پیشرفت نظریهٔ کوانتمی ماده نقش مهمی ایفا کرده است.

مسائل

- ۱- فرمول پراکندگی راترفورد در زاویه‌های پراکندگی خیلی کوچک با داده‌های به دست آمده از طریق آزمایش سازگاری ندارد. آیا می‌توانید دلیلی برای آن بیان کنید؟
- ۲- نشان دهید که احتمال برای یک پروتون با انرژی 2 MeV که در حین عبور از یک ورقهٔ نازک بیشتر از یک زاویهٔ مشخص پراکنده شود مساوی احتمال برای یک ذرهٔ آلفا با انرژی 4 MeV در همان شرایط است.
- ۳- یک ذرهٔ آلفا با انرژی 5 MeV به یک هستهٔ طلا با پارامتر برخورد $13 - 2/6 \times 10^{-13}\text{ m}$ نزدیک می‌شود. ذره با چه زاویه‌ای پراکنده خواهد شد؟
- ۴- مطلوبست محاسبهٔ پارامتر برخورد یک ذرهٔ آلفا با انرژی 5 MeV که هنگامی که به یک هستهٔ طلا نزدیک می‌شود با زاویهٔ پراکندگی 10° پراکنده می‌شود؟
- ۵- باریکه‌ای از ذرات آلفا با انرژی $7/7\text{ MeV}$ بر روی یک ورقهٔ طلا به ضخامت $3 \times 10^{-7}\text{ m}$ می‌تابد. چه کسری از این باریکه با زاویه‌ای کمتر از 10° پراکنده می‌شود؟
- ۶- باریکه‌ای از ذرات آلفا با انرژی $7/7\text{ MeV}$ به یک ورقهٔ طلا به ضخامت $3 \times 10^{-7}\text{ m}$ می‌تابد. چه کسری از این باریکه با زاویهٔ 90° یا بیشتر پراکنده می‌شود؟
- ۷- نشان دهید که تعداد ذرات آلفایی که به وسیلهٔ یک ورقهٔ بین زوایای 60° و 90° پراکنده می‌شوند، دو برابر تعداد ذراتی خواهد بود که با زاویهٔ 90° یا بیشتر پراکنده می‌شوند.
- ۸- باریکه‌ای از ذرات آلفا با انرژی $8/3\text{ MeV}$ به یک ورقهٔ آلومینیومی می‌تابد. پی‌برده می‌شود که فرمول پراکندگی راترفورد در مورد پراکندگی‌هایی با زاویهٔ بیش از 60° صادق نیست. اگر شعاع ذرهٔ آلفا به حد کافی کوچک فرض شود به طوری که در این جا بتوان از آن صرف‌نظر کرد، مطلوبست محاسبهٔ شعاع هستهٔ آلومینیوم.
- ۹- نزدیکترین فاصله‌ای را که پروتون‌هایی با انرژی 1 MeV به هسته‌های طلا می‌توانند نزدیک شوند، معین کنید؟
- ۱۰- بسامد چرخشی الکترون را در مدل کلاسیکی اتم ئیدروژن پیدا کنید. امواج الکترو مغناطیسی با این بسامد در چه ناحیه‌ای از طیف قرار می‌گیرند؟

۱۱- شدت میدان الکتریکی در فاصله r از مرکز یک کره با بار الکتریکی یکنواخت به شعاع R و بار کل Q هنگامی که $r < R$ باشد، برابر است با $\frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$. چنین کره‌ای با مدل اتمی تامسون مطابق است. نشان دهید که یک الکترون در این کره حرکت هارمونیک ساده‌ای حول مرکز کره انجام می‌دهد و برای بسامد این حرکت، فرمولی به دست آورید. در مورد اتم ئیدروژن، بسامد نوسانات الکترونی را پیدا کنید و آن را با بسامدهای خطوط طیفی ئیدروژن مقایسه کنید.

۱۲- بوهر که فرضیهٔ دبروی را برای جهت دادن به افکار خود در اختیار نداشت با این فرض که اندازه حرکت زاویه‌ای یک الکترون مداری باید مضرب صحیحی از h باشد، به مدلش دست پیدا کرد. نشان دهید که این فرضیه به معادلهٔ (۴-۲۱) منتهی می‌شود.

۱۳- با محاسبهٔ عدم قطعیت در اندازه حرکت یک الکترون محبوس در ناحیه‌ای با بعد خطی a و با مقایسهٔ این عدد با اندازه حرکت یک الکترون در یک مدار پایدار بوهر، ثابت کنید که مدل بوهر در مورد اتم ئیدروژن با اصل عدم قطعیت مغایرتی ندارد.

۱۴- مطلوبست محاسبهٔ عدد کوانتمی که مشخصهٔ مدار زمین به دور خورشید است. جرم زمین $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ، شعاع مدار آن $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ و تندی مدار آن $3 \times 10^4 \text{ m/s}$ است.

۱۵- در چه دمایی متوسط انرژی جنبشی مولکولی در ئیدروژن گازی برابر انرژی پیوندی یک اتم ئیدروژن خواهد شد؟

۱۶- طول موج یک خط طیفی مربوط به گذار از حالت $n=6$ به حالت $n=3$ در اتم ئیدروژن را پیدا کنید.

۱۷- طول موج یک فوتون گسیل شده را برای رسیدن یک اتم ئیدروژن از حالت $n=10$ به حالت پایدارش پیدا کنید.

۱۸- مطلوبست محاسبهٔ انرژی لازم برای خارج کردن یک الکترون در حالت $n=2$ از یک اتم ئیدروژن.

۱۹- باریکه‌ای از الکترون‌ها، اتمهای ئیدروژن را بمبارد می‌کنند. اگر اولین خط از سریهای بالمر گسیل شود، در چه اختلاف پتانسیلی الکترون‌ها شتاب گرفته‌اند؟

۲۰- یک اتم ئیدروژن برانگیخته در برگشت به حالت پایدار فوتونی با طول موج $1025/5 \text{ \AA}$ گسیل می‌دارد. عدد کوانتمی حالت برانگیخته را پیدا کنید؟

۲۱- یک الکترون اتم ئیدروژن در حالت $n=2$ قبل از این که به حالت $n=1$ سقوط کند چند دور می‌چرخد؟ (عمر متوسط حالت برانگیخته تقریباً 10^{-8} است)

۲۲- یک اتم برانگیخته با جرم m و تندی اولیهٔ v یک فوتون را در جهت حرکتش گسیل می‌دارد. اگر $v \ll c$ باشد، از این اصل که اندازه حرکت خطی و انرژی هر دو باید پایسته

شوند استفاده کنید تا نشان دهید که بسامد فوتون به اندازه $\Delta\nu/\nu \approx v/c$ بیشتر از حالتی است که اگر اتم در حالت سکون قرار می‌داشت. (رجوع شود به سؤاله ۱۰ فصل یک)

۲۳- هرگاه یک اتم برانگیخته فوتونی گسیل دارد، اندازه حرکت خطی فوتون باید به وسیله اندازه حرکت پس زنی اتم به حال موازنه درآید. در نتیجه، مقداری از انرژی برانگیختگی اتم به انرژی جنبشی پس زنی تبدیل می‌شود. (الف) معادله (۴-۲۴) را تصحیح کنید تا این پدیده را شامل شود. (ب) نسبت بین انرژی پس زنی اتم و انرژی فوتون را در گذار از حالت $n=2$ به $n=3$ در اتم هیدروژن که برای آن $E_f - E_i = 1/9 \text{ eV}$ می‌باشد، پیدا کنید. آیا این یک اثر مهم است؟

۲۴- نشان دهید که بسامد فوتون گسیل شده به وسیله یک اتم هیدروژن در گذار از تراز $n+1$ به تراز n همیشه بینابین بسامدهای چرخشی الکترون در مدارهای مربوط به این ترازها است.

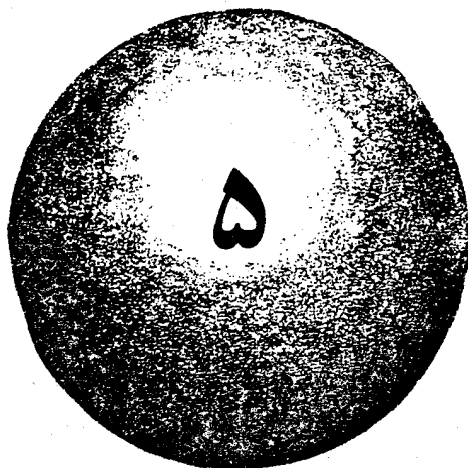
۲۵- ترکیبی از هیدروژن معمولی و تریتیوم، یک ایزوتوپ هیدروژن که هسته‌اش سه برابر سنگینتر از هسته هیدروژن معمولی است، تحریک و طیف آن مشاهده می‌شود. خطوط H_α از نوع هیدروژن چقدر از هم فاصله دارند؟

۲۶- یک میون μ^- (به جرم $m_\mu = 207 m_e$) به وسیله پروتونی جذب می‌شود تا تشکیل یک "اتم میونی" بدهد. شعاع اولین مدار بوهر چنین اتمی را پیدا کنید.

۲۷- یک میون μ^- در حالت $n=2$ یک اتم میونی قرار دارد. انرژی تابشی را هنگامی که اتم میونی به حالت پایدارش می‌رسد، پیدا کنید.

۲۸- یک اتم پوزیترونیم سیستمی است که از یک پوزیترون (الکترون مثبت) و یک الکترون تشکیل می‌شود. (الف) طول موج فوتون گسیل شده در گذار از $n=3$ به $n=2$ در پوزیترونیم را با طول موج خط H_α مقایسه کنید. (ب) انرژی یونیزاسیون در پوزیترونیم با انرژی یونیزاسیون در هیدروژن مقایسه کنید.

۲۹- (الف) برای ترازهای انرژی یک اتم هیدروژن وار فرمولی به دست آورید. اتم هیدروژن وار یک یون نظیر He^+ یا Li^{2+} است که بار هسته‌اش $+Ze$ و دارای یک تک الکترون می‌باشد. (ب) ترازهای انرژی یون He^+ را رسم کنید و آنها را با ترازهای انرژی اتم H مقایسه کنید (ج) یک الکترون به هسته هلیوم متصل می‌شود تا یک یون He^+ تشکیل دهد. اگر فرض شود که الکترون در هنگام ترکیب با هسته هیچ انرژی جنبشی نداشته باشد، طول موج فوتون گسیل شده در این فرآیند را پیدا کنید.



مکانیک کوانتومی

- ۱-۵ مقدمه‌ای بر مکانیک کوانتومی
- ۲-۵ معادله موج
- ۳-۵ معادله شرودینگر: شکل وابسته به زمان
- ۴-۵ مقادیر مورد انتظار
- ۵-۵ معادله شرودینگر: شکل حالت پایدار
- ۶-۵ ذره در یک جعبه
- ۷-۵ بازتاب و انتقال به وسیله یک سد
- ۸-۵ اثر تونل
- ۹-۵ نوسان کننده هماهنگ

مکانیک کوانتومی

گرچه نظریه اتمی بوهر که می‌توان آن را بیش از آنچه در فصل قبل مطرح شد، توسعه داد قادر به توضیح بسیاری از جنبه‌های پدیده‌های اتمی است ولی دارای یک سری محدودیت‌های جدی نیز می‌باشد. به عنوان مثال نظریه بوهر نمی‌تواند علت شدیدتر بودن بعضی از خطوط طیفی معین را نسبت به سایر خطوط بیان کند (یعنی، این که چرا بعضی گذارها بین ترازهای انرژی احتمال وقوع بیشتری از سایرین دارند) و به علاوه نمی‌تواند علت این واقعیت را که بسیاری از خطوط طیفی در واقع متشکل از چندین خط مجزا هستند که طول موج آنها اندکی با هم فرق دارد، توضیح دهد. شاید مهمترین مسأله این باشد که این نظریه به ما اجازه نمی‌دهد آنچه را که یک نظریه موفق واقعی اتم امکان‌پذیر می‌سازد، به دست آوریم: درکی از چگونگی برهمکنش اتمهای منفرد با یکدیگر برای تولید مجموعه‌های ماکروسکوپی ماده با خواص فیزیکی و شیمیایی که مشاهده می‌کنیم.

این ایرادها که بر نظریه بوهر وارد است هیچ‌گاه با یک روش خصمانه مطرح نمی‌شوند، زیرا این نظریه یکی از کارهای اساسی است که باعث دگرگونی اندیشه‌های علمی شده است و بیشتر تأکید بر این نکته است که نگرشی به پدیده‌های اتمی که کلیت بیشتری داشته باشد، مورد نیاز است. چنین نگرشی در سال ۱۹۲۶ - ۱۹۲۵ م. توسط اروین شرودینگر، ورنر هایزنبرگ^۱ و چند نفر دیگر تحت نام شایسته "مکانیک کوانتومی" توسعه پیدا کرد. تا اوایل دهه ۱۹۳۰ م. کاربرد مکانیک کوانتومی در مسائل مربوط به هسته‌ها، اتمها، مولکولها و ماده در حالت جامد، درک مجموعه وسیعی از اطلاعات را که در غیر این صورت کاملاً گیج‌کننده می‌بود، ممکن ساخت و به علاوه به پیش‌بینی‌هایی با دقت قابل توجه نیز منجر شد.

۵-۱ مقدمه‌ای بر مکانیک کوانتومی

اختلاف اساسی بین مکانیک نیوتنی و مکانیک کوانتومی در چیزی است که این دو توصیف می‌کنند. در مکانیک نیوتنی، مشخصات آینده یک ذره کاملاً "به وسیله موقعیت اولیه‌اش و

اندازه حرکت آن به اضافه نیروهایی که بر آن اعمال می‌شوند، تعیین می‌گردد. در دنیای ماکروسکوپی همه این کمیتها را می‌توان با دقت کافی برای پیش‌بینی‌های مکانیک نیوتنی که با مشاهده سازگار باشند، تعیین کرد.

مکانیک کوانتومی رابطه بین کمیت‌های قابل مشاهده را نیز مطرح می‌کند، ولی اصل عدم قطعیت می‌گوید که طبیعت یک کمیت قابل مشاهده در حوزه اتمی متفاوت است. علت و معلول هنوز در مکانیک کوانتومی به یکدیگر مربوط می‌شوند، اما بیان نقش آنها مستلزم تفسیر دقیقی است. در مکانیک کوانتومی، نوع قطعیت در باره خصوصیات آینده مکانیک نیوتنی غیر ممکن است زیرا موقعیت اولیه و اندازه حرکت یک ذره را نمی‌توان با دقت کافی تعیین کرد؛ آینده ناشناخته است زیرا حال معلوم نیست. مثال زیر این نکته را روشن می‌کند.

مسأله: در زمان معینی، موقعیت یک الکترون، محدود به حرکت در جهت محور x با دقت $\pm 1 \text{ \AA}$ تعیین می‌شود. خطا در موقعیت الکترون را یک ثانیه بعد پیدا کنید.

حل: خطای اندازه حرکت الکترون در جهت x عبارت است از:

$$\Delta p = \frac{h}{2\Delta x_0}$$

که در آن $\Delta x_0 = 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$. بدین ترتیب سرعت الکترون به اندازه مقدار زیر نامشخص است.

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{h}{2m \Delta x_0}$$

بعد از زمان $t = 1 \text{ s}$ این خطا در سرعت منجر به خطایی در موقعیت الکترون به اندازه

$$\begin{aligned} \Delta x &= \Delta v \times t = \frac{ht}{2m \Delta x_0} = \frac{(1.054 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \times (1 \text{ s})}{2 \times (9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (10^{-10} \text{ m})} \\ &= 5.8 \times 10^5 \text{ m} \end{aligned}$$

می‌شود. این مقدار 580 km یا 360 مایل است! (گروه موج باریک اولیه به شکل یک گروه موج خیلی عریض‌تر منتشر شده است، زیرا سرعت‌های فاز امواج ترکیب شده، با عدد موجی تغییر می‌کنند و حوزه وسیعی از اعداد موجی باید وجود داشته باشند تا یک گروه موج اولیه باریک از آنها به وجود آید. (به شکل ۳-۱۲) رجوع شود.)

کمیت‌هایی که روابط میان آنها را مکانیک کوانتومی کشف می‌کند، احتمالات هستند. به عنوان مثال، به جای اظهار این مطلب که شعاع مدار الکترون در یک اتم هیدروژن در حالت پایدار همیشه بطور دقیق 1.05×10^{-10} م است، مکانیک کوانتومی بیان می‌کند که این محتمل‌ترین شعاع است؛ اگر آزمایش مناسبی انجام دهیم، نتیجه غالباً "حاصلی کوچکتر یا بزرگتر از این مقدار به دست خواهد داد، ولی مقداری که با بیشترین احتمال می‌تواند پیدا شود 1.05×10^{-10} م خواهد بود.

در نگاه اول به نظر می‌رسد که مکانیک کوانتومی جایگزین ضعیفی برای مکانیک نیوتنی باشد، اما تعمق بیشتر حقیقت شگفت‌آوری را روشن می‌سازد: مکانیک نیوتنی چیزی جز تفسیری تقریبی از مکانیک کوانتومی نیست. امور مسلم ادعا شده از سوی مکانیک نیوتنی تصویری هستند و دلیل سازگاری آنها با تجربه از این واقعیت ناشی می‌شود که تعداد اتمهای منفرد تشکیل دهنده اجسام میکروسکوپی آن قدر زیادند که انحرافهای آنها از مقدار میانگین قابل توجه نیست. به جای دو مجموعه از اصول فیزیکی، یکی برای جهان ماکروسکوپی و یکی برای جهان میکروسکوپی فقط یک مجموعه واحد وجود دارد و مکانیک کوانتومی حداکثر تلاش ما را تاکنون در فرموله کردن آن نشان می‌دهد.

۲-۵ معادله موج

همان‌طور که در فصل ۳ ذکر شد، کمیتی که مکانیک کوانتومی راجع به آن صحبت می‌کند، تابع موج ψ یک جسم است. ضمن این که ψ خود تعبیر فیزیکی ندارد، مجذور قدر مطلق آن $|\psi|^2$ (یا $\psi^* \psi$ اگر مختلط باشد) که در یک مکان و زمان خاص محاسبه شده، متناسب است با احتمال پیدا کردن جسم در آن مکان و زمان مشخص. اندازه حرکت خطی، اندازه حرکت زاویه‌ای و انرژی جسم کمیت‌های دیگری هستند که می‌توان آنها را از ψ به دست آورد. مسأله مکانیک کوانتومی تعیین ψ برای یک جسم است وقتی که آزادی حرکت جسم توسط اعمال نیروهای خارجی محدود شود.

حتی قبل از این که وارد محاسبه واقعی ψ بشویم، می‌توانیم بعضی شرایطی را که همیشه توسط ψ برقرار است، مشخص کنیم. چون $|\psi|^2$ متناسب با احتمال P یافتن جسم توصیف شده به وسیله ψ است، اسکالر $|\psi|^2$ در تمام فضا بایستی مقدار معینی باشد در هر حال جسم در یک جایی است. اگر

$$\int_V |\psi|^2 dV = 0$$

در هر جایی وجود ندارد، و اسکالر به وضوح نمی‌تواند باشد وهور مفهومی داشته باشد: $|\psi|^2$ با

توجه به تعریفی که برای آن کردیم، نمی‌تواند منفی یا مبهم باشد، بنابراین تنها امکانی که باقی می‌ماند این است که اگر قرار است ψ یک جسم واقعی را درست توصیف کند، انتگرال آن باید مقدار معینی باشد.

معمولاً "آسانتر است که $|\psi|^2$ را با احتمال P یافتن ذره^۲ توصیف شده به وسیله ψ مساوی بگیریم تا این که فقط آن را متناسب با P در نظر بگیریم. اگر $|\psi|^2$ برابر P باشد، پس عبارت زیر باید درست باشد که:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 1 \quad \text{هنجار سازی} \quad (۱-۵)$$

چون

$$\int_{-\infty}^{\infty} P dV = 1$$

یک بیان ریاضی است که ذره در تمام زمانها در جایی وجود دارد؛ جمع کل احتمالات ممکن بایستی یک مقدار قطعی باشد. یک تابع موج را که از معادله (۱-۵) متابعت کند، بهنجار شده می‌گویند. هر تابع موج قابل قبول را می‌توان با ضرب کردن در یک مقدار ثابت مناسب بهنجار کرد؛ چگونگی انجام این عمل را بزودی خواهیم دید.

ψ علاوه بر قابلیت بهنجار شدن بایستی تک مقدار باشد، زیرا می‌تواند در یک مکان و زمان خاص فقط یک مقدار داشته و پیوسته باشد. ملاحظات اندازه حرکت ایجاب می‌کند که مشتقات جزئی $\partial\psi/\partial x$ ، $\partial\psi/\partial y$ ، $\partial\psi/\partial z$ محدود، پیوسته و تک مقدار باشند. فقط توابع موجی که دارای این خواص هستند می‌توانند هنگامی که در محاسبات به کار برده می‌شوند از نظر فیزیکی نتایج معنی داری به دست دهند، بنابراین تنها چنین توابع موجی "خوشرفتار" به عنوان بیانهای ریاضی اجسام واقعی قابل قبول می‌باشند.

معادله شرودینگر، که معادله اصلی مکانیک کوانتمی است، همان طور که قانون دوم حرکت معادله اصلی مکانیک نیوتنی است، یک معادله موج با متغیر ψ است. قبل از آن که به معادله شرودینگر بپردازیم، معادله موج را مرور می‌کنیم.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \text{معادله موج} \quad (۲-۵)$$

که حاکم بر موجی است که کمیت متغیرش y است که با سرعت v در جهت x انتشار می‌یابد. در حالت یک موج در یک طناب کشیده، y جابجایی طناب از محور x ، در حالت یک موج صوتی اختلاف فشار و در حالت موج نوری y بزرگی میدان الکتریکی یا میدان مغناطیسی

است. معادله موج فوق در کتابهای مکانیک برای امواج مکانیکی و در کتابهای الکتریسته و مغناطیس برای امواج الکترومغناطیسی به کار می‌رود.

معادله موج ممکن است دارای چندین نوع حل باشد. این امر تنوع امواجی را که می‌توانند ایجاد شوند، نشان می‌دهد. یک پالس متحرک منفرد، یک قطار امواج با دامنه و طول موج ثابت، یک قطار امواج سوار شده بر یکدیگر با دامنه‌ها و طول موجهای یکسان، یک قطار امواج سوار شده بر یکدیگر با دامنه‌ها و طول موجهای متفاوت، یک موج ساکن در طنابی که دو سر آن به نقطه‌ای بسته شده و غیره. تمام حل‌ها باید به شکل زیر باشند.

$$y = F\left(t \pm \frac{x}{v}\right) \quad (3-5)$$

که در آن F هر تابع قابل مشتق‌گیری است. حل‌های $F(t - x/v)$ و $F(t + x/v)$ به ترتیب نشان دهنده امواجی هستند که در جهت $+x$ و $-x$ حرکت می‌کنند.

توجه ما، در این جا به یک موج هم‌ارز با یک "ذره آزاد" است، یعنی، ذره‌ای که تحت تأثیر هیچ نیرویی نباشد و با سرعت ثابت مسیر مستقیمی را دنبال کند. این هم ارزی به حل کلی معادله (۲-۵) برای امواج هماهنگ، تکرنگ (بسامد زاویه‌ای ثابت ω) و نامیرا (یعنی، دامنه ثابت A) در جهت $+x$ مطابقت دارد،

$$y = Ae^{-i\omega(t - x/v)} \quad (4-5)$$

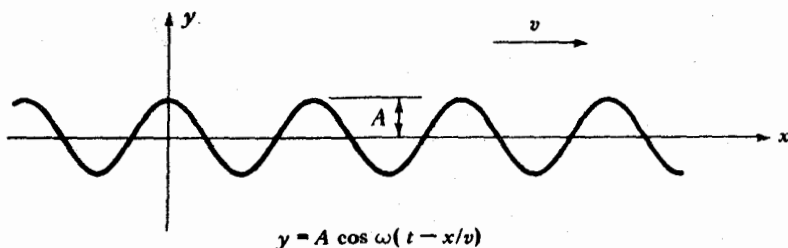
در این فرمول، y مقدار مختلطی است که دارای دو بخش حقیقی و موهومی می‌باشد. زیرا

$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta \quad (5-5)$$

معادله (۴-۵) را به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$y = A \cos \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) - iA \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (6-5)$$

فقط قسمت حقیقی معادله (۶-۵) در حالت امواج در یک طناب کشیده معنی دار هستند، که در این جا y جابجایی طناب از وضعیت معمولیش را نشان می‌دهد (شکل ۵-۱). در این



شکل (۵-۱) امواج در صفحه xy در جهت $+x$ در طول طناب کشیده در راستای محور x حرکت می‌کنند.

حالت قسمت موهومی به عنوان یک جزء غیر بدیهی کنار گذاشته می‌شود.

۵-۳ معادله شرودینگر: شکل وابسته به زمان

در مکانیک کوانتومی، تابع موج Ψ در حالت کلی به متغیر موج λ بستگی دارد. با وجود این، Ψ برخلاف λ خود یک کمیت قابل اندازه‌گیری نیست و بنابراین ممکن است مختلط باشد. به این دلیل فرض خواهیم کرد که Ψ در جهت x به وسیله عبارت زیر مشخص شود.

$$\Psi = A e^{-i\omega(t - x/v)} \quad (5-7)$$

هر گاه در فرمول فوق به جای ω و v به ترتیب $2\pi\nu$ و λ را جایگزین کنیم، فرمول زیر به دست می‌آید.

$$\Psi = A e^{-2\pi i(\nu t - x/\lambda)} \quad (5-8)$$

که فرمول ساده‌ای است زیرا ν و λ را برحسب انرژی کل E و اندازه حرکت ذره‌ای که توسط Ψ توصیف می‌شود، می‌دانیم. از آن جا که

$$E = h\nu = 2\pi\hbar\nu$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

لذا داریم

$$\Psi = Ae^{-(i/\hbar)KEt - px} \quad (9-5)$$

معادله موج ۹-۵ بیان ریاضی معادل موج یک ذره آزاد با انرژی کل E و اندازه حرکت p می باشد که در جهت x در حرکت است، درست همان طور که معادله (۴-۵) به عنوان مثال بیان ریاضی جابجایی موج هماهنگی است، که در طول یک طناب کشیده شده آزادانه حرکت می کند.

عبارت تابع موج Ψ حاصل از معادله (۹-۵)، فقط در مورد ذراتی که آزادانه حرکت می کنند، صحیح است، در حالی که بیشتر به موقعیت هایی توجه داریم که حرکت یک ذره تابع محدود دیت های متعددی است. مثلاً، یکی از موارد مهم، الکترونی است که از طریق میدان الکتریکی هسته اش به یک اتم وابسته است. اینک آنچه که ما باید انجام دهیم، این است که برای Ψ معادله دیفرانسیل اساسی به دست آوریم که بعد بتوان آن را در یک حالت خاص حل کرد. این معادله که به معادله شرودینگر موسوم است به طرق متعدد قابل حصول است، ولی این راهها همه یک اشکال مشترک دارند: معادله را نمی توان دقیقاً از اصول فیزیکی موجود استنتاج کرد، زیرا این معادله چیز جدیدی مطرح می کند. در این جا آنچه که انجام خواهد شد نشان دادن راهی برای رسیدن به معادله موج Ψ و سپس بحث اهمیت نتیجه حاصل است.

با دو بار مشتق گرفتن از معادله (۹-۵) نسبت به x ، معادله زیر به دست می آید.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2} \Psi \quad (10-5)$$

و با یک بار مشتق گرفتن نسبت به t ، معادله زیر نتیجه می شود:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar} \Psi \quad (11-5)$$

در تندی هایی که در مقایسه با تندی نور ناچیزند، انرژی کل E یک ذره مساوی مجموع انرژی جنبشی آن $p^2/2m$ و انرژی پتانسیل آن V است، که V به طور کلی تابع موقعیت x و زمان t است:

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \quad (12-5)$$

تابع V تأثیر بقیه جهان را بر روی ذره نشان می‌دهد. البته، فقط قسمت کوچکی از جهان بر ذره تأثیر متقابل دارد، مثلاً، "در مورد الکترونی که در یک اتم هیدروژن است، تنها میدان الکتریکی هسته باید در نظر گرفته شود. با ضرب کردن طرفین معادله^۵ (۱۲-۵) در تابع موج Ψ ، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E\Psi = \frac{p^2\Psi}{2m} + V\Psi \quad (13-5)$$

با توجه به معادله‌های (۱۰-۵) و (۱۱-۵) داریم:

$$E\Psi = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (14-5)$$

$$p^2\Psi = -\hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \quad (15-5)$$

با جانشین کردن این عبارتها به جای $E\Psi$ و $p^2\Psi$ در معادله^۵ (۱۳-۵)، معادله^۶ زیر به دست می‌آید:

(۱۶-۵) معادله شرودینگر وابسته به زمان در یک بعد

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi$$

معادله^۶ (۱۶-۵) شکل وابسته به زمان معادله شرودینگر است. شکل وابسته به زمان معادله^۶ شرودینگر در سه بعد عبارت است از:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + V\Psi \quad (17-5)$$

که در آن انرژی پتانسیل ذره V تابعی از x, y, z و t است. هر محدودیتی که ممکن است در حرکت ذره حضور داشته باشد بر تابع انرژی پتانسیل V تأثیر خواهد گذاشت. وقتی که V معلوم شد، معادله^۶ شرودینگر را می‌توان برای تابع موج Ψ ذره حل کرد که در این صورت چگالی احتمال^۷ Ψ^2 ممکن است برای مقادیر مشخص x, y, z و t معین شود.

در این جا معادله^۶ شرودینگر با شروع از تابع موج یک ذره متحرک آزاد به دست آمد. بسط معادله^۶ شرودینگر از حالت خاص یک ذره آزاد (انرژی پتانسیل عدد ثابت) به حالت کلی یک ذره که تابع نیروهای اختیاری است که با زمان و مکان تغییر می‌کند ($V = V(x, y, z, t)$)

کلا " موجه است، ولی برای اثبات درستی این تعمیم یک روش مقدماتی وجود ندارد. کاری که ما می‌توانیم بکنیم این است که معادلهٔ شرودینگر را فرضیه‌ای در نظر بگیریم و آن را برای بسیاری از وضعیتهای فیزیکی به کار ببریم و نتایج محاسبات را با نتایج آزمایشها مقایسه کنیم. اگر این نتایج هماهنگی داشتند، فرضیه ظاهر شده در معادلهٔ شرودینگر معتبر است؛ اگر هماهنگی نداشته باشند، فرضیه بایستی کنار گذاشته شود و راه دیگری جستجو شود. به عبارت دیگر، معادلهٔ شرودینگر را نمی‌توان از " اصول نخستین" اقتباس کرد، بلکه خود نشان دهندهٔ یک اصل نخستین است.

اتفاقاً " معادلهٔ شرودینگر در عمل در پیش‌بینی نتایج آزمایشها تا حد زیادی دقیق بوده است. البته، باید به خاطر داشته باشیم که معادلهٔ (۵-۱۷) را فقط برای مسائل غیر نسبیتی می‌توان به کار برد و در وضعیتی که تندیهای ذره با تندی نور قابل مقایسه است، فرمول کاملتری مورد نیاز خواهد بود. چون معادلهٔ شرودینگر در حوزهٔ کاربردش با نتیجهٔ آزمایش وفق دارد، بنابراین می‌توانیم آن را به عنوان بیان یک فرضیهٔ موفق که به بعضی جنبه‌های دنیای فیزیکی مربوط می‌شود، در نظر بگیریم. ولی این معادله با تمام موفقیتی که داشته است، همانند اصول نسبیت خاص یا مکانیک آماری به عنوان یک فرضیه بر جای می‌ماند: هیچ یک از این اصول را نمی‌توان از اصل دیگری استخراج کرد و هر کدام یک کلیت اساسی است که اعتبار آن از داده‌های تجربی که نهایتاً اساس آن را تشکیل می‌دهند بیشتر است و نه کمتر. جالب توجه است که در این ارتباط معادلهٔ شرودینگر افزایشی در تعداد فرضیه‌های مورد نیاز برای توصیف نتایج دنیای فیزیکی نشان نمی‌دهد، زیرا قانون دوم حرکت نیوتن را که در مکانیک کلاسیک یک فرضیه تلقی می‌شود، می‌توان از معادلهٔ شرودینگر استخراج کرد، مشروط بر آن که چنین استنباط شود که کمیت‌هایی را که این معادله به هم مربوط می‌کند، میانگین باشند نه کمیت‌های معین.

۴-۵ مقادیر مورد انتظار

وقتی که یک بار معادلهٔ شرودینگر برای یک ذره در یک وضعیت معین حل شد، تابع موج حاصل $\psi(x, y, z, t)$ شامل همهٔ اطلاعات مربوط به ذره می‌شود که به وسیلهٔ اصل عدم قطعیت مجاز می‌باشد. بجز برای متغیرهایی که برحسب اتفاق در حالت‌های خاصی کوانتیزه می‌شوند (رجوع شود به ضمیمهٔ ۲) این اطلاعات به شکل احتمالات است نه به صورت اعداد مشخصی.

مثلاً، مقدار مورد انتظار $\langle x \rangle$ موقعیت یک ذرهٔ محبوس روی محور x را که به وسیلهٔ تابع موج $\psi(x, t)$ توصیف می‌شود، محاسبه می‌کنیم. اگر از راه آزمایش موقعیت ذرات زیادی را

که به وسیله تابع موج یکسان در لحظه معین توصیف می شدند، معین می کردیم و سپس میانگین نتایج حاصل را مورد ملاحظه قرار می دادیم، همین مقدار x را به دست می آوردیم. برای روشن شدن روش، ابتدا به سؤال متفاوتی پاسخ خواهیم داد: تعدادی از ذرات یکسان در امتداد محور \bar{x} به طریقی توزیع شده اند که N_1 ذره در x_1 ، N_2 ذره در x_2 و غیره وجود دارند، موقعیت متوسط x این ذرات چیست؟ در این حالت، موقعیت متوسط همانند موقعیت مرکز جرم توزیع است و بنابراین:

$$\bar{x} = \frac{N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + \dots}{N_1 + N_2 + N_3 + \dots} = \frac{\sum N_i x_i}{\sum N_i}$$

وقتی که با یک ذره منفرد مواجهیم، باید عدد N_i ذره در x_i را با احتمال P_i که ذره در فاصله x پیدا شود، عوض کنیم. این احتمال عبارت است از:

$$P_i = |\Psi_i|^2 dx$$

که در آن Ψ_i تابع موج محاسبه شده ذره در $x = x$ است. با جانشین کردن و تغییر دادن این مجموعه ها به انتگرالها، می بینیم که مقدار مورد انتظار موقعیت ذره منفرد به قرار زیر است

$$\langle x \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x |\Psi|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx} \quad (18-5)$$

اگر Ψ ، یک تابع موج بهنجار باشد، مخرج معادله (۱۸-۵) برابر است با این احتمال که ذره در جایی بین $x = -\infty$ و $x = \infty$ وجود دارد و بنابراین مخرج ۱ می شود. در این حالت

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\Psi|^2 dx \quad (19-5)$$

این فرمول بیان می کند که $\langle x \rangle$ در مرکز جرم (به اصطلاح $|\Psi|^2$) قرار گرفته است؛ اگر $|\Psi|^2$ بر حسب x روی یک نمودار رسم شود و سطح محصور توسط منحنی و محور x بریده شود، نقطه تعادل این سطح در $\langle x \rangle$ خواهد بود.

برای به دست آوردن مقدار مورد انتظار $\langle G(x) \rangle$ هر کمیتی "مثلاً"، انرژی پتانسیل $V(x)$ که تابعی از موقعیت x یک ذره توصیف شده به وسیله یک تابع موج Ψ باشد، روشی را همانند

روشی که در بالا دنبال شد می‌توان به کار برد. در نتیجه:

$$\langle G(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G(x) |\Psi|^2 dx \quad \text{مقدار مورد انتظار} \quad (20-5)$$

حتی اگر $G(x)$ با زمان تغییر کند، این فرمول صادق است، زیرا $\langle G(x) \rangle$ در هر رویدادی باید در زمان معین t محاسبه شود چون Ψ خود تابع t است.

۵-۵ معادله شرودینگر: شکل حالت پایدار:

در بسیاری از وضعیتهای، انرژی پتانسیل یک ذره به صراحت به زمان وابسته نیست؛ نیروهای وارد بر آن و در نتیجه فقط با موقعیت ذره تغییر می‌کند. هرگاه این مورد درست باشد، با حذف قسمتهایی که به t مربوط می‌شوند معادله شرودینگر را می‌توان ساده کرد. توجه داریم که تابع موج یک بعدی Ψ یک ذره آزاد ممکن است به صورت زیر نوشته شود.

$$\begin{aligned} \Psi &= Ae^{-(i/\hbar)(Et - px)} = Ae^{-(iE/\hbar)t} e^{+(ip/\hbar)x} \\ &= \psi e^{-(iE/\hbar)t} \end{aligned} \quad (21-5)$$

یعنی، Ψ عبارت است از حاصل ضرب تابع وابسته به زمان $e^{-(iE/\hbar)t}$ در تابع وابسته به موقعیت ψ . "اتفاقاً"، تغییرات زمانی کلیه توابع ذراتی که نیروهای ساکن بر آنها اثر می‌گذارند، دارای همان شکلی هستند که یک ذره آزاد داراست. با جانشین کردن مقدار Ψ از معادله (۲۱-۵) در شکل وابسته به زمان معادله شرودینگر، پی می‌بریم که

$$E\psi e^{-(iE/\hbar)t} = -\frac{\hbar^2}{2m} e^{-(iE/\hbar)t} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi e^{-(iE/\hbar)t}$$

و بنابراین با تقسیم بر سازه نمایی مشترک خواهیم داشت

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V)\psi = 0 \quad \begin{array}{l} \text{حالت پایدار معادله} \\ \text{شرودینگر در یک بعد} \end{array} \quad (22-5)$$

معادله (۲۲-۵) شکل حالت پایدار معادله شرودینگر است. این معادله در سه بعد عبارت است از:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V)\psi = 0 \quad \begin{array}{l} \text{حالت پایدار معادله} \\ \text{شرودینگر در سه بعد} \end{array} \quad (23-5)$$

به طور کلی، معادله شرودینگر را در حالت پایدار فقط برای مقادیر معینی از انرژی E می‌توان حل کرد. آنچه از این بیان مورد نظر است به هیچ نوع شکل ریاضی که ممکن است حضور داشته باشد، مربوط نمی‌شود، بلکه چیزی اساسی‌تر از این است. "حل" معادله شرودینگر برای یک سیستم معین به معنای به دست آوردن یک تابع موج ψ است که نه تنها از معادله و کلیه شرایط مرزی موجود پیروی می‌کند، بلکه شرایط لازم برای یک تابع موج قابل قبول را دربرمی‌گیرد - یعنی تابع موج و مشتقات آن پیوسته، محدود و تک مقدار باشند. اگر چنین تابع موجی وجود نداشته باشد، سیستم در حالت پایدار نمی‌تواند وجود داشته باشد. بدین ترتیب، کوانتمش انرژی در مکانیک موجی به صورت عنصر طبیعی نظریه ظاهر می‌شود و کوانتمش انرژی در دنیای فیزیکی به صورت یک پدیده جهانی که صفت مشخصه تمام سیستمهای پایدار است، جلوه می‌کند.

یک مقایسه مشابه و خیلی نزدیک با روشی که در آن کوانتمش انرژی در حل‌های معادله شرودینگر روی می‌دهد مقایسه با امواج ساکن در یک طناب کشیده شده به طول L می‌باشد که در دو انتها ثابت شده است. در این جا، به جای این که یک موج منفرد بطور نامحدود در یک جهت منتشر شود، امواج بطور همزمان در جهات $+x$ و $-x$ حرکت می‌کنند به شرطی که جابجایی y همیشه در دو سر طناب صفر باشد. یک تابع قابل قبول $y(x, t)$ برای جابجایی با مشتقات خود، باید مانند ψ و مشتقات آن رفتار کند و به علاوه $y(x, t)$ باید حقیقی باشد چون کمیتی است که مستقیماً قابل اندازه‌گیری است. تنها حلهای معادله موج

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

که با این گونه محدودیت‌های متعدد سازگارند، آنهایی هستند که در آنها طول موجها به طریق زیر داده می‌شوند:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n+1} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

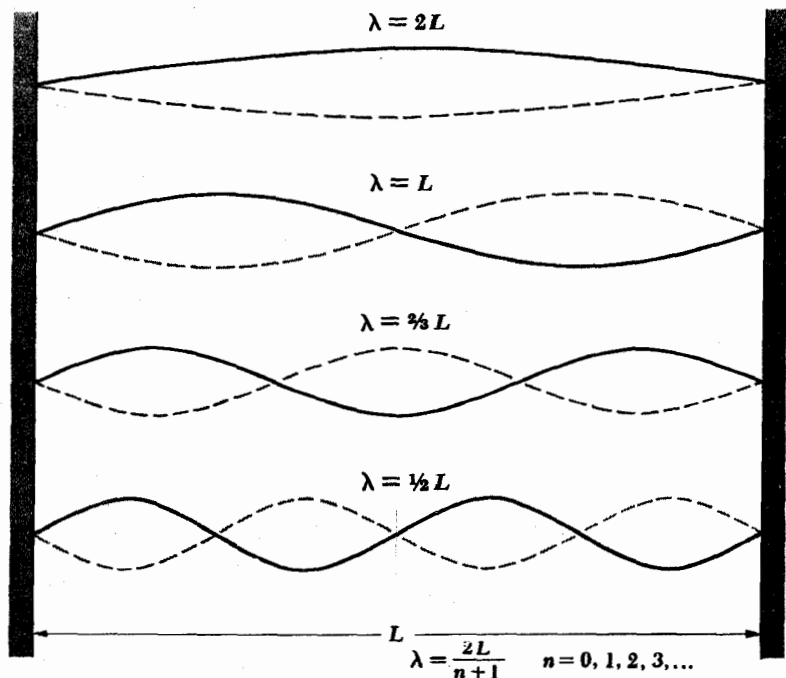
همان‌طور که در شکل (۵-۲) نشان داده شده است. ترکیب معادله موج و محدودیت‌های به کار رفته در طبیعت حل آن ما را در این نتیجه که $y(x, t)$ فقط به ازای طول موجهای معین λ_n می‌تواند وجود داشته باشد، راهنمایی می‌کند.

مقادیر انرژی E_n که برای آنها حالت پایدار معادله شرودینگر را می‌توان حل کرد، مقادیر ویژه و توابع موج مربوط ψ_n را توابع ویژه می‌نامند. (این اصطلاحات ریشه آلمانی

دارند که $E_{\text{Eigenwert}}$ به معنی "مقدار ویژه یا مقدار مشخصه و $E_{\text{Eigenfunktion}}$ به معنی "تابع ویژه یا تابع مشخصه است". سطوح مجزای انرژی اتم هیدروژن

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

نمونه‌ای از مجموعه مقادیر ویژه هستند. در فصل ۶ خواهیم دید که چرا این مقادیر خاص E تنها مقادیری هستند که برای الکترون در اتم هیدروژن، توابع موج قابل قبولی ارائه می‌دهند.



شکل (۵-۲) امواج ساکن در یک طناب کشیده که در دو انتها بسته شده‌اند.

یک مثال مهم از یک متغیر دینامیکی، غیر از انرژی کل که در سیستم‌های پایدار کوانتیزه می‌شود، اندازه حرکت زاویه‌ای L است. در مورد اتم هیدروژن، پی خواهیم برد که مقادیر

ویژه بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای کل به وسیله فرمول زیر مشخص می‌شوند :

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

البته، یک متغیر دینامیکی مثل G ممکن است کوانتیزه نشود. در این حالت، اندازه گیریهایی انجام شده در سیستمهای یکسان نتیجه یکتایی به بار نخواهد آورد، بلکه در عوض گستردگی مقادیری را که متوسط آنها مقدار مورد انتظار است، خواهد داشت :

$$\langle G \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G |\psi|^2 dx$$

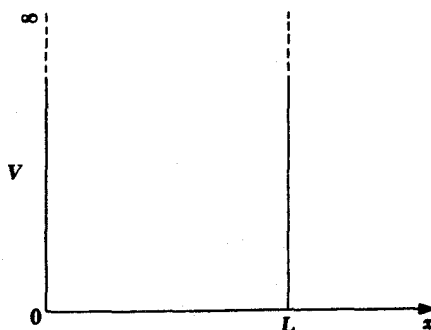
مثلاً، در اتم هیدروژن موقعیت الکترون کوانتیزه نمی‌شود، به طوری که ما باید در مورد الکترون این طور فکر کنیم که الکترون با احتمال ψ^2 در حجم واحد، در مجاورت هسته حضور دارد، ولی با دید کلاسیکی برای آن هیچ موضعی یا حتی مداری قابل پیش‌بینی نمی‌باشد.

این بیان احتمالی با این حقیقت مغایرتی ندارد، که آزمایشهای انجام شده در مورد اتمهای هیدروژن همواره نشان دهنده این مطلبند که اتم هیدروژن شامل یک الکترون کامل است و نه یک الکترون ناقص که ۲۷٪ آن در یک ناحیه معین و ۷۳٪ دیگر آن در جایی دیگر باشد؛ این احتمال یکی از طرق یافتن الکترون است و گرچه این احتمال در فضا اندازه گرفته می‌شود ولی الکترون اندازه‌گیری نمی‌شود.

۵-۶ ذره در یک جعبه

معمولاً "حل معادله شرودینگر، حتی در شکل ساده‌تر حالت پایدار آن، مستلزم روشهای ریاضی پیچیده‌ای است. به این دلیل مطالعه مکانیک کوانتومی برحسب معمول برای دانشجویانی که تبحر لازم در ریاضیات داشته باشند، در نظر گرفته شده است. با وجود این، چون مکانیک کوانتومی ساختار نظری است که نتایج حاصل از آن به واقعیت تجربی خیلی نزدیک است، اگر می‌خواهیم به درک فیزیک مدرن نائل شویم، باید روشها و کاربردهای آن را بررسی کنیم. همان‌طور که خواهیم دید برای دنبال کردن اندیشه‌هایی که مکانیک کوانتومی را به بزرگترین موفقیت‌هایش رسانده است داشتن یک زمینه ریاضی حتی نسبتاً محدود کافی است.

ساده‌ترین مسأله مکانیک کوانتومی به ذره‌ای محدود می‌شود که در جعبه‌ای با دیواره‌های



شکل (۳-۵) چاه پتانسیلی که مطابق با جعبه‌ای با دیوارهای بی‌نهایت سخت است.

بی‌نهایت سخت محبوس شده است. در بخش (۳-۶) دیدیم که چگونه یک بحث کاملاً ساده، سطوح انرژی سیستم را به دست می‌دهد. حال همین مسأله را به صورت رسمی‌تری بررسی می‌کنیم که تابع موج ψ_n را که مطابق با هر یک از سطوح انرژی است به ما خواهد داد. ما می‌توانیم حرکت ذره را به این صورت بیان کنیم که ذره به واسطه دیوارهای بی‌نهایت سخت به حرکت در امتداد محور x بین $x=0$ و $x=L$ محدود است. یک ذره هنگامی که با چنین دیوارهایی برخورد می‌کند، انرژی از دست نمی‌دهد، به طوری که انرژی کل آن ثابت می‌ماند. از دیدگاه صوری مکانیک کوانتومی، انرژی پتانسیل V ذره در دو طرف جعبه بی‌نهایت است، در حالی که داخل جعبه عدد ثابتی است - برای سهولت این عدد ثابت را صفر انتخاب می‌کنیم (شکل ۳-۵). چون ذره نمی‌تواند دارای انرژی بی‌نهایت باشد، لذا در خارج از جعبه نمی‌تواند وجود داشته باشد و بنابراین تابع موج آن ψ به ازای $x \leq 0$ و $x \geq L$ صفر است. هدف ما پیدا کردن ψ در داخل جعبه است، یعنی بین $x=0$ و $x=L$.

معادله شرودینگر در داخل جعبه عبارت خواهد بود از:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0 \quad (۲۴-۵)$$

چون در آن جا $V=0$ است. (مشتق کلی $d^2\psi/dx^2$ با مشتق جزئی $\partial^2\psi/\partial x^2$ یکسان است، زیرا ψ تنها در این مسأله تابع x است.) معادله (۲۴-۵) دارای حل زیر است:

$$\psi = A \sin \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x + B \cos \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x \quad (۲۵-۵)$$

که با جانشین سازی در معادله (۲۴-۵)، می‌توانیم آن را تحقیق کنیم. A و B مقادیر ثابتی هستند که باید محاسبه شوند.

این حل تابع شرط مرزی مهمی است، یعنی به ازای $x=0$ و $x=L$ ، ψ باید صفر شود. از آن‌جا که $\cos 0 = 1$ است، عبارت دوم نمی‌تواند ذره را توصیف کند، زیرا در $x=0$ تابع صفر نمی‌شود. از این رو نتیجه می‌گیریم که $B=0$. چون $\sin 0 = 0$ است، عبارت سینوسی همیشه به ازای $x=0$ ، $\psi=0$ به دست می‌دهد که مورد نیاز است، ولی در $x=L$ فقط هنگامی $\psi=0$ می‌شود که:

$$\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} L = n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (26-5)$$

نتیجه فوق حاصل می‌شود، زیرا سینوس زوایای $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ صفر است. معادله (۲۶-۵) روشن می‌کند که انرژی ذره فقط می‌تواند دارای مقادیر معینی باشد. در بخش قبل این مقادیر به عنوان مقادیر ویژه نامیده شدند. این مقادیر ویژه که تشکیل دهنده سطوح انرژی هستند، عبارتند از:

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{ذره در یک جعبه} \quad (27-5)$$

که همانند معادله (۱۸-۳) و دارای همان تفسیر است
تابع موج یک ذره در یک جعبه با انرژی E_n عبارت است از:

$$\psi_n = A \sin \frac{\sqrt{2mE_n}}{\hbar} x \quad (28-5)$$

در معادله فوق به جای E_n مقدار آن را از معادله (۲۷-۵) قرار می‌دهیم که معادله زیر

$$\psi_n = A \sin \frac{n\pi x}{L}$$

برای توابع ویژه مطابق با مقادیر ویژه انرژی E_n حاصل می‌شود.

اثبات این موضوع که این مقادیر ویژه تمام نیازهایی را که بحث کرده‌ایم برآورده می‌کنند، آسان است: به ازای هر عدد کوانتمی n ، ψ_n یک تابع تک مقدار از x است و ψ_n و $\partial\psi_n/\partial x$ پیوسته‌اند. علاوه، انتگرال ψ_n^2 در تمام فضا مقدار معینی است، به طوری که ما می‌توانیم با

انتگرال گرفتن از $dx |\psi_n|^2$ از $x = -L$ تا $x = L$ را تحقیق کنیم. (چون ذره طبق فرضیه در این حدود محبوس می شود):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2 dx &= \int_0^L |\psi_n|^2 dx = A^2 \int_0^L \sin^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right) dx \\ &= A^2 \frac{L}{2} \end{aligned} \quad (30-5)$$

برای بهنجار کردن ψ ، باید مقدار A را به گونه ای تعیین کنیم که $|\psi_n|^2 dx$ مساوی $P dx$ احتمال پیدا کردن ذره بین x و $x + dx$ باشد، به جای این که صرفاً "متناسب با P باشد". اگر $|\psi_n|^2$ قرار است با P مساوی شود، پس فرمول زیر باید درست باشد:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2 dx = 1 \quad (31-5)$$

چون

$$\int_{-\infty}^{\infty} P dx = 1$$

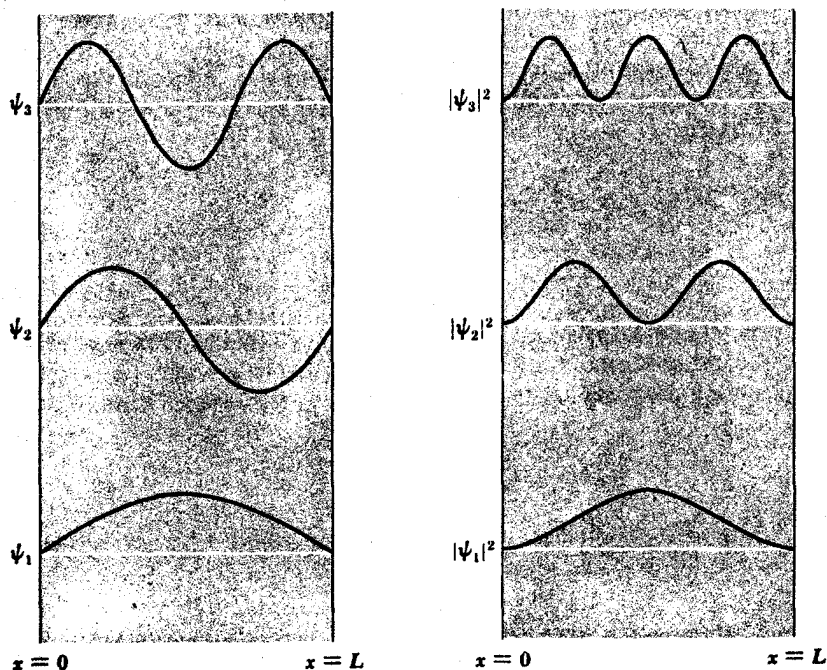
بیان ریاضی این مطلب است که ذره در هر زمانی در جایی وجود دارد. با مقایسه معادله های (30-5) و (31-5) پی می بریم که توابع موج یک ذره در یک جعبه در صورتی بهنجار می شوند که

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \quad (32-5)$$

بنابراین، توابع موج بهنجار شده ذره عبارتند از:

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad \text{ذره در یک جعبه} \quad (33-5)$$

توابع موج بهنجار شده ψ_1 ، ψ_2 ، ψ_3 و چگالی های احتمال $|\psi_1|^2$ ، $|\psi_2|^2$ ، $|\psi_3|^2$ در شکل (4-5) رسم شده اند. در حالی که ψ_n ممکن است مثبت یا منفی باشد، $|\psi_n|^2$ همیشه مثبت است و چون ψ_n بهنجار است، مقدار آن در یک نقطه مفروض x با احتمال پیدا کردن ذره در آن جا برابر است. در هر حالت، به ازای $x=0$ و $x=L$ مرزهای جعبه، $|\psi_n|^2 = 0$ است. به ازای اعداد کوانتومی مختلف، احتمال حضور ذره در یک نقطه مشخصی از جعبه



شکل (۴-۵) توابع موج و چگالی‌های احتمال یک ذرهٔ محبوس در جعبه‌ای با دیواره‌های

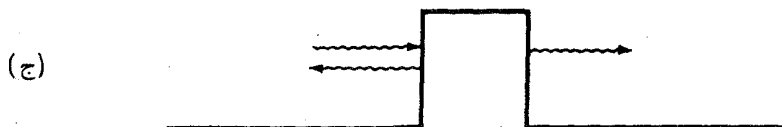
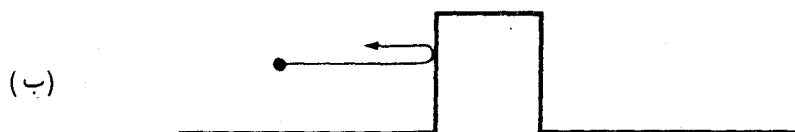
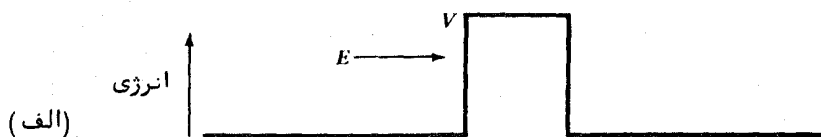
سخت

ممکن است متفاوت باشد. به عنوان مثال، $|\psi_1|^2$ بیشینهٔ مقدار خود $\frac{1}{L}$ را در وسط جعبه دارد، در حالی که در آن جا $|\psi_2|^2 = 0$ است: یک ذره در پایین‌ترین تراز انرژی $n=1$ به احتمال زیاد در وسط جعبه قرار می‌گیرد. در حالی که یک ذره در تراز بعدی انرژی $n=2$ هرگز در آن جا قرار نمی‌گیرد! البته، فیزیک کلاسیک برای ذره، در هر جایی از جعبه که باشد، احتمال یکسانی را در نظر می‌گیرد.

توابع موج نشان داده شده در شکل (۴-۵) شبیه ارتعاشات احتمالی طنابی است که دو سر آن به جایی محکم شده باشد، نظیر ارتعاشات طناب کشیده شدهٔ شکل (۲-۵). این امر نتیجهٔ این حقیقت است که امواج در یک طناب کشیده شده و موجی که نشان دهندهٔ یک ذرهٔ متحرک است، به وسیلهٔ معادله‌های مشابه توصیف می‌شوند، به طوری که هرگاه بر هر یک از دو نوع امواج محدودیتهای یکسانی اعمال شود، نتایج صوری یکسانی ظاهر می‌گردد.

۵-۷ بازتاب و انتقال به وسیلهٔ یک سد

بر طبق مکانیک کلاسیک، ذره‌ای که به دیواره‌ای بی‌نهایت سخت برخورد می‌کند، شانس گذشتن از آن را ندارد. مکانیک کوانتومی با این امر موافق است: یک ذره با انرژی جنبشی محدود نمی‌تواند وارد ناحیه‌ای بشود که انرژی پتانسیل آن $V = \infty$ است. اما در مورد دیواره‌ای که استحکام کمتری دارد وضعیت چگونه خواهد بود؟ دیواره‌ای که فوق‌العاده سخت نیست ولی با وجود این برای نفوذ به آن، انرژی V بیشتری از انرژی ذره E مورد نیاز است. در این حالت، مکانیک کلاسیک نیز نیاز به ذره‌ای دارد که پس از برخورد به دیواره برگردد، ولی اینک مکانیک کوانتومی نتیجه متفاوتی به دست می‌دهد: احتمالی وجود دارد - که الزاماً زیاد نیست، ولی صفر هم نیست - که ذره بتواند از سد انرژی حتی اگر $E < V$ باشد، عبور کند (شکل ۵-۵). گرچه ذره برای فائق آمدن بر سد، انرژی کافی ندارد، معذالک



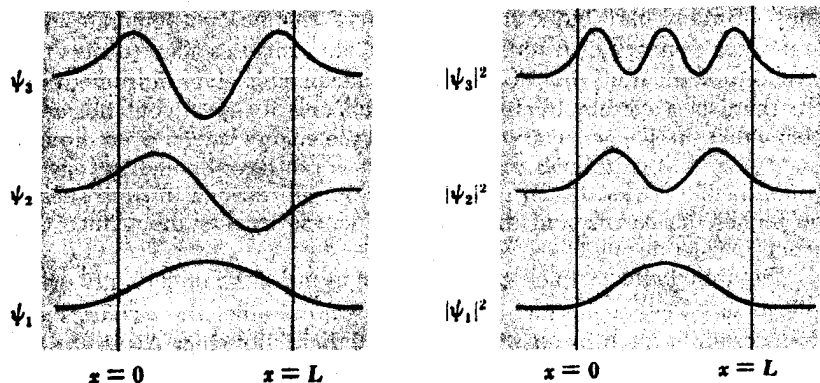
شکل ۵-۵ (الف) یک ذره با انرژی $E < V$ به یک سد پتانسیل نزدیک می‌شود. (ب) در مکانیک کلاسیک، ذره باید به وسیلهٔ سد بازتابیده شود. (ج) در مکانیک کوانتومی، امواج دبروی که نشان دهندهٔ ذره هستند، قسمتی بازتابیده و قسمتی عبور می‌کنند. این بدان معنی است که ذره یک شانس محدودی دارد تا به داخل سد نفوذ کند.

می‌تواند، به اصطلاح، از میان آن تونل بزند. هر چه ارتفاع و ضخامت سد بیشتر باشد، شانس این که ذره بتواند از آن عبور کند، کمتر می‌شود.

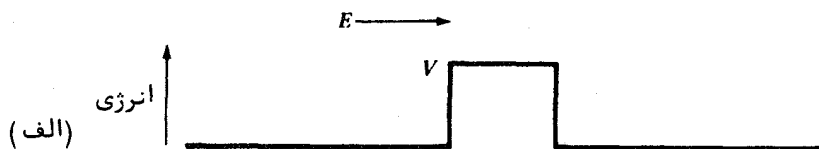
اثر تونل برحسب اصل عدم قطعیت قابل درک است. اگر بگوییم که ذره^۶ فرودی نمی‌تواند وارد سد شود، پس خطای Δx در موقعیتش باید در آن جا صفر باشد. اما از آن جا که $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ ، خطای مشابه Δp در اندازه حرکت ذره در داخل سد باید نامحدود باشد. یک خطای نامحدود در p به این معنی است که p و نیز E باید نامحدود باشند، که این امر با اندازه حرکت و انرژی محدود ذره سازگار نیست. بنابراین، ذره باید قادر به ورود به سد باشد و به محض ورود امکان ادامه دادن به حرکت را دارد. اثر تونل بخصوص در مورد ذره‌های آلفا که از بعضی هسته‌های رادیواکتیو گسیل می‌شوند، صورت می‌گیرد. همان طور که در فصل ۱۲ خواهیم دید، یک ذره^۷ آلفا که انرژی جنبشیش فقط چند MeV است، می‌تواند از هسته‌ای که ارتفاع دیواره^۸ پتانسیلی اش حدود ۲۵ MeV باشد، فرار کند. احتمال فرار آن قدر کم است که ذره^۹ آلفا ممکن است مجبور شود قبل از خارج شدن 10^{38} بار یا بیشتر با دیواره برخورد کند، ولی دیر یا زود بیرون می‌رود.

از آن جا که انرژیهای پتانسیل در دنیای واقعی هرگز نامحدود نیستند، جعبه‌ای با دیواره‌های بی‌نهایت سخت که در بخش قبل در نظر گرفته شده بود، معادل فیزیکی ندارد. لکن، چاههای پتانسیلی مسلمان^{۱۰} وجود دارند که ارتفاع سدهای آنها محدود است و ما انتظار خواهیم داشت اثر تونل را که در رفتار ذرات محبوس در چنین چاههایی بروز می‌کند، بیابیم.

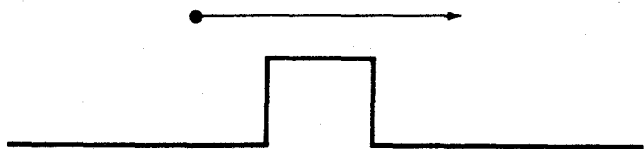
شکل (۵-۶) سه تابع موج اولیه و چگالیهای احتمال مربوطه را برای ذره در یک چاه



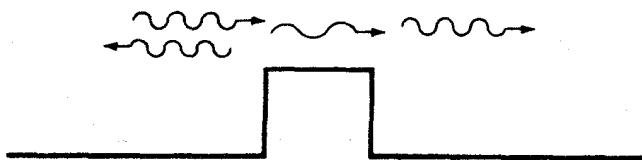
شکل (۵-۶) توابع موج و چگالیهای احتمال یک ذره در یک چاه پتانسیل محدود. احتمال معینی وجود دارد که ذره در خارج از چاه پیدا شود.



(ب)



(ج)



شکل (۷-۵) (الف) یک ذره با انرژی $E > V$ به یک سد پتانسیل نزدیک می‌شود (ب) در مکانیک کلاسیک، ذره همیشه از سد عبور می‌کند (ج) در مکانیک کوانتومی، بازتاب به اضافه انتقال روی می‌دهد، بنابراین ذره شانس محدودی برای پس جهیدن از سد را دارد. درحین عبور از سد طول موج دبروی بلندتر است، زیرا انرژی جنبشی ذره $E - V$ و بالنتیجه اندازه حرکت آن در آن جا کمتر است.

پتانسیل محدود نشان می‌دهد. توابع موج در این حالت آن گونه که برای یک ذره در خارج از یک چاه پتانسیل نامحدود برابر صفر می‌شوند، در خارج از چاه پتانسیل محدود با صفر برابر نمی‌شوند. (شکل ۷-۴ را مقایسه کنید) با وجودی که انرژی ذره از مقدار V در خارج چاه کمتر است، شانس معینی وجود دارد که در آن جا پیدا شود. در این حالت طول موجهای ذره در داخل چاه بلندتر از طول موجهای ذره در چاه پتانسیل با دیوارهای نامحدود است که بلندتر بودن طول موج معرف پایین تر بودن اندازه حرکت و بنابراین پایین تر بودن ترازهای انرژی است. اگر ذره‌ای با انرژی E به سدی که ارتفاعش V کمتر از E است، نزدیک شود، در مکانیک کلاسیک ذره به سادگی از روی سد عبور می‌کند. لکن در مکانیک کوانتومی، احتمال آن هست که سد ذره را باز تاباند (شکل ۷-۵). در حالی که ذره از سد عبور می‌کند، انرژی جنبشیش

$E - V$ از انرژی جنبشی آن در دو طرف سد کمتر است. انرژی کمتر معرف طول موج بلندتر است و بنابراین ψ در دو طرف سد طول موج بلندتری دارد.

در علم شناخت امواج نوری، بسپولت مشاهده می‌شود که هرگاه یک موج نوری به ناحیه‌ای برسد که در آن ناحیه طول موجش تغییر می‌کند (یعنی، ناحیه‌ای با ضریب شکست متفاوت) بازتاب و نیز انتقال روی می‌دهد. به این دلیل است که در پنجره‌های مغازه بازتابهای خود را می‌بینیم. این اثر در انواع موجها مشترک است و ممکن است آنرا به طریق ریاضی نشان داد. با توجه به این که متغیر موج (چگالی میدان الکتریکی E در امواج الکترومغناطیسی، فشار p در امواج صوتی، ارتفاع موج در امواج آب و غیره) و مشتق اول آن در مرز که تغییر طول موج صورت می‌گیرد، پیوسته باشند. دقیقاً همان ملاحظات در مورد تابع موج ψ که نشان دهنده یک ذره متحرک است، به کار می‌رود. از آن جا که احتمال یافتن ذره در یک مکان مشخص بستگی به مقدار ψ در آن مکان دارد، بازتاب جزئی ψ مبین آن است که شانس باز تابانیده شدن ذره وجود دارد.

۵-۸ اثر تونل

تحلیل دقیق اثر تونل در عین حال که جالب است چندان هم مشکل نیست. باریکه‌ای از ذرات یکسان را که همگی دارای انرژی جنبشی $E = K$ هستند، بررسی می‌کنیم. همان‌طور که در شکل (۵-۸) نشان داده شده است، این باریکه از سمت چپ بر روی یک سد پتانسیل به ارتفاع V و عرض L فرود می‌آید. در هر دو طرف سد $V = 0$ می‌باشد، که مبین این است که در آنجا هیچ نیرویی بر ذرات اعمال نمی‌شود. در این نواحی معادله شرودینگر برای ذرات (همه آنهايي که به وسیله تابع موج یکسان ψ توصیف می‌شوند) به صورتهای زیر درخواهد آمد.

$$\frac{\partial^2 \psi_I}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_I = 0 \quad (۵-۲۴)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_{III}}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_{III} = 0 \quad (۵-۲۵)$$

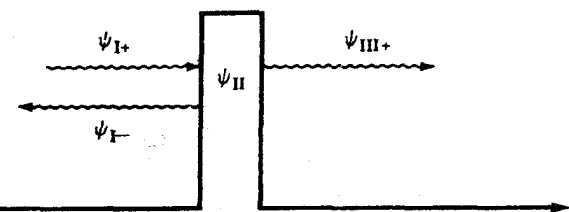
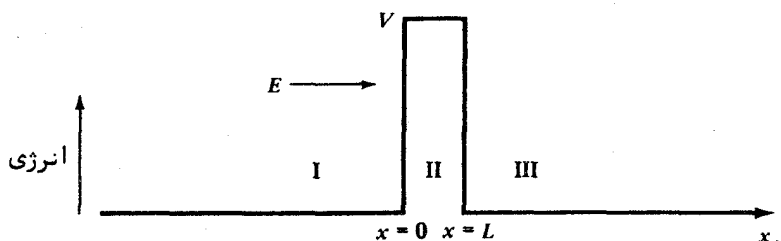
در این جا جوابهای مناسب این معادله عبارتند از:

$$\psi_I = A e^{ik_1 x} + B e^{-ik_1 x} \quad (۵-۲۶)$$

$$\psi_{III} = Fe^{ik_1x} + Ge^{-ik_1x} \quad (۳۷-۵)$$

که در آنها

$$k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{p}{\hbar} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (۳۸-۵)$$



شکل (۸-۵) نمایش کلی نفوذ سدی

عدد موجی امواج دبروی است که ذرات را در خارج از سد نشان می‌دهند. از آن جا که

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta$$

این حلها معادل معادله (۲۵-۵) می‌باشند (البته در هر حالت مقادیر ضرایب آنها متفاوت است) ولی برای توصیف ذراتی که محبوس نیستند، در شکل مناسبتری هستند.

توجیه عبارتهای گوناگون در معادله‌های (۳۶-۵) و (۳۷-۵) دشوار نیست، همان طور که در شکل (۸-۵) بطور طرح‌وار نشان داده شده است، Ae^{ik_1x} موجی با دامنه A است که از سمت چپ بر سد فرود می‌آید. از این رو، می‌توانیم بنویسیم:

$$\psi_{I+} = Ae^{ik_1x} \quad (۳۹-۵)$$

این موج مربوط به باریکهء فرودی ذرات است با این تصور که چگالی احتمال آنها $|\psi_1|^2$ می باشد. اگر v سرعت گروه موج باشد که با سرعت ذرات برابر است:

$$S = |\psi_1|^2 v$$

شار ذراتی خواهد بود که در هر ثانیه به یک متر مربع سد وارد می شوند. در $X=0$ موج فرودی به سد برخورد می کند و قسمتی از آن بازتاب می یابد، با

$$\psi_1 = Be^{-ik_1 x} \quad (40-5)$$

که نشان دهندهء موج بازتابیده است. لذا

$$\psi_1 = \psi_{1+} + \psi_{1-} \quad (41-5)$$

در انتها الیه سد ($x > L$) فقط یک موج می تواند وجود داشته باشد:

$$\psi_{III+} = Fe^{ik_1 x} \quad (42-5)$$

که در جهت $+x$ در حرکت است، زیرا، طبق فرضیه، در ناحیهء III چیزی که بتواند موج را بازتاباند وجود ندارد. از این رو $G=0$ و

$$\psi_{III} = \psi_{III+} = Fe^{ik_1 x} \quad (43-5)$$

احتمال انتقال T یک ذره برای عبور از میان سد عبارت است از نسبت:

$$T = \frac{|\psi_{III+}|^2 v}{|\psi_1|^2 v} = \frac{FF^*}{AA^*} \quad (44-5)$$

بین شار ذراتی که از سد خارج می شود و شاری که وارد آن می شود. به عبارت دیگر، T کسری از ذرات فرودی است که موفق می شوند از میان سد تونل بزنند. از نظر مکانیک کلاسیک $T=0$ است، زیرا ذره ای با $E < V$ نمی تواند داخل سد وجود داشته باشد؛ اجازه دهید ببینیم نتیجهء مکانیک کوانتمی چیست.

در ناحیه II معادله شرودینگر برای ذرات به قرار ذیل است :

$$\frac{\partial^2 \psi_{II}}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi_{II} = 0 \quad (45-5)$$

که حل آن به صورت زیر می باشد :

$$\psi_{II} = Ce^{ik'x} + De^{-ik'x} \quad (46-5)$$

که در آن

$$k' = \frac{\sqrt{2m(E - V)}}{\hbar} \quad (47-5)$$

عدد موجی داخل سد است ، چون $E < V$ است ، k' عدد موهومی است و بهتر است عدد موجی دیگری k_2 را به طریق زیر تعیین کنیم :

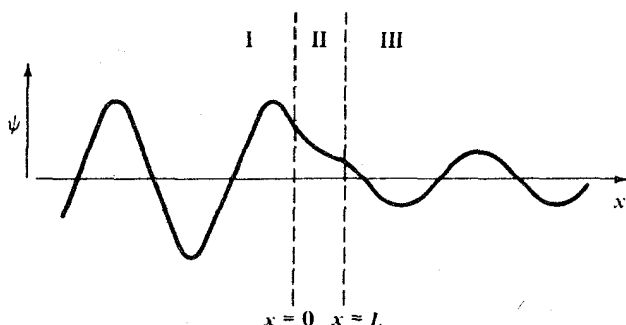
$$k_2 = -ik' = \frac{\sqrt{2m(V - E)}}{\hbar} \quad (48-5)$$

معادله (46-5) بر حسب k_2 به صورت زیر درمی آید :

$$\psi_{II} = Ce^{-k_2x} + De^{k_2x} \quad (49-5)$$

از آن جا که نماها مقادیر حقیقی هستند ، ψ_{III} نوسان نمی کند و بنابراین یک ذره متحرک را نشان نمی دهد . با وجود این ، چگالی احتمال $|\psi_{III}|^2$ صفر نیست ، بنابراین احتمال یافتن یک ذره در داخل سد محدود می باشد . چنین ذره ای ممکن است وارد ناحیه III شود یا به ناحیه I برگردد .

برای محاسبه احتمال انتقال T ، ما باید بر ψ_I ، ψ_{II} و ψ_{III} شرایط مرزی معینی اعمال کنیم . شکل (5-9) یک نمایش کلی توابع موج در نواحی I ، II و III می باشد که ممکن است در متصور ساختن شرایط مرزی به ما کمک کند . همان طور که قبلاً گفتیم ، ψ و مشتق آن $\partial\psi/\partial x$ در هر جایی باید پیوسته باشد . با توجه به شکل (5-9) این وضعیت ها مبین این هستند که در هر دیواره سد ، توابع موج داخل و خارج نه تنها باید دارای مقدار یکسان بلکه باید دارای شیب یکسانی باشند ، به طوری که توابع کاملاً " به یکدیگر پیوندند . از این رو ، در دیواره



شکل (۵-۹) در هر دیواره‌ای از سد، توابع موج داخل و خارج آن باید کاملاً " به یکدیگر بپیوندند، یعنی باید در آن جا دارای مقادیر شیبهای یکسان باشند.

$$\left. \begin{aligned} \psi_I &= \psi_{II} \\ \frac{\partial \psi_I}{\partial x} &= \frac{\partial \psi_{II}}{\partial x} \end{aligned} \right\} x = 0 \quad (5-50)$$

$$(5-51)$$

و در دیواره سمت راست

$$\left. \begin{aligned} \psi_{II} &= \psi_{III} \\ \frac{\partial \psi_{II}}{\partial x} &= \frac{\partial \psi_{III}}{\partial x} \end{aligned} \right\} x = L \quad (5-52)$$

$$(5-53)$$

با جانشین کردن مقدار $\psi_I, \psi_{II}, \psi_{III}$ از معادلات (۵-۳۶)، (۵-۴۲) و (۵-۴۹) در معادله‌های بالا بترتیب حاصل می‌شود:

$$A + B = C + D \quad (5-54)$$

$$ik_1 A - ik_1 B = -k_2 C + k_2 D \quad (5-55)$$

$$C e^{-k_2 L} + D e^{k_2 L} = F e^{ik_1 L} \quad (5-56)$$

$$-k_2 C e^{-k_2 L} + k_2 D e^{k_2 L} = ik_1 F e^{ik_1 L} \quad (5-57)$$

ممکن است از حل معادله‌های (۵-۵۴) تا (۵-۵۷)، معادله زیر به دست آید:

$$\left(\frac{A}{F} \right) = \left[\frac{1}{2} + \frac{i}{4} \left(\frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right) \right] e^{i(k_1 + k_2)L} + \left[\frac{1}{2} - \frac{i}{4} \left(\frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right) \right] e^{i(k_1 - k_2)L} \quad (5-58)$$

فرض کنیم که سد پتانسیل نسبت به انرژی ذرات فرودی بلند است. اگر این حالت وجود داشته باشد، پس $k_2/k_1 > k_1/k_2$ و

$$\frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \approx \frac{k_2}{k_1} \quad (۵-۵۹)$$

همچنین فرض کنیم که سد به قدر کافی عریض هست تا ψ_{II} بین $x=0$ و $x=L$ شدیداً "ضعیف شود. این بدان معنی است که $k_2 L \gg 1$ و

$$e^{k_2 L} \gg e^{-k_2 L}$$

از این رو، معادله (۵-۵۸) را می توان بطور تقریب به صورت زیر نوشت:

$$\left(\frac{A}{F}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{ik_2}{4k_1}\right) e^{i(k_1+k_2)L} \quad (۵-۶۰)$$

مزدوج مختلط (A/F) ، که برای محاسبهٔ احتمال انتقال T بدان نیاز داریم، با جایگزین کردن i در هر جایی از (A/F) به جای i پیدا می شود:

$$\left(\frac{A}{F}\right)^* = \left(\frac{1}{2} - \frac{ik_2}{4k_1}\right) e^{(-ik_1+k_2)L} \quad (۵-۶۱)$$

اینک (A/F) و $(A/F)^*$ را در هم ضرب می کنیم تا معادلهٔ زیر حاصل شود.

$$\frac{AA^*}{FF^*} = \left(\frac{1}{4} + \frac{k_2^2}{16k_1^2}\right) e^{2k_2 L}$$

که مبین احتمال انتقال است، از معادلهٔ (۵-۴۴) عبارت زیر بدست می آید:

$$T = \frac{FF^*}{AA^*} = \left(\frac{AA^*}{FF^*}\right)^{-1} = \left[\frac{16}{4 + (k_2/k_1)^2}\right] e^{-2k_2 L} \quad (۵-۶۲)$$

از تعاریف k_1 (معادلهٔ (۵-۳۸)) و k_2 (معادلهٔ (۵-۴۸)) بی می بریم که

$$\left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 = \frac{2m(V-E)/\hbar^2}{2m\bar{E}/\hbar^2} = \frac{V}{E} - 1 \quad (۵-۶۳)$$

این بدان معنی است که کمیت داخل کروشه در معادله (۵-۶۲) نسبت به قسمت نهایی کمتر با V و E تغییر می‌کند. به علاوه، مقدار داخل کروشه هرگز از نظر مقدار با ۱ اختلاف زیادی ندارد و بنابراین یک تقریب قابل قبول از احتمال انتقال به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$T = e^{-2k_2L} \quad \text{احتمال انتقال} \quad (۵-۶۴)$$

این فرمول در فصل ۱۲ برای توضیح دادن تغییر خارق‌العاده در نیمه عمرهای هسته‌های رادیواکتیو آلفا با انرژی ذره آلفا به کار برده خواهد شد.

مسأله: الکترونی با انرژیهای 1 eV و 2 eV بر سدی به ارتفاع 5 eV و عرض 5 \AA فرود می‌آیند. احتمالات انتقال مربوطه را پیدا کنید. اگر عرض سد دو برابر شود، چگونه این احتمالات تحت تأثیر قرار می‌گیرند؟
حل: به ازای الکترون با انرژی 1 eV

$$\begin{aligned} k_2 &= \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} \\ &= \frac{\sqrt{2 \times (9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (5-1) \text{ eV} \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}}{1.054 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} \\ &= 1.0 \times 10^{10} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

$$(1/0 \times 10^1 \times \frac{1}{\text{m}}) \times (5 \times 10^{-1} \text{ m}) = 10^0, L = 5\text{ \AA} = 5 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$2x = 2k_2L$ و احتمال انتقال عبارت است از:

$$T_1 = e^{-2k_2L} = e^{-10} = 4.5 \times 10^{-5}$$

بطور متوسط از ۲۲۰۰۰ الکترون یک الکترون با انرژی 1 eV می‌تواند به وسیله تونل از داخل سدی با انرژی 5 eV عبور کند. برای الکترونی با انرژی 2 eV محاسبه مشابهی به کار می‌رود.

$$T_2 = e^{-8.9} = 1.4 \times 10^{-4}$$

احتمال عبور الکترونی با انرژی 2 eV به وسیله تونل از داخل سد تقریباً سه برابر است. اگر عرض سد 10 \AA شود، احتمالات انتقال عبارت خواهد بود از:

$$T'_1 = 2.1 \times 10^{-9} \quad T'_2 = 1.9 \times 10^{-8}$$

بطور آشکار T بیشتر به عرض سد بستگی دارد تا به انرژی ذره.

۵-۹ نوسان کننده هماهنگ^۱

حرکت هماهنگ موقعی صورت می‌گیرد که سیستمی حول یک وضعیت تعادل نوسان کند. این سیستم ممکن است جسمی متصل به فنر یا شناوری در سطح مایع، یک مولکول دو اتمی، یک اتم در شبکه کریستالی باشد - در دنیای میکروسکوپی و همچنین در دنیای ماکروسکوپی مثالهای بیشماری وجود دارند. شرط وقوع حرکت هماهنگ، وجود یک نیروی بازگرداننده است که هرگاه سیستمی از حالت تعادل خارج شود، سعی می‌کند آن را به وضعیت تعادلش بازگرداند؛ اینرسی جرمهای موجود در سیستم موجب می‌شود که از حالت تعادل فراتر روند و اگر فرآیندهای تلف کننده نیز موجود نباشند، سیستم، نوسان پایداری خواهد داشت. در مورد خاص حرکت هماهنگ ساده، نیروی بازگرداننده^۲ F بر یک ذره با جرم m خطی است؛ یعنی، F متناسب با جابجایی ذره^۳ x از وضعیت تعادلش و در جهت مخالف آن است، به طوری که

$$F = -kx \quad (۵-۶۵)$$

این رابطه به قانون هوک^۴ موسوم است. برطبق قانون دوم حرکت $F = ma$ ، و از این رو

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (۵-۶۶)$$

معادله^۵ (۵-۶۶) دارای حل‌های زیادی است، یک حل مناسب آن عبارت است از:

$$x = A \cos(2\pi\nu t + \phi) \quad (۵-۶۷)$$

که در آن

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{بسامد نوسان کننده هماهنگ} \quad (۵-۶۸)$$

بسامد نوسانها و دامنه^۶ آنها است و مقدار ϕ ، ثابت فاز، بستگی به مقدار x در زمان $t = 0$ دارد.

اهمیت نوسان کننده هماهنگ ساده در فیزیک کلاسیک و فیزیک مدرن در آن نیست که

نیروهای بازگرداننده واقعی با قانون هوک دقیقاً " سازگار باشند - چیزی که بندرت واقعیت دارد - بلکه این واقعیت مهم است که این نیروها به ازای جابجایی‌های کوچک به قانون هوک محدود می‌شوند. در نتیجه هر سیستمی که در آن چیزی ارتعاشات کوچکی را حول یک وضعیت تعادل ایجاد کند، شبیه یک نوسان کننده هماهنگ ساده عمل می‌کند. برای اثبات این نکته مهم، توجه داریم که هر نیروی بازگرداننده را که تابعی از x باشد می‌توان بصورت یک سری مک لورن^۱ حول وضعیت تعادل $x=0$ به طریق زیر بیان کرد:

$$F(x) = F_{x=0} + \left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=0} x + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2F}{dx^2}\right)_{x=0} x^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3F}{dx^3}\right)_{x=0} x^3 + \dots$$

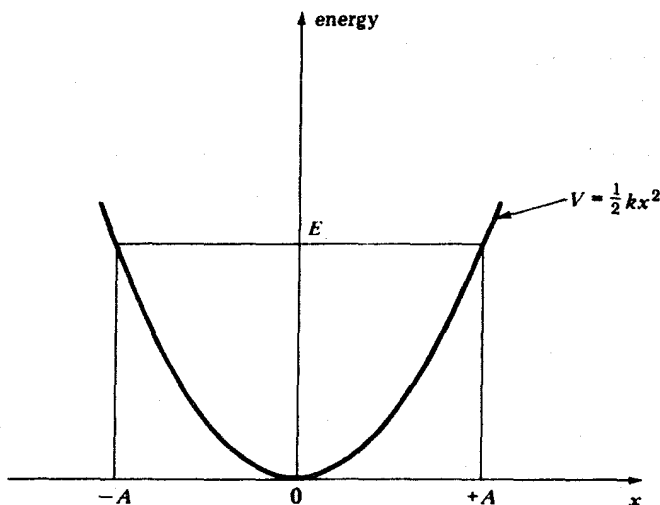
از آن جاکه $x=0$ وضعیت تعادل است، $F_{x=0}=0$ می‌باشد و چون به ازای x کوچک مقادیر x^2, x^3, \dots در مقایسه با x بسیار ناچیزند، از عبارت سوم و عبارتهای بالاتر سری می‌توان صرف نظر کرد. بنابراین، هنگامی که x کوچک باشد، عبارت دوم تنها عبارت قابل توجه است. در نتیجه

$$F(x) = \left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=0} x$$

قانون هوک می‌باشد وقتی که $\left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=0}$ منفی باشد، همان گونه که برای هر نیروی باز گرداننده منفی است. بنابراین، نتیجه این است که تمام نوسانها وقتی دامنه‌های آنها به حد کافی کوچک باشند، ذاتاً "هماهنگ هستند. تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ مربوط به نیروی قانون هوک را به این طریق می‌توان پیدا کرد که کار مورد نیاز برای رساندن یک ذره از $x=0$ به $x=x$ در مقابل چنین نیرویی محاسبه شود. نتیجه این می‌شود.

$$V(x) = -\int_0^x F(x) dx = k \int_0^x x dx = \frac{1}{2} kx^2 \quad (۵-۶۹)$$

و در شکل (۵-۱) ترسیم شده است. منحنی $V(x)$ در مقابل x یک منحنی سهمی است. اگر انرژی نوسان کننده E باشد، ذره بین $-A$ و A و $x = +A$ به جلو و عقب نوسان می‌کند که $E = \frac{1}{2} kA^2$ رابطه بین E و A را نشان می‌دهد. شکل (۸-۲۳) نشان می‌دهد که چگونه یک منحنی انرژی پتانسیل غیر سهمی برای جابجایی‌های کوچک می‌تواند به یک منحنی سهمی نزدیک شود.



شکل (۱۰-۵) انرژی پتانسیل یک نوسان کننده هماهنگ با x متناسب است، که x عبارت است از جابجایی از وضعیت تعادل. دامنه A حرکت به وسیله انرژی کل E نوسان کننده، که از نظر کلاسیکی هر مقداری را می تواند داشته باشد، تعیین می شود.

حتی پیش از محاسبه ای طولانی می توان سه اصلاح مکانیک کوانتومی را برای این تصویر کلاسیکی پیش بینی کرد. اولاً، طیف پیوسته ای از انرژیهای مجاز وجود نخواهد داشت، بلکه طیفی خواهد بود مجزا تنها شامل بعضی مقادیر خاص. دوم، پایین ترین انرژی مجاز $E=0$ نخواهد بود، بلکه مقدار کمینه $E=E_0$ خواهد بود. سوم، این احتمال وجود خواهد داشت که ذره بتواند در چاه پتانسیلی که هست نفوذ و از حدود $-A$ و $+A$ تجاوز کند. معادله شرودینگر برای نوسان کننده هماهنگ، با داشتن $V = \frac{1}{2} kx^2$ ، عبارت است از:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{1}{2} kx^2 \right) \psi = 0 \quad (70-5)$$

بهتر است معادله (۷۰-۵) را با معرفی مقادیر بدون بعد ساده کنیم:

$$y = \left(\frac{1}{\hbar} \sqrt{km} \right)^{1/2} x = \sqrt{\frac{2\pi m \nu}{\hbar}} x \quad (71-5)$$

و

$$\alpha = \frac{2E}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2E}{\hbar \nu} \quad (72-5)$$

که در آن ν بسامد کلاسیکی نوسان داده شده در معادله (۵-۶۸) است در این جانشین سازیها، آنچه که در اصل انجام داده‌ایم تبدیل واحدهاست که در آنها x و E از متر و ژول به ترتیب به واحدهای بی بعد مناسبی تبدیل می‌شوند. معادله شرودینگر برحسب y و α به صورت زیر درمی‌آید.

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} + (\alpha - y^2)\psi = 0 \quad (۵-۷۳)$$

حلهای این معادله که در این جا مورد قبولند با این شرط محدود می‌شود که هر گاه y به سمت بی نهایت میل کند، ψ به سمت صفر میل می‌کند، به منظور این که:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx = 1$$

در غیر این صورت تابع موج نمی‌تواند یک ذره حقیقی را نشان دهد. خواص ریاضی معادله (۵-۷۳) چنان است که (به ضمیمه ۱۱ رجوع شود) این شرط فقط هنگامی برقرار است که:

$$\alpha = 2n + 1 \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

از آن جا که بر طبق معادله (۵-۷۲)، $\alpha = 2 E/h\nu$ است، ترازهای انرژی یک نوسان کننده هماهنگ که بسامد کلاسیکی نوسانش ν است به وسیله فرمول زیر بدست می‌آید:

$$E_n = (n + \frac{1}{2}) h\nu \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (۵-۷۴)$$

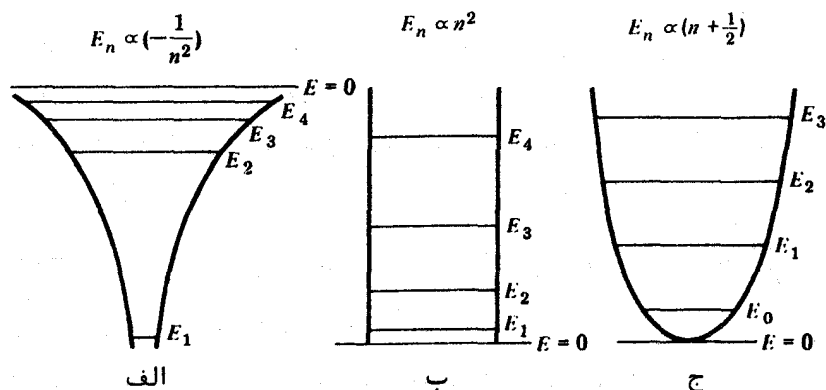
ترازهای انرژی
نوسان کننده هماهنگ

بدین ترتیب، انرژی یک نوسان کننده هماهنگ به صورت پله‌های $h\nu$ کوانتیزه می‌شود. توجه داریم که هنگامی که $n = 0$ باشد.

$$E_0 = \frac{1}{2} h\nu \quad \text{انرژی در صفر مطلق} \quad (۵-۷۵)$$

که پایین ترین مقداری است که انرژی نوسان کننده می‌تواند داشته باشد. این مقدار را انرژی نقطه صفر می‌نامند زیرا یک نوسان کننده هماهنگ در تعادل با محیط اطرافش هنگامی که دما به $K = 0$ برسد به یک انرژی $E = E_0$ نزدیک خواهد شد و نه به انرژی $E = 0$.

شکل (۵-۱۱) مقایسه ترازهای انرژی یک نوسان کننده هماهنگ را با ترازهای انرژی یک اتم هیدروژن و ترازهای انرژی یک ذره در جعبه‌ای با دیوارهای کاملاً سخت نشان



شکل (۵-۱۱) چاههای پتانسیل و ترازهای انرژی (الف) یک اتم تئیدروژن، (ب) یک ذره در یک جعبه و (ج) یک نوسان کننده هماهنگ.

می‌دهد. اشکال منحنی‌های انرژی پتانسیل مربوطه نیز در این شکل نشان داده شده است. فاصله ترازهای انرژی فقط برای نوسان کننده هماهنگ ثابت است.

برای هر مقدار اختیاری از پارامتر α_n یک تابع موج متفاوت ψ_n وجود دارد. هر تابع موج عبارت است از: یک چند جمله‌ای $H_n(y)$ (موسوم به چند جمله‌ای هرمیت^۱) که توانهای آن فرد یا زوج اند، سازه نمایی $e^{-y^2/2}$ و یک ضریب عمودی که برای تحقق شرط بهنجار شدن ψ_n لازم است.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2 dx = 1 \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

فرمول کلی تابع موج n ام عبارت است از:

$$\psi_n = \left(\frac{2m\nu}{\hbar}\right)^{1/4} (2^n n!)^{-1/2} H_n(y) e^{-y^2/2} \quad (۵-۷۶)$$

شش چند جمله‌ای اول هرمیت $H_n(y)$ در جدول (۵-۱) فهرست شده‌اند.

توابع موجی که با شش تراز اول انرژی یک نوسان کننده هماهنگ مطابق هستند در شکل (۵-۱۲) نشان داده شده‌اند. در هر حالت حوزه‌ای نشان داده می‌شود که ذره ضمن نوسان کلاسیکی با همان انرژی کل E_n بدان حوزه محدود خواهد شد. واضح است که ذره می‌تواند به

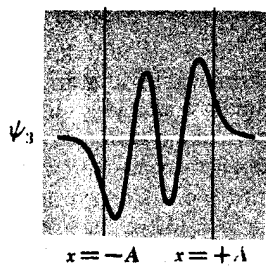
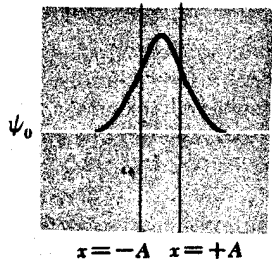
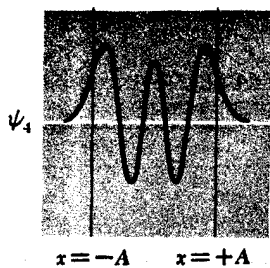
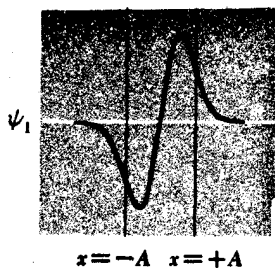
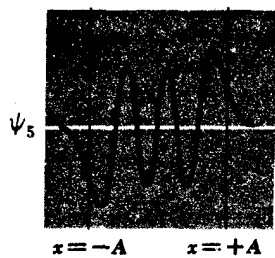
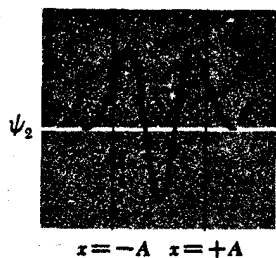
نواحی ممنوع کلاسیکی یا احتمالی که بطور نهایی کاهش می یابد، نفوذ کند - به عبارت

جدول ۵-۱ چند جمله‌ایهای هرمیت

E_n	α_n	$H_n(y)$	n
$\frac{1}{2} h\nu$	۱	۱	۰
$\frac{3}{2} h\nu$	۳	$2y$	۱
$\frac{5}{2} h\nu$	۵	$4y^2 - 2$	۲
$\frac{7}{2} h\nu$	۷	$8y^3 - 12y$	۳
$\frac{9}{2} h\nu$	۹	$16y^4 - 48y^2 + 12$	۴
$\frac{11}{2} h\nu$	۱۱	$32y^5 - 160y^3 + 120y$	۵

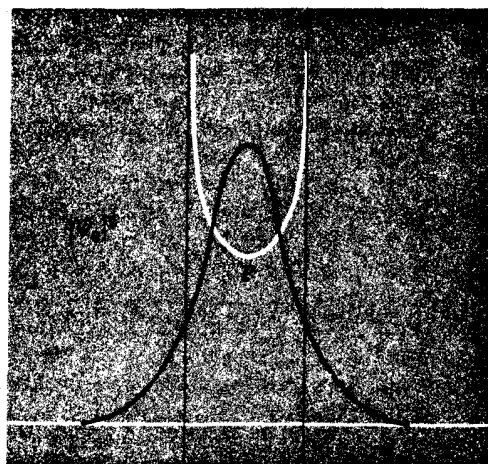
دیگر، ذره می تواند از دامنه A که توسط انرژی تعیین می شود تجاوز کند - درست مثل وضعیت یک ذره در یک جعبه با دیوارهایی غیر صلب.

مقایسه چگالیهای احتمال یک نوسان کننده هماهنگ کلاسیکی و یک نوسان کننده هماهنگ مکانیک کوانتومی که انرژی مساوی دارند، جالب و آموزنده است! منحنیهای قسمت بالای شکل (۵-۱۳) این چگالی را برای نوسان کننده کلاسیک نشان می دهند. احتمال p یافتن ذره در یک نقطه مشخص در دو انتهای مسیر حرکت که سرعت ذره کم است بیشینه و در وضعیت تعادل ($x=0$) که سرعت آن بیشتر است، کمینه می باشد. نوسان کننده مکانیک کوانتومی در پایین ترین حالت انرژی $n=0$ دقیقاً "رفتار متضادی" را نشان می دهد. همان طور که نشان داده شده است، چگالی احتمال $|\psi_0|^2$ در $x=0$ بیشینه مقدار خود را داراست و در دو طرف این وضعیت کاهش می یابد. لکن، این اختلاف بتدریج با افزایش n کم می شود: نمودار پایینی شکل (۵-۱۳) مطابق با حالت $n=10$ می باشد و واضح است که هنگامی که $|\psi_{10}|^2$ روی x میانگیری شود تقریباً "خصوصیات کلی احتمال کلاسیکی p را داراست. این یک نمونه دیگر از اصل تطابق است که در فصل ۴ ذکر شده است: در محدوده اعداد کوانتومی بزرگ، نتایج فیزیک کوانتومی و فیزیک کلاسیک یکسان است.

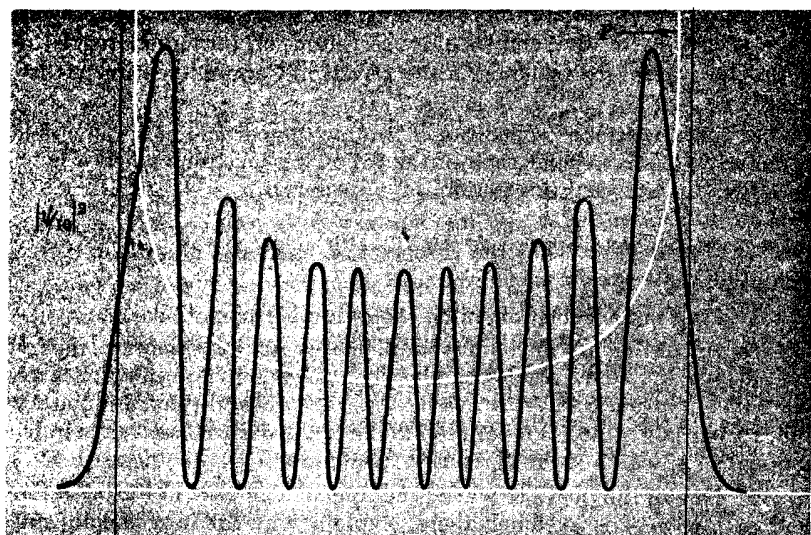


شکل (۵-۱۲) اولین شش تابع موج نوسان کننده هماهنگ. خطوط عمودی حد بین $-A$ و $+A$ را که یک نوسان کننده کلاسیکی با همان انرژی می تواند نوسان کند، نشان می دهند.

ممکن است ایراد گرفته شود که گرچه $|\psi_{10}|^2$ هنگامی که هموار شد در واقع به P نزدیک می شود. معبداً $|\psi_{10}|^2$ نسبت به x بطور سریع کم و زیاد می شود، در حالی که تغییرات P این طور نیست. لکن، این ایراد فقط زمانی وارد است که نوسانها قابل مشاهده باشند و هر چه فاصله قله ها و گودیها کمتر باشد، تفکیک آنها از هم بطور آزمایشی مشکلتر می شود. "دنباله های" نمایی $|\psi_{10}|^2$ در ماورای $x = \pm A$ نیز با افزایش n از نظر دامنه کاهش می یابند. بدین ترتیب، گر چه تصاویر کوانتومی و کلاسیکی به ازای مقادیر کوچک n از بنیان با هم



$$x = -A \quad x = +A$$



$$x = -A$$

$$x = +A$$

شکل (۱۳-۵) چگالیهای احتمال یک نوسان کننده هماهنگ مکانیک کوانتومی به ازای حالت‌های $n=0$ و $n=10$. چگالیهای احتمال برای نوسان کننده‌های هماهنگ کلاسیکی با همان انرژی با خط سفید نشان داده شده‌اند. در حالت $n=10$ ، کوتاهترین طول موج در $x=0$ و بلندترین آن در $x=\pm A$ است.

متفاوتند، ولی در سازگاری با اصل تطابق هر چه مقدار n بزرگتر شود، شباهت آنها به هم بیشتر و بیشتر می‌گردد.

مسائل

۱- ثابت کنید که تمام حلهای معادله موج

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

همان‌طور که در بخش (۲-۵) ذکر شده است باید به صورت $y = F(t \pm x/v)$ باشد.

۲- اگر $\psi_1(x, t)$ و $\psi_2(x, t)$ حلهای معادله شرودینگر برای پتانسیل داده شده $V(x)$ باشند، نشان دهید که ترکیب خطی

$$\Psi = a_1 \psi_1 + a_2 \psi_2$$

که در آن a_1 و a_2 مقادیر اختیاری هستند، نیزیک حل است. (این نتیجه با مشاهده تجربی تداخل امواج دبروی مطابقت دارد، که به عنوان مثال در آزمایش داویسون - ژرمر در فصل بحث شده است).

۳- احتمال یافتن ذره بخش (۵-۶) را هنگامی که ذره در حالت پایدار در ناحیه‌ای به عرض $\Delta x = 0.01L$ قرار دارد، در هر یک از موقعیتهای ذیل تعیین کنید (انتگرال گیری لازم نیست):

$$x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L, L.$$

۴- مسأله ۳ را برای اولین حالت تحریک شده ذره که مربوط به $n = 2$ است، تکرار کنید.

۵- مقدار مورد انتظار $\langle x \rangle$ ذره بخش (۵-۶) را پیدا کنید.

۶- بر طبق اصل تطابق، نتایج نظریه کوانتمی و فیزیک کلاسیک به ازای اعداد کوانتمی بزرگ یکسان است. نشان دهید که هرگاه n به سمت ∞ میل می‌کند، احتمال یافتن ذره محبوس در بخش (۵-۶) بین x و $x + \Delta x$ مساوی $\Delta x/L$ می‌باشد و بنابراین مستقل از x است، آنچه که در حالت کلاسیک انتظار می‌رود.

۷- یکی از توابع موج ممکن یک ذره در چاه پتانسیل شکل (۵-۱۴) رسم شده است. علت تغییر طول موج و دامنه ψ را توضیح دهید.

۸- یک خاصیت مهم توابع ویژه یک سیستم این است که این توابع نسبت به هم متعامد

هستند، یعنی

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n \psi_m dV = 0 \quad n \neq m$$

این رابطه را در مورد توابع ویژه^{*} یک ذره در جعبه‌ای یک بعدی که به وسیله معادله^{*} (۳۳-۵) داده شده است، ثابت کنید.

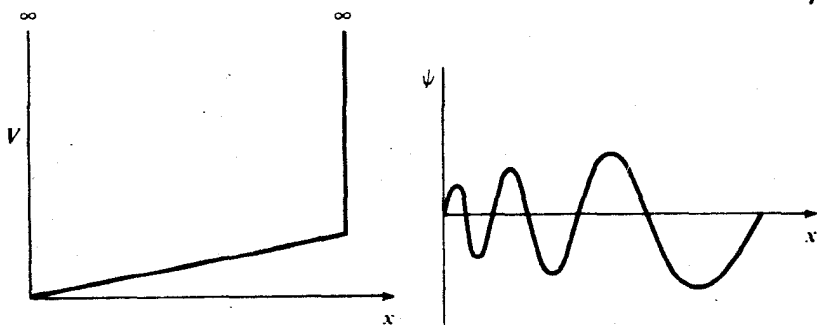
۹- باریکه‌ای از ذرات با انرژی جنبشی E در $x=0$ بر یک پله پتانسیل به ارتفاع V که $E > V$ است، فرود می‌آید. (الف) توضیح دهید که چرا حل $De^{ik'x}$ (در نمادگذاری بخش ۵-۸) در این وضعیت مفهوم فیزیکی ندارد، به طوری که $D=0$. (ب) نشان دهید که در این جا احتمال انتقال A' $T = CC^*/AA^* = 4k^2/(k_1 + k')^2$ است. (ج) یک باریکه 1-mA از الکترون‌ها با تندی $2 \times 10^6 \text{ m/s}$ وارد ناحیه‌ای با مرز کاملاً^{*} معینی می‌شود که در این مرز تندی الکترون‌ها توسط اختلاف در پتانسیل به $1 \times 10^6 \text{ m/s}$ کاهش می‌یابد. جریانهای باز تابیده شده و انتقال یافته را پیدا کنید.

۱۰- انرژی نقطه صفر یک آونگ را که زمان تناوب آن ۱ ثانیه است برحسب الکترون ولت پیدا کنید.

۱۱- انرژی کل یک نوسان کننده^{*} هماهنگ عبارت است از $E = p^2/2m + kx^2/2$ که در آن P اندازه حرکت و x جابجایی آن از وضعیت تعادل می‌باشد. با کمک اصل عدم قطعیت انرژی در نقطه صفر چنین نوسان کننده‌ای را در حالتی که $p = \Delta p$ و $x = \Delta x$ باشد، به دست آورید. ۱۲- در یک نوسان کننده^{*} هماهنگ، موضع ذره از A تا $+A$ و اندازه حرکت آن از $-p_0$ تا $+p_0$ تغییر می‌کند. در چنین نوسان کننده‌ای، انحرافات از مقدار متوسط x و p به ترتیب $\Delta x = A/\sqrt{2}$ و $\Delta p = p_0/\sqrt{2}$ است. با استفاده از این مطلب، نشان دهید که کمینه انرژی یک نوسان کننده^{*} هماهنگ $\frac{1}{2}h\nu$ است.

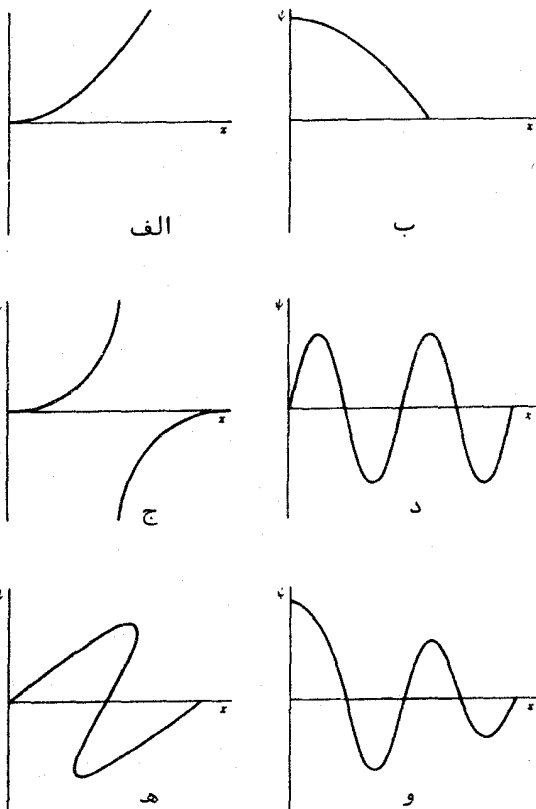
۱۳- مقادیر مورد انتظار $\langle x \rangle$ و $\langle x^2 \rangle$ را برای دو حالت اول یک نوسان کننده^{*} هماهنگ پیدا کنید.

۱۴- نشان دهید که مقادیر مورد انتظار $\langle K \rangle$ و $\langle V \rangle$ انرژیهای جنبشی و پتانسیل یک نوسان کننده^{*} هماهنگ موقعی که نوسان کننده در حالت $n=0$ قرار دارد، به وسیله^{*}



شکل (۵-۱۴)

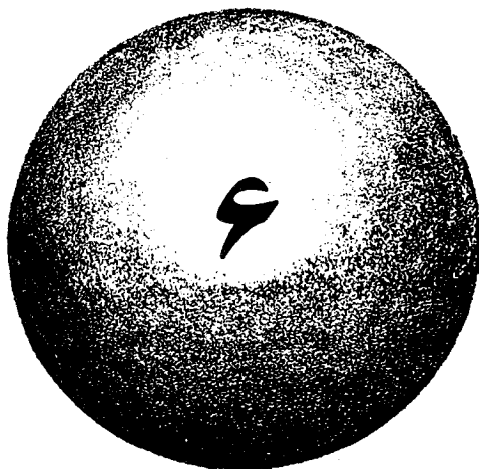
$\langle V \rangle = \langle K \rangle = E_0/2$ به دست می‌آید. (در حقیقت، این رابطه برای تمام حالت‌های یک نوسان کننده^{۱۵} هماهنگ صدق می‌کند). چگونه این جواب با مقادیر کلاسیکی K و V مقایسه می‌شود؟



شکل ۱۵-۵

۱۵- نشان دهید که سه تابع اول نوسان کننده^{۱۶} هماهنگ حل‌های بهنجار شده^{۱۷} معادله شرودینگرند.

۱۶- کدام یک از توابع موجی که در شکل (۱۵-۵) نشان داده شده‌اند ممکن است بطور تصویری معنی فیزیکی داشته باشد؟



نظریه کوانتومی اتم هیدروژن

- ۱-ع معادله شرودینگر برای اتم هیدروژن
- ۲-ع جداسازی متغیرها
- ۳-ع اعداد کوانتومی
- ۴-ع عدد کوانتومی اصلی
- ۵-ع عدد کوانتومی مداری
- ۶-ع عدد کوانتومی مغناطیسی
- ۷-ع اثر بهنجار زمین
- ۸-ع چگالی احتمال الکترون
- ۹-ع گذارهای تابشی
- ۱۰-ع قواعد انتخاب

نظریه کوانتومی اتم هیدروژن

نظریه مکانیک - کوانتومی اتم که اندکی بعد از فرمول بندی خود مکانیک کوانتومی گسترش یافت سهم بسزایی در آگاهی ما از جهان فیزیکی دارد. این نظریه علاوه بر آن که تغییر اساسی در نگرش ما نسبت به پدیده های اتمی ایجاد کرد، به دانش ما در پدیده های دنیای فیزیکی می افزاید: چگونگی برهمکنش اتمها در تشکیل مولکولهای پایدار، اساس جدول تناوبی عناصر و دلیل داشتن خصوصیات ویژه الکتریکی، مغناطیسی، اپتیکی و مکانیکی جامدات. اکنون راجع به نظریه کوانتومی در اتم هیدروژن و این که چگونه نتایج ریاضی آن ممکن است بر حسب مفاهیم آشنا تفسیر شود، صحبت می کنیم.

۱-۶ معادله شرودینگر برای اتم هیدروژن

یک اتم هیدروژن از یک پروتون که ذره های است با بار الکتریکی $+e$ و یک الکترون که ذره ی است با بار الکتریکی $-e$ که 1836 بار از پروتون سبکتر می باشد، تشکیل شده است. برای سهولت فرض می کنیم که پروتون ساکن است و الکترون در اطراف آن گردش می کند ولی میدان الکتریکی پروتون مانع فرار الکترون می شود. (همان طور که در نظریه بوهر دیدیم، تصحیح برای حرکت پروتون فقط با گذاشتن جرم کاهش یافته m' ، که به وسیله معادله ۴-۲۷ داده می شود، به جای جرم الکترون m صورت می گیرد). معادله شرودینگر برای الکترون در سه بعد که همان چیزی است که ما برای اتم هیدروژن باید بکار ببریم، به صورت زیر است.

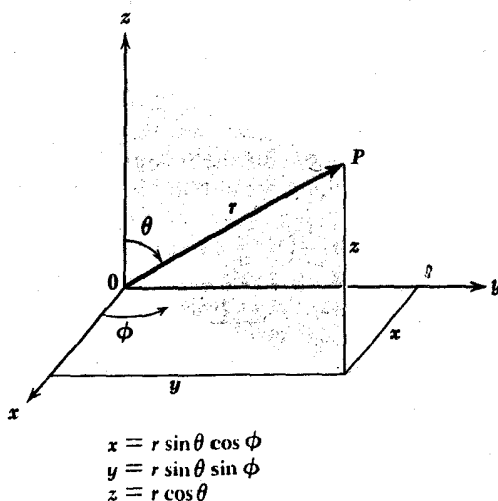
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (1-6)$$

در این جا، انرژی پتانسیل، انرژی پتانسیل الکتریکی (اغلب به کولن موسوم است)

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2-6)$$

مربوط به یک بار $-e$ است هنگامی که فاصله آن از بار دیگر $+e$ باشد.

از آن جا که V تابعی از r است تا تابعی از x, y, z ، نمی‌توانیم معادله (۶-۲) را مستقیماً "جانشین معادله" (۶-۱) کنیم. دو راه وجود دارد: با گذاشتن $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ به جای r می‌توانیم V را برحسب مختصات قائم x, y, z بیان کنیم، یا این که می‌توانیم معادله شرودینگر را برحسب مختصات قطبی کروی r, θ, ϕ تعریف شده در شکل ۶-۱ بیان کنیم. در این جا به علت وجود تقارن در وضعیت فیزیکی، راه دوم مناسبتر است. مختصات قطبی کروی r, θ, ϕ نقطه P که در شکل (۶-۱) نشان داده شده است دارای خصوصیات زیر است.



شکل (۶-۱) مختصات قطبی کروی

طول بردار شعاعی از مبدأ O تا نقطه P $r = OP$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

زاویه بین بردار شعاعی و محور z θ

زاویه سمت الرأس ϕ

مختصات قطبی کروی

$$= \cos^{-1} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

زاویه بین تصویر بردار شعاعی در صفحه xy و محور x که در جهت نشان داده شده

اندازه گیری می شود. $\phi = 0$

زاویه سمتی =

$$= \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

در سطح یک کره که مرکز آن در نقطه O قرار دارد، خطوط دارای زاویه سمت الرأس ثابت مانند خطوط موازی عرض جغرافیایی روی یک کره اند، (ولی توجه داریم که مقدار θ یک نقطه با عرض جغرافیایی آن یکسان نیست؛ مثلاً، در استوا $\theta = 90^\circ$ می باشد ولی عرض جغرافیایی استوا 0° است) و خطوط دارای زاویه سمتی ثابت، مانند نصف النهارات طول جغرافیایی هستند (در این جا تعاریف یکسانند مشروط بر این که محور کره در امتداد محور z باشد و در امتداد محور x' $\phi = 0^\circ$ شود).

در مختصات قطبی کروی، معادله شرودینگر به صورت زیر نوشته می شود.

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (3-6)$$

با جانشین کردن معادله (۳-۶) به جای انرژی پتانسیل V و ضرب کردن کل معادله در $r^2 \sin^2 \theta$ ، معادله زیر به دست می آید.

$$\sin^2 \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{2mr^2 \sin^2 \theta}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) \psi = 0 \quad \text{اتم ئیدروژن} \quad (4-6)$$

معادله (۴-۶) معادله مشتق جزئی برای تابع موج ψ الکترون در یک اتم ئیدروژن است. همان طور که در فصل ۵ بحث شد، همراه با شرایط گوناگونی که ψ می بایست تابع آنها باشد (مثلاً، ψ در هر نقطه ای به ازای θ, ϕ فقط یک مقدار را دارد)، این معادله رفتار الکترون را کاملاً مشخص می کند. برای این که ببینیم این رفتار چگونه است، باید معادله (۴-۶) را برای ψ حل کنیم.

معادله (۴-۶) نشان می دهد که برای توصیف الکترون در یک اتم ئیدروژن، به جای به کار بردن عدد کوانتمی منفرد نظریه بوهر سه عدد کوانتمی لازم است. (در فصل بعد

پی خواهیم برد که برای توصیف چرخش الکترون، به یک عدد کوانتومی چهارمی هم نیاز داریم). در مدل بوهر، حرکت الکترون در اصل یک بعدی است، چون موقعیت الکترون در یک مدار معین تنها کمیتی است که در حین حرکتش تغییر می‌کند. درست همان گونه که برای مشخص کردن حالت یک ذره در جعبه‌ای یک بعدی یک عدد کوانتومی کافی است، برای مشخص کردن حالت چنین الکترونی نیز یک عدد کوانتومی کافی می‌باشد.

یک ذره در یک جعبه سه بعدی برای توصیف خود به سه عدد کوانتومی نیاز دارد، چون اکنون سه دسته شرط مرزی وجود دارد که تابع موج ذره باید از آنها پیروی کند: ψ باید در دیواره‌های جعبه در جهت‌های x, y, z بطور مستقل صفر باشد. در یک اتم هیدروژن به جای این که حرکت الکترون به وسیله دیواره‌های جعبه محدود شود به وسیله میدان الکتریکی هسته که با عکس مجذور فاصله متناسب است محدود می‌گردد، ولی معدها الکترون بطور آزاد می‌تواند در سه بعد حرکت کند و تعجب آور نیست که سه عدد کوانتومی بر تابع موج آن نیز حاکم باشند.

سه عدد کوانتومی و مقادیر ممکن آنها که از حل معادله (۴-۶) به دست آمده‌اند، عبارتند از:

$$\text{عدد کوانتومی اصلی} = n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{عدد کوانتومی مداری} = l = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

$$\text{عدد کوانتومی مغناطیسی} = m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

عدد کوانتومی اصلی n بر انرژی کل الکترون حاکم است و با عدد کوانتومی n نظریه بوهر مطابقت دارد. عدد کوانتومی مداری l بر بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون حول هسته حاکم است و عدد کوانتومی مغناطیسی m_l بر جهت اندازه حرکت زاویه‌ای حاکم می‌باشد.

۴-۶ جداسازی متغیرها

دلیل نوشتن معادله شرودینگر به صورت مختصات قطبی برای اتم هیدروژن این است که این معادله ممکن است در این شکل به سه معادله مستقل تقسیم شود که هر کدام فقط شامل یک مختصه است. چنین جداسازی (که به اتم هیدروژن محدود نمی‌شود) امکان پذیر است، زیرا تابع موج $\psi(r, \theta, \phi)$ به صورت حاصل ضرب سه تابع مختلف است: $R(r)$ که تنها به r بستگی دارد، $\Theta(\theta)$ که فقط تابع θ است و $\Phi(\phi)$ که تنها به ϕ بستگی دارد. البته، هنوز بطور واقعی این را نمی‌دانیم، ولی می‌توانیم این طور فرض کنیم که

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$$

تابع موج اتم هیدروژن

$$(۴-۵)$$

و سپس ببینیم که آیا این امر به جداسازی دلخواه منجر می شود. تابع $R(r)$ نشان می دهد که چگونه تابع موج ψ الکترون در امتداد بردار شعاعی از هسته هنگامی که θ و ϕ ثابت هستند، تغییر می کند. تابع $\Theta(\theta)$ چگونگی تغییرات ψ را برحسب زاویه سمت الراس θ در امتداد نصف النهار کره ای هم مرکز با هسته هنگامی که r و ϕ ثابت هستند، نشان می دهد. تابع $\Phi(\phi)$ چگونگی تغییرات ψ برحسب زاویه سمتی ϕ در امتداد یک مدار روی کره ای هم مرکز با هسته را هنگامی که r و θ ثابت هستند، نشان می دهد.

معادله (۵-۶) را به صورت ساده تر می توان نوشت

$$\psi = R\Theta\Phi$$

می بینیم که

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \Theta\Phi \frac{\partial R}{\partial r} = \Theta\Phi \frac{dR}{dr}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = R\Phi \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} = R\Phi \frac{d\Theta}{d\theta}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} = R\Theta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = R\Theta \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2}$$

تغییر از مشتقات جزئی به مشتقات معمولی می تواند صورت گیرد، زیرا هر کدام از توابع R ، Θ ، Φ فقط به متغیرهای مربوطه r ، θ ، ϕ بستگی دارند.

هنگامی که در معادله شرودینگر برای اتم هیدروژن به جای ψ ، $R\Theta\Phi$ را قرار می دهیم و کل معادله را بر $R\Theta\Phi$ تقسیم می کنیم، پی می بریم که

$$\frac{\sin^2 \theta}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + \frac{2mr^2 \sin^2 \theta}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = 0 \quad (6-6)$$

سومین جزء معادله (۶-۶) فقط تابعی از زاویه سمتی ϕ است، در حالی که سایر اجزاء فقط تابع r و θ می باشند. معادله (۶-۶) را دوباره به صورت زیر مرتب می کنیم

$$\frac{\sin^2 \theta}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{2mr^2 \sin^2 \theta}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = -\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} \quad (7-6)$$

این معادله فقط در صورتی می‌تواند درست باشد که طرفین آن مساوی عدد ثابت یکسانی باشند، زیرا دو طرف تابع متغیرهای متفاوتی هستند. همان طور که خواهیم دید، بهتر است این مقدار ثابت را m_l^2 بنامیم. بنابراین معادله دیفرانسیل به ازای تابع Φ عبارت است از

$$-\frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\phi^2} = m_l^2 \quad (۸-۶)$$

سپس m_l^2 را به جای طرف راست معادله (۷-۶) می‌گذاریم، کل معادله را بر $\sin^2 \theta$ تقسیم می‌کنیم و اجزای مختلف را دوباره می‌نویسیم، عبارت زیر حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) \\ = -\frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) \quad (۹-۶) \end{aligned}$$

دوباره معادله‌ای داریم که در هر طرف آن متغیرهای متفاوتی ظاهر می‌شوند که ایجاب می‌کنند طرفین معادله مساوی مقدار ثابتی باشند. این مقدار ثابت را $l(l+1)$ می‌نامیم که باردیگر دلایل این انتخاب را توضیح خواهیم داد. بنابراین، معادله‌ها برای توابع Θ و R عبارتند از:

$$\frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = l(l+1) \quad (۱۰-۶)$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = l(l+1) \quad (۱۱-۶)$$

معادله‌های (۸-۶)، (۱۰-۶) و (۱۱-۶) معمولاً "به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m_l^2\Phi = 0 \quad (۱۲-۶)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} \right] \Theta = 0 \quad (۱۳-۶)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad (۱۴-۶)$$

هر کدام از این معادله‌ها، یک معادله دیفرانسیل معمولی برای تابعی است که یک متغیر دارد. بدین ترتیب، معادله شرودینگر برای اتم هیدروژن را که در آغاز به صورت یک معادله مشتق جزئی برای تابع ψ با سه متغیر بود، ساده کرده‌ایم. فرض در نظر گرفته شده در معادله (۵-۶) ظاهراً "به قوت خود باقی است".

۳-۶ اعداد کوانتومی

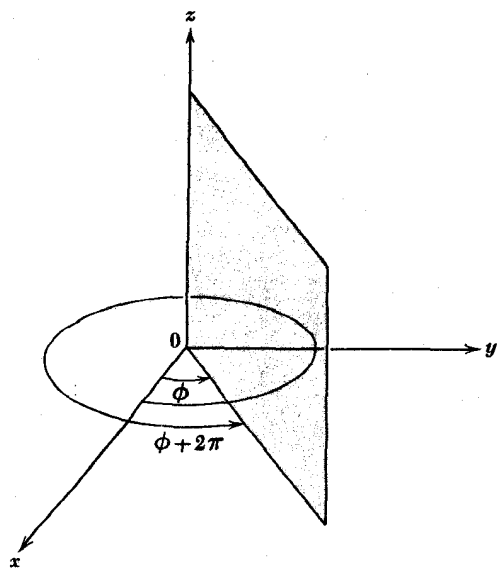
اولین معادله از معادله‌های بالا، یعنی معادله (۶-۱۲) به آسانی حل می‌شود و نتیجه

$$\Phi(\phi) = A e^{im_l \phi} \quad (۱۵-۶)$$

می‌باشد که در آن مقدار ثابت انتگرال‌گیری است. قبلاً "خاطر نشان کرده‌ایم که یکی از شرایطی که یک تابع موج - و از این رو ϕ که یک مؤلفه تابع موج کامل ψ است - باید از آن پیروی کند این است که تابع موج در نقطه معینی از فضا تک مقدار باشد. از شکل (۶-۲) معلوم می‌شود که زوایای ϕ و $\phi + 2\pi$ هر دو یک صفحه نصف النهار را مشخص می‌کنند. بنابراین، باید $\Phi(\phi) = \Phi(\phi + 2\pi)$ باشد، یا

$$A e^{im_l \phi} = A e^{im_l (\phi + 2\pi)}$$

که فقط هنگامی می‌تواند روی دهد که m_l مساوی صفر یا یک عدد صحیح مثبت یا منفی باشد ($\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$). مقدار ثابت m_l به عنوان عدد کوانتومی مغناطیسی اتم هیدروژن شناخته می‌شود.



شکل (۶-۲) زوایای ϕ و $\phi + 2\pi$
هر دو یک صفحه نصف النهار
را مشخص می‌کنند.

معادلهٔ دیفرانسیل (۱۳-۶) را می‌توان برای $\Theta(\theta)$ حل کرد، مشروط بر آن که l عددی صحیح مساوی یا بزرگتر از $|m_l|$ ، قدر مطلق m_l باشد، این ضرورت را به عنوان یک شرط در مورد m_l به شکل زیر می‌توان بیان کرد.

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

l مقدار ثابتی است که عدد کوانتومی مداری نامیده می‌شود.

حل معادلهٔ نهائی، یعنی معادلهٔ (۱۴-۶)، برای قسمت شعاعی $R(r)$ تابع موج اتم هیدروژن ψ نیز ایجاب می‌کند که شرط مشخصی برقرار باشد. این شرط این است که E مثبت باشد یا یکی از مقادیر منفی E_n را که به وسیلهٔ فرمول زیر مشخص می‌شود، داشته باشد (منفی بودن انرژی معرف این است که الکترون در قید اتم است).

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2}\right) \quad (۱۶-۶)$$

که در آن n عددی صحیح می‌باشد. ما پی می‌بریم که این فرمول دقیقاً همان فرمولی است که بوه‌ر برای ترازهای انرژی اتم هیدروژن به دست آورد.

شرط دیگری که برای حل معادلهٔ (۱۴-۶) باید رعایت شود، این است که n ، موسوم به عدد کوانتومی اصلی، باید مساوی یا بزرگتر از $l + 1$ باشد. این ضرورت را می‌توان به عنوان یک شرط در مورد l به صورت زیر بیان کرد

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

از این رو، می‌توانیم سه عدد کوانتومی n ، l و m و مقادیر مجاز آنها را به صورت زیر بنویسیم

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

عدد کوانتومی اصلی

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

عدد کوانتومی مداری

$$(۱۷-۶)$$

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

عدد کوانتومی مغناطیسی

در این جا شیوهٔ طبیعی ظاهر شدن اعداد کوانتومی در نظریه‌های مکانیک کوانتومی مربوط به ذراتی که در ناحیهٔ خاصی از فضا محبوس شده‌اند، شایان توجه است.

برای نشان دادن وابستگی R ، Θ و Φ به اعداد کوانتومی n ، l و m ، ممکن است تابع موج برای الکترون را به صورت زیر بنویسیم.

$$\psi = R_{nl}\Theta_{lm_l}\Phi_{m_l}$$

$$(۱۸-۶)$$

در جدول (۱-۶) توابع موج Θ, R, Φ همراه با ψ به ازای ۱ و ۲ و ۳ داده شده‌اند.

جدول ۱-۶: توابع موج بهنجار شده اتم هیدروژن به ازای ۱ و ۲ و ۳. $n=1$.
کمیت $A = 0.53 \text{ Å}$ مساوی با شعاع مدار میانی بوهر است.

n	l	m_l	$\Phi(\phi)$	$\Theta(\theta)$	$R(r)$	$\psi(r, \theta, \phi)$
1	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$
2	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi} a_0^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$
2	1	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{6}}{2} \cos \theta$	$\frac{1}{2\sqrt{6} a_0^{3/2}} e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi} a_0^{3/2}} e^{-r/2a_0} \cos \theta$
2	1	± 1	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$	$\frac{1}{2\sqrt{6} a_0^{3/2}} e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{8\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} e^{-r/2a_0} \sin \theta e^{\pm i\phi}$
3	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{81\sqrt{3} a_0^{3/2}} \left(27 - 18\frac{r}{a_0} + 2\frac{r^2}{a_0^2}\right) e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{3\pi} a_0^{3/2}} \left(27 - 18\frac{r}{a_0} + 2\frac{r^2}{a_0^2}\right) e^{-r/3a_0}$
3	1	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{6}}{2} \cos \theta$	$\frac{4}{81\sqrt{6} a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/3a_0}$	$\frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/3a_0} \cos \theta$
3	1	± 1	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$	$\frac{4}{81\sqrt{6} a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/3a_0} \sin \theta e^{\pm i\phi}$
3	2	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{10}}{4} (3 \cos^2 \theta - 1)$	$\frac{4}{81\sqrt{30} a_0^{3/2}} e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{6\pi} a_0^{3/2}} e^{-r/3a_0} (3 \cos^2 \theta - 1)$
3	2	± 1	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{15}}{2} \sin \theta \cos \theta$	$\frac{4}{81\sqrt{30} a_0^{3/2}} e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} e^{-r/3a_0} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi}$
3	2	± 2	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{15}}{4} \sin^2 \theta$	$\frac{4}{81\sqrt{30} a_0^{3/2}} e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{162\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} e^{-r/3a_0} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}$

۴-۶ عدد کوانتومی اصلی

توجیه اعداد کوانتومی اتم هیدروژن برحسب مدل کلاسیکی اتم جالب توجه است. همان گونه که در فصل ۴ دیدیم، این مدل دقیقاً "با حرکت سیاره‌ای در منظومه شمسی مطابقت دارد، با این تفاوت که نیروی عکس مجذوری که الکترون را به هسته پیوند می‌دهد گرانشی نبوده، بلکه الکتریکی است. در حرکت سیاره‌ای، دو کمیت پایسته است - یعنی، در تمام زمانها مقدار ثابتی است. نیوتن توانست این موضوع را از روی قوانین سه گانه تجربی کپلر نشان دهد. این دو کمیت عبارتند از: مقدار عددی انرژی کل و بردار اندازه حرکت زاویه‌ای هر سیاره.

از نظر کلاسیکی، انرژی کل هر مقداری را می‌تواند داشته باشد، البته، برای آن که سیاره پیوسته در حیطه منظومه شمسی بماند، انرژی کل آن باید منفی باشد. در نظریه مکانیک کوانتومی اتم هیدروژن، انرژی الکترون نیز ثابت است، ولی ضمن این که ممکن است دارای هر مقدار مثبت باشد، تنها مقادیر منفی که می‌تواند داشته باشد آنهایی هستند که به وسیله فرمول زیر مشخص می‌شوند.

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2}\right) \quad (۱۶-۴)$$

نظریه حرکتی سیاره‌ای را از معادله شرودینگر نیز می‌توان به دست آورد و در این نظریه هم محدودیت انرژی که حاصل می‌شود در شکل یکسان است. لکن، عدد کوانتومی کل n هر سیاره آن قدر بزرگ است که جداسازی ترازهای انرژی مجاز کمتر از آن است که قابل مشاهده باشد. به این دلیل، فیزیک کلاسیک توصیف مناسبی از حرکت سیاره‌ای را ارائه می‌دهد ولی از تفسیر حرکت درون اتم عاجز است.

بنابراین، عدد کوانتومی اصلی n توصیف کننده کوانتمش انرژی الکترون در اتم هیدروژن است

۴-۵ عدد کوانتومی مداری

تفسیر عدد کوانتومی مداری l کمتر واضح است. معادله دیفرانسیل $H(r)$ ، جزء شعاعی تابع موج ψ را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad (۱۴-۴)$$

این معادله فقط به حرکت شعاعی الکترون مربوط می شود ، یعنی حرکتش به سوی هسته یا از سوی هسته است. با وجود این ، متوجه حضور انرژی کل الکترون E در آن می شویم . انرژی کل E شامل انرژی جنبشی الکترون در حرکت مداری است که به حرکت شعاعیش هیچ ارتباطی ندارد .

این تناقض با استدلال زیر بر طرف می شود . انرژی جنبشی K الکترون دارای دو جزء است ، (شعاعی) K انرژی جنبشی شعاعی به واسطه حرکتش به سوی یا از سوی هسته و (مداری) K انرژی جنبشی مداری به واسطه حرکتش به دور هسته . انرژی پتانسیل V الکترون ، انرژی الکتریکی است .

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

از این رو ، انرژی کل الکترون عبارت است از :

$$\begin{aligned} E &= K_{\text{شعاعی}} + K_{\text{مداری}} + V \\ &= K_{\text{شعاعی}} + K_{\text{مداری}} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \end{aligned}$$

با قرار دادن این عبارت به جای E در معادله (۶-۱۴) و مرتب کردن آن ، معادله زیر حاصل می شود .

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \left[K_{\text{radial}} + K_{\text{orbital}} - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R = 0 \quad (۶-۱۹)$$

اگر در این معادله دو قسمت آخر داخل کروشه یکدیگر را خنثی کنند ، جواب آن چیزی خواهد بود که ما می خواهیم : یک معادله دیفرانسیل برای $R(r)$ که منحصر " شامل توابع بردار شعاعی r^2 است . بنابراین ، لازم است که :

$$K_{\text{مداری}} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \quad (۶-۲۰)$$

انرژی جنبشی مداری الکترون عبارت است از :

$$K_{\text{مداری}} = \frac{1}{2} m v_{\text{مداری}}^2$$

چون اندازه حرکت زاویه ای L الکترون برابر است با :

$$L = \hbar m v_{\text{مداری}} r$$

انرژی جنبشی مداری را به صورت زیر می‌توان نوشت

$$K_{\text{مداری}} = \frac{L^2}{2mr^2}$$

لذا از معادله (۶-۲۰) داریم

$$\frac{L^2}{2mr^2} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}$$

یا

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad \text{اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون} \quad (۶-۲۱)$$

نتیجه به دست آمده این طور تفسیر می‌شود که چون عدد کوانتمی مداری l به مقادیر ذیل محدود می‌شود،

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

الکترون می‌تواند فقط اندازه حرکت‌های زاویه‌ای معینی L را که به وسیله معادله (۶-۲۱) مشخص شده‌اند، داشته باشد. اندازه حرکت زاویه‌ای مانند انرژی کل E هم ثابت است و هم کوانتیزه می‌شود. بدین ترتیب، کمیت

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \times 10^{-34} \text{ ژول / ثانیه}$$

واحد طبیعی اندازه حرکت زاویه‌ای است.

بار دیگر در حرکت سیاره‌ای ماکروسکوپی، عدد کوانتمی که اندازه حرکت زاویه‌ای را توصیف می‌کند آن قدر بزرگ است که اختلاف حالت‌های اندازه حرکت زاویه‌ای ناپیوسته از نظر تجربی قابل مشاهده نیست. به عنوان مثال، الکترونی (یا هر جسم دیگری) که عدد کوانتمی مدارش ۲ می‌باشد دارای اندازه حرکت زاویه‌ای زیر است:

$$L = \sqrt{2(2+1)} \hbar = \sqrt{6} \hbar$$

$$= 2.6 \times 10^{-34} \text{ ژول / ثانیه}$$

در مقابل، اندازه حرکت زاویه‌ای مداری زمین ثانیه / ژول 2.07×10^{40} است
مرسوم است که حالت‌های اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون را به وسیله حروف الفبا مشخص

کنیم، s ، برای $p, l=0$ و $l=1$ و غیره بر طبق شمای کلی زیر

$l=0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \dots$

$s \quad p \quad d \quad f \quad g \quad h \quad i \dots$

حالت‌های اندازه حرکت زاویه‌ای

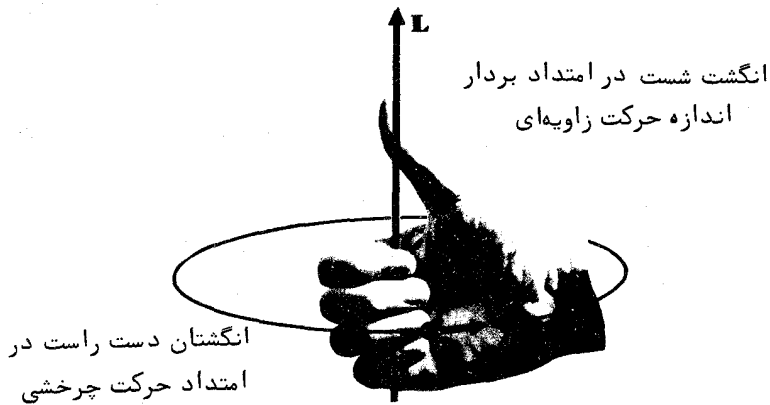
این کد مخصوص از طبقه‌بندی تجربی طیفها به سریهایی به نام تیز، اصلی، پراکنده و اساسی که قبل از تکمیل نظریه اتم انجام شد، گرفته شده است. بدین ترتیب s حالتی است که اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون صفر است، در حالت p اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون $\sqrt{2} \hbar$ می‌باشد و غیره.

ترکیب عدد کوانتمی کل با حرفی که نشان دهنده اندازه حرکت زاویه‌ای مداری است برای بیان حالت‌های اتمی نشان‌گذاری راحت و مبسوطی را به دست می‌دهد. مثلاً "در این نشان‌گذاری حالت $l=0, n=2$ را به صورت $2s$ و حالت $l=2, n=4$ را به صورت $4d$ نشان می‌دهند. جدول (۲-۶) حالت‌های اتمی در ئیدروژن را تا $n=6, l=5$ نشان می‌دهد.

جدول ۲-۶. انتخاب سمبولیک حالت‌های مختلف در اتم ئیدروژن						
	$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$
$n=1$	1s					
$n=2$	2s	2p				
$n=3$	3s	3p	3d			
$n=4$	4s	4p	4d	4f		
$n=5$	5s	5p	5d	5f	5g	
$n=6$	6s	6p	6d	6f	6g	6h

۲-۶ عدد کوانتمی مغناطیسی

عدد کوانتمی مداری l بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون را تعیین می‌کند. لکن، اندازه حرکت زاویه‌ای مانند اندازه حرکت خطی یک کمیت برداری است و بنابراین برای توصیف کامل آن لازم است جهت و بزرگی آن مشخص شود. (به‌خاطر داریم بردار L ، عمود بر صفحه‌ای است که در آن حرکت چرخشی صورت می‌گیرد و جهت آن به‌وسیله قاعده دست راست تعیین می‌شود: هرگاه انگشتان دست راست جهت حرکت را نشان دهد، انگشت شست جهت L را نشان می‌دهد. این قاعده در شکل ۲-۳ نشان داده شده است).



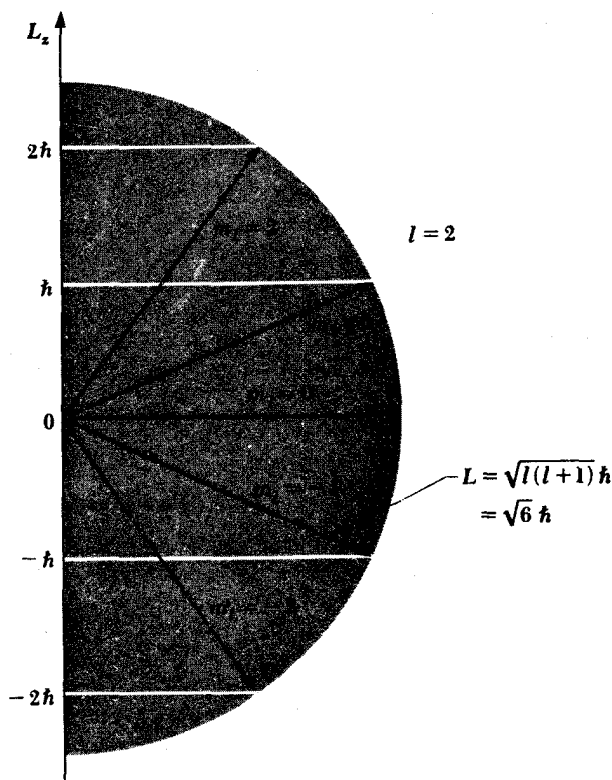
شکل (۲-۶) قاعده دست راست برای اندازه حرکت زاویه‌ای

یک جهت در فضا چه مفهومی می‌تواند برای اتم عیدروژن داشته باشد؟ جواب زمانی روشن می‌شود که نشان دهیم الکترونی که به دور هسته می‌چرخد یک مدار جریان خیلی کوچک است و مانند یک دو قطبی مغناطیسی دارای میدان مغناطیسی می‌باشد. از این رو، یک الکترون اتمی که دارای اندازه حرکت زاویه‌ای است بر یک میدان مغناطیسی خارجی B متقابلاً اثر می‌کند. عدد کوانتمی مغناطیسی m_l جهت L را با تعیین مؤلفه L_z در جهت میدان مشخص می‌کند. به این پدیده اغلب به عنوان کوانتمش فضایی اشاره می‌شود. اگر جهت میدان مغناطیسی موازی محور z شود، مؤلفه L_z در این جهت عبارت است از:

$$L_z = m_l \hbar \quad \text{کوانتمش فضایی} \quad (۲-۶)$$

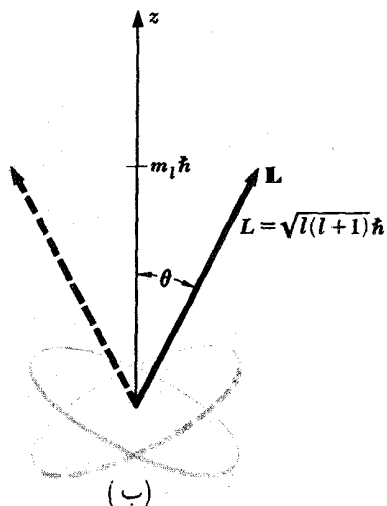
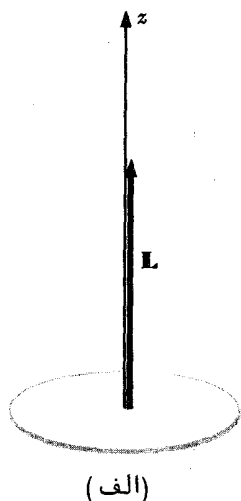
گستره مقادیر ممکن m_l مقدار معینی از l بین $-l$ و $+l$ ، صفر و l است، به طوری که تعداد جهتهای ممکن بردار اندازه حرکت زاویه‌ای L در یک میدان مغناطیسی $2l + 1$ است. هرگاه $l = 0$ باشد، L_z فقط می‌تواند صفر باشد؛ هرگاه $l = 1$ باشد، L_z ممکن است \hbar ، 0 یا $-\hbar$ باشد؛ هرگاه $l = 2$ باشد، L_z ممکن است $2\hbar$ ، \hbar ، 0 ، $-\hbar$ یا $-2\hbar$ باشد و غیره. توجه داریم که L هرگز نمی‌تواند دقیقاً "موازی یا پادسوازی B باشد، چون L_z همیشه از بزرگی $\hbar \sqrt{l(l+1)}$ اندازه حرکت زاویه‌ای کل کوچکتر است.

در شکل (۴-۶) کوانتمش فضایی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری اتم عیدروژن نشان داده شده است. اتمی که با مقدار معینی از m_l مشخص شده است در صورتی که خودش را در یک میدان مغناطیسی خارجی بیابد نسبت به این میدان سمتگیری مطابق با اندازه حرکت زاویه‌ای



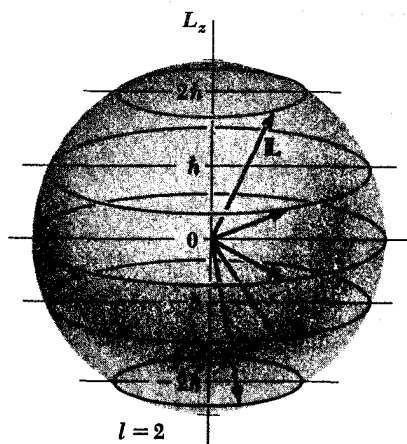
شکل (۶-۴) کوانتمش فضایی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری. در این جا عدد کوانتمی مداری $l = 2$ می‌باشد و از این رو مقادیر ممکن عدد کوانتمی مغناطیسی $m_l = 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5$ است که هر مقدار مطابق با سمتگیری متفاوتی نسبت به محور z است.

L را به خود می‌گیرد. در صورت نبودن یک میدان مغناطیسی خارجی، جهت محور z کاملاً اختیاری است. آنچه که باید درست باشد این است که مؤلفه L_z را در هر جهتی که انتخاب کنیم مقدار آن $m_l \hbar$ خواهد بود؛ اهمیت میدان مغناطیسی خارجی این است که این میدان عملاً "یک جهت مقایسه‌ای معنی‌داری را فراهم می‌کند. یک میدان مغناطیسی تنها جهت مقایسه‌ای ممکن نمی‌باشد. به عنوان مثال، خط بین دو اتم H در مولکول هیدروژن H_2 از نظر تجربی درست به همان اهمیت جهت میدان مغناطیسی است و در امتداد این خط، مؤلفه‌های اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اتم‌های H به وسیله مقادیر m_l آنها تعیین می‌شود.



شکل (۵-۶) اصل عدم قطعیت مانع می‌شود که بردار اندازه حرکت زاویه‌ای در فضا جهت معینی داشته باشد.

چرا تنها یک مؤلفه L کوانتیزه می‌شود؟ پاسخ این سؤال دقیقاً "به این واقعیت مربوط می‌شود که L هرگز نمی‌تواند در جهت مشخص z قرار گیرد، بلکه در فضا مخروطی دنبال می‌کند چنان که تصویرش L_z ، $m_l \hbar$ است. علت پدیده اخیر، اصل عدم قطعیت می‌باشد: اگر L در فضا ثابت بود به طوری که L_z و L_y نیز L_z مقادیر معینی داشتند، الکترون در صفحه معینی محدود می‌شد. مثلاً، اگر L در امتداد z می‌بود، الکترون مجبور بود در تمام مواقع در صفحه xy باشد [شکل ۵-۶ (الف)]. این امر فقط زمانی می‌تواند روی دهد که مؤلفه اندازه حرکت خطی الکترون p_z در جهت z کاملاً نامعین باشد که البته اگر بنابراین است که این مؤلفه قسمتی از یک اتم هیدروژن باشد این امر غیر ممکن است. لکن، چون در حقیقت فقط یک مؤلفه L_z از L به انضمام بررگیش L دارای مقادیر معینی هستند و $|L_y| > |L_z|$ ، الکترون در یک صفحه منفرد محدود نمی‌شود [شکل ۵-۶ (ب)] و بنابراین در مختصات الکترون عدم یقینی وجود دارد. همان‌گونه که در شکل ۵-۶ نشان داده شده است، جهت L دائماً "تغییر می‌کند و بنابراین گرچه L همیشه مقدار مشخص $m_l \hbar$ را دارد ولی مقادیر متوسط L_x و L_y صفر است.

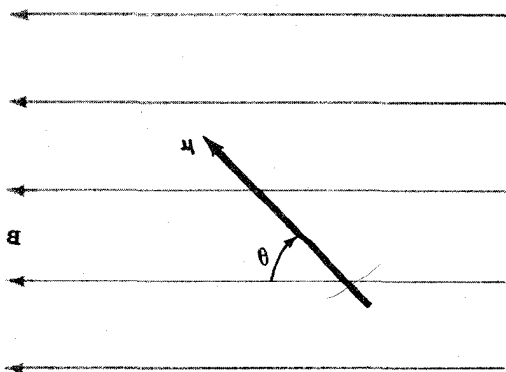


شکل (۶-۶) بردار اندازه حرکت زاویه‌ای L دائماً " حول محور z حرکت می‌کند .

۶-۶ اثر بهنجار زمین

در میدان مغناطیسی خارجی B ، یک دو قطبی مغناطیسی دارای مقداری انرژی پتانسیل V_m است که به بزرگی μ گشتاور مغناطیسیش و سمتگیری این گشتاور نسبت به میدان بستگی دارد (شکل ۶-۷) . گشتاور τ روی یک دو قطبی مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی با چگالی شار B عبارت است از

$$\tau = \mu B \sin \theta$$



شکل (۶-۷) دو قطبی مغناطیسی با گشتاور μ تحت زاویه θ نسبت به یک میدان مغناطیسی B .

که در آن θ زاویه بین μ و B می باشد. هرگاه دو قطبی عمود بر میدان باشد، گشتاور بیشینه مقدار را دارد و هرگاه دو قطبی موازی یا پاد موازی با آن باشد، گشتاور صفر است. برای محاسبه انرژی پتانسیل V_m ، اول باید مرجعی بسازیم که انرژی پتانسیل در آن صفر باشد. (چون تنها تغییرات در انرژی پتانسیل از نظر تجربی همیشه مشاهده می شوند، انتخاب مرجع اختیاری است.) بهتر است هنگامی که $\theta = 90^\circ$ است، V_m را مساوی صفر قرار دهیم، یعنی موقعی که μ عمود بر B است. انرژی پتانسیل در هر جهت دیگری از μ برابر است با کار خارجی که برای چرخاندن دو قطبی از $\theta_0 = 90^\circ$ به زاویه θ که آن جهت را مشخص می کند، باید انجام شود. از این رو

$$\begin{aligned} V_m &= \int_{90^\circ}^{\theta} \tau \, d\theta = \mu B \int_{90^\circ}^{\theta} \sin \theta \, d\theta \\ &= -\mu B \cos \theta \end{aligned} \quad (۲۳-۶)$$

بنابراین، موقعی که μ در امتداد B باشد، $V_m = \mu B$ یعنی انرژی پتانسیل کمینه مقدار را دارد. این امر نتیجه طبیعی این واقعیت است که یک دو قطبی مغناطیسی تمایل دارد خود را در امتداد یک میدان مغناطیسی خارجی قرار دهد.

چون حرکت مغناطیسی الکترون مداری در یک اتم هیدروژن به اندازه حرکت زاویه ای L آن بستگی دارد، بزرگی L و سمتگیری آن نسبت به میدان هر دو مقدار سهم مغناطیسی در انرژی کل اتم را هنگامی که در یک میدان مغناطیسی قرار گیرد، تعیین می کنند. گشتاور مغناطیسی یک حلقه جریان عبارت است از:

$$\mu = iA$$

که در آن i شدت جریان و A سطحی است که توسط حلقه احاطه شده است. یک الکترون که حول یک مدار دایره ای به شعاع r در هر ثانیه ν دور می چرخد با یک جریان $e\nu$ - معادل است (چون بار الکترونی $-e$ است) و بنابراین گشتاور مغناطیسی عبارت است از

$$\mu = -e\nu\pi r^2$$

تندی خطی v الکترون $2\pi\nu r$ است و بنابراین اندازه حرکت زاویه ای عبارت خواهد بود از

$$L = mvr = 2\pi m\nu r^2$$

مقایسه فرمولهای گشتاور مغناطیسی μ و اندازه حرکت زاویه ای L نشان می دهد که:

$$\mu = -\left(\frac{e}{2m}\right)L \quad \text{گشتاور مغناطیسی الکترون} \quad (۲۴-۶)$$

برای یک الکترون مداری است. کمیت $(-e/2m)$ که فقط شامل بار و جرم الکترون است، نسبت زیروماگنتیک^۱ نامیده می‌شود. علامت منفی مبین این است که μ در جهت مخالف L قرار دارد. در حالی که عبارت فوق برای گشتاور مغناطیسی یک الکترون مداری از راه یک محاسبه کلاسیکی به دست آمده است، از مکانیک کوانتمی نیز همین نتیجه حاصل می‌شود. بنابراین، انرژی پتانسیل مغناطیسی یک اتم در یک میدان مغناطیسی عبارت است از:

$$V_m = \left(\frac{e}{2m}\right)LB \cos \theta \quad (۲۵-۶)$$

که تابعی از B و θ است. از شکل ۵-۶ معلوم می‌شود که زاویه θ بین L و جهت z تنها مقادیری را می‌تواند اختیار کند که به وسیله رابطه زیر مشخص شده باشند.

$$\cos \theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$$

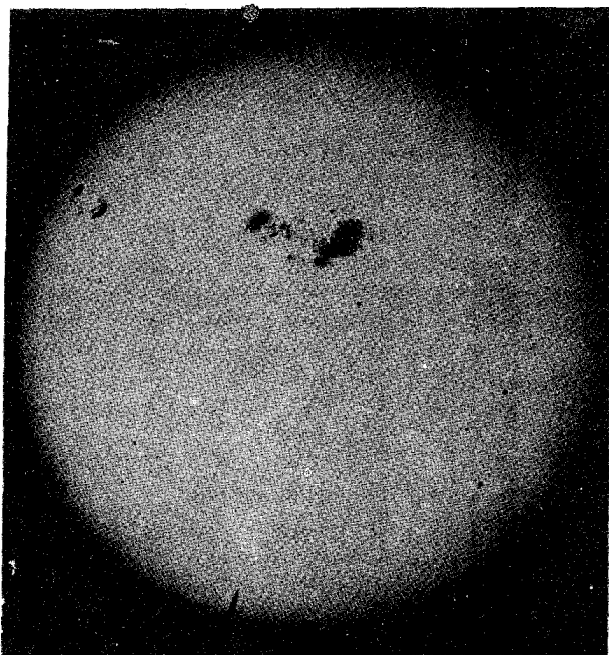
در صورتی که مقادیر مجاز L به وسیله فرمول زیر مشخص می‌شوند.

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

هرگاه یک اتم با عدد کوانتمی مغناطیسی m_l در یک میدان مغناطیسی B باشد، برای پیدا کردن انرژی مغناطیسی آن، در معادله (۲۵-۶) به جای $\cos \theta$ و L مقادیر فوق را قرار می‌دهیم، در نتیجه

$$V_m = m_l \left(\frac{e\hbar}{2m}\right)B \quad \text{انرژی مغناطیسی} \quad (۲۶-۶)$$

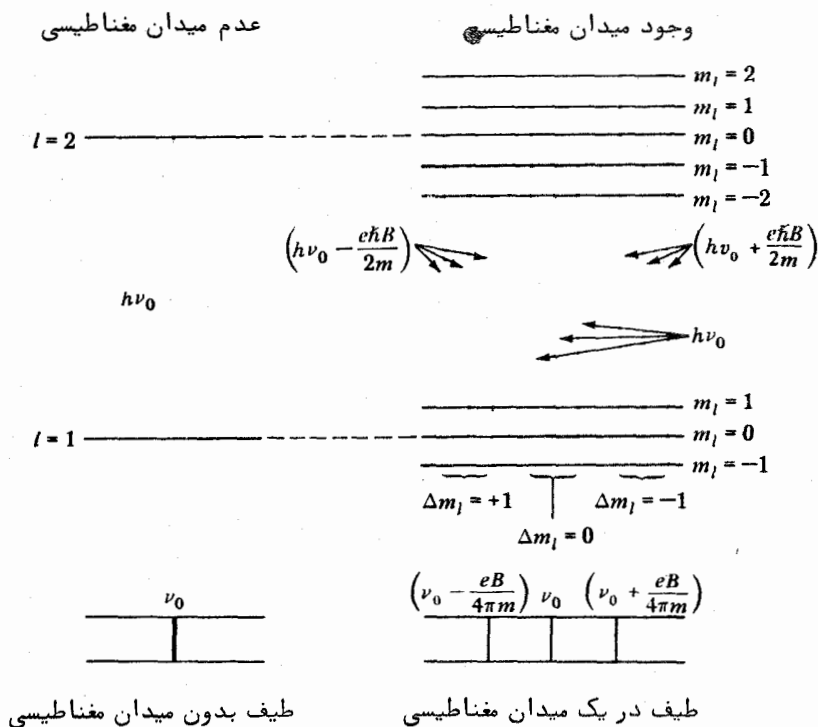
کمیت $e\hbar/2m$ را مگنتون بوهر^۲ می‌نامند، مقدارش برابر است با $9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$ (۳ = تسلا).



میدان‌های مغناطیسی قوی در ارتباط با لکه‌های خورشیدی به وسیله اثر زمین آشکار گردیدند. در ۷ آوریل ۱۹۴۷ م. از این لکه‌های بزرگ غیر عادی عکس‌برداری شد.

بنابراین، در یک میدان مغناطیسی انرژی یک حالت اتمی خاص به مقدار m_l و نیز به مقدار n بستگی دارد. وقتی اتم در یک میدان مغناطیسی است، یک حالت از عدد کوانتومی n به چندین زیر حالت تقسیم می‌شود و انرژیهای آنها اندکی بیشتر یا اندکی کمتر از انرژی حالتی است که اتم در میدان مغناطیسی نیست. این پدیده سبب می‌شود خطوط طیفی منفرد، هنگامی که اتمها در میدان مغناطیسی تابش می‌کنند، "شکافته شده" به صورت خطوطی مجزا درآیند که فاصله آنها به بزرگی میدان بستگی دارد. شکافته شدن خطوط طیفی به وسیله یک میدان مغناطیسی را اثر زمین می‌نامند که این امر اولین بار در سال ۱۸۹۶ م. توسط زمین فیزیکدان هلندی مشاهده شد. اثر زمین تأیید واضحی از کوانتمش فضایی است.

چون m_l می‌تواند مقادیر $1 + 2l$ از l را از صفر تا $-l$ داشته باشد، وقتی که اتم در یک میدان مغناطیسی باشد، حالتی از عدد کوانتومی مداری مفروض l به $1 + 2l$ زیر حالت تقسیم می‌شود و انرژی این زیر حالتها به اندازه $(e\hbar/2m)B$ با یکدیگر متفاوت است. با وجود این



شکل (۸-۶) اثر بهنجار زمین

چون تغییرات m_l به ± 1 و $\Delta m_l = 0$ محدود است، انتظار داریم که یک خط طیفی مفروض که از گذار بین دو حالت l مختلف ناشی می‌شود فقط به سه مؤلفه تقسیم گردد (در شکل ۸-۶ نشان داده شده است). اثر بهنجار زمین از شکافته شدن یک خط طیفی با بسامد ν_0 به سه مؤلفه که بسامدهای آنها به طریق زیر به دست می‌آیند، تشکیل می‌گردد.

$$\nu_1 = \nu_0 - \frac{e\hbar}{2m} \frac{B}{h} = \nu_0 - \frac{e}{4\pi m} B$$

$$\nu_2 = \nu_0$$

$$\nu_3 = \nu_0 + \frac{e\hbar}{2m} \frac{B}{h} = \nu_0 + \frac{e}{4\pi m} B$$

اثر بهنجار زمین (۲۷-۶)

در بخش (۷-۱) خواهیم دید که این، کل مطلب مربوط به اثر زمین نمی‌باشد.

مسأله: نمونه‌ای از یک عنصر معین را در یک میدان مغناطیسی 0.30 T می‌گذاریم تا خوب تحریک شود. فاصله مؤلفه‌های زمین خط طیفی 4500 \AA این عنصر چقدر است؟
حل: جداسازی مؤلفه‌های زمین عبارت است از:

$$\Delta\nu = \frac{eB}{4\pi m}$$

چون $\nu = c/\lambda$ ، $d\nu = -c d\lambda/\lambda^2$ و بنابراین با صرف نظر از علامت منفی داریم

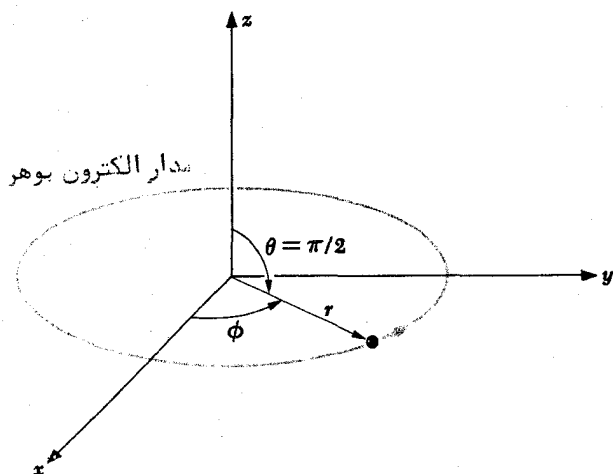
$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \frac{\lambda^2 \Delta\nu}{c} = \frac{eB\lambda^2}{4\pi mc} \\ &= \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \times 0.30 \text{ T} \times (4.5 \times 10^{-7} \text{ m})^2}{4\pi \times (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (3.0 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 2.83 \times 10^{-12} \text{ m} = 0.0283 \text{ \AA}\end{aligned}$$

۸-۶ چگالی احتمال الکترون

در مدل بوهر اتم هیدروژن، چنین تصور می‌شود که الکترون در یک مسیر دایره‌ای دور هسته در حال گردش است. این مدل در شکل (۹-۶) به صورت یک سیستم مختصات قطبی کروی نشان داده شده است. این مدل بر این امر دلالت دارد که اگر آزمایش مناسبی انجام شود، الکترون همیشه در فاصله $r = n^2 a_0$ (که در آن n عدد کوانتومی مدار و $a_0 = 0.53 \text{ \AA}$ شعاع کوچکترین مدار الکترون است) از هسته و در صفحه استوایی $\theta = 90^\circ$ یافت می‌شود، در حالی که زاویه سمتی آن ϕ با زمان تغییر می‌کند.

نظریه کوانتومی اتم هیدروژن پیش‌بینی صریح مدل بوهر را به دو طریق اصلاح می‌کند. اول این که برای θ یا ϕ نمی‌توان مقادیر معینی فرض کرد، بلکه فقط احتمالات نسبی برای یافتن الکترون در مکانهای مختلف میسر است. البته، این عدم دقت یکی از نتایج موجی بودن طبیعت الکترون است. مضافاً، چون چگالی احتمال $|\psi|^2$ تابع زمان نبوده و ممکن است از نقطه‌ای به نقطه دیگر بطور قابل ملاحظه‌ای تغییر کند، ما به هیچ وجه نمی‌توانیم در یک مفهوم قراردادی الکترون را به عنوان یک شیء گردنده دور هسته در نظر بگیریم. تابع موج الکترون ψ در یک اتم هیدروژن از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\psi = R\Theta\Phi$$



شکل (۹-۶) مدل بوهر اتم ئیدروژن در یک سیستم مختصات قطبی کروی

که در آن

$$R = R_{nl}(r)$$

رابطه فوق چگونگی تغییرات ψ با r را هنگامی که عدد کوانتمی کل و عدد کوانتمی مداری مقادیر n و l را داشته باشند، نشان می دهد؛

$$\Theta = \Theta_{lm_l}(\theta)$$

رابطه بالا چگونگی تغییرات ψ با θ را هرگاه عدد کوانتمی مداری و عدد کوانتمی مغناطیسی مقادیر l و m_l را داشته باشند، نشان می دهد؛ و

$$\Phi = \Phi_{m_l}(\phi)$$

چگونگی تغییرات ψ با ϕ را وقتی که عدد کوانتمی مغناطیسی m_l باشد، نشان می دهد. بنابراین چگالی احتمال $|\psi|^2$ ممکن است به صورت زیر نوشته شود.

$$|\psi|^2 = |R|^2 |\Theta|^2 |\Phi|^2 \quad (۲۸-۶)$$

که مطابق معمول به جای مجذور هر تابع مختلط، باید حاصل ضرب تابع در همیوغ مختلط آن را به کار برد. (یادآوری می کنیم که همیوغ مختلط یک تابع با تغییر دادن i به $-i$ ، هر جا که i ظاهر گردد، تشکیل می شود.)

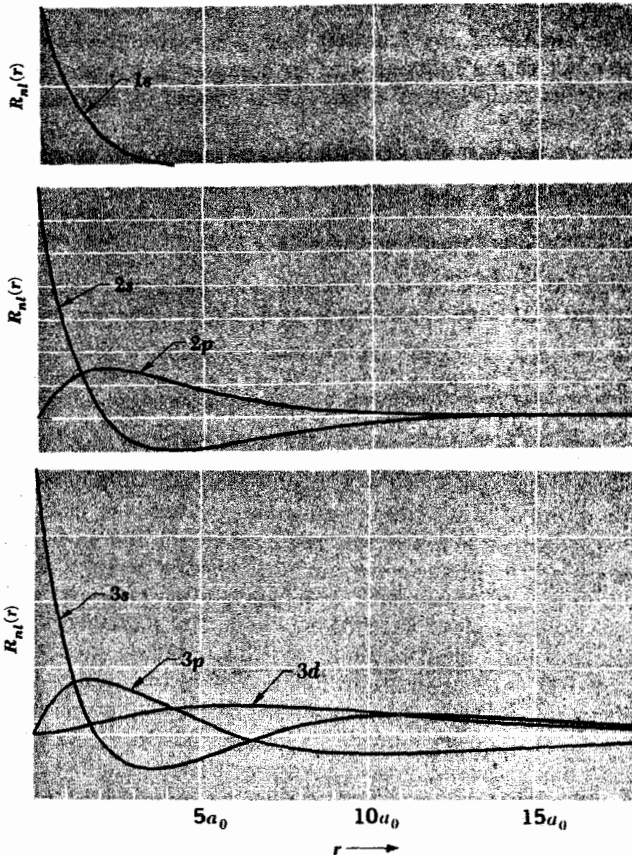
از معادله (۱۵-۶) در می یابیم که تابع موج سمتی از رابطه زیر به دست می آید.

$$\Phi(\phi) = A e^{im_l \phi}$$

چگالی احتمال سمتی $|\Phi|^2$ عبارت است از :

$$|\Phi|^2 = \Phi^* \Phi = A^2 e^{-im_l \phi} e^{im_l \phi} = A^2 e^0 = A^2$$

و بنابراین احتمال یافتن الکترون در یک زاویه سمتی خاص ϕ مقدار ثابتی است که به هیچ وجه به ϕ بستگی ندارد. چگالی احتمال الکترون حول محور z بدون در نظر گرفتن حالت کوانتمی که الکترون در آن حالت است متقارن است و شانس پیدا کردن الکترون در یک زاویه ϕ برابر شانس پیدا کردن آن در زاویه‌ای دیگر است.



شکل (۱۰-۶) تغییرات با فاصله از هسته قسمت شعاعی تابع موج الکترون در ئیدروژن برای حالت‌های کوانتمی مختلف. کمیت $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0.529 \text{ \AA}$ شعاع اولین مدار بوهر است.

جزء شعاعی R تابع موج، برخلاف Φ ، نه تنها نسبت به ϕ تغییر می‌کند، بلکه به ازای هر ترکیبی از اعداد کوانتمی n و l به گونه‌ای متفاوت تغییر می‌کند. شکل (۱۰-۶) نمودارهایی

از R نسبت به r را برای حالت های $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 3d$ از اتم هیدروژن نشان می دهد . بدیهی است که در $R=0$ یعنی در خود هسته - برای تمام حالت های s ، بیشینه مقدار را دارد . در حالی که در $r=0$ برای حالت هایی که دارای اندازه حرکت زاویه ای هستند R صفر می باشد .

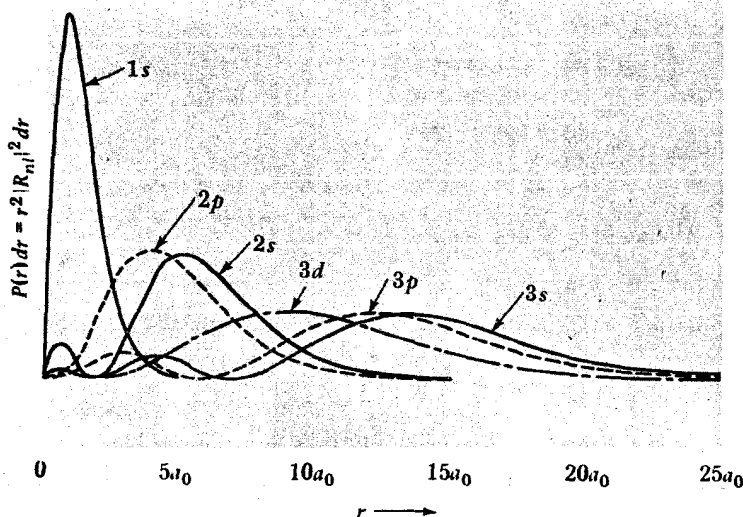
چگالی احتمال الکترون در نقطه r, θ, ϕ متناسب است با $|\psi|^2$ ، اما احتمال واقعی پیدا کردن آن در عنصر حجمی بی نهایت کوچک dV آن جا ، $|\psi|^2 dV$ است . حال در مختصات قطبی کروی

$$dV = r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi$$

به طوری که چون Φ و θ توابع بهنجار شده هستند ، احتمال عددی واقعی $P(r)dr$ یافتن الکترون در یک اتم هیدروژن در جایی بین r و $r + dr$ از هسته عبارت است از :

$$\begin{aligned} P(r)dr &= r^2 |R|^2 dr \int_0^\pi |\Theta|^2 \sin \theta \, d\theta \int_0^{2\pi} |\Phi|^2 d\phi \\ &= r^2 |R|^2 dr \quad (۲۹-۶) \end{aligned}$$

در شکل (۱۱-۶) معادله (۲۹-۶) برای همان حالت هایی رسم شده است که توابع شعاعی آنها در شکل (۱۰-۶) نشان داده شدند ، منحنی ها به صورت یک قاعده کاملاً " با هم متفاوتند . بلافاصله متوجه می شویم که برخلاف خود R ، P در هسته برای حالت های s



شکل (۱۱-۶) احتمال یافتن الکترون در یک اتم هیدروژن در فاصله بین r و $r + dr$ از هسته برای حالت های کوانتومی شکل ۱۰-۶ .

بیشینه نبوده، بلکه بیشینه مقدار خود را در فاصله معینی از هسته دارد. جالب توجه است که محتملترین مقدار r برای یک الکترون $1s$ درست برابر a_0 ، شعاع مداری یک الکترون حالت پایدار در مدل بوهر است. با وجود این، مقدار متوسط برای یک الکترون $1s$ ، $a_0/5$ است، چیزی که در نظر اول عجیب به نظر می‌رسد، زیرا ترازهای انرژی در مکانیک کوانتمی و مدل اتمی بوهر برابر است. این تناقض آشکار رفع می‌شود اگر به یاد داشته باشیم که انرژی الکترون به جای این که مستقیماً تابع r باشد به $1/r^2$ بستگی دارد و اتفاقاً مقدار میانگین $1/r$ برای یک الکترون $1s$ دقیقاً $1/a_0$ خواهد بود.

مسئله: ثابت کنید که مقدار متوسط $1/r$ برای یک الکترون $1s$ در اتم هیدروژن $1/a_0$ است

حل: از جدول ۱-۶، تابع موج یک الکترون $1s$ عبارت است از:

$$\psi = \frac{e^{-r/a_0}}{\sqrt{\pi} a_0^{3/2}}$$

چون $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$ برای مقدار مورد انتظار $1/r$ داریم

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle &= \int_0^\infty \left(\frac{1}{r} \right) |\psi|^2 dV \\ &= \frac{1}{\pi a_0^3} \int_0^\infty r e^{-2r/a_0} dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \end{aligned}$$

انتگرالها دارای مقادیر زیر می‌باشند

$$\int_0^\infty r e^{-2r/a_0} dr = \left[\frac{a_0^2}{4} e^{-2r/a_0} - \frac{r}{2} e^{-2r/a_0} \right]_0^\infty = \frac{a_0^2}{4}$$

$$\int_0^\pi \sin \theta d\theta = [-\cos \theta]_0^\pi = 2$$

$$\int_0^{2\pi} d\phi = [\phi]_0^{2\pi} = 2\pi$$

از این رو

$$\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \frac{1}{\pi a_0^3} \times \frac{a_0^2}{4} \times 2 \times 2\pi = \frac{1}{a_0}$$

تابع θ نسبت به زاویه سمت الرأس θ به ازای تمام اعداد کوانتمی l و m_l تغییر می‌کند و فقط در حالت $l = m_l = 0$ که حالت‌های s هستند، ثابت است. چگالی احتمال $|\psi|^2$ برای یک حالت s ثابت است (در حقیقت $1/r$) که مبین این است که چون $|\psi|^2$ نیز ثابت می‌باشد، چگالی احتمال الکترون $|\psi|^2$ در یک r مفروض در تمام جهتها یکسان است. در عین حال

الکترونها در حالت‌های دیگر دارای برتریهای زاویه‌ای می‌باشند که گاهی اوقات بسیار پیچیده‌اند. این حالت را در شکل (۶-۱۲) که در آن چگالیهای احتمال الکترون به صورت توابعی از r و θ در مورد چندین حالت اتمی نشان داده شده‌اند، می‌توان مشاهده کرد. (کمیت رسم شده $|\psi|^2$ است و نه $dV |\psi|^2$) چون $|\psi|^2$ مستقل از ϕ است، با چرخاندن شکلی از یک حالت بخصوص حول یک محور قائم، تصویری سه بعدی از $|\psi|^2$ به دست می‌آید. وقتی که این کار انجام شد، بدیهی است که چگالیهای احتمال برای حالت‌های s تقارن کروی خواهند داشت، در حالی که برای حالت‌های دیگر این طور نیست. نمونه‌های پهن و برجسته مشخصی که ویژگی بسیاری از حالت‌ها می‌باشد در شیء حائز اهمیتند زیرا این نمونه‌ها به تشخیص روشی که طی آن اتمهای همجوار در یک مولکول برهم اثر می‌گذارند، کمک می‌کند.

بررسی شکل (۶-۱۲) نیز نشان می‌دهد که بین حالت‌های مکانیک کوانتومی و حالت‌های مدل بوهر شباهت قابل ملاحظه‌ای وجود دارد. به عنوان مثال، توزیع چگالی احتمال الکترون برای حالت $2p$ با $m_l = \pm 1$ مانند یک چنبره در یک صفحه استوایی است که مرکز آن مرکز هسته می‌باشد و محاسبه نشان می‌دهد که محتملترین فاصله الکترون از هسته $4r_0$ است - دقیقاً شعاع مدار بوهر به‌ازای همان عدد کوانتومی کل. همین تناظرها برای حالت‌های $3d$ با $m_l = \pm 2$ و $4f$ با $m_l = \pm 3$ و غیره نیز وجود دارند؛ در هر حالت، اندازه حرکت زاویه‌ای برای آن تراز انرژی بیشینه مقدار خود را دارد و در هر حالت بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کمینه فاصله را تا محور z دارد، به طوری که چگالی احتمال تا حد امکان به صفحه استوایی نزدیک است. بدین ترتیب، مدل بوهر محتملترین موقعیت الکترون را در یکی از چند حالت ممکن در هر تراز انرژی پیش‌بینی می‌کند.

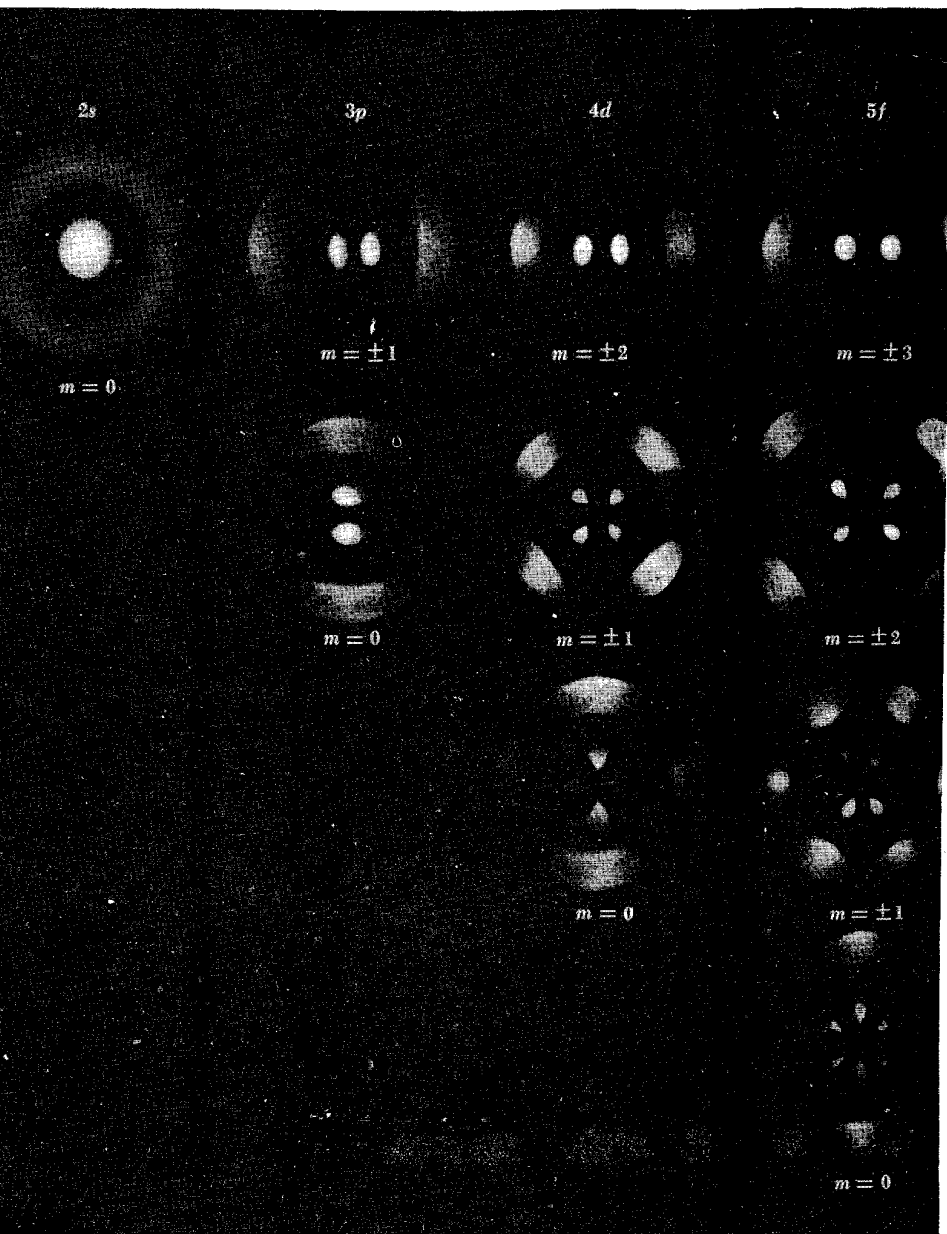
۶-۹ گذارهای تابشی

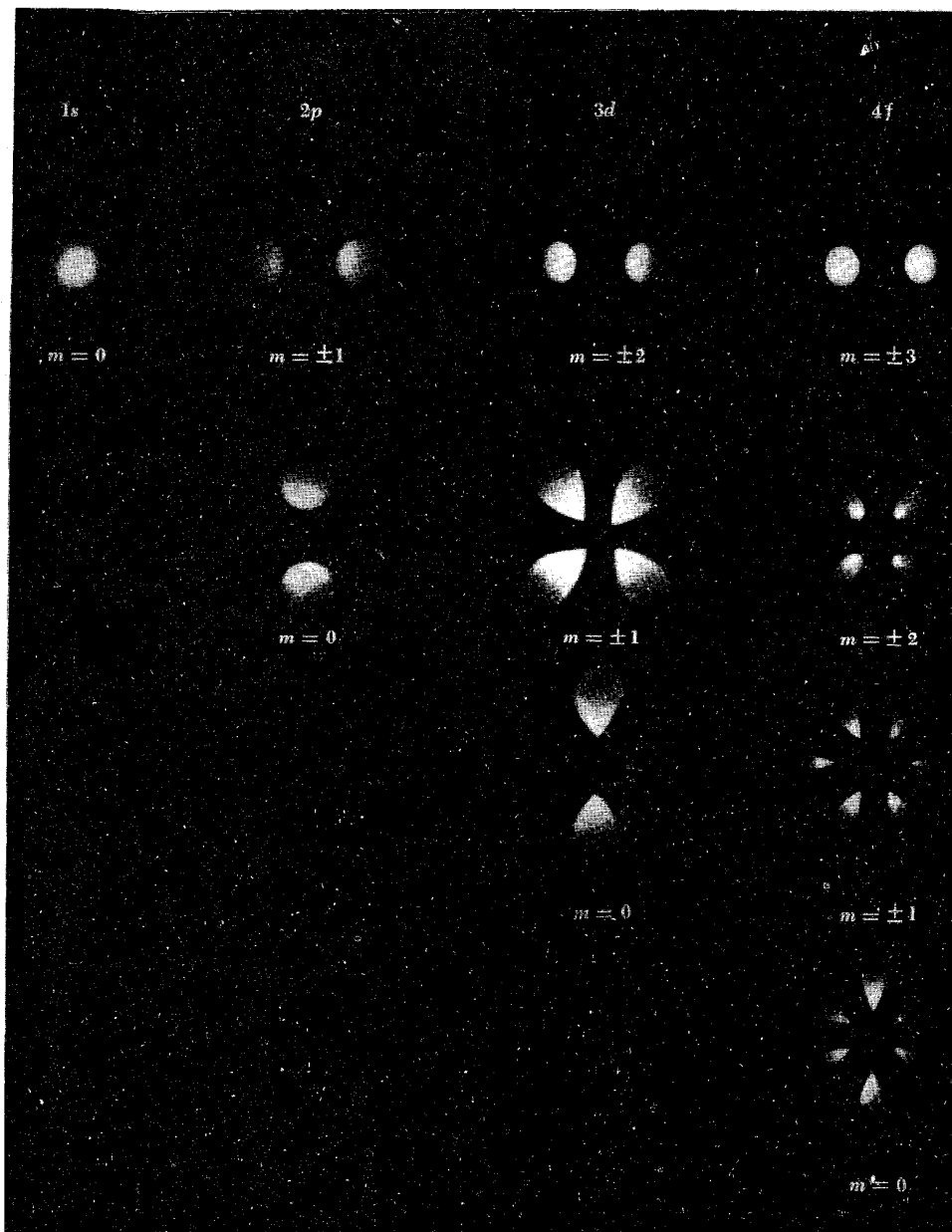
بوهر در فرموله کردن نظریه‌اش در مورد اتم ئیدروژن مجبور شد فرض کند که هرگاه اتمی از یک تراز انرژی E_m به تراز پایین‌تری E_n سقوط کند، بسامد تابشی که گسیل می‌کند، عبارت است از:

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h}$$

بسادگی می‌توان نشان داد که این رابطه بطور طبیعی از نظریه کوانتومی اتم که قبلاً در مورد آن بحث کرده‌ایم، ناشی می‌شود. به عنوان یک نقطه آغاز می‌توان به صراحت ادعا کرد که یک الکترون اتمی که موقعیت متوسط آن نسبت به هسته از نظر زمانی ثابت است تابش نمی‌کند، در حالی که اگر موقعیت متوسط آن نسبت به هسته در نوسان باشد، امواج

شکل (۶-۱۲) عکسی از توزیع چگالی احتمال الکترون ψ^2 برای چندین حالت انرژی. این عکسها را ممکن است به صورت نماهای برشی از توزیع هایی در یک صفحه که شامل محور قطبی است، در نظر گرفت، محور قطبی عمودی و در صفحه کاغذ است. مقیاس برای هر کدام از شکلهای متفاوت است.





الکترومغناطیسی گسیل می‌شوند که بسامد آنها با بسامد حرکت نوسانی یکسان است. برای سهولت، مؤلفه حرکت الکترون را تنها در جهت x بررسی خواهیم کرد.

تابع موج وابسته به زمان Ψ_n یک الکترون در یک حالت با عدد کوانتمی n و انرژی E_n برابر است با حاصل ضرب تابع موج مستقل از زمان ψ_n در یک تابع متغیر نسبت به زمان که بسامد آن عبارت است از:

$$\nu_n = \frac{E_n}{h}$$

از این رو

$$\Psi_n = \psi_n e^{-i(E_n/h)\hbar} \quad \Psi_n^* = \psi_n^* e^{+i(E_n/h)\hbar} \quad (3-6)$$

مقدار مورد انتظار $\langle x \rangle$ چنین الکترونی برابر است با:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* \Psi_n dx \quad (4-31)$$

با قرار دادن توابع موج معادله (3-6) در معادله فوق خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_n e^{i(E_n/h)\hbar} e^{-i(E_n/h)\hbar} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_n dx \end{aligned} \quad (4-32)$$

که نسبت به زمان ثابت است زیرا ψ_n^* و ψ_n برحسب تعریف فقط تابع مکانند. الکترون نوسان نمی‌کند و تابشی ایجاد نمی‌شود. بدین ترتیب، مکانیک کوانتمی پیش‌بینی می‌کند که یک اتم در یک حالت کوانتمی خاص تابش نمی‌کند؛ گرچه این امر با فیزیک کلاسیک موافق نیست ولی با مشاهده سازگار است.

اکنون در موقعیتی هستیم که تغییر الکترون از یک حالت انرژی به حالت دیگر را بررسی کنیم. مسأله معینی را فرمول‌بندی می‌کنیم: اتمی در حالت پایدارش است وقتی که در $t = 0$ نوعی فرآیند برانگیختگی (مثلاً "باریکه‌ای از تابش یا برخورد با ذرات دیگر) بر روی آن عمل می‌کند. در پی آن متوجه می‌شویم که اتم تابشی گسیل می‌دارد که با گذار از حالت برانگیخته انرژی E_m به حالت پایدار مطابقت دارد و نتیجه می‌گیریم که اتم در یک فرصت در طی دوره گذار در حالت m بوده است. بسامد تابش چیست؟

تابع موج Ψ یک الکترون که در هر دو حالت m و n می‌تواند وجود داشته باشد ممکن است به صورت زیر نوشته شود.

$$\Psi = a\Psi_n + b\Psi_m \quad (4-33)$$

که در آن a^*a احتمال وجود الکترون در حالت n و b^*b احتمال وجود آن در حالت m است. البته رابطه $a^*a + b^*b = 1$ می بایست همیشه برقرار باشد. در آغاز $a = 1$ و $b = 0$ ؛ هرگاه الکترون در حالت برانگیخته باشد $a = 0$ و $b = 1$ "نهایتاً" بار دیگر $a = 1$ و $b = 0$. زمانی که الکترون در یکی از دو حالت است، تابش وجود ندارد، ولی هنگامی که الکترون در حین گذار از حالت m به حالت n باشد (یعنی، هرگاه a و b صفر نباشند)، امواج الکترومغناطیسی تولید می شود. با قرار دادن تابع موج مختلط معادله (۳۳-۶) در معادله (۳۱-۶)، معادله زیر حاصل می شود.

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} x(a^*\psi_n^* + b^*\psi_m^*)(a\psi_n + b\psi_m) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(a^2\psi_n^*\psi_n + b^*a\psi_m^*\psi_n + a^*b\psi_n^*\psi_m + b^2\psi_m^*\psi_m) dx \quad (34-6) \end{aligned}$$

(از این رو مثل قبل داریم $a^*a = a^2$ و $b^*b = b^2$) بر طبق معادله (۳۲-۶) اولین و آخرین انتگرال ثابت است و بنابراین فقط دومین و سومین انتگرال در تغییرات $\langle x \rangle$ نسبت به زمان وارد می شوند.

به کمک معادله های (۳۵-۶) و (۳۱-۶) ممکن است معادله (۳۴-۶) را بسط دهیم تا معادله زیر به دست آید.

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= a^2 \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_n dx + b^*a \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_m^*e^{+i(E_m/\hbar)t}\psi_n e^{-i(E_n/\hbar)t} dx \\ &+ a^*b \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*e^{+i(E_n/\hbar)t}\psi_m e^{-i(E_m/\hbar)t} dx + b^2 \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_m^*\psi_m dx \quad (35-6) \end{aligned}$$

در مورد یک سیستم محدود با دو حالت، که آن چیزی است که در این جا داریم

$$\psi_n^*\psi_m = \psi_m^*\psi_n \quad \text{و} \quad a^*b = b^*a$$

بنابراین می توانیم عبارتهای معادله (۳۵-۶) را که نسبت به زمان تغییر می کنند به صورت یک جمله درآوریم.

$$a^*b \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_m [e^{i(\hbar\hbar E_m - E_n)t} + e^{-i(\hbar\hbar E_m - E_n)t}] dx \quad (36-6)$$

اکنون

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2 \cos \theta$$

از این رو، معادله (۳۶-۶) به صورت زیر ساده می شود.

$$2a^*b \cos\left(\frac{E_m - E_n}{\hbar}\right)t \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_m dx$$

که سازه متغیر نسبت به زمان را شامل می شود.

$$\cos\left(\frac{E_m - E_n}{\hbar}\right)t = \cos 2\pi\left(\frac{E_m - E_n}{h}\right)t$$

$$= \cos 2\pi\nu t$$

بنابراین، موقعیت الکترون بطور سینوسی نوسان می‌کند که بسامد آن عبارت است از:

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h} \quad (۳۷-۶)$$

و عبارت کامل برای مقدار مورد انتظار $\langle x \rangle$ موقعیت الکترون عبارت است از:

$$\langle x \rangle = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_n dx + b^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_m^* \psi_m dx$$

$$+ 2a^*b \cos 2\pi\nu t \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_m dx \quad (۳۸-۶)$$

هر گاه الکترون در حالت n یا m باشد، احتمالات مربوطه b^2 یا a^2 صفر و مقدار مورد انتظار موقعیت الکترون ثابت است. موقعی که الکترون در حال گذار یکی از این دو حالت به حالت دیگر است، موقعیتش با بسامد ν نوسان می‌کند. این بسامد همان بسامدی است که بوهر آن را فرض مسلم گرفت و به وسیله تجربه ثابت شد و همان‌طور که دیده‌ایم معادله (۳۷-۶) را می‌توان با استفاده از مکانیک کوانتومی بدون اتخاذ فرض‌های خاص به دست آورد.

۶-۱ قواعد گزینش

برای تعیین ν هیچ لزومی نداشت که مقادیر احتمالات a و b را به صورت توابعی از زمان و یا توابع موج الکترون ψ_n و ψ_m بدانیم. ولی، اگر مایلیم احتمال را برای وقوع یک گذار مفروض محاسبه کنیم، باید این کمیتها را بدانیم. شرط کلی برای این که اتمی در یک حالت برانگیخته تابش کند این است که انتگرال

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n \psi_m^* dx$$

صفر نباشد، چون چگالی تابش با آن متناسب است. گذارهایی را که این انتگرال برای آنها یک مقدار محدود می‌شود، گذارهای مجاز می‌نامند در حالی که گذارهایی را که این انتگرال برای آنها صفر می‌شود، گذارهای ممنوع نامیده می‌شوند و بندرت روی می‌دهند.

در مورد اتم هیدروژن به سه عدد کوانتومی نیاز است تا حالت‌هایی اولیه و نهایی یک گذار تابشی معین شود. اگر عدد کوانتومی کل، عدد کوانتومی مداری و عدد کوانتومی مغناطیسی حالت اولیه به ترتیب n', l', m_l' و حالت نهایی n, l, m_l باشند و مختصه u یکی از سه مختصات x, y, z را نشان دهد، شرط لازم برای یک گذار مجاز عبارت است از:

$$\int_{-\infty}^{\infty} u \psi_{n,l,m_l} \psi_{n',l',m_l'}^* du \neq 0 \quad (۳۹-۶)$$

مثلاً"، هرگاه u را x در نظر بگیریم، تابش مورد نظر آن تابشی است که به وسیله یک آنتن دو قطبی معمولی که در امتداد محور x قرار دارد، تولید خواهد شد. چون توابع موج ψ_{n,l,m_l} برای اتم ئیدروژن معلوم هستند، معادله (۶-۳۹) را می توان به ازای $u = x$ و $u = y$ محاسبه کرد. وقتی که این کار انجام شد، پی می بریم که فقط گذارهایی که می توانند روی دهند آنهایی هستند که عدد کوانتمی مداری l به اندازه $+1$ یا -1 تغییر می کند و عدد کوانتمی مغناطیسی m_l تغییر نکرده یا به اندازه $+1$ یا -1 تغییر می کند؛ به عبارت دیگر، شرط لازم برای یک گذار مجاز این است که:

$$\Delta l = \pm 1 \quad \text{قواعد گزینش} \quad (۴-۶)$$

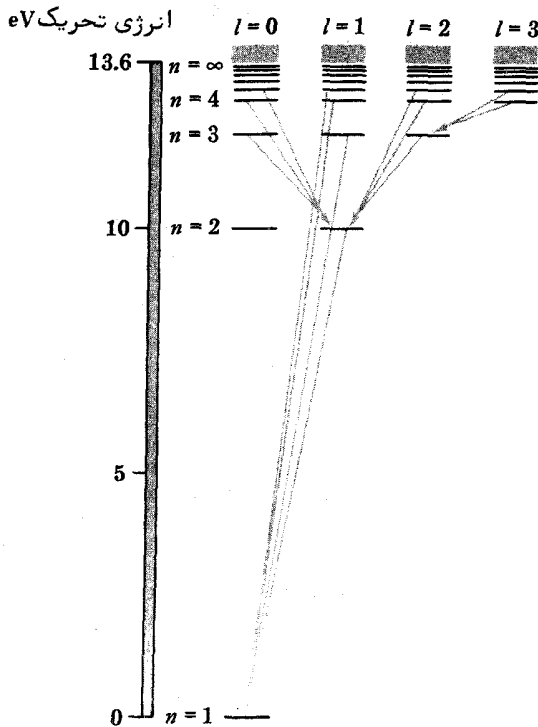
$$\Delta m_l = 0, \pm 1 \quad (۴-۶)$$

تغییر عدد کوانتمی کل n محدود نیست. معادله های (۴-۶) و (۶-۴۱) به عنوان قواعد گزینش برای گذارهای مجاز شناخته می شوند (شکل ۶-۱۳).

قاعده گزینش ایجاب می کند، که هرگاه اتمی تابش کند، l به اندازه ± 1 تغییر کند، یعنی اندازه حرکت زاویه ای یک فوتون گسیل شده برابر است با اختلاف اندازه حرکت های زاویه ای حالت های اولیه و نهایی اتم. تشابه کلاسیکی یک فوتون با اندازه حرکت زاویه ای، موجی الکترومغناطیسی است که به صورت دایره ای قطبی شده است، به طوری که این مفهوم به نظریه کوانتمی منحصر نمی شود.

تحلیل قبلی از گذارهای تابشی در یک اتم بر ترکیبی از مفاهیم کوانتمی و کلاسیکی متکی است. همان طور که دیده ایم، مقدار مورد انتظار موقعیت یک الکترون اتمی در حین عبور از یک حالت ویژه اولیه به حالتی ویژه با انرژی پایین تر، با بسامد ν ی معادله (۶-۳۷) نوسان می کند. از دیدگاه کلاسیکی چنین بار نوسان کننده ای امواج الکترومغناطیسی با همان بسامد ν به وجود می آورد و حقیقه "تابش مشاهده شده دارای این بسامد است. لکن، مفاهیم کلاسیکی همیشه برای فرآیندهای اتمی قابل اعتماد نیستند و روش عمیقتری مورد نیاز است. چنین روشی را الکترو دینامیک کوانتمی می نامند که تصویر قبلی را اصلاح می کند، بدین گونه که نشان می دهد به جای تابش دو قطبی الکتریکی که یک پیش بینی کلاسیکی است، یک فوتون منفرد با انرژی $h\nu$ در حین گذار از حالت m به n گسیل می شود.

به علاوه، الکترو دینامیک کوانتمی مکانیسمی را که موجب گذار "خود بخود" اتمی از یک حالت انرژی به حالت پایین تری می شود، توجیه می کند. تمام میدانهای مغناطیسی و الکتریکی دائماً "حول E و B افت و خیز می کنند و این امر بر اساس زمینه های کلاسیکی قابل پیش بینی



شکل (۶-۱۳) نمودار تراز انرژی برای تیدروژن گذارهای مجاز به وسیله قاعده گزینش $\Delta l = \pm 1$ را نشان می‌دهد. در این نمودار، محور عمودی، انرژی تحریکی بعد از حالت پایدار را نشان می‌دهد.

است. چنین افت و خیزهایی حتی در غیاب امواج الکترومغناطیسی و هنگامی که بطور کلاسیکی $E = B = 0$ باشد روی می‌دهد. اثر این افت و خیزها (اغلب افت و خیزهای خلاف نامیده می‌شوند که شبیه نوسانات یک نوسان کننده هماهنگ در نقطه صفر است) است که سبب گسیل "خودبخود" فوتونها توسط اتمها در حالت‌های برانگیخته می‌شوند.

مسائل

۱- (الف) معادله شرودینگر برای ذره‌ای به جرم m که بر روی دایره‌ای به شعاع R مقید به حرکت است، به چه صورت است، در صورتی که فقط به ϕ بستگی داشته باشد؟ (ب) این معادله را برای ϕ حل کنید و ثابت بهنجار سازی را محاسبه کنید. (راهنمایی: حل معادله

اندازه حرکت‌های زاویه‌ای ممکن ذره را پیدا کنید .

۲- نشان دهید که

$$\Theta_{20}(\theta) = \frac{\sqrt{10}}{4} (3 \cos^2 \theta - 1)$$

حل معادله (۶-۱۳) است و نشان دهید که این معادله بهنجار شده است .

۳- نشان دهید که

$$R_{10}(r) = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$$

حل معادله (۶-۱۴) می‌باشد و نشان دهید که این معادله‌ای بهنجار شده است .

۴- در بخش (۶-۸) ذکر شده است که محتمل‌ترین مقدار r برای یک الکترون $1s$ در یک اتم هیدروژن برابر شعاع بوهر a_0 است . این مطلب را با استفاده از معادله (۶-۲۹) ثابت کنید .

۵- برطبق شکل (۶-۱۱) $P dr$ برای یک الکترون $2s$ دارای دو مقدار بیشینه است . مطلوب است تعیین مقادیری از r که در آنها این بیشینه‌ها روی می‌دهند .

۶- تابع موج برای یک اتم هیدروژن در حالت $2p$ با جهت و نیز با فاصله از هسته تغییر می‌کند . در مورد یک الکترون $2p$ که $m_l = 0$ است ، در چه نقطه‌ای در جهت z ، P بیشینه مقدار خود را دارد ؟ در چه نقطه‌ای از صفحه xy ، P بیشینه مقدار خود را دارد ؟

۷- احتمال یافتن یک الکترون در یک اتم هیدروژن در حالت پایدار در فاصله a_0 از هسته تا چه حد بیشتر است تا یافتن آن در فاصله $a_0/2$ از هسته ؟ و تا یافتن آن در فاصله $2a_0$ از هسته ؟

۸- در بخش (۶-۸) آمده است که مقدار متوسط r برای الکترون در یک اتم هیدروژن حالت پایدار $a_0/5$ است . درستی این بیان را با محاسبه مقدار مورد انتظار $\langle r \rangle = \int_0^\infty r |\psi|^2 dV$ ثابت کنید .

۹- احتمال یافتن یک الکترون اتمی که تابع موج شعاعی آن $R(r)$ است در خارج از کره‌ای هم مرکز با هسته و به شعاع r_0 عبارت است از :

$$\int_{r_0}^\infty |R(r)|^2 r^2 dr$$

(الف) احتمال یافتن یک الکترون حالت پایدار را در یک اتم هیدروژن در فاصله‌ای بیشتر از a_0 از هسته حساب کنید . (ب) هرگاه فاصله الکترونی در یک اتم هیدروژن حالت پایدار از هسته $2a_0$ باشد ، تمام انرژی پتانسیل است . بنابراین ، بر طبق فیزیک کلاسیک الکترون هرگز نمی‌تواند از فاصله $2a_0$ تا هسته فراتر رود . احتمال $r > 2a_0$ را برای الکترونی در یک اتم هیدروژن حالت پایدار پیدا کنید .

۱۰- قضیه آنسولد^۱ بیان می‌کند که به ازای هر مقدار از عدد کوانتمی مداری l ، چگالیهای احتمال جمع بندی شده روی تمام حالت‌های ممکن از $-l$ تا $+l$ مقدار ثابتی را مستقل از زوایای θ یا ϕ به دست می‌دهد؛ یعنی،

$$\sum_{m_l=-l}^{+l} |\Theta|^2 |\Phi|^2 = \text{مقدار ثابت}$$

این قضیه مبین این است که زیر لایه بسته یک اتم یا یون (بخش ۷-۵) دارای یک توزیع متقارن کروی از بار الکتریکی است. با استفاده از جدول (۶-۱)، قضیه آنسولد را به ازای $l=0$ و $l=1$ اثبات کنید.

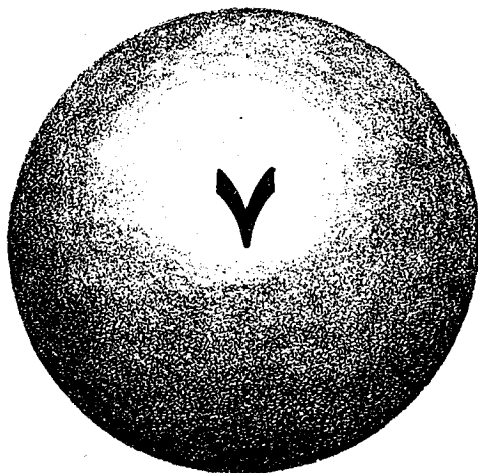
۱۱- اختلاف درصد بین L و مقدار بیشینه L_z را برای یک الکترون اتمی در حالت‌های d ، p و f پیدا کنید.

۱۲- هرگاه میدان مغناطیسی 1.00 T باشد، فاصله مؤلفه‌های زمین یک خط طیفی به طول موج 5000 \AA برابر 233 \AA است. با استفاده از این داده‌ها، نسبت e/m را برای الکترون پیدا کنید.

۱۳- با کمک توابع موج ذکر شده در جدول (۶-۱) ثابت کنید که در اتم شیدروژن برای گذار از $n=2$ به $n=1$ ، $\Delta l = \pm 1$ می‌باشد.

۱۴- قاعده گرینش برای گذارهای بین حالت‌ها در یک نوسان کننده هماهنگ $\Delta n = \pm 1$ است. (الف) درستی این قاعده را بر پایه‌های کلاسیکی اثبات کنید. (ب) با استفاده از توابع موج مناسب ثابت کنید که در یک نوسان کننده هماهنگ گذار از $n=1$ به $n=3$ ممنوع است، در صورتی که گذار از $n=0$ به $n=1$ و از $n=2$ به $n=3$ مجاز می‌باشد.

۱۵- ثابت کنید که گذار از $n=3$ به $n=1$ برای الکترون در یک جعبه بخش (۵-۶) ممنوع است، در صورتی که گذار از $n=2$ به $n=3$ و از $n=2$ به $n=1$ مجاز می‌باشد.



اتمهای چند الکترونی

- ۱-۷ اسپین الکترون
- ۲-۷ جفت شدگی اسپین - مدار
- ۳-۷ اصل انحصار
- ۴-۷ توابع موج متقارن و پاد متقارن
- ۵-۷ آرایشهای الکترونی
- ۶-۷ جدول تناوبی
- ۷-۷ اندازه حرکت زاویه‌ای کل
- ۸-۷ جفت شدگی LS
- ۹-۷ جفت شدگی jj
- ۱۰-۷ طیفهای یک الکترونی
- ۱۱-۷ طیفهای دو الکترونی
- ۱۲-۷ طیفهای پرتو ایکس

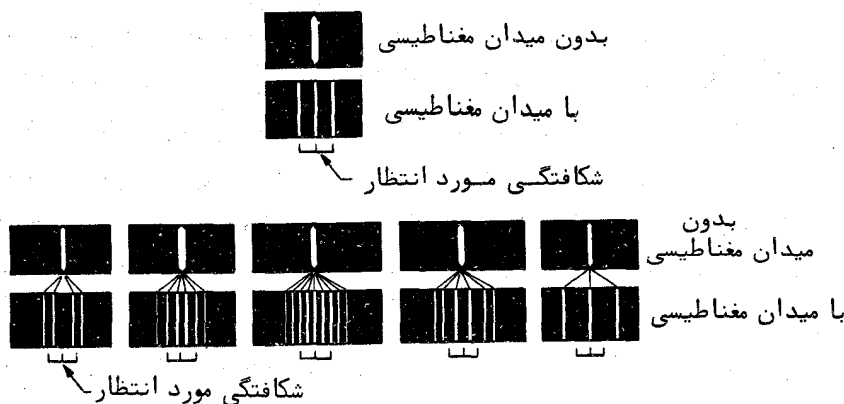
اتمهای چندالکترونی

علی‌رغم دقتی که مکانیک کوانتومی در تشریح بعضی از خواص اتم هیدروژن دارد و علی‌رغم سادگی اساسی و ظرافت این نظریه، نمی‌توان بدون در نظر گرفتن اسپین^۱ الکترون و اصل انحصار مربوط به آن به تشریح کامل این اتم یا سایر اتمها پرداخت. در این فصل ما با اثر اسپین الکترون در پدیده‌های اتمی و دلیل این که چرا اصل انحصار کلیدی است برای درک ساختارها و طیفهای اتمهایی با بیش از یک الکترون آشنا خواهیم شد.

۷-۱ اسپین الکترون

نظریه^۲ اتم که در فصل قبل شرح داده‌شد قادر به بیان تعدادی از مشاهدات تجربی معروف نیست. یکی از آنها این حقیقت است که در واقع بسیاری از خطوط طیفی از دو خط مجزای نزدیک به هم تشکیل می‌شوند. یک نمونه از این ساختار ریز اولین خط سریهای بالمر اتم هیدروژن است که از گذارها بین ترازهای $n=2$ و $n=3$ در اتمهای هیدروژن ناشی می‌شود. در این جا پیش‌بینی نظری برای یک خط به طول موج 6563\AA است و حال آن که در حقیقت دو خط با اختلاف طول موج $1/4\text{\AA}$ وجود دارد - یک اثر کوچک، ولی یک شکست آشکار برای نظریه. شکست دیگر نظریه^۳ مکانیک کوانتومی ساده اتم، در اثر زمین مشاهده می‌شود که در فصل (۶-۷) مورد بررسی قرار گرفت. در آن جا دیدیم که هر یک از خطوط طیفی یک اتم در یک میدان مغناطیسی باید به سه مؤلفه که به وسیله معادله^۴ (۶-۲۷) مشخص شد، تقسیم شود. در حقیقت گر چه اثر بهنجار زمین در شرایط معینی در طیفهای چند عنصر مشاهده می‌شود، در اکثر اوقات چنین نیست: چهار، شش یا حتی مؤلفه‌های بیشتری ممکن است پدیدار گردد و حتی موقعی که سه مؤلفه وجود دارد، ممکن است جدایی آنها با معادله^۵ (۶-۲۷) هماهنگ نباشد. در شکل (۷-۱) چندین الگوی نابهنجار زمین به همراه پیش‌بینی‌های معادله^۶ (۶-۲۷) نشان داده شده است.

در تلاشی برای توجیه ساختار ریز در خطوط طیفی و اثر نابهنجار زمین، در سال ۱۹۲۵



شکل (۷-۱) اثرات بهنجار و ناهنجار زمین در بسیاری از خطوط طیفی .

م . اس . آ . گودشمیت^۱ و جی . ای . النیک^۲ اظهار نظر کردند که الکترون دارای یک اندازه حرکت زاویه ی ذاتی است که مستقل از هر اندازه حرکت زاویه ای مداری آن است و این اندازه حرکت زاویه ای با یک گشتاور مغناطیسی معین همراه است . آنچه که گودشمیت و النیک در ذهن داشتند تصویری کلاسیک از یک الکترون به صورت یک کره باردار چرخان حول محور خود بود . این چرخش اندازه حرکت زاویه ای در بردارد و چون الکترون از نظر بارالکتریکی منفی است دارای یک گشتاور مغناطیسی μ_B می باشد که نسبت به بردار اندازه حرکت زاویه ای L_B جهت مخالفی دارد . مفهوم اسپین الکترون نشان داد که نه تنها در بیان ساختار ریز و اثر ناهنجار زمین موفق است بلکه در توجیه بسیاری از اثرات اتمی دیگر نیز موفق بوده است .

مطمئناً ، تصویر یک الکترون به صورت یک کره باردار چرخان مورد ایرادات زیادی قرار می گیرد . یک دلیل آن این است که مشاهدات پراکندگی الکترونها به وسیله سایر الکترونها در انرژی زیاد نشان می دهد که الکترون باید قطری کمتر از 10^{-16} m داشته باشد و به احتمال زیاد یک ذره نقطه ای است . برای این که اندازه حرکت زاویه ای مشاهده شده به اسپین الکترون مربوط شود ، شیء تا بدین حد کوچک باید با سرعت استوایی چندین برابر بیشتر از سرعت نور بچرخد . اما عدم کاربرد مدلی اقتباس شده از زندگی روزانه ما

1. S. A. Goudsmit

2. G. E. Uhlenbeck

از اعتبار نظریه اسپین الکترون نمی‌گاهد: ما قبلاً "با بسیاری از ایده‌ها در زمینه نسبیت و فیزیک کوانتومی که با تجربه سازگارند ولی با مفاهیم کلاسیک ناسازگار، آشنا شده‌ایم. در سال ۱۹۲۹ م. پاول دیراک^۱ طبیعت اصلی اسپین الکترون را با توسعه مکانیک کوانتومی نسبیتی مورد تأیید قرار داد. دیراک به جای این که مانند شرودینگر کار خود را با معادله انرژی غیر نسبیتی $E = p^2/2m + V$ شروع کند، از معادله نسبیتی $E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} + V$ استفاده کرد (به معادله ۱-۲۳ رجوع کنید). او متوجه شد که یک ذره با جرم و بار الکترون باید دارای اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی و گشتاور مغناطیسی باشد که گودشیت و آلنیک به الکترون نسبت داده بودند.

عدد کوانتومی s برای توصیف اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین الکترون به کار می‌رود. تنها مقداری که s می‌تواند داشته باشد $\frac{1}{2}$ است؛ این محدودیت از نظریه دیراک ناشی می‌شود و چنان که خواهیم دید می‌توان آن را بطور تجربی از داده‌های طیفی نیز به دست آورد. بزرگی S اندازه حرکت زاویه‌ای با توجه به اسپین الکترون برحسب عدد کوانتومی اسپین s از فرمول زیر بدست می‌آید.

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar \quad \text{اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین} \quad (1-7)$$

که همان فرمولی است که بزرگی L اندازه حرکت زاویه‌ای مداری را برحسب عدد کوانتومی مداری l به دست می‌دهد:

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

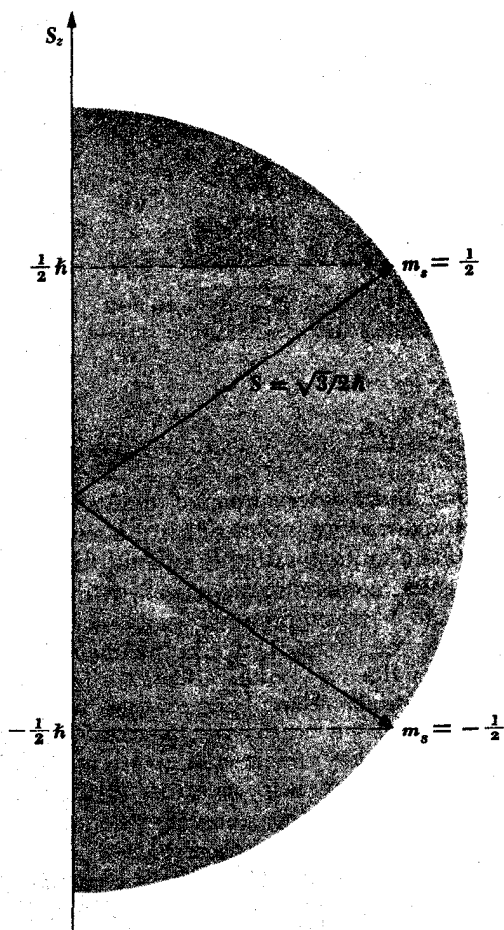
عدد کوانتومی مغناطیسی اسپین m_s ، کوانتمش فضایی الکترون را توصیف می‌کند. درست همان گونه که بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری می‌تواند در یک میدان مغناطیسی از $l+1$ تا $l-1$ دارای $2l+1$ سمتگیری باشد، بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین می‌تواند $2s+1 = 2$ سمتگیری داشته باشد که با $m_s = +\frac{1}{2}$ و $m_s = -\frac{1}{2}$ مشخص می‌شود (شکل ۲-۷). مؤلفه S_z اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین یک الکترون در امتداد یک میدان مغناطیسی در جهت z با عدد کوانتومی اسپین مشخص می‌شود، به گونه‌ای که

$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar \quad \text{مؤلفه } z \text{ اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین} \quad (2-7)$$

مشخصه نسبت ژیرومغناطیسی^۲ اسپین الکترون تقریباً "دو برابر مشخصه حرکت مداری

1. Paul Dirac فیزیکدان انگلیسی

2. Gyromagnetic



شکل (۲-۷) دو سمتگیری ممکن بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین.

الکترون است. بدین ترتیب، اگر این نسبت را مساوی ۲ فرض کنیم، بین گشتاور مغناطیسی اسپین μ_s یک الکترون و اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین آن رابطه زیر برقرار است.

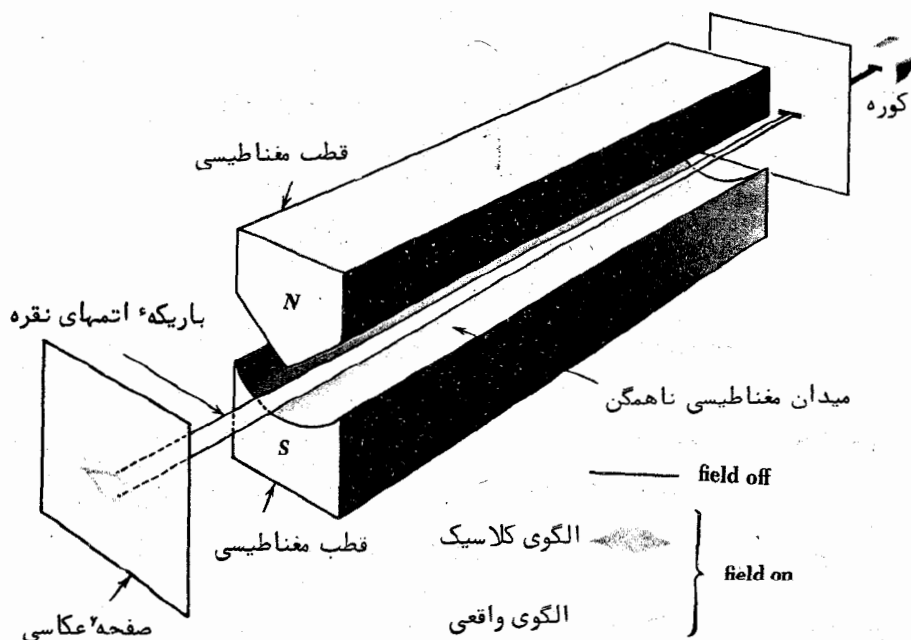
$$\mu_s = \frac{e}{m} S \quad \text{گشتاور مغناطیسی اسپین} \quad (۳-۷)$$

بنابراین، مؤلفه‌های ممکن μ_s در امتداد هر محوری، مثلاً "محور z، به رابطه زیر محدود می‌شود.

$$\mu_{sz} = \pm \frac{e\hbar}{2m} \quad \text{مؤلفه S گشتاور مغناطیسی اسپین} \quad (۴-۷)$$

کمیت $eh/2m$ را ما به عنوان ماگنتون^۱ بوهر می‌شناسیم.

در سال ۱۹۲۱ م. او. اشترن^۲ و گرلاخ^۳ برای نخستین بار کوانتشم فضایی را بوضوح نشان دادند. چنان که در شکل (۷-۳) نشان داده شده است، آنها باریکه‌ای از اتمهای نقره^۴ خنثی را از یک کوره از میان تعدادی شکاف موازی به درون یک میدان مغناطیسی ناهمگن هدایت کردند. پس از عبور باریکه از میدان، یک صفحه^۵ عکاسی آرایش آن را ثبت می‌کرد. در حالت عادی، گشتاور مغناطیسی کل یک اتم نقره^۴ به اسپین فقط یکی از الکترونهاش وابسته است. در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، چنین دو قطبی صرفاً^۶ گشتاوری را تجربه خواهد کرد که سعی دارد دو قطبی و میدان را در یک راستا قرار دهد. با وجود این، در یک میدان ناهمگن هر "قطب" دو قطبی تحت تاثیر نیرویی با بزرگی متفاوت است و بنابراین این بر دو قطبی، نیروی برآیندی وارد می‌شود که با سمتگیری دو قطبی نسبت به میدان تغییر می‌کند. از دیدگاه کلاسیکی باید همه^۷ جهت‌ها در یک باریکه از اتمها حضور داشته باشند که این باریکه به جای تشکیل دادن یک خط نازک در غیاب یک میدان مغناطیسی، صرفاً^۸ به



شکل ۷-۳: آزمایش اشترن - گرلاخ

صورت یک اثر پهن بر روی صفحهء عکاسی ظاهر خواهد شد. با وجود این، اشتراک و گراخ پی بردند که باریکهء اولیه به دو بخش مجزا تقسیم می شود که مربوط به سمتگیری اسپین در دو جهت مخالف در میدان مغناطیسی است که به وسیلهء کوانتمیش فضایی مجاز اعلام شده اند.

۲-۷. جفت شدگی اسپین مدار

دو گانه شدن ساختار ریز خطوط طیفی ممکن است براساس یک برهمکنش مغناطیسی بین اسپین و اندازه حرکت های زاویه ای مدار الکترونی های اتمی بیان شود. این جفت شدگی اسپین مدار را می توان برحسب یک مدل کلاسیکی ساده درک کرد. الکترونی که دور یک هسته می چرخد، خود را در یک میدان مغناطیسی می یابد، زیرا در دستگاه مقایسه ای خودش، هسته دور آن می چرخد (شکل ۷-۴). بنابراین، این میدان مغناطیسی روی گشتاور مغناطیسی اسپین خود الکترون اثر می گذارد و نوعی اثر زمین داخلی تولید می کند. انرژی V_m یک دو قطبی مغناطیسی با گشتاور μ در یک میدان مغناطیسی با چگالی شار B بطور کلی عبارت است از

$$V_m = -\mu B \cos \theta \quad (5-7)$$

که در آن θ زاویه بین μ و B است. کمیت $\mu \cos \theta$ مؤلفهء موازی B است که در حالت گشتاور

$$\mu \cos \theta = \mu_{z2} = \pm \frac{e\hbar}{2m} \quad \text{است. از این رو، با توجه به}$$

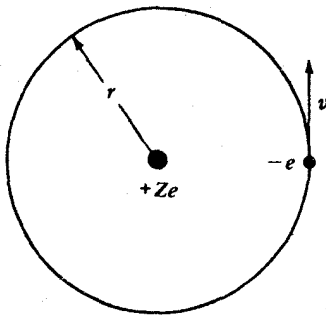
پی می بریم که

$$V_m = \pm \frac{e\hbar}{2m} B \quad (6-7)$$

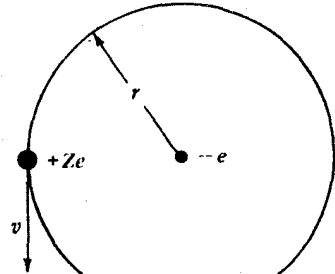
از آن جا که انرژی یک الکترون به سمتگیری بردار اسپین آن بستگی دارد انرژی آن در یک حالت کوانتمی اتمی معین نسبت به انرژی در غیاب جفت شدگی اسپین مدار مقدار $B (e\hbar/2m)$ بیشتر یا کمتر خواهد بود. حاصل آن، شکافته شدن هر حالت کوانتمی (به استثناء حالت های s) به دو زیر حالت مجزا است که در نتیجه شکافته شدن هر خط طیفی را به دو مؤلفه به دنبال دارد.

تنها تخصیص $s = \frac{1}{2}$ است که با دو گانه شدن ساختار ریز مشاهده شده مطابقت دارد. این واقعیت که، آنچه حالت های منفرد باید باشند در حقیقت حالت های دو گانه هستند، چنین مقرر می کند که $2s + 1$ سمتگیری ممکن بردار اندازه حرکت زاویه ای اسپین S باید کلاً مساوی ۲ شود. از این رو

$$\begin{aligned} 2s + 1 &= 2 \\ s &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$



(الف)



(ب)

شکل (۷-۴) (الف) یک الکترون در حالی که از دستگاه مقایسه‌ای هسته بدان می‌نگریم به دور یک هسته اتمی می‌چرخد. (ب) از دستگاه مقایسه‌ای الکترون، هسته به دور آن می‌چرخد. در نتیجه، میدان مغناطیسی که الکترون تجربه می‌کند عمود بر صفحه، کاغذ و به سمت بالا است. برهمکنش بین گشتاور مغناطیسی اسپین الکترون و این میدان مغناطیسی به پدیده جفت شدگی اسپین مدار منجر می‌شود.

مسأله: انرژی مغناطیسی v_m برای الکترونی در حالت $2p$ یک اتم هیدروژن را با کمک مدل بوهر که حالت $2p$ مطابق با حالت $2n=2$ است، برآورد کنید (بخش ۸-۶).

حل: یک حلقه سیمی به شکل دایره به شعاع r که حامل جریان i است، در مرکز دارای یک میدان مغناطیسی است به بزرگی

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r}$$

الکترون دوار خود را در حالتی می‌یابد که پروتون با بار $+e$ که هسته است در هر ثانیه f دفعه به دورش می‌چرخد. میدان مغناطیسی حاصل عبارت است از

$$B = \frac{\mu_0 f e}{2r}$$

از معادله‌های (۴-۱۳) و (۴-۲۲) بسامد گردش و شعاع مداری به ازای $n=2$ عبارتند از

$$f = \frac{v}{2\pi r} = 8.4 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

$$r = n^2 a_0 = 4a_0 = 2.1 \times 10^{-10} \text{ m}$$

از این رو، میدان مغناطیسی که الکترون در آن واقع می‌شود، عبارت است از:

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \times (8.4 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}) \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{2 \times (2.1 \times 10^{-10} \text{ m})} = 0.40 \text{ T}$$

که یک میدان "نسبه" قوی است. چون مقدار ماگنتون بوهر $\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$ می‌باشد انرژی مغناطیسی الکترون عبارت است از:

$$V_m = \frac{e\hbar}{2m} B = 3.7 \times 10^{-24} \text{ J} = 2.3 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

اختلاف انرژی بین زیرترازهای بالاتر و پایین‌تر دو برابر این مقدار $4.6 \times 10^{-5} \text{ eV}$ است که با مقدار مشاهده شده تفاوت زیادی ندارد.

۳-۷ اصل انحصار

در حالت نرمال یک اتم هیدروژن، الکترون در پایین‌ترین حالت کوانتیمیش می‌باشد. حالتهای نرمال اتمهای پیچیده‌تر چگونه است؟ آیا کلیهٔ ۹۲ الکترون یک اتم اورانیوم در حالت کوانتیمی یکسانی هستند یا مثلاً "می‌توان آنها را بطور متراکم در حال حرکت در یک مدار بوهر به دور هسته تصور کرد؟ شواهد بسیاری این فرضیه را غیر محتمل می‌داند. یک نمونه آن تفاوت فاحشی است که در رفتار شیمیایی پاره‌ای عناصر که ساختارهای اتمی آنها فقط یک الکترون اختلاف دارد، به چشم می‌خورد: به عنوان مثال، عناصری با اعداد اتمی ۹، ۱۰ و ۱۱ بترتیب گاز هالوژنی، فلزبور، گاز بی‌اثر نئون و فلز قلیایی سدیم هستند. از آن جا که ساختار الکترونی یک اتم بر همکنش‌هایش را با سایر اتمها کنترل می‌کند، اگر تمام الکترونها در یک اتم در حالت کوانتیمی یکسانی قرار داشته باشند، درک علت تغییر ناگهانی خواص شیمیایی عناصر در اثر یک تغییر جزئی در عدد اتمی بسیار مشکل است.

در سال ۱۹۲۵ م. ولف گنگ پاولی^۱ (Wolfgang Pauli) اصل بنیادی را که بر آرایشهای الکترونی اتمهایی با بیش از یک الکترون حاکم است کشف کرد. اصل انحصار پاولی بیان می‌کند که در یک اتم دو الکترون در حالت کوانتیمی یکسان نمی‌توانند وجود داشته باشند. در داخل یک اتم، هر الکترون باید مجموعه متفاوتی از اعداد کوانتیمی n, l, m_l و m_s داشته باشد.

پاولی با مطالعه طیفهای اتمی اصل انحصار را نتیجه گرفت. از روی طیف یک اتم

می‌توان حالت‌های مختلف آن را مشخص و اعداد کوانتومی این حالت‌ها را استنباط کرد. در طیف‌های هر عنصر، بجز ئیدروژن، تعدادی از خطوط که مربوط به گذارهای بین حالت‌هایی با ترکیبات معینی از اعداد کوانتومی هستند، دیده نمی‌شوند. بدین ترتیب، در هلیوم هیچ‌گونه گذاری از حالت پایدار یا به حالت پایدار که در آن اسپین‌های هر دو الکترون برای دادن اسپین کل یک در یک جهت باشند مشاهده نمی‌شود، گرچه گذارهایی از حالت پایدار یا به حالت پایدار دیگری که در آن اسپین‌ها برای تشکیل یک اسپین کل صفر مختلف‌الجهت باشند، مشاهده می‌گردد. در حالت مشاهده نشده اعداد کوانتومی هر دو الکترون $n=1$ ، یکی از الکترون‌ها دارای عدد کوانتومی $m_s = \frac{1}{2}$ و دیگری دارای عدد کوانتومی $m_s = -\frac{1}{2}$ است. پاولی نشان داد که هر حالت اتمی مشاهده نشده دو یا چند الکترون با اعداد کوانتومی یکسان دارد و اصل انحصار بیانی از این یافته تجربی است.

۴۰۷ توابع موج متقارن و پاد متقارن

قبل از مطالعه نقش اصل انحصار در تعیین ساختارهای اتمی، بررسی مفاهیم ضمنی مکانیک کوانتومی آن جالب توجه است. در فصل قبل دیدیم که تابع موج کامل ψ الکترون را در یک اتم ئیدروژن می‌توان به صورت حاصل ضرب سه تابع موج مجزا بیان کرد که هر یک بخشی از ψ را که تابع یکی از سه مختصه r, θ, ϕ است، توصیف می‌کند. می‌توان به طریق مشابهی نشان داد که تابع موج کامل $\psi(1, 2, 3, \dots, n)$ یک سیستم n ذره غیر برهمکنشی را می‌توان به صورت حاصل ضرب توابع موج $\psi(1), \psi(2), \psi(3), \dots, \psi(n)$ ذرات منفرد بیان کرد. یعنی،

$$\psi(1, 2, 3, \dots, n) = \psi(1)\psi(2)\psi(3) \dots \psi(n) \quad (۷-۷)$$

از این نتیجه برای بررسی انواع توابع موجی که می‌توان آنها را برای توصیف یک سیستم با دو ذره مشابه به کار برد، استفاده خواهیم کرد.

فرض کنیم یکی از ذرات در حالت کوانتومی a و دیگری در حالت b است. چون ذرات مشابه هستند، اگر جای آنها را با هم عوض کنیم، یعنی ذره a را با ذره b در حالت b و بالعکس جایگزین کنیم، در چگالی احتمال $|\psi|^2$ سیستم نباید تغییری ایجاد شود. بطور سمبولیک لازم است که:

$$|\psi|^2(1, 2) = |\psi|^2(2, 1) \quad (۸-۷)$$

از این رو، تابع موج $\psi(2, 1)$ که نشان دهنده ذرات جابجا شده است با هر کدام ازدو فرمول زیر حاصل خواهد شد.

$$\psi(2, 1) = \psi(1, 2) \quad \text{متقارن} \quad (۹-۷)$$

یا

$$\psi(2, 1) = -\psi(1, 2) \quad \text{پادمقارن} \quad (۱۰-۷)$$

و نیز معادله (۸-۷) را کامل خواهد کرد. تابع موج سیستم خود یک کمیت قابل اندازه گیری نیست و بنابراین با تعویض ذرات می توان علامت آن را تغییر داد. توابع موجی را که تحت تأثیر تعویض ذرات قرار نمی گیرند، متقارن می گویند در حالی که توابعی که در اثر این تعویض علامتشان عوض می شود پادمقارن نامیده می شوند.

اگر ذره ۱ در حالت a و ذره ۲ در حالت b باشد، بر طبق معادله (۷-۷) تابع موج سیستم عبارت است از:

$$\psi_I = \psi_a(1)\psi_b(2) \quad (۱۱-۷)$$

در حالی که اگر ذره ۲ در حالت a و ذره ۱ در حالت b باشد، تابع موج به قرار ذیل خواهد بود

$$\psi_{II} = \psi_a(2)\psi_b(1) \quad (۱۲-۷)$$

چون دو ذره در واقع غیر قابل تمیز هستند، راهی وجود ندارد که در هر لحظه بدانیم کدام یک از دو تابع ψ_I یا ψ_{II} سیستم را توصیف می کند. احتمال صحت ψ_I برای توصیف سیستم در هر لحظه درست برابر احتمال صحت ψ_{II} است. از این رو می توانیم بگوییم که سیستم نیمی از وقت خود را در آرایشی که تابع موج آن ψ_I است می گذراند و نیم دیگر را در آرایشی که تابع موج آن ψ_{II} است. بنابراین، یک ترکیب خطی از ψ_I و ψ_{II} سیستم را بخوبی توصیف می کند. دو ترکیب امکان پذیر است - یکی ترکیب متقارن

$$\psi_S = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(1)\psi_b(2) + \psi_a(2)\psi_b(1)] \quad (۱۳-۷)$$

و دیگری ترکیب پاد متقارن

$$\psi_A = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_a(2)\psi_b(1)] \quad (۱۴-۷)$$

برای بهنجار کردن ψ_S و ψ_A سازه $1/\sqrt{2}$ لازم است. با عوض کردن جای ذرات ۱ و ۲، ψ_S تغییر نمی کند، در حالی که علامت ψ_A عوض می شود. ψ_S و ψ_A هر دو از معادله (۸-۷) پیروی می کنند.

بین رفتار ذراتی که در سیستمهایی با توابع موج متقارن هستند و رفتار ذراتی که در سیستمهایی با توابع موج پاد متقارن قرار می گیرند اختلافات مهم بسیاری وجود دارد. یکی از بارزترین آنها این است که در مورد اول (وضعیت اول) هر دو ذره ۱ و ۲ همزمان می توانند در یک حالت وجود داشته باشند، یعنی $a = b$ ، در حالی که در مورد دوم اگر $a = b$ بگیریم،

می‌بینیم که $\psi_A = 0$ می‌شود: یعنی دو ذره نمی‌توانند در یک حالت کوانتومی قرار گیرند. در صورتی که این نتیجه را با اصل انحصار تجربی پاولی که بیان می‌کند به هیچ وجه دو الکترون در یک اتم نمی‌توانند در حالت کوانتومی یکسانی باشند، مقایسه کنیم، نتیجه می‌گیریم که سیستم‌های الکترون‌ها به وسیلهٔ توابع موجی توصیف می‌شوند که با جابجایی هر زوج از آنها علامت تابع موج عوض می‌شود.

نتایج آزمایش‌های گوناگون نشان می‌دهد که کلیهٔ ذراتی که دارای اسپین‌های مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ ، یعنی حاصل جمع هر عدد صحیح و $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$ و $\frac{5}{2}$) می‌باشند، توابع موجی دارند که نسبت به تعویض هر زوج از آنها پاد متقارن هستند. چنین ذراتی که پروتون، نوترون و الکترون را شامل می‌شوند، هنگامی که در یک سیستم قرار گیرند از اصل انحصار پیروی می‌کنند؛ یعنی، وقتی که در یک میدان نیروی مشترک حرکت می‌کنند، هر عضو سیستم باید در حالت کوانتومی متفاوتی باشد. ذراتی که اسپین با مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ دارند اغلب به ذرات فرمی یا فرمیون معروفند، زیرا چنان که در فصل ۹ خواهیم دید رفتار توده‌هایی از آنها از قانون توزیع آماری که توسط فرمی (Fermi) و دیراک کشف شد، پیروی می‌کند.

ذراتی که اسپین آنها صفر یا یک عدد صحیح است، دارای توابع موجی هستند که نسبت به تعویض هر زوج از آنها متقارن هستند. این ذرات از اصل انحصار پیروی نمی‌کنند. ذرات دارای اسپین صفر یا عدد صحیح اغلب به ذرات بوز 2 (Bose) یا بوزن معروفند زیرا قانون توزیع آماری که مجموعه‌هایی از آنها را توصیف می‌کند توسط بوز و اینشتین کشف شد. فوتونها، ذرات آلفا و اتمهای هلیوم ذرات بوز هستند.

علاوه بر آنچه که در اصل انحصار بیان شد، نتایج مهم دیگری از متقارن بودن یا پاد متقارن بودن توابع موج ذره وجود دارند. بنابر همین نتایج، بهتر است ذرات را بر مبنای طبیعت توابع موجیشان دسته‌بندی کنیم نه بر مبنای آن که پیروی از اصل انحصار دارند یا نه.

۲-۵ آرایش‌های الکترونی

دو قاعدهٔ اصلی، ساختارهای الکترونی اتمهای چند الکترونی را تعیین می‌کنند:

- ۱- یک سیستم از ذرات وقتی پایدار است که انرژی کل آن کمینه باشد.
- ۲- در یک اتم، در هر حالت کوانتومی خاص فقط یک الکترون می‌تواند وجود داشته

۱- انریکو فرمی، فیزیکدان ایتالیایی (۱۹۵۴ - ۱۹۰۱)

۲- جاگادیس بوز، فیزیکدان هندی (۱۹۳۷ - ۱۸۵۸)

باشد.

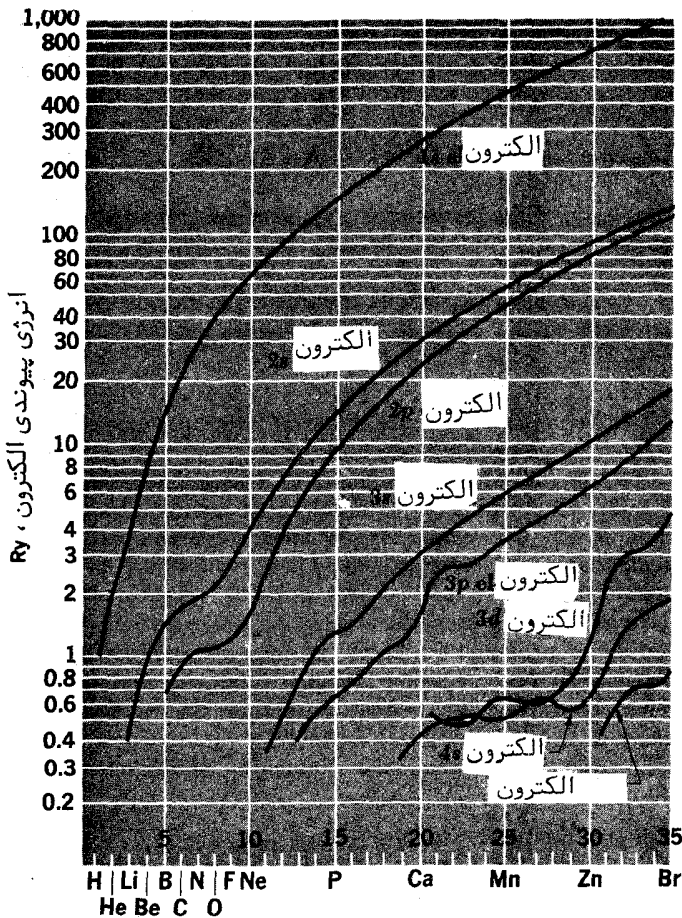
قبل از این که این دو قاعده را برای اتمهای حقیقی به کار ببریم، بهتر است تغییر انرژی الکترون با حالت کوانتمی را بررسی کنیم.

در یک اتم پیچیده، در حالی که بسیاری از الکترونها مسلما "بطور مستقیم بر یکدیگر اثر متقابل می گذارند، با در نظر گرفتن این که هر الکترون در میدان نیروی متوسط ثابتی قرار می گیرد، تا اندازه زیادی می توان به ساختار اتمی پی برد. برای یک الکترون معین، این میدان تقریبا "میدان الکتریکی با بار هسته ای Ze است که این میدان به وسیله پوشش جزئی آن دسته از الکترونهایی که به هسته نزدیکترند کاهش می یابد. الکترونهایی که عدد کوانتمی اصلی یکسان n دارند، معمولا " (گر چه نه همیشه) میانگین فاصله آنها از هسته یکی است. بنابراین، این الکترونها در واقع بر یک میدان الکتریکی یکسان اثر متقابل می گذارند و دارای انرژیهای مشابه هستند. اصطلاحا "می گویند چنین الکترونهایی یک لایه اتمی اشغال کرده اند. بر طبق مدل زیر، لایهها با حروف بزرگ نشان داده می شوند.

$$\begin{array}{ccccccccc} n = & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \dots & \text{لایه های اتمی} & (7-15) \\ & K & L & M & N & O & \dots \end{array}$$

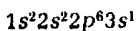
در یک لایه خاص، انرژی یک الکترون نیز تا اندازه زیادی به عدد کوانتمی مدارش بستگی دارد، گر چه این وابستگی به اندازه وابستگی به n نیست. در یک اتم پیچیده، میزانی که بار کامل هسته از یک الکترون معین توسط لایه های سایر الکترونها محافظت می شود با توزیع چگالی احتمال الکترون تغییر می کند. احتمال یافت شدن الکترونی با l کوچک، نزدیک هسته (جایی که سایر الکترونها اثر متقابل ضعیفی بر روی آن دارند) بیشتر است از احتمال وجود الکترونی با l بزرگتر (به شکل ۶-۱۱ رجوع شود)، که نتیجه آن یک انرژی کل پایین تر است (یعنی، انرژی پیوندی بیشتر است). بنابراین، با زیاد شدن l، انرژی الکترونها در هر لایه افزایش می یابد. این اثر در شکل (7-۵) نشان داده شده است که در آن انرژیهای پیوندی الکترونهای اتمی گوناگون برای عناصر سبکتر به صورت تابعی از عدد اتمی رسم شده است.

الکترونهایی که در یک مقدار معین از l در یک لایه سهیمند معمولا " همان زیر لایه را اشغال می کنند. کلیه الکترونهایی که در یک زیر لایه قرار می گیرند تقریبا " انرژیهای یکسان دارند، زیرا وابستگی انرژی الکترون به m_l و m_s "نسبه" ناچیز است. اشغال هر یک از زیر لایه های یک اتم معمولا " با کمک نمادگذاری که در فصل قبل برای بسیاری از حالت های کوانتمی اتم شناسایی شده، مشخص می گردد. چنان که در جدول (6-۲) نشان داده شد، هر زیر لایه با عدد کوانتمی اصلی خود n که بعد از آن حرف مربوط به عدد کوانتمی



شکل (۷-۵) انرژیهای پیوندی الکترونهاى اتمى برحسب ریدبرگ (انرژی حالت پایدار اتم هیدروژن $= 13.6 \text{ eV} = 1 \text{ Ry}$ عدد اتمی)

مدارایش L نوشته می شود، مشخص می گردد. عدد نوشته شده در بالای هر حرف تعداد الکترونها در آن زیر لایه را نشان می دهد. به عنوان مثال، آرایش الکترونی سدیم به صورت زیر نوشته می شود.



که مبین این است که زیر لایه های $1s$ ($l=0, n=1$) و $2s$ ($l=0, n=2$) هر یک دو الکترون، زیر لایه $2p$ ($l=1, n=2$) شش الکترون و زیر لایه $3s$ ($l=0, n=3$) یک الکترون دارد.

۶.۷ جدول تناوبی

هرگاه عناصر را بترتیب عدد اتمی بنویسیم، آنهایی که خواص فیزیکی و شیمیایی مشابه دارند در فواصل منظمی قرار می‌گیرند. این مشاهده تجربی به قانون تناوبی معروف است که در حدود یک قرن پیش برای نخستین بار دیتمتری مندلیف آن را تنظیم کرد. ترتیب جدولی عناصر را که نشان دهنده خواص تناوبی آنها است، جدول تناوبی می‌نامند. جدول (۷-۱) شاید ساده‌ترین شکل جدول تناوبی باشد؛ گرچه برای نشان دادن قانون تناوبی به صورت کاملتر جداول تناوبی دقیق‌تری ابداع شده است ولی جدول (۷-۱) برای مقصود ما کافی است.

عناصری که خواص مشابه دارند گروه‌هایی را تشکیل می‌دهند که در جدول (۷-۱) بصورت ستونهای عمودی نشان داده شده‌اند. بدین ترتیب، گروه ۱ شامل ئیدروژن و فلزات قلیایی است که همه از نظر شیمیایی فوق‌العاده فعالند و دارای ظرفیت ۱+ هستند. گروه ۷ شامل هالوژنها است که غیر فلزات فعال و فرارند که ظرفیت ۱- دارند و در حالت گازی، مولکولهای دو اتمی را تشکیل می‌دهند. گروه ۸ گازهای بی‌اثر را شامل می‌شود که عناصری کاملاً "غیر فعالند که نه تنها با عناصر دیگر به هیچ وجه ترکیب نمی‌شوند، بلکه اتمهای آنها مانند اتمهای سایر گازها به صورت مولکول در نمی‌آیند.

در جدول (۷-۱)، ردیفهای افقی را تناوبها می‌نامند. در هر دوره تناوب، گذاری کم و بیش یکنواخت وجود دارد که با یک فلز فعال شروع می‌شود، از فلزاتی با فعالیت شیمیایی کمتر و غیر فلزاتی با فعالیت شیمیایی ضعیف عبور می‌کند و به غیر فلزاتی می‌رسد که شدیداً "فعالند و سرانجام به یک گاز بی‌اثر ختم می‌شود. در هر ستون، خواص عناصر نیز بطور منظم تغییر می‌کند ولی این تغییرات به مراتب از تغییرات در هر دوره تناوب کمتر مشهود است. مثلاً، افزایش عدد اتمی در فلزات قلیایی با فعالیت شیمیایی بیشتر همراه است در حالی که در هالوژنها درست برعکس است.

بعد از سومین عنصر در هر دوره تناوب، بین عناصر گروه دوم و عناصر گروه سوم یک سری عناصر واسطه ظاهر می‌شوند. این عناصر فلزاتی هستند که از لحاظ شیمیایی شباهت قابل ملاحظه‌ای به یکدیگر دارند اما با عناصر گروههای اصلی تشابه قابل ملاحظه‌ای ندارند. بازده تا از این عناصر واسطه در ردیف ۶ از نظر خواصشان غیر قابل تشخیص‌اند و به عناصر لانتانید^۲ معروفند (یا عناصر خاکی نادر). در ردیف ۷ نیز یک گروه از فلزات که خیلی به یکدیگر مربوط هستند یافت می‌شوند که به عناصر آکتینید^۳ معروفند.

جدول ۱-۷: اعداد نوشته شده در بالای هر عنصر عدد اتمی و عدد پابین جرم اتمی آن بر حسب است. عناصری که جرم اتمی آنها داخل پرانتز نوشته شده در طبیعت وجود ندارند، اما در واکنشهای هستهای بطور مصنوعی تهیه می شوند. جرم اتمی در چنین حالتی عدد جرمی مربوط به ایزوتوپ رادیواکتیو آن عنصر یا بیشترین طول عمر است.

گروه		گروه		گروه		گروه		گروه		گروه		گروه		گروه		گروه	
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	I	II
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
H	He	B	C	N	O	F	Ne	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar	K	Ca
1.00	4.00	10.81	12.01	14.01	16.00	19.00	20.18	26.98	28.09	30.98	32.07	35.46	39.94				
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
39.10	40.08	44.96	47.90	50.94	52.00	54.94	55.85	58.93	58.71	63.54	65.37	69.72	72.59	74.92	78.96	79.91	83.8
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
85.47	87.62	88.91	91.22	92.91	95.94	(97)	101.1	102.91	106.4	107.87	112.40	114.82	118.69	121.75	127.60	126.90	131.30
55	56	57-71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86
Cs	Ba	*	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
132.91	137.34		178.49	180.95	183.85	186.2	190.2	192.2	195.09	197.0	200.59	204.37	207.19	208.96	(209)	(210)	222
67	68	89-103	104	105	106												
Fr	Ra	+	Ac	Th	Pa												
(223)	226.03		(261)	(262)	(263)												
عناصر خاکی نادر																	
57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71			
La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu			
138.91	140.12	140.91	144.24	(145)	150.35	152.0	157.25	158.92	162.50	164.93	167.26	168.93	173.04	174.97			
آکتینیدها																	
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103			
Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr			
227.03	232.04	231.04	238.03	237.05	(244)	(243)	(247)	(247)	(251)	(254)	(257)	(258)	(259)	(260)			

مفهوم زیرلایه‌ها و لایه‌های الکترون کاملاً " با الگوی جدول تناوبی که دقیقاً "آینه‌" ساختارهای اتمی عناصر است ، مطابقت می‌کند . حال ببینیم این الگو چگونه به وجود می‌آید .

اصل انحصار ، محدودیت‌های معینی را بر تعداد الکترونهايي که می‌توانند یک زیرلایه را اشغال کنند ، اعمال می‌کند . یک زیر لایه با یک عدد کوانتومی کل n و عدد کوانتومی مداری l مشخص می‌شود ، که در آن

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

به ازای هر مقدار l ، $2l+1$ مقدار مختلف عدد کوانتومی مغناطیسی m_l وجود دارد ، چون

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

و به ازای هر مقدار m_l ، دو مقدار ممکن از عدد کوانتومی مغناطیسی اسپین m_s ($+\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$) وجود دارد . از این رو ، هر زیر لایه می‌تواند حداکثر $(2l+1) \times 2$ الکترون و هر لایه حداکثر

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) &= 2[1+3+5+\dots+2(n-1)+1] \\ &= 2[1+3+5+\dots+2n-1] \end{aligned}$$

الکترون داشته باشد . مقدار داخل کروشه دارای n جمله می‌باشد که مقدار متوسط آن $\frac{1}{2}[1+(2n-1)]$ است ، به طوری که بیشینه تعداد الکترونها در لایه $n^{\text{ام}}$ عبارت‌است از :

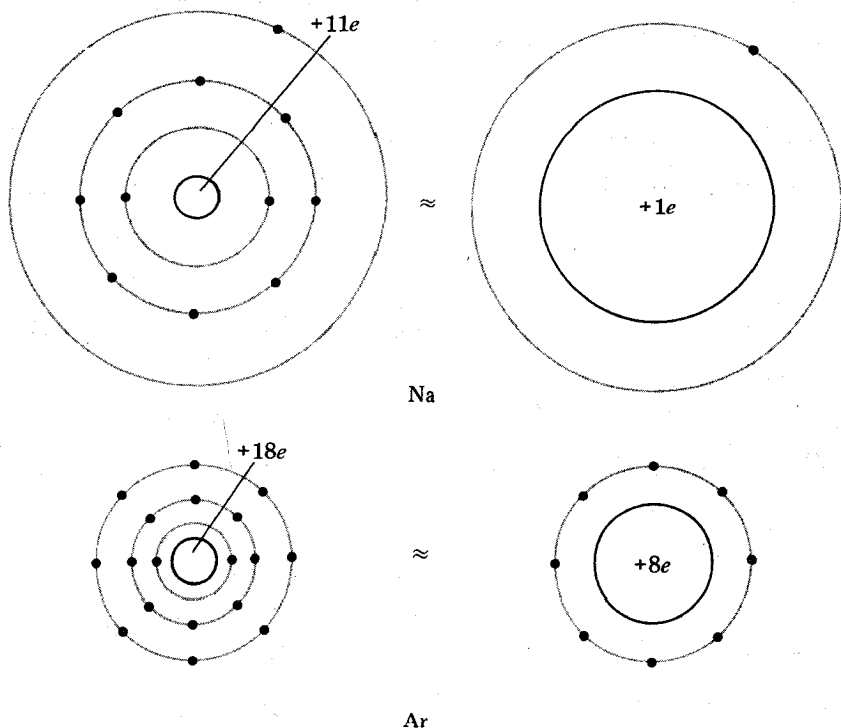
$$2 \times \frac{n}{2} [1 + (2n-1)] = 2n^2$$

یک لایه یا زیر لایه اتمی را که از الکترون پر شده باشد ، لایه یا زیر لایه بسته می‌گویند .

زیر لایه بسته s ($l=0$) دو الکترون ، زیر لایه بسته p ($l=1$) شش الکترون و زیر لایه بسته d ($l=2$) ده الکترون دارد .

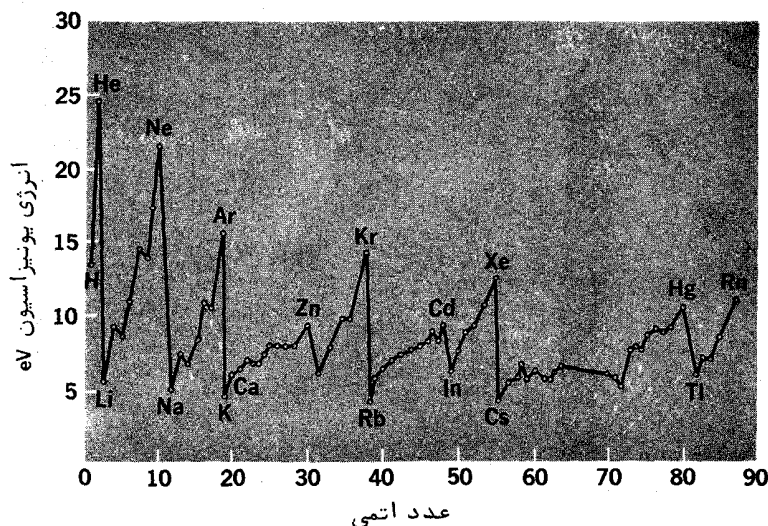
اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین و اندازه حرکت زاویه‌ای مداری کل الکترونها در یک زیر لایه بسته صفر است و توزیع‌های بار مؤثر آنها متقارند (به مسأله ۱۰ فصل ۶ مراجعه شود) . در یک لایه بسته ، پیوند الکترونها خیلی محکم است زیرا بار هسته‌ای مثبت نسبت به بار منفی الکترونهاي داخلی این لایه نسبتاً " زیاد است " (شکل ۷-۶) چون اتمی که فقط لایه‌های بسته دارد ، دارای هیچ گونه گشتاور دو قطبی نیست ، سایر الکترونها را جذب نمی‌کند و الکترونهاي آن نمی‌توانند بسهولت از هم جدا شوند . انتظار می‌رود چنین اتمهایی مانند گازهای بی‌اثر از لحاظ شیمیایی غیرفعال باشند - و گازهای بی‌اثر همگی دارای آرایشهای الکترونی لایه بسته یا معادل‌های آنهايند .

هر اتم از فلزات قلیایی گروه ۱ در لایه خارجی خود فقط یک الکترون s دارد . چنین



شکل (۶-۷) نمایش حفاظ الکترونی در اتمهای سدیم و آرگون. بر طبق این مدل خام، هر الکترون لایه بیرونی در یک اتم آرگون تحت تأثیر بار هسته‌ای مؤثری می‌باشد که ۸ برابر بزرگتر از بار هسته‌ای اعمال شده بر الکترون لایه بیرونی اتم سدیم است. بنابراین، اتم آرگون از نظر اندازه کوچکتر است و انرژی یونیزاسیون بیشتری دارد. در اتمهای واقعی، توزیع‌های چگالی احتمال الکترون‌های مختلف به طرق پیچیده تداخل می‌کنند و بدین ترتیب مقدار حفاظ را تغییر می‌دهند ولی اثر اصلی هیچ تغییر نمی‌کند.

الکترونی از هسته "نسبتاً دور است و توسط الکترونهای داخلی اثر بار مثبت مؤثر بر آن، بجای $+Ze$ مساوی $+e$ می‌شود. جدا کردن یک الکترون از چنین اتمی تا اندازه‌ای کار کوچکی است و بنابراین فلزات قلیایی بسهولت یونهای مثبت را تشکیل می‌دهند و ظرفیت $+1$ دارند. شکل (۷-۷) نشان می‌دهد که چگونه انرژیهای یونیزاسیون عناصر با عدد اتمی تغییر می‌کنند. هر چه اتم بزرگتر باشد، الکترون لایه خارجی از هسته دورتر و نیرویی که الکترون را به هسته پیوند می‌دهد ضعیفتر است؛ به این علت است که هر چه در یک گروه جدول تناوبی

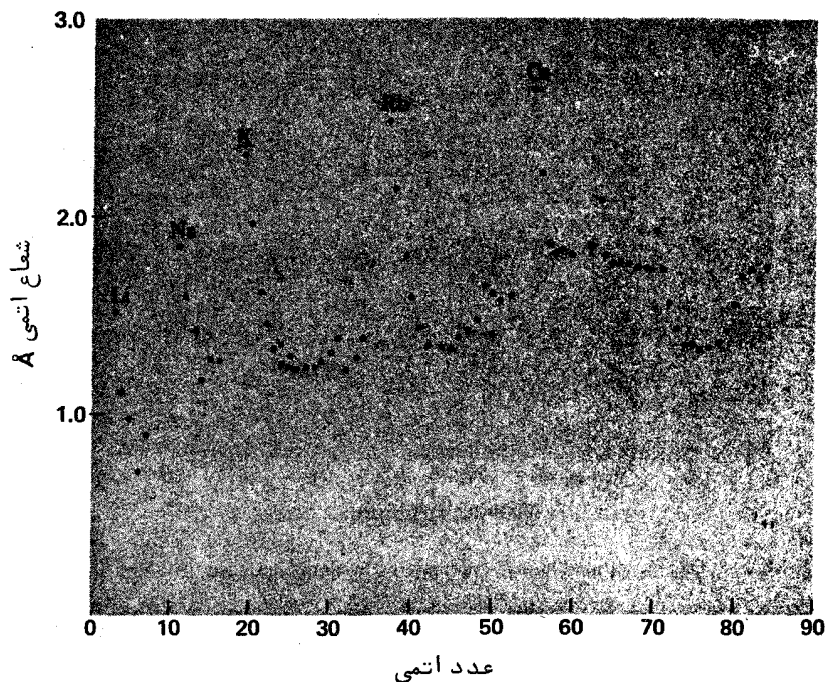


شکل (۷-۷) تغییر انرژی یونیزاسیون با عدد اتمی

پایین‌ترین و بیش‌ترین انرژی یونیزاسیون در هر دوره تناوبی از چپ به راست به علت افزایش دربار هسته‌ای است، در حالی که تعداد الکترونهای حفاظ داخلی ثابت می‌ماند. به عنوان مثال، در ردیف ۲ الکترون لایه خارجی در اتم لیتیم به وسیله یک بار مؤثر $+e$ نگه داشته می‌شود، در حالی که هر الکترون لایه خارجی در اتمهای برلیوم، برن، کربن و غیره به وسیله بارهای مؤثر $+2e$ ، $+3e$ ، و $+4e$ و غیره نگه‌داشته می‌شود.

در انتهای دیگر گروه فلزات قلیایی، یعنی فلزاتی که تمایل به از دست دادن بیشترین الکترونهای لایه خارجی خود را دارند، اتمهای هالوژن هستند که بارهای هسته‌ای آنها که بطور کامل توسط الکترونهای خنثی نمی‌شوند با جذب یک الکترون اضافی تمایل به تکمیل کردن زیر لایه‌های خارجی خود را دارند. از این رو، اتمهای هالوژن به آسانی یونهای منفی را تشکیل می‌دهند و ظرفیت ۱- دارند. شباهتهای عناصر گروههای مختلف جدول تناوبی مبتنی بر استدلال فوق است.

هر چند، اگر دقیقتر صحبت کنیم، یک اتم از یک نوع مشخص، نمی‌توان گفت اندازه معینی دارد، ولی از نظر عملی معمولاً می‌توان براساس فواصل بین اتمی مشاهده شده در شبکه‌های بلوری فشرده اندازه "نسبه" معینی برای آن قائل شد. شکل ۷-۸ نشان می‌دهد چگونه شعاعهای حاصل با عدد اتمی تغییر می‌کنند. حالت تناوبی در این جا به همان روشنی



شکل (۸-۷) شعاعهای اتمی عناصر

حالت تناوبی در انرژی یونیزاسیون است و در حقیقت از نظر حفاظ جزئی از بار کل هسته‌ای توسط الکترونهای داخلی با بار هسته‌ای کامل، منشاء مشابهی دارد: هر چه حفاظ بیشتر باشد، انرژی پیوندی یک الکترون لایه خارجی کمتر است و روی هم رفته فاصله آن از هسته بیشتر می‌شود. گستره نسبتاً کم شعاعهای اتمی با توجه به منحنیهای انرژی پیوندی شکل (۵-۷) شگفت‌آور نیست، زیرا در این شکل می‌توانیم ببینیم که برخلاف افزایش بیش از حد در انرژیهای پیوند الکترونهای ۱s، با Z ، انرژیهای پیوندی خارجی ترین الکترونها (که توزیعهای چگالی احتمال آنها مشخص کننده اندازه اتمی هستند) در گستره باریکی تغییر می‌کنند. سنگین‌ترین اتمها، با بیش از ۹۰ الکترون، شعاعهایی دارند که فقط سه برابر شعاع اتم عیدروژن است و حتی اتم سزیم که از نظر اندازه بزرگترین اتم است، شعاع آن $4/4$ برابر شعاع اتم ئیدروژن است.

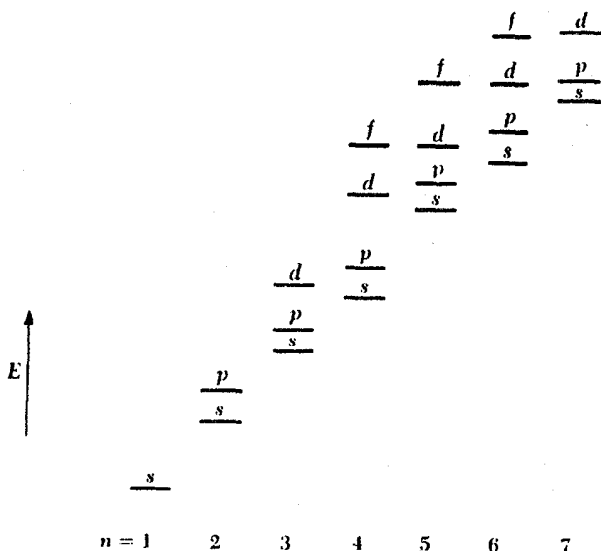
جدول (۲-۷) آرایشهای الکترونی عناصر را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در بخش قبل بحث شد، در اتمهای پیچیده منشاء عناصر واسطه ظاهراً "در پیوند محکمتر الکترونهای s است تا الکترونهای d یا f. اولین عنصری که این اثر را نشان می‌دهد پتاسیم است که

الکترون آخرین لایهٔ خارجی آن به جای این که در زیر حالت $3d$ باشد در زیر حالت $4s$ است. اختلاف انرژی پیوندی بین الکترونهای $4s$ و $3d$ خیلی زیاد نیست، این اختلاف را در آرایشهای کرومیوم^۱ و مس می توان دید. در هر دو این عناصر در برابر محل خالی در زیر لایه $4s$ یک الکترون در زیر لایه $3d$ حضور دارد. در این مورد نگاهی مجدد به شکل (۵-۷) سودمند خواهد بود.

ترتیبی که زیر لایه های الکترونی تمایل به تکمیل شدن دارند، با اشغال بیشینه هر زیر لایه، به قرار زیر است:

$$1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 4s^2, 3d^{10}, 4p^6, 5s^2, \\ 4d^{10}, 5p^6, 6s^2, 4f^{14}, 5d^{10}, 6p^6, 7s^2, 6d^{10}, 5f^{14}$$

شکل (۹-۷) این توالی را نشان می دهد. درک تشابهات قابل ملاحظه در رفتار شیمیایی بین لانتانیدها و آکتینیدها براساس این توالی آسان است. تمامی لانتانیدها آرایشهای یکسان $5s^2 5p^6 6s^2$ دارند ولی زیر لایه های $4f$ آنها ناقص است. اضافه شدن الکترونهای $4f$ عملاً "تأثیری بر خواص شیمیایی عناصر لانتانید که توسط الکترونهای لایه خارجی تعیین می شوند، ندارد. به گونه ای مشابه، تمامی آکتینیدها آرایشهای $6s^2 6p^6 7s^2$ دارند و فقط از نظر تعداد الکترونهای $5f$ و $6d$ با هم متفاوتند.



شکل (۹-۷) ترتیب توالی حالت های کوانتمی در یک اتم. بدون مقیاس

این بی‌نظمیها در انرژیهای پیوندی الکترونیهای اتمی نیز سبب فقدان لایه‌های خارجی کاملاً "پر در گازهای بی‌اثر سنگین‌تر می‌شوند. هلیوم ($Z = 2$) و نئون ($Z = 10$) به ترتیب لایه‌های بسته K و L دارند، ولی آرگون ($Z = 18$)، مانند زیر لایه‌های بسته $3s$ و $3p$ ، در لایه M خود فقط ۸ الکترون دارد. چنان که قبلاً گفته شد، علت تکمیل نشدن زیر لایه $3d$ فقط این است که الکترونیهای $4s$ انرژیهای پیوندی زیادتری از الکترونیهای $3d$ دارند. بنابراین ابتدا زیر لایه $4s$ در پتاسیم و کلسیم تکمیل می‌شود. هم‌چنان که زیر لایه $3d$ به ترتیب توالی عناصر واسطه سنگین‌تر پر می‌شود، با وجود این که یک یا دو الکترون $4s$ لایه خارجی است که فعالیت شیمیایی را امکان‌پذیر می‌سازد. وقتی که نوبت به کریپتون ($Z = 36$) (یک گاز بی‌اثر دیگر) می‌رسد، در این جا بطور مشابه یک لایه خارجی غیر کامل فقط با زیر لایه‌های پر شده $4p$ و $4s$ وجود دارد. بعد از کریپتون، ریدیم ($Z = 87$) قرار دارد که زیر لایه‌های $4d$ و $4f$ را پشت سر می‌گذارد تا یک الکترون $5s$ داشته باشد. گازی بی‌اثر بعدی گزنون ($Z = 84$) است که زیر لایه‌های $4d$ ، $5s$ و $5p$ را پر می‌کند، ولی هنوز زیر لایه $4f$ داخلی و زیر لایه‌های $5d$ و $5f$ خالی است. همین طرح در مورد سایر گازهای بی‌اثر نیز صدق می‌کند.

به طور کلی، تا حد ممکن الکترونها در یک اتم به صورت جفت نشده باقی می‌مانند. یعنی اسپینهای موازی دارند. این اصل را قاعده هاند^۱ می‌نامند. خاصیت فرو مغناطیسی آهن، کبالت و نیکل نتیجه‌ای از قاعده هاند است: زیر لایه‌های $3d$ آنها فقط بطور جزئی اشغال می‌شوند و در این زیر لایه‌ها الکترونها به یکدیگر جفت (اسپینها پاد موازی) نیستند تا اجازه بدهند گشتاورهای مغناطیسی اسپین آنها حذف شوند. به عنوان مثال، در آهن پنج تا از شش الکترون $3d$ اسپینهای موازی دارند، به طوری که هر اتم آهن یک گشتاور مغناطیسی برآیند بزرگی دارد.

اصل قاعده هاند در دفع متقابل الکترونیهای اتمی نهفته است. به دلیل این دفع هر چه فاصله الکترونها در یک اتم بیشتر باشد، انرژی آن اتم کمتر خواهد بود. الکترونها در یک لایه با اسپین یکسان باید مقادیر m_l متفاوتی داشته باشند و از این رو به وسیله توابع موجی توصیف می‌شوند که توزیعهای فضایی آنها متفاوت است. بنابراین، الکترونیهای که اسپینهای موازی دارند در فضا بیشتر جدا شده هستند تا الکترونیهایی که به یکدیگر جفت هستند، و آرایش بعدی که انرژی کمتری دارد، آرایش پایدارتری است.

جدول ۷-۲ (بقیه)

	K		L		M			N				O				P			Q
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6c	7s	
53 I	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	5							
54 Xe	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6							
55 Cs	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6			1				
56 Ba	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6				2			
57 La	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6	1		2				
58 Ce	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2	6			2				
59 Pr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	3	2	6			2				
60 Nd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	4	2	6			2				
61 Pm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	5	2	6			2				
62 Sm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	6	2	6			2				
63 Eu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6			2				
64 Gd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6	1		2				
65 Tb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	9	2	6			2				
66 Dy	2	2	6	2	6	10	2	6	10	10	2	6			2				
67 Ho	2	2	6	2	6	10	2	6	10	11	2	6			2				
68 Er	2	2	6	2	6	10	2	6	10	12	2	6			2				
69 Tm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	13	2	6			2				
70 Yb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6			2				
71 Lu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	1		2				
72 Hf	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	2		2				
73 Ta	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	3		2				
74 W	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	4		2				
75 Re	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	5		2				
76 Os	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	6		2				
77 Ir	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	7		2				
78 Pt	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	9		1				
79 Au	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		1				
80 Hg	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2				
81 Tl	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	1			
82 Pb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	2			
83 Bi	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	3			
84 Po	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	4			
85 At	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	5			
86 Rn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6			
87 Fr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		1	
88 Ra	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		2	
89 Ac	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6	1	2	
90 Th	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6	2	2	
91 Pa	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	2	2	6	1	2	
92 U	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	3	2	6	1	2	
93 Np	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	4	2	6	1	2	
94 Pu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	5	2	6	1	2	
95 Am	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	6	2	6	1	2	
96 Cm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	7	2	6	1	2	
97 Bk	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	8	2	6	1	2	
98 Cf	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	10	2	6		2	
99 E	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	11	2	6		2	
100 Fm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	12	2	6		2	
101 Md	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	13	2	6		2	
102 No	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6		2	
103 Lr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6	1	2	

جدول ۷-۲ آرایشهای الکترونی عناصر

	K		L		M			N				O				P			Q
	1s	2s	3p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s	
1 H	1																		
2 He	2																		
3 Li	2	1																	
4 Be	2	2																	
5 B	2	2	1																
6 C	2	2	2																
7 N	2	2	3																
8 O	2	2	4																
9 F	2	2	5																
10 Ne	2	2	6																
11 Na	2	2	6	1															
12 Mg	2	2	6	2															
13 Al	2	2	6	2	1														
14 Si	2	2	6	2	2														
15 P	2	2	6	2	3														
16 S	2	2	6	2	4														
17 Cl	2	2	6	2	5														
18 Ar	2	2	6	2	6														
19 K	2	2	6	2	6		1												
20 Ca	2	2	6	2	6		2												
21 Sc	2	2	6	2	6	1	2												
22 Ti	2	2	6	2	6	2	2												
23 V	2	2	6	2	6	3	2												
24 Cr	2	2	6	2	6	5	1												
25 Mn	2	2	6	2	6	5	2												
26 Fe	2	2	6	2	6	6	2												
27 Co	2	2	6	2	6	7	2												
28 Ni	2	2	6	2	6	8	2												
29 Cu	2	2	6	2	6	10	1												
30 Zn	2	2	6	2	6	10	2												
31 Ga	2	2	6	2	6	10	2	1											
32 Ge	2	2	6	2	6	10	2	2											
33 As	2	2	6	2	6	10	2	3											
34 Se	2	2	6	2	6	10	2	4											
35 Br	2	2	6	2	6	10	2	5											
36 Kr	2	2	6	2	6	10	2	6											
37 Rb	2	2	6	2	6	10	2	6			1								
38 Sr	2	2	6	2	6	10	2	6			2								
39 Y	2	2	6	2	6	10	2	6	1		2								
40 Zr	2	2	6	2	6	10	2	6	2		2								
41 Nb	2	2	6	2	6	10	2	6	4		1								
42 Mo	2	2	6	2	6	10	2	6	5		1								
43 Tc	2	2	6	2	6	10	2	6	5		2								
44 Ru	2	2	6	2	6	10	2	6	7		1								
45 Rh	2	2	6	2	6	10	2	6	8		1								
46 Pd	2	2	6	2	6	10	2	6	10										
47 Ag	2	2	6	2	6	10	2	6	10		1								
48 Cd	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2								
49 In	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	1							
50 Sn	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	2							
51 Sb	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	3							
52 Te	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	4							

۷.۷ اندازه حرکت زاویه‌ای کل

هر الکترون در یک‌اتم، یک اندازه حرکت زاویه‌ای مداری معین L و یک اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین معین S دارد که هر دو در اندازه حرکت زاویه‌ای کل J اتم سهیمند. J مانند تمامی اندازه حرکت‌های زاویه‌ای، کوانتیزه می‌شود و مقدار آن برابر است با

$$J = \sqrt{J(J+1)} \hbar \quad \text{اندازه حرکت زاویه‌ای کل اتمی} \quad (۱۶-۷)$$

و مؤلفه J_z در جهت z عبارت است از:

$$J_z = M_J \hbar \quad \text{مؤلفه } z \text{ اندازه حرکت زاویه‌ای کل اتم} \quad (۱۷-۷)$$

که در آن J و M_J اعداد کوانتومی هستند که J و J_z تابع آنها هستند. کار بعدی ما مطالعه خواص و اثر آنها بر روی پدیده‌های اتمی است. ما این کار را برحسب مدل برداری نیمه کلاسیکی اتم انجام خواهیم داد که این مدل به جای فراهم کردن یک مشی مکانیک کوانتومی محض، روش مستقیم قابل حصول‌تری را برای درک ملاحظات اندازه حرکت زاویه‌ای ارائه می‌دهد.

نخست اتمی را در نظر می‌گیریم که اندازه حرکت زاویه‌ای کل آن به وسیله یک الکترون منفرد فراهم شود. اتمهای عناصر گروه ۱ جدول تناوبی - ئیدروژن، لیتیم، سدیم و غیره - از این نوع اتم هستند، زیرا این عناصر در خارج از لایه‌های داخلی بسته، الکترونهای منفرد دارند (به استثنای ئیدروژن که الکترونهای داخلی ندارد) و اصل انحصار به ما اطمینان می‌دهد که اندازه حرکت زاویه‌ای کل و گشتاور مغناطیسی کل یک لایه بسته صفر است. یونهای He^+ ، Be^+ ، Mg^+ ، B^{2+} ، Al^{3+} و غیره نیز در این رده قرار دارند. بزرگی L اندازه حرکت زاویه‌ای L یک الکترون اتمی، توسط عدد کوانتومی مداری l بر طبق فرمول زیر تعیین می‌شود.

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad (۱۸-۷)$$

در حالی که مؤلفه L_z از L در امتداد محور z به وسیله عدد کوانتومی مغناطیسی m_l بر طبق فرمول زیر تعیین می‌شود.

$$L_z = m_l \hbar \quad (۱۹-۷)$$

به همین ترتیب بزرگی S اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین S ، به وسیله عدد کوانتومی اسپین s (که مقدار منحصر به فرد $\frac{1}{2}$ را دارد) مطابق فرمول زیر تعیین می‌شود.

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad (۲۰-۷)$$

در حالی که مؤلفه S_z از S در امتداد محور z ، به وسیله عدد کوانتومی اسپین مغناطیسی m_s مطابق فرمول زیر تعیین می‌شود.

$$S_z = m_s \hbar \quad (21-7)$$

چون L و S بردار هستند، برای به دست آوردن اندازه حرکت زاویه‌ای کل J باید آنها را به طور برداری با هم جمع کنیم.

$$J = L + S \quad (22-7)$$

مرسوم است که علامتهای z و m را به عنوان اعداد کوانتومی که بترتیب J و J_z را برای یک الکترون منفرد توصیف می‌کنند، به کار ببریم.

$$J = \sqrt{j(j+1)} \hbar \quad (23-7)$$

$$J_z = m_j \hbar \quad (24-7)$$

برای به دست آوردن روابط بین اعداد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مختلف، ساده‌ترین راه این است که از مؤلفه‌های z بردارهای J ، L و S شروع کنیم. چون J_z ، L_z و S_z مقادیر اسکالر هستند،

$$J_z = L_z + S_z$$

$$m_j \hbar = m_l \hbar + m_s \hbar$$

و

$$m_j = m_l + m_s \quad (25-7)$$

مقادیر ممکن m_l بین $+1$ ، صفر و -1 قرار می‌گیرد و مقادیر ممکن m_s ، $\pm \frac{1}{2}$ است. عدد کوانتومی l همیشه یک عدد صحیح یا صفر است در حالی که $s = \frac{1}{2}$ است و در نتیجه m باید مضرب فردی از نیم باشد. مقادیر ممکن m_j نیز در مراحل انتگرال بین z ، $+$ ، صفر و $-z$ قرار می‌گیرد و بنابر این به ازای هر مقدار از l

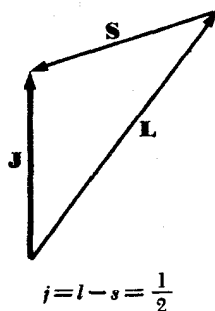
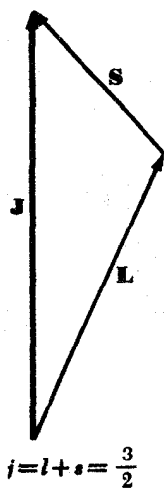
$$j = l \pm s \quad (26-7)$$

j مانند m_j همیشه یک مضرب فردی از نیم است.

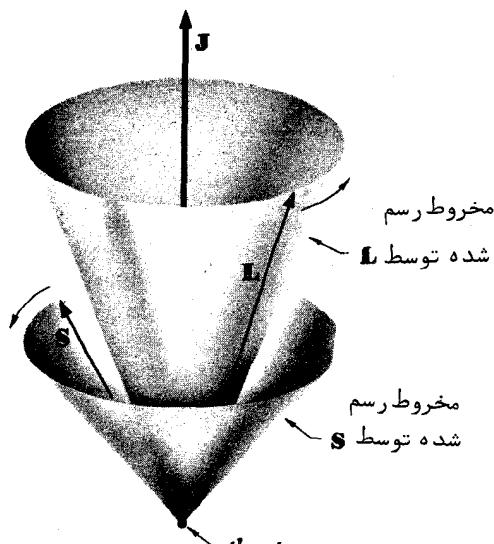
به سبب کوانتمش همزمان L و S ، این کمیت‌ها می‌توانند فقط سمتگیریهایی نسبی مشخصی داشته باشند. این یک نتیجه کلی است؛ در مورد یک اتم تک الکترونی فقط دو جهت نسبی میسر است. یکی از اینها با $s = l$ مطابقت دارد چنان که $|l| > |s|$ و دیگری با $s = l - 1$ مطابقت دارد که در این صورت $L < S$ خواهد بود. شکل (۷-۱۰) این دو جهت را نشان می‌دهد که در آن L و S هنگامی که $l = 1$ باشد، می‌توانند با هم ترکیب شوند و J را تشکیل دهند. بدیهی است که بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری و بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین هرگز نمی‌توانند نسبت به یکدیگر یا نسبت به بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کل دقیقاً "موازی یا پاد موازی باشند".

چنان که در بخش (۷-۲) ملاحظه کردیم، اندازه حرکت‌های زاویه‌ای L و S بطور مغناطیسی بر هم اثر می‌کنند و در نتیجه بر یکدیگر گشتاورهایی اعمال می‌کنند. اگر میدان

مغناطیسی خارجی وجود نداشته باشد، اندازه حرکت زاویه‌ای کل J از نظر بزرگی و جهت ثابت می‌ماند و اثر گشتاورهای داخلی می‌تواند فقط حرکت تقدیمی S و L حول J برآیندشان باشد (شکل ۷-۱۱). با وجود این همان‌طور که در شکل (۷-۱۲) نشان داده شده است، اگر یک میدان مغناطیسی خارجی B حضور داشته باشد در این صورت J حول B حرکت تقدیمی دارد ضمن این که L و S به حرکت تقدیمی حول J ادامه می‌دهند. اثر نابهنجار زمین از حرکت تقدیمی J پیرامون B ناشی می‌شود زیرا سمتگیریهایی مختلف J سبب ایجاد انرژیهای با اختلاف جزئی در حضور B می‌شود.

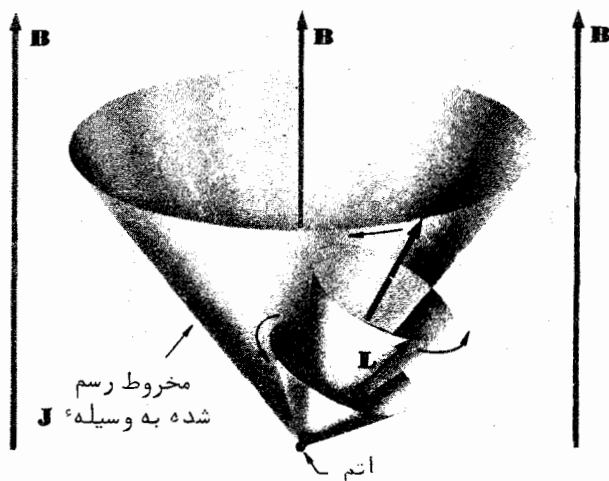


شکل (۷-۱۰) دو روش وجود دارد که هرگاه $l = 1$ و $s = \frac{1}{2}$ باشد، می‌توان S و L را با هم ترکیب کرد تا J تشکیل شود.



شکل (۷-۱۱) بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین s و بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری L پیرامون J حرکت تقدیمی دارند.

چنان که در فصل ۱۱ خواهیم دید، هسته‌های اتمی نیز اندازه حرکت‌های زاویه‌ای و گشتاورهای مغناطیسی ذاتی دارند که به اندازه حرکت‌های زاویه‌ای کل اتمی و گشتاورهای مغناطیسی کل اتمی کمک می‌کنند. چنین کمک‌هایی اندک است زیرا گشتاورهای مغناطیسی هسته‌ای حدود 10^{-3} برابر بزرگی گشتاورهای الکترونی است و این گشتاورها منجر به ساختار بسیار ریزی از خطوط طیفی با فاصله واقعی بین مؤلفه‌ها در حدود 10^{-2} \AA می‌گردد، در مقایسه با فاصله واقعی بین مؤلفه‌ها در ساختار ریز که حدود چند آنگستروم است.



شکل ۷-۱۲: هنگامی که اتم در یک میدان مغناطیسی خارجی B قرار گیرد، بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کل J حول B حرکت تقدیمی دارد.

۸.۷ جفت شدگی LS

وقتی بیش از یک الکترون در اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین و اندازه حرکت زاویه‌ای مداری برای تشکیل اندازه حرکت زاویه‌ای کل J یک اتم سهیم است، هنوز J مجموع برداری این اندازه حرکت‌های زاویه‌ای منفرد است چون الکترون‌های درگیر، بر یکدیگر اثر متقابل دارند، روشی که با آن، اندازه حرکت‌های منفرد L_i و S_i با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا J را تشکیل دهند، از الگوهای معینی پیروی می‌کند که بستگی به شرایط خاصی دارد. الگوی معمول برای همه، به استثنای سنگین‌ترین اتمها، این است که اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداری L_i الکترون‌های مختلف بطور الکتریکی به صورت یک نتیجه منفرد L با هم جفت می‌شوند و اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اسپین S_i بطور مستقل به صورت یک نتیجه منفرد S با هم

جفت می‌گردند؛ علت این رفتار را بعداً در این بخش مورد بحث قرار خواهیم داد. بنابراین، برای تشکیل یک اندازه حرکت زاویه‌ای کل J ، اندازه حرکت‌های L و S از طریق اثر اسپین - مدار بطور مغناطیسی بر یکدیگر اثر می‌گذارند. این طرح را که جفت شدگی LS می‌نامند، می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$$L = \sum L_i$$

$$S = \sum S_i$$

$$J = L + S$$

$$\text{جفت شدگی } LS \quad (27-7)$$

طبق معمول، L ، S ، J ، L_z ، S_z و J_z با اعداد کوانتومی مربوطه L ، S ، J ، M_L ، M_S و M_J کوانتیزه می‌شوند. از این رو

$$L = \sqrt{L(L+1)} \hbar \quad (28-7)$$

$$L_z = M_L \hbar \quad (29-7)$$

$$S = \sqrt{S(S+1)} \hbar \quad (30-7)$$

$$S_z = M_S \hbar \quad (31-7)$$

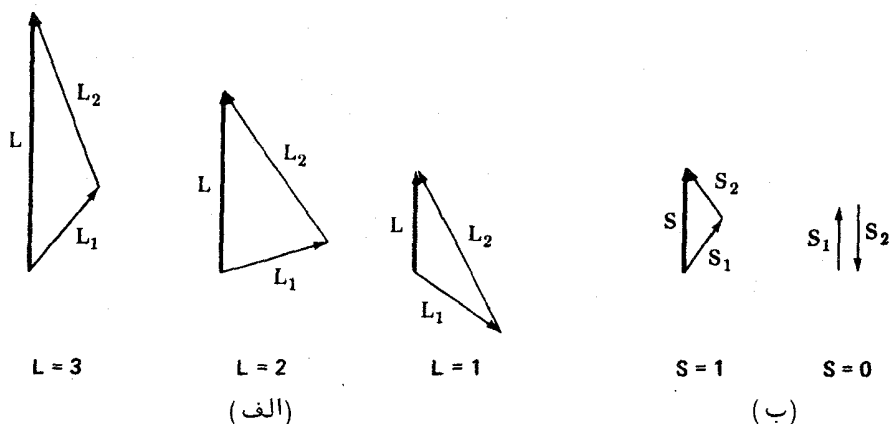
$$J = \sqrt{J(J+1)} \hbar \quad (32-7)$$

$$J_z = M_J \hbar \quad (33-7)$$

L و M_L هر دو همیشه عدد صحیح یا صفر هستند، در حالی که اعداد کوانتومی دیگر اگر تعداد الکترونهای درگیر فرد باشد، مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ خواهند بود، اگر زوج باشد، عدد صحیح یا صفر خواهند بود. وقتی که $S > L$ است، J می‌تواند $2S+1$ مقدار را داشته باشد و وقتی که $S < L$ است، J $2L+1$ مقدار را می‌تواند اختیار کند.

مسأله: مقادیر ممکن عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای کل L را در جفت شدگی LS دو الکترون اتمی که اعداد کوانتومی مداری‌شان $l_1 = 1$ و $l_2 = 2$ است، پیدا کنید.

حل: چنان که در شکل ۷-۱۳ نشان داده شده است، بردارهای L_1 و L_2 را می‌توان به سه طریق با هم ترکیب کرد تا یک بردار منفرد L که بر طبق معادله ۷-۲۸ کوانتیزه می‌شود، تشکیل گردد. مقادیر L می‌تواند ۱، ۲ و ۳ باشد، زیرا تمام مقادیر L از $|l_1 - l_2|$ (در این جا ۱) تا $l_1 + l_2$ امکان‌پذیر است. عدد کوانتومی اسپین s همیشه $\frac{1}{2}$ است که برای $S_1 + S_2$ نشان داده شده در شکل (ب) ۷-۱۳ دو امکان $S = 0$ و $S = 1$ را فراهم می‌کند. به این نکته توجه داریم که اگر جمع‌های برداری صفر نباشند، L_1 و L_2 هرگز نمی‌توانند دقیقاً موازی L باشند



شکل (۷-۱۳) وقتی $l_1 = 1$ ، $s_1 = \frac{1}{2}$ و $l_2 = 2$ ، $s_2 = \frac{1}{2}$ باشد، به سه طریق می‌توان L_1 و L_2 را با هم ترکیب کرد تا L تشکیل شود و به دو طریق می‌توان S_1 و S_2 را با هم ترکیب کرد تا S تشکیل گردد.

و همین‌طور S_1 و S_2 هم نمی‌توانند موازی S باشند، چون J می‌تواند بین $|L - S|$ و $L + S$ هر مقداری را اختیار کند، در این جا پنج مقدار ممکن $J = 0, 1, 2, 3, 4$ است.

طرح LS وجودش مدیون قدرتهای نسبی نیروهای الکتریکی است که اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مدارى منفرد را به صورت یک برآیند S جفت می‌کنند. منشاء این نیروها قابل توجهند. جفت شدگی بین اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مدارى را با مراجعه به شکل (۶-۱۲)، که چگونگی تغییر چگالی احتمال الکترون $|\psi|^2$ را در فضا برای حالت‌های کوانتمی مختلف در اتم هیدروژن نشان می‌دهد، می‌توان درک کرد. البته، الگوهای متناظر برای الکترون‌های اتم‌های پیچیده‌تر تا حدودی متفاوتند، ولی بطور کلی این واقعیت باقی است که $|\psi|^2$ دارای تقارن کروی نیست مگر به ازای حالت‌های s (در حالت اخیر $s = 0$) است و الکترون هیچ گونه اندازه حرکت زاویه‌ای مدارى که به نوعی سهمیم باشد، ندارد. به علت توزیع‌های نامتقارن چگالی‌های بار الکترون‌ها، نیروهای الکتریکی بین الکترون‌ها در یک اتم با سمگیری نسبی بردارى اندازه حرکت زاویه‌ای‌شان تغییر می‌کنند و تنها بعضی سمگیری‌های نسبی پایدارند. این آرایش‌های پایدار با یک اندازه حرکت زاویه‌ای مدارى کل که بر طبق فرمول $L = \sqrt{L(L+1)} \hbar$ کوانتیزه

است، مطابقت دارند.

جفت شدگی بین L های مختلف معمولاً "چنان است که آرایش پایین‌ترین انرژی، آرایشی است که برای آن L بیشینه است. درک این اثر آسان است به شرط این که دو الکترون را در یک مدار بوه‌ر تصور کنیم. چون الکترون‌ها بطور الکتریکی یکدیگر را دفع می‌کنند، تمایل دارند در یک جهت به دور هسته بچرخند که این امر سبب می‌شود L بیشینه شود. اگر الکترون‌ها در جهت‌های مخالف بچرخند تا سبب کمینه شدن L شود، الکترون‌ها به دفعات بیشتری از کنار یکدیگر عبور می‌کنند که منجر به انرژی بیشتری برای سیستم می‌شود. به زبان کوانتم - مکانیکی وقتی L بیشینه است، توابع موج الکترون‌های مختلف حداقل تداخل را دارند.

تجسم منشاء جفت شدگی محکم بین اسپین‌های الکترونی مشکل‌تر است، زیرا صرفاً یک پدیده مکانیک کوانتمی است که مشابه کلاسیکی ندارد. (باید توجه داشت که برهمکنش مستقیم بین گشتاورهای مغناطیسی ذاتی الکترون بی‌اهمیت است و موجب جفت شدگی بین اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اسپین الکترون نمی‌شود). مقصود اصلی این است که تابع موج کامل (n, l, m, s) یک سیستم با n الکترون برابر است با حاصل ضرب یک تابع موج (n, l, m, s) که مختصات الکترون‌ها را توصیف می‌کند در یک تابع اسپین (n, s) که جهت‌های اسپین‌های آنها را توصیف می‌کند. همچنان که در بخش (۷-۴) دیدیم، تابع کامل (n, l, m, s) باید پاد متقارن باشد و این بدان معنی است که (n, l, m, s) مستقل از (n, l, m, s) نیست. بنابراین، تغییر در سم‌گیری نسبی بردارهای اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین الکترون باید با تغییر آرایش الکترونی فضایی اتم همراه باشد که معنی آن تغییر در انرژی پتانسیل الکتریکی اتم است. انتقال از یک اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین S به یک اندازه حرکت متفاوت دیگر، مستلزم تغییر ساختار اتمی است و بنابراین یک نیروی الکتریکی قوی لازم است. بعلاوه تغییر جهت‌های اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اسپین S_1, S_2, \dots, S_n که به یک نیروی مغناطیسی ضعیف نیاز دارد. چنین وضعیتی وقتی قابل توصیف است که گفته شود اندازه حرکت‌های اسپین S_i قویاً "بطور الکتریکی با هم جفت شده‌اند.

اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اسپین S_i همیشه به صورت یک آرایش حالت پایدار ترکیب می‌شوند که در آن S بیشینه است. این یک نمونه از قاعده هاند است؛ همان‌طور که قبلاً ذکر شد، الکترون‌ها با اسپین‌های موازی مقادیر متفاوت m_l دارند و با توابع موج متفاوتی تعریف می‌شوند که در ضمن می‌رساند که فاصله متوسط بین الکترون‌ها بیشتر و از این رو انرژی کل کمتر است.

به صورت یک قاعده، L و S با هم ترکیب می‌شوند تا برای الکترونهای زیر لایه‌هایی که کمتر از نصف پر شده‌اند را کمینه و برای الکترونهای زیر لایه‌هایی که بیش از نصف پر شده‌اند J را بیشینه کنند.

۹.۷ جفت شدگی jj

در اتمهای سبک، نیروهای الکتریکی که L_i را به یک بردار منفرد L و S_i را به بردار منفرد دیگر S جفت می‌کنند از نیروهای اسپین مداری مغناطیسی که L و S را برای تشکیل J در اتمهای سبک جفت می‌کنند، قوی‌ترند و این نیروهای قوی‌تر بر این وضعیت حاکمند حتی اگر یک میدان مغناطیسی خارجی متعادلی به کار رود. (بنابراین، در حالت بعدی حرکت تقدیمی J به دور B از حرکت تقدیمی L و S به دور J آهسته‌تر است). لکن، در اتمهای سنگین بار هسته‌ای آن قدر زیاد می‌شود تا برهمکنشهای اسپین مداری ایجاد کند که از نظر بزرگی با برهمکنشهای الکتریکی بین بردارهای L_i و بین بردارهای S_i قابل مقایسه‌اند و طرح جفت شدگی LS با شکست مواجه می‌شود. شکست مشابهی در میدانهای مغناطیسی خارجی قوی ($>1 T$) روی می‌دهد که اثر پاشن - بک^۱ را در طیفهای اتمی به وجود می‌آورد. در محدوده^۲ شکست جفت شدگی LS ، اندازه حرکتهای زاویه‌ای کل J_i الکترونهای منفرد با هم مستقیماً جمع می‌شوند تا اندازه حرکت زاویه‌ای J تمام اتم را تشکیل دهند، وضعیتی که به جفت شدگی jj موسوم است، زیرا هر J_i به وسیله^۳ یک عدد کوانتومی، همان‌گونه که پیشتر تعریف شد، تعریف می‌شود. از این رو

$$\begin{aligned} J_i &= L_i + S_i \\ J &= \sum J_i \end{aligned} \quad \text{جفت شدگی } jj \quad (۷-۳۴)$$

در بخش (۵-۶) دیدیم که حالتهای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری منفرد معمولاً^۴ با یک حرف ریز تعریف می‌شوند، که s با $l=0$ ، p با $l=1$ ، d با $l=2$ متناظرند. طرح مشابهی که در آن از حروف بزرگ استفاده می‌شود برای تعیین حالت الکترونی کل یک اتم برحسب عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری کل L آن اتم به کار می‌رود و به ترتیب زیر است

$$\begin{array}{cccccccc} L = & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \dots \\ & S & P & D & F & G & H & I \dots \end{array}$$

عددی که در بالا قبل از حرف نوشته می‌شود (مثلاً 2P) دال بر تعدد حالتها است که تعداد سمتگیریهایی ممکن L و S را می‌رساند و از این رو تعداد مقادیر ممکن مختلف

$1/J$ را نشان می‌دهد. در وضعیت عادی که $S > L$ است، تعدد حالتها مساوی $2S + 1$ است، زیرا $L + S$ ، صفر تا $L - S$ تغییر می‌کند. بدین ترتیب وقتی که $S = 0$ است، تعدد حالتها (حالت یگانه) $L = L$ می‌شود؛ وقتی که $S = \frac{1}{2}$ است، تعدد حالتها ۲ (حالت دوگانه) و $L \pm \frac{1}{2}$ می‌شود؛ وقتی که $S = 1$ است، تعدد حالتها ۳ (حالت سه‌گانه) و $L + 1$ یا $L - 1$ می‌شود و به همین ترتیب در مورد سایر مقادیر S . (در آرایش که در آن $L > S$ است، تعدد حالتها از رابطه $2L + 1$ داده می‌شود). عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای کل به صورت زیرنویس بعد از حرف نوشته می‌شود، به طوری که حالت ${}^3P_{\frac{3}{2}}$ (۳ خوانده می‌شود) به آرایشی الکترونی اشاره می‌کند که در آن $S = \frac{1}{2}$ ، $L = 1$ و $J = \frac{3}{2}$ می‌شود. به دلایل تاریخی، این نام‌گذاریها را عبارتهای نمادی می‌نامند.

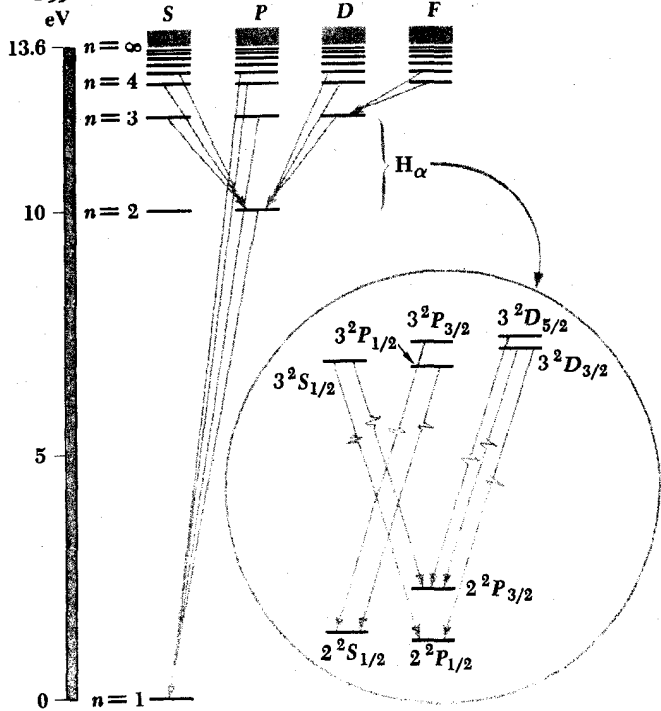
چنانچه اندازه حرکت زاویه‌ای یک اتم از یک الکترون منفرد مدار خارجی ناشی شود، عدد کوانتومی اصلی n این الکترون به صورت یک پیشوند به کار می‌رود: بدین ترتیب حالت پایدار اتم سدیم با ${}^2S_{\frac{1}{2}}$ تعریف می‌شود، زیرا آرایش الکترونی در خارج از لایه‌های $n = 1$ و $n = 2$ پر، الکترونی دارد که $n = 3$ و $l = 0$ و $s = \frac{1}{2}$ (و از این رو $J = \frac{1}{2}$) است. مرسوم است که حالت فوق را به وسیله ${}^2S_{\frac{1}{2}}$ نشان دهیم که ۲ نشان دهنده یک حالت دو گانه است گر چه به علت صفر بودن L ، برای فقط یک امکان منفرد وجود دارد.

۷-۱ طیفهای یک الکترونی

اکنون در موقعیتی هستیم که بتوانیم صورتهای اصلی طیفهای عناصر مختلف را درک کنیم. قبل از بررسی چند نمونه ذکر این مطلب لازم است که نکات پیچیده دیگری وجود دارند که در این جا بررسی نشده‌اند، مثلاً "پیچیدگیهایی که از پدیده‌های نسبیتی و از جفت شدگی بین الکترون‌ها و افت و خیزهای خلاء در میدان الکترو مغناطیسی ناشی می‌شوند (به‌بخش ۶-۱۰ رجوع کنید). این سازه‌های اضافی بعضی از حالت‌های انرژی را به زیر حالت‌هایی با فواصل نزدیک به هم تقسیم می‌کنند و بنابراین منابع دیگر ساختار ریز خطوط طیفی را نشان می‌دهند.

شکل (۷-۱۴) حالت‌های مختلف اتم هیدروژن را که بر طبق عدد کوانتومی کلشان n و عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مدار l طبقه‌بندی شده‌اند، نشان می‌دهد. در این جا قاعده گزینش برای گذارهای مجاز $\Delta l = \pm 1$ است، که به وسیله گذارهای نشان داده شده توصیف شده است. برای نشان دادن بعضی از جزئیاتی که در یک نمودار ساده مثل نمودار فوق حذف شده است ساختارها با جزئیات ترازهای $n = 2$ و $n = 3$ تصویر شده‌اند؛ نه تنها تمام زیر حالتها با n یکسان و l مختلف از نظر انرژی از هم فاصله دارند، بلکه همین موضوع

انرژی تحریک

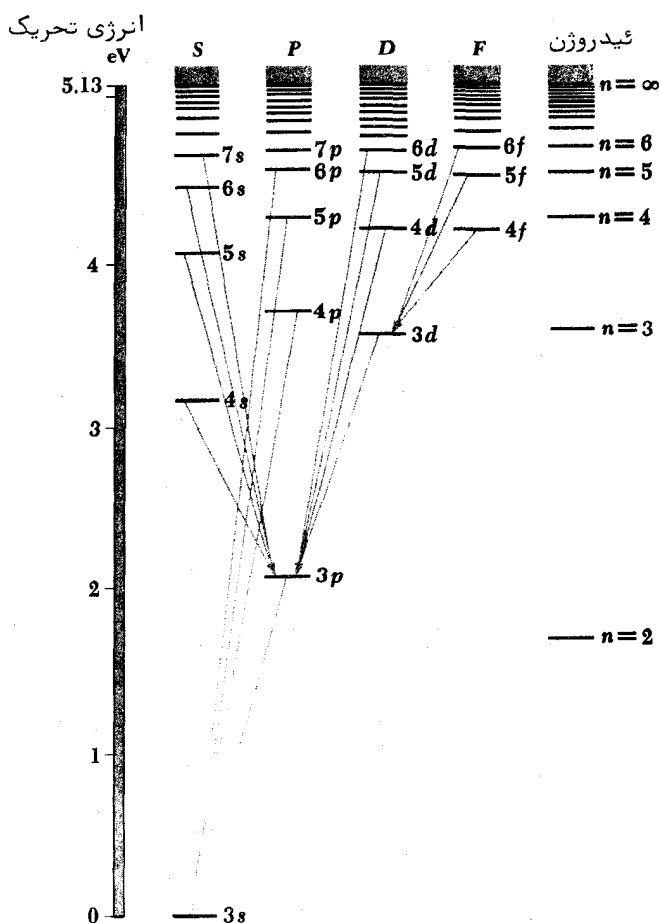


شکل (۷-۱۴) نمودار تراز انرژی برای ئیدروژن منشأ بعضی از خطوط طیفی مشخص تر را نشان می‌دهد. ساختارها با جزئیات ترازهای $n=2$ و $n=3$ و گذارهایی که به مؤلفه‌های مختلف خط H_α ختم می‌شوند در داخل دایره رسم شده‌اند.

در مورد حالت‌هایی که n و l آنها یکی است ولی l مختلف دارند، نیز صدق می‌کند. اثر دومی برای حالت‌هایی با n و l کوچک بیشتر مشخص است و اولین بار در سال ۱۹۴۷ م. در "Lamb shift" مربوط به حالت $2^2S_{1/2}$ نسبت به حالت $2^2P_{1/2}$ به اثبات رسید. جداسازیهای مختلف دست به دست هم می‌دهند تا خط طیفی H_α ($n=3 \rightarrow n=2$) را به هفت مؤلفه نزدیک به هم تفکیک کنند.

اتم سدیم یک الکترون $3s$ منفرد در خارج از لایه‌های داخلی بسته دارد و بنابراین اگر فرض کنیم که 10 الکترونی که در لایه‌های داخلی قرار دارند جلوی $10e$ بار هسته‌ای را سد می‌کنند (که کاملاً صحیح نیست)، درست مانند وضعیتی که در اتم ئیدروژن رخ می‌دهد، یک بار هسته‌ای مؤثر $+e$ بر الکترون خارجی اثر می‌گذارد. از این رو به عنوان یک تقریب

اول انتظار داریم که ترازهای انرژی سدیم همانند ترازهای انرژی هیدروژن باشد با این تفاوت که پایین‌ترین تراز به جای $n=1$ ، $n=3$ خواهد بود که علت آن اصل انحصار است. شکل (۷-۱۵) نمودار تراز انرژی برای سدیم است در مقایسه با ترازهای هیدروژن نشان داده شده، در واقع برای حالتی با بیشترین مقدار l ، یعنی برای حالتی که بزرگترین اندازه حرکت زاویه‌ای را دارند، هماهنگی وجود دارد. برای درک علت اختلافات در مقادیر کوچکتر l ، کافی است که فقط به شکل (۶-۱۱)



شکل (۷-۱۵) نمودار تراز انرژی برای سدیم. ترازهای انرژی هیدروژن برای مقایسه رسم شده‌اند.

مراجعه کنیم تا ببینیم چگونه احتمال یافتن الکترون در یک اتم ئیدروژن نسبت به فاصله آن از هسته تغییر می‌کند. هر چه مقدار l برای یک n مفروض کوچکتر باشد، الکترون گاه بگاه به هسته نزدیکتر می‌شود. اگر چه توابع موج سدیم و توابع موج ئیدروژن یکی نیستند، ولی رفتار کلی آنها شبیه به هم است و بنابراین انتظار داریم که در یک اتم سدیم نفوذ الکترون خارجی به لایه الکترونیهای داخلی در حالت s بیشتر باشد، در حالت p کمتر و در حالت d باز هم کمتر و الی آخر. هر چه یک الکترون خارجی حفاظ کمتری از بار هسته‌ای کامل داشته باشد، نیروی متوسط بیشتری بر آن وارد می‌شود و انرژی کل آن کوچکتر (یعنی، منفی‌تر) است. به این دلیل است که حالت‌های کوچک l در سدیم نسبت به حالت‌های معادل آن در ئیدروژن رو به پایین جابجا می‌شوند، همان طور که در شکل (۷-۱۵) نشان داده شده‌است و تفاوت‌های مشخصی در انرژی بین حالت‌هایی با n یکسان ولی l مختلف وجود دارد.

۷-۱۱ طیف‌های دو الکترونی

یک الکترون منفرد عامل تعیین کننده ترازهای ئیدروژن و ترازهای انرژی سدیم است. لکن، در حالت پایدار هلیوم دو الکترون $1s$ وجود دارد و مطالعه اثر جفت شدگی LS روی خواص و رفتار اتم هلیوم جالب توجه است. برای انجام این کار، ابتدا به قواعد گزینش برای گذارهای مجاز تحت جفت شدگی LS توجه می‌کنیم.

$$\Delta L = 0, \pm 1 \quad (7-35)$$

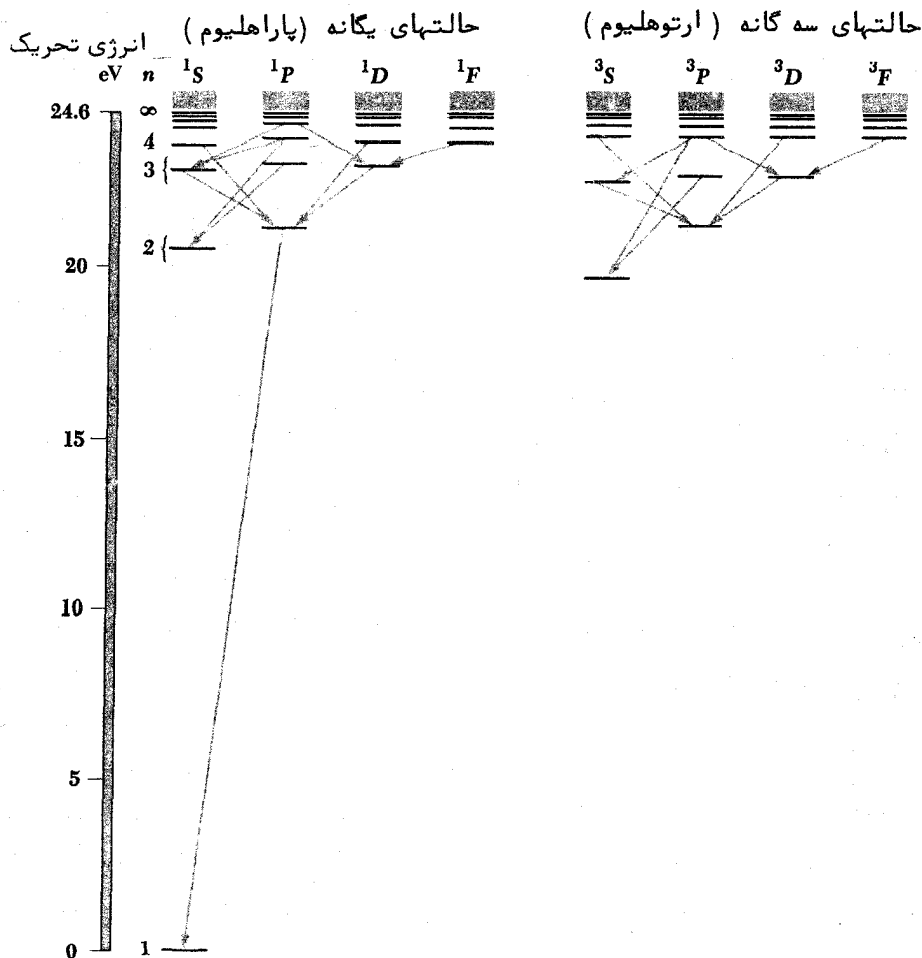
$$\Delta l = 0, \pm 1 \quad \text{قواعد گزینش } LS \quad (7-36)$$

$$\Delta S = 0 \quad (7-37)$$

وقتی که فقط یک الکترون منفرد درگیر باشد، $\Delta L = 0$ ممنوع است و $\Delta L = \pm 1$ تنها صورت ممکن است. به علاوه، وقتی که در حالت اولیه $J=0$ باشد، J باید تغییر کند، به طوی که $J=0 \rightarrow J=0$ ممنوع است.

نمودار تراز انرژی هلیوم در شکل (۷-۱۶) نشان داده شده است. ترازهای مختلف آرایش‌هایی را نشان می‌دهند که در آنها یک الکترون در حالت پایدارش و الکترون دیگر در حالت برانگیخته‌ای است، ولی چون اندازه حرکت‌های زاویه‌ای دو الکترون با هم جفت می‌شوند، بهتر است این ترازها را به عنوان صفات مشخصه کل اتم در نظر بگیریم. بین این نمودار و نمودارهای مشابه برای ئیدروژن و سدیم سه اختلاف مشهود است.

نخست آن که، نمودار به حالت‌های یگانه و سه گانه تقسیم می‌شود که بترتیب حالت‌هایی هستند که در آنها اسپین‌های دو الکترون پادموازی (برای نشان دادن $S=0$) و موازی (برای نشان دادن $S=1$) هستند. چون طبق قاعده گزینش $\Delta S=0$ گذارهای مجاز بین حالت‌های



شکل (۷-۱۶) نمودار تراز انرژی برای هلیوم تقسیم به حالت‌های یگانه (پاراهلیوم) و سه گانه (ارتوهلیوم) را نشان می‌دهد. حالت 1^3S وجود ندارد، زیرا اصل انحصار مانع بودن دو الکترون با اسپین‌های موازی در یک حالت می‌شود.

یگانه و حالت‌های سه گانه نمی‌تواند روی دهد و طیف هلیوم از گذارهایی که در مجموعه اول یا در مجموعه دوم صورت می‌گیرد، تولید می‌شود. اتم‌های هلیوم در حالت‌های یگانه (اسپین‌های پاد موازی) تشکیل پاره‌هلیوم و در حالت‌های سه گانه (اسپین‌های موازی) تشکیل ارتوهلیوم می‌دهند. ممکن است یک اتم ارتوهلیوم در یک برخورد انرژی برانگیختگی از دست دهد و به یک اتم پاراهلیوم تبدیل شود، در حالی که یک اتم پاراهلیوم ممکن است

در یک برخورد انرژی برانگیختگی کسب کند و به یک اتم ارتولوم تبدیل شود؛ بنابراین، هلیوم مایع یا گازی معمولی مخلوطی از این دو هلیوم است. پایین‌ترین حالت‌های سه گانه را حالت‌های نیمه پایدار می‌نامند، زیرا در غیاب برخورد یک اتم در هر یک از حالت‌های نیمه پایدار می‌تواند انرژی برانگیختگی خود را برای مدتی نسبتاً طولانی (یک ثانیه یا بیشتر) قبل از تابش نگهدارد.

دومین ویژگی آشکار در شکل (۷-۱۶) نبودن حالت 1^3S است. پایین‌ترین حالت سه گانه 2^3S است، در صورتی که پایین‌ترین حالت یگانه 1^1S می‌باشد. حالت 1^3S در نتیجه اصل انحصار وجود ندارد، زیرا در این حالت دو الکترون دارای اسپین‌های موازی خواهند بود و بنابراین مجموعه‌های یکسان از اعداد کوانتومی خواهند داشت. سوم آن که، اختلاف انرژی بین حالت پایدار و پایین‌ترین حالت برانگیخته نسبتاً زیاد است که این اختلاف انرژی پیوند محکم الکترون‌های لایه پر را که در آغاز این فصل مورد بحث قرار گرفت، منعکس می‌سازد. انرژی یونیزاسیون هلیوم — کاری که برای خارج کردن یک الکترون از یک اتم هلیوم باید انجام شود — $24/6 \text{ eV}$ است که از همه عناصر بیشتر می‌باشد.

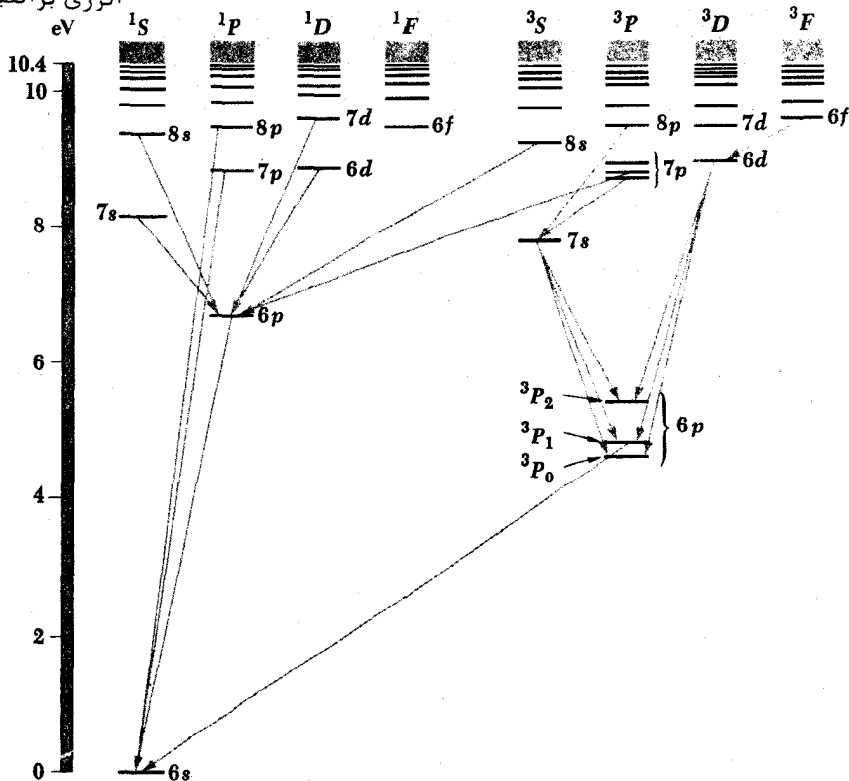
آخرین نمودار تراز انرژی که بررسی می‌کنیم مربوط به جیوه است، که دو الکترون در خارج از یک ناحیه داخلی 78 الکترونی در لایه‌ها یا زیر لایه‌های پر دارد (جدول ۷-۲). همان‌گونه که در هلیوم تقسیم به حالت‌های یگانه و سه‌گانه است، در این جا هم انتظار داریم حالت‌های یگانه و سه‌گانه وجود داشته باشد، ولی چون اتم جیوه خیلی سنگین است، ممکن است انتظار شکست در جفت‌شدگی LS اندازه حرکت‌های زاویه‌ای را داشته باشیم. همان‌طور که شکل (۷-۱۷) نشان می‌دهد، این انتظارات هر دو به تحقق پیوسته‌اند و در طیف جیوه چندین خط برجسته از گذارهایی ناشی می‌شوند که ناقض قاعده گزینش $\Delta S=0$ هستند، گذار از $3p$ به $1s_0$ یک مثال است که یک خط پر رنگ به طول موج 2537\AA در فرا-بنفش به دست می‌دهد. البته این بدان معنی نیست که احتمال گذار الزاماً خیلی زیاد می‌باشد، زیرا سه حالت $3p_1$ پایین‌ترین حالت‌ها از مجموعه حالت‌های سه‌گانه هستند و بنابراین در گاز جیوه برانگیخته فوق‌العاده فراوان می‌باشند. گذارهای $1s_0 \rightarrow 3p_0$ و $1s_0 \rightarrow 3p_2$ بترتیب ناقض قواعدی هستند که گذارهایی از $0 \rightarrow 0$ را منع می‌کنند و ΔJ را به صفر یا ± 1 محدود می‌کنند، همچنین این گذارها ناقض $\Delta S=0$ هستند و از این رو بطور قابل ملاحظه‌ای کمتر از گذار $1s_0 \rightarrow 3p_1$ روی می‌دهند. بنابراین، حالت‌های $3p_0$ و $3p_2$ نیمه پایدار هستند و اگر برخوردی در بین نباشد، یک اتم برای مدت نسبتاً طولانی می‌تواند در هر یک از آنها دوام بیاورد. برهمکنش اسپین — مدار قوی در جیوه به شکست جزئی جفت‌شدگی LS منجر می‌شود و فاصله زیاد بین عناصر حالت‌های سه‌گانه $3p$ نیز به همین علت است.

۱۲.۷ طیفهای پرتو ایکس

در فصل ۲ موخیم که طیفهای پرتو ایکس هدفهایی که با الکترونها سریع بمباران شده اند. قله های تیزی را در طول موجهایی که مشخصه ماده هدف است، ظاهر می سازند، به علاوه یک توزیع پیوسته از طول موجها تا یک طول موج کمینه که این طول موجها با انرژی الکترون نسبت عکس دارند (شکل ۲-۸ را ببینید). طیف پیوسته پرتو ایکس از عکس پدیده فتوالکتریک نتیجه می شود، یعنی انرژی جنبشی الکترون به انرژی فوتون $h\nu$ تبدیل می گردد. از طرف دیگر، منشاء طیف گسسته از گذارهای الکترونی داخل اتمهایی سرچشمه می گیرد که به وسیله الکترونها فرودی تحریک شده اند.

گذارهای مربوط به الکترونها مدار خارجی یک اتم، معمولاً فقط چند الکترون ولت انرژی در بر می گیرند و حتی برای آزاد ساختن یک الکترون مدار خارجی حداکثر انرژی مورد

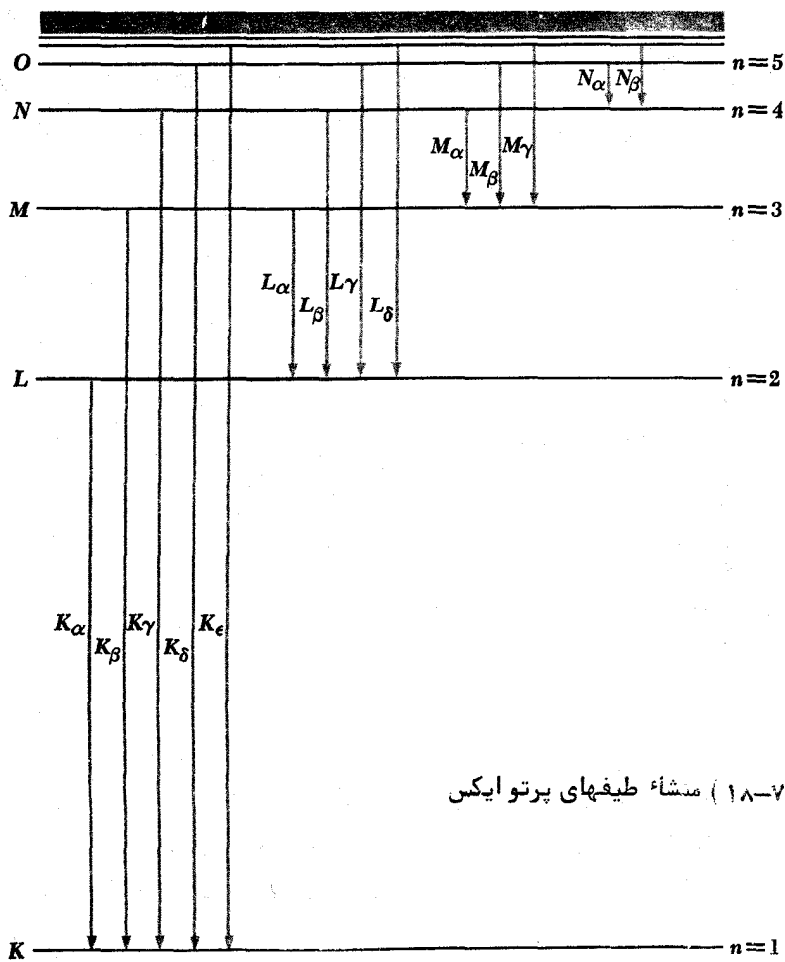
انرژی برانگیختگی



شکل (۷-۱۷) نمودار تراز انرژی برای جیوه. در هر تراز انرژی برانگیخته، یک الکترون مدار خارجی در حالت پایدار است، و ترازهای نمودار مطابق با حالت الکترون دیگر است.

نیاز $24/6 \text{ eV}$ است (برای هلیوم). از این رو، این گذارها با فوتونهایی که طول موجشان در قسمت مرئی طیف الکترومغناطیسی یا نزدیک آن قرار می‌گیرد، همراهند. مبحث الکترونیهای داخلی عناصر سنگین‌تر یک مبحث کاملاً متفاوت است، زیرا لایه‌های الکترونی حد فاصل این الکترونها و هسته نمی‌توانند اثر هسته را بر روی این الکترونها کاملاً خنثی‌کنند و در نتیجه خیلی محکم در قید هسته هستند. به عنوان مثال، در سدیم فقط $5/13 \text{ eV}$ لازم است تا خارجی‌ترین الکترون $3s$ رها شود، در حالی که رقمهای مشابه برای الکترونیهای داخلی عبارتند از: 31 eV برای هر الکترون $2p$ ، 63 eV برای هر الکترون $2s$ و 1041 eV برای هر الکترون $1s$. گذارهای مربوط به الکترونیهای داخلی در یک اتم به علت ایجاد فوتونهایی با انرژی زیاد سبب طیفهای گسسته پرتو ایکس می‌شوند.

شکل (۷-۱۸) ترازهای انرژی (بدون مقیاسی صحیح) یک اتم سنگین را نشان می‌دهد



شکل (۷-۱۸) منشأ طیفهای پرتو ایکس

که به وسیلهٔ عدد کوانتومی کل طبقه‌بندی شده است؛ اختلاف انرژی بین حالت‌های اندازه حرکت زاویه‌ای در داخل یک لایه در مقایسه با اختلاف انرژی بین لایه‌ها اندک‌اند. حال ببینیم وقتی یک الکترون بر انرژی به اتم برخورد می‌کند و یکی از الکترون‌های لایه K را از مدار خارج می‌کند، چه روی می‌دهد. (الکترون K می‌توانست به یکی از حالت‌های کوانتومی بالاتر خالی اتم نیز انتقال یابد، ولی اختلاف بین انرژی مورد نیاز برای انجام این کار و انرژی مورد نیاز برای آزاد ساختن کامل الکترون ناچیز است، فقط $2/5$ درصد درسیم و در اتم‌های سنگین‌تر باز هم کمتر). وقتی یک الکترون از یک لایهٔ خارجی به "حفره‌ای" در لایهٔ K سقوط می‌کند، یک اتم که یک الکترون K از دست داده‌است، بیشتر انرژی برانگیختگی قابل ملاحظه‌اش را به صورت یک فوتون پرتو ایکس آزاد می‌کند، چنان که در شکل (۷-۱۸) نشان داده شده است، سری K خطوط در طیف پرتو ایکس یک عنصر شامل طول موج‌هایی است که در گذارها از ترازهای L, M, N, \dots به تراز K به وجود می‌آید. به همین ترتیب سری L با طول موج بلندتر وقتی به وجود می‌آید که یک الکترون L از اتم خارج شود، سری M وقتی به وجود می‌آید که یک الکترون M از اتم خارج شود و به همین ترتیب تا آخر. دو قلهٔ تیز در طیف پرتو ایکس مولیبدن در شکل (۲-۸) خطوط K_{α} و K_{β} از سری K آن هستند.

به دست آوردن یک رابطهٔ تقریبی بین بسامد خط پرتو ایکس K_{α} یک عنصر و عدد اتمیش Z آسان است. یک فوتون K_{α} موقعی گسیل می‌شود که یک الکترون ($n=2$) L گذاری به یک حالت ($n=1$) K خالی داشته باشد. الکترون L ، یک بار هسته‌ای Ze تجربه می‌کند که به یک بار مؤثر $e(Z-1)$ به علت وجود الکترون K باقیمانده کاهش می‌یابد. بدین ترتیب می‌توانیم ضمن استفاده از معادلهٔ (۴-۲۵)، با فرض $n_i=1, n_f=2$ و با قرار دادن $2e^4(Z-1)$ به جای e^4 بسامد فوتون K_{α} را پیدا کنیم، که در این صورت خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{m(Z-1)^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = \frac{cR(Z-1)^2}{4} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \\ &= \frac{3cR(Z-1)^2}{4} \quad \text{پرتوهای ایکس } K_{\alpha} \end{aligned} \quad (7-38)$$

که در آن $R = me^4/8\epsilon_0^2 ch^3 = 1/097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ مقدار ثابت ریذبرگ است. انرژی یک فوتون پرتو ایکس K_{α} به الکترون ولت بر حسب $(Z-1)$ از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$E(K_{\alpha}) = 10.2 \text{ eV} \times (Z-1)^2$$

در سال ۱۹۱۴ - ۱۹۱۳ م. اچ. جی. موسلی، فیزیکدان جوان انگلیسی، معادلهٔ (۷-۳۸) را از طریق اندازه‌گیری بسامدهای K_{α} بسیاری از عناصر با استفاده از روش پراش که در بخش (۲-۵) شرح داده شد، مورد تأیید قرار داد. موسلی علاوه بر این که مدل اتمی

فرموله شده بوهلر را مورد تأیید قرار داد، با کار خود راهی را برای اولین بار فراهم کرد که بتوان عدد اتمی Z یک عنصر را بطور آزمایشی تعیین کرد. در نتیجه، توالی درست عناصر در جدول تناوبی میسر شد، زیرا مرتب کردن آنها بر حسب عدد اتمی (که مسأله بااهمیتی است) همیشه مانند مرتب کردن آنها بر حسب جرم اتمی نیست (که تا آن موقع روشی بود که به کار برده می شد؛ عدد اتمی در اصل فقط عدد یک عنصر در لیست جرمهای اتمی بود) به عنوان مثال، $Z=27$ برای کبالت و $Z=28$ برای نیکل است، ولی جرمهای اتمی آنها به ترتیب $58/93$ و $58/71$ است. تا آن موقع به اثبات رسیده بود که نظمی را که جرم اتمی ارائه می دهد براساس خواص شیمیایی کبالت و نیکل درک آن مشکل است. به علاوه، موسلی به وجود جاهای خالی در داده های پیمایش پی برد که با 75 و 72 و 61 و $43 = Z$ مطابقت داشتند، که خود مؤید آن بود که تا آن موقع عناصر ناشناخته ای وجود داشتند که بعداً "کشف شدند". اولین دو عنصر، تکنسیم و پرومتیوم ایزوتوپهای پایدار ندارند و چند سال بعد برای نخستین بار در آزمایشگاه تولید شدند؛ هافنیوم و رنیوم، دو عنصر آخر، در دهه ۱۹۲۰ م. از هم تفکیک شدند.

یک اتم با یک الکترون داخلی از دست رفته می تواند انرژی برانگیختگی را از طریق اثر اوگر بدون گسیل یک فوتون پرتو ایکس از دست بدهد. در اثر اوگر یک الکترون لایه خارجی همزمان با سقوط یک الکترون دیگر لایه خارجی به لایه غیر کامل داخلی، از اتم به خارج پرتاب می شود؛ به جای یک فوتون، الکترون پرتاب شده، انرژی برانگیختگی اتم را با خود حمل می کند. از یک نظر اثر اوگر یک اثر فوتوالکتریک داخلی را نشان می دهد، گرچه فوتون هرگز واقعاً "در داخل اتم نیست". فرآیند اوگر با گسیل پرتو ایکس در اکثر اتمها رقیب است، ولی الکترونهای حاصل معمولاً "جذب ماده" هدف می شوند، در حالی که پرتوهای ایکس بسهولت خارج و نمایان می شوند.

مسائل

- ۱- یک باریکه از الکترونها وارد یک میدان مغناطیسی $1/2T$ یکنواختی می شود. اختلاف انرژی بین الکترونهایی که اسپینهای آن موازی و پادموازی با میدان هستند، پیدا کنید.
- ۲- چرا اثر بهنجار زمین فقط در اتمهایی که تعداد الکترونهای آن زوج است، مشاهده می شود؟

۳- اثر اسپین مدار، گذار $3S \rightarrow 3P$ در سدیم (که سبب تولید نور زرد رنگ بخار سدیم

در لامپهای شاهراهها می شود) را به دو خط تقسیم می کند که یکی با طول موج 5890 \AA مطابق با گذار $3S \frac{1}{2} \rightarrow 3P \frac{1}{2}$ و دیگری با طول موج 5896 \AA مطابق با گذار $3S \frac{1}{2} \rightarrow 3P \frac{3}{2}$ است. از این طول موجها برای محاسبه القاء معناطیسی مؤثر تجربه شده توسط الکترون مدار خارجی در اتم سدیم در نتیجه حرکت مداریش استفاده کنید.

۴- جفت شدگی اسپین مدار تمام حالتها بجز حالتهای s را به دو زیر حالت تقسیم می کند. چرا حالتهای s از این قاعده مستثنا هستند؟

۵- اگر اتمها می توانستند الکترونهايي با اعداد کوانتومی اصلی تا $n=6$ و خود ۶ داشته باشند، چند عنصر می توانست وجود داشته باشد؟

۶- ثابت کنید که زیر لایه های اتمی با ترتیب افزایش $l + n$ پر می شوند و در داخل یک گروه با $l + n$ معین با ترتیب افزایش l پر می شوند.

۷- انرژی یونیزاسیون الکترون خارجی در اتم Li را حساب کنید، بر این اساس که دو الکترون داخلی، $2e$ از بار هسته را کاملاً "خنثی کنند". نتیجه حاصل را با مقدار مشاهده شده 5.4 eV مقایسه کنید و اختلاف را با ذکر علت توضیح دهید.

۸- انرژیهای یونیزاسیون عناصر با اعداد اتمی بین ۲۰ تا ۲۹ خیلی به هم نزدیکند. در حالی که در انرژیهای یونیزاسیون ترتیبات متوالی عناصر دیگر تغییرات قابل ملاحظه ای وجود دارد، دلیل این اختلاف چیست؟

۹- علت تغییر شعاع اتمی با عدد اتمی نشان داده شده در شکل (۷-۸) را با دلیل توضیح دهید.

۱۰- یک اتم در خارج از لایه های داخلی بسته یک الکترون منفرد دارد. اگر اتم در یک حالت P باشد، اندازه حرکت زاویه ای کل l که می تواند داشته باشد، چیست؟ در یک حالت D چه اندازه حرکتی را می تواند داشته باشد؟

۱۱- مقادیر S ، L و J را که مطابق با هریک از حالتها زیر است، پیدا کنید: $3p_2$ ، $1s_0$ ، $5f_5$ ، $2d_{3/2}$ ، $6h_{5/2}$.

۱۲- اتم کربن در خارج از یک لایه داخلی بسته دو الکترون $2s$ و دو الکترون $2p$ دارد. حالت پایدارش $3p_0$ است. عبارتهای نمادی حالتها مجاز دیگر، اگر وجود دارند، چه هستند؟ چرا فکر می کنید که حالت $3p_0$ حالت پایدار است؟

۱۳- اتم لیتیم یک الکترون $2s$ در خارج از یک لایه داخلی بسته دارد. حالت پایدارش $2s_{1/2}$ است. عبارتهای نمادی سایر حالتها مجاز، اگر وجود دارند، چه هستند؟ چرا فکر می کنید که حالت $2s_{1/2}$ حالت پایدار است؟

۱۴- اتم منیزیم دو الکترون $3s$ در خارج از لایه های داخلی بسته دارد. عبارت نمادی

حالت پایدارش را پیدا کنید .

۱۵- اتم آلومینیم دو الکترون $3s$ و یک الکترون $3p$ در خارج از لایه‌های داخلی بسته دارد . عبارتهای نمادی حالت پایدارش را پیدا کنید .

۱۶- عبارت نمادی حالت پایدار سدیم $\frac{1}{2} 3^2 S$ است و عبارت اولین حالت برانگیخته‌اش $\frac{1}{2} 3^2 P$ است . از طریق فهرست کردن اعداد کوانتمی ممکن الکترون خارجی در هر حالت ، نشان دهید که این حالتها بترتیب شامل دو و شش زیر حالت می شوند .

۱۷- کدام یک از عناصر زیر را حدس می‌زنید که ترازهای انرژی آنها به حالت‌های یگانه و سه گانه تقسیم شوند: $\text{Ba}, \text{Ag}, \text{Cu}, \text{Ca}, \text{Cl}, \text{Mg}, \text{Ne}$ ؟

۱۸- گشتاور مغناطیسی μ_J یک اتم که جفت‌شدگی LS در آن صدق می‌کند ، دارای بزرگی زیر است

$$\mu_J = \sqrt{J(J+1)} g_J \mu_B$$

که در آن $\mu_B = e\hbar/2m$ ماگنتون بوهر است و

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

سازه g لانده^۱ است . (الف) این نتیجه را با کمک قانون کسینوسها به دست آورید ، با این حقیقت که مقادیر متوسط گرفته شده برحسب زمان فقط مؤلفه‌های μ_L و μ_S که موازی J هستند در ایجاد μ_J سهیمند . (ب) اتمی را در نظر بگیرید که از جفت‌شدگی LS در یک میدان مغناطیسی ضعیف B پیروی می‌کند و در این میدان جفت شدگی محفوظ می‌ماند . برای یک مقدار معین J چند زیر حالت وجود دارد ؟ اختلاف انرژی بین زیر حالت‌های مختلف چیست ؟

۱۹- حالت پایدار کربن $2p^2$ است . گشتاور مغناطیسیش را پیدا کنید (مسأله قبل را ببینید) . در یک میدان مغناطیسی ضعیف ، حالت پایدار به چند زیر حالت تقسیم می‌شود ؟
۲۰- نشان دهید که اگر زاویه بین امتدادهای L و S در شکل (۷-۱) باشد ، داریم

$$\cos \theta = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)s(s+1)}}$$

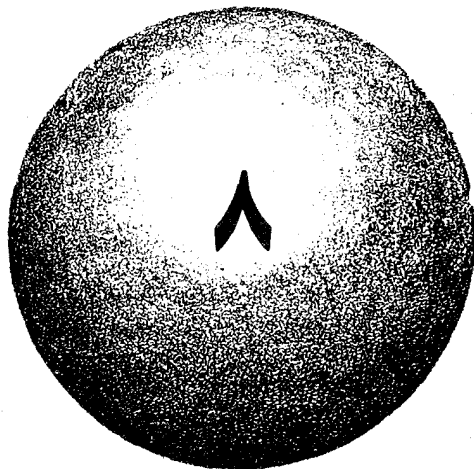
۲۱- چه عنصری یک خط پرتو ایکس K_α با طول موج 1.785 \AA دارد ؟ با طول موج 0.712 \AA دارد ؟

۲۲- انرژی پرتوهای ایکس K_α آلومینیم را برحسب کیلو الکترون ولت (keV) و طول

موج آن را برحسب آنگستروم (\AA) پیدا کنید .

۲۳- بار مؤثر تجربه شده به وسیله یک الکترون $M (n = 3)$ در یک اتم با عدد اتمی Z در حدود $e (Z - 7/4)$ است . نشان دهید که $2/36 (Z - 7/4)^2$ برابر پرتوهای ایکس L_α چنین عنصری را به دست می دهد .

۲۴- توضیح دهید چرا طیفهای پرتو ایکس عناصر با اعداد اتمی نزدیک به هم از نظر کیفی شبیه به هم هستند ، گر چه ممکن است طیفهای اپتیکی این عناصر بطور قابل توجهی با هم فرق داشته باشند .



فیزیک مولکولها

- ۱-۸ شکل‌گیری مولکولی
- ۲-۸ اشتراک الکترونی
- ۳-۸ یون مولکولی H_2^+
- ۴-۸ مولکول H_2
- ۵-۸ مولکولهای پیچیده
- ۶-۸ ترازهای انرژی چرخشی
- ۷-۸ ترازهای انرژی ارتعاشی
- ۸-۸ طیفهای الکترونی مولکولها

فیزیک مولکولها

چه چیز موجب پیوند اتمهای تشکیل دهنده مولکولها می شود؟ این سؤال همان گونه که برای یک شیمیدان حائز اهمیت اساسی است، برای یک فیزیکدان هم اهمیتش کمتر از آن نیست، نظریهء یک فیزیکدان در مورد اتم هنگامی می تواند صحیح باشد که پاسخ قانع کننده ای ارائه دهد. قابلیت اعتبار نظریهء کوانتومی اتم برای توجیه پیوند شیمیایی، بدون در نظر گرفتن فرضهای خاص، شاهد دیگری است بر اهمیت این نگرش.

۱-۸ شکل گیری مولکولی

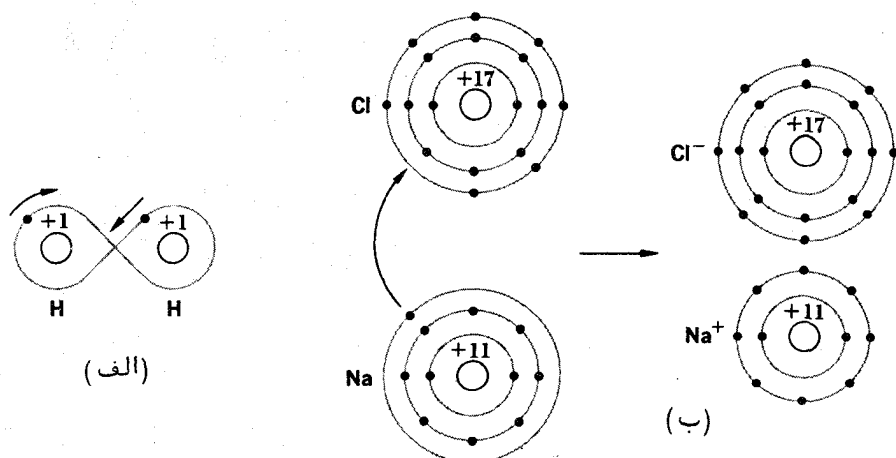
یک مولکول، ترکیب پایداری است از دو یا چند اتم. منظور از "پایدار" این است که انرژی از یک منبع خارجی لازم است تا یک مولکول را به اتمهای تشکیل دهندهء آن تجزیه کند: یک مولکول وجود دارد، زیرا انرژی سیستم متصل به هم از انرژی سیستم اتمهای غیر برهمکنشی مجزا کمتر است. اگر اثرات متقابل در میان گروهی از اتمها، انرژی کل آنها را کاهش دهند، یک مولکول می تواند شکل بگیرد؛ و اگر اثرات متقابل، انرژی کل اتمها را افزایش دهند، اتمها یکدیگر را دفع می کنند.

حال ببینیم وقتی که دو اتم به نزدیک یکدیگر آورده می شوند، چه اتفاقی روی می دهد. سه حالت نهایی می تواند به وقوع بپیوندد:

۱- یک پیوند کووالانسی تشکیل می شود. یک یا چند زوج الکترون توسط دو اتم به اشتراک گذاشته می شوند. چون این الکترونها بین اتمها گردش می کنند، وقت بیشتری را بین اتمها صرف می کنند تا در جای دیگری، در نتیجه یک نیروی جاذبه تولید می کنند. H_2 مولکول هیدروژن، نمونه ای است که الکترونهایش مشترکا" به دو پروتون تعلق دارند [شکل ۱-۸ (الف)].

۲- یک پیوند یونی تشکیل می شود. یک یا چند الکترون از یک اتم ممکن است به اتم دیگر منتقل شود و یونهای مثبت و منفی حاصل بر یکدیگر اثر گذارند. نمونهء آن $NaCl$ است که در آن پیوند یونهای Na^+ و Cl^- وجود دارد و نه بین اتمهای Na و Cl [شکل ۱-۸ (ب)].

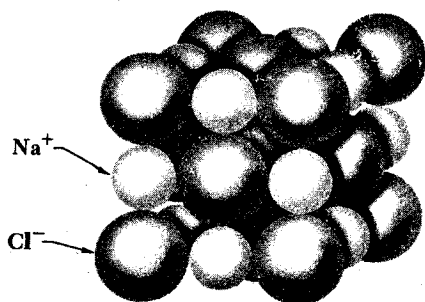
۳- هیچ پیوندی تشکیل نمی شود. وقتی که ساختارهای الکترونی دو اتم رویهم بیفتند، آنها مشترکا" سیستمی تشکیل می دهند و بر طبق اصل انحصار در چنین سیستمی دو الکترون در یک حالت کوانتومی نمی تواند وجود داشته باشد. اگر بعضی از الکترونهای برهمکنشی



شکل (۸-۱) (الف) پیوند کووالانس، الکترونهاى مشترک بین هسته‌هاى اصلی‌شان بطور متوسط وقت بیشتری صرف می‌کنند و بنابراین منجر به یک نیروی جاذبه می‌شوند. (ب) پیوند یونی، سدیم و کلر با انتقال الکترونها از اتمهای سدیم به اتمهای کلر بطور شیمیایی با هم ترکیب می‌شوند؛ یونهای منتج بطور الکتریکی یکدیگر را جذب می‌کنند.

بدین طریق به حالتی رانده شوند که نسبت به حالتی الکترونها در هر اتم مجزا از انرژی بیشتری برخوردار است، سیستم ممکن است انرژی بیشتری نسبت به قبل داشته و ناپایدار باشد. برای متصور ساختن این اثر، می‌توان الکترونها را طوری گریزان از یکدیگر در نظر گرفت که تا حد امکان از یکدیگر دوری می‌کنند تا از تشکیل یک سیستم منفرد خودداری کنند که این امر به یک نیروی رانشی بین هسته‌ها منجر می‌شود. (حتی وقتی که اصل انحصار بدون هیچ افزایشی در انرژی برآورده شود یک نیروی رانشی الکتریکی بین الکترونهاى مختلف وجود خواهد داشت؛ لکن این سازه‌ای است که نسبت به اصل انحصار تأثیرگذاری شکل‌گیری پیوندی از اهمیتی خیلی کمتر برخوردار است).

پیوندهای یونی معمولاً منتج به تشکیل مولکولها نمی‌شوند. یک مولکول مجموعه‌ای است از اتمها یا بار الکتریکی خنثی که آن قدر محکم به هم چسبیده‌اند که بتواند به عنوان یک ذره از نظر تجربی قابل مشاهده باشد. بدین ترتیب، واحدهای منفرد که شیدروژن گازی را تشکیل می‌دهند، هر یک شامل دو اتم شیدروژن هستند و حق داریم آنها را به عنوان مولکولها در نظر بگیریم. از طرف دیگر، بلورهای نمک طعام (NaCl) مجموعه‌هایی از یونهای سدیم و کلر هستند که گرچه بطور یکنواخت در ساختار معینی مرتب شده‌اند (شکل ۸-۲) ولی به صورت مولکولهای گسسته که شامل یک یون Na^+ و یک یون Cl^- باشند جفت نمی‌شوند؛ درحقیقت بلورهای نمک طعام می‌توانند کم و بیش به هر اندازه و شکلی باشند. یونهای Na^+ و Cl^- همیشه به تعداد



شکل (۸-۲) مدل مقیاس

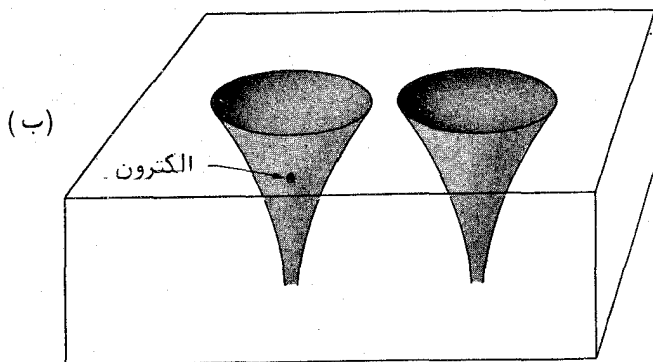
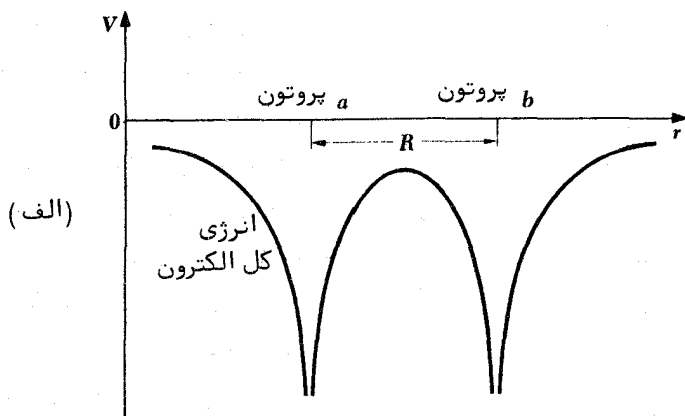
یک بلور NaCl

مساوی در نمک طعام وجود دارند، به طوری که فرمول NaCl به گونه‌ای صحیح ترکیبشان را نشان می‌دهد. NaCl مذاب نیز شامل یونهای Na^+ و Cl^- است. لکن، این یونها فقط در حالت گازی مولکولها را تشکیل می‌دهند و بلورها را تشکیل نمی‌دهند. پیوند یونی در فصل ۱۰ بیشتر مورد بحث قرار خواهد گرفت. در H_2 ، پیوند صرفاً "کووالانسی و در NaCl پیوند صرفاً "یونی است، ولی در بسیاری از مولکولهای دیگر نوعی پیوند واسطه‌ای صورت می‌گیرد که در آن اتمها به تعداد نامساوی الکترون به اشتراک می‌گذارند. یک نمونه آن مولکول HCl است که در آن اتم Cl الکترونهای مشترک را فویرتر از اتم H جذب می‌کند. پیوند یونی را می‌توان به طور مستقل به عنوان یک حد نهایی از پیوند کووالانس تصور کرد.

۸-۲ اشتراک الکترونی

ساده‌ترین سیستم مولکولی ممکن H_2^+ ، یون مولکولی هیدروژن، است که در آن یک الکترون منفرد دو پروتون را به هم پیوند می‌دهد. قبل از این که پیوند در H_2^+ را به تفصیل بررسی کنیم، بهتر است یک روش عمومی را بررسی کنیم که چگونه ممکن است دو پروتون یک الکترون به اشتراک گذارند و چرا چنین اشتراکی باید به یک انرژی کل کمتری و از این رو به یک سیستم پایدار منجر شود.

در بخش ۵ پدیده نفوذ سد مکانیک - کوانتومی بررسی شد: یک ذره می‌تواند از یک جعبه به بیرون نفوذ کند حتی بدون این که انرژی کافی برای عبور از دیواره داشته باشد، زیرا تابع موج جعبه به خارج جعبه گسترش می‌یابد. در صورتی که دیواره بی‌اندازه قوی باشد، تابع موج کاملاً "در داخل جعبه قرار می‌گیرد. میدان الکتریکی اطراف یک پروتون در واقع جعبه‌ای است برای یک الکترون و دو پروتون مجاور برابرند با یک زوج جعبه با یک دیواره بین آنها (شکل ۸-۳). در فیزیک کلاسیک هیچ مکانیسمی وجود ندارد که از طریق آن الکترون در یک اتم هیدروژن بتواند بخودی خود به یک پروتون مجاور دورتر از پروتون مادر، انتقال یابد. لکن، در فیزیک کوانتومی چنین مکانیسمی واقعاً "وجود دارد. این احتمال وجود



شکل (۳-۸) (الف) انرژی پتانسیل یک الکترون در میدان الکتریکی دو پروتون مجاور . انرژی کل حالت پایدار یک الکترون در اتم ثیدروژن نشان داده شده است . (ب) دو پروتون مجاور از نظر کوانتم مکانیکی مطابق است با یک جفت جعبه‌ای که به وسیله یک سد از هم جدا شده‌اند .

دارد که یک الکترون محبوس در یک جعبه از دیواره تونل بزند و وارد جعبه دیگر شود و وقتی که در آن جا قرار گرفت برای تونل زدن و برگشت الکترون همان احتمال وجود دارد . این وضعیت را به این طریق می‌توان بیان کرد که پروتونها الکترون به اشتراک می‌گذارند .

مطمئناً ، این احتمال که یک الکترون از ناحیه انرژی پتانسیل زیاد "دیواره" بین دو پروتون بگذرد قویاً به این بستگی دارد که پروتونها چقدر از هم فاصله دارند . اگر فاصله پروتون - پروتون 1 \AA باشد ، می‌توان تصور کرد که الکترون حدوداً " در هر ۱۵-۱۰ ثانیه از یک پروتون به پروتون دیگر می‌رود ، که این مبین آن است که می‌توانیم بطور معقول الکترون

را در هر پروتون مشترک بدانیم. لکن، اگر فاصله پروتون از پروتون 10^8 باشد، الکترون بطور متوسط در هر ثانیه فقط یک بار از یک پروتون به پروتون دیگر تغییر مکان می‌دهد که عملاً "در یک مقیاس اتمی زمان نامحدودی است. چون شعاع مؤثر تابع موج $1s$ در تئیدروژن $53\text{\AA}/10$ است، نتیجه می‌گیریم که اشتراک الکترونی فقط بین اتمهایی می‌تواند بوقوع بپیوندد که توابع موج آنها به طور قابل ملاحظه روی هم قرار می‌گیرند.

به فرض آن که دو پروتون بتوانند یک الکترون مشترک داشته باشند، برهان ساده‌ای وجود دارد که نشان می‌دهد چرا انرژی چنین سیستمی می‌تواند از انرژی یک اتم تئیدروژن و پروتون مجزا کمتر باشد. بر طبق اصل عدم قطعیت، هر چه ناحیه‌ای که ذره در آن محدود می‌شود، کوچکتر باشد، اندازه حرکتش و از این رو انرژی جنبشیش باید بیشتر باشد. یک الکترون مشترک در دو پروتون از الکترونی که به یک پروتون واحد متعلق است محدودیت کمتری دارد، یعنی دارای انرژی جنبشی کمتری است. بنابراین، انرژی کل الکترون در H_2^+ از انرژی کل الکترون در $H + H$ کمتر است و در صورتی که بزرگی نیروی رانشی پروتون - پروتون در H_2^+ بیش از حد بزرگ نباشد، H_2^+ بایستی پایدار باشد.

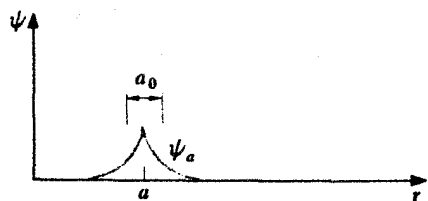
۳-۸ یون مولکولی H_2^+

آنچه می‌خواهیم بدانیم تابع موج ψ الکترون در H_2^+ است، زیرا می‌توانیم انرژی سیستم را به صورت تابعی از فاصله R پروتونها از یکدیگر، محاسبه کنیم. اگر $E(R)$ کمینه باشد، پی خواهیم برد که یک پیوند می‌تواند وجود داشته باشد و همچنین می‌توانیم انرژی پیوندی و فاصله در وضعیت تعادل پروتونها را تعیین کنیم.

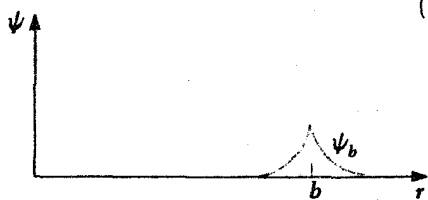
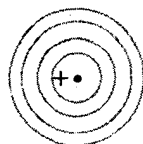
به جای حل معادله شرودینگر برای ψ که یک روش مفصل و پیچیده‌ای است، از یک روش شهودی استفاده خواهیم کرد. بهتر است کار را با پیش‌بینی این که ψ چیست، آغاز کنیم. در صورتی که R ، فاصله بین پروتونها، در قیاس با a_0 ، شعاع کوچکترین مدار بوهر در اتم تئیدروژن، بزرگ باشد. در این صورت، ψ نزدیک به هر پروتون باید دقیقاً "شبه تابع موج $1s$ اتم تئیدروژن باشد، همان‌گونه که در شکل (۳-۸) تصویر شده است، تابع موج $1s$ اطراف پروتون a_1 و a_2 تابع موج اطراف پروتون b ، ψ نامیده می‌شوند.

ما همچنین می‌دانیم وقتی که R صفر است ψ چطور به نظر می‌رسد، یعنی، هنگامی که پروتونها تصور می‌شود که به یکدیگر جوش خورده‌اند. در این جا موقعیت مانند موقعیت یون He^+ است زیرا الکترون اکنون در حضور یک هسته واحد است که بارش $+2e$ است. همان‌گونه که در شکل (۳-۸) (ه) نشان داده شده است، تابع موج $1s$ He^+ دارای همان شکلی است که تابع موج H دارد فقط با یک دامنه بزرگتر در مبدأ. وقتی که R با a_0 قابل مقایسه باشد، بدیهی

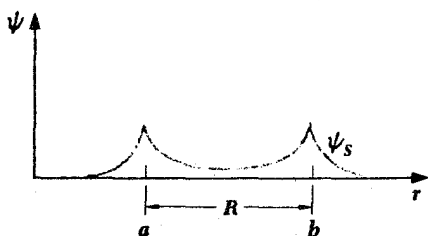
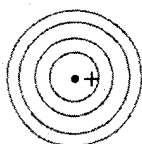
شکلهای احتمال الکترون



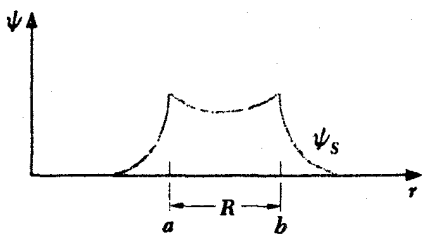
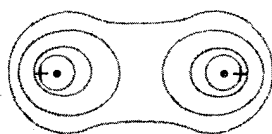
(الف)



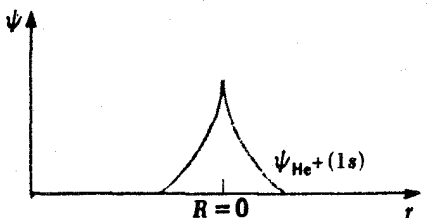
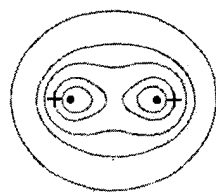
(ب)



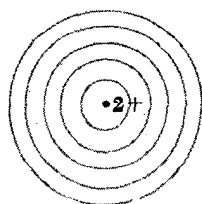
(ج)



(د)



(هـ)



شکل (۸-۴) ترکیب دو تابع موج اتم هیدروژن برای تشکیل تابع موج H_2^+ متقارن ψ_s .

است که ψ چیزی مانند تابع موج رسم شده در شکل ۸-۴ (د) خواهد بود. احتمال زیادی می‌رود که الکترون در ناحیه بین پروتون‌ها پیدا شود که ما از آن به عنوان اشتراک الکترون توسط پروتون‌ها صحبت کرده‌ایم. بدین ترتیب بطور متوسط یک افزونی بار منفی بین پروتون‌ها وجود دارد و این افزونی بار سبب جذب آنها به یکدیگر می‌شود. معذالک مجبوریم ثابت کنیم آیا مقدار این نیروی جاذبه برای غلبه بر نیروی رانش متقابل پروتون‌ها کافی است.

ترکیب ψ_a و ψ_b در شکل (۸-۴) متقارن است، زیرا عوض کردن a و b بر ψ اثر نمی‌گذارد (بخش ۷-۴ را ببینید). لکن، این احتمال نیز هست که ما می‌توانستیم یک ترکیب پاد متقارنی از ψ_a و ψ_b داشته باشیم، همان‌گونه که در شکل ۸-۵ مشاهده می‌شود. در این جا یک گره بین a و b جایی که $\psi = 0$ است، وجود دارد، که مبین صفر بودن احتمال یافتن الکترون بین پروتون‌ها است. اکنون بطور متوسط نقصانی از بار منفی بین پروتون‌ها وجود دارد و در نتیجه یک نیروی رانشی ایجاد می‌شود. با اثر نیروهای رانشی به تنهایی، پیوند نمی‌تواند به وقوع بپیوندد.

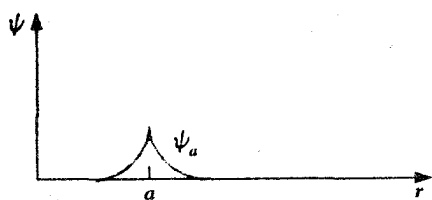
سؤال جالبی به رفتار تابع موج H_2^+ پاد متقارن ψ_A مربوط می‌شود وقتی که $0 \rightarrow R$. محققان هنگامی که $R=0$ باشد، ψ_A تابع موج $1s$ در He^+ نمی‌شود. لکن، ψ_A به تابع موج $2p$ در He^+ شکل ۸-۵ (ه) که در مبدا "یک گره دارد، نزدیک می‌شود. چون حالت $2p$ در He^+ یک حالت برانگیخته است، در حالی که حالت $1s$ حالت پایدار است He^+ در حالت پاد متقارن بایستی دارای انرژی بیشتری نسبت به حالت متقارن باشد، که این امر با استنباط ما از شکلهای توابع موجی ψ_A و ψ_S که در حالت اول یک نیروی رانشی و در حالت دوم یک نیروی جاذبه است سازگار می‌باشد.

سلسله استدلالی نظیر استدلال قبل ما را قادر می‌سازد که چگونگی تغییر انرژی کل سیستم H_2^+ با R را ارزیابی کنیم. نخست حالت متقارن را بررسی می‌کنیم. وقتی که R بزرگ باشد، انرژی الکترون E_S باید مساوی $13/6 \text{ eV}$ - انرژی اتم هیدروژن باشد، در حالی که انرژی پتانسیل الکتریکی V_p پروتون‌ها هنگامی که R به سمت ∞ میل کند صفر می‌شود.

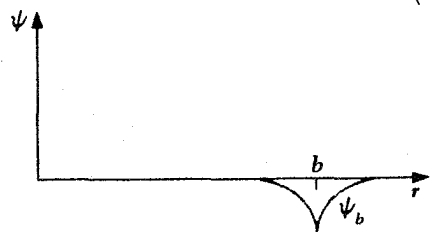
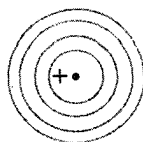
$$V_p = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (1-8)$$

(V_p یک کمیت مثبت، مطابق با یک نیروی رانشی است) وقتی که $R=0$ است، انرژی الکترون باید مساوی انرژی یون He^+ باشد، که Z^2 یا ۴ برابر انرژی اتم H است. (مسأله ۲۹ فصل ۴ را ببینید؛ همان نتیجه از نظریه کوانتومی اتمهای یک الکترونی حاصل می‌شود). از این رو، وقتی که $R=0$ باشد $E_S = -54/4 \text{ eV}$ است. همچنین هنگامی که $R \rightarrow 0$ میل کند مانند $1/R$ ، $V_p \rightarrow \infty$ میل می‌کند. E_S و V_p هر دو به صورت توابعی از R در شکل (۸-۶) نشان داده شده‌اند؛

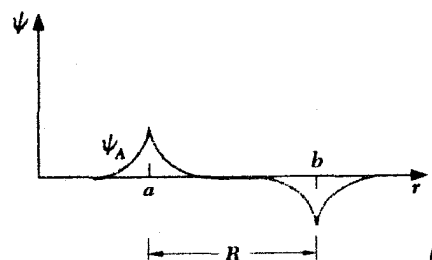
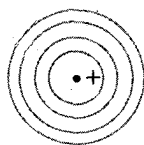
شکلهای احتمال الکترون



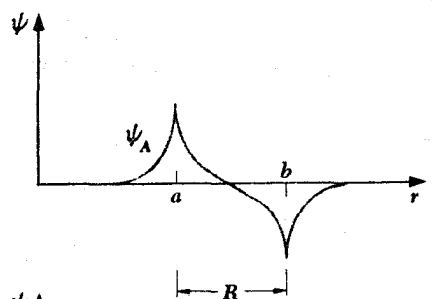
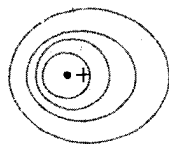
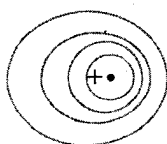
(الف)



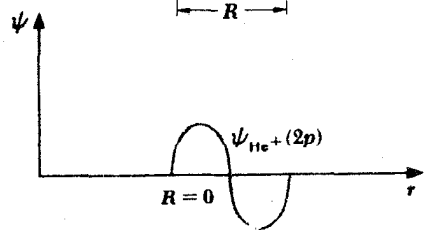
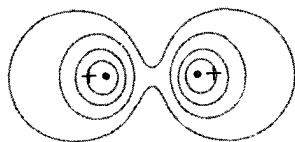
(ب)



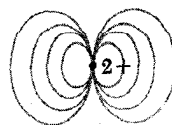
(ج)



(د)

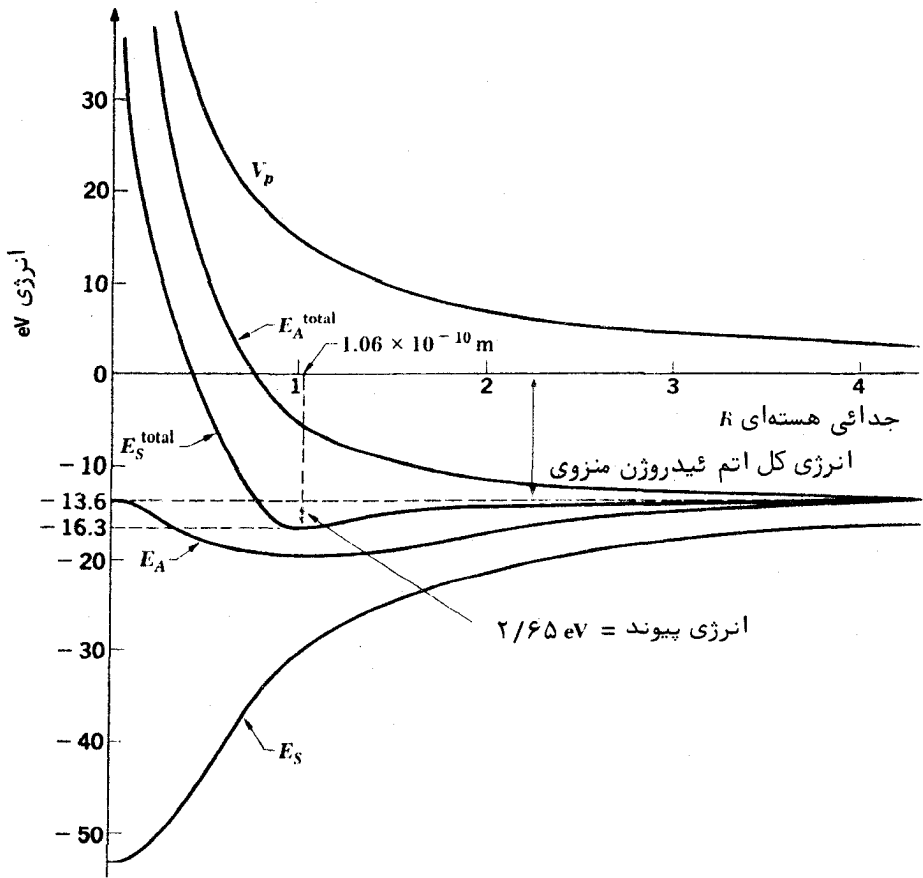


(ه)



شکل (۵-۸) ترکیب دو تابع موج ۱s اتم هیدروژن، برای تشکیل تابع موج H_2^+ پیاد متقارن ψ_A

شکل منحنی برای E_s می‌تواند بدون یک محاسبه دقیق تقریب گرفته شود، ولی مقدار آن را حتماً به ازای هر دو مقدار $R=0$ و $R=\infty$ داریم و البته V_p از معادله (۸-۱) پیروی می‌کند. انرژی کل E_s سیستم عبارت است از مجموع انرژی الکترون E_s و انرژی پتانسیل V_p پروتون‌ها. ظاهراً "کل" E_s دارای کمینه‌ای است که مطابق با یک حالت مولکولی پایدار است. این نتیجه توسط داده‌های تجربی در مورد H_2^+ که یک انرژی پیوند با $2/65 \text{ eV}$ و یک جدایی در وضعیت تعادل R با $1/06 \text{ \AA}$ را نشان می‌دهد، تأیید می‌شود. "انرژی پیوندی" یعنی



شکل (۸-۶) نیروی رانشی الکترون، نیروی رانشی پروتون و انرژیهای کل در H_2^+ به صورت تابعی از جدایی هسته‌ای R برای حالت‌های متقارن و پادمقارن. حالت پادمقارن هیچ کمینه‌ای در انرژی کل ندارد.

انرژی لازم برای تجزیه $H_2^+ \rightarrow H + H^+$ انرژی کل H_2^+ عبارت است از $13/6 \text{ eV}$ - از انرژی اتم به علاوه $2/65 \text{ eV}$ - انرژی پیوندی، یا کلا " $16/3 \text{ eV}$ - . در حالت پاد متقارن، تجزیه به همان طریق صورت می‌گیرد با این تفاوت که هرگاه $R=0$ باشد، انرژی الکترون E_A همان انرژی حالت $2p$ در He^+ است. این انرژی متناسب است با Z^2/n^2 ؛ از این رو، با $n=2, Z=2$ این انرژی دقیقا " $13/6 \text{ eV}$ انرژی حالت پایدار اتم هیدروژن برابر است، چون $13/6 \text{ eV} \rightarrow E_A$ وقتی که $R \rightarrow \infty$ میل می‌کند، ممکن است فکر کنیم که انرژی الکترون ثابت است ولی در حقیقت گودیهای کوچکی در فواصل بینابین وجود دارد. لکن، همان‌طور که در شکل (۸-۶) نشان داده شده است، این گودیها تقریبا " کافی نیست تا در منحنی انرژی کل برای حالت پاد متقارن کمینه‌ای بدهد و بنابراین در این حالت هیچ پیوندی شکل نمی‌گیرد.

۴-۸ مولکول H_2

مولکول H_2 به جای داشتن یک الکترون واحد مثل H_2^+ ، دو الکترون دارد. بر طبق اصل انحصار هر دو الکترون می‌توانند در یک اربیتال مشترک باشند (یعنی، به وسیله " تابع موج یکسان ψ_{sym} توصیف شوند) مشروط بر این که اسپینهای آنها پاد موازی باشند. در صورتی که دو الکترون در پیوند شرکت داشته باشند، H_2 بایستی از H_2^+ پایدارتر باشد - در نظر اول، پایداری H_2 با داشتن یک انرژی پیوندی $5/3 \text{ eV}$ در قیاس با H_2^+ با انرژی پیوندی $2/65 \text{ eV}$ دو برابر است. لکن، به واسطه " نیروی رانشی الکتریکی بین دو الکترون در H_2 ، نیرویی که در مورد H_2^+ وجود ندارد، اربیتال‌های H_2 " کاملا " همانند اربیتال‌های H_2^+ نیستند. نیروی رانشی اخیر پیوند در H_2 را ضعیف می‌کند، به طوری که انرژی پیوندی حقیقی به جای این که $5/3 \text{ eV}$ باشد، $4/5 \text{ eV}$ است. به همین دلیل طول پیوند در H_2 ، 0.74 \AA است، که از آنچه که کاربرد توابع موج H_2^+ محدود نشده نشان می‌دهد قدری بزرگتر است. محاسبه کلی در مورد H_2 که نشان می‌دهد تابع موج متقارن ψ_s به یک حالت مقید و تابع موج پاد متقارن ψ_a به یک حالت نامقید منجر می‌شود، برای H_2 نیز معتبر است.

در بخش (۷-۴) اصل انحصار بر حسب مقارنی و پاد مقارنی توابع موج فرمول بندی شد و این نتیجه به دست آمد که سیستمهای الکترونها همیشه با توابع موج پاد متقارن تعریف می‌شوند (یعنی، با توابع موجی که بر حسب تعویض هر زوج از الکترونها تغییر علامت می‌دهند). لکن، همان‌گونه که بیان شد حالت مقید در H_2 مربوط به دو الکترون است که هر دو به وسیله " یک تابع موج متقارن ψ_s توصیف می‌شوند که به نظر می‌رسد با نتیجه بالا مغایر است.

نظری دقیقتر نشان می‌دهد که در این جا واقعا " هیچ تناقضی وجود ندارد. تابع موج

کامل (۱ و ۲) Ψ یک سیستم با دو الکترون عبارت است از حاصل ضرب یک تابع موج فضایی (۱ و ۲) ψ که مختصات الکترونها را توصیف می‌کند در یک تابع اسپین (۱ و ۲) s که سمتگیری اسپینهای آنها را توصیف می‌کند. لازمه اصل انحصار این است که تابع موج کامل

$$\Psi(1, 2) = \psi(1, 2)s(1, 2)$$

نسبت به تعویض مختصات و اسپینها هر دو، پاد متقارن باشد، نه نسبت به (۱ و ۲) ψ به تنهایی. یک تابع موج کامل پاد متقارن Ψ_A را می‌توان از ترکیب یک تابع موج مختصاتی متقارن ψ_S و یک تابع اسپین پاد متقارن s_A یا از ترکیب یک تابع موج مختصاتی پاد متقارن ψ_A و یک تابع اسپین متقارن s_S به دست آورد. یعنی فقط

$$\Psi = \psi_S s_A$$

و

$$\Psi = \psi_A s_S$$

قابل قبولند.

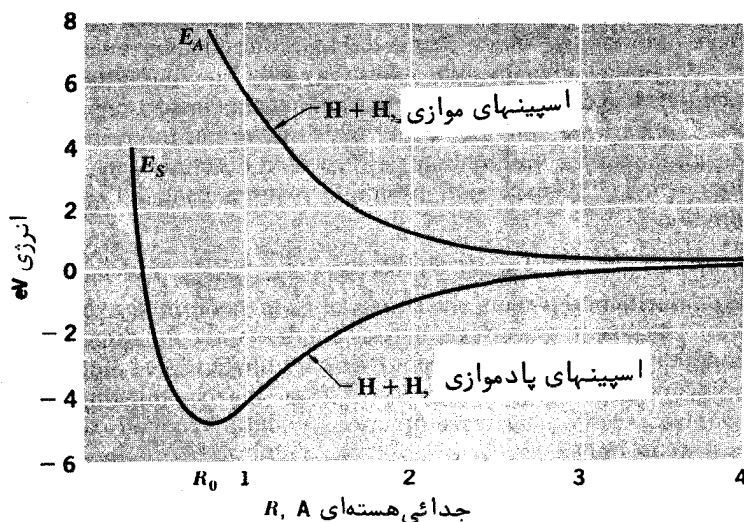
اگر اسپینهای دو الکترون موازی باشند، تابع اسپین آنها متقارن است زیرا وقتی که الکترونها تعویض می‌شوند، تابع اسپین تغییر علامت نمی‌دهد. از این رو، تابع موج مختصاتی ψ برای دو الکترون که اسپینهای آنها موازیند باید پاد متقارن باشد؛ این را به طریق زیر می‌توان نوشت

$$\psi \uparrow \uparrow = \psi_A$$

از طرف دیگر، اگر اسپینهای دو الکترون پاد موازی باشند، تابع اسپین آنها پاد متقارن است، زیرا وقتی که الکترونها تعویض می‌شوند، تابع اسپین تغییر علامت نمی‌دهد. از این رو، تابع موج مختصاتی ψ برای دو الکترون که اسپینهای آنها پاد موازیند، باید متقارن باشد و این را به طریق زیر می‌توان نوشت.

$$\psi \uparrow \downarrow = \psi_S$$

معادله شرودینگر برای مولکول H_2 هیچ حل دقیقی ندارد. در حقیقت، فقط برای H_2^+ یک حل دقیق امکان‌پذیر است و تمام سیستمهای مولکولی دیگر را باید بطور تقریب مورد بررسی قرار داد. نتایج حاصل از یک تحلیل مفصل از مولکول H_2 در شکل (۸-۷)، برای وضعیتی که الکترونها دارای اسپینهای موازی و برای وضعیتی که الکترونها دارای اسپینهای پاد موازیند، نشان داده شده است. اختلاف بین دو منحنی به علت اصل انحصار است که مانع می‌شود دو الکترون در حالت کوانتومی یکسان در یک سیستم اسپین یکسان داشته باشند و بنابراین هنگامی که اسپینها موازی باشند این امر به یک نیروی رانشی نافذ منجر می‌شود.



شکل (۷-۸) تغییر انرژی سیستم $H + H$ بر حسب فاصله جدایی آنها هنگامی که اسپینهای الکترون موازی و پادموازی هستند .

۵-۸ مولکولهای پیچیده

پیوند کووالانسی در مولکولهای دو اتمی، H_2 ، و نیز چند اتمی، معمولاً "مطلب پیچیده‌تری است". این پیچیدگی هنوز به قوت خود باقی است با این حقیقت که هر تغییری در ساختار الکتریکی یک اتم به واسطه نزدیکی آن به اتم دیگر به الکترون خارجی‌ترین لایه (یا ظرفیت) آن اتم محدود می‌شود. در این مورد دو دلیل وجود دارد. اولاً، الکترونهای داخلی بسیار محکمتر به هم پیوسته‌اند و در نتیجه نسبت به تأثیرات خارجی تأثیرپذیری کمتری دارند، تا حدی که به این دلیل که به هسته مادر نزدیک‌ترند و تا حدی به این دلیل که از بار هسته‌ای توسط الکترونهای میانی کمتری محافظت می‌شوند. ثانیاً، "نیروهای رانشی بین اتمی در یک مولکول از بقیه نیروها قوی‌ترند ضمن این که لایه‌های داخلی اتمهای مولکول هنوز نسبتاً دور از یکدیگرند. دلیل مستقیم در تأیید این نظر، که فقط الکترونهای ظرفیت در پیوند شیمیایی درگیر می‌شوند، از طیفهای پرتو ایکس حاصل می‌شود که از گذارها به حالت‌های الکترونی لایه داخلی ناشی می‌گردند؛ مشخص شده است که این طیفها در واقع از چگونگی ترکیب اتمها در مولکولها یا جامدات مستقلند.

شاهد بوده‌ایم که دو اتم H می‌توانند با هم ترکیب شوند تا یک مولکول H_2 تشکیل شود و در حقیقت مولکولهای ئیدروژن در طبیعت همیشه از دو اتم H تشکیل می‌شوند. حال

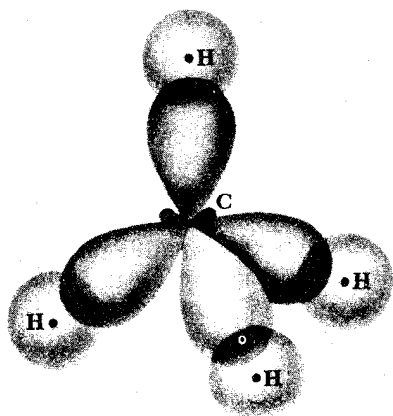
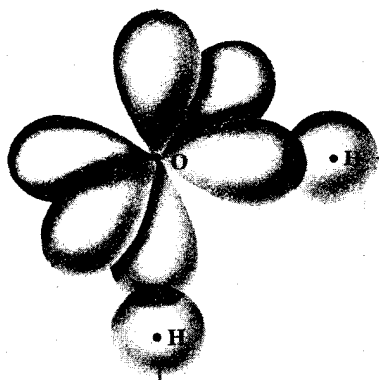
ببینیم اصل انحصار چگونه مانع وجودی مولکولهایی نظیر He_2 و H_3 می‌شود، در حالی که اجازه می‌دهد مولکولهای دیگر نظیر H_2O پایدار بمانند.

هر اتم He در حالت پایدارش یک الکترون $1s$ متعلق به هر اسپین دارد. اگر قرار باشد با تعویض الکترون به اتم He دیگری ملحق شود، هر اتم برای قسمتی از زمان، دو الکترون با اسپین یکسان خواهد داشت. یعنی، یک اتم هر دو اسپین الکترونی را رو به بالا ($\uparrow\uparrow$) و اتم دیگر هر دو اسپین را رو به پایین ($\downarrow\downarrow$) خواهد داشت. البته، اصل انحصار دو الکترون $1s$ در یک اتم را از داشتن اسپینهای یکسان منع می‌کند که این مطلب در نیروی رانشی بین اتمهای He آشکار می‌شود. از این رو، مولکول He_2 نمی‌تواند وجود داشته باشد. استدلال مشابهی در مورد H_3 صادق است. یک مولکول H_2 دو الکترون $1s$ دارد که اسپینهای آنها پاد موازیند ($\uparrow\downarrow$). اگر اتم H دیگری نزدیک می‌شد که اسپین الکترونش رو به بالا باشد، مولکول حاصل دو اسپین موازی می‌داشت ($\uparrow\uparrow$) و این غیر ممکن است اگر قرار باشد هر سه الکترون در حالت‌های $1s$ باشند. از این رو، مولکول H_2 موجود، اتم H اضافی را می‌راند. اگر یکی از سه الکترون موجود در H_3 در یک حالت برانگیخته باشد، استدلال اصل انحصار صادق نیست. لکن، تمام چنین حالت‌هایی از حالت $1s$ انرژی بیشتری دارند و بنابراین آرایش حاصل از $\text{H} + \text{H}_2$ انرژی بیشتری دارد و از این رو با سرعت به H_3^+ تجزیه خواهد شد.

مولکول آب H_2O به حالت پایداری می‌رسد، زیرا اتم O به دو الکترون $2p$ برای تکمیل لایه^۹ الکترونی خارجی نیاز دارد. وقتی که اتم O با دو اتم H پیوندهای کووالانس تشکیل دهد، این نیاز برآورده می‌شود، به طوری که الکترونهای دو اتم H بدون تخلف از اصل انحصار توسط اتم O به اشتراک گذاشته می‌شوند. ساختار (H_2O)، به علت میل ترکیبی الکترونی O ، از اتمهای مجزایش انرژی کمتری دارد که یک امر مطلوب برای مولکولهای پایدار است.

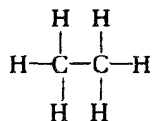
بجز حالت‌های s ، توابع موج الکترونی یک اتم بطور کروی متقارن نیستند، بلکه در بعضی جهتها بیشینه دارند. وقتی که یک اتم جزئی از یک مولکول است، برهمکنش با سایر اتمها منجر به تغییراتی در توابع موج الکترون ظرفیتش می‌شود که این تغییرات حتی به الگوهای پهن مشخص‌تری که شکل هندسی مولکول را تعیین می‌کنند، منتج می‌گردد. شکل (۸-۸) این الگوها را در مورد مولکول H_2O نشان می‌دهد؛ نواحی که در آن احتمال یافتن یک الکترون زیاد است سایه زده شده‌اند و نواحی همپوشیده پیوندهای کووالانس را نشان می‌دهند. الکترونهایی که در هر پیوند شرکت دارند، اسپینهای پاد موازی دارند، همان گونه که در H_2 نیز این گونه هستند. زاویه بین پیوندهای $\text{O}-\text{H}$ 104.5° است. شکل (۸-۹) شکل چهاروجهی مولکول متان (CH_4) را نشان می‌دهد.

شکل (۸-۸) این شکل مولکول H_2O را نشان می‌دهد. نواحی که در آن احتمال یافتن یک الکترون زیاد است سایه زده شده‌اند؛ نواحی همپوشیده پیوندهای کووالانسی را نشان می‌دهند. زاویه بین پیوندها در واقع $104/5^\circ$ است.

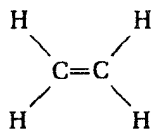


شکل (۸-۹) توزیع احتمال الکترون در مولکول متان (CH_4).

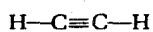
بیش از یک پیوند کووالانسی می‌تواند دو اتم را به هم پیوند دهد. مثلاً، در مولکول O_2 دو پیوند کووالانسی و در مولکول N_2 سه پیوند کووالانسی وجود دارد. همان گونه که در مثالهای ذیل می‌بینید، اتمهای کربن می‌توانند یک، دو یا سه پیوند داشته باشند که آنها را به صورت مولکولهای پیچیده‌تری به هم متصل کنند، (هر خط تیره نشان دهنده یک پیوند کووالانسی است):



اتان



اتیلن



استیلن

۸-۶ ترازهای انرژی چرخشی

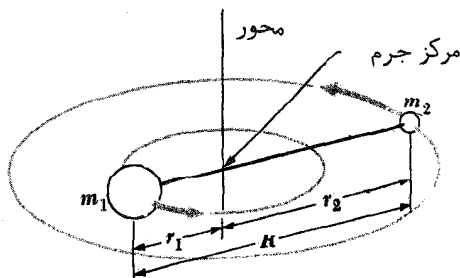
حالت‌های انرژی مولکولی از چرخش یک مولکول و از ارتعاشات اتم‌های تشکیل دهنده‌اش نسبت به یکدیگر و نیز از تغییرات آرایش الکترونی‌شان حاصل می‌شوند. حالت‌های چرخشی با فواصل انرژی بسیار کم (به مقدار معمولی 10^{-3} eV) از یکدیگر جدا می‌شوند، و طیف‌هایی که از گذارهای بین این حالت‌ها ناشی می‌شوند در ناحیهٔ کیهوج دارای طول‌موج‌های ۱mm تا ۱cm هستند. حالت‌های ارتعاشی با فواصل انرژی کمی بزرگتر (مثلاً 0.1 eV) از یکدیگر جدا می‌شوند و طیف‌های ارتعاشی در ناحیهٔ فرو قرمز با طول‌موج‌هایی از 10000 \AA تا 0.1 mm قرار می‌گیرند. حالت‌های الکترونی مولکولی انرژی‌های بیشتری دارند و جدایی‌های واقعی بین ترازهای انرژی الکترونی ظرفیت چندین eV است و طیف‌هایی در نواحی مرئی و فرا-بنفش دارند. تصویر دقیقی از یک مولکول خاص شامل طول‌های پیوندی، مقادیر ثابت نیرو و زوایای پیوندی را اغلب می‌توان از طیف‌هایش به دست آورد. برای سهولت امر، بحث ما در این جا به مولکول‌های دواتمی محدود خواهد شد، ولی نظرات اصلی مولکول‌های پیچیده‌تر را نیز شامل می‌شوند.

پایین‌ترین ترازهای انرژی یک مولکول دواتمی از چرخش حول مرکز جرمش ناشی می‌شوند. همان‌گونه که در شکل (۸-۱) می‌بینید، چنین مولکولی را می‌توانیم به صورت اتم‌هایی به جرم‌های m_1 و m_2 و با فاصله R از هم رسم کنیم. گشتاور لختی این مولکول حول محوری که از مرکز جرمش می‌گذرد و برخط اتصال اتم‌ها عمود است عبارت است از:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad (8-2)$$

که r_1 و r_2 به ترتیب فواصل اتم‌های ۱ و ۲ از مرکز جرم است. چون

$$m_1 r_1 = m_2 r_2 \quad (8-3)$$



شکل (۸-۱) یک مولکول دواتمی می‌تواند حول مرکز جرمش دوران کند.

بنابه تعریف، گشتاور لختی را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$I = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) (r_1 + r_2)^2$$

$$= m' R^2 \quad (۴-۸)$$

که در آن

$$m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{جرم کاهش یافته} \quad (۵-۸)$$

همان‌طور که در بخش (۴-۹) ذکر شد، جرم کاهش یافته مولکول است. معادله (۴-۸) بیان می‌کند که چرخش یک مولکول دو اتمی معادل است با چرخش یک ذره واحد به جرم m حول یک محور که در فاصله R از m_1 قرار گرفته است.

اندازه حرکت زاویه‌ای L مولکول دارای بزرگی

$$L = I\omega \quad (۶-۸)$$

است که در آن ω سرعت زاویه‌ایش می‌باشد. همان‌طور که می‌دانیم، اندازه حرکت زاویه‌ای همیشه در طبیعت کوانتیزه است. اگر عدد کوانتیمی چرخشی را با J نشان دهیم، در این جا داریم.

$$L = \sqrt{J(J+1)} \hbar \quad J = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (۷-۸)$$

انرژی یک مولکول چرخشی $I\omega^2$ است و بنابراین ترازهای انرژی به وسیله فرمول زیر مشخص می‌شوند.

$$E_J = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{L^2}{2I}$$

$$= \frac{J(J+1) \hbar^2}{2I} \quad \text{ترازهای انرژی چرخشی} \quad (۸-۸)$$

مسأله: طول پیوندی R مولکول منواکسید کربن (CO) $1/13 \text{ \AA}$ است و جرمهای اتمهای ^{12}C و ^{16}O به ترتیب $1/99 \times 10^{-26} \text{ kg}$ و $2/66 \times 10^{-26} \text{ kg}$ هستند. انرژی و سرعت زاویه‌ای مولکول CO را هنگامی که در پایین‌ترین حالت چرخش قرار دارد، پیدا کنید.

حل: جرم کاهش یافته m' مولکول CO عبارت است از:

$$m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{1.99 \times 2.66}{1.99 + 2.66} \times 10^{-26} \text{ kg}$$

$$= 1.14 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

و گشتاور لختیش I عبارت است از

$$I = m'R^2 = (1.14 \times 10^{-26} \text{ kg}) \times (1.13 \times 10^{-10} \text{ m})^2 \\ = 1.46 \times 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

پایین‌ترین تراز انرژی چرخشی مطابق است با $I = 1$ و برای این تراز در CO

$$E_{J=1} = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I} = \frac{\hbar^2}{I} = \frac{(1.054 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{1.46 \times 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2} \\ = 7.61 \times 10^{-23} \text{ J} = 4.76 \times 10^{-4} \text{ eV}$$

این مقدار انرژی، انرژی زیادی نیست و در دمای اتاق، وقتی که $kT \approx 2/6 \times 10^{-2} \text{ eV}$ باشد تقریباً تمام مولکول‌های یک‌نمونه از CO در حالت‌های چرخشی برانگیخته هستند. سرعت زاویه‌ای مولکول CO به ازای $J = 1$ برابر است با:

$$\omega = \sqrt{\frac{2E}{I}} = \sqrt{\frac{2 \times (7.61 \times 10^{-23} \text{ J})}{1.46 \times 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2}} \\ = 3.23 \times 10^{11} \text{ rad/s}$$

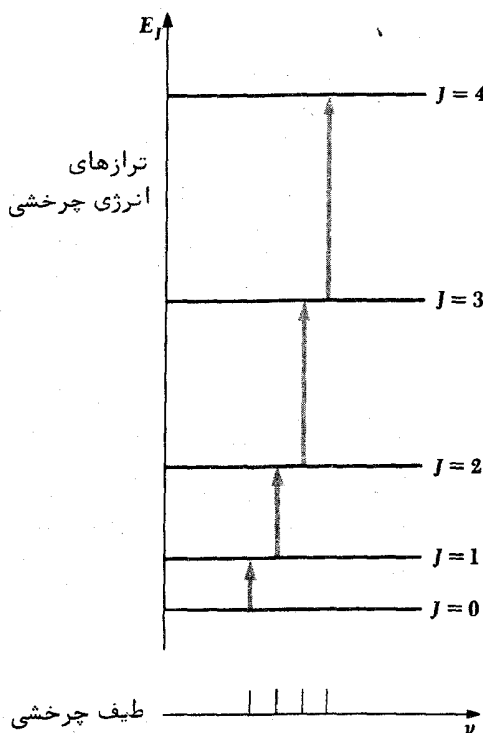
تا این جا فقط چرخش حول یک محور عمود بر محور تقارن یک مولکول دو اتمی را مورد بررسی قرار داده‌ایم، همان‌گونه که در شکل (۸-۱۰) مشاهده می‌شود. — چرخش‌های انتها به انتها. در مورد چرخش‌های حول خود محور تقارن چطور؟ دلیلی که مورد دوم را می‌توان نادیده گرفت این است که جرم یک اتم تقریباً "بطور کلی در هسته‌اش که شعاع آن فقط تقریباً 10^{-4} برابر شعاع خود اتم است، متمرکز می‌باشد. بنابراین، سهم عمده به گشتاور لختی یک مولکول دو اتمی حول محور تقارنش، از الکترون‌های ناشی می‌شود، که این الکترون‌ها در ناحیه‌ای که شعاعش حول محور تقارن تقریباً "نصف طول پیوند R است متمرکزند ولی جرم کل آنها فقط حدود $\frac{1}{4000}$ جرم کل مولکولی است. چون ترازهای انرژی چرخشی مجاز متناسب با $\frac{1}{I}$ است، چرخش حول محور تقارن باید انرژی‌هایی به بزرگی 10^4 برابر مقادیر E_J مربوط به چرخش‌های انتها به انتها را در برگیرد. از این رو به انرژی‌هایی با حداقل چند الکترون ولت در چرخش حول محور تقارن نیاز است. چون انرژی‌های پیوندی دارای این مرتبه بزرگی نیز هستند، احتمال دارد مولکول در هر محیطی که چنین چرخشی بتواند برانگیخته شود، تجزیه گردد.

طیف‌های چرخشی از گذارهای بین حالت‌های انرژی چرخشی ناشی می‌شوند. فقط مولکول‌هایی که گشتاورهای دو قطبی الکتریکی دارند می‌توانند فوتون‌های الکترومغناطیسی در چنین گذارهایی را جذب کنند یا گسیل دارند، که مبین این است که مولکول‌های دو اتمی

غیر قطبی نظیر H_2 و مولکولهای چند اتمی متقارن نظیر CO_2 ($O=C=O$) و CH_4 (شکل ۸-۹) طیفهای چرخشی به نمایش نمی گذارند (لکن، در حین برخورد ها امکان روی دادن گذارهایی بین حالت های چرخشی در مولکولهایی نظیر H_2 ، CO_2 و CH_4 وجود دارد) بعلاوه، حتی در مولکولهایی که گشتاورهای دو قطبی دائمی دارند، تمام گذارهای بین حالت های چرخشی دارای تابش نیستند. به طوری که همانند مورد طیفهای اتمی (بخش ۶-۱۰)، بعضی از قواعد گزینش شرایطی را که برای امکان یک گذار تابشی بین حالت های چرخشی لازم است خلاصه می کنند. برای یک مولکول دو اتمی صلب قاعدهء گزینش برای گذارهای چرخشی عبارت است از:

$$\Delta J = \pm 1 \quad (8-9)$$

در عمل، طیفهای چرخشی همیشه هنگام جذب به دست می آیند، به گونه ای که هر گذاری که دیده شود متضمن تغییری است از یک حالت اولیه با عدد کوانتومی J به حالت



شکل (۸-۱۱) ترازهای انرژی و طیف چرخش مولکولی.

بعدی بالاتر با عدد کوانتومی $J + 1$ ، در مورد یک مولکول صلب، بسامد فوتون جذب شده عبارت است از:

$$\begin{aligned}\nu_{J \rightarrow J+1} &= \frac{\Delta E}{h} = \frac{E_{J+1} - E_J}{h} \\ &= \frac{\hbar}{2\pi I} (J + 1) \quad \text{طیفهای چرخشی} \quad (10-8)\end{aligned}$$

که I گشتاور لختی برای چرخشهای پی در پی است. بنابراین، همانگونه که در شکل (۸-۱۱) نشان داده شده است، طیف یک مولکول صلب از خطوطی با فاصله مساوی تشکیل می شود. بسامد هر خط را می توان اندازه گرفت و گذاری را که با آن متناظر است می توان اغلب از ترتیب خطوط معین کرد؛ از این داده ها گشتاور لختی مولکول را بسهولت می توان محاسبه کرد. (متناوبا)، اگر طیف سنج به کار رفته پایین ترین خطوط بسامد در یک ترتیب طیفی خاص را ثبت نکند، بسامدهای هر دو خط متوالی را می توان برای تعیین I به کار برد. مثلاً، در CO خط جذب $J = 0 \rightarrow J = 1$ در بسامد $1/153 \times 10^{11} \text{ Hz}$ روی می دهد. بنابراین

$$\begin{aligned}I_{\text{CO}} &= \frac{\hbar}{2\pi\nu} (J + 1) = \frac{1.054 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2\pi \times (1.153 \times 10^{11} \text{ s}^{-1})} \\ &= 1.46 \times 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2\end{aligned}$$

چون جرم کاهشیافته مولکول CO ، $1/14 \times 10^{-26} \text{ kg}$ است، طول پیوند R_{CO} ، 1.13 \AA خواهد بود. این راهی است که توسط آن طول پیوند برای CO را که قبلاً در این بخش ذکر شد، تعیین شد.

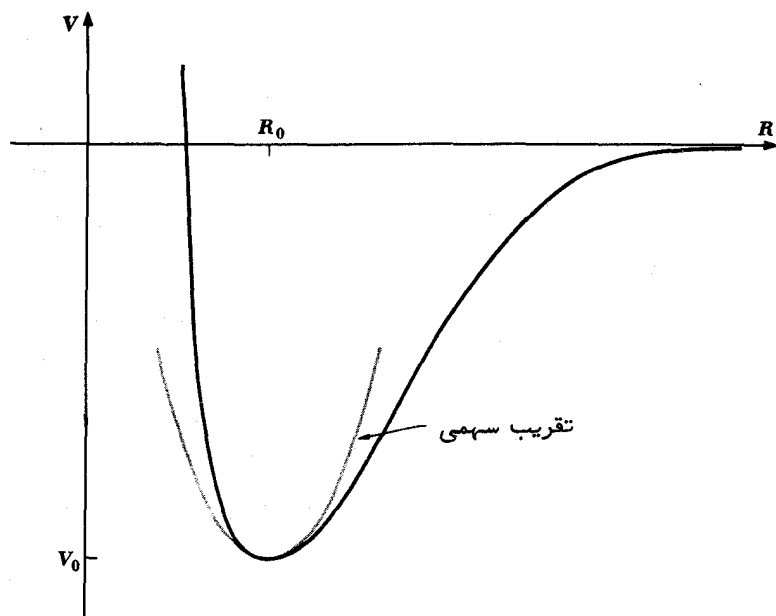
۸-۷ ترازهای انرژی ارتعاشی

وقتی که یک مولکول به اندازه کافی برانگیخته شود، علاوه بر چرخش، ارتعاش نیز می کند. مانند گذشته، فقط مولکولهای دو اتمی را بررسی خواهیم کرد. شکل ۸-۱۲ چگونگی تغییر انرژی پتانسیل یک مولکول را نسبت به فاصله بین هسته های R نشان می دهد. در نزدیکی نقطه کمینه این منحنی که مطابق با آرایش نرمال مولکول است، شکل منحنی تقریباً یک سهمی است. بنابراین، در این ناحیه

$$V = V_0 + \frac{1}{2}k(R - R_0)^2 \quad (11-8)$$

که R_0 جدایی در وضعیت تعادل است. نیروی بین اتمی که این انرژی پتانسیل را تولید می کند، ممکن است با مشتق گرفتن از V به دست آید.

$$F = -\frac{dV}{dR} = -k(R - R_0) \quad (12-8)$$



شکل (۸-۱۲) انرژی پتانسیل یک مولکول دواتمی به صورت تابعی از فاصله بین هسته‌ای.

این نیرو همان نیروی برگرداننده‌ای است که یک فنر باز یا بسته اعمال می‌کند - یک نیروی قانون هوک - و مانند یک فنر، یک مولکول که بطور مناسبی برانگیخته شود، می‌تواند نوسانهای هماهنگ ساده‌ای را تحمل کند.

از نظر کلاسیکی، بسامد یک جسم مرتعش به جرم m که به فنری با ثابت نیروی K متصل است عبارت است از

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (۸-۱۳)$$

همان‌گونه که در شکل ۸-۱۳ مشاهده می‌شود، آنچه در مورد یک مولکول دواتمی داریم وضعیت متفاوت دو جسم به جرمهای m_1 و m_2 است که به وسیله یک فنر به هم متصل شده‌اند. در نبودن نیروهای خارجی، اندازه حرکت خطی دستگاه ثابت می‌ماند و بنابراین نوسانات اجسام نمی‌توانند روی حرکت مرکز جرمشان تأثیرگذارند. به این دلیل m_1 و m_2 نسبت به مرکز جرمشان در جهات مخالف به جلو و عقب نوسان می‌کنند و هر دو در یک زمان به انتها الیه مسیر حرکت خود می‌رسند. در معادله ۸-۱۳ با قراردادن جرم کاهش یافته \bar{m} از معادله ۸-۵ به جای m ، بسامد نوسان چنین نوسان‌کننده دو جسمی به دست می‌آید:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'}} \quad \text{نوسان کننده دو جسمی} \quad (۱۴-۸)$$

وقتی که مسأله نوسان کننده هماهنگ به طریق مکانیک کوانتومی حل شد (رجوع کنید به بخش ۵-۹)، به نظر می‌رسد که انرژی نوسان کننده به مقادیر ذیل محدود می‌شود.

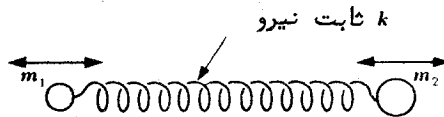
$$E_v = (v + \frac{1}{2}) h\nu_0 \quad (۱۵-۸)$$

که در آن v ، عدد کوانتومی ارتعاشی، ممکن است این مقادیر را داشته باشد.

$$v = 0, 1, 2, 3, \dots$$

پایین‌ترین حالت ارتعاشی ($v = 0$) دارای انرژی محدود $h\nu_0$ است و نه مقدار کلاسیکی صفر؛ نتیجه حاصل با اصل عدم قطعیت سازگار است، زیرا اگر ذره نوسانی ساکن می‌بود، خطای وضعیتش $\Delta x = 0$ می‌شد و بنابراین خطای اندازه حرکتش الزاماً بی‌نهایت می‌شد و یک ذره با $E = 0$ نمی‌تواند یک اندازه حرکت نامعین بی‌نهایت داشته باشد. با توجه به معادله ۱۴-۸، ترازهای انرژی ارتعاشی یک مولکول دو اتمی با فرمول زیر مشخص می‌شوند.

$$E_v = (v + \frac{1}{2}) h \sqrt{\frac{k}{m'}} \quad \text{ترازهای انرژی ارتعاشی} \quad (۱۶-۸)$$



شکل (۱۳-۸) یک نوسان کننده دو جسمی

مسأله: ثابت نیروی k ی پیوند در CO ، 187 N/m است (که تقریباً 11 lb/in است) و فاصله بین ترازهای انرژی ارتعاشی را پیدا کنید. بسامد ارتعاش مولکول CO است که عددی غیر عادی برای یک فنر معمولی نیست.

حل: قبلاً دریافته‌ایم که جرم کاهش یافته مولکول CO ، $m' = 1.14 \times 10^{-26} \text{ kg}$ است. بنابراین، بسامد ارتعاش عبارت است از:

$$\begin{aligned} \nu_0 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{187 \text{ N/m}}{1.14 \times 10^{-26} \text{ kg}}} \\ &= 2.04 \times 10^{13} \text{ Hz} \end{aligned}$$

جدایی ΔE بین ترازهای انرژی ارتعاشی در CO عبارت است از

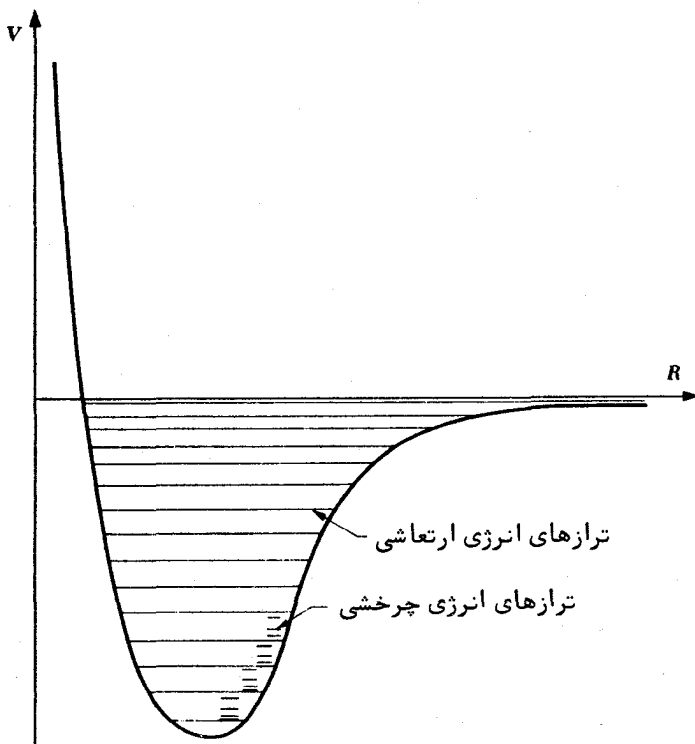
$$\begin{aligned}\Delta E &= E_{r+1} - E_r = h\nu_0 = (6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \times (2.04 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}) \\ &= 1.35 \times 10^{-20} \text{ J} = 8.44 \times 10^{-2} \text{ eV}\end{aligned}$$

که بطور قابل ملاحظه‌ای از فاصله بین ترازهای انرژی چرخشی بیشتر است. چون برای حالت‌های ارتعاشی در یک نمونه در دمای اتاق $\Delta E > kT$ است، بیشتر مولکولها در چنین نمونه‌ای در حالت $v=0$ هستند که فقط انرژیهای نقطه صفر دارند. این وضعیت با وضعیت ویژه حالت‌های چرخشی خیلی فرق دارد، وضعیت اخیر انرژیهای خیلی کوچکتر مبین این هستند که اکثریت مولکولها در یک نمونه در دمای اتاق به حالت‌های بالاتر برانگیخته می‌شوند.

حالت‌های ارتعاشی بالاتر یک مولکول از معادله ۸-۱۵ پیروی نمی‌کنند، زیرا تقریب سهمی برای منحنی انرژی - پتانسیل با افزایش انرژی کمتر معتبر است. در نتیجه، فاصله بین ترازهای انرژی مجاور با v زیاد از فاصله بین ترازهای انرژی مجاور با v کم که در شکل ۸-۱۴ نشان داده شده است کمتر می‌باشد. این نمودار همچنین ساختار ریز در ترازهای ارتعاشی ایجاد شده توسط برانگیختگی همزمان ترازهای چرخشی را نشان می‌دهد.

قاعده گزینش برای گذارهای بین حالت‌های ارتعاشی در تقریب نوسان کننده هماهنگ عبارت است از $\Delta v = \pm 1$. درک این قاعده آسان است. یک دو قطبی نوسان کننده که بسامدش ν_0 است، می‌تواند فقط تابش الکترومغناطیسی با همان بسامد جذب یا گسیل کند و تمام کوانتومها با بسامد ν_0 انرژی $h\nu_0$ دارند. بنابراین، دو قطبی نوسان کننده می‌تواند در هر بار فقط $\Delta E = h\nu_0$ جذب کند که در این صورت انرژی‌اش از $h\nu_0(v + \frac{1}{2})$ به $h\nu_0(v + \frac{1}{2} + 1)$ افزایش می‌یابد و در هر بار می‌تواند فقط $\Delta E = h\nu_0$ گسیل کند که در این صورت انرژی‌اش از $h\nu_0(v + \frac{1}{2})$ به $h\nu_0(v + \frac{1}{2} - 1)$ کاهش پیدا می‌کند. از این رو، قاعده گزینش عبارت است از $\Delta v = \pm 1$.

طیف‌های ارتعاشی خالص فقط در مایعاتی مشاهده می‌شوند که در آن برهمکنش‌های بین مولکولهای مجاور مانع چرخش می‌شوند. چون انرژیهای برانگیختگی درگیر در چرخش مولکولی بطور قابل ملاحظه‌ای از انرژیهای برانگیختگی درگیر در ارتعاش مولکولی کوچکترند، مولکولهایی که در یک گاز یا بخار آزادانه حرکت می‌کنند، صرف نظر از حالت ارتعاشی‌شان، همیشه در حال چرخش هستند. طیف‌های چنین مولکولهایی خطوط مجزای متناظر با هر گذار ارتعاشی را نشان نمی‌دهند، بلکه در عوض تعداد زیادی از خطوط با فاصله نزدیک ناشی از گذارهای بین حالت‌های چرخشی کوناگون یک تراز ارتعاشی و حالت‌های چرخشی

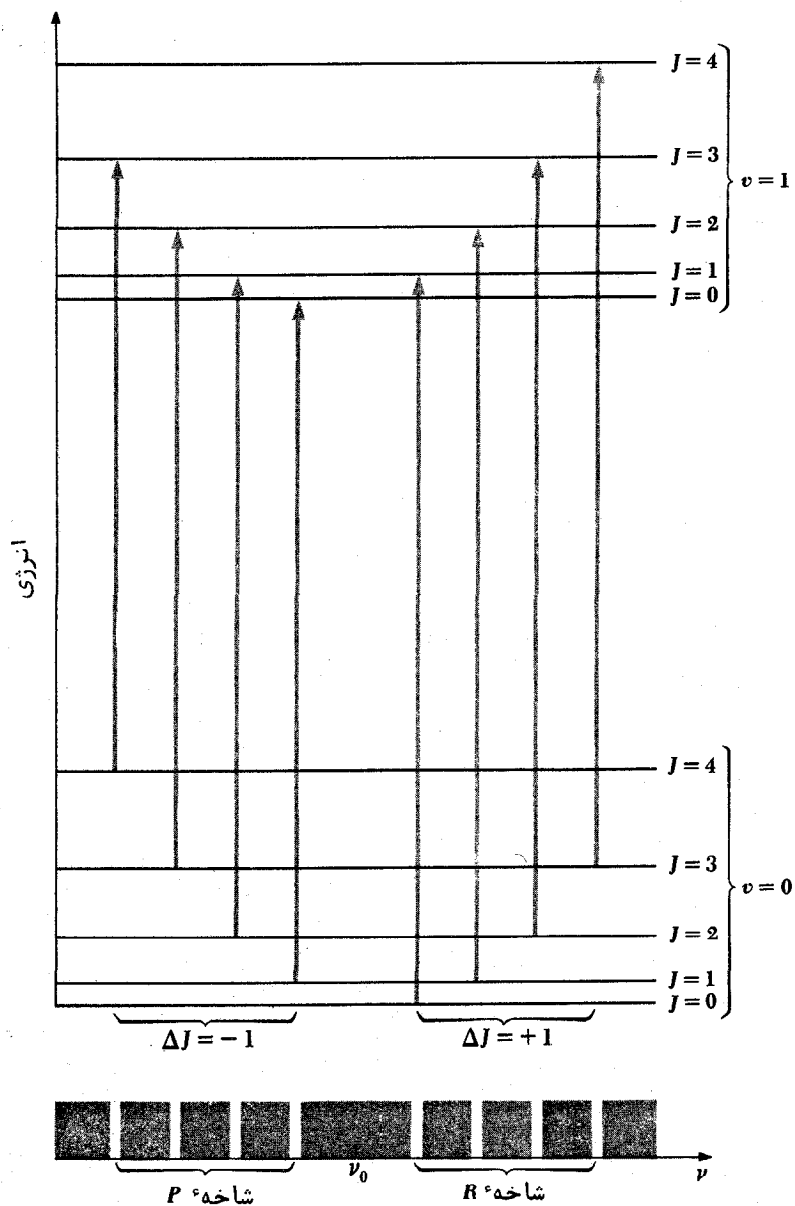


شکل (۸-۱۴) انرژی پتانسیل یک مولکول دو اتمی به صورت تابعی از فاصله بین اتمی، ترازهای انرژی ارتعاشی و چرخشی را نشان می‌دهد.

تراز دیگر را نشان می‌دهند. در طیفهایی که از یک طیف‌نما با قدرت تفکیک ناکافی بدست می‌آیند خطوط بصورت یک رگه پهن به نام نوار چرخش - ارتعاش ظاهر می‌شوند. با اولین تقریب، ارتعاشات و چرخشهای یک مولکول مستقل از یکدیگر به وجود می‌آیند و ما می‌توانیم اثرات اعوجاج گریز از مرکز و اثرات غیر هماهنگی را نیز نادیده بگیریم. تحت این شرایط، ترازهای انرژی یک مولکول دو اتمی به وسیله فرمول زیر مشخص می‌گردند.

$$E_{v,j} = (v + \frac{1}{2}) \hbar \sqrt{\frac{k}{m'}} + J(J+1) \frac{\hbar^2}{2I} \quad (8-17)$$

شکل ۸-۱۵ ترازهای ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ برای حالت‌های ارتعاشی $v=0$ و $v=1$ به همراه خطوط طیفی در جذب را که با قواعد گرینش $\Delta v = +1$ و $\Delta J = -1$ سازگارند، نشان می‌دهد. گذارهای $v=0$ به $v=1$ به دو شاخه تقسیم می‌شوند، شاخه P که در آن $\Delta J = -1$



شکل (۸-۱۵) ساختار چرخشی پرشهای $v=0$ به $v=1$ در یک مولکول دو اتمی. در $\nu \dots \nu$ (شاخه Q) هیچ خطی به علت قاعده گزینش $\Delta J = \pm 1$ وجود ندارد.

است (یعنی $J \rightarrow J-1$) و شاخه R که در آن $\Delta J = +1$ است ($J \rightarrow J+1$). از معادله ۸-۱۷ بسامدهای خطوط طیفی در هر شاخه به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}\nu_P &= \frac{E_{1,J-1} - E_{0,J}}{h} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'}} + [(J-1)J - J(J+1)] \frac{\hbar}{4\pi I} \\ &= \nu_0 - J \frac{\hbar}{2\pi I} \quad J = 1, 2, 3, \dots\end{aligned}$$

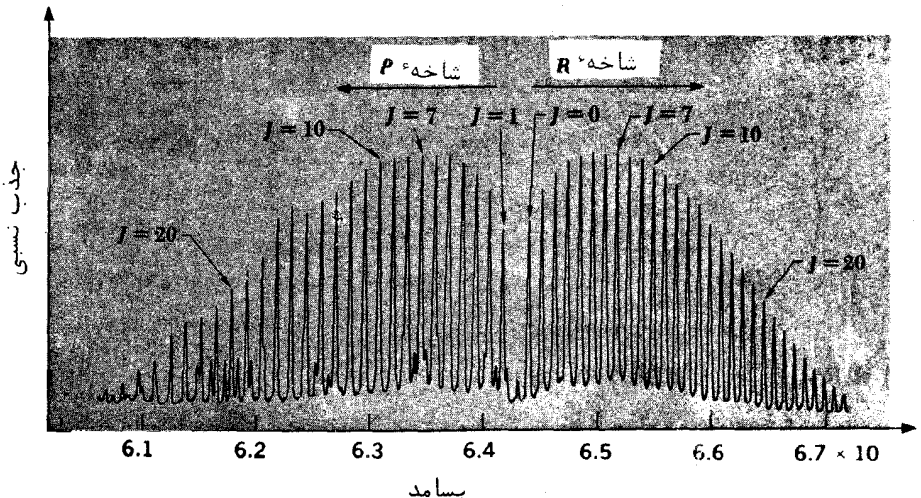
شاخه P (۸-۱۸)

و

$$\begin{aligned}\nu_R &= \frac{E_{1,J+1} - E_{0,J}}{h} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'}} + [(J+1)(J+2) - J(J+1)] \frac{\hbar}{4\pi I} \\ &= \nu_0 + (J+1) \frac{\hbar}{2\pi I} = 0, 1, 2, \dots\end{aligned}$$

شاخه R (۸-۱۹)

در $\nu = \nu_0$ خطی وجود ندارد، زیرا گذارهایی که برای آنها $\Delta J = 0$ است در مولکولهای دو اتمی ممنوع می‌شوند. فاصله بین خطوط در هر دو شاخه P و R عبارت است از $\Delta\nu = \hbar/2\pi I$ ؛ از این رو، گشتاور لختی یک مولکول را می‌توان از طیف ارتعاش - چرخش فرو قرمز، و نیز از طیف چرخش - محض که موجش، معین کرد. شکل ۸-۱۶ نوار جذبی ارتعاش - چرخش

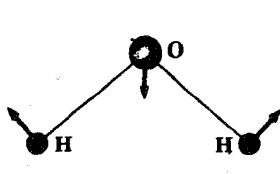
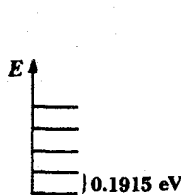


شکل (۸-۱۶) نوار جذبی ارتعاش - چرخش $\nu = 0$ به $\nu = 1$ در CO تحت قدرت تفکیک زیاد خطوط توسط مقدار J در حالت چرخشی اولیه تعیین می‌شوند.

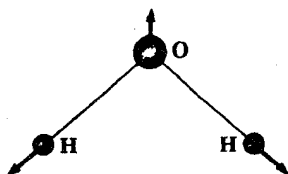
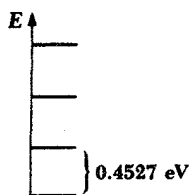
$\nu = 0$ به $\nu = 14$ در CO را نشان می دهد .

یک مولکول که شامل اتمهای زیادی است ، می تواند تعداد زیادی مدهای معمولی مختلف ارتعاشی داشته باشد . بعضی از این مدها تمام مولکول را در برمی گیرند (شکل های ۸-۱۷ و ۸-۱۸) ، ولی سایر مدها فقط گروههایی از اتمها را در برمی گیرند که ارتعاشاتشان کم و بیش بطور مستقل از بقیهء مولکول روی می دهد .

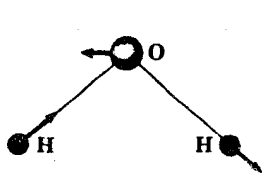
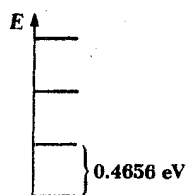
بدین ترتیب ، گروه -OH دارای یک بسامد ارتعاشی مشخصه $10^{14} \times 1/1$ Hz و گروه -NH₂ دارای یک بسامد $10^{14} \times 1/5$ است . بسامد ارتعاشی مشخصهء یک گروه کربن - کربن



خمش متقارن

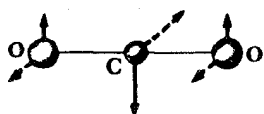
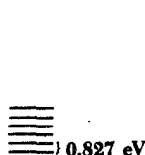


کشش متقارن

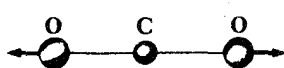
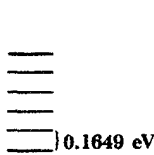


کشش نامتقارن

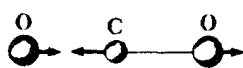
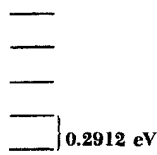
شکل (۸-۱۷) مدهای معمولی ارتعاش مولکول H₂O و ترازهای انرژی هر مد .



خمش متقارن



کشش متقارن



کشش پاد متقارن

شکل (۸-۱۸) مدهای معمولی ارتعاش مولکول CO₂ و ترازهای انرژی هر مد . در خمش

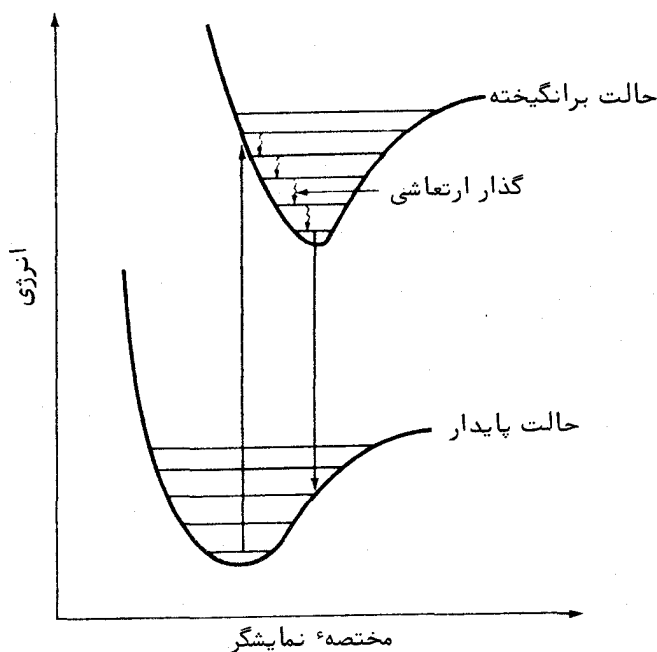
متقارن می تواند در دو صفحه عمود بر یکدیگر روی دهد .

به تعداد پیوندهای بین اتمهای C بستگی دارد: گروه $\text{C}-\text{C}-$ حدود $10^{13} \times 3/3$ Hz و گروه $\text{C}=\text{C}$ حدود $10^{13} \times 5$ Hz و گروه $\text{C}\equiv\text{C}$ حدود $10^{13} \times 6/7$ Hz ارتعاش می‌کند. (همان گونه که انتظار داشتیم، هر چه تعداد پیوندهای کربن-کربن بیشتر باشد، مقدار ثابت نیرو k بزرگتر و بسامد زیادتر خواهد بود). در هر حالت، بسامد به مولکول خاصی یا به محل قرار گرفتن در مولکول گروه بستگی ندارد. این استقلال طیفهای ارتعاشی را در تعیین ساختارهای مولکولی وسیله با ارزشی می‌سازد. یک نمونه اسید تیواستیک است که ساختارش ممکن است بطور قابل حصولی $\text{CH}_3\text{CO}-\text{SH}$ یا $\text{CH}_3\text{CS}-\text{OH}$ باشد. طیف جذبی فروقرمز اسید تیواستیک دارای خطوطی است با بسامدهایی مساوی بسامدهای ارتعاشی گروههای $\text{C}=\text{O}$ و $\text{SH}-$ ؛ ولی خطوطی ندارد که مطابق با گروههای $\text{C}=\text{S}$ یا OH باشد، بنابراین، انتخاب اول صحیح است

۸-۸ طیفهای الکترونی مولکولها

انرژیهای چرخش و ارتعاش در یک مولکول از حرکت هسته‌های اتمیش ناشی می‌شوند. زیرا هسته‌ها اساساً "در برگیرنده" تمام جرم مولکول هستند. الکترونهای مولکولی همچنین می‌توانند به ترازهای انرژی بالاتری از ترازهای انرژی مطابق با حالت پایدار مولکول برانگیخته شوند، گر چه فاصله این ترازها از فاصله ترازهای چرخشی یا ارتعاشی خیلی بیشتر است. گذارهای الکترونی، تابش در قسمت‌های مرئی یا فرابنفش طیف را در برمی‌گیرد و با هر گذار یک سری از خطوط با فاصله نزدیک، به نام یک نوار، ظاهر می‌شود که ناشی از وجود حالت‌های چرخشی و ارتعاشی مختلف در هر حالت الکترونی است (شکل ۴-۱۳ را ببینید) تمام مولکولها طیفهای الکترونی به نمایش می‌گذارند، زیرا یک تغییر گشتاور دو قطبی همیشه با یک تغییر در آرایش الکترونی یک مولکول همراه است. بنابراین، مولکولهای هم هسته، نظیر H_2 و N_2 ، که طیفهای چرخشی یا ارتعاشی ندارند زیرا فاقد گشتاورهای دو قطبی دائمی هستند، در عین حال طیفهای الکترونی دارند که دارای ساختارهای ریز چرخشی و ارتعاشی هستند که موجب می‌شوند گشتاورهای لختی و ثابت‌های نیروی پیوندی آنها مشخص شود.

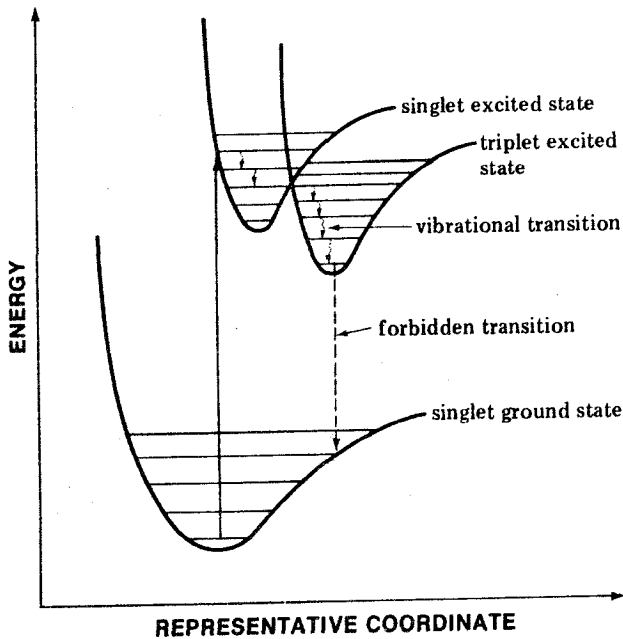
برانگیختگی الکترونی در یک مولکول چند اتمی اغلب به تغییری در شکل مولکول منجر می‌شود که می‌توان این تغییر شکل را از ساختار ریز چرخشی در طیف نواریش مشخص کرد. منشاء چنین تغییراتی در خصوصیات مختلف توابع موج الکترون‌ها در حالت‌های متفاوت نهفته است که به شکلهای هندسی مختلف مربوطه منجر می‌شود. مثلاً، "مولکول هیدرید - برلیوم، BeH_2 ، در یک حالت خطی ($\text{H}-\text{Be}-\text{H}$) و در حالت دیگر خمیده ($\text{H}-\text{Be}-\text{H}$) است."



شکل (۸-۱۹) منشأ فلورسانس، بسامد تابش گسیل شده از بسامد تابش جذب شده کمتر است.

یک مولکول در یک حالت الکترونی برانگیخته به طرق متعدد می‌تواند انرژی از دست بدهد و به حالت پایداری برگردد. البته، مولکول ممکن است فقط فوتونی گسیل کند که بسامد آن همان بسامد فوتونی باشد که جذب کرده است و بدین طریق در یک مرحله به حالت پایداری برگردد. امکان دیگر فلورسانس است؛ مولکول ممکن است مقداری از انرژی ارتعاشی را در برخورد با سایر مولکولها از دست بدهد، به طوری که گذار تابشی از یک تراز ارتعاشی پایین در حالت الکترونی بالاتر ناشی می‌شود (شکل ۸-۱۹). بنابراین، تابش فلورسانس دارای بسامدی پایین‌تر از بسامد تابشی جذب شده است. فلورسانس برانگیخته شده توسط نور فرابنفش کاربردهای بسیاری دارد، بویژه در شناسایی مواد معدنی و ترکیبات بهره‌ی بیوشیمی.

در طیفهای مولکولی، مانند طیفهای اتمی، گذارهای تابشی بین حالت‌های الکترونی با اسپین کل مختلف ممنوع می‌شوند (به بخش ۷-۱۱ مراجعه کنید). شکل ۸-۲ وضعیتی را نشان می‌دهد که مولکول در حالت پایداری ($S=0$) یگانه‌اش یک فوتون جذب می‌کند و به یک حالت برانگیخته یگانه ارتقاء می‌یابد. در برخوردها، مولکول می‌تواند گذارهای بدون



شکل (۸-۲۰)

تابش به یک تراز ارتعاشی پایین تر را تحمل کند که این تراز ممکن است بطور اتفاقی تقریباً دارای انرژی مساوی انرژی یکی از ترازها در حالت برانگیخته ($S=1$) سه گانه باشد و در آن صورت احتمال دارد که یک گذار به حالت سه گانه صورت گیرد. برخوردهای بیشتر در حالت سه گانه انرژی مولکول را به پایین انرژی نقطه تعادل دو تراز می‌رسانند، به گونه‌ای که اکنون انرژی در حالت سه گانه محبوس است و سرانجام به تراز $v=0$ می‌رسد. یک گذار تابشی از یک حالت سه گانه به یک حالت یگانه طبق قواعد گزینش "ممنوع" است که واقعاً مفهومش این نیست که وقوع این امر غیر ممکن است بلکه فقط احتمال انجام آن خیلی کم است. از این رو، چنین گذارهایی نیمه عمرهای خیلی طولانی دارند و تابش فسفر سانس حاصل ممکن است دقایق یا حتی ساعاتی پس از جذب اولیه گسیل شود.

مسائل

- ۱- انرژی جنبشی متوسط مولکولها در یک نمونهٔ نئیدروژن در چه دمایی با انرژی پیوندیشان برابر خواهد بود؟

۲- انرژیهای یونیزاسیون H_2 و H به ترتیب 15.7 eV و 13.6 eV می باشند. علت اختلاف آنها چیست؟

۳- خط جذبی چرخشی $J=0$ به $J=1$ در $^{12}C^{16}O$ در $11 \times 10^{11} / 153 \text{ Hz}$ و در ^{16}O در $11 \times 10^{11} / 102 \text{ Hz}$ روی می دهد. عدد جرمی ایزوتوپ کربن ناشناخته را پیدا کنید.

۴- انرژیهای پایین ترین چهار حالت انرژی چرخشی و مولکولهای H_2 و D_2 را که در آن D نشان دهنده اتم دیتروم 2H است، محاسبه کنید.

۵- طیف چرخشی HCl شامل طول موجهای زیر است:

$$\begin{array}{ll} 5 \text{ m} - 12/03 \times 10^5 & 5 \text{ m} - 6/89 \times 10^5 \\ 5 \text{ m} - 9/60 \times 10^5 & 5 \text{ m} - 6/04 \times 10^5 \\ 5 \text{ m} - 8/04 \times 10^5 & \end{array}$$

اگر ایزوتوپهای درگیر H و ^{35}Cl باشند، فاصله بین هسته های ئیدروژن و کلر در یک مولکول HCl را پیدا کنید. (جرم ^{35}Cl ، $35 \text{ kg} - 26 \times 10^{-26} / 81$ است)

۶- مطلوب است محاسبه بسامد کلاسیکی چرخش یک جسم صلب که انرژی برای حالت های $J=J$ و $J+1$ از J معادله $8-8$ به دست می آید و نشان دهید که بسامد خط طیفی همراه با گذار بین این حالتها، بینابین بسامدهای چرخشی حالتها است.

۷- وقتی که یک مولکول ^{35}Cl Hg 200 یک گذار چرخشی از $J=1$ به $J=0$ را تحمل می کند، یک فوتون 404 Cm گسیل می کند. فاصله بین اتمی در این مولکول را پیدا کنید. (جرمهای Hg 200 و ^{35}Cl به ترتیب $25 \text{ kg} - 26 \times 10^{-26} / 32$ و $26 \text{ kg} - 26 \times 10^{-26} / 81$ هستند).

۸- خطوط طیف چرخشی HBr به اندازه $5/88 \text{ mm}$ در طول موج با هم فاصله دارند. فاصله بین اتمی در HBr را پیدا کنید. (راهنمایی: چون اتم Br تقریباً 80 برابر از پروتون سنگین تر است، جرم کاهش یافته یک مولکول HBr را می توان فقط جرم پروتون در نظر گرفت).

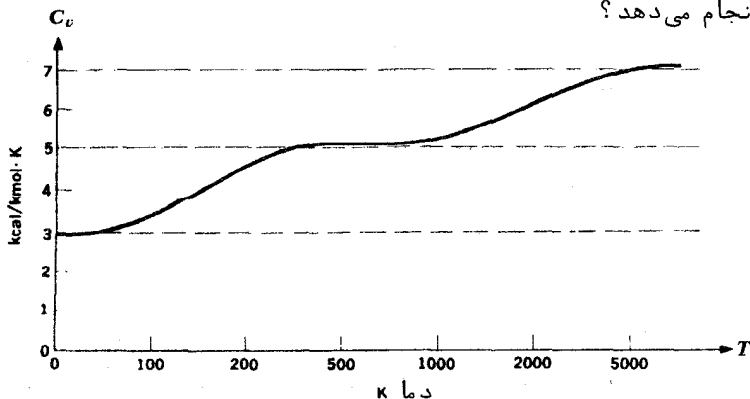
۹- رفتار مولکول H_2 را دقیقاً "مانند یک نوسان کننده هماهنگ با ثابت نیروی 573 N/m فرض کنید و عدد کوانتومی ارتعاشی مربوط به انرژی گسستگی $4/5 \text{ eV}$ آن را پیدا کنید.

۱۰- پیوند بین اتمهای ئیدروژن و کلردر یک مولکول ^{35}Cl H یک ثابت نیروی 516 N/m دارد. آیا احتمال دارد که یک مولکول HCl در اولین حالت ارتعاشی برانگیخته اش در دمای اتاق به ارتعاش درآید؟

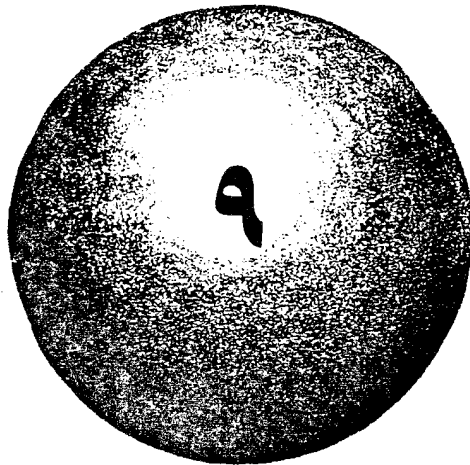
۱۱- جرم اتمی دیتروم ایزوتوپ ئیدروژن تقریباً "دو برابر جرم اتمی ئیدروژن معمولی است. انرژی نقطه صفر H_2 بیشتر است یا انرژی نقطه صفر HD ؟ چگونه این انرژی در انرژیهای پیوندی دو مولکول تأثیر می گذارد؟

۱۲- ثابت نیروی مولکول ${}^{19}\text{F}$ $9/66 \text{ N/m}$ است. بسامد ارتعاشی مولکول را پیدا کنید.

۱۳- گرمای ویژه مولی مشاهده شده گاز ئیدروژن در حجم ثابت در شکل ۸-۲۱ بر حسب دمای مطلق ترسیم شده است (مقیاس دما لگاریتمی است). چون هر درجه آزادی (یعنی، هر مد متعلق به انرژی) در یک مولکول گاز تقریباً $1 \text{ kcal / kmol} \cdot \text{K}$ در گرمای ویژه گاز سهمیم است، این منحنی به این صورت قابل تفسیر است که فقط حرکت انتقالی با سه درجه آزادی برای مولکولهای ئیدروژن در دماهای خیلی پایین امکان پذیر است. در دماهای بالاتر، گرمای ویژه تقریباً $5 \text{ kcal/kmol} \cdot \text{K}$ می رسد که نشان دهنده این است که دو درجه آزادی بیشتر قابل حصولند و در دماهای باز هم بالاتر گرمای ویژه تقریباً $7 \text{ kcal/kmol} \cdot \text{K}$ می رسد که دو درجه آزادی مجدداً "بیشتر را نشان می دهد". جفت های درجه های آزادی اضافه شده بترتیب نشان دهنده چرخش و ارتعاش هستند: چرخش، که می تواند حول دو محور مستقل عمود بر محور متقارن مولکول H_2 روی دهد و ارتعاش که در آن دو درجه آزادی مطابق است با مدهای انرژی جنبشی و پتانسیل که مولکول داراست. (الف) این تفسیر شکل ۸-۲۱ را با محاسبه دماهایی که در آن دما kT برابر است با انرژی چرخشی کمینه و انرژی ارتعاشی کمینه ای که یک مولکول H_2 می تواند داشته باشد، ثابت کنید. فرض کنید که ثابت نیروی پیوندی در H_2 573 N/m و فاصله اتمهای H از یکدیگر $7/42 \times 10^{-11} \text{ m}$ است. (در این دماها، تقریباً "نیمی از مولکولها بترتیب می چرخند یا ارتعاش می کنند، گرچه در هر حالت بعضی از مولکولها در حالت های بالاتری از $J=1$ یا $v=1$ قرار می گیرند). (ب) برای توجیه وجود فقط دو درجه آزادی چرخشی در مولکول H_2 ، دمایی را محاسبه کنید که در آن دما kT برابر است با انرژی چرخشی کمینه ای که یک مولکول H_2 برای چرخش حول محور متقارنش می تواند داشته باشد. (ج) یک مولکول H_2 با $J=1$ و $v=19$ در هر ارتعاش چند چرخش انجام می دهد؟



شکل (۸-۲۱) گرمای ویژه مولی ئیدروژن در حجم ثابت.



مکانیک آماری

- ۱-۹ آمار ماکسول - بولتز من^۱
- ۲-۹ انرژیهای مولکولی در یک گاز ایده‌آل
- ۳-۹ لیزر
- ۴-۹ آمار کوانتومی
- ۵-۹ تابش جسم سیاه
- ۶-۹ فرمول ریلی - جینز^۲
- ۷-۹ قانون تابش پلانک
- ۸-۹ گرمای ویژه جامدات
- ۹-۹ الکترونهاي آزاد در یک فلز
- ۱۰-۹ توزیع انرژی الکترون

1. Maxwell - Boltzmann

2. Rayleigh - Jeans

مکانیک آماری

شاخه‌ای از فیزیک بنام مکانیک آماری چگونگی رابطه بین خواص میکروسکوپی سیستمی متشکل از تعداد زیادی ذره و خواص میکروسکوپی خود آن ذرات را نشان می‌دهد. همانگونه که از نامش پیداست، مکانیک آماری با حرکت‌های واقعی یا برهمکنشهای ذرات منفرد کاری ندارد، بلکه در عوض با محتملترین رفتار آن‌ها سروکار دارد. در حالی که مکانیک آماری نمی‌تواند در تعیین تاریخ عمر یکی از ذرات در یک سیستم به ما کمک کند، قادر است ما را از احتمال این که ذره در یک لحظه معین مقدار معینی انرژی دارد، آگاه کند. چون پدیده‌های زیادی در دنیای فیزیکی شامل سیستم‌هایی از ذرات بسیاری می‌باشند، ارزش تحلیل آماری این پدیده‌ها روشن است. مکانیک آماری را به علت کلیت بخشایش می‌توان با سهولت یکسان در سیستم‌های کلاسیکی (بویژه مولکولها در یک گاز) در سیستم‌های مکانیک-کوانتومی (بویژه فوتونها در یک حفره و الکترون‌ها در یک فلز) به کار گرفت و این علم یکی از قویترین ابزارهای یک فیزیکدان نظری است.

۹-۱ آمار ماکسول - بولتزمن

آنچه که مکانیک آماری انجام می‌دهد تعیین محتملترین راهی است که بدان طریق یک مقدار کل معین از انرژی میان اعضای یک سیستم از ذرات در تعادل گرمایی در دمای مطلق T توزیع می‌شود؛ یعنی، چند ذره احتمال دارد انرژی ϵ_1 داشته باشند، چند ذره انرژی ϵ_2 داشته باشند و غیره. فرض بر این است که ذرات بر یکدیگر و بر دیواره‌های ظرفشان بدان حد برهمکنش دارند که برای برقراری تعادل گرمایی کافی است ولی نه به آن حد که حرکتهایشان شدیداً "به هم مربوط شوند". ممکن است بیش از یک حالت ذره مطابق با یک انرژی معین ϵ باشد و اگر ذرات تابع اصل انحصار نباشند، بیش از یک ذره ممکن است در یک حالت معین باشد. بحث اساسی مکانیک آماری این است که هر چه تعداد W راه‌های مختلفی که در آن ذرات را بتوان در میان حالت‌های موجود مرتب کرد تا یک توزیع خاص انرژی‌ها را به دست دهد بیشتر باشد، توزیع محتملتر است. فرض بر این است که هر حالت یک انرژی معین بطور مساوی احتمال اشغال شدن دارد، یک فرض قابل قبول اما فرضی که توجیه

نهایتش (همان طور که در معادله^{۲-۹} شرو دینگر چنین است) این است که نتایجی با کمک آن حاصل می شود که با آزمایش سازگاری دارد.

روش، یافتن یک عبارت عمومی برای W برای نوع ذراتی است که مورد بررسی قرار می گیرند و سپس بیشینه ساختن W در شرایطی که سیستم از تعداد ثابتی از ذرات تشکیل شده باشد (بجز موقعی که ذرات فوتون یا معادلهای صوتی آنها موسوم به فونها هستند) و نیز دارای یک مقدار ثابت انرژی باشد. در هر حالت نتیجه عبارتی است برای $n(\epsilon)$ ، تعداد ذرات با انرژی ϵ که دارای شکل زیر است:

$$n(\epsilon) = g(\epsilon)f(\epsilon) \quad (1-9)$$

که $g(\epsilon)$ = تعداد حالت های انرژی ϵ

= وزن آماری مربوط به انرژی ϵ

$f(\epsilon)$ = تابع توزیع

= میانگین ذرات در هر حالت با انرژی ϵ

= احتمال اشغال هر حالت با انرژی ϵ

وقتی که به جای یک توزیع گسسته، توزیع پیوسته ای از انرژیها وجود دارد، $g(\epsilon) d\epsilon$ ، تعداد حالتها با انرژیهای بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ ، جانشین $g(\epsilon)$ می شود.

نخست سیستمی از ذرات یکسان را بررسی می کنیم که بقدر کافی از یکدیگر دور هستند تا قابل تشخیص باشند. (در عبارتهای کوانتمی، توابع موج ذرات به میزان ناچیزی روی یکدیگر را می پوشانند). این ذرات رفتار کلاسیکی دارند و اسپینهایشان با این رفتار نامربوط است. مولکولهای یک گاز ذراتی از این نوع هستند و تابع توزیع ماکسول - بولتزمن در مورد آنها صدق می کند.

$$f_{MB}(\epsilon) = A e^{-\epsilon/kT} \quad \text{تابع توزیع ماکسول - بولتزمن} \quad (2-9)$$

مقدار A به تعداد ذرات در سیستم بستگی دارد و در این جا نقشی مشابه نقش ثابت هنجار سازی یک تابع موج ایفا می کند. طبق معمول، k ثابت بولتزمن است که مقدارش عبارت است از:

$$\begin{aligned} k &= 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K} \\ &= 8.617 \times 10^{-5} \text{ eV/K} \end{aligned}$$

استخراج معادله ۲-۹ تا اندازه ای پیچیده است و برای مقاصد این کتاب ضروری نیست بنابراین در ضمیمه III آمده است. لکن، نشان دادن این که معادله ۲-۹ تنها فرمولی است که می تواند درست باشد کار مشکلی نیست. حال دو ذره را که انرژی ترکیبیشان ϵ است و جزئی از یک سیستم ذرات دیگر از همان نوع می باشند، بررسی می کنیم. راههای مختلفی

وجود دارند که می‌توان انرژی‌ها را بین دو ذره تقسیم کرد، اما بقیه سیستم تحت تأثیر این طرق تقسیم قرار نمی‌گیرد زیرا همان مقدار مانده انرژی قبلی را برای تقسیم میان اعضایش دارا می‌باشد. چون هر یک از راهها که در آن بتوان انرژی را بین ذره ۱ و ۲ تقسیم کرد دارای احتمال یکسانی همچون راههای دیگر است، احتمال $P(\epsilon_1, \epsilon_2)$ برای یک تقسیم به یک ϵ_1 و ϵ_2 خاص باید با احتمال $P'(\epsilon)$ که دو ذره در درجه اول بین خود دارای انرژی کل $\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2$ هستند متناسب باشد. مثلاً، اگر بر حسب اتفاق پنج راه وجود دارد که در آنها ذرات می‌توانند انرژی را تقسیم کنند، پس احتمال $P(\epsilon_1, \epsilon_2)$ که آن نوع مخصوص ϵ_1 ، ϵ_2 روی دهد، $\frac{1}{5}P'(\epsilon)$ است. از آن جا که $P'(\epsilon)$ تابعی از ϵ است، $P(\epsilon_1, \epsilon_2)$ هم تابعی از ϵ می‌باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P(\epsilon_1, \epsilon_2) = P'(\epsilon) = P''(\epsilon_1 + \epsilon_2)$$

رابطه دیگری وجود دارد که $P(\epsilon_1, \epsilon_2)$ باید تابع آن باشد. احتمال $f(\epsilon_1)$ که یک ذره از سیستم در یک حالت انرژی ϵ_1 باشد مستقل از احتمال $f(\epsilon_2)$ است که ذره دیگری در حالتی از انرژی ϵ_2 باشد. احتمال برای روی دادن دو واقعه مستقل مساوی است با حاصل ضرب احتمالات جداگانه آنها: احتمال این که با شیر یا خط کردن سکه دو بار به طور متوالی شیر بیاید $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ است. این بدان معنی است که احتمال $P(\epsilon_1, \epsilon_2)$ برای هر دو حالت که اشغال شوند عبارت است از حاصل ضرب $f(\epsilon_1)$ و $f(\epsilon_2)$:

$$P(\epsilon_1, \epsilon_2) = f(\epsilon_1)f(\epsilon_2)$$

بنابراین عبارت زیر باید درست باشد که:

$$f(\epsilon_1)f(\epsilon_2) = P''(\epsilon_1 + \epsilon_2)$$

می‌بینیم که معادله ۹-۲ دارای این مشخصات است، زیرا به کار بردن آن برای $f(\epsilon_1)$ و $f(\epsilon_2)$ عبارت زیر را به دست می‌دهد.

$$f(\epsilon_1)f(\epsilon_2) = (Ae^{-\epsilon_1/kT})(Ae^{-\epsilon_2/kT}) = A^2e^{-(\epsilon_1 + \epsilon_2)/kT}$$

که تابعی است از $\epsilon_1 + \epsilon_2$ آن گونه که لازمست. فقط یک تابع نمایی به این طریق رفتار می‌کند، گر چه از نظر ریاضی نما می‌توانست مثبت و یا منفی باشد. اما یک نمای مثبت $f(\epsilon) = Ae^{\epsilon/kT}$ را به دست خواهد داد که از نظر فیزیکی هیچ مفهومی ندارد، زیرا مبین این خواهد بود که یک ذره با انرژی بی‌نهایت دارای احتمال بی‌نهایت خواهد بود.

مسئله: عبارتی برای فراوانیهای نسبی حالت‌های چرخشی یک مولکول دو اتمی صلب به دست آورید.

حل: برای چنین مولکولی معادله ۸-۸ حالت‌های انرژی به دست می‌دهد

که بر حسب عدد کوانتم چرخشی J عبارت است از:

$$\epsilon_J = J(J+1) \frac{\hbar^2}{2I}$$

بیش از یک حالت چرخشی ممکن است با یک I خاص مطابقت داشته باشد، زیرا مؤلفه J_z در هر سمت مشخص شده‌ای از اندازه حرکت زاویه‌ای L ممکن است هر مقداری بصورت مضربهای \hbar از \hbar تا $-\hbar$ که $2J+1$ مقدار ممکن است داشته باشد. هر یک از $2J+1$ سمتگیری ممکن L یک حالت کوانتمی مجزایی تشکیل می‌دهد و بنابراین

$$g(J) = 2J + 1$$

اگر تعداد مولکولها در حالت $J=0$ ، n_0 باشد، در این صورت از معادله ۹-۱ و ۹-۲ تعداد n_J در حالت $J=J$ عبارت است از:

$$n_J = g(J)f(J) = (2J+1)n_0 e^{-J(J+1)\hbar^2/2IKT}$$

مثلاً، "حالت $J=۷$ در منواکسید کربن در ۲۰°C متراکم‌ترین حالت می‌شود. شدت‌های خطوط چرخشی در یک طیف مولکولی متناسب با فراوانی نسبی ترازهای انرژی چرخشی گوناگون می‌باشند. شکل ۸-۱۶ نوار ارتعاشی - چرخشی CO برای گذار ارتعاشی $v=0 \rightarrow v=1$ را با خطوط شناخته شده برطبق مقدار J تراز چرخشی اولیه نشان می‌دهد. همان‌گونه که انتظار می‌رود شاخه‌های P و R هر دو در $J=۷$ مقدار بیشینه خود را دارند.

۹-۲ انرژیهای مولکولی در یک گاز ایده‌آل

با اثبات این که وابستگی $f(\epsilon)$ حاصل از معادله ۹-۲ صحیح است، اکنون باید درستی راهی را اثبات کنیم که در آن $f(\epsilon)$ با دمای T تغییر می‌کند. سازه $1/kT$ در نما بوضوح قابل قبول است، زیرا این احتمال که یک ذره، انرژی زیادی دارد باید با افزایش انرژی افزایش یابد، اما این تنها سازه‌ای نیست که چنین خاصیتی دارد. یک آزمایش قطعی‌تر این است که برای محاسبه انرژی داخلی کل E سیستمی از ذرات که برای آنها E معلوم است از معادله ۹-۲ استفاده می‌کنیم تا ببینیم که آیا دو مقدار باهم سازگارند. یک سیستم مناسب نمونه‌ای است از یک گاز ایده‌آل که حاوی N مولکول باشد. نظریه جنبشی بنیادی گازها نشان می‌دهد که فقط اگر انرژی جنبشی مولکولی متوسط $\frac{3}{2}kT$ باشد، قانون گاز ایده‌آل شکل صحیح $pV = NkT$ را خواهد داشت، به گونه‌ای که انرژی مولکولی کل باید $E = \frac{3}{2}NkT$

باشد. ببینیم حاصل معادله ۹-۲ چیست.

کوانتومش انرژی در حرکت انتقالی مولکولهای گاز نامحسوس است و تعداد کل مولکولها N در یک نمونه معمولاً "خیلی زیاد است". بنابراین، منطقی است که به جای مجموعه گسسته $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots$ ، توزیع پیوسته‌ای از انرژیهای مولکولی را بررسی کنیم. اگر $n(\epsilon) d\epsilon$ تعداد مولکولهایی باشد که انرژیهای آنها بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ قرار می‌گیرند، معادله ۹-۱ را می‌توان بصورت زیر نوشت.

$$n(\epsilon) d\epsilon = g(\epsilon) d\epsilon \times f(\epsilon) = \Lambda g(\epsilon) e^{-\epsilon/kT} d\epsilon \quad (3-9)$$

اولین کار پیدا کردن $g(\epsilon) d\epsilon$ ، تعداد حالتی است که انرژیهای بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ دارند. یک مولکول با انرژی ϵ ، اندازه حرکت P دارد که بزرگیش p از رابطه زیر مشخص می‌شود.

$$p = \sqrt{2m\epsilon} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} \quad (4-9)$$

هر مجموعه‌ای از مؤلفه‌های اندازه حرکت p_x, p_y, p_z حالتی متفاوت از حرکت را مشخص می‌کند. همان‌گونه که در شکل ۹-۱ مشاهده می‌شود، یک فضای اندازه حرکت را در نظر می‌گیریم که محورهای مختصات p_x, p_y, p_z هستند. تعداد حالتی $g(p) dp$ با اندازه حرکتی که بزرگیهای آنها بین p و $p + dp$ قرار می‌گیرند، متناسب است با حجم پوسته‌ای کروی در فضای اندازه حرکت با شعاع p و ضخامت dp که مساوی $4\pi p^2 dp$ است. از این رو

$$g(p) dp = B p^2 dp \quad (5-9)$$

که در آن B یک ثابت است. چون هر بزرگی اندازه حرکت p مطابق با یک انرژی منفرد ϵ است تعداد حالتی انرژی ϵ بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ برابر است با تعداد حالتی اندازه حرکت $g(p) dp$ بین p و $p + dp$ و بنابراین

$$g(\epsilon) d\epsilon = B p^2 dp \quad (6-9)$$

چون

$$p^2 = 2m\epsilon \quad \text{و} \quad dp = \frac{m d\epsilon}{\sqrt{2m\epsilon}}$$

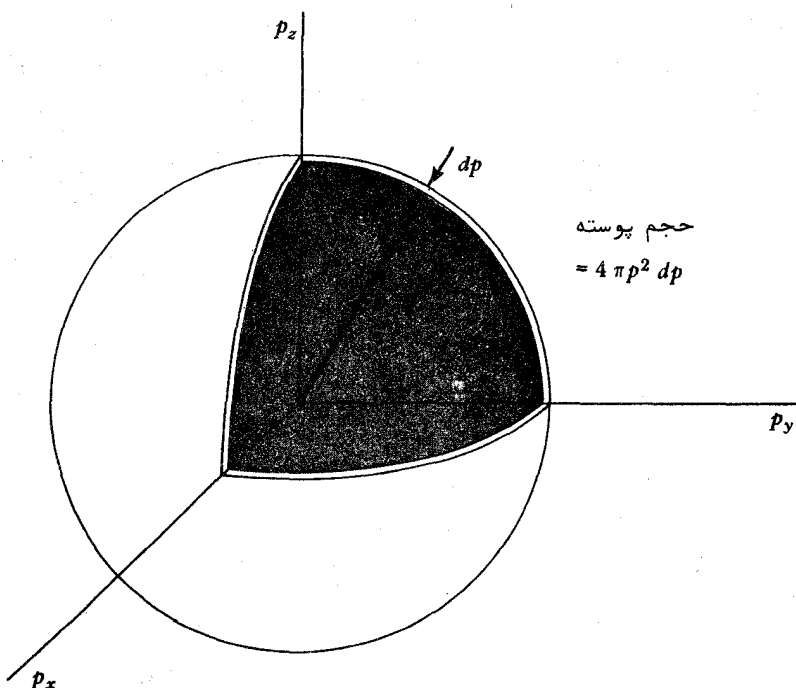
معادله ۹-۶ به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$g(\epsilon) d\epsilon = 2m^{3/2} B \sqrt{\epsilon} d\epsilon \quad (7-9)$$

و برای تعداد مولکولهایی با انرژیهای بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ داریم

$$n(\epsilon) d\epsilon = C \sqrt{\epsilon} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon \quad (8-9)$$

که در آن $C (= 2m^{3/2} AB)$ ثابتی است که باید محاسبه شود.



شکل (۹-۱) سخت‌جات در فضای اندازه حرکت p_x, p_y, p_z می‌باشند. تعداد حالت‌های اندازه حرکت قابل حصول به ذره‌ای با اندازه حرکتی که بزرگیش بین p و $p + dp$ باشد، متناسب است با حجم پوسته‌ای کروی در فضای اندازه حرکت بشعاع p و ضخامت dp .

برای پیدا کردن C از شرط بهنجار سازی که تعداد کل مولکولها N است، استفاده می‌کنیم به طوری که

$$N = \int_0^\infty n(\epsilon) d\epsilon = C \int_0^\infty \sqrt{\epsilon} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon \quad (9-9)$$

از جدول انتگرال‌های معین پی می‌بریم که

$$\int_0^\infty \sqrt{x} e^{-ax} dx = \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

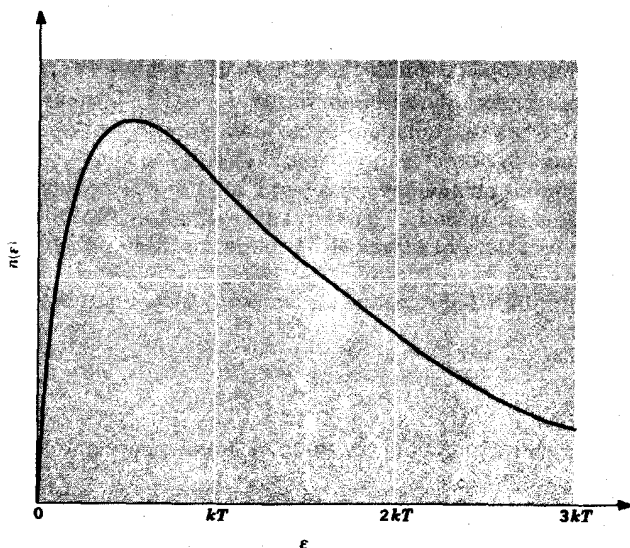
در این جا $a = 1/kT$ و در نتیجه

$$C = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} \quad N = \frac{C}{2} \sqrt{\pi} (kT)^{3/2} \quad (9-10)$$

و سرانجام

$$n(\epsilon) d\epsilon = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{\epsilon} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon \quad \text{توزیع انرژی مولکولی} \quad (9-11)$$

این فرمول تعداد مولکولها با انرژیهای بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ در نمونه‌ای از یک گاز ایده‌آل که N مولکول دارد و دمای مطلقش T است، ارائه می‌دهد. معادله ۹-۱۱ در شکل ۹-۲ برحسب kT رسم شده است. منحنی حول محتملترین انرژی متقارن نیست زیرا حد پایینی برای ϵ ، $\epsilon = 0$ است در حالی که در اصل حد بالایی وجود ندارد (گرچه احتمال انرژیهای چندین برابر بزرگتر از kT کم است).



شکل (۹-۲) توزیع انرژی ماکسول-بولتزمن برای مولکولهای یک گاز ایده‌آل.

آخرین مرحله، محاسبه انرژی داخلی کل سیستم است. انرژی داخلی سیستم با ضرب کردن $n(\epsilon) d\epsilon$ در انرژی ϵ و سپس با انتگرال گرفتن روی کلیه انرژیها از 0 تا ∞ ، به دست می‌آید.

$$E = \int_0^{\infty} \epsilon n(\epsilon) d\epsilon = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} \epsilon^{3/2} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon$$

با استفاده از انتگرال معین استاندارد

$$\int_0^{\infty} x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3}{4a^2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

داریم

$$E = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} \times \frac{3}{4} (kT)^2 \sqrt{\pi kT} = \frac{3}{2} NkT \quad \text{انرژی کل } N \text{ مولکول گاز} \quad (۹-۱۲)$$

این نتیجه درست است که تایید می‌کند که سازه $1/kT$ در نمای تابع توزیع ماکسول - بولتزمن معادله ۹-۲ به گونه‌ای مناسب وابستگی $n(\epsilon)$ به T را توصیف می‌کند .
انرژی متوسط یک مولکول گاز ایده‌آل E/N است یا

$$\bar{\epsilon} = \frac{3}{2} kT \quad \text{انرژی مولکولی متوسط} \quad (9-13)$$

که مستقل از جرم مولکول است ؛ یک مولکول سبک در یک دمای معین تندی متوسط بزرگتری از یک مولکول سنگین دارد . مقدار $\bar{\epsilon}$ در دمای اطاق تقریباً $5/54 \text{ eV}$ است .
یک مولکول گاز دارای سه مد انرژی انتقالی یا درجات آزادی است که مطابق با حرکات درجه‌های x, y, z است ، بنابراین ، می‌توانیم $\frac{1}{2} kT$ از انرژی را به هر درجه آزادی وابسته کنیم . این وابستگی یک وابستگی کاملاً " عمومی است . انرژی متوسط به ازای هر درجه آزادی از هر نهاد کلاسیکی که بخشی از یک سیستم چنین نهادهایی در تعادل گرمایی در دمای T باشد ، $\frac{1}{2} kT$ است . مثلاً ، یک نوسان کننده هماهنگ دو درجه آزادی دارد ، یکی مطابق با انرژی جنبشیش و دیگری مطابق با انرژی پتانسیل آن است ، بنابراین ، هر نوسان کننده در سیستمی از نوسان کننده‌ها دارای انرژی متوسط $kT = \frac{1}{2} kT \times 2$ است ، مشروط بر این که بتوان از کوانتومش صرف‌نظر کرد . (همان گونه که بعداً " خواهیم دید ، با اولین تقریب ، اتمهای یک جسم جامد مانند سیستمی از نوسان کننده‌های هماهنگ ، کلاسیکی رفتار می‌کنند) .
توزیع تندیهای مولکولی را می‌توان از معادله ۹-۱۱ با جایگزینی پیدا کرد .

$$\epsilon = \frac{1}{2} mv^2 \\ d\epsilon = mv \, dv$$

برای تعداد مولکولهایی با تندیهای بین v و $v + dv$ ، نتیجه عبارت است از :

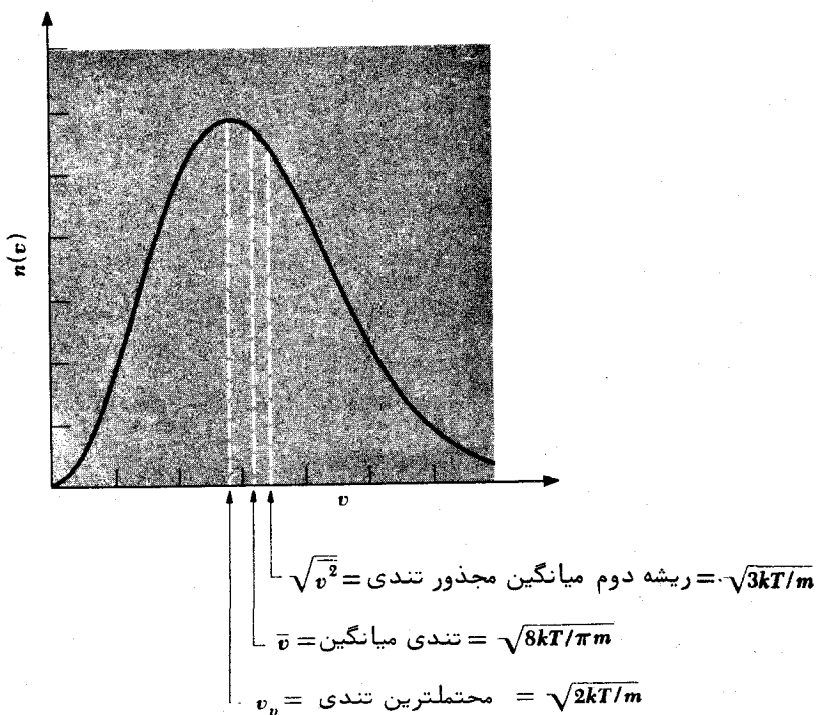
$$n(v) \, dv = \frac{\sqrt{2\pi} N m^{3/2}}{(\pi kT)^{3/2}} v^2 e^{-mv^2/2kT} \, dv \quad \text{توزیع تندی مولکولی} \quad (9-14)$$

این فرمول که اولین بار توسط ماکسول در سال ۱۸۵۹ م . به دست آمد در شکل ۹-۳ رسم شده است .

تندی یک مولکول با انرژی متوسط $\frac{3}{2} kT$ عبارت است از :

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad \text{ریشه دوم میانگین مجذور تندی} \quad (9-15)$$

چون $\frac{3}{2} kT \approx \frac{1}{2} mv^2$ است . این تندی را به v_{rms} نشان می‌دهند ، زیرا ریشه دوم میانگین



شکل (۹-۳) توزیع تندی ماکسول - بولتزمن

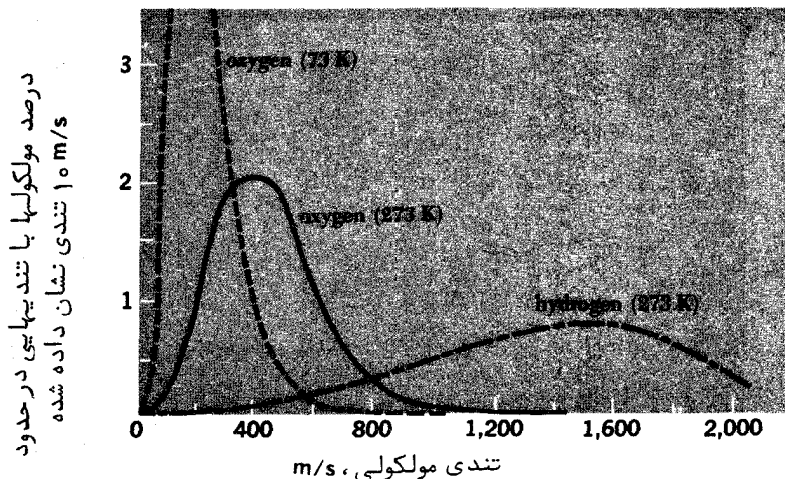
مجذور تندیهای مولکولی است - ریشه دوم میانگین مجذور تندی - و همانند تندی میانگین ساده \bar{v} نیست. رابطه بین \bar{v} و v_{rms} بستگی دارد به قانون توزیعی که تندیهای مولکولی در یک سیستم خاص از آن توزیع پیروی می کند. برای یک توزیع ماکسول - بولتزمن،

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3\pi}{8}} \bar{v} \approx 1.09\bar{v}$$

به گونه ای که ریشه دوم میانگین مجذور تندی حدود ۹ درصد بزرگتر از میانگین تندی است. چون توزیع تندی معادله ۹-۱۴ متقارن نیست، محتملترین تندی v_p از \bar{v} یا v_{rms} کوچکتر است، برای پیدا کردن v_p مشتق $n(v)$ نسبت به v را برابر صفر می گیریم و معادله منتهی برای v_p را حل می کنیم. نتیجه عبارت است از:

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad \text{محتملترین تندی} \quad (۹-۱۶)$$

تندیهای مولکولی در یک گاز بطور قابل ملاحظه ای در هر طرف v_p تغییر می کنند. شکل ۹-۴



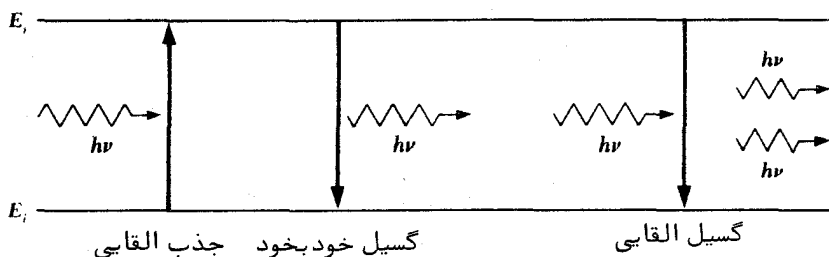
شکل (۴-۹)

توزیع تندیهها در اکسیژن در (-200°C) 73 K ، در اکسیژن در (0°C) 273 K و در هیدروژن در 273 K را نشان می‌دهد. محتملترین تنیدی با دما افزایش و با جرم مولکولی کاهش می‌یابد. بنابراین، تندیههای مولکولی در اکسیژن در 73 K بطور کلی کمتر از 273 K است و بطور کلی تندیههای مولکولی در 273 K در هیدروژن از تندیههای مولکولی در اکسیژن در همان دما بزرگترند. البته، انرژی متوسط مولکولی در 273 K در هر دو عنصر اکسیژن و هیدروژن یکسان است.

۳-۹ لیزر

سه نوع گذار که تابش الکترو مغناطیسی را در برمی‌گیرد می‌تواند بین دو تراز انرژی در یک اتم، تراز پایین‌تر و تراز بالاتر، روی دهد (شکل ۵-۹). اگر اتم در آغاز در حالت i باشد، با جذب فوتونی از نور که انرژی $h\nu = E_i - E_j$ است، می‌تواند به حالت j صعود کند. این فرآیند را جذب القایی می‌نامند. اگر اتم در آغاز در حالت بالاتر j باشد با گسیل فوتونی به انرژی $h\nu$ می‌تواند به حالت i سقوط کند؛ این فرآیند گسیل خودبخود است.

امکان سومی به نام گسیل القایی نیز وجود دارد که در آن فوتونی فرودی با انرژی $h\nu$ سبب گذاری از حالت بالاتر به حالت پایین‌تر می‌شود. گسیل القایی دارای همان احتمالی است که جذب القایی دارد؛ فوتونی با انرژی $h\nu$ که بر اتمی در حالت بالاتر j می‌تابد، احتمال



شکل (۵-۹) گذارهای بین دو تراز انرژی در یک اتم می‌توانند با جذب القایی، گسیل خودبخود و گسیل القایی به وقوع بپیوندند.

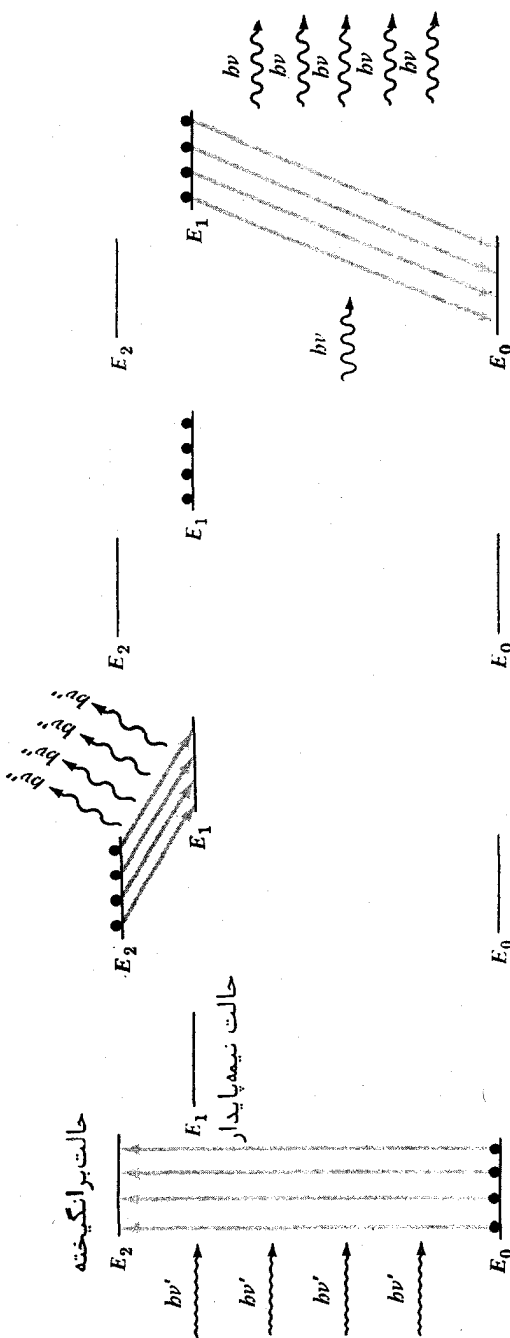
آن‌که این فوتون سبب گسیل فوتون دیگری یا انرژی $h\nu$ شود، برابر با احتمال جذب آن فوتون است موقعی که این فوتون بر اتمی در حالت پایین‌تر i بتابد. گسیل القایی مفاهیم جدیدی را در برنمی‌گیرد. یک قیاس نوسان‌کنندهء هماهنگ است، مثلاً، یک آونگ که نیروی سینوسی بر آن اعمال می‌شود که زمان تناوب نیروی سینوسی مساوی زمان تناوب طبیعی نوسان پاندول است. اگر نیروی اعمال شده دقیقاً "با حرکت‌های نوسانی آونگ همفاز باشد، دامنهء آونگ افزایش می‌یابد؛ این موضوع با جذب القایی انرژی مطابقت دارد. لکن، اگر نیروی اعمال شده با حرکت‌های نوسانی آونگ 180° اختلاف فاز داشته باشد، دامنهء آونگ کاهش می‌یابد؛ این موضوع با گسیل القایی انرژی مطابقت دارد.

بر طبق معادلهء ۲-۹ در سیستمی با تعادل گرمایی، نسبت بین عدد میانگین N_i اتمها در یک حالت بالاتر و عدد میانگین N_j در حالت پایین‌تر i عبارت است از:

$$\frac{N_i}{N_j} = e^{-(E_j - E_i)/kT} = e^{h\nu/kT}$$

چون $h\nu$ معمولاً از kT برای تابش اتمی خیلی بزرگتر است، در تعادل گرمایی فراوانیهای حالت‌های بالاتر به طور قابل توجهی از فراوانی پایین‌ترین حالت کوچکترند. فرض کنید نوری با بسامد ν را بر سیستمی می‌تابانیم که در آن اختلاف انرژی بین حالت پایدار و حالت برانگیخته $h\nu$ است. با وجود حالت بالاتر که بطور زیاد اشغال نشده باشد، گسیل القایی کمی وجود خواهد داشت و رویدادهای عمده که به وقوع می‌پیوندند عبارت خواهند بود از جذب فوتونهای فرودی توسط اتمها در حالت پایدار و تابش مجدد تصادفی خودبخود بعدی فوتونها با همان بسامد فرودی. (نسبتی معین از اتمهای برانگیخته انرژی خود را در برخورد‌ها آزاد خواهند کرد).

بعضی از سیستمهای اتمی می‌توانند فراوانیهای انرژی معکوس تحمل کنند که میزان



گسیل القایی موقتی روی می دهد

$$h\nu = E_1 - E_0$$

که فوتونهای E_0 E_1 فرودی، با فوتونهای ثانوی خودشان گذارهای بیشتری را القای کنند تا بهمنی از فوتونهای همدوس به وجود آید.

در بسیاری از اتمها

حالتهای نیمه پایدار اشغال

می شوند

$$E_0$$

گذار سریع به حالت

نیمه پایدار E_1 با

گسیل خودبخود

فوتونها یی با

$$h\nu'' = E_2 - E_1$$

(با به طریقی دیگر)

حالت پایدار

اتمها در حالت پایدار

توسط فوتونها یی با

$$h\nu' = E_2 - E_0 \text{ (یا در اثر)}$$

برخورد) به حالت

برده می شوند.

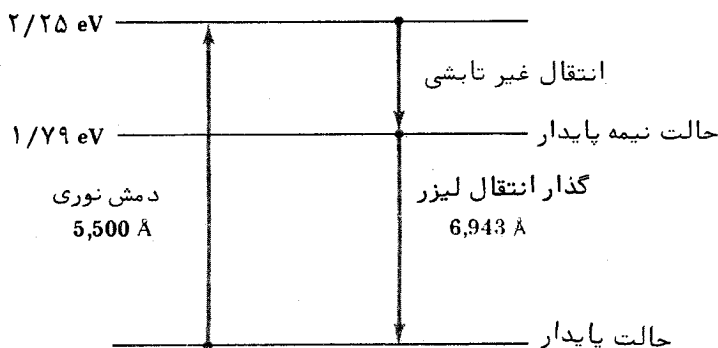
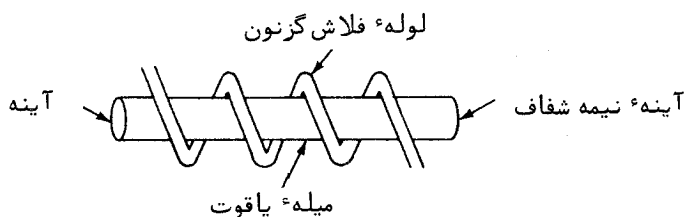
$$E_2$$

شکل (۶-۹) اصل لیزر

اشغال حالت بالاتر از حالت پایین‌تر بیشتر است. شکل ۹-۶ یک سیستم سد - ترازوی را نشان می‌دهد که در آن حالت میانی ۱ نیمه پایدار می‌باشد که مبین این است که گذار از این حالت به حالت پایدار توسط قوانین گزینش ممنوع است. با تابشی به بسامد $\nu' = (E_2 - E_0)/h$ می‌توان سیستم را به حالت بالاتر ۲ برد. (برخوردهای الکترونی راه دیگری هستند که سیستم را به حالت بالاتر می‌رسانند). اتمها در حالت ۲ در مقابل گسیل خودبخود از طریق یک گذار مجاز دارای عمری حدود 10^{-8} s هستند، بنابراین آنها تقریباً "بلافاصله به حالت نیمه پایدار ۱ (یا به حالت پایدار) سقوط می‌کنند. حالت‌های نیمه پایدار ممکن است در مقابل گسیل خودبخود دارای عمری بیش از 10^{-3} s باشند و بنابراین امکان دارد به بالا بردن حالت سیستم ادامه داد تا موقعی که در حالت ۱ فراوانی بیشتری از حالت صفر به وجود آید. اگر اکنون تابشی با بسامد $\nu = (E_1 - E_0)/h$ بر سیستم بتابانیم، گسیل القایی فوتونها با این بسامد از جذبان فراتر خواهندرفت زیرا اتمهای بیشتری در حالت بالاتر هستند و نتیجه خالص یک تابش خروجی با بسامد ν خواهد بود که از تابش ورودی تجاوز می‌کند. این اصل میزر (تقویت کهموج با گسیل القایی تابش) و لیزر (تقویت نور با گسیل القایی تابش) است.

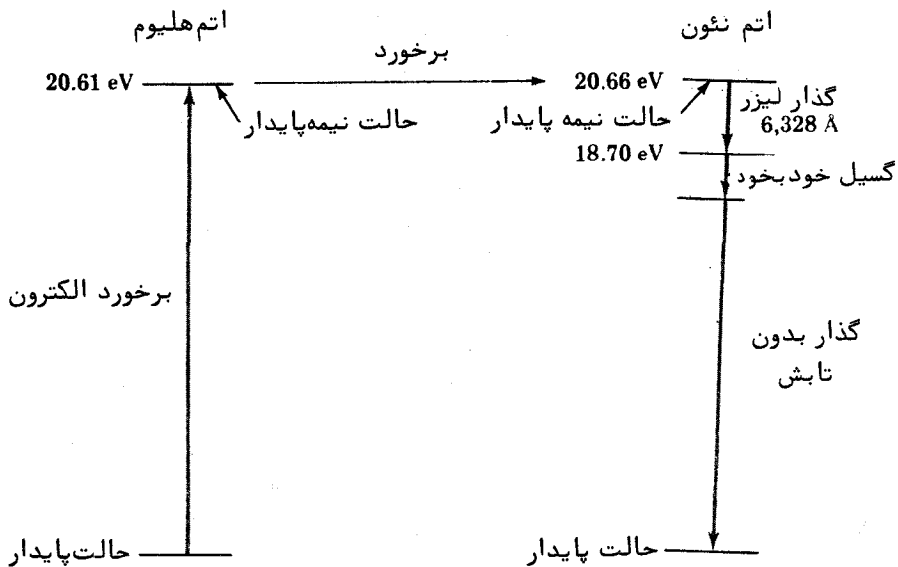
امواج تابشی از گسیل خودبخود، همان گونه که انتظار داریم غیر همدوس هستند که در فضا و زمان با فازهای تصادفی به هم مربوط می‌شوند، زیرا میان اتمهای درگیر هیچ گونه هماهنگی وجود ندارد. لکن، امواج تابشی از گسیل القایی با امواج القاکننده‌ای همدوسند که این امر یک میزر یا لیزر را ممکن می‌سازد تا باریکه‌ای کاملاً "همدوس تولید کند. یک باریکه لیزر خیلی بندرت واگرا می‌شود: باریکه ارسالی از زمین به آینه‌ای که توسط آپولوی ۱۱ در ماه نصب شده بود بقدر کافی باریک باقی ماند که در برگشتش به زمین آشکار شد، کل مسافت پیموده شده بیش از $\frac{3}{4}$ میلیون کیلومتر است. برای انجام این کار، باریکه نور تولید شده با هر منبع دیگری بیش از حد پخش می‌شد. باریکه‌های لیزر نسبت به باریکه‌های نور تولید شده از هر منبع دیگری شدت بیشتری دارند: برای رسیدن به چگالی انرژی معادل با آن چگالی که در بعضی از باریکه‌های لیزر موجود است، یک جسم سیاه (به بخش ۹-۵ مراجعه شود) باید به دمای 10^3 K برسد.

اولین لیزر با به کارگیری میله یاقوتی یا موفقیت به نتیجه رسید (شکل ۹-۷). یاقوت بلوری از اکسید آلومینیم Al_2O_3 ، است که در آن بعضی از یونهای Al^{3+} جانشین یونهای Cr^{3+} می‌شوند که رنگ قرمز به واسطه این یونها است. یک یون Cr^{3+} ترازوی نیمه پایدار دارد که عمرش تقریباً 10^{-5} s است. لامپ فلاش گزنون یونهای Cr^{3+} به ترازوی با انرژی بالاتر برانگیخته می‌کند که از این ترازوها با از دست دادن انرژی به دیگر یونها در بلور به



شکل (۹-۷) لیزر یاقوت

تراز نیمه پایدار سقوط می‌کند. از واپاشی خودبخود بعضی از یونها فوتونها بین دو سر آینه شده میلهء یاقوتی به جلو و عقب باز تابیده می‌شوند، سایر یونهای Cr^{3+} ، رانگیخته را تحریک می‌کنند تا تابش کنند. بعد از چند میکروثانیه، پالس بزرگی از نور قرمز همدوس تکفام از انتهای نیمه شفاف میله حاصل می‌شود. طول میله دقیقاً "مضرب صحیحی از نصف طول موجهاست، بنابراین تابش محبوس در آن یک موج ایستای نوری را تشکیل می‌دهد. چون گسیل‌های القایی با موج ایستا برانگیخته می‌شود، امواجشان همگی همگام با موج است. لیزر گاز هلیوم - نئون به طریق متفاوتی به معکوسی فراوانی می‌رسد. مخلوطی را که حدود ۷ قسمت آن هلیوم و یک قسمت آن نئون است در فشار پایینی (تقریباً "۱ میلیمتر جیوه) در لوله‌ای شیشه‌ای که دو آینهء موازی در دو انتها دارد قرار می‌دهیم، یکی از آینه‌ها تا اندازه‌ای شفاف است. فاصله آینه‌ها از هم مساوی مضرب صحیحی از نصف طول موجهای نور لیزر است. یک تخلیهء الکتریکی در گاز، به وسیلهء الکترودهای خارج از لولهء متصل شده به منبعی با جریان متناوب با بسامد زیاد، تولید می‌شود و برخوردها با الکترون‌ها از تخلیهء الکتریکی، اتمهای Ne و He را بترتیب به حالت‌های نیمه پایدار $20/61$ و $20/66 \text{ eV}$ بالای حالت‌های پایدارشان



شکل (۸-۹) لیزر هلیوم - نئون

برانگیخته می‌کنند (شکل ۸-۹). بعضی از اتم‌های He برانگیخته در برخوردها انرژی‌شان را به حالت پایدار اتم‌های Ne منتقل می‌کنند، همراه با $۵/۰۵ \text{ eV}$ انرژی اضافی که توسط انرژی جنبشی اتم‌ها تأمین می‌شود. بدین ترتیب، مقصود از اتم‌های He کمک به انجام یک معکوس فراوانی در اتم‌های Ne است.

گذار لیزر در Ne از حالت نیمه پایدار به انرژی $۶۶/۲۰ \text{ eV}$ با گسیل فوتونی به طول موج ۶۳۲۸ Å آنگستروم به حالتی برانگیخته به انرژی $۷۰/۱۸ \text{ eV}$ است. سپس، فوتون دیگری به طور خودبخود در یک گذار به یک حالت نیمه پایدار پایین‌تر گسیل می‌شود، حاصل این گذار فقط نور ناهمدوس است. انرژی برانگیختگی باقیمانده در برخورد با دیواره‌های لوله از بین می‌رود. چون برخوردهای الکترونی که اتم‌های He و Ne را تحریک می‌کنند تمام اوقات روی می‌دهند، برخلاف برانگیختگی پالسی از لامپ فلاش گزنون در لیزری یاقوتی، یک لیزر He-Ne بطور پیوسته عمل می‌کند.

در لیزر یاقوتی، اقلاً "نیمی از یونهای Cr^{3+} باید در حالت نیمه پایدار باشند. در غیر این صورت جذب القایی برگسیل القایی غلبه خواهد کرد و تقویت لیزر روی نخواهد داد. در لیزر He-Ne حالت نهایی گذار لیزری (تراز $۷۰/۱۸ \text{ eV}$ از Ne) بالای حالت پایدار است و از این رو در دماهای معمولی فراوانی زیادی ندارد که بدین معنی است که تعداد کمی اتم Ne

خواهند توانست فوتونهایی با بسامد لیزر را جذب کنند. به این دلیل کسری از اتمهای Ne که برای رویداد تقویت لیزری باید به ترتیب برانگیخته شوند می توانند از نصف کل اتمها خیلی کمتر باشند، مزیتی که در دیگر لیزرهای چهار ترازی مشترک است.

۹-۴: آمار کوانتومی

تابع توزیع ماکسول - بولتزمن برای سیستمهایی از ذرات یکسان که می توان آن ها را از یکدیگر تمیز داد، صدق می کند، یعنی ذراتی که توابع موجشان خیلی زیاد روی هم را نمی پوشانند. مولکولها در یک گاز مناسب این توصیفند و از آمار ماکسول - بولتزمن پیروی می کنند. اگر توابع موج به طور محسوسی روی هم را بپوشانند، وضعیت تغییر می کند زیرا اکنون ذرات را نمی توان تمیز داد، گر چه با این وجود می توان آن ها را شمارش کرد، در بخش ۷-۴ در باره نتایج کوانتم - مکانیکی تمیز ناپذیری بحث کردیم، در آن بخش دیدیم که سیستمهای ذرات با همپوشی توابع موج به دو طبقه تقسیم می شوند:

۱- ذرات با اسپینهای صفر یا صحیح که بوزونها نامیده می شوند. بوزونها از اصل انحصار پیروی نمی کنند و تابع موج یک سیستم از بوزونها تحت تأثیر تعویض هر زوج از آنها قرار نمی گیرد. تابع موجی از این نوع را متقارن می نامند. هر تعداد از بوزونها می توانند در یک حالت کوانتومی یکسان از سیستم وجود داشته باشند.

۲- ذرات با اسپینهای مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ ($\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$) که فرمیونها نامیده می شوند. فرمیونها از اصل انحصار پیروی می کنند و تابع موج یک سیستم از فرمیونها برحسب تعویض هر زوج از آنها تغییر علامت می دهد. تابع موجی از این نوع را پاد متقارن می نامند. فقط یک فرمیون می تواند در یک حالت کوانتومی خاص سیستم وجود داشته باشد.

حال ببینیم این طبقه بندی در احتمال $f(\epsilon)$ که حالت خاصی از انرژی ϵ اشغال شود، چه تفاوتی ایجاد خواهد کرد.

سیستمی از دو ذره ۱ و ۲ را که یکی در حالت u و دیگری در حالت b است، در نظر می گیریم. وقتی که ذرات قابل تشخیصند، برای اشغال حالتها، همان گونه که با توابع موج توصیف می شوند، دو امکان وجود دارد.

$$\psi_I = \psi_u(1) \psi_b(2) \quad (9-17)$$

$$\psi_{II} = \psi_b(2) \psi_u(1) \quad (9-18)$$

وقتی که ذرات قابل تشخیص نباشند، نمی توانیم بگوییم کدام یک از آنها در کدام حالت است و تابع موج باید ترکیبی از ψ_{II} و ψ_I باشد تا احتمالات مساوی آنها را منعکس سازد. همان طور که در بخش ۷-۴ دیدیم، اگر ذرات بوزون باشند، سیستم با تابع موج متقارن

توصیف می‌شود

$$\psi_B = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(1) \psi_b(2) + \psi_a(2) \psi_b(1)] \quad \text{بوزونها} \quad (19-9)$$

و اگر ذرات فرمیون باشند، سیستم با تابع موج پاد متقارن توصیف می‌شود.

$$\psi_F = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(1) \psi_b(2) - \psi_a(2) \psi_b(1)] \quad \text{فرمیونها} \quad (20-9)$$

سازه‌های $\frac{1}{\sqrt{2}}$ برای بهنجار کردن توابع موج لازمند.

اکنون می‌پرسیم چه احتمالی در هر وضعیت وجود دارد که هر دو ذره در یک حالت یکسان، مثلاً "a" باشند. برای ذرات قابل تشخیص، ψ_i از ψ_{ii} هر دو به صورت

$$\psi_M = \psi_a(1) \psi_a(2) \quad (21-9)$$

می‌شوند تا چگالی احتمال ذیل را به دست دهند.

$$\psi_M^* \psi_M = \psi_a^*(1) \psi_a^*(2) \psi_a(1) \psi_a(2) \quad (22-9)$$

برای بوزونها تابع موج بصورت

$$\psi_B = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(1) \psi_a(2) + \psi_a(1) \psi_a(2)] = \frac{2}{\sqrt{2}} \psi_a(1) \psi_a(2) \\ \sqrt{2} \psi_a(1) \psi_a(2) \quad (23-9)$$

می‌شود تا یک چگالی احتمال زیر را به دست دهد

$$\psi_B^* \psi_B = 2 \psi_a^*(1) \psi_a^*(2) \psi_a(1) \psi_a(2) = 2 \psi_M^* \psi_M \quad (24-9)$$

بدین ترتیب، احتمال این که هر دو بوزون در حالت یکسانی باشند، دو برابر آن احتمالی است که برای ذرات قابل تشخیص وجود دارد! تابع موج برای فرمیونها عبارت است از:

$$\psi_F = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(1) \psi_a(2) - \psi_a(1) \psi_a(2)] = 0 \quad (25-9)$$

غیر ممکن است که هر دو ذره در حالت یکسانی باشند، که این بیانی از اصل انحصار است. این نتایج را می‌توان تعمیم داد تا هر روی سیستمهایی با ذرات زیاد به کار رود. در سیستمی از بوزونها، حضور یک ذره در یک حالت کوانتومی معین، احتمال این را که دیگر ذرات در همان حالت یافت شوند، افزایش می‌دهد. در سیستمی از فرمیونها، حضور ذره‌ای در یک حالت معین، از بودن ذرات دیگر در آن حالت جلوگیری می‌کند. احتمال $f(\epsilon)$ که یک بوزون حالتی از انرژی ϵ را اشغال کند، عبارت است از:

$$f_{BE}(\epsilon) = \frac{1}{e^{a\epsilon/kT} - 1} \quad \text{تابع توزیع بوز-اینشتین} \quad (26-9)$$

و برای یک فرمیون، احتمال مساوی عبارت زیر می شود .

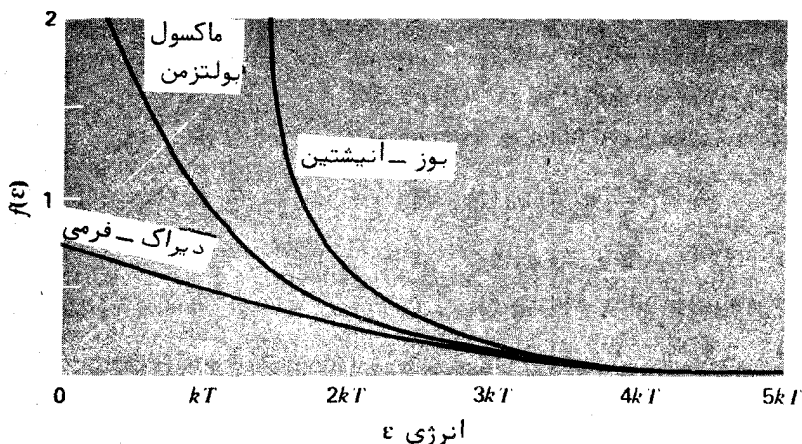
$$f_{FD}(\epsilon) = \frac{1}{e^{\alpha} e^{\epsilon/kT} + 1} \quad \text{تابع توزیع فرمی - دیراک} \quad ۲۷-۹$$

مقدار α به خواص سیستم خاص بستگی دارد و ممکن است تابعی از T باشد. این فرمولها در ضمیمه (۳) محاسبه می شوند.

عبارت ۱- درمخرج کسر معادله ۹-۲۶، احتمال افزوده شده اشغال چند گانه یک حالت انرژی توسط بوزونها در مقایسه با احتمال برای ذرات قابل تشخیص نظیر مولکولها را بیان می کند. عبارت ۱+ درمخرج کسر معادله ۹-۲۷ نتیجه ای است از اصل عدم قطعیت: هر مقداری را که α ، ϵ و T داشته باشند، $f(\epsilon)$ هرگز نمی تواند از ۱ تجاوز کند. در هر دو حالت، وقتی که $kT \gg \epsilon$ باشد، توابع $f(\epsilon)$ به تابع آماری ماکسول - بولتزمن نزدیک می شوند، معادله ۹-۲ شکل ۹-۹ مقایسه ای است از سه تابع توزیع به ازای $\alpha = -1$. بوضوح، $f_{BE}(\epsilon)$ برای بوزونها همیشه در یک نسبت معین ϵ/kT بزرگتر از تابع توزیع مربوطه برای مولکولها می باشد و $f_{FD}(\epsilon)$ برای فرمیونها همیشه از دو توزیع دیگر کوچکتر است.

از معادله ۹-۲۷ می بینیم که برای یک انرژی مساوی

$$\epsilon_F = -\alpha kT \quad \text{انرژی فرمی} \quad ۲۸-۹$$



شکل (۹-۹) مقایسه ای از سه تابع توزیع به ازای $\alpha = -1$. تابع بوز-اینشتین همیشه از تابع ماکسول - بولتزمن که یک تابع نمایی خالص است، بالاتر می باشد و تابع فرمی-دیراک همیشه از تابع ماکسول - بولتزمن پایین تر است. توابع، احتمال اشغال حالتی از انرژی ϵ در دمای مطلق T را به دست می دهند.

مقدار $f_{FD}(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon}$ است.

این انرژی که انرژی فرمی نامیده می‌شود، نظیرگاز الکترون در یک فلز، کمیت خیلی مهمی در سیستم فرمیونها است. تابع توزیع فرمی - دیراک برحسب ϵ_F عبارت است از

$$f_{FD}(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT} + 1} \quad \text{فرمی - دیراک} \quad (۲۹-۹)$$

برای ارزیابی اهمیت انرژی فرمی، سیستمی از فرمیونها را در $T = 0$ در نظر می‌گیریم و اشغال حالت‌هایی را که انرژی‌شان کمتر از ϵ_F و بزرگتر از ϵ_F هستند، بررسی می‌کنیم. آنچه که بدان پی می‌بریم این است:

$$T = 0, \epsilon < \epsilon_F: \quad f_{FD}(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT} + 1} = \frac{1}{e^{-\infty} + 1} = \frac{1}{0 + 1} = 1$$

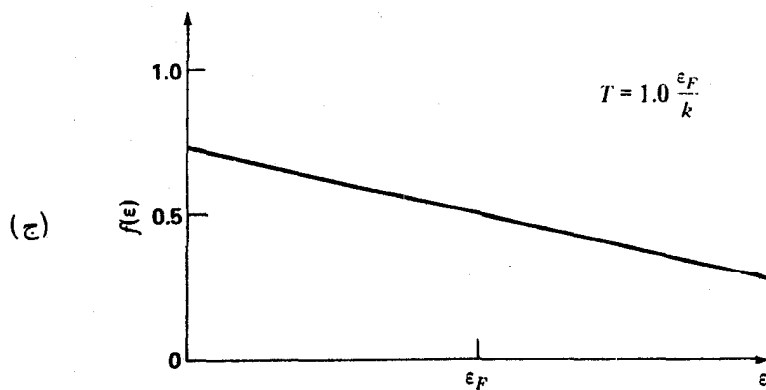
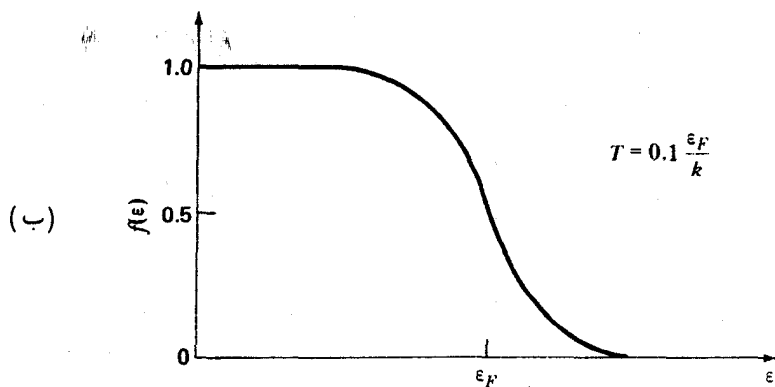
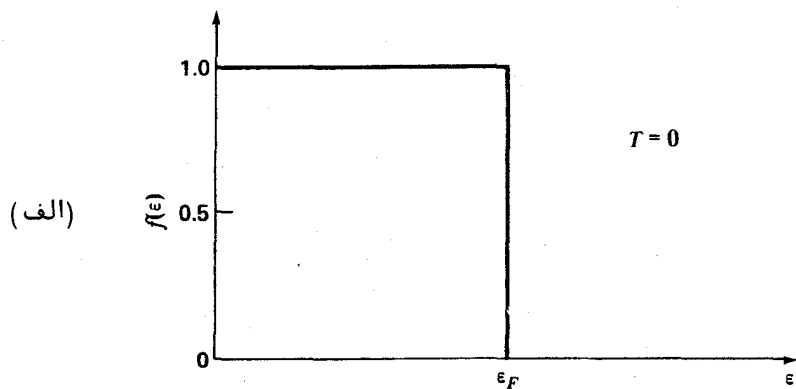
$$T = 0, \epsilon > \epsilon_F: \quad f_{FD}(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT} + 1} = \frac{1}{e^{\infty} + 1} = 0$$

بدین ترتیب، در صفر مطلق تمام حالت‌های انرژی تا ϵ_F اشغال می‌شوند و هیچ حالت انرژی در بالای ϵ_F اشغال نمی‌شود. "شکل ۹-۱ الف". اگر سیستمی شامل N فرمیون باشد، می‌توانیم انرژی فرمی سیستم ϵ_F را با پر کردن حالت‌های انرژی سیستم با N ذره به ترتیب افزایش انرژی با شروع از $\epsilon = 0$ محاسبه کنیم. بنابراین، بالاترین حالتی که اشغال می‌شود دارای انرژی $\epsilon_F = \epsilon$ خواهد بود. این محاسبه برای الکترون‌ها در یک فلز در بخش ۹-۹ انجام خواهد شد.

چون دما در بالای $T = 0$ افزایش می‌یابد، اما با داشتن kT هنوز خیلی کوچکتر از ϵ_F ، فرمیونها حالت‌های درست زیر ϵ_F را ترک خواهند کرد تا به حالت‌های درست بالای آن تغییر مکان دهند، همان‌گونه که در شکل ۹-۱ ب) مشهود است. در دماهای باز هم بالاتر، فرمیونها حتی از پایین‌ترین حالت شروع برانگیخته شدن به حالت‌های بالاتر خواهند کرد، بنابراین، $f_{FD}(\epsilon)$ به زیر ۱ سقوط خواهد کرد. در این شرایط، $f_{FD}(\epsilon)$ شکلی شبیه آن چیزی که در شکل ۹-۱ ج) آمده است، به خود خواهد گرفت که با پایین‌ترین منحنی در شکل ۹-۹ مطابقت دارد.

خواص سه تابع توزیع در جدول ۹-۱ خلاصه شده‌اند. قابل ذکر است که برای پیدا کردن تعداد واقعی $n(\epsilon)$ ذرات با یک انرژی ϵ ، توابع $f(\epsilon)$ بایستی در تعداد حالت‌های $g(\epsilon)$ با این انرژی ضرب شوند:

$$n(\epsilon) = g(\epsilon)f(\epsilon) \quad (۱-۹)$$



شکل (۹-۱۰) تابع توزیع برای فرمیونها در سه دمای مختلف

جدول ۹-۱ سه تابع توزیع آماری

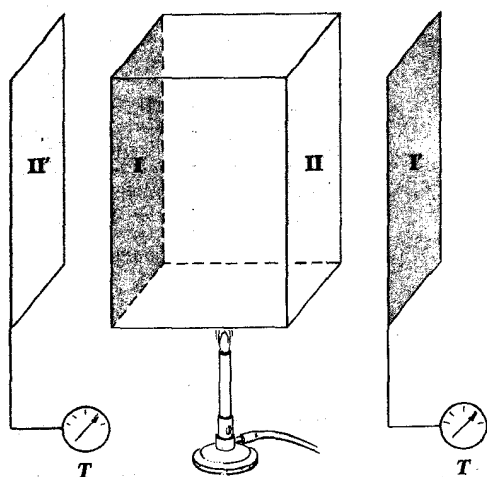
فرمی-دیراک	بوز-اینشتین	ماکسول-بولتزمن	
ذرات غیر قابل تشخیص یکسان که از اصل انحصار پیروی می‌کنند	ذرات غیر قابل تشخیص یکسان که از اصل انحصار پیروی نمی‌کنند	ذرات قابل تشخیص یکسان	کاربردهای سیستمهای یکسان
فرمیونها	بوزونها	کلاسیکی	رده ذرات
اسپین $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{5}{2}$ ؛ توابع موج نسبت به تعویض ذرات پاد متقارن هستند.	اسپین ۰، ۱، ۲؛ توابع موج نسبت به تعویض ذرات متقارن هستند.	هر اسپینی، ذرات به قدر کافی از هم دورند، بنابراین توابع موج روی هم را نمی‌پوشانند.	خواص ذرات
الکترونهای آزاد در یک فلز؛ الکترونها در ستاره‌ای که اتمهایش فرو ریخته‌اند (ستارگان کوتوله سفید)	فوتونها در یک حفره؛ فوتونها در یک جامد؛ هلیوم مایع در دماهای پایین	مولکولهای یک گاز	مثالها
$f_{FD}(e) = \frac{1}{e^{\epsilon/kT} + 1}$	$f_{BE}(e) = \frac{1}{e^{\epsilon/kT} - 1}$	$f_{MB}(e) = A e^{-\epsilon/kT}$	تابع توزیع (تعداد ذرات در هر حالتی با انرژی ϵ در دمای T)
هرگز در هر حالت بیش یک ذره وجود ندارد؛ در انرژیهای پایین، در هر حالت ذرات کمتری از ذرات f_{MB} هست؛ در انرژیهای زیاد به f_{MB} نزدیک می‌شود.	هیچ گونه محدودیتی در تعداد ذرات هر حالت وجود ندارد؛ در انرژیهای پایین در هر حالت ذرات بیشتری از ذرات f_{MB} وجود دارد؛ در انرژیهای زیاد به f_{MB} نزدیک می‌شود.	هیچ گونه محدودیتی در تعداد ذرات هر حالت وجود ندارد.	خواص توزیع

۵-۹ تابش جسم سیاه

هر ماده تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌دارد، که مشخصه آن به ماهیت و دمای ماده بستگی دارد. ما قبلاً "در باره طیفهای گسسته گازهای پیرانگیزتهای بحث کرده‌ایم که از گذارهای الکترونیکی داخل اتمهای منزوی ناشی می‌شوند. از سوی دیگر، اجسام چگال نظیر جامدات طیفهای پیوسته‌ای تابش می‌کنند که تمام بسامدها در آن وجود دارند؛ اتمها در یک جسم جامد آن قدر به هم نزدیکند که برهمکنش متقابل آنها تعداد زیادی حالت‌های کوانتومی همجوار به دست می‌دهد که از یک نوار پیوسته انرژیهای مجاز تشخیص داده نمی‌شوند.

توانایی یک جسم برای این که تابش‌کند به توانایی جذب تابشی آن جسم بطور نزدیکی مربوط می‌شود. این چیزی است که انتظار می‌رود، زیرا یک جسم در دمایی ثابت، با محیط اطرافش در تعادل گرمایی است و باید به همان میزانی که انرژی گسیل می‌دارد، از محیطش انرژی جذب کند. جسمی که تمام تابش تابانده شده را جذب کند، بدون توجه به بسامد آن، بهتر است که یک جسم ایده‌آل محسوب شود. چنین جسمی را یک جسم سیاه می‌نامند.

از راه تجربه نشان دادن این که یک جسم سیاه از هر جسم دیگری گسیل‌کننده بهتر تابش است، آسان می‌باشد. آزمایش نشان داده شده در شکل ۹-۱۱ دو جفت یکسان از سطوح ناهمسان را شامل می‌شود. بین سطوح I و II، هیچ گونه اختلاف دمایی مشاهده



شکل (۹-۱۱) سطوح I و II با یکدیگر یکسانند و از دو سطح یکسان II و II' متفاوتند.

نمی‌شود. سطوح I و I' در دمای معینی به میزان $e_1 \text{ W/m}^2$ تابش می‌کنند، در حالی که سطوح II و II' به میزان متفاوت e_2 تابش می‌کنند. سطوح I و I' کسری a_1 از تابشی که بر آنها می‌تابد، جذب می‌کنند، در حالی که II و II' کسر دیگری مثل a_2 را جذب می‌کنند. از این رو، I انرژی متناسب با $a_1 e_2$ از II جذب می‌کند و II انرژی متناسب با $a_2 e_1$ از I جذب می‌کند. چون I و II در یک دما باقی می‌مانند، رابطه زیر باید درست باشد که:

$$a_1 e_2 = a_2 e_1$$

$$\frac{e_1}{a_1} = \frac{e_2}{a_2}$$

و

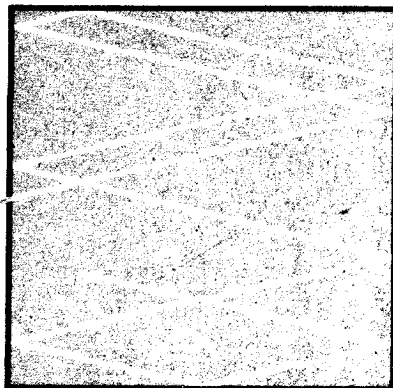
توانایی گسیل تابش یک جسم متناسب است با توانایی جذب تابش آن جسم. فرض کنیم که I و I' اجسام سیاه هستند، به طوری که $a_1 = 1$ ، در حالی که II و II' اجسام سیاه نیستند به طوری که $a_2 < 1$ است. از این رو،

$$e_1 = \frac{e_2}{a_2}$$

و چون $a_2 < 1$ است، $e_1 > e_2$ خواهد بود. یک جسم سیاه در دمای معینی از هر جسم دیگری سریعتر انرژی تابش می‌کند.

هدف از مطرح کردن جسم سیاه ایده آل در مبحث تابش گرمایی این است که اکنون می‌توانیم از ماهیت دقیق آنچه که تابش می‌شود، صرف نظر کنیم، زیرا تمام اجسام سیاه رفتار مشابهی دارند. در آزمایشگاه یک جسم سیاه را می‌توان به وسیله شیء توخالی که سوراخ خیلی کوچکی به درونش منتهی می‌شود، بطور تقریب در نظر گرفت (شکل ۹-۱۲)

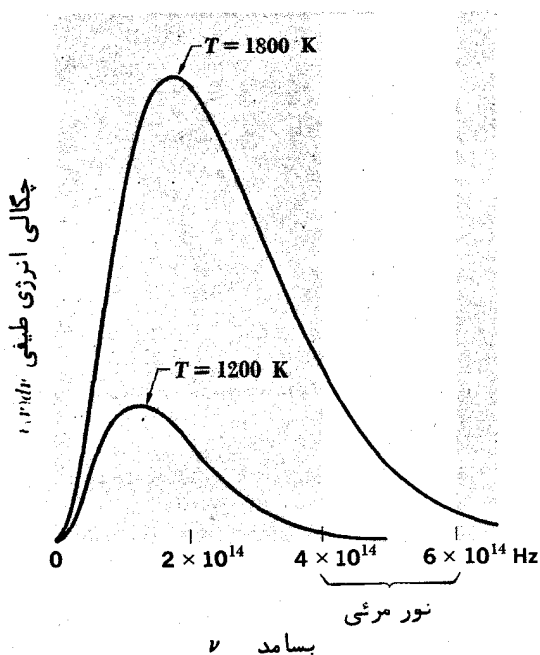
فرو
پرتو نور



شکل (۹-۱۲) سوراخی در دیواره شیء توخالی تقریب بسیار خوبی از یک جسم سیاه

است.

هر تابشی که به سوراخ برخورد می‌کند، وارد حفره می‌شود، جایی که تابش و بازتاب رفت و برگشت آن محبوس می‌شود تا این که جذب شود. دیواره‌های حفره دائماً "در حال گسیل و جذب تابش هستند و به این علت است که ما به خواص این تابش (تابش جسم سیاه) توجه داریم. به طور آزمایشی می‌توانیم به‌سادگی با بررسی آنچه از سوراخ خارج می‌شود از تابش جسم سیاه نمونه بگیریم. نتایج با تجربه روزمره ما سازگارند؛ یک جسم سیاه موقعی که گرم است بیشتر از موقعی که سرد است، تابش می‌کند و قله طیف جسم داغ نسبت به قله طیف جسم سردتر بسامد بالاتری دارد. رفتار یک میله آهنی را هنگامی که بطور تصاعدی به دماهای بالاتر حرارت داده می‌شود، متذکر می‌شویم: در آغاز میله به رنگ قرمز تیره می‌درخشد، سپس نارنجی مایل به قرمز روشن و سرانجام "سفید ملتهب" می‌شود. شکل ۹-۱۳ طیف تابش جسم سیاه برای دو دما را نشان می‌دهد.



شکل (۹-۱۳) طیفهای جسم سیاه. توزیع طیفی انرژی در تابش فقط به دمای جسم بستگی دارد.

۹-۶ فرمول ریلی - جینز

در پایان قرن نوزدهم، ریلی و جینز با کمک فیزیک کلاسیک در باره طیف جسم سیاه به تحقیق پرداختند، زیرا مفهوم کوانتومهای الکترومغناطیسی تا آن زمان ناشناخته بود.

آنها تابش در داخل یک حفره با دمای T را که دیواره‌هایش با زتابنده‌ای کاملی بودند بصورت یک سری موجهای الکترومغناطیسی ساکن ملاحظه کردند، این تابش در اصل تعمیمی سه بعدی از امواج ساکن در یک طناب کشیده شده است. لازمه امواج ساکن در چنین حفره‌ای این است که طول مسیر از دیوار تا دیوار، در هر جهتی، باید مضرب صحیحی از نصف طول موجها باشد، بطوری که در هر سطح باز تابنده گرهی ایجاد شود (شکل ۳-۹ را ببینید). اگر حفره مکعبی به طول l باشد، این شرط بدین معنی است که برای موجهای ساکن در جهات x ، y و z ، طول موجهای ممکن بترتیب عبارتند از:

$$j_x = \frac{2L}{\lambda} = 1, 2, 3, \dots$$

$$j_y = \frac{2L}{\lambda} = 1, 2, 3, \dots \quad (۳۰-۹)$$

$$j_z = \frac{2L}{\lambda} = 1, 2, 3, \dots$$

برای یک موج ساکن در هر جهت اختیاری، درستی رابطه زیر باید برقرار باشد.

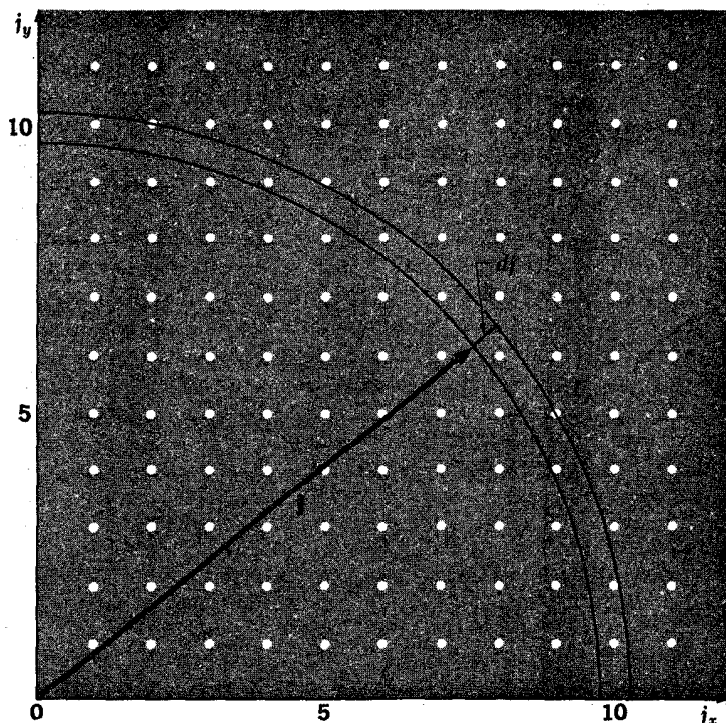
$$j_x^2 + j_y^2 + j_z^2 = \left(\frac{2L}{\lambda}\right)^2 \quad \begin{matrix} j_x = 0, 1, 2, \dots \\ j_y = 0, 1, 2, \dots \\ j_z = 0, 1, 2, \dots \end{matrix} \quad (۳۱-۹)$$

بنوعی که موج در دوانتهایش به گرهی ختم شود. (البته، اگر $j_x = j_y = j_z = 0$ باشد، موجی وجود نخواهد داشت، گرچه این امکان برای l ها وجود دارد که هر یکی یا هر دو تا از l ها مساوی صفر باشد.)

برای شمردن تعداد امواج ساکن $g(\lambda) d\lambda$ داخل حفره‌ای که طول موجهایش بین λ و $\lambda + d\lambda$ است، آنچه که باید انجام دهیم، شمردن تعداد مجموعه‌های مجاز مقادیر j_x ، j_y ، j_z است که طول موجهایی در این فاصله به دست می‌دهند. فضای z را که محورهای مختصات j_x ، j_y و j_z است، در نظر بگیرید. شکل ۹-۱۴ قسمتی از صفحه j_x-j_y از چنین فضایی را نشان می‌دهد. هر نقطه در فضای z با یک مجموعه مجاز مقادیر j_x ، j_y ، j_z مطابق است و بدین ترتیب با یک موج ساکن مطابقت دارد. اگر z برداری از مبدا تا نقطه خاص j_x ، j_y ، j_z باشد، بزرگیش عبارت است از:

$$j = \sqrt{j_x^2 + j_y^2 + j_z^2} \quad (۳۲-۹)$$

تعداد کل طول موجها بین λ و $\lambda + d\lambda$ مساوی تعداد نقاط در فضای z است که فواصل آنها از مبدا بین λ و $\lambda + d\lambda$ قرار می‌گیرد. حجم لایه کروی بشعاع z و ضخامت dz عبارت است از



شکل (۹-۱۴). هر نقطه در فضای z مطابق با یک موج ساکن ممکن است.

اما ما فقط علاقه مند به $\frac{1}{\lambda}$ این لایه هستیم که مقادیر مثبت z_x و z_y و z_z شامل می شود، به علاوه، برای هر موج ساکن که به این طریق شمرده شود، دو جهت عمود بر هم قطبش وجود دارد. از این رو، تعداد امواج ساکن مستقل در حفره عبارت است از

$$g(j) dj = 2 \times \frac{1}{8} \times 4\pi j^2 dj = \pi j^2 dj$$

از معادلات (۹-۳۱) و (۹-۳۲)

$$j = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2L\nu}{c}$$

$$dj = \frac{2L}{c} d\nu$$

و بنابراین معادله (۹-۳۳) را می توانیم به جای z ، برحسب ν بیان کنیم.

$$g(\nu) d\nu = \pi \left(\frac{2L\nu}{c} \right)^2 \frac{2L}{c} d\nu = \frac{8\pi L^3}{c^3} \nu^2 d\nu \quad (۹-۳۴)$$

حجم حفره V است به این معنی که تعداد امواج ساکن مستقل در حجم واحد عبارت است از:

$$G(\nu) d\nu = \frac{1}{V} g(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \quad \text{چگالی امواج ساکن در یک حفره} \quad (۳۵-۹)$$

معادله ۳۵-۹ مستقل از شکل حفره است، گرچه برای آسان کردن محاسبات از یک حفره مکعبی استفاده کرده ایم. هر چه بسامد بالاتر باشد، طول موج کوتاهتر و تعداد امواج ساکن که وجود دارند بیشتر خواهد بود که با شهود عینی موافق است.

مرحله بعد، پیدا کردن انرژی متوسط هر موج ساکن است. این جا، موردی است که فیزیک کلاسیکی و فیزیک کوانتومی از هم فاصله می گیرند. بر طبق قضیه کلاسیکی اصل هم ارزی انرژی، همان گونه که قبلاً ذکر شد، انرژی متوسط به ازای هر درجه آزادی از نهادی که جزئی از یک سیستم چنین نهادهایی در تعادل گرمایی در دمای T است، $\frac{1}{2} kT$ می باشد. هر موج ایستاده در یک حفره پیر شده از تابش مطابق با دو درجه آزادی برای یک مقدار انرژی کل $\bar{\epsilon}$ مساوی kT است. این نتیجه از این مشاهده حاصل می شود که هر موج از یک نوسان کننده در دیواره حفره ناشی می شود و چنین نوسان کننده ای دارای دو درجه آزادی است، یکی نشان دهنده انرژی جنبشی و دیگری نشان دهنده انرژی پتانسیل آن می باشد، بنابراین، بر طبق فیزیک کلاسیک، انرژی $u(\nu) d\nu$ در حجم واحد در حفره در فاصله بسامد از ν تا $\nu + d\nu$ عبارت است از:

$$u(\nu) d\nu = \bar{\epsilon} G(\nu) d\nu = kT G(\nu) d\nu \\ = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} d\nu \quad \text{فرمول ریلی - جینز} \quad (۳۶-۹)$$

حتی نظری اجمالی به فرمول ریلی - جینز نشان می دهد که این فرمول بطور چاره ناپذیری اشتباه است. همچنان که ν افزایش می یابد، که مطابق با ناحیه فرا بنفش طیف است، معادله ۳۶-۹ بیان می کند که میزان تابش انرژی بصورت ν^2 افزایش می یابد؛ در حد بسامد بی نهایت زیاد، $u(\nu) d\nu$ نیز به سمت بی نهایت میل می کند. در حقیقت، همان گونه که می توانیم از شکل ۱۳-۹ ببینیم، وقتی که $\nu \rightarrow \infty$ میل کند $u(\nu) d\nu \rightarrow 0$ میل می کند. اختلاف بین نظریه و تجربه بلافاصله بصورت یک اصل شناخته شد و به حق بصورت "ناحیه ماورای فرا بنفش" مشهور شد. این عدم موفقیت فیزیک کلاسیک بود که موجب شد ماکس پلانک در سال ۱۹۰۰ م. اظهار نظر کند که گسیل نور پدیده های کوانتومی است و بر این اساس فرمول صحیحی برای چگالی انرژی تابش جسم سیاه به دست آورد.

۷-۹ قانون تابش پلانک

چرا ریلی و جینز در اشتباه بودند؟ پاسخ این است که قضیه هم ارزی فقط برای توزیع پیوسته انرژیها معتبر است، در حالی که انرژی یک موج الکترومغناطیسی با بسامد ν (چنان که اکنون می‌دانیم) در حقیقت در واحدهایی از $h\nu$ کوانتیزه می‌شود. آنچه که باید انجام دهیم این است که امواج الکترومغناطیسی یک حفره را بصورت یک گاز فوتون در نظر بگیریم که تابع آمار بوز-اینشتین می‌باشد، زیرا اسپین یک فوتون ۱ است. بنابراین، تعداد متوسط فوتونها $f(\nu)$ در هر حالت انرژی $\epsilon = h\nu$ از معادله ۹-۲۶ تابع توزیع بوز-اینشتین به دست می‌آید.

مقدار α در معادله ۹-۲۶ به تعداد ذرات در سیستم در نظر گرفته شده بستگی دارد. اما نیازی نیست که تعداد فوتونها در یک حفره ثابت باشد؛ برخلاف مولکولهای گاز یا الکترونها، فوتونها در تمام اوقات به وجود می‌آیند و از بین می‌روند. گرچه انرژی تابشی کل در یک حفره باید ثابت بماند، ولی تعداد فوتونهایی که این انرژی را تشکیل می‌دهند، می‌توانند تغییر کنند. به واسطه روشی که توسط آن α در به دست آوردن معادله ۹-۲۶ تعریف می‌شود، غیر پایبندی فوتونها بدین معنی است که $\alpha = 0$ می‌باشد. از این رو، تابع توزیع بوز-اینشتین برای فوتونها عبارت است از:

$$f(\nu) = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{تابع توزیع فوتون} \quad (۹-۳۷)$$

معادله ۹-۳۵ برای تعداد امواج ساکن با بسامد ν در حجم واحد در یک حفره برای تعدادی از حالت‌های کوانتمی با بسامد ν معتبر است، زیرا فوتونها نیز دارای دو جهت قطبش هستند که با دو سمت‌گیری اسپین‌هایشان نسبت به جهات حرکتشان مطابقت دارند. (ما می‌توانیم اسپین یک فوتون را برحسب قطبش دایره‌ای یک موج الکترومغناطیسی که دارای دو جهت ممکن ساعت‌سو و پاد ساعت‌سو است، تصور کنیم) بنابراین، چگالی انرژی فوتونها در یک حفره عبارت است از:

$$u(\nu) d\nu = h\nu G(\nu) f(\nu) d\nu \\ = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{فرمول تابش پلانک} \quad (۹-۳۸)$$

معادله ۹-۳۸ فرمول تابش پلانک برای چگالی انرژی طیفی تابش جسم سیاه است که با

۱- ساعت سو: در جهت حرکت عقربه‌های ساعت.

۲- پاد ساعت سو: در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت.

منحنیهای آزمایشی نظیر منحنیهای شکل ۹-۱۳ سازگاری دارد.

لازم است مجدداً "توجه کنیم که بر طبق معادله ۹-۳۸ هر جسم با ماده چگال در هر دمایی تابش می‌کند. لزومی ندارد که برای تابش، یک شیء آن قدر داغ باشد که در ناحیه مرئی بطور مشهودی بدرخشد؛ مثلاً"، تابش از شیء در دمای اتاق عمده در قسمت فرو قرمز طیف است که چشم نسبت به آن حساس نیست. بدین ترتیب، هوای درون یک گلخانه از هوای بیرون گرمتر است، زیرا نور خورشید می‌تواند از پنجره‌هایش عبور کند اما تابش فرو قرمز حاصل از درون گلخانه نمی‌تواند از پنجره‌ها عبور کند.

از فرمول تابش پلانک دو نتیجه جالب می‌توان به دست آورد. برای پیدا کردن طول موجی با بزرگترین چگالی انرژی، معادله ۹-۳۸ را بر حسب طول موج بیان و $du(\lambda) d\lambda = 0$ را برای $\lambda = \lambda_{\max}$ حل می‌کنیم. از این راه به دست می‌آوریم

$$\frac{hc}{kT\lambda_{\max}} = 4.965$$

که مناسبتر است بصورت زیر بیان شود.

$$\begin{aligned} \lambda_{\max} T &= \frac{hc}{4.965k} \\ &= 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \end{aligned} \quad (9-39)$$

معادله ۹-۳۹ بنام قانون جابجایی وین معروف است. این قانون از نظر کمی این حقیقت تجربی را بیان می‌کند که همچنان که دما افزایش می‌یابد، قله طیف جسم سیاه به سوی طول موجهایی که بطور تصاعدی کوتاه‌ترند (بسامدهای بالاتر) جابجا می‌شود. نتیجه دیگری که می‌توان از معادله ۹-۳۸ گرفت، عبارت است از کل چگالی انرژی u در داخل حفره که مساوی انتگرال چگالی انرژی در تمام بسامدهاست.

$$u = \int_0^{\infty} u(\nu) d\nu = \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3} T^4 = aT^4$$

که a ثابت کلی است. کل چگالی انرژی متناسب است با توان چهارم دمای مطلق دیواره‌های حفره. بنابراین، انتظار داریم که انرژی تابیده شده توسط شیء در هر ثانیه در مساحت واحد با T نیز متناسب باشد، نتیجه‌ای که در قانون استفان - بولتزمن متجلی است:

$$R = e\sigma T^4 \quad \text{قانون استفان - بولتزمن} \quad (9-40)$$

مقدار ثابت استفان σ عبارت است از:

$$\sigma = \frac{ac}{4} = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

ضریب گسیل e به ماهیت سطح تابش کننده بستگی دارد و از صفر، برای منعکس کننده کاملاً که ابداً تابش نمی‌کند، تا ۱، برای یک جسم سیاه گسترش دارد.

مسأله: در یک سانتیمتر مکعب از تابش در تعادل گرمایی در 1000 K چه تعداد فوتون وجود دارد؟ انرژی متوسط آنها چه مقدار است؟
 حل: (الف) تعداد کل فوتونها در حجم واحد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{N}{V} = \int_0^\infty n(\nu) d\nu$$

که در آن $n(\nu) d\nu$ تعداد فوتونها در حجم واحد با بسامدهای بین ν و $\nu + d\nu$ است. زیرا چنین فوتونهایی دارای انرژیها $h\nu$ هستند

$$n(\nu) d\nu = \frac{u(\nu) d\nu}{h\nu}$$

که $u(\nu) d\nu$ چگالی انرژی به دست آمده از فرمول پلانک، معادله ۹-۳۸ است. از این رو، تعداد کل فوتونها در حجم V عبارت است از:

$$N = V \int_0^\infty \frac{u(\nu) d\nu}{h\nu} = \frac{8\pi V}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

اگر $h\nu/kT = x$ فرض کنیم، بنابراین $\nu = kTx/h$ و $d\nu = (kT/h)dx$ ، به طوری که

$$N = 8\pi V \left(\frac{kT}{hc}\right)^3 \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1}$$

انتهال معین عدد استاندارد است مساوی $2/405$. با قرار دادن مقادیر عددی کمیتها، $3 \times 10^{-6} \text{ m}^{-3} = 1 \text{ cm}^{-3}$ می‌بریم که

$$N = 2/027 \times 10^{10} \text{ فوتون}$$

(ب) انرژی متوسط فوتونها برابر است با انرژی کل در حجم واحد تقسیم

بر تعداد فوتونها در حجم واحد

$$\bar{\epsilon} = \frac{\int_0^\infty u(\nu) d\nu}{\int_0^\infty n(\nu) d\nu} = \frac{aT^4}{N/V}$$

از آن جا که $a = 4\sigma/c$ and $N = 2.405 \times 8\pi V (kT/hc)^3$

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sigma c^2 h^3 T}{2.405 \times 2\pi k^3} = 3.73 \times 10^{-20} \text{ J} = 0.233 \text{ eV}$$

۹-۸ گرماهای ویژه جامدات

تابش جسم سیاه تنها پدیده آشنایی نیست که توضیحش به مکانیک آماری کوانتومی نیاز دارد. پدیده دیگر روشی است که برطبق آن انرژی داخلی یک جسم جامد با دما تغییر می‌کند. گرمای ویژه مولی در حجم ثابت c_v یک جسم را بررسی می‌کنیم که انرژی است که باید به 1 kmol آن در حجم ثابت، اضافه شود تا دمایش 1 K بالا رود. گرمای ویژه در فشار ثابت، c_p ، ۳ تا ۵ درصد بیشتر از c_v جامدات است، زیرا این گرمای ویژه کار مربوط به تغییر حجم و نیز تغییر در انرژی داخلی را شامل می‌شود.

انرژی داخلی یک جسم جامد در ارتعاشات ذرات تشکیل دهنده‌اش که ممکن است اتمها یونها یا مولکولها باشند، نهفته است؛ در این جا برای سهولت کار از آنها بنام اتمها یاد می‌کنیم. این ارتعاشات را می‌توان به مؤلفه‌هایی در امتداد سه محور عمودی تفکیک کرد، به گونه‌ای که هر اتم را می‌توان با سه نوسان کننده هماهنگ نشان داد. همان‌گونه که قبلاً بحث شد، براساس فیزیک کلاسیک، یک نوسان کننده هماهنگ در سیستمی از آنها در تعادل گرمایی در دمای T دارای انرژی متوسط kT است که مبین این می‌باشد که هر اتم یک جسم جامد، بر این اساس باید $3kT$ انرژی داشته باشد. هر کیلومول یک جسم جامد دارای N_0 عدد آوگادرو اتم است و بنابراین انرژی داخلی کل آن E در دمای T باید به‌قرار ذیل باشد.

$$E = 3N_0 kT = 3RT \quad (9-40)$$

که در آن

$$R = N_0 k = 8.31 \times 10^3 \text{ J/kmol} \cdot \text{K} = 1.99 \text{ kcal/kmol} \cdot \text{K}$$

ثابت عمومی گازها است. (یادآوری می‌کنیم، در یک نمونه از n کیلومول گاز کامل $pV = nRT$ است)

گرمای ویژه در حجم ثابت برحسب E از فرمول زیر به دست می‌آید.

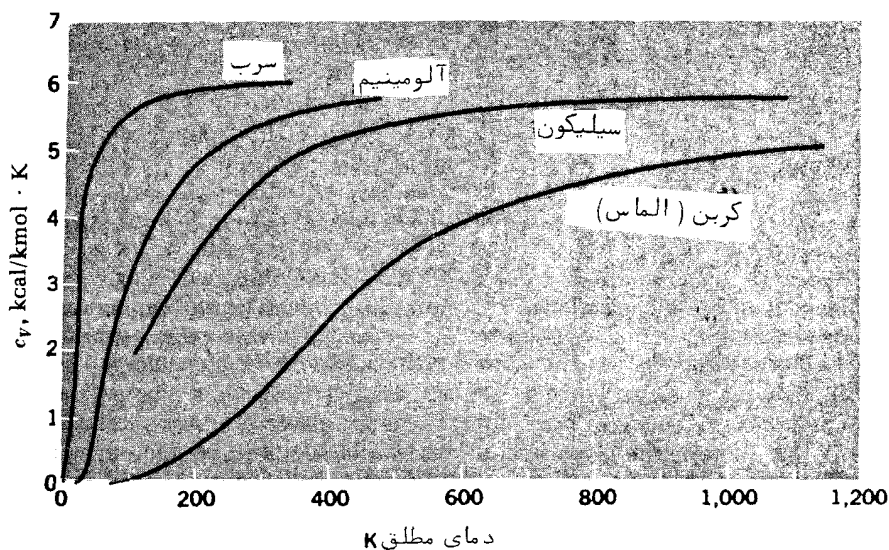
$$c_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_v$$

و بنابراین در این جا داریم

$$c_v = 3R = 5.97 \text{ kcal/kmol} \cdot \text{K} \quad \text{قانون دولن - پتی ۱} \quad (9-41)$$

بیش از یک قرن پیش، دولن و پتی پی بردند که در واقع برای اکثر جامدات در دمای اتاق و دمای بالاتر $c_v \approx 3R$ است و به احترام آنها معادله ۹-۴۱ به نام قانون دولن - پتی مشهور شد.

لکن، قانون دولن - پتی برای عناصر سبکی نظیر بر، برلیوم و کربن (مانند الماس) که c_v برای آنها در 20°C به ترتیب $3/34$ ، $3/85$ ، $1/46$ kcal/kmol K است، قابل قبول نمی باشد. حتی بدتر این که وقتی T به K نزدیک شود، گرماهای ویژهء تمام جامدات در دماهای پایین به شدت پایین می آیند و به صفر نزدیک می شوند. شکل ۹-۱۵ چگونگی تغییرات c_v با T را برای چند عنصر نشان می دهد. بطور وضوح در مورد تحلیلی که به معادله ۹-۴۱ ختم می شود اشتباهی وجود دارد و این اشتباه باید یک چیز کاملاً " بنیادی باشد زیرا منحنیهای شکل ۹-۱۵ در خصوصیت کلی یکسانی سهمیند.



شکل (۹-۱۵) تغییر گرمای ویژهء مولی با دما در حجم ثابت c_v برای چندین عنصر.

در سال ۱۹۰۷ م. اینشتین مشاهده کرد که نقص اساسی در به دست آوردن معادله ۹-۴۱، در فرم kT برای انرژی متوسط هر نوسان کننده در یک جسم جامد قرار دارد. این نقص مانند همان نقصی است که علت ناصحیح بودن فرمول ریلی - جینز برای تابش جسم سیاه است. بر طبق نظر اینشتین، احتمال $f(\nu)$ آن که نوسان کننده ای بسامد ν داشته باشد از معادله ۹-۳۷ به دست می آید، $f(\nu) = 1 / (e^{h\nu/kT} - 1)$ ، بنابراین، انرژی متوسط برای نوسان کننده ای که بسامد ارتعاشی آن ν است، عبارت است از:

$$\bar{\epsilon} = hf(\nu) = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (۹-۴۲) \quad \text{انرژی متوسط هر نوسان کننده}$$

نه $\bar{\epsilon} = kT$ از این رو، انرژی داخلی کل یک کیلو مول از یک جسم جامد می شود :

$$E = 3N_0\bar{\epsilon} = \frac{3N_0h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (۴۳-۹)$$

و گرمای ویژه مولیش عبارت است از :

$$c_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V = 3R \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \frac{e^{h\nu/kT}}{(e^{h\nu/kT} - 1)^2} \quad \text{فرمول گرمای ویژه اینشتین} \quad (۴۴-۹)$$

بلافاصله می توان دید که این نگرش در مسیر صحیحی است. در دماهای زیاد $h\nu \ll kT$

$$e^{h\nu/kT} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

چون

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

از این رو، معادله ۹-۴۲ در دماهای زیاد عبارت است از $\bar{\epsilon} \approx h\nu/(h\nu/kT) = kT$ که به $c_V \approx 3R$ ، مقدار دولن - پتی، آن گونه که باید باشد، منجر می شود. وقتی دما کاهش یابد، مقدار c_V حاصل از معادله ۹-۴۴ نیز کاهش پیدا می کند. علت تغییر در رفتار کلاسیکی این است که در دماهای زیاد، فاصله $h\nu$ بین انرژیهای ممکن نسبت به kT کم است، بنابراین ϵ به طور مؤثری پیوسته می باشد، در حالی که در دماهای کم این فاصله نسبت به kT زیاد است و از داشتن انرژیهای بالای انرژی نقطه صفر جلوگیری می کند. بسامد طبیعی ν برای یک جسم جامد خاص را می توان با مقایسه معادله ۹-۴۴ با یک منحنی تجربی از c_V جسم جامد در مقابل T تعیین کرد. در صورتی که جسم جامد آلومینیم باشد، بسامدش برابر است با $\nu = 6/4 \times 10^{12} \text{ Hz}$ که با تخمینهای انجام شده به طرق دیگر، مثلاً "براساس مدولههای کشسان، سازگاری دارد.

چرا این چنین است که انرژی نقطه صفر یک نوسان کننده هماهنگ به این تحلیل وارد نمی شود؟ آن گونه که از فصل ۵ به یاد می آوریم، انرژیهای مجاز یک نوسان کننده هماهنگ عبارتند از $h\nu(n + \frac{1}{2})$ و 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 و 10 و 11 و 12 و 13 و 14 و 15 و 16 و 17 و 18 و 19 و 20 و 21 و 22 و 23 و 24 و 25 و 26 و 27 و 28 و 29 و 30 و 31 و 32 و 33 و 34 و 35 و 36 و 37 و 38 و 39 و 40 و 41 و 42 و 43 و 44 و 45 و 46 و 47 و 48 و 49 و 50 و 51 و 52 و 53 و 54 و 55 و 56 و 57 و 58 و 59 و 60 و 61 و 62 و 63 و 64 و 65 و 66 و 67 و 68 و 69 و 70 و 71 و 72 و 73 و 74 و 75 و 76 و 77 و 78 و 79 و 80 و 81 و 82 و 83 و 84 و 85 و 86 و 87 و 88 و 89 و 90 و 91 و 92 و 93 و 94 و 95 و 96 و 97 و 98 و 99 و 100 و 101 و 102 و 103 و 104 و 105 و 106 و 107 و 108 و 109 و 110 و 111 و 112 و 113 و 114 و 115 و 116 و 117 و 118 و 119 و 120 و 121 و 122 و 123 و 124 و 125 و 126 و 127 و 128 و 129 و 130 و 131 و 132 و 133 و 134 و 135 و 136 و 137 و 138 و 139 و 140 و 141 و 142 و 143 و 144 و 145 و 146 و 147 و 148 و 149 و 150 و 151 و 152 و 153 و 154 و 155 و 156 و 157 و 158 و 159 و 160 و 161 و 162 و 163 و 164 و 165 و 166 و 167 و 168 و 169 و 170 و 171 و 172 و 173 و 174 و 175 و 176 و 177 و 178 و 179 و 180 و 181 و 182 و 183 و 184 و 185 و 186 و 187 و 188 و 189 و 190 و 191 و 192 و 193 و 194 و 195 و 196 و 197 و 198 و 199 و 200 و 201 و 202 و 203 و 204 و 205 و 206 و 207 و 208 و 209 و 210 و 211 و 212 و 213 و 214 و 215 و 216 و 217 و 218 و 219 و 220 و 221 و 222 و 223 و 224 و 225 و 226 و 227 و 228 و 229 و 230 و 231 و 232 و 233 و 234 و 235 و 236 و 237 و 238 و 239 و 240 و 241 و 242 و 243 و 244 و 245 و 246 و 247 و 248 و 249 و 250 و 251 و 252 و 253 و 254 و 255 و 256 و 257 و 258 و 259 و 260 و 261 و 262 و 263 و 264 و 265 و 266 و 267 و 268 و 269 و 270 و 271 و 272 و 273 و 274 و 275 و 276 و 277 و 278 و 279 و 280 و 281 و 282 و 283 و 284 و 285 و 286 و 287 و 288 و 289 و 290 و 291 و 292 و 293 و 294 و 295 و 296 و 297 و 298 و 299 و 300 و 301 و 302 و 303 و 304 و 305 و 306 و 307 و 308 و 309 و 310 و 311 و 312 و 313 و 314 و 315 و 316 و 317 و 318 و 319 و 320 و 321 و 322 و 323 و 324 و 325 و 326 و 327 و 328 و 329 و 330 و 331 و 332 و 333 و 334 و 335 و 336 و 337 و 338 و 339 و 340 و 341 و 342 و 343 و 344 و 345 و 346 و 347 و 348 و 349 و 350 و 351 و 352 و 353 و 354 و 355 و 356 و 357 و 358 و 359 و 360 و 361 و 362 و 363 و 364 و 365 و 366 و 367 و 368 و 369 و 370 و 371 و 372 و 373 و 374 و 375 و 376 و 377 و 378 و 379 و 380 و 381 و 382 و 383 و 384 و 385 و 386 و 387 و 388 و 389 و 390 و 391 و 392 و 393 و 394 و 395 و 396 و 397 و 398 و 399 و 400 و 401 و 402 و 403 و 404 و 405 و 406 و 407 و 408 و 409 و 410 و 411 و 412 و 413 و 414 و 415 و 416 و 417 و 418 و 419 و 420 و 421 و 422 و 423 و 424 و 425 و 426 و 427 و 428 و 429 و 430 و 431 و 432 و 433 و 434 و 435 و 436 و 437 و 438 و 439 و 440 و 441 و 442 و 443 و 444 و 445 و 446 و 447 و 448 و 449 و 450 و 451 و 452 و 453 و 454 و 455 و 456 و 457 و 458 و 459 و 460 و 461 و 462 و 463 و 464 و 465 و 466 و 467 و 468 و 469 و 470 و 471 و 472 و 473 و 474 و 475 و 476 و 477 و 478 و 479 و 480 و 481 و 482 و 483 و 484 و 485 و 486 و 487 و 488 و 489 و 490 و 491 و 492 و 493 و 494 و 495 و 496 و 497 و 498 و 499 و 500 و 501 و 502 و 503 و 504 و 505 و 506 و 507 و 508 و 509 و 510 و 511 و 512 و 513 و 514 و 515 و 516 و 517 و 518 و 519 و 520 و 521 و 522 و 523 و 524 و 525 و 526 و 527 و 528 و 529 و 530 و 531 و 532 و 533 و 534 و 535 و 536 و 537 و 538 و 539 و 540 و 541 و 542 و 543 و 544 و 545 و 546 و 547 و 548 و 549 و 550 و 551 و 552 و 553 و 554 و 555 و 556 و 557 و 558 و 559 و 560 و 561 و 562 و 563 و 564 و 565 و 566 و 567 و 568 و 569 و 570 و 571 و 572 و 573 و 574 و 575 و 576 و 577 و 578 و 579 و 580 و 581 و 582 و 583 و 584 و 585 و 586 و 587 و 588 و 589 و 590 و 591 و 592 و 593 و 594 و 595 و 596 و 597 و 598 و 599 و 600 و 601 و 602 و 603 و 604 و 605 و 606 و 607 و 608 و 609 و 610 و 611 و 612 و 613 و 614 و 615 و 616 و 617 و 618 و 619 و 620 و 621 و 622 و 623 و 624 و 625 و 626 و 627 و 628 و 629 و 630 و 631 و 632 و 633 و 634 و 635 و 636 و 637 و 638 و 639 و 640 و 641 و 642 و 643 و 644 و 645 و 646 و 647 و 648 و 649 و 650 و 651 و 652 و 653 و 654 و 655 و 656 و 657 و 658 و 659 و 660 و 661 و 662 و 663 و 664 و 665 و 666 و 667 و 668 و 669 و 670 و 671 و 672 و 673 و 674 و 675 و 676 و 677 و 678 و 679 و 680 و 681 و 682 و 683 و 684 و 685 و 686 و 687 و 688 و 689 و 690 و 691 و 692 و 693 و 694 و 695 و 696 و 697 و 698 و 699 و 700 و 701 و 702 و 703 و 704 و 705 و 706 و 707 و 708 و 709 و 710 و 711 و 712 و 713 و 714 و 715 و 716 و 717 و 718 و 719 و 720 و 721 و 722 و 723 و 724 و 725 و 726 و 727 و 728 و 729 و 730 و 731 و 732 و 733 و 734 و 735 و 736 و 737 و 738 و 739 و 740 و 741 و 742 و 743 و 744 و 745 و 746 و 747 و 748 و 749 و 750 و 751 و 752 و 753 و 754 و 755 و 756 و 757 و 758 و 759 و 760 و 761 و 762 و 763 و 764 و 765 و 766 و 767 و 768 و 769 و 770 و 771 و 772 و 773 و 774 و 775 و 776 و 777 و 778 و 779 و 780 و 781 و 782 و 783 و 784 و 785 و 786 و 787 و 788 و 789 و 790 و 791 و 792 و 793 و 794 و 795 و 796 و 797 و 798 و 799 و 800 و 801 و 802 و 803 و 804 و 805 و 806 و 807 و 808 و 809 و 810 و 811 و 812 و 813 و 814 و 815 و 816 و 817 و 818 و 819 و 820 و 821 و 822 و 823 و 824 و 825 و 826 و 827 و 828 و 829 و 830 و 831 و 832 و 833 و 834 و 835 و 836 و 837 و 838 و 839 و 840 و 841 و 842 و 843 و 844 و 845 و 846 و 847 و 848 و 849 و 850 و 851 و 852 و 853 و 854 و 855 و 856 و 857 و 858 و 859 و 860 و 861 و 862 و 863 و 864 و 865 و 866 و 867 و 868 و 869 و 870 و 871 و 872 و 873 و 874 و 875 و 876 و 877 و 878 و 879 و 880 و 881 و 882 و 883 و 884 و 885 و 886 و 887 و 888 و 889 و 890 و 891 و 892 و 893 و 894 و 895 و 896 و 897 و 898 و 899 و 900 و 901 و 902 و 903 و 904 و 905 و 906 و 907 و 908 و 909 و 910 و 911 و 912 و 913 و 914 و 915 و 916 و 917 و 918 و 919 و 920 و 921 و 922 و 923 و 924 و 925 و 926 و 927 و 928 و 929 و 930 و 931 و 932 و 933 و 934 و 935 و 936 و 937 و 938 و 939 و 940 و 941 و 942 و 943 و 944 و 945 و 946 و 947 و 948 و 949 و 950 و 951 و 952 و 953 و 954 و 955 و 956 و 957 و 958 و 959 و 960 و 961 و 962 و 963 و 964 و 965 و 966 و 967 و 968 و 969 و 970 و 971 و 972 و 973 و 974 و 975 و 976 و 977 و 978 و 979 و 980 و 981 و 982 و 983 و 984 و 985 و 986 و 987 و 988 و 989 و 990 و 991 و 992 و 993 و 994 و 995 و 996 و 997 و 998 و 999 و 1000 و 1001 و 1002 و 1003 و 1004 و 1005 و 1006 و 1007 و 1008 و 1009 و 1010 و 1011 و 1012 و 1013 و 1014 و 1015 و 1016 و 1017 و 1018 و 1019 و 1020 و 1021 و 1022 و 1023 و 1024 و 1025 و 1026 و 1027 و 1028 و 1029 و 1030 و 1031 و 1032 و 1033 و 1034 و 1035 و 1036 و 1037 و 1038 و 1039 و 1040 و 1041 و 1042 و 1043 و 1044 و 1045 و 1046 و 1047 و 1048 و 1049 و 1050 و 1051 و 1052 و 1053 و 1054 و 1055 و 1056 و 1057 و 1058 و 1059 و 1060 و 1061 و 1062 و 1063 و 1064 و 1065 و 1066 و 1067 و 1068 و 1069 و 1070 و 1071 و 1072 و 1073 و 1074 و 1075 و 1076 و 1077 و 1078 و 1079 و 1080 و 1081 و 1082 و 1083 و 1084 و 1085 و 1086 و 1087 و 1088 و 1089 و 1090 و 1091 و 1092 و 1093 و 1094 و 1095 و 1096 و 1097 و 1098 و 1099 و 1100 و 1101 و 1102 و 1103 و 1104 و 1105 و 1106 و 1107 و 1108 و 1109 و 1110 و 1111 و 1112 و 1113 و 1114 و 1115 و 1116 و 1117 و 1118 و 1119 و 1120 و 1121 و 1122 و 1123 و 1124

ندارد. عدم کفایت معادله ۹-۴۴ در دماهای پایین موجب شد که پیتز دبی^۱ در سال ۱۹۱۲ م. این مسأله را به گونه‌ای دیگر بررسی کند. در مدل اینشتین، هر اتم به عنوان ارتعاش کننده‌ای مستقل از اتمهای مجاورش بررسی می‌شود. دبی عکس قضیه را گرفت و یک جسم جامد را به عنوان یک جسم پیوسته کشسان بررسی کرد. بر طبق مدل جدید، انرژی داخلی یک جسم جامد به جای این که در ارتعاشات اتم‌های منفرد نهفته باشد، در امواج ایستای کشسان نهفته است.

امواج کشسان در یک جسم جامد دو نوعند، طولی و عرضی و گستره^۲ بسامد آنها از صفر تا مقدار بیشینه^۳ ν_m است. (فاصله^۴ بین اتمی در یک جسم جامد یک حد پایین برای طول موجهای ممکن و در نتیجه یک حد بالا برای بسامدها برقرار می‌کند). دبی فرض کرد که تعداد کل امواج ایستای مختلف در یک کیلومول از جسم جامدی برابر $3N_0$ درجات آزادی می‌باشد. این امواج، مانند امواج الکترو مغناطیسی، دارای انرژیهای کوانتیزه شده در واحدهایی از $h\nu$ هستند. یک کوانتم از انرژی اکوستیکی^۵ در یک جسم جامد را فونون^۶ می‌نامند و فوتون با تندی صوت حرکت می‌کند، زیرا امواج صوتی دارای ماهیت ارتجاعی‌اند. مفهوم فوتونها کاملاً کلی است و کاربردهایی علاوه بر ارتباط با گرمای ویژه نیز دارد. دبی سرانجام ثابت کرد که یک گاز فونون دارای همان رفتار آماری است که یک گاز فوتون یا سیستمی از نوسان کننده‌های هماهنگ در تعادل گرمایی دارد، به گونه‌ای که انرژی متوسط هر موج ایستا همان مقدار انرژی متوسط در معادله ۹-۴۲ است. فرمول حاصل برای c_v ، که نسبت^۷ پیچیده است منحنیهای مشاهده شده^۸ c_v در مقابل T را بنحو بسیار خوبی در تمام دماها دوباره ایجاد می‌کند.

۹-۹ الکترونهای آزاد در یک فلز

نظریه‌های کلاسیکی، اینشتین و دبی در مورد گرماهای ویژه جامدات برای فلزات و غیر فلزات با درجات یکسانی از موفقیت به کار می‌روند، که عجیب است، زیرا آنها وجود الکترونهای آزاد در فلزات را نادیده می‌گیرند. چنان که در فصل ۱۰ بحث می‌شود، در یک فلز ایده‌آل هر اتم یک الکترون با "گاز الکترونی" به اشتراک می‌گذارد، بنابراین در یک کیلومول فلز، N_0 الکترون آزاد وجود دارد. اگر رفتار این الکترونها مانند رفتار مولکولهای یک گاز ایده‌آل باشد، هر الکترون بطور متوسط دارای $\frac{3}{2}kT$ انرژی جنبشی، و فلز به واسطه^۹

الکترون‌ها دارای

$$E_e = \frac{3}{2} N_0 kT = \frac{3}{2} RT$$

انرژی داخلی در هر کیلو مول خواهد بود. بنابراین، گرمای ویژه مولی مربوط به الکترون‌ها باید به قرار ذیل باشد.

$$c_{Ve} = \left(\frac{\partial E_e}{\partial T} \right)_V = \frac{3}{2} R$$

و گرمای ویژه کل فلز در دماهای زیاد، جایی که تحلیل کلاسیکی معتبر است، باید به قرار ذیل باشد

$$c_V = 3R + \frac{3}{2}R = \frac{9}{2}R$$

البته در واقع مقدار دولن - پتی $3R$ در دماهای زیاد صدق می‌کند، که از این مقدار نتیجه می‌گیریم که الکترون‌های آزاد در گرمای ویژه تأثیری ندارند. چرا نه؟

اگر به خصوصیات نهادهای درگیر در گرمای ویژه یک فلز توجه دقیق کنیم، نکته‌ای برای پاسخگویی به دست می‌آید. نوسان کننده‌های هماهنگ مدل اینشتین و فوتون‌های مدل دبی هر دو بوزونند و تابع آمار بوز - اینشتین می‌باشند که حد بالایی را برای اشغال حالت کوانتومی خاص قائل نیستند. لکن، الکترون‌ها فرمیون هستند و تابع آمار فرمی - دیراک می‌باشند، که مفهوم آن این است که بیش از یک الکترون نمی‌تواند هر یک از حالت‌های کوانتومی را اشغال کند. گر چه هر دو سیستم بوزون‌ها و فرمیون‌ها با انرژی‌های متوسط $\varepsilon = \frac{1}{2} kT$ به ازای هر درجه آزادی، در دماهای "زیاد" به آمار ماکسول - بولتزمن نزدیک می‌شوند، ولی این که برای رفتار کلاسیکی چه دمایی به قدر کافی زیاد است الزاما "برای دو سیستم در یک فلز یکسان نیست".

بر طبق معادله ۹-۲۹، تابع توزیعی که اشغال متوسط یک حالت کوانتومی انرژی ε در سیستمی از فرمیون‌ها از آن به دست می‌آید، عبارت است از:

$$f_{FD}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \varepsilon_F)/kT} + 1} \quad \text{اشغال متوسط هر حالت الکترونی} \quad (۹-۲۹)$$

آنچه که ما نیز لازم داریم عبارتی است برای $g(\varepsilon)d\varepsilon$ ، تعداد حالت‌های کوانتومی موجود در الکترون‌ها با انرژی‌های بین ε و $\varepsilon + d\varepsilon$. می‌توانیم دقیقا "از همان استدلالی که برای پیدا کردن تعداد امواج ایستا در یک حفره با طول موج λ در بخش ۹-۶ به کار بردیم، استفاده کنیم. این تناظر درست است، زیرا برای الکترون‌ها دو حالت اسپین ممکن وجود دارد، $m_s = +\frac{1}{2}$ و $m_s = -\frac{1}{2}$ ("بالا" و "پایین")، درست همان گونه که برای امواج ایستای یکسان دو جهت قطبش مستقل وجود دارد. پی بردیم که تعداد امواج ایستا در حفره مکعب شکل L

روی یک وجه برابر است با :

$$g(j) dj = \pi j^2 dj \quad (۹-۲۳)$$

که در آن $j = 2L/\lambda$ است. در مورد یک الکترون، طول موج دبروی $\lambda = h/p$ است. الکترونها یک فلز سرعتهای غیر نسبیتی دارند، بنابراین $vp = \sqrt{2m\varepsilon}$

$$j = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2Lp}{h} = \frac{2L\sqrt{2m\varepsilon}}{h}$$

$$dj = \frac{L}{h} \sqrt{\frac{2m}{\varepsilon}} d\varepsilon$$

با به کار بردن این عبارات در معادله ۹-۳۳ به جای j و dj ، رابطه زیر حاصل می شود

$$g(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{8\sqrt{2}\pi L^3 m^{3/2}}{h^3} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon$$

چون در مورد امواج ساکن در یک حفره، شکل دقیق نمونه فلزی مهم نیست، بنابراین می توانیم به جای L^3 ، حجمش V را قرار دهیم تا معادله زیر به دست آید.

$$g(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{h^3} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon \quad \text{تعداد حالت های الکترونی} \quad (۹-۴۵)$$

آخرین مرحله، محاسبه مقدار ε_F ، انرژی فرمی است. همان گونه که در بخش ۹-۴ ذکر کردیم، این کار را می توانیم با پر کردن حالت های انرژی در نمونه فلز که N الکترون آزاد دارد بترتیب افزایش انرژی که از $\varepsilon = 0$ شروع شود، انجام دهیم. سپس، بالاترین حالت پر شده بنا به تعریف دارای انرژی $\varepsilon = \varepsilon_F$ خواهد بود. تعداد الکترونهايي که می توانند انرژی ε را داشته باشند برابر است با تعداد حالت هایی که این انرژی را دارند، زیرا هر حالت به یک الکترون محدود می شود. از این رو

$$\begin{aligned} N &= \int_0^{\varepsilon_F} g(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{h^3} \int_0^{\varepsilon_F} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon \\ &= \frac{16\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{3h^3} \varepsilon_F^{3/2} \end{aligned}$$

و

$$\varepsilon_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3} \quad \text{انرژی فرمی} \quad (۹-۴۶)$$

کمیت N/V چگالی الکترونهاي آزاد است.

مسأله: با فرض این که هر اتم مس یک الکترون آزاد در گاز الکترون به اشتراک بگذارد، انرژی فرمی در مس را پیدا کنید. (این یک فرض منطقی است، زیرا از جدول ۷-۲ پی می‌بریم که هراتم مس یک الکترون ۴s منفرد در خارج از لایه‌های داخلی پیر دارد). چگالی مس $8.94 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ و جرم اتمی آن 163.5 u است.

حل: چگالی الکترون N/V در مس برابر است با تعداد اتمهای آن در حجم واحد. چون $1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

$$\begin{aligned} \frac{N}{V} &= \frac{\text{اتمها}}{\text{m}^3} = \frac{\text{جرم/m}^3}{\text{اتم/جرم}} \\ &= \frac{8.94 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}{63.5 \text{ u} \times (1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})} \\ &= 8.48 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3 = 8.48 \times 10^{28} \text{ الکترون/m}^3 \end{aligned}$$

انرژی فرمی متناظر از معادله ۹-۴۶ عبارت است از:

$$\begin{aligned} \epsilon_F &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{2 \times (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg/electron})} \left[\frac{3 \times (8.48 \times 10^{28} \text{ electrons/m}^3)}{8\pi} \right]^{2/3} \\ &= 1.13 \times 10^{-18} \text{ J} = 7.04 \text{ eV} \end{aligned}$$

در صفر مطلق $T = 0 \text{ K}$ ، الکترونها با انرژیهای تا 7.04 eV در مس وجود خواهند داشت. در مقابل، تمام مولکولهای یک گاز ایده‌آل در صفر مطلق دارای انرژی صفر خواهند بود. گاز الکترون در یک فلز، به سبب رفتار قطعا "غیرکلاسیک"، تبیهگی^۱ نامیده می‌شود.

۹-۱ توزیع انرژی الکترون

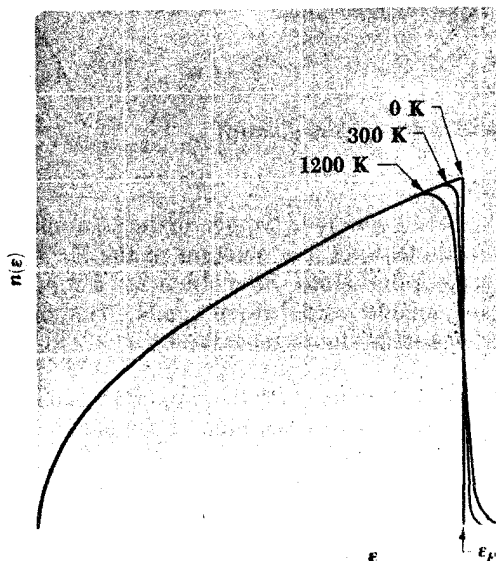
با کمک معادلات ۹-۲۹ و ۹-۴۵ برای تعیین تعداد الکترونها در یک گاز الکترونی که دارای انرژیهای بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ هستند، داریم:

$$\begin{aligned} n(\epsilon) d\epsilon &= g(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon \\ &= \frac{(8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}/h^3) \sqrt{\epsilon} d\epsilon}{e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT} + 1} \quad (9-47) \end{aligned}$$

اگر صورت کسر معادله ۹-۴۷ را برحسب انرژی فرمی ϵ_F بیان کنیم، خواهیم داشت

$$n(\epsilon) d\epsilon = \frac{(3N/2) \epsilon_F^{-3/2} \sqrt{\epsilon} d\epsilon}{e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT} + 1} \quad (9-48)$$

این فرمول در شکل ۹-۱۶ به ازای $T = 0, 300$ و 1200 K نشان داده شده است.



شکل (۹-۱۶) توزیع انرژیهای الکترونی در یک فلز در دماهای مختلف

تعیین انرژی متوسط الکترون در 0 K جالب توجه است. برای انجام این کار، نخست انرژی کل E_0 در 0 K را به دست می آوریم که عبارت است از:

$$E_0 = \int_0^{\epsilon_F} \epsilon n(\epsilon) d\epsilon$$

چون در $T = 0$ تمام الکترونها دارای انرژی کمتر یا مساوی انرژی فرمی ϵ_F هستند، لذا می توان نوشت

$$e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT} = e^{-\infty} = 0$$

و

$$E_0 = \frac{3N}{2} \epsilon_F^{-3/2} \int_0^{\epsilon_F} \epsilon^{3/2} d\epsilon = \frac{3}{5} N \epsilon_F$$

انرژی متوسط الکترون از تقسیم این انرژی کل بر تعداد الکترونهای موجود N به دست می آید.

(۹-۴۹)

$$\bar{\epsilon}_0 = \frac{2}{3} \epsilon_F$$

از آن جا که انرژیهای فرمی برای فلزات معمولا "چندین الکترون ولت هستند (جدول ۹-۱) انرژی متوسط الکترون در آنها در ۰K نیز در همین حد بزرگی خواهد بود. دمای یک گاز ایده آل که انرژی جنبشی متوسط مولکولهایش ۱eV است، ۱۶۰۰۰K می باشد؛ یعنی اگر الکترونهای آزاد رفتار کلاسیکی می داشتند، نمونه ای از مس می بایست در دمایی حدود ۵۰۰۰۰K می بود تا الکترونهایش همان انرژی متوسط را داشته باشند که در واقع در ۰K دارند.

جدول ۹-۱: چند انرژی فرمی

فلز	انرژی فرمی، eV
لیتیوم	۴/۷۲
سدیم	۳/۱۲
آلومینیوم	۱۱/۸
پتاسیم	۲/۱۴
سزیم	۱/۵۳
مس	۷/۰۴
روی	۱۱/۰
نقره	۵/۵۱
طلا	۵/۵۴

ناتوانی الکترونهای آزاد در یک فلز برای شرکت فعال در گرمای ویژه آن مستقیما "از خصوصیت توزیع انرژی الکترون ناشی می شود. وقتی که فلزی گرم شود، فقط آن الکترونهایی که نزدیک فلهء توزیع انرژی قرار دارند - آنهايي که در محدوده kT از انرژی فرمی هستند - به حالتهاي انرژی بالاتر برانگیخته می شوند. الکترونها با انرژی کمتر از این مقدار نمی توانند انرژی بیشتری جذب کنند، زیرا حالتهاي فوقانی آنها قبلا "پر شده اند و غیر محتمل است که الکترونی با انرژی ϵ که ϵ_F / ۵/۵۰ پایین تر از ϵ_F است بتواند از حالتهاي پر شدهء فوقانی خود بگذرد و به نزدیکترین حالت اشغال نشده وقتی که kT در دمای اتاق $0.025 eV$ است و حتی در ۵۰۰K فقط $0.043 eV$ می باشد، برسد.

یک محاسبه باجزئیات نشان می‌دهد که گرمای ویژه گاز الکترون در یک فلز از فرمول زیر بدست می‌آید.

$$C_{TE} = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{kT}{\epsilon_F} \right) R \quad \text{گرمای ویژه الکترون} \quad (۵-۹)$$

در دمای اتاق، kT/ϵ_F از $۰/۰۱۶$ برای سزیم تا $۰/۰۰۲۱$ برای آلومینیم، فلزات فهرست شده در جدول ۹-۱ تغییر می‌کند، بنابراین ضریب R خیلی کوچکتر از مقدار کلاسیکی $\frac{3}{2}R$ است. برتری گرمای ویژه انتمی C_V در یک فلز بر گرمای ویژه الکترونی، در گستره دمایی گسترده‌ای تجلی می‌کند. لکن، در دماهای خیلی پایین، C_V حائز اهمیت است، زیرا C_V تقریباً با T^3 متناسب است در حالی که C_{VE} با T متناسب می‌باشد. در دماهای خیلی بالا، C_V تقریباً با $3R$ همتراز می‌شود، در حالی که C_{VE} همچنان افزایش می‌یابد و سهم C_{VE} در گرمای ویژه کل سپس قابل آشکار شدن است.

مسائل

۱- اولین حالت برانگیخته $\frac{1}{2}P$ در سدیم، $۲/۰۹۳۵۷$ بالای حالات پایدار $\frac{1}{2}S$ است. نسبت بین تعداد اتم‌ها در هر یک از دو حالت را در بخار سدیم در $۱۲۰۰K$ پیدا کنید. (مسئله ۱۶ فصل ۷ را ببینید).

۲- بسامد ارتعاش مولکول H_2 ، $۱۰^{۱۴} \times ۱/۳۲$ است. (الف) فراوانیهای نسبی حالت‌های ارتعاشی ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و $v=۰$ در $۵۰۰K$ پیدا کنید. (ب) آیا فراوانیهای حالت‌های $2=v=3$ و $1=v=۰$ هرگز می‌توانند با هم مساوی باشند؟ اگر چنین است، در چه دمایی این عمل صورت می‌گیرد؟

۳- گشتاور لختی مولکول H_2 ، $۴۸ \times ۱۰^{-۴۸} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ است. (الف) فراوانیهای نسبی حالت‌های چرخشی ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و $J=۰$ را در $۳۰۰K$ پیدا کنید. (ب) آیا فراوانیهای حالت‌های $2=J=3$ و $1=J=۰$ هرگز می‌توانند با هم مساوی باشند، اگر چنین است، در چه دمایی این عمل صورت می‌گیرد؟

۴- ثابت کنید که تندی متوسط یک مولکول گاز ایده‌آل از رابطه $\sqrt{8kT/\pi m}$ به دست می‌آید. (توجه: $\int_0^\infty v^3 e^{-av^2} dv = 1/2a^2$)

۵- ثابت کنید که مقدار متوسط $1/v$ برای یک مولکول گاز ایده‌آل عبارت است از $\sqrt{2m/\pi kT}$ (توجه: $\int_0^\infty v e^{-av^2} dv = 1/2a^2$)

۶- ثابت کنید که محتملترین تندی یک مولکول گاز ایده‌آل عبارت است از $\sqrt{2kT/m}$

۷- در یک لیزر چهار تراز، حالت نهایی گذار لیزر $۰/۰۳۵۷$ بالای حالت پایدار

است. در صورت نبودن تحریک خارجی، در 300K چه کسری از اتمها در این حالت هستند؟ کمینه کسری از اتمها که باید برانگیخته شوند تا تقویت لیزری در این دما روی دهد، چقدر است؟ در 100K وضعیت چگونه تغییر می‌کند؟ آیا انتظار دارید که سرد کردن یک لیزر سه ترازوی همان اثر را داشته باشد؟

۸- شاری با 10^{12} نوترون بر متر مربع در هر ثانیه از روزنه‌ای در یک رآکتور هسته‌ای خارج می‌شود. اگر این نوترونها دارای توزیع انرژی ماکسول - بولتزمن مطابق با $T = 300\text{K}$ باشند، چگالی نوترونها در باریکه را محاسبه کنید.

۹- یک قطعه فلز به حد کافی داغ بروشنی می‌درخشد، اما یک قطعه شفاف کوارتز در همان دما هرگز نمی‌درخشد. دلیل این اختلاف چیست؟

۱۰- فرمول تابش پلانک را برحسب طول موج بیان کنید.

۱۱- دمانگارا وسیله‌ای است که میزان گسیل تابش فروقرمز هر بخش کوچکی از پوست بدن انسان را اندازه گیری می‌کند و این اطلاعات را به گونه‌ای مصور با سایه‌های خاکستری متفاوت با رنگهای مختلف در دمانگاشتی^۲ نشان می‌دهد. چون پوست روی تومور گرمتر از هر جای دیگری است، دمانگار را می‌توان برای کمک به تشخیص بیماریهایی نظیر سرطانهای سینه و غده تیروئید به کار برد. برای اثبات این که اختلاف کوچکی در دمای پوست به معنی اختلاف بزرگی در میزان تابش است، درصد اختلاف بین تابش کل از پوست را در 34°C و 35°C پیدا کنید.

۱۲- دمای قسمتی از جو خورشید 5000K است. تعداد نسبی اتمهای هیدروژن در این ناحیه را که در ترازهای انرژی ۱ و ۲، ۳ و ۴ هستند، پیدا کنید. مطمئن شوید که چند گانگی هر حالت در نظر گرفته شده است.

۱۳- با در نظر گرفتن خورشید به عنوان جسمی سیاه در 6000K ، نسبتی از تابش کل آن را که از نور زرد، بین 5700\AA و 5900\AA تشکیل می‌شود، تخمین بزنید.

۱۴- وقتی که خورشید مستقیماً بالای سرماست، نور آن به میزان حدود 1400W/m^2 به زمین می‌رسد. شعاع زمین 6371km و شعاع متوسط مدار زمین $149.6 \times 10^6\text{m}$ است. با کمک این داده‌ها دمای سطح خورشید را با فرض این که مانند جسمی سیاه تابش کند، پیدا کنید. (دمای واقعی سطح خورشید قدری کمتر از این مقدار است.)

۱۵- روشنترین قسمت طیف ستاره سیروس^۳ دارای طول موجی حدود 2900\AA است. دمای

۳. شرای یمانی Sirius

1. Thermograph

2. Thermogram

سطح سیروس چقدر است؟

- ۱۶- مطلوب است طول موج شدیدترین تابش از یک شیء که دمای سطحش 34°C (در حدود دمای پوست بدن انسان) است. این طول موج در چه قسمت طیف است؟
- ۱۷- در دمای یکسان کدام یک از این گازها بیشترین فشار را وارد می‌کند: گازی از مولکولهای کلاسیکی، گازی از بوزونها یا گازی از فرمیونها؟ کدام یک کمترین فشار را؟ چرا؟
- ۱۸- گرمای ویژه در حجم ثابت 1cm^3 تابش در تعادل گرمایی در 1000K را پیدا کنید.

- ۱۹- ارتباط بین این حقیقت که الکترونهاى آزاد در یک فلز تابع آمار فرمى‌اند و حقیقتی که پدیده فوتوالکتریک در واقع مستقل از دما است، چیست؟
- ۲۰- انرژی فرمی در مس 7.04eV است. (الف) تقریباً چه درصدی از الکترونهاى آزاد مس در دمای اتاق در حالت‌های برانگیخته هستند؟ (ب) در نقطه ذوب مس، 1083°C ، چه درصدی؟

- ۲۱- انرژی فرمی در نقره 5.51eV است. (الف) متوسط الکترونهاى آزاد نقره در 0K چقدر است؟ (ب) برای انرژی متوسط مولکولی در یک گاز ایده‌آل چه دمایی لازم است تا این مقدار را داشته باشد؟ (ج) مطلوب است تندى الکترونی با این انرژی؟
- ۲۲- چگالی آلومینیم 2g/cm^3 و جرم اتمیش $26/97\text{u}$ است. ساختار الکترونی آلومینیم در جدول ۲-۷ داده شده است (توجه: اختلاف انرژی بین الکترونهاى $3s$ و $3p$ خیلی کم است) و جرم مؤثر یک الکترون در آلومینیم $0.97m$ می‌باشد. مطلوب است محاسبه انرژی فرمی در آلومینیم.

- ۲۳- چگالی روی 7.13g/cm^3 و جرم اتمیش $65/4\text{u}$ است. ساختار الکترونیکی روی در جدول ۲۷ داده شده است و جرم مؤثر یک الکترون روی $0.85m$ است. مطلوب است محاسبه انرژی فرمی در روی.

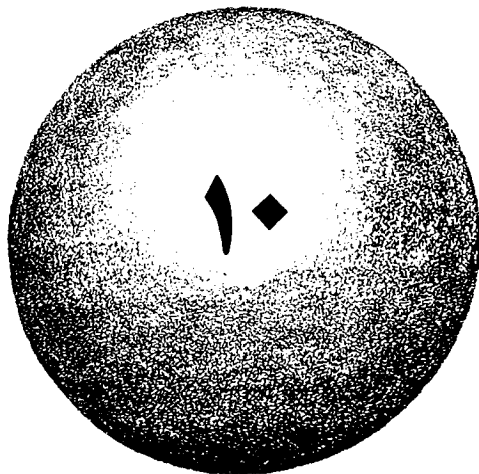
- ۲۴- گرمای ویژه مس در 20°C ، $0.0920\text{ kcal/kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$ است. (الف) این مقدار را برحسب ژول بر کیلومول بر کلوین ($\text{J/kmol} \cdot \text{K}$) بیان کنید. (ب) چه نسبتی از گرمای ویژه را می‌توان به گاز الکترون نسبت داد، با این فرض که در هر اتم مس یک الکترون آزاد وجود داشته باشد؟

- ۲۵- هرگاه $e^{e^2/kT} \gg 1$ باشد، هر دو تابع توزیع بوز - اینشتین و فرمی - دیراک به تابع ماکسول - بولتزمن تبدیل می‌شوند. برای انرژیهای نزدیک به kT ، اگر $e^{e^2/kT} \gg 1$ باشد، این تقریب درست است. اتمهای هلیوم دارای اسپین صفر هستند و بنابراین تابع آمار بوز - اینشتین می‌باشند. ثابت کنید که عبارت $f(\epsilon) \approx 1/e^{e^2/kT} \approx Ae^{-\epsilon/kT}$

برای هلیوم در STP (20°C و فشار جو، وقتی که حجم 1 kmol از هر گاز $\approx 22/4\text{ m}^3$ است) با نشان دادن این که در این شرایط $1 \gg A$ است، معتبر است. برای اثبات این رابطه، از معادله ۹-۴۵ برای $g(\epsilon) d\epsilon$ با ضریب ۴ به جای ۸ استفاده کنید، چون یک اتم He دو حالت اسپین از یک الکترون ندارد، و بطور تقریب Λ را از شرط بهنجارسازی N $\int_0^{\infty} n(\epsilon) d\epsilon = N$ پیدا کنید، که در آن N تعداد کل اتمها در نمونه است. (یک کیلو مول از He شامل N_0 عدد آوگادرو از اتمها است، جرم اتمی He ، 4 u و $\sqrt{\pi a/2a} \approx 4\text{ u}$ است.)

۲۶- هلیوم مایعی است با چگالی 145 kg/m^3 در فشار جو و دماهای کمتر از $4/2\text{ K}$. با استفاده از روش مسأله ۲۵ نشان دهید که برای هلیوم مایع $A > 1$ است، بگونه‌ای که با آمار ماکسول - بولتزمن نمی‌توان آن را بنحورضا پیتبخشی توصیف کرد.

۲۷- تابع توزیع فرمی - دیراک برای الکترونهاى آزاد در یک فلز را نمی‌توان با تابع ماکسول - بولتزمن در STP برای انرژی‌هایی در مجاورت kT تقریب گرفت. این موضوع را با استفاده از روش مسأله ۲۵ ثابت کنید تا نشان دهید که اگر در مس $f(\epsilon) \approx Ae^{-\epsilon/kT}$ باشد $A > 1$ است. همان‌گونه که در بخش ۹-۹ محاسبه گردید، برای مس $N/V = 8/48 \times 10^{28}$ الکترون بر متر مکعب است. توجه داشته باشید که در این جا معادله ۹-۴۵ را باید بدون هیچ‌گونه تغییری به کار برد.



حالت جامد

- ۱-۱۰ جامدات بلوری و بی شکل
- ۲-۱۰ نقایص بلور
- ۳-۱۰ بلورهای یونی
- ۴-۱۰ بلورهای کووالانس
- ۵-۱۰ نیروهای واندروالس
- ۶-۱۰ پیوند فلزی
- ۷-۱۰ قانون اهم
- ۸-۱۰ نظریه نوار جامدات
- ۹-۱۰ وسایل نیم رسانا
- ۱۰-۱۰ مناطق بریلوئن
- ۱۱-۱۰ منشاء نوارهای ممنوع
- ۱۲-۱۰ جرم موثر

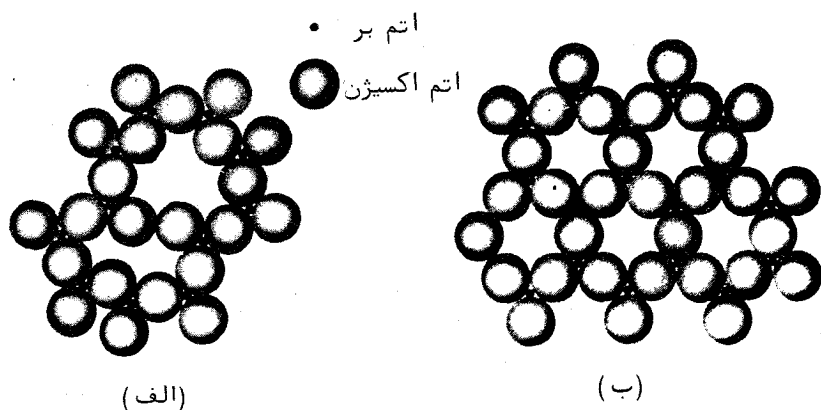
حالت جامد

یک جسم جامد از اتمها، یونها یا مولکولهای کاملاً مجاز هم تشکیل می‌شود و اجسام جامد ناشی از نیروهایی است که سبب به هم پیوستن آنها می‌شود. پیوندهای کووالانس که برای تشکیل یک مولکول می‌توانند چندین اتم را به هم پیوند دهند، برای تشکیل یک جسم جامد نیز می‌توانند تعداد بیشماری از آنها را به هم پیوند دهند و بعلاوه پیوندهای یونی، وان دروالس و فلزی نیروهای چسبنده‌ای را در جامداتی فراهم می‌کنند که عناصر ساختاری آنها بترتیب عبارتند از: یونها، مولکولها و اتمهای فلزی. تمام این پیوندها دارای نیروهای الکتریکی هستند که اختلافات اساسی میان آنها به نحوه توزیع الکترونهاى خارجی عناصر ساختاری مربوط می‌شود. گرچه فقط کسر کوچکی از جهان به طور کلی در حالت جامد است، ولی بیشتر دنیای مادی اطراف ما را جامدات تشکیل می‌دهند و بخش بزرگی از تکنولوژی جدید براساس ویژگیهای مخصوص انواع خاصی از جامدات است.

۱-۱ جامدات بلوری و بی‌شکل

اکثر جامدات بلورین هستند و اتمها، یونها یا مولکولهایی که این جامدات را تشکیل می‌دهند به صورت الگوهای سه بعدی منظم و مکرر می‌باشند. بدین ترتیب، وجود نظم و ترتیب درازبرد خاصیت تعیین‌کننده یک کریستال است. سایر جامدات نظم و ترتیب درازبرد در آرایشهای ذرات تشکیل دهنده خود ندارند و می‌توان آنها را بعنوان مایعات فوق-العاده سرد شده‌ای تلقی کرد که سختیشان به واسطه چسبندگی استثنائی زیاد آنهاست. شیشه، قیر و بسیاری از پلاستیکها نمونه‌هایی از چنین جامدات بی‌شکل (بدون شکل) هستند.

لکن، جامدات بی‌شکل نظم و ترتیب کوتاه‌برد در ساختارشان نشان می‌دهند. تمایز بین این دو نوع نظم و ترتیب در تری‌اکسید بر (B_2O_3) که می‌تواند به هر دو شکل بلوری و بی‌شکل روی دهد بدقت نشان داده می‌شود. در هر حالت، هر اتم بر اتم سه اتم اکسیژن احاطه می‌کند که نظم و ترتیب کوتاه‌برد را نشان می‌دهد. در بلور B_2O_3 ، نظم و ترتیب درازبرد نیز وجود دارد، همان‌گونه که در نمایش دو بعدی در شکل ۱-۱۰ نشان داده شده



شکل (۱۰-۱) نمایش دو بعدی B_2O_3 (الف) B_2O_3 بی شکل فقط نظم و ترتیب کوتاه برد را نشان می دهد. (ب) B_2O_3 بلورین نظم و ترتیب دراز برد را هم نشان می دهد.

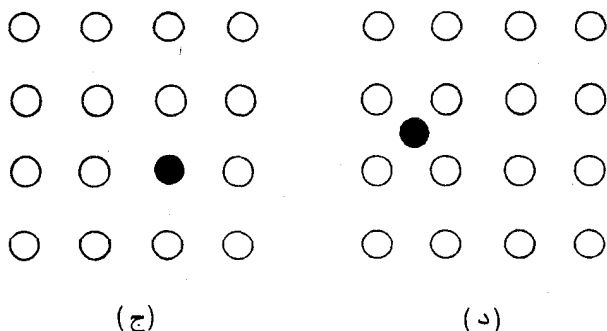
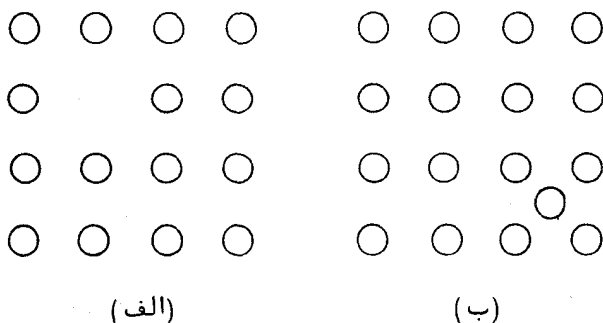
است، در حالی که B_2O_2 بی شکل که ماده‌ای شیشه‌ای یا "زجاجی" است این نظم اضافی را ندارد. تبلور از حالت شیشه‌ای آن قدر کند است که معمولا "صورت نمی‌گیرد، اما ناشناخته نیست: شیشه ممکن است موقعی که گرم می‌شود تا زمانی که کاملا "شروع به نرم شدن نکرده است به صورت بلور در آید و نمونه‌های شیشه‌های خیلی قدیمی گاهی دیده شده که متبلور شده‌اند.

مقایسه بین یک جسم جامد بی شکل و یک مایع به عنوان وسیله درک بهتر هر دو حالت ماده ارزش بحث را دارد. معمولا "مایعات شباهت بیشتری به گازها دارند تا به جامدات؛ روی هم رفته، مایعات و گازها هر دو شاره هستند و در دماهای بالای نقطه بحرانی هر دو غیر قابل تشخیص‌اند. لکن، از دیدگاه میکروسکوپی، مایعات و جامدات نیز وجوه مشترک زیادی دارند. مثلا "چگالی یک مایع معین معمولا" به چگالی جسم جامد متناظر آن مایع نزدیک است، که مبین این است که درجه پکیدی مشابه است، استنباطی مبتنی بر تراکم پذیریه‌های این حالتها. بعلاوه، پراش پرتو ایکس نشان می‌دهد که بسیاری از مایعات در هر لحظه دارای ساختارهای کوتاه‌برد معین هستند که کاملا "شبه ساختارهای جامدات بی شکل می‌باشند. با این تفاوت که گروه‌بندی‌های مولکولهای مایعات دائما "جابجا می‌شوند. یک نمونه آشکار از نظم و ترتیب کوتاه‌برد در یک مایع، در آب روی می‌دهد، درست در بالای نقطه ذوب، جایی که نتیجه حاصل چگالی کمتری نسبت به چگالی در دماهای بالاتر دارد، زیرا مولکولهای H_2O وقتی که به صورت بلور به هم می‌چسبند از وقتی که آزاد حرکت می‌کنند کمتر پکیده هستند.

چون جامدات بی شکل در اصل مایعات هستند، دارای نقاط ذوب مشخصی نمی باشند. این رفتار را می توانیم براساس میکروسکوپی بدین طریق توجیه کنیم که چون یک جسم جامد بی شکل نظم و ترتیب درازبرد ندارد، مقاومت پیوندهای بین مولکولهایش فرق می کند. وقتی که ماده گرم شود، ضعیفترین پیوندها نسبت به سایر پیوندها در دماهای پایین تر گسیخته می شوند، به گونه ای که ماده بتدریج نرم می شود. در جسم جامد بلوری گذار بین نظم و ترتیب درازبرد و کوتاه برد (یا بدون هیچ نظم و ترتیبی) مستلزم گسستگی پیوندهایی است که مقاومت هایشان کم و بیش یکسان است و ذوب در دمای دقیقاً "معینی صورت می گیرد.

۵-۲ نقایص بلور

یک بلور مطلوب بلوری است که هر اتم آن دارای یک محل تعادل معین در آرایش منظم باشد. بلورهای واقعی از داشتن این مشخصه بدورند. نقائص در ساختار یک بلور - اتمهای مفقود، اتمهای خارج از موقعیت اصلی خود، بی نظمیها در فاصله ردیفهای اتمها، وجود



شکل (۱۰-۲) نقایص نقطه ای در یک بلور. (الف) فضای خالی (ب) میان شبکه ای (ج) ناخالصی جایگزینی (د) ناخالصی میان شبکه ای.

ناخالصیها و غیره - تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر خواص فیزیکی آن دارند. بنابراین، رفتار یک جسم جامد تحت فشار تا حد زیادی به وسیله ماهیت و تمرکز نقایص در ساختارش تعیین می‌شود، همان‌گونه که رفتار الکتریکی یک نیم رسانا تعیین می‌گردد.

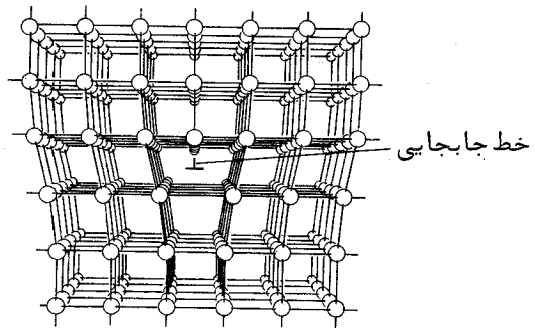
نقص نقطه‌ای ساده‌ترین مقولهٔ نقص بلور است. شکل ۱-۲ سه نوع اصلی نقص نقطه‌ای را نشان می‌دهد: فضای خالی، میان شبکه‌ای و ناخالصی. فضاهای خالی و میان شبکه‌ایها که هر دو برای به‌وجود آمدن تقریباً "به ۱ تا ۲ الکترون ولت نیاز دارند در همهٔ بلورها در نتیجه برانگیختگی گرمایی حادث می‌شوند و از این رو بسامد آنها بسرعت با دما افزایش می‌یابد. بیش از تعداد در تعادل گرمایی چنین نقایصی را می‌توان به طرق زیادی به وجود آورد. یک روش ساده، حرارت دادن جسمی جامد تا دمای زیاد است به طوری که نقایص بسیاری شکل گیرند و سپس سرد کردن سریع آن تا بعضی از نقایص اضافی را در دمای نهایی به جا گذارد. ایجاد نقایص با تابش ذره‌ای از اهمیت زیادی برخوردار است مثلاً، در یک رآکتور هسته‌ای، نوترونهای انرژی‌زا اتمها را بسهولت از مواضع عادی‌شان خارج می‌کنند. در نتیجه در خواص مادهٔ بمباردمان شده تغییری روی می‌دهد؛ مثلاً، اکثر فلزات شکننده‌تر می‌شوند.

وجود نقایص نقطه‌ای در یک بلور پخش اتمها در درون آن را ممکن می‌سازد - این امر در نظر اول شگفت‌انگیز است، گر چه وقتی که در مورد پیوند فلزات ناهمسان در چنین مراحل نظیر جوش دادن، برنج پوش کردن و گالوانیزه کردن فکر می‌کنیم این تصور کمتر شگفت‌انگیز است. وقتی که فضاهای خالی وجود دارد پخش اتمها با گذار یک اتم همجوار به فضای خالی روی می‌دهد و فضای خالی جدیدی باقی می‌ماند که اتم دیگری ممکن است بعداً آن را پر کند و به همین ترتیب ادامه می‌یابد. وقتی که اتمهای میان شبکه‌ای حضور دارند، ضمن جابجا شدن اتمها در میان بلور پخش صورت می‌گیرد. همان‌گونه که انتظار داریم پخش اتمها در یک جسم جامد قویاً "تابع دماست، یعنی از میزان معمولاً "ناچیز در درجه حرارت اتاق به میزانی که با مشخصهٔ مایع مربوطه در نزدیک نقطه ذوب فاصله ندارد، افزایش می‌یابد.

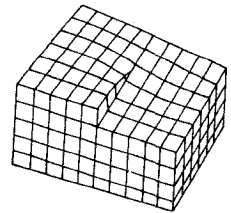
اثرات اتمهای ناخالص بر خواص الکتریکی نیم رساناها که اساس کار دستگاههایی نظیر ترانزیستورها را تشکیل می‌دهد بعداً" در این فصل مورد بحث قرار می‌گیرند.

جابجایی نوعی نقص بلوری است که در آن رشته‌ای از اتمها در محل خاص خود قرار نمی‌گیرد. دو نوع اساسی جابجایی وجود دارد. شکل ۱-۳ جابجایی لبه‌ای را نشان می‌دهد که می‌توان آن را برحسب حذف یک لایه از اتمها و جابجایی لایه‌های دیگر به علت حذف این لایه به نقص تصور کرد. در شکل پیوندهای بین اتمها با خطوط نشان داده شده‌اند.

نوع دیگر جابجایی پیچشی است. برای مجسم کردن یک جابجایی پیچشی می توان این گونه تصور کرد که در قسمتی از یک بلور کامل برشی ایجاد می شود، در این صورت همان گونه که در شکل ۱۰-۴ نشان داده شده است یک طرف برش نسبت به طرف دیگر آن جابجا خواهد شد. لایه های اتمی حول جابجاشدگی حرکت مارپیچی دارند که علت انتخاب نام را توضیح می دهد. جابجایی های واقعی در بلورها معمولا " ترکیباتی از انواع لبه ای و پیچشی است."



شکل (۱۰-۳) جابجایی لبه ای



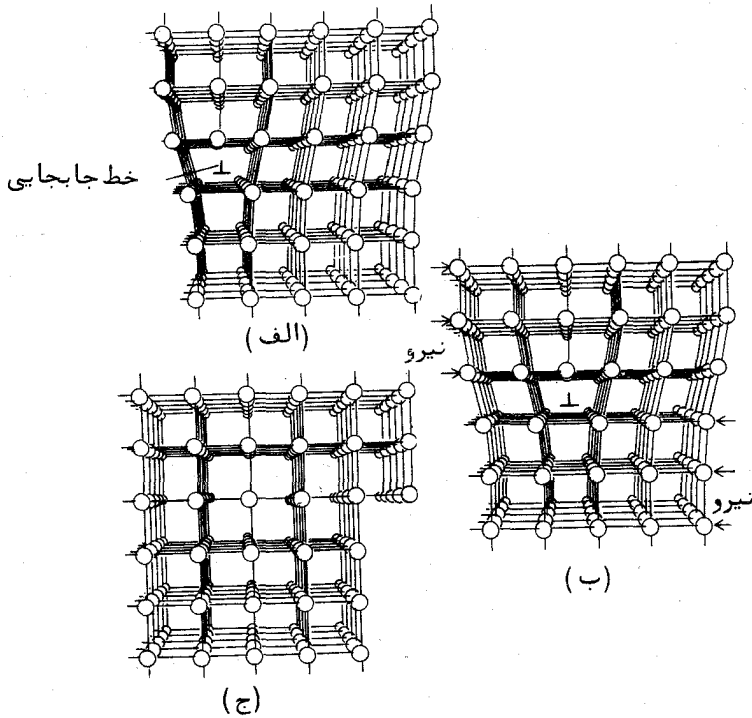
شکل (۱۰-۴) جابجایی پیچشی

جابجایی ها برای رفتار پلاستیکی جامدات توضیحی ارائه می دهند. هرگاه فشار اعمال شده از حد کشسانیش تجاوز کند، ماده دیگر به شکل اولیه اش بر نمی گردد بلکه برای همیشه بی شکل می شود. اکثر فلزات می توانند قبل از ترک خوردن تغییر شکل پلاستیکی اساسی پیدا کنند، خاصیتی که به قابلیت تورق و مفتول شدن موسوم است؛ در جامدات دیگر گستره پلاستیکی معمولا "کوچکتر است. پاسخ ارتجاعی یک جسم جامد بسهولت بر حسب نیروهای پیوندی درون آن توجیه می شود که مانند نیروهای برگرداننده قانون هوک برای جابجایی های کوچک از آرایش تعادلی عمل می کنند. اما این نگرش مستقیم نمی تواند علت رفتار پلاستیکی را توضیح دهد زیرا محاسبات نیروی لازم برای لغزاندن یک لایه از اتمها در یک بلور از کنار لایه دیگر ارقامی به دست می دهد که هزار بار از ارقامی که واقعا "مشاهده می شوند بیشترند. حضور جابجایی ها فهم این مطلب را ممکن می سازد که چرا جامدات فقط کسری از قدرتی را که باید بر اساس ساختارهای کامل داشته باشند، دارا هستند. شکل ۱۰-۵ نشان می دهد

چگونه بلوری که دارای جابجایی لبه‌ای است می‌تواند برای همیشه با یک زوج نسبتاً معتدل از نیروها تغییر شکل داده شود. هرگاه نیروها اعمال شوند، خط‌اتمهای زیر و به سمت راست جابجایی، پیوندهایشان را به خط‌اتمهای مستقیماً بالای جابجایی تغییر می‌دهند که سبب می‌شود جابجایی یک فاصله اتمی به سمت راست حرکت کند. این مرحله آن قدر تکرار می‌شود تا جابجایی به کنار بلور برسد و در این حالت تغییر شکل دائمی است. کل مرحله را لغزش می‌نامند و صفحه‌ای که جابجایی بر روی آن صورت می‌گیرد صفحه لغزش است. در لغزش، پیوندهای اتمی که نگاهدارنده یک لایه به لایه بعدی می‌باشند در هر بار فقط در یک خط شکسته می‌شوند، در حالی که در یک بلور کامل برای روی دادن سیلان پلاستیکی تمام پیوندهای بین دو لایه الزاماً بطور همزمان شکسته می‌شوند که یک پدیده خیلی قویتر است

چون در حین سیلان پلاستیکی، جابجایی‌ها افزوده می‌شوند، تغییر شکل ممتد یک جسم جامد سبب افزایش کیفیت جابجایی می‌شود. سرانجام جابجایی‌ها آن قدر زیاد و در هم پیچیده می‌شوند که حرکت یکدیگر را کند می‌کنند و این امر شکل‌پذیری ماده را کاهش می‌دهد. این پدیده به عمل سخت شدن موسوم است. اگر به بلور سخت شده حرارت دهیم، آرایش اتمی نامنظمش نظم پیدا می‌کند؛ افزایش دما که سبب ازدیاد انرژی ارتعاشی اتمها می‌شود، آزادی انرژی ذخیره شده در جابجایی‌ها را موجب می‌گردد. (انرژی ذخیره شده برای یک فلز شدیداً تغییر شکل یافته عبارت است از $2/5 \times 10^7 \text{ J/m}^3$ که معادلش در انرژی ارتعاشی برابر است با تغییری در دمای چندین درجه سلسیوس) مرحله حرارت دادن یک ماده سخت برای بازگرداندن به قابلیت مفتول شدنش را باز پختن می‌نامند. میله‌ها و ورقه‌های فولادی که با غلطش سرد شکل می‌گیرند از آنهایی که با غلطش گرم شکل می‌گیرند خیلی سخت‌ترند. یک بلور سخت ممکن است جابجایی‌هایی به اندازه 10^{-6} m در هر متر مکعب حجمش داشته باشد که باز پختن می‌تواند شاید با کاهش یک میلیون چین این طول را به 10^{-1} m یا چیزی در این حدود برساند.

علاوه بر عمل سخت شدن، وسیله دیگر کند کردن لغزش در یک فلز، داخل سازی عمدی اتمهای خارجی است تا سبب کندی حرکت جابجایی شود. بدین ترتیب افزایش مقادیر کوچکی از عناصری نظیر کربن، کرومیوم، منگنز و تنگستن به آهن آن را با کاهش دادن لغزشی، به فولاد خیلی قویتری تبدیل می‌کند.



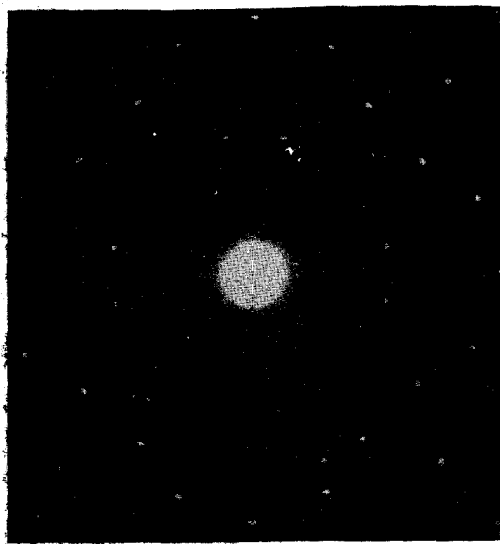
شکل (۱۰-۵) لغزش از حرکت جابجایی از میان یک بلور تحت فشار ناشی می‌شود. (الف) آرایش اولیه بلور (ب) جابجایی به سمت راست حرکت می‌کند همچنان که اتمهای لایه زیر آن به طور متوالی پیوندهایشان را با اتمهای لایه بالاتر در هر لحظه یا یک ردیف تغییر می‌دهند. (ج) بلور تغییر شکل دائمی به خود گرفته است.

۱۰-۳ بلورهای یونی

پیوندهای کووالانس زمانی به وجود می‌آیند که اتمها زوج الکترونی را به طریق اشتراک می‌گذارند که نیروهای جاذبه‌ای تولید شوند. پیوندهای یونی زمانی به وجود می‌آیند که اتمهایی که انرژیهای یونش کمی دارند و از این رو بسهولت الکترون از دست می‌دهند با سایر اتمهایی که تمایل به داشتن الکترونها اضافی دارند برهمکنش داشته باشند. اتمهای اولی به اتمهای بعدی الکترون می‌دهند و در نتیجه بترتیب یونهای مثبت و منفی می‌شوند. در بلور یونی این یونها در یک آرایش تعادل جمع می‌شوند که در آن نیروهای جاذب بین یونهای مثبت و منفی بر نیروهای رانشی بین یونهای مشابه غلبه می‌کنند. همانند مولکولها، از فروریختن تمام انواع بلورها جلوگیری می‌شود. این عمل در

نفوذ نیروهای چسبنده ناشی از عمل اصل انحصار صورت می‌گیرد که این اصل هنگامی که لایه‌های الکترونی اتمهای مختلف روی همدیگر را می‌پوشانند و در هم می‌آمیزند، اشغال حالت‌های انرژی بالاتر را لازم می‌داند.

در بخش ۷-۶ در مورد انرژیهای یونش عناصر بحث شد و در آن جا دیدیم که چرا فلزات قلیایی گروه I جدول تناوبی دارای پایین‌ترین مقادیر این انرژی هستند. بطور کلی، هر چه در گروه پایین رویم انرژیهای یونش کاهش می‌یابند و هر چه از چپ به راست هر دوره تناوبی پیش رویم افزایش می‌یابند. در مقابل اتمهای فلز قلیایی که تمایل به از دست دادن الکترونهای خارجی‌ترین لایه خود دارند، اتمهای هالوژن قرار گرفته‌اند که می‌خواهند زیر لایه‌های «خارجی خود را با جذب یک الکترون اضافی کامل کنند. میل ترکیبی الکترونی یک عنصر عبارت است از انرژی آزاد شده هنگامی که یک الکترون به اتم عنصر اضافه شود. هر چه میل ترکیبی الکترون بیشتر باشد، الکترون اضافه شده مقیدتر است. به طور کلی، با پیش رفتن در هر گروه جدول تناوبی میل‌های ترکیبی الکترون کاهش می‌یابند و هر چه از چپ به راست هر تناوب پیش رویم میل‌های ترکیبی الکترون افزایش

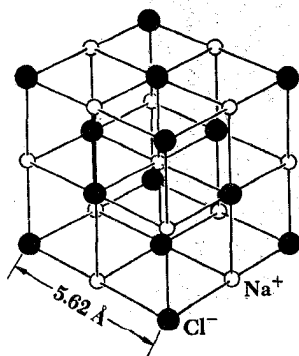


الگوی تداخلی ایجاد شده با پراکندگی پرتوهای ایکس از یونها در بلوری از کبر و سدیم. نقاط روشن مکان‌هایی هستند که پرتوهای ایکس پراکنده شده از لایه‌های مختلف در بلور بطور سازنده تداخل می‌کنند. تقارن چهار لایه عکس پرتو ایکس الگوی «شبه» کلرور سدیم را پیشنهاد می‌کند.

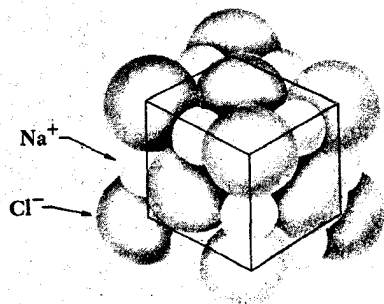
پیدا می‌کنند.

پیوند یونی بین دو اتم زمانی می‌تواند روی دهد که یکی از آنها انرژی یونش کمتری دارد و در نتیجه مایل است یک یون مثبت شود، در حالی که دیگری میل ترکیبی الکترونی بیشتری دارد و در نتیجه گرایش دارد یک یون منفی شود. سدیم با انرژی یونش $5/14 \text{ eV}$ نمونه‌ای از حالت اول و کلر با میل ترکیبی الکترونی $3/61 \text{ eV}$ نمونه‌ای از حالت دوم می‌باشند. وقتی یون Na^+ و یون Cl^- در محیط یکسانی باشند و آزادانه حرکت کنند، نیروی الکترو-استاتیکی جاذبه بین آنها، آنها را در یک جا جمع می‌کند. شرط این که یک مولکول پایدار NaCl نتیجه شود به طور ساده این است که انرژی کل سیستم دو یون از انرژی کل یک سیستم دو اتمی همان عناصر کمتر باشد؛ و گر نه الکترون اضافی روی یون Cl^- به یون Na^+ منتقل می‌شد و اتمهای خنثای Na و Cl دیگر به هم متصل نبودند. ببینیم چگونه این معیار در مورد NaCl به کار می‌رود.

بطور کلی، در یک بلور یونی هر یون با آن تعداد یونهای دارای بار مخالف احاطه می‌شود که بتوانند کاملاً در کنار هم قرار گیرند که این امر به بیشینه پایداری منجر می‌شود. بنابراین، نوع ساختاری که روی می‌دهد تابع اندازه‌های نسبی یونهای مربوطه است. شکلهای ۱-۶ و ۱-۷ دو نوع معمولی ساختار کشف شده در بلورهای یونی را نشان می‌دهند. در یک بلور کلرور سدیم، یونهای هر یک از دو نوع ممکن است این گونه تصور شوند که در رؤوس و مراکز وجوه مجموعه‌ای از مکعبها (مجموعه‌های Na^+ و Cl^- گنجانده شده) جای



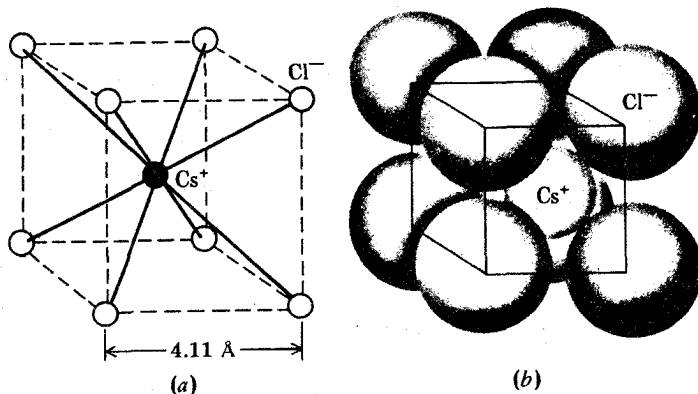
(الف)



(ب)

شکل (۱-۶) (الف) ساختار مکعب میان وجهی یک بلور NaCl . عدد مختصاتی (تعداد نزدیکترین یونهای گرد هر یون) ۶ است. (ب) مدل مقیاس یک بلور NaCl .

گرفته‌اند. بدین ترتیب، در نزدیکترین فاصله هر یون شش یون از نوع دیگر قرار گرفته است که نتیجه آن اختلاف قابل ملاحظه‌ای در اندازه‌های یونهای Na^+ و Cl^- است. چنین ساختاری را مکعب میان‌وجهی^۱ می‌نامند. در بلورهای کلرورسزیم ترتیب متفاوتی دیده می‌شود، در این بلور هر یون در مرکز مکعبی قرار می‌گیرد که در رؤوس آن یونهایی از نوع دیگر است. در نزدیکترین فاصله هر یون هشت یون از نوع دیگر است که دارای ساختار مکعب میان حجمی^۲ می‌باشد و این ساختار زمانی ناشی می‌شود که یونهای شرکت کننده از نظر اندازه قابل مقایسه باشند.



شکل (۱۰-۷) (الف) ساختار مکعب میان حجمی یک بلور CsCl . تعداد مختصات ۸ است. (ب) مدل سنجش یک بلور CsCl .

انرژی دوسیدگی^۳ یک بلور یونی انرژی است که در اثر تشکیل بلور از اتمهای خنثای منفرد آزاد می‌گردد. انرژی دوسیدگی معمولاً به الکترون ولت در هر اتم، الکترون ولت در هر مولکول یا کیلوکالری در هر مول بیان می‌شود که در این جا "مولکول" و "مول" اشاره به مجموعه‌هایی از اتمها دارد که با فرمول مرکب مربوطه (مثلاً NaCl در مورد بلور کلرور سدیم) مشخص شده باشند، حتی اگر مولکولهایی نظیر این مولکول در بلور وجود نداشته باشند. انرژی پتانسیل الکتریکی γ (کولن) یونها سهم اصلی در انرژی دوسیدگی یک بلور یونی دارد. یک یون Na^+ در NaCl را بررسی می‌کنیم. نزدیکترین یونها به آن شش یون Cl^- است

که هر یک به فاصله r از آن قرار دارند. بنابراین، انرژی پتانسیل یون Na^+ با توجه به این شش یون Cl^- عبارت است از:

$$V_1 = -\frac{6e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

نزدیکترین یونهای مجاور بعدی دوازده یون Na^+ می باشند که هر یک به فاصله $\sqrt{2}r$ از Na^+ اولیه قرار دارند زیرا قطر مربعی به ضلع r ، $\sqrt{2}r$ می شود. انرژی پتانسیل یون Na^+ با توجه به دوازده یون Na^+ عبارت است از

$$V_2 = +\frac{12e^2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{2}r}$$

هرگاه جمع بندی را در مورد تمام یونهای + و - در بلوری با اندازه معین ادامه دهیم، نتیجه حاصل عبارت است از:

$$V_{\text{کلمب}} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \left(6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \dots \right) = -1.748 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

یا به طور کلی

$$V_{\text{کولن}} = -\alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \text{انرژی کولن بلور یونی} \quad (۱-۱۰)$$

(البته این نتیجه برای انرژی پتانسیل یک یون Cl^- نیز صادق است). کمیت α به ثابت میدلانگ^۱ بلور موسوم است و برای تمام بلورهایی که دارای یک ساختارند مقدار یکسانی دارد. محاسبات مشابه برای سایر انواع بلورها، ثابتهای میدلانگ متفاوتی را به دست می دهند. مثلاً بلورهایی که ساختارشان مانند ساختار کلرور سزیم است (شکل ۱-۷) دارای $\alpha = ۱.۷۶۲$ می باشند و بلورهایی که ساختارشان شبیه ساختار سولفور روی می باشند (یک شکل ZnS) دارای $\alpha = ۱.۶۳۸$ هستند. ثابتهای میدلانگ ساختارهای بلوری ساده بین $۱/۶$ و $۱/۴$ می باشند.

سهم انرژی پتانسیل نیروهای رانشی را با توجه به عمل اصل انحصار به طور تقریب به شکل زیر می توان بیان کرد.

$$V_{\text{رانشی}} = \frac{B}{r^n} \quad (۱-۱۱)$$

علامت V (انرژی) مثبت است که مطابق برهمکنشی رانشی می باشد و وابستگی به r^{-n} مطابق

است با یک نیروی کوتاه برد که با کاهش فاصله بین هسته‌ای r افزایش می‌یابد. بنابراین، انرژی پتانسیل کل V هر یون به علت برهمکنشهای با تمام یونهای دیگر عبارت است از:

$$V = V_{\text{coulomb}} + V_{\text{repulsive}} = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{B}{r^n} \quad (3-10)$$

فاصله جدایی r_0 یون‌ها در وضعیت تعادل، V طبق تعریف کمینه است و بنابراین هنگامی که $r = r_0$ باشد $(dV/dr) = 0$ است. از این رو

$$\begin{aligned} \left(\frac{dV}{dr}\right)_{r=r_0} &= \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} - \frac{nB}{r_0^{n+1}} = 0 \\ \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} &= \frac{nB}{r_0^{n+1}} \\ B &= \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 n} r_0^{n-1} \end{aligned} \quad (4-10)$$

و انرژی پتانسیل کل عبارت است از:

$$V = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (5-10)$$

محاسبه n نمای از تراکم پذیریه‌های مشاهده شده بلورهای یونی امکان‌پذیر است. نتیجه متوسط عبارت است از $n \approx 9$ که مبین این می‌باشد که نیروی رانشی سریعاً با تغییر می‌کند: یونها به جای این که "نرم" باشند "سخت" هستند و قویاً در مقابل محکم پکیده شدن، مقاومت می‌کنند. در فاصله یونها در وضعیت تعادل، نیروی رانشی متقابل ناشی از اصل انحصار (چنان که از نیروی رانشی الکتریکی بین یونهای مشابه متمایز است) انرژی پتانسیل را حدود ۱۱ درصد کاهش می‌دهد. ظاهراً اطلاعات واقعاً "دقیقی" از n ضروری نیست؛ اگر به جای $n = 9$ ، $n = 10$ می‌بود، V فقط ۱ درصد تغییر می‌کرد.

مسئله: در یک بلور NaCl، فاصله تعادل r_0 بین یونها 2.81 \AA می‌باشد. مطلوب است انرژی دوسیدگی در NaCl.
حل: چون $\alpha = 1/748$ و $n \approx 9$ می‌باشد، انرژی پتانسیل یک یون با هر یک از دو علامت عبارت است از:

$$\begin{aligned} V &= -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \\ &= -\frac{(9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \times 1.748 \times (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{2.81 \times 10^{-10} \text{ m}} \left(1 - \frac{1}{9}\right) \\ &= -1.27 \times 10^{-18} \text{ J} = -7.97 \text{ eV} \end{aligned}$$

چون ممکن نیست هر یون را بیش از یک بار بشمریم، فقط نیمی از این انرژی پتانسیل یا $3/99 \text{ eV}$ - نشان دهنده سهم هر یون در انرژی دوسیدگی بلور است.

ما باید انرژی لازم برای گذار یک الکترون از یک اتم Na به یک اتم Cl برای تشکیل یک زوج یون $\text{Na}^+ - \text{Cl}^-$ را نیز به حساب آوریم. این انرژی گذار الکترون عبارت است از اختلاف بین $5/14 \text{ eV}$ + انرژی یونیزاسیون Na و $3/61 \text{ eV}$ - میل ترکیبی الکترون Cl، یا $1/53 \text{ eV}$ + بنابراین، هر اتم به انرژی دوسیدگی از این منبع مقدار $5/77 \text{ eV}$ + کمک می‌کند. بدین ترتیب، انرژی دوسیدگی کل هر اتم عبارت است از:

$$E_{\text{دوسیدگی}} = (-3.99 + 0.77) \text{ eV/اتم} = -3.22 \text{ eV/اتم}$$

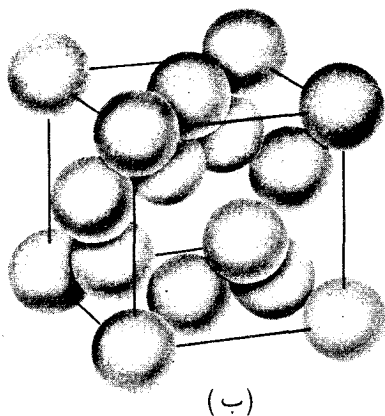
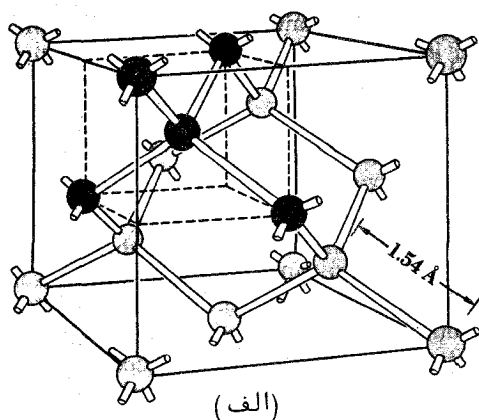
یک رقم تجربی برای انرژی دوسیدگی یک بلور یونی را می‌توان از اندازه‌گیریهای گرمایی تبخیرش، انرژی تفکیک و انرژی مبادله الکترون به دست آورد. نتیجه حاصل برای NaCl $3/28 \text{ eV}$ می‌باشد که با مقدار محاسبه شده سازگاری نزدیک دارد.

اکثر جامدات یونی به واسطه قدرت پیوندهای بین یونهای تشکیل دهنده خود سخت هستند و نقاط ذوب بالایی دارند. این جامدات معمولاً شکننده هم هستند، چون از لغزش اتمها بر روی یکدیگر که نشانگر مفتول شدن فلزات است توسط ترتیب یونهای مثبت و منفی حاصل از ماهیت پیوندها جلوگیری می‌شود. مایعات قطبی نظیر آب قادرند بسیاری از بلورهای یونی را حل کنند اما مایعات کووالانسی نظیر بنزین عموماً قادر به انجام این کار نیستند.

۱۰-۴ بلورهای کووالانس

نیروهای دوسیدگی در بلورهای کووالانس از حضور الکترونهای بین اتمهای مجاور ناشی می‌شوند. هر اتم شرکت کننده در یک پیوند کووالانس یک الکترون در پیوند شرکت می‌دهد و این الکترونها توسط هر دو اتم به اشتراک گذاشته می‌شوند نه آن که مانند پیوند یونی هر الکترون منحصرأ در اختیار یک اتم قرار می‌گیرد. الماس یک نمونه از بلوری است که اتمهای با پیوندهای کووالانس به هم متصل می‌شوند. شکل ۱۰-۸ ساختار یک بلور الماس را نشان می‌دهد؛ آرایش چهار وجهی نتیجه‌ای است از توانایی هر اتم کربن برای تشکیل پیوندهای کووالانس با چهار اتم دیگر.

بلورهای صرفاً کووالانسی از نظر تعداد نسبتاً کم هستند. علاوه بر الماس، سیلیسیم



شکل (۱۰-۸) (الف) ساختار چهاروجهی الماس. تعداد مختصات ۴ است. (ب) مدل مقیاس یک بلور الماس.

ژرمانیم و کربورسیلیسیم چند نمونه می باشند؛ در SiC هر اتم با چهار اتم از نوع دیگر در ساختار چهاروجهی مانند ساختار چهار وجهی الماس احاطه می شود. تمام بلورهای کووالانسی سختند (الماس سخت ترین ماده شناخته شده است و SiC کربورسیلیسیم سائیده صنعتی می باشد)، دارای نقاط ذوب بالایی می باشند و در تمام مایعات معمولی غیر قابل حل هستند، رفتاری که منعکس کننده قدرت پیوندهای کووالانسی است. انرژیهای دوسیدگی از ۳ تا ۵ الکترون ولت هر اتم نمونه انرژی بلورهای کووالانسی هستند که مرتبه بزرگی آنها همانند انرژیهای دوسیدگی در بلورهای یونی است.

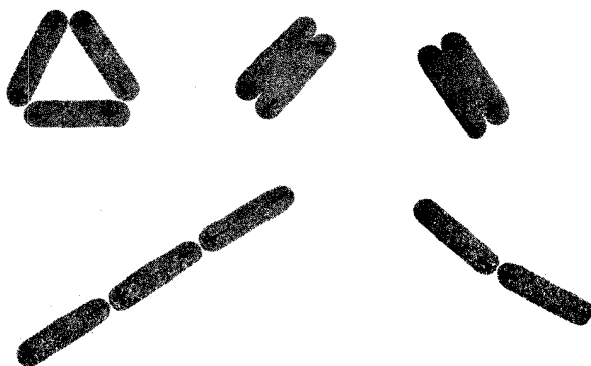
برای اثبات این که آیا پیوندها در یک بلور غیر مولکولی، غیر فلزی مفروض غالباً "یونی هستند یا کووالانسی، چندین راه وجود دارد. به طور کلی، ترکیبی از یک عنصر از گروه یک یا دو جدول تناوبی با عنصری از گروه شش یا هفت، پیوند یونی در حالت جامد را نشان می دهد. راهنمای دیگر تعداد مختصات بلور می باشد که عبارت است از تعداد نزدیکترین پیوندها دور هر ذره متشکله، تعداد مختصات زیاد معرف بلور یونی است زیرا مشاهده این که چگونه یک اتم می تواند با شش اتم دیگر (همان گونه که در ساختار مکعب میان وجهی مانند ساختار NaCl است) یا با هشت اتم دیگر (همان گونه که در ساختار مکعب میان حجمی مانند ساختار CsCl است) پیوندهای صرفاً "کووالانسی تشکیل دهد، سخت است. لکن، تعداد مختصات با ۴، همان گونه که در ساختار الماس است، با یک صفت منحصر "کووالانسی سازگار می باشد. یقیناً، همیشه امکان پذیر نیست که یک بلور خاص را بنام این که کاملاً

یونی یا کووالانسی است، طبقه‌بندی کنیم: AgCl که ساختارش همانند ساختار NaCl است و CuCl که ساختاری شبیه ساختار الماس دارد هر دو پیوندهایی با صفت مشخصه بینابین همچون بسیاری از جامدات دیگر، دارند.

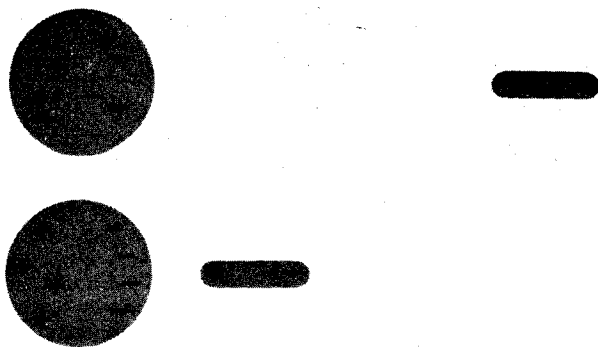
۱۰-۵ نیروهای واندروالس

کلیه اتمها و مولکولها - حتی اتمهای گاز خنثی نظیر اتمهای هلیوم و آرگون - به علت نیروهای واندروالس جاذبه‌های کوتاه‌برد ضعیف بر یکدیگر اعمال می‌کنند. علی‌رغم نبودن مکانیسم پیوند یونی، کووالانسی یا فلزی علت تراکم گازها به مایعات و انجماد مایعات به جامدات وجود این نیروهاست. جلوه‌های آشنایی از رفتار توده ماده از قبیل اصطکاک، کشش سطحی، غلظت، دوشش، چسبندگی و غیره نیز از نیروهای واندروالس ناشی می‌شوند. همان‌گونه که پی خواهیم برد، جاذبه واندروالس بین دو مولکول به فاصله r از یکدیگر با r^{-7} متناسب می‌باشد، بطوری که این اثر فقط برای مولکولهای خیلی نزدیک به یکدیگر محسوس است.

مطلب را با توجه به این امر که بسیاری از مولکولها (موسوم به مولکولهای قطبی) گشتاورهای دو قطبی الکتریکی دایم دارند، آغاز می‌کنیم. یک نمونه آن مولکول H_2O است که در آن تمرکز الکترونها پیرامون اتم اکسیژن این انتهای مولکول را بیشتر از انتهایی که اتمهای هیدروژن قرار دارند منفی می‌کند. چنین مولکولهایی تمایل دارند به گونه‌ای صف بندی شوند که نقاط انتهایی با علامت مخالف مجاور یکدیگر قرار گیرند، همان گونه که در شکل ۱۰-۹ دیده می‌شود و در این سمتگیری مولکولها قویاً "یکدیگر را جذب می‌کنند".



شکل (۱۰-۹) مولکولهای قطبی یکدیگر را جذب می‌کنند.



شکل (۱۰-۱) مولکولهای قطبی مولکولهای قطبش پذیر را جذب می کنند .

یک مولکول قطبی نیز قادر است مولکولهایی را که معمولاً "گشتاور دو قطبی دائمی ندارند، جذب کند. فرآیند آن در شکل ۱۰-۱ نشان داده شده است: میدان الکتریکی مولکول قطبی موجب جدایی بار در مولکول دیگر می شود با گشتاور دو قطبی القایی همجهت با گشتاور مولکول قطبی. نتیجه حاصل یک نیروی جاذبه می باشد. (این اثر مانند همان اثری است که در جاذبه یک قطعه آهن مغناطیس نشده به وسیله آهنربا دست اندر کار است) تعیین صفات مشخصه این نیروی جاذب مشکل نیست. میدان الکتریکی E به فاصله r از یک دو قطبی با گشتاور p از فرمول زیر به دست می آید.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{p}{r^3} - \frac{3(p \cdot r)}{r^5} r \right] \quad (۱۰-۶)$$

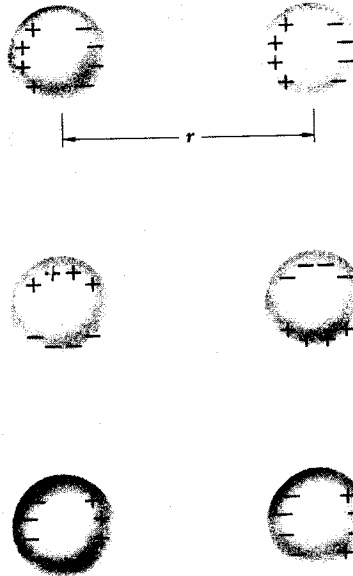
ما از تحلیل برداری متذکر می شویم که $p \cdot r = pr \cos \theta$ که در آن θ زاویه بین p و r است. میدان E در مولکول دیگر که معمولاً "یک مولکول غیر قطبی است، یک گشتاور دو قطبی الکتریکی p متناسب با E از نظر بزرگی و کاملاً "در همان جهت E القاء می کند. از این رو

$$p = \alpha E \quad (۱۰-۷)$$

که در آن α ثابتی موسوم به قطبش پذیری مولکول است. انرژی دو قطبی القایی در میدان الکتریکی E عبارت است از:

$$\begin{aligned} V &= -p \cdot E \\ &= -\frac{\alpha}{(4\pi\epsilon_0)^2} \left(\frac{p^2}{r^6} - \frac{3p^2}{r^6} \cos^2 \theta - \frac{3p^2}{r^6} \cos^2 \theta + \frac{9p^2}{r^6} \cos^2 \theta \right) \\ &= -\frac{\alpha}{(4\pi\epsilon_0)^2} (1 + 3 \cos^2 \theta) \frac{p^2}{r^6} \end{aligned} \quad (۱۰-۸)$$

بدین ترتیب، انرژی متقابل دو مولکول که از برهمکنش آنها ناشی می‌شود منفی است یعنی نیروی بین آنها یک نیروی جاذب است و با r نسبت عکس دارد. خود نیرو برابر است با $-dV/dr$ و بنابراین با r^{-7} متناسب و مبین این است که با افزایش جدایی این نیرو بطور سریع سقوط می‌کند. دو برابر کردن فاصله بین دو مولکول، نیروی جاذبه بین آنها را فقط به $1/8$ درصد مقدار اولیه‌اش کاهش می‌دهد.

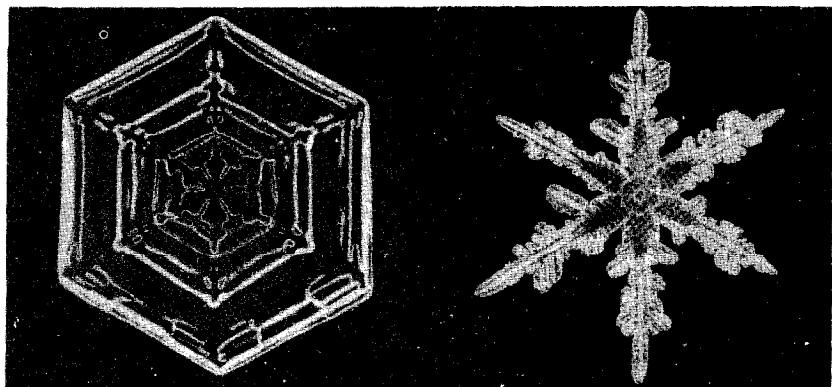
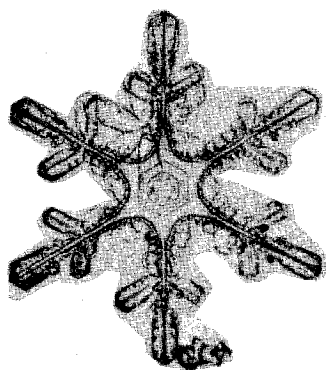


شکل (۱۰-۱۱) به طور متوسط، مولکولهای غیر قطبی دارای توزیعی بار متقارند، اما در هر لحظه توزیعها نامتقارند. افت و خیزها در توزیعی بار مولکولهای مجاور همان گونه که نشان داده شده‌اند هماهنگ می‌شوند که به نیروی جاذبه بین آنها که بزرگیش با $1/r^2$ متناسب است، منجر می‌شود.

به گونه‌ای برجسته‌تر، دو مولکول غیر قطبی با مکانیسم فوق می‌توانند یکدیگر را جذب کنند. گرچه توزیع الکترون در یک مولکول غیر قطبی روی هم رفته متقارن است، ولی الکترون‌ها خود در حرکت ثابت می‌باشند و در هر لحظه معین یک بخش یا بخش دیگری از مولکول یک افزونی از آنها را دارا می‌شود. به جای ثابت بودن نامتقارنی بار یک مولکول قطبی، یک مولکول غیر قطبی دارای نامتقارنی است که مرتباً "تغییر می‌کند". هرگاه دو مولکول غیر قطبی به قدر کافی به هم نزدیک باشند، توزیعی افت و خیزی بار آنها سعی دارند با هم جابجا شوند، نقاط انتهایی مجاور همیشه علامت مخالف دارند (شکل ۱۰-۱۱) و بنابر

این پیوسته یک نیروی جاذبه را سبب می‌شوند. این نوع نیرو را به نام فیزیکدان هلندی واندروالس می‌نامند که این فیزیکدان وجود آن را تقریباً "یک قرن پیش برای توضیح انحرافات مشاهده شده از قانون گاز کامل مطرح کرد؛ البته، تبیین مکانیسم واقعی این نیرو جدیدتر است.

نیروهای واندروالس نه تنها بین تمام مولکولها بلکه بین تمام اتمها ایجاد می‌شوند، از جمله اتمهای گازهای نادر که به طریق دیگری برهمکنش ندارند و گر نه این گازها به مایعات یا جامدات تبدیل نمی‌شدند. مقادیر p^2 (یا p^2)، میانگین p^2 ، که برای مولکولهایی که گشتاور دو قطبی دائمی ندارند، به کار می‌رود) و قطبش پذیری «برای اکثر مولکولها قابل مقایسه‌اند؛ این جزئی از علتی است که چرا چگالیها و گرماهای تبخیر مایعات، خواصی که به قدرت نیروهای بین مولکولی بستگی دارند، گستره نسبتاً باریکی دارند. نیروهای واندروالس از نیروهایی که در پیوندهای یونی و کووالانسی یافت می‌شوند خیلی ضعیفترند

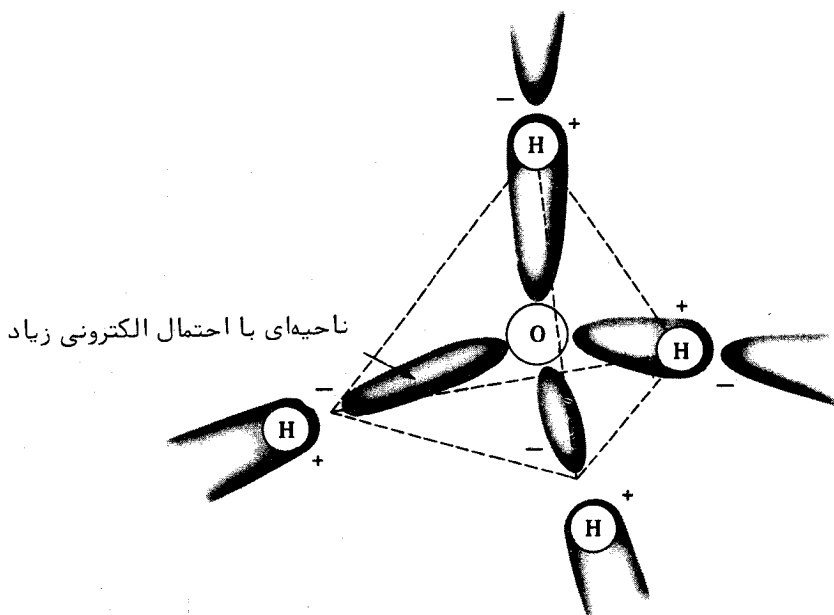


مولکولهای آب در یک دانه برف با پیوندهای واندروالس به هم دیگر متصل می‌شوند.

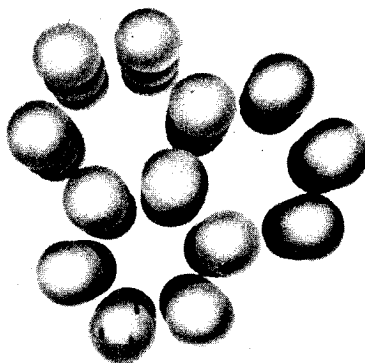
و در نتیجه بلورهای مولکولی به طور کلی دارای نقاط ذوب و جوش پایین و قدرت مکانیکی کمی هستند. انرژیهای دوسیدگی آنها نیز پایین هستند، در آرگون جامد فقط $۰/۰۸$ الکترون ولت بر اتم (نقطه ذوب ۱۸۹°C)، در یدروژن جامد $۰/۰۱$ الکترون ولت بر مولکول (نقطه ذوب ۲۵۹°C) و در ممتان جامد، CH_4 ، $۰/۱$ الکترون ولت بر مولکول (نقطه ذوب ۱۸۳°C). یک نوع بویژه قوی از پیوند واندروالس بنام پیوند یدروژنی بین بعضی مولکولها که دارای اتمهای یدروژن هستند، روی می دهد. توزیع الکترون در چنین اتمی به سبب همبستگی اتم "مادر" به الکترونها آن قدر نامنظم است که هر اتم یدروژن اساساً "بیشتر بار منفی" را به اتم مادر داده است و پروتونی که بطور ضعیف محافظت شده به جا گذاشته است. نتیجه حاصل مولکولی است با بار مثبت موضعی که می تواند با تمرکز بار منفی مولکول دیگری از همان نوع در جای دیگر به آن مولکول بپیوندد. در این جا نکته، اندازه مؤثر کوچک پروتونی است که بطور ضعیف محافظت می شود، زیرا نیروهای الکتریکی به مقدار $۲-۳$ تغییر می کنند.

مولکولهای آب بطور استثنایی آماده اند تا پیوندهای یدروژنی را تشکیل دهند زیرا چهار زوج الکترون گرد اتم O در H_2O به طور متقارن توزیع نشده اند بلکه بیشتر احتمال دارد در نواحی خاصی با چگالی احتمال بالا یافت شوند (شکل ۸-۸ را ببینید). این نواحی به سوی خارج پیش رفته اند چنان که گویی به طرف رؤوس یک چهار وجهی میل کرده اند، همان گونه که در شکل ۱۰-۱۲ نشان داده شده است. در دو تا از این رؤوس اتمهای یدروژن قرار دارند که بدین ترتیب بارهای مثبت متمرکز را نشان می دهند، در حالی که دور از دیگر بارهای منفی تا حدی پراکنده تر را به نمایش می گذارند. بنابراین، هر مولکول H_2O می تواند با چهار مولکول H_2O دیگر پیوندهای یدروژنی تشکیل دهد؛ در دو تا از این پیوندها، مولکول مرکزی، پروتونهای رابط را فراهم می کند و در دو پیوند دیگر مولکولهای متصل شده پروتونهای رابط را فراهم می کنند. در حالت مایع، پیوندهای یدروژنی بین مولکولهای H_2O مجاور دائماً به سبب آشفتگی گرمایی شکسته می شوند و دوباره شکل می گیرند، اما با وجود این در هر لحظه مولکولها بصورت خوشه های معین ترکیب می شوند. در حالت جامد، این خوشه ها بزرگ و پایدارند و بلورهای یخ را تشکیل می دهند.

الگوی شش گوشه مشخصه (شکل ۱۰-۱۳) یک بلور یخ از آرایش چهار وجهی چهار پیوند یدروژنی که هر مولکول H_2O می تواند در آن شرکت کند، ناشی می شود. با داشتن فقط نزدیکترین چهار پیوند گرد هر مولکول، بلورهای یخ دارای ساختارهای فوق العاده باز هستند که پایین بودن استثنایی چگالی یخ را می رسانند. چون خوشه های مولکولی در حالت مایع کوچکترند و پایداری کمتری دارند، روی هم رفته، مولکولهای آب از مولکولهای یخ



شکل (۱۰-۱۲) در یک مولکول H_2O ، چهار زوج الکترونیهای ظرفیت گرد اتم اکسیژن (شش الکترون با اتم اشتراک دارند و هر کدام یک اشتراک با اتمهای H دارند) ترجیحا "چهار ناحیه را اشغال می‌کنند که یک الگوی چهار وجهی را تشکیل می‌دهند. هر مولکول H_2O می‌تواند با چهار مولکول H_2O دیگر پیوندهای تیدروژنی تشکیل دهد.



شکل (۱۰-۱۳) نمای بالای یک بلور یخ نظم شش گوشه‌ای باز مولکولهای H_2O را نشان می‌دهد. هر مولکول چهار مولکول مجاور نزدیک دارد که با پیوندهای تیدروژنی به آنها متصل می‌شود.

فشرده‌ترند و آب چگالی بیشتری دارد: در نتیجه، یخ شناور است. چگالی آب از 0°C به مقدار بیشینه در 4°C افزایش می‌یابد هنگامی که خوشه‌های بزرگی از مولکولهای H_2O به خوشه‌های کوچکتری که فضای کمتری در مجموعه را اشغال می‌کنند، شکسته می‌شوند؛ فقط بعد از 4°C انبساط گرمایی معمولی این مایع خود را بصورت یک چگالی کاهنده با افزایش دما نمایان می‌کند.

۵-۶ پیوند فلزی

موضوع اصلی نظریه مدرن فلزات این است که الکترونهای ظرفیت اتمها که در برگیرنده یک فلزند در کل مجموعه مشترکند، به گونه‌ای که نوعی "گاز" با الکترونهای آزاد فلز را فرا می‌گیرد. برهمکنش بین این گاز الکترونی و یونهای فلزی مثبت به یک نیروی دوسیدگی قوی منجر می‌شود. علت رساناییهای ویژه گرمایی و الکتریکی زیاد، کدری، تابش سطحی و دیگر خواص منحصر به فرد فلزات وجود چنین الکترونهای آزاد است. یقیناً "الکترونها در هیچ جسم جامدی، حتی در یک فلز، نمی‌توانند با آزادی کامل در درونش حرکت کنند. تمامی آنها تا اندازه‌ای تحت تأثیر حضور ذرات دیگر می‌باشند و وقتی که نظریه فلزات را تجدید نظر کنیم تا این پیچیدگیها را در برگیرد، تصویر جامعی پدیدار می‌شود که با تجربه هماهنگی کامل دارد.

توانایی اتمهای فلز در پیوستن به یکدیگر برای تشکیل بلورهایی با اندازه نامحدود را می‌توان با در نظر گرفتن پیوند فلزی به عنوان یک پیوند کووالانسی اشباع نشده به دست آورد. فرآیندهای پیوند در ئیدروژن و لیتیموم را که هر دو عنصر گروه I جدول تناوبی هستند، مقایسه می‌کنیم. یک مولکول H_2 شامل دو الکترون $1s$ است با اسپینهای مخالف، یعنی بیشینه تعداد الکترونهایی که می‌توانند وجود داشته باشند. بنابراین، مولکول H_2 اشباع شده است زیرا اصل انحصار ایجاب می‌کند که الکترونهای اضافی در حالتی با انرژی بالاتر باشند و اتصال پایدار اتمهای H بیشتری نمی‌تواند روی دهد مگر این که الکترونهایشان در حالت $1s$ باشند. ظاهراً "به نظر می‌رسد که لیتیموم که دارای آرایش الکترونی $1s^2 2s$ است باید رفتار مشابهی داشته باشد. لکن، در هر اتم Li شش حالت $2p$ پرنشده وجود دارد که انرژیهای آنها فقط کمی از انرژیهای حالتیهای $2s$ بزرگتر است. وقتی که یک اتم Li به یک مولکول LiLi نزدیک می‌شود بسهولت با یک پیوند کووالانسی به آن متصل می‌شود بدون این که ناقض اصل انحصار باشد و مولکول Li_2 حاصل پایدار است زیرا تمام الکترونهای ظرفیتش در لایه‌های $1s$ باقی می‌مانند. هیچ محدودیتی در تعداد اتمهای Li که می‌توانند بدین طریق به یکدیگر متصل شوند، وجود ندارد زیرا لیتیموم بلورهای مکعب میان حجمی را تشکیل می‌دهد (شکل ۱۰-۷) که در آن هر اتم هشت اتم مجاور دارد. با داشتن فقط یک

خواص	نمونه	پیوند	نوع
سخت؛ نقاط ذوب بالا؛ در مایعات قطبی نظیر آب ممکن است قابل حل باشد.	کلرور سدیم NaCl $E = 3.28 \text{ eV}$	جذب الکتریکی	یونی
خیلی سخت؛ نقاط ذوب بالا؛ تقریباً در تمام حلال‌ها غیر قابل حل است.	الماس C $E = 7.4 \text{ eV}$	الکترونهاى مشترک	کووالانسی
چکش خوار؛ درخشندگی فلزی؛ قابلیت هدایت الکتریکی و گرمایی زیاد.	سدیم Na $E = 1.1 \text{ eV}$	گاز الکترون	فلزی
نرم؛ نقاط ذوب و جوش پایین؛ در مایعات کووالانسی قابل حل است.	متان CH_4 $E = 0.1 \text{ eV}$	نیروهای واندروالس	مولکولی

الکترون در هر اتم که برای ورود به پیوندها فراهم باشد، هر پیوند روی هم رفته به جای دو الکترون مانند پیوندهای کووالانسی معمولی مستلزم یک چهارم الکترون است. از این رو، پیوندها اشباع نشده‌اند؛ این موضوع در مورد پیوندها در سایر فلزات نیز صادق است.

یکی از نتایج ماهیت اشباع نشده پیوند فلزی این حقیقت است که خواص یک آمیزه از اتمهای فلزی مختلف بطور بحرانی به نسبت هر نوع اتم در مخلوط بستگی ندارد، مشروط بر آن که اندازه‌های آنها شبیه هم باشد. بدین ترتیب ویژگیهای یک آلیاژ اغلب با تغییرات ترکیب به آرامی تغییر می‌کند، برخلاف نسبتهای اتمی ویژه در جامدات یونی و کووالانسی نظیر SiC.

برجسته‌ترین نتیجه پیوندهای اشباع نشده در یک فلز توانایی الکترونیهای ظرفیت است تا آزادانه از اتمی به اتم دیگر حرکت کنند. برای درک این پدیده بطور شهودی می‌توان هر الکترون ظرفیت را به صورتی در نظر گرفت که دائماً از پیوندی به پیوند دیگر در حرکت است. در Li جامد، هر الکترون در هشت پیوند شرکت می‌کند، به گونه‌ای که این الکترون بین هر زوج از یونهای Li^+ فقط مدت زمان کوتاهی را می‌گذراند. الکترون نمی‌تواند به اصطلاح به خاطر بیاورد به کدام یک از دو یون تعلق دارد و همچنین احتمال دارد به سمت پیوندی حرکت کند که این پیوند یون مادرش را به هیچ وجه شامل نشود. بنابراین، الکترونیهای ظرفیت در یک فلز رفتاری کاملاً مشابه رفتار مولکولها در یک گاز دارند.

همانند هر جسم جامد دیگر، اتمهای فلز به هم می‌چسبند زیرا انرژی جمعی آنها وقتی که در قید همدیگرند کمتر از موقعی است که به صورت اتمهای مجزا وجود دارند. برای درک این مطلب که چرا این کاهش انرژی در یک بلور فلزی روی می‌دهد یا دآوری می‌کنیم که، به علت نزدیکی یونها، هر الکترون ظرفیت روی هم رفته به یک هسته یا هسته دیگر نزدیکتر است در مقایسه با حالتی که به یک اتم منفرد تعلق داشته باشد. از این رو، انرژی پتانسیل الکترون در بلور از انرژی پتانسیل آن در اتم کمتر است و این کاهش انرژی پتانسیل است که سبب پیوند فلزی می‌شود.

لکن، سازه دیگری نیز هست که باید مورد بررسی قرار گیرد. در صورتی که انرژی پتانسیل الکترون در یک بلور فلزی کاهش یابد، انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد. الکترونیهای آزاد در یک فلز، سیستم منفردی از الکترونها را تشکیل می‌دهند و اصل انحصار از اشغال هر تراز انرژی با بیش از دو الکترون (یک الکترون با هر اسپین) ممانعت می‌کند. در نگاه اول به نظر می‌رسد که، باز لیتیم را مثال می‌زنیم، فقط هشت الکترون ظرفیت در تمامی یک بلور Li خواهند توانست حالت‌های کوانتومی $n=2$ را اشغال کنند و بقیه الکترونها به حالت‌های بالاتر و بالاتر با آنچنان انرژی زیادی و داشته خواهند شد تا کل ساختار را بگسلند. آنچه

که در واقع اتفاق می افتد به این شدت نیست. ترازهای انرژی ظرفیت اتمهای فلزات مختلف در اثر برهمکنشهایشان کمی تغییر می کنند و باند انرژی پدید می آید که متشکل از تعداد زیادی از ترازهای انرژی با فاصله نزدیک است که تعداد کل ترازهای انرژی ظرفیتی در تمام اتمهای بلور برابر می باشد. بنابراین، گستره انرژی جنبشی الکترونها آزاد از صفر تا مقدار بیشینه E_F است که در فصل ۹ انرژی فرمی نامیده شد؛ مثلاً، "انرژی فرمی در لیتیم 4.72 eV است و انرژی جنبشی متوسط الکترونها آزاد در لیتیم فلزی $2/8 \text{ eV}$ می باشد. چون انرژی جنبشی الکترون کمیته مثبت است افزایش آن به میزانی بیش از آنچه قبلاً" در اتمهای مجزا وجود داشته است سبب ایجاد یک نیروی رانشی می شود.

پیوند فلزی وقتی صورت می گیرد که جاذبه بین یونهای فلزی مثبت و گاز الکترون نیروی رانشی متقابل الکترونها در گاز تجاوز کند؛ یعنی وقتی که کاهش در انرژی پتانسیل الکترون از نظر قدر مطلق از افزایش پیوسته در انرژی جنبشی الکترون بیشتر شود. هر چه تعداد الکترونها ظرفیت در هر اتم بیشتر باشد، انرژی جنبشی متوسط در یک بلور فلزی زیادتر خواهد بود، بدون این که در انرژی پتانسیل کاهش یا مقیاس مشابه باشد، به همین علت عناصر فلزی تقریباً "همگی در سه گروه اول جدول تناوبی دیده می شوند. بعضی از عناصر دقیقاً" روی خط مرز قرار دارند و ممکن است بلورهای فلزی و کووالانسی هر دو را با هم تشکیل دهند. قلع یک نمونه قابل توجه است. در بالای $13/2^\circ \text{C}$ فلز "قلع سفید" وجود دارد که اتمهای هر یک شش اتم مجاور دارند. در زیر $13/2^\circ \text{C}$ جسم جامد کووالانسی "قلع خاکستری" وجود دارد که ساختارش مانند ساختار الماس است. قلع خاکستری و قلع سفید مواد کاملاً متفاوتی هستند؛ مثلاً، آنها بترتیب چگالیهای $5/8$ و $7/3 \text{ g/cm}^3$ دارند و قلع خاکستری یک نیم رسانا است در صورتی که قلع سفید قابلیت هدایت الکتریکی زیاد یک فلز معمولی را دارا می باشد.

۱۰-۷ قانون اهم

جریان I که در یک رسانای فلزی جاری می شود وقتی که اختلاف پتانسیل V دو سر آن برقرار می شود در محدوده ای وسیع مستقیماً با V متناسب است. این رابطه تجربی، موسوم به قانون اهم، معمولاً به صورت زیر بیان می شود.

$$I = \frac{V}{R} \quad \text{قانون اهم} \quad (10-9)$$

که در آن R ، مقاومت رسانا به ابعاد، ترکیب و دمایش بستگی دارد اما مستقل از V است. درک منشأ قانون اهم براساس مدل الکترون آزاد یک فلز مشکل نیست.

مطلب را با این فرض شروع می‌کنیم که الکترونهای آزاد در یک فلز، مانند مولکولها در یک گاز، در جهتهای تصادفی حرکت می‌کنند و به گونه‌ای مداوم دچار برخورد می‌شوند. در این جا برخوردها با سایر الکترونها نیست بلکه بایی‌نظمیهای ساختار بلور است که شامل دو نقص نظیر اتمهای ناخالص و نیز اتمهایی که در موقع نوسان بطور لحظه‌ای از محل اولیه خارج می‌شوند، می‌باشد. (همان‌گونه که بعداً خواهیم دید، اتمهای یک شبکه بلوری کامل الکترونهای آزاد را پراکنده نمی‌کنند مگر تحت بعضی شرایط ویژه.) الکترونهای آزاد یک فاصله زمانی متوسط τ بین برخوردها دارند که از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\tau = \frac{\lambda}{v_F} \quad (10-10)$$

که در آن λ پویش آزاد متوسط الکترونها بین برخوردها و v_F سرعت الکترون مطابق با انرژی فرمی است، زیرا فقط الکترونهای نزدیک قله توزیع انرژی‌شان می‌توانند شتاب داده شوند (بخش ۹-۱ را ببینید). این فاصله زمانی اساساً مستقل از یک میدان الکتریکی اعمال شده است زیرا v_F در مقایسه با تغییر سرعت ایجاد شده توسط چنین میدانی فوق‌العاده زیاد است. مثلاً، در مس $v_F = 1.57 \times 10^6$ m/s و بنابراین $v_F = 1.6 \times 10^6$ m/s است در صورتی که سرعت رانش اضافه شده v_d به واسطه یک میدان الکتریکی به کار رفته کمتر از یک میلیونیم این مقدار می‌باشد.

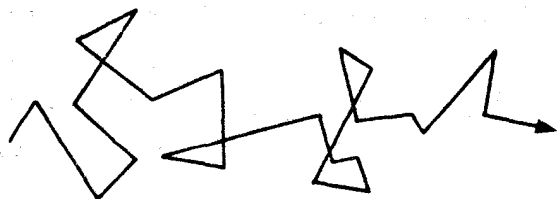
وقتی که اختلاف پتانسیلی را در دو سر یک رسانا به کار می‌بریم، نتیجه حاصل یک میدان الکتریکی E در داخل آن است. نیرویی که این میدان روی یک الکترون اعمال می‌کند eE است و بنابراین از قانون دوم حرکت $F = ma$ ، شتاب الکترون عبارت است از:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} \quad (10-11)$$

هرگاه یک الکترون دچار برخورد شود، به یک جهت تصادفی پرتاب می‌شود و بطور متوسط دیگر هیچ گونه مؤلفه حرکتی موازی با میدان ندارد. در آغاز هر فاصله زمانی τ ممکن است الکترون را در جهت E در حال سکون تصور کنیم و در پایان این فاصله سرعت رانش عبارت است از:

$$v_d = a\tau = \frac{eE\lambda}{mv_F} \quad \text{سرعت رانش} \quad (10-12)$$

بنابراین، اعمال میدان الکتریکی E بر گاز الکترونی آزاد در یک فلز عبارت است از افزودن یک حرکت رانش عمومی بر حرکت‌های مشخص‌تر اما تصادفی الکترونها (شکل ۱۰-۱۴).



شکل (۱۰-۱۴) یک میدان الکتریکی بر حرکت تصادفی یک الکترون آزاد یک حرکت رانش عمومی می‌افزاید . .

حال می‌توانیم جریان کل I را کد در یک رسانا به طول l و مساحت سطح مقطع A جاری است و در هر حجم واحد n الکترون آزاد دارد، تخمین بزنیم. جریان حاصل عبارت است از سرعت رانش الکترون \times بار هر الکترون \times مساحت سطح مقطع \times چگالی الکترون آزاد = جریان کل

$$I = N A e v_d = \frac{N A e^2 E \lambda}{m v_F}$$

از آن جا که میدان الکتریکی درون رسانا عبارت است از:

$$I = \left(\frac{Ne^2 \lambda}{m v_e} \right) \left(\frac{A}{L} \right) V \quad (12-10)$$

اگر معادله ۱۰-۱۳ را مرتب کنیم به قانون اهم تبدیل می شود .

$$R = \frac{(mv_f) L}{N e \lambda} \quad \text{مقاومت یک رسانای فلزی} \quad (10-14)$$

این فرمول برای مقاومت یک رسانا است و نشان می‌دهد که R باید با طولش، نسبت مستقیم و با مساحت سطح مقطع عرضی A نسبت عکس داشته باشد که با تجربه سازگار است. در معادله ۱۰-۱۴ کمیت داخل پرانتز به مقاومت ویژه ρ فلز موسوم است و برای فلز مفروضی در دمای معین مقدار ثابتی می‌باشد:

$$\rho = \frac{mv_f}{N e^2 \lambda} \quad (15-10)$$

همان گونه که قبلاً "متذکر شدیم ، نقایص ساختاری و اتمامی جابجا شده ضمن نوسان ، هر دو سبب پراکندگی الکترونیهای آزاد در یک فلز که عهده دار مقاومت الکتریکی هستند ، می شوند . نقایص از نوع اول به دما بستگی ندارند اما به درجه خلوص فلز و تاریخچه آن متکی می باشند ؛ اکثر آلیاژها دارای ساختارهای بقدر کافی نامنظم هستند تا مثلاً " بطور قابل ملاحظه ای در انتشار امواج الکترونی تداخل کنند ، و مقاومت های ویژه فلزات سرد کار

مسأله: پویش آزاد متوسط ۸ بین برخوردهای الکترونهاى آزاد در مس را حساب کنید.

حل: برای مس در 20°C ، $\rho = 1/7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ، $v_F = 1/6 \times 10^6 \text{ m/s}$ ، $N = 7 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ به طوری که

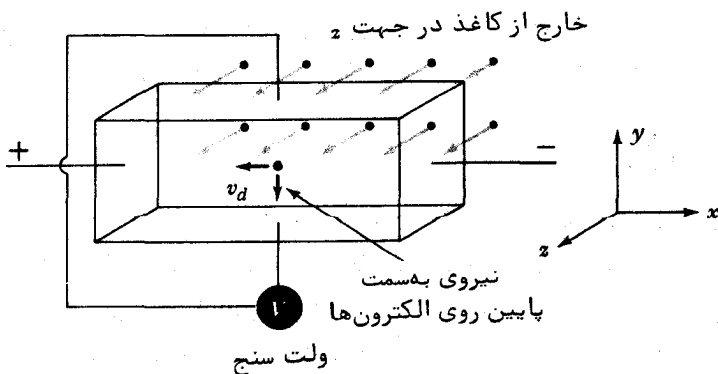
$$\lambda = \frac{mv_F}{Ne^2\rho} = \frac{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (1.6 \times 10^6 \text{ m/s})}{(7 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}) \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2 \times (1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})}$$

$$= 4.8 \times 10^{-8} \text{ m} = 480 \text{ \AA}$$

زیرا اتمهایی که شبکهء مس جامد را تشکیل می دهند $2/6 \text{ \AA}$ از هم فاصله دارند، به طور متوسط، یک الکترون آزاد قبل از برخورد تقریباً " ۲۰۰ عدد از آنها را پشت سر می گذارد.

(نظیر سیمهای "سخت کشش") هنگامی که باز پخته می شوند پایین می آیند، زیرا بدین وسیله تعداد نقایص کاهش می یابد. از طرف دیگر، با افزایش دما، ارتعاشات شبکه از نظر دامنه افزایش می یابد و مقاومت ویژه که از این ارتعاشات ناشی می شود با دما بالا می رود. مثلاً "مقاومت ویژهء مس در دماهای معمولی به ازای هر 1°C تغییر در دما $0/39$ درصد تغییر پیدا می کند.

اثر هال این امکان را فراهم می کند تا چند خاصیت میکروسکوپی رساناها و نیم رساناها را بطور تجربی تعیین کنیم. همان گونه که در شکل ۱۰-۱۵ می بینید، قطعه ای از یک جسم جامد در میدان های الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم گذاشته شده است. اگر میدان الکتریکی



شکل (۱۵-۱۰) اثر هال

در جهت $x +$ باشد، الکترونهاى جسم جامد در معرض نیروى $-eE_x$ قرار مى گیرند و در جهت $x -$ با سرعت $v_{||}$ جابجا مى شوند. میدان مغناطیسی، نیروى $F = -ev \times B$ را بر الکترونهاى متحرک اعمال مى کند؛ متوسط این نیرو در حرکتهاى تصادفى الکترونها به سمت صفر میل مى کند اما به علت سرعت رانش $v_{||}$ این نیرو دارای یک مؤلفهٔ منتج در جهت $y -$ است. این مؤلفه بزرگى $F_y = -ev_{||}B$ را دارد و سبب تجمع الکترونها در وجه پایینی قالب مى شود تا این که بین وجوه بالایی و پایینی، یک میدان الکتریکی E_y محصور مى شود که مهاجرت عرضی بیشتر الکترونها را سد مى کند. بدین ترتیب، شرط لازم برای توازن نیرو روی یک الکترون عبارت است از:

$$\begin{aligned} F_y &= eE_y \\ -ev_{||}B &= eE_y \\ E_y &= -v_{||}B \end{aligned} \quad (۱۶-۱۰) \text{ اثر هال}$$

اختلاف پتانسیل بین وجوه بالایی و پایینی قالب را مى توان اندازه گیری کرد، E_y را مى توان از آن به دست آورد و چون B معلوم است $v_{||}$ را مى توان پیدا کرد. با اندازه گرفتن همزمان مقاومت و ویژه، امکان پیدا کردن تعداد N الکترونها در حجم واحد که در فرآیند هدایت شرکت مى کنند، وجود دارد. در مورد نیم رساناها، جایی که هدایت ممکن است در اثر حرکت "حفره ها" و نیز در اثر حرکت الکترون اتفاق بیفتد، جهت E_y نشان مى دهد که آیا ماده از نوع نیم رسانای n است یا از نوع p .

۵-۱۸ نظریهٔ نوار جامدات

اتمها تقریباً "در هر جسم جامد بلورین، خواه فلزی باشد خواه نه، آن قدر به یکدیگر نزدیکند که الکترونهاى ظرفیتشان سیستم منفردی از الکترونها را مشترک در کل بلور تشکیل مى دهند. چنین سیستم الکترونی از اصل انحصار تبعیت مى کند، زیرا حالتهاى انرژی لایه هاى الکترونی خارجی اتمها همگی در اثر برهمکنشهاى متقابل خود تا حدی تغییر مى کنند. به جای هر تراز انرژی مشخصهٔ دقیقاً "تعیین شده" یک اتم منفرد، کل بلور دارای یک نوار انرژی مرکب از هزاران تراز مجزا است که خیلی به هم نزدیکند. چون به تعداد این ترازهاى مجزا، در بلور اتم وجود دارد، نوار را نمى توان از یک گسترهٔ پیوستهٔ انرژیهای مجاز تشخیص داد. حضور نوارهاى انرژی، شکافهایی که ممکن است بین آنها به وجود آید، و حدی که الکترونها این شکافها را پر مى کنند نه تنها رفتار الکتریکی یک جسم جامد را تعیین مى کنند بلکه روی دیگر خواص آن نیز اثر مهمی دارند.

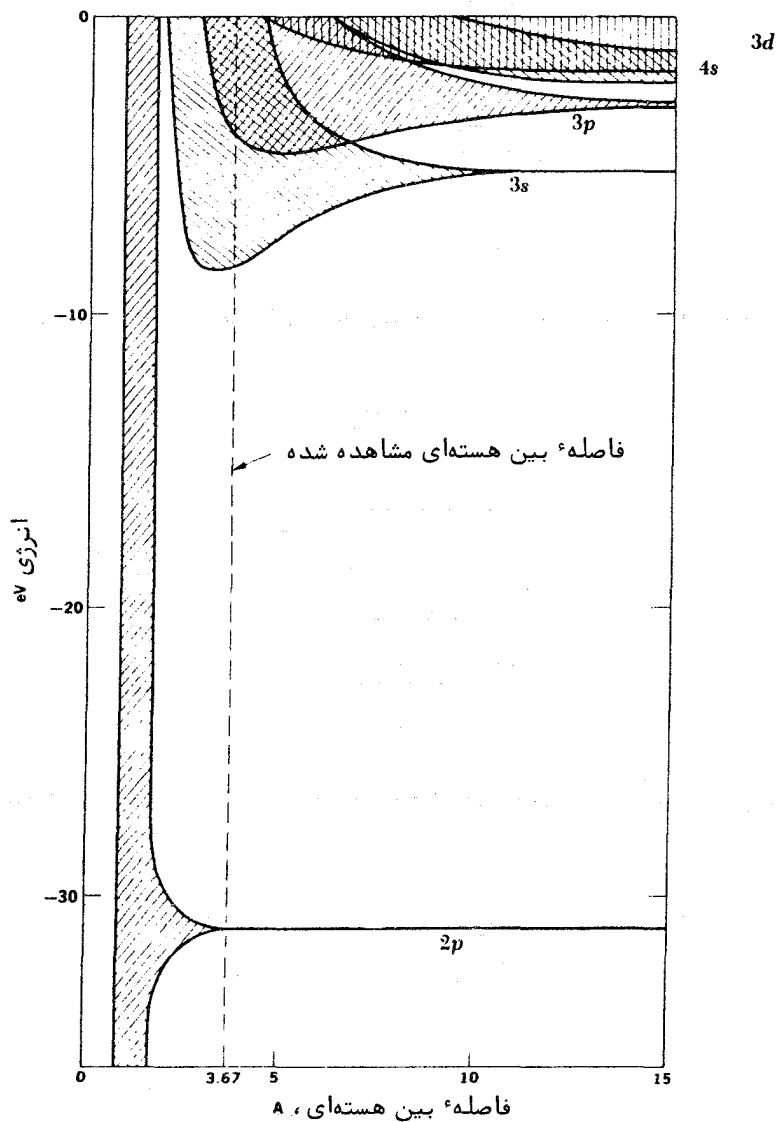
برای بررسی منشاء نوارهاى انرژی دو راه وجود دارد. ساده ترین راه این است که ضمن آن که ترازهاى انرژی اتمهای منفرد به هم نزدیکتر و نزدیکتر مى شوند تا یک جسم جامد را

بسازند، آنچه رخ می‌دهد بدقت مورد بررسی قرار می‌گیرد. موضوع را به این طریق مطرح خواهیم کرد و سپس بعضی از نتایج مفهوم نوارهای انرژی را مورد رسیدگی قرار خواهیم داد. در قسمت بعدی این فصل نوارهای انرژی را برحسب محدودیتهای اعمال شده توسط تناوبی بودن یک شبکه بلور بر حرکت الکترونها تحلیل خواهیم کرد، نگرش قویتری که اساس بیشتر موارد نظریه مدرن جامدات را فراهم می‌کند.

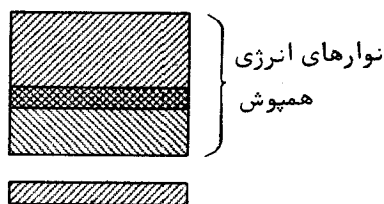
شکل ۱-۱۶ ترازهای انرژی در سدیم را که در مقابل فاصله بین هسته‌ای رسم شده است، نشان می‌دهد. تراز $3s$ اولین تراز اشغال شده در اتم سدیم است که به صورت نواری پهن می‌شود؛ تراز $2p$ تا ایجاد یک جدایی کاملاً "کوچک بین هسته‌ای شروع به پهن شدن نخواهد کرد. این رفتار منعکس‌کننده نظمی است که در آن زیرلایه‌های الکترونی اتمهای سدیم هنگامی که اتمها به یکدیگر نزدیک می‌شوند، برهمکنش دارند. انرژیهای متوسط در نوارهای $3p$ و $3s$ در آغاز سقوط می‌کنند که این امر رساننده نیروهای جاذبه است. فاصله بین هسته‌ای واقعی در سدیم جامد در شکل نشان داده می‌شود و مطابق با وضعیت کمینه انرژی متوسط است، همان‌گونه که باید باشد.

نوارهای انرژی در یک جسم جامد با ترازهای انرژی در یک اتم هماهنگی دارند و یک الکترون در یک جسم جامد می‌تواند فقط آن انرژیهایی را داشته باشد که در داخل این نوارهای انرژی قرار می‌گیرند. نوارهای انرژی مختلف در یک جسم جامد ممکن است در هم تداخل کنند، همان‌گونه که در شکل ۱-۱۷ مشاهده می‌شود، که در این حالت الکترونهاش توزیع پیوسته‌ای از انرژیهای مجاز را دارند. در سایر جامدات نوارها ممکن است تداخل نکنند (شکل ۱-۱۸) و فاصله‌های بین آنها نشانگر انرژیهایی هستند که الکترونها این جامدات نمی‌توانند داشته باشند. چنین فاصله‌هایی را نوارهای ممنوع می‌نامند. رفتار الکتریکی یک جسم جامد بلورین را از روی ساختار نوار انرژی آن و چگونگی پر شدن معمولی این نوارها توسط الکترونها تعیین می‌کنند.

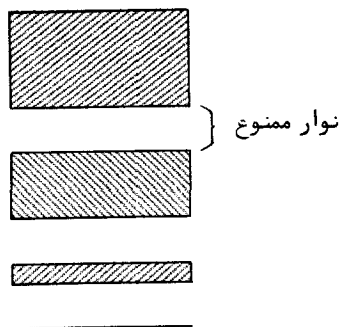
شکل ۱-۱۹ نمودار ساده‌شده‌ای از ترازهای یک اتم سدیم و نوارهای انرژی سدیم جامد است. یک اتم سدیم در لایه خارجیش یک الکترون $3s$ منفرد دارد. این بدین معنی است که فقط نیمی از نوار $3s$ در یک بلور سدیم اشغال می‌شود زیرا هر تراز نوار مانند هر تراز اتم قادر است دو الکترون داشته باشد. وقتی که یک قطعه سدیم در یک میدان الکتریکی قرار می‌گیرد، الکترونها انرژی اضافی را به سهولت کسب می‌کنند ضمن این که در نوار انرژی اولیه خود نیز باقی می‌مانند. انرژی اضافی به شکل انرژی جنبشی است و الکترونها متحرک یک جریان الکتریکی ایجاد می‌کنند. بنابراین، سدیم رسانای خوب الکتریسیته است، همان‌گونه که سایر جامدات بلورین با نوارهای انرژی که تا اندازه‌ای پر شده‌اند رسانای خوب الکتریسیته‌اند.



شکل (۱۰-۱۶) ترازهای انرژی اتمهای سدیم به نوار تبدیل می‌شوند هنگامی که فاصله بین هسته‌ای آنها کاهش می‌یابد. فاصله بین هسته‌ای مشاهده شده در سدیم جامد ۳/۶۷۸ است.



شکل (۱۰-۱۲) نوارهای انرژی در یک جسم جامد ممکن است تداخل کنند.

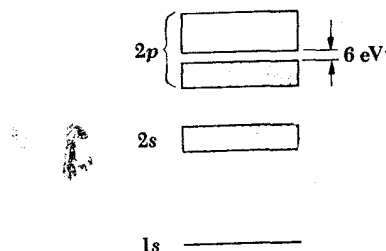


شکل (۱۰-۱۸) یک نوار ممنوع، نوارهای انرژی غیر همپوش را از هم جدا می‌کند.

سدیم جامد	اتم سدیم
3s	_____
2p _____	_____
2s _____	_____
1s _____	_____

شکل (۱۰-۱۹) ترازهای انرژی در اتم سدیم و ترازهای مشابه آن در سدیم جامد. شکل ۱۰-۱۶ را ببینید. (مقیاس رعایت نشده)

شکل ۱۰-۲ نمودار ساده شده‌ای از نوارهای انرژی الماس است. نواری از انرژی وجود دارد که از الکترون کاملاً پر شده است و به وسیله شکافی با انرژی ۶ eV از نوار خالی بالای آن جدا شده است. یعنی اگر قرار است الکترونی در یک بلور الماس یک انرژی جنبشی داشته باشد، حداقل باید ۶ eV انرژی اضافی برای آن تهیه کرد زیرا الکترون نمی‌تواند انرژی



شکل (۱۰-۲) نوارهای انرژی در الماس (مقیاس رعایت نشده).

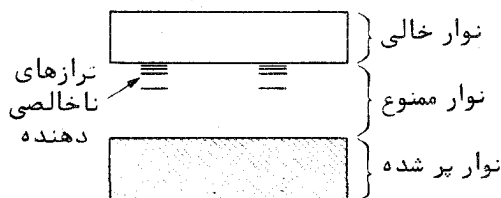
داشته باشد که در نوار ممنوع قرار گیرد. یک میدان الکتریکی می‌تواند به الکترونی در یک بلور افزایش انرژی به این بزرگی بدهد، زیرا چنین الکترونی با نواقص بلوری برخوردهای مکرر دارد و بیشتر انرژی به دست آمده از میدان الکتریکی را در برخوردها از دست می‌دهد. میدان الکتریکی لازم برای این که الکترونی در پوشش آزاد متوسط معمولی به طول $5 \times 10^{-8} \text{ m}$ ۶ eV انرژی کسب کند بیش از 10^8 V/m است، که بیلیمونها بار بزرگتر از میدانی است که برای جاری شدن جریان در سدیم لازم می‌شود. بنابراین، الماس رسانای خیلی ضعیف الکتریسیته است و از این رو به عنوان یک عایق طبقه‌بندی می‌شود.

ساختار بلوری سیلیکون شبیه ساختار بلوری الماس است و مانند الماس یک شکاف قسمت بالای نوار انرژی پر شده را از نوار بالاتر خالی جدا می‌کند لکن، عرض نوار ممنوع در سیلیکون فقط $1/10 \text{ eV}$ است. در دماهای پایین سیلیکون به عنوان یک رسانا کمی بهتر از الماس است، ولی در دمای اتاق بخش کوچکی از الکترونهای آن قدر انرژی جنبشی با منشاء گرمایی دارند تا از نوار ممنوع پرش کنند و وارد نوار انرژی بالای آن شوند. تعداد این الکترونها در حدی است که اجازه می‌دهند مقدار محدودی از جریان وقتی که میدان الکتریکی برقرار شد، جاری شود. بدین ترتیب، سیلیکون دارای یک مقاومت ویژه الکتریکی متوسط بین مقاومت‌های ویژه رساناها و عایقها می‌باشد و آن را یک نیم رسانا می‌نامند.

خواص نوری جامدات و ساختارهای نوار انرژی آنها ارتباط نزدیکی با یکدیگر دارند. فوتونهای نور مرئی انرژیهای بین حدود ۱ و ۳ eV دارند. یک الکترون آزاد در یک فلز

بسهولت چنین مقادیر انرژی را جذب می‌کند، زیرا فقط قسمتی از نوار انرژی مجازش پر شده است و از این رو فلزات کدرند. از سوی دیگر، الکترون‌ها در یک عایق بیش از 3eV انرژی لازم دارند تا از عرض نوار ممنوع به نوار مجاز بعدی پرش کنند. بنابراین، عایق‌ها نمی‌توانند فوتون‌های نور مرئی را جذب کنند و شفاف هستند. البته، اکثر نمونه‌های مواد عایق شفاف به نظر نمی‌رسند، اما این به علت پراکندگی نور در اثر بی‌نظمی‌ها در ساختار آنهاست. مواد عایق نسبت به نور فرابنفش کدرند که بسامدهای بالاتر این نور، یعنی انرژی‌های بقدر کافی زیاد این فوتون‌ها به الکترون‌ها اجازه می‌دهند تا از نوار ممنوع عبور کنند. چون عرض نوارهای ممنوع در نیم رساناها تقریباً "مساوی انرژی‌های فوتون‌های نور مرئی می‌باشند، این نوارها معمولاً" نسبت به نور مرئی کدر ولی نسبت به نور فروقرمز شفاف هستند که بسامدهای پایین‌تر این نور یعنی فرو قرمز انرژی‌های کمتر فوتون که نمی‌توانند جذب شوند.

مقاومت ویژه نیم رساناها ممکن است بطور قابل ملاحظه‌ای در اثر مقادیر کوچک ناخالصی تغییر کند: چند اتم آرسنیک را در یک بلور سیلیکون داخل می‌کنیم. اتم‌های آرسنیک در لایه‌های خارجی خود پنج الکترون دارند در حالی که این تعداد برای اتم‌های سیلیکون چهار است. (این لایه‌ها دارای آرایش‌های بترتیب $4s^2 4p^2$ و $3s^2 3p^2$ می‌باشند). وقتی که یک اتم آرسنیک جای اتم سیلیکونی در یک بلور سیلیکون را می‌گیرد، چهار عدد از الکترون‌هایش با نزدیک‌ترین الکترون‌های مجاورش پیوندهای کووالانس تشکیل می‌دهند. الکترون پنجم انرژی کمی لازم دارد (در سیلیکون تقریباً 0.05eV ، در ژرمانیم تقریباً 0.01eV) تا جدا شود و در داخل بلور پیوسته در حرکت است (مسائل ۱۳ و ۱۴ را ببینید). همان‌گونه که در شکل ۱۰-۲۱ نشان داده شده است، وجود آرسنیک به عنوان یک ناخالصی، سطوح انرژی درست زیر نوار ایجاد می‌کند که الکترون‌ها باید این سطوح انرژی را اشغال کنند تا رسانایی صورت گیرد. این گونه ترازها را ترازهای دهنده^۱ و ماده را نیم رسانای نوع



شکل (۱۰-۲۱) مقدار کمی از آرسنیک موجود در بلور سیلیکون ترازهای دهنده‌ای در نوار معمولی ممنوع ایجاد می‌کند که یک نیم رسانای نوع n را تولید می‌کند.

n می‌نامند زیرا بارهای منفی جریان الکتریکی درون آن را انتقال می‌دهند.

اگر متناوبا " اتمهای گالیم را در بلور سیلیکونی داخل کنیم، پدیده متفاوتی روی می‌دهد. اتمهای گالیم در لایه‌های خارجی خود فقط سه الکترون دارند که آرایش آنها $4s^2 4p$ است و وجود آنها فضاهای خالی بنام حفره در ساختار الکترونی بلور باقی می‌گذارد. یک الکترون برای ورود به حفره انرژی نسبتاً کمی لازم دارد ولی موقعی که وارد حفره می‌شود در جای قبلیش حفره جدیدی باقی می‌گذارد. وقتی که یک بلور سیلیکون که حاوی مقدار کمی گالیم است در یک میدان الکتریکی قرار می‌گیرد، الکترون‌ها با پر کردن متوالی حفره‌ها به سوی آن‌د حرکت می‌کنند. در این جا گردش جریان با مراجعه به حفره‌ها براحتی توصیف می‌شود و رفتار این حفره‌ها مانند رفتار بارهای مثبت است زیرا این حفره‌ها به سوی الکتروود منفی حرکت می‌کنند. ماده‌ای از این نوع را یک نیم رسانای نوع p می‌نامند. (بعضی فلزات نظیر روی اصولاً " جریان را با حرکت حفره‌ها هدایت می‌کنند). در نمودار نوار انرژی شکل ۱۰-۲۲ می‌بینیم که وجود گالیم ترازهای انرژی، موسوم به ترازهای پذیرش، دقیقاً در بالای بالاترین نوار پر شده ایجاد می‌کند. هر گروه الکترونیایی که این ترازها را اشغال می‌کنند در نوار پر شده قبلی، فضاهای خالی باقی می‌گذارند که جاری شدن جریان الکتریکی را ممکن می‌سازند.

افزودن ناخالصی به یک نیم رسانا را ناخالص سازی^۱ می‌نامند. فسفر^۲، آنتیموان^۳ و بیسموت^۴ و نیز آرسنیک اتمهایی با پنج الکترون ظرفیت دارند و بنابراین می‌توان آن‌ها را به عنوان ناخالصیهای دهنده در سیلیکون و ژرمانیم ناخالص به کاربرد تا یک نیم رسانای نوع n به دست آید. به گونه‌ای مشابه اندیوم^۵ و تلوریوم^۶ و همچنین گالیم اتمهایی با سه الکترون ظرفیت دارند و بنابراین می‌توان آن‌ها را به عنوان ناخالصیهای پذیرنده به کار برد. مقدار کمی از ناخالصی می‌تواند تغییر مهمی در رسانائی ویژه یک نیم رسانا ایجاد کند؛ مثلاً، ۱ قسمت از ناخالصی دهنده‌ای در هر $۱۰^۸$ قسمت از ژرمانیم رسانایی ویژه‌اش را ۱۲ برابر افزایش می‌دهد. سیلیکون و ژرمانیم تنها اجسام نیم رسانا با کاربردهای عملی نیستند؛ گروه مهم دیگری از نیم رساناها از ترکیبات عناصر سه ظرفیتی و پنج ظرفیتی نظیر InP و GaP تشکیل می‌شود.

1. Doping

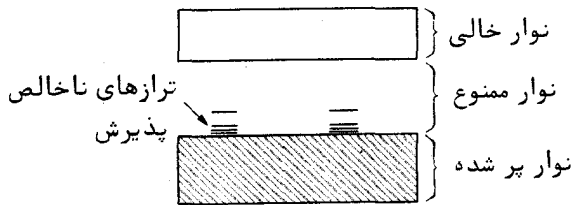
2. Phosphorus

3. Antimony

4. Bismuth

5. Indium

6. Tellurium

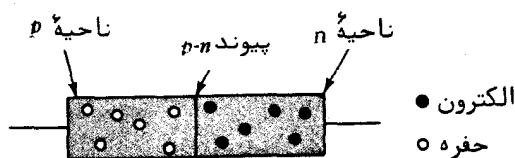


شکل (۱۰-۲۲) مقدار کمی از گالیم موجود در بلور سیلیکون ترازهای پذیرش در نواری که بطور معمولی ممنوع است ایجاد می‌کند که یک نیم رسانای نوع p را تولید می‌کند.

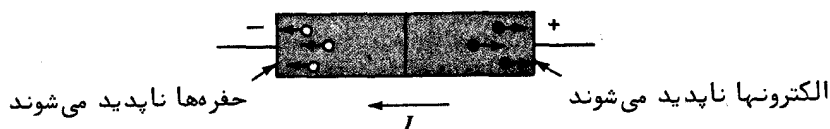
۱-۹ وسایل نیم رسانا

عمل اکثر وسایل نیم رسانا براساس خواص اتصال‌های بین مواد نوع n و p است. چنین اتصال‌هایی را به چندین روش می‌توان به وجود آورد. یک روش خارج کردن تدریجی بلوری است که در سیلیکون یا ژرمانیم مذاب که مثلاً "یک ناخالصی دهنده دارد، رشد می‌کند و سپس افزودن سریع یک ناخالصی پذیرنده به ماده مذاب در حین فرآیند، اولین قسمت بلور نتیجه شده که منجمد می‌شود از نوع n و باقیمانده از نوع p خواهد بود بشرطی که نسبت ناخالصی پذیرنده از نسبت ناخالصی دهنده بیشتر شود. روش دیگری که مخصوصاً "مناسب ساخت مدارات مجتمع است متضمن پخش ناخالصیهایی است به شکل بخار به داخل یک صفحه اتصال نیم رسانا در مناطقی که با روپوش مشخص شده‌اند. یک سری از مراحل پخش که از ناخالصیهای دهنده و گیرنده استفاده می‌کنند می‌توانند مدارهایی ایجاد کنند که شامل ۵۰۰۰ مقاومت، خازن، دیود و ترانزیستور روی قطعه‌ای به مساحت ۵ mm^۲ باشد.

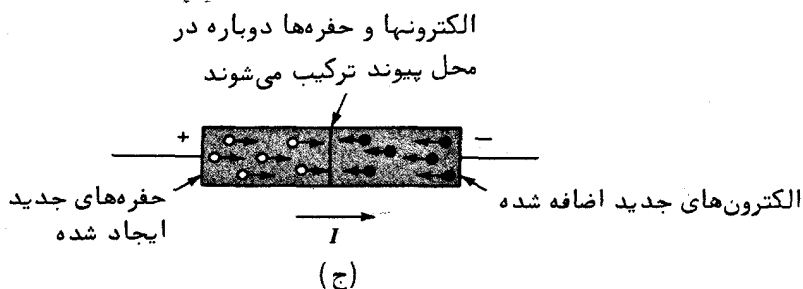
یک خاصیت مهم اتصال نیم رسانای $p-n$ این است که جریان الکتریکی در یک جهت خیلی بهتر می‌تواند عبور کند تا در جهت دیگر. در بلوری که در شکل ۱۰-۲۳ (الف) نشان داده شده است، انتهای سمت چپ ناحیه‌ای از نوع p است که در آن رسانایی به وسیله حرکت حفره‌ها روی می‌دهد و انتهای سمت راست ناحیه‌ای از نوع n است که در آن رسانایی به وسیله حرکت الکترون‌ها صورت می‌گیرد. در شکل ۱۰-۲۳ (ب) ولتاژی در طول بلور اعمال می‌شود به گونه‌ای که انتهای p منفی و انتهای n مثبت است، وضعیتی که آن را بایاس معکوس می‌نامند. حفره‌های ناحیه p به سمت چپ حرکت می‌کنند و در انتهای منفی ناپدید می‌شوند در حالی که الکترون‌های ناحیه n به طرف راست حرکت می‌کنند و به گونه‌ای مشابه در انتهای مثبت ناپدید می‌گردند. زوجهای الکترون - حفره جدید در اثر برانگیختگی گرمایی در هر دو



(الف)



(ب)

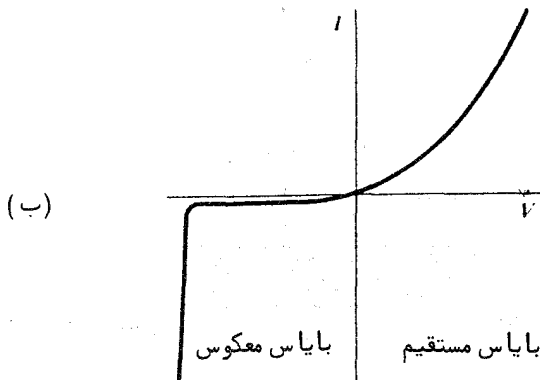
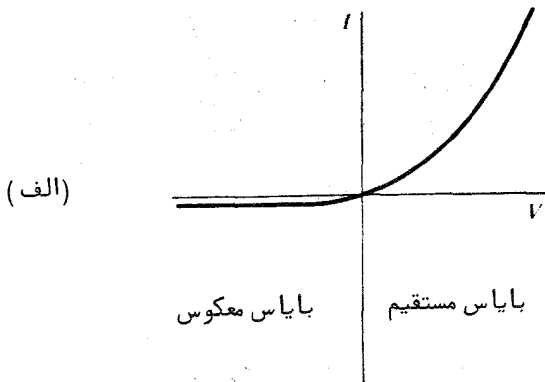


(ج)

شکل (۱۰-۲۳) طرز عمل یک یکسو کننده نیم رسانا . (الف) بیشتر حاملین جریان در یک نیم رسانای نوع p حفره‌ها و در نوع n الکترون‌ها هستند . (ب) با بایاس معکوس . (ج) با بایاس مستقیم .

ناحیه خودبخود به وجود می‌آیند ، ولی تعداد آنها نسبتاً اندک است و بنابراین جریان حاصل حتی هنگامی که ولتاژ به کار رفته زیاد باشد خیلی کوچک است .

شکل ۱۰-۲۳ (ج) همان بلور را با بایاس مستقیم نشان می‌دهد : اینک انتهای p مثبت و انتهای n منفی است . در این شرایط با حذف الکترون‌ها در انتهای مثبت حفره‌های جدیدی دائماً به جود می‌آیند در حالی که در انتهای منفی الکترون‌های جدید اضافه می‌شوند . در اثر پتانسیل اعمال شده ، حفره‌ها به سمت راست و الکترون‌ها به سمت چپ حرکت می‌کنند . حفره‌ها و الکترون‌ها در مجاورت اتصال $p-n$ یکدیگر را تلاقی می‌کنند و در آن جا دوباره ترکیب می‌شوند : یک حفره یک الکترون حذف شده است و موقعی که حفره‌ها و الکترون‌ها به



شکل (۱۰-۲۴) (الف) ویژگی ولتاژ جریان یک دیود نیم رسانای $p-n$. (ب) ویژگی ولتاژ جریان یک دیود زنر.

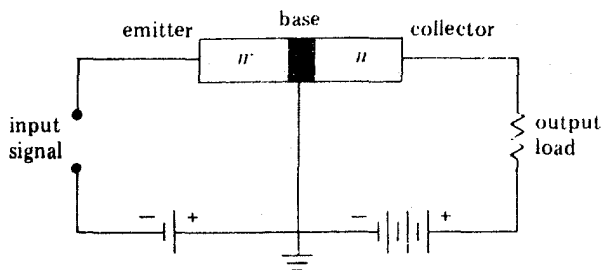
هم نزدیک می شوند جزئی از ساختار منظم بلور می شوند و دیگر نمی توانند بصورت حاملین جریان عمل کنند. بدین ترتیب، جریان می تواند از طریق اتصال $p-n$ در یک جهت بسهولت جاری شود اما در جهت دیگر هرگز نمی تواند جریان یابد که چنین اتصالی را یک یکسو کننده ایده آل در مدار الکتریکی می سازد. هر چه ولتاژ به کار رفته بیشتر باشد، جریان در جهت مستقیم بزرگتر خواهد بود. شکل ۱۰-۲۴ (الف) چگونگی تغییر I با V را برای یکسو کننده اتصال $p-n$ نشان می دهد.

گر چه جریان معکوس در بسیاری از دیودهای نیم رسانا حتی در ولتاژهای زیاد واقعا ثابت می ماند، همان گونه که در شکل ۱۰-۲۴ (الف) مشاهده می شود، ولی در بعضی

دیودها جریان معکوس وقتی که به ولتاژ خاصی می‌رسد ناگهان افزایش می‌یابد، همان‌گونه که در شکل ۱۰-۲۴ (ب) دیده می‌شود. چنین دیودهایی را دیودهای زبر می‌نامند و در مدارات تنظیم ولتاژ زیاد به کار برده می‌شوند. دو مکانیسم به افزایش سریع جریان کمک می‌کند. یکی، بنام تکثیر بهمنی^۱، زمانی روی می‌دهد که یک الکترون نزدیک اتصال در اثر میدان الکتریکی به حدی شتاب می‌گیرد که در برخورد با اتمها آنها را یونیزه می‌کند و در نتیجه زوجهای الکترون - حفره جدید به وجود می‌آورد. الکترونهای جدید به نوبه خود این فرآیند را آن قدر ادامه می‌دهند تا طغیانی از حاملین بار در دیود ایجاد می‌کنند. مکانیسم دیگر، به نام شکست زبر*، عبارت است از "تونل زنی" کوانتم - مکانیکی (بخش ۵-۷ را ببینید) الکترونهای نوار - ظرفیت در طرف p پیوند، به سوی نوار رسانایی ویژه در طرف n ، گرچه این الکترونها انرژی کافی ندارند که ابتدا به نوار رسانایی در طرف p داخل شوند. شکست زبر می‌تواند در دیودهای بسیار ناخالص در ولتاژهای ۶ ولت یا کمتر روی دهد؛ در دیودهایی با ناخالصی کمتر ولتاژ لازم بیشتر است و بنابراین تکثیر بهمنی، فرآیند اصلی درگیر است.

برای ایجاد یک زوج الکترون - حفره مقداری انرژی لازم است و این انرژی آزاد می‌شود هنگامی که یک الکترون و یک حفره مجدداً ترکیب شوند. در سیلیکون و ژرمانیم، انرژی باز ترکیب به صورت گرما جذب بلور می‌شود اما در بعضی نیم رساناهای دیگر، مثلاً "ارسنیدگالیم، وقتی که باز ترکیب روی می‌دهد، یک فوتون گسیل می‌شود. این اساس دیود گسیل نوری^۲ است. لیزرهای حالت جامدی نیز ساخته شده‌اند که از این پدیده استفاده می‌کنند.

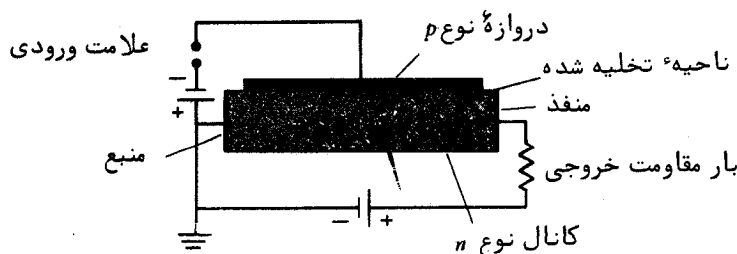
یک ترانزیستور وسیله‌ای نیم رسانا است که می‌تواند، در صورتی که خوب وصل شده باشد، یک علامت ضعیف را به یک علامت قوی تبدیل کند. شکل ۱۰-۲۵ یک ترانزیستور اتصال $n-p-n$ را نشان می‌دهد که از یک ناحیه نوع p نازک به نام پایه که بین دو ناحیه نوع n موسوم به گسیلنده و گیرنده قرار می‌گیرد، تشکیل می‌شود. (یک ترانزیستور نوع $p-n-p$ رفتار مشابهی دارد، با این تفاوت که آن وقت جریان به جای این که توسط الکترونها حمل شود توسط حفرهها حمل می‌شود) در این شکل به ترانزیستور یک بایاس مستقیم بین اتصال گسیلنده پایه و بایاس معکوسی در طول اتصال پایه گیرنده داده می‌شود. گسیلنده از پایه ناخالصی زیاده‌تری دارد. بنابراین تمام جریان کنسار اتصال گسیلنده - پایه از الکترونهایی تشکیل می‌شود که از چپ به راست در حرکتند. چون پایه خیلی نازک، است (μm یا بیشتر) و تراکم حفرهها کم است، بیشتر الکترونهایی که وارد پایه می‌شوند از طریق آن به اتصال



شکل (۱۰-۲۵)

پایه - گیرنده پخش می‌شوند، جایی که پتانسیل مثبت زیاد آنها را به درون گیرنده جذب می‌کند. بدین ترتیب، تغییرات در جریان خروجی مدار، تغییرات در جریان ورودی مدار را نشان می‌دهد که این تغییرات فقط چند درصد از تغییرات جریان خروجی کوچکتر است. قدرت ترانزیستور شکل ۱۰-۲۵ برای تولید تقویت ناشی از بایاس معکوس در ناحیه اتصال پایه - گیرنده است که ولتاژ خیلی بیشتری را در مدار خروجی میسر می‌کند تا در مدار ورودی. چون قدرت الکتریکی = جریان \times ولتاژ، در نتیجه قدرت علامت خروجی از قدرت علامت ورودی می‌تواند خیلی بیشتر شود. با به کار بردن مدارات مختلف، یک ترانزیستور را نیز می‌توان به عنوان یک تقویت کننده جریان یا ولتاژ به کار برد.

گرچه اختراع ترانزیستور در الکترونیک تغییر اساسی به وجود آورد، ولی مقاومت ظاهری ورودی کم ترانزیستور اتصالی در بعضی از موارد کاربرد آن یک نقص محسوب می‌شود و متصل کردن تعداد زیادی ترانزیستور در یک مدار جامع کار مشکلی است. ترانزیستور با تأثیر میدانی (FET)^۲ این معایب را ندارد و امروزه بطور گسترده‌ای به کار می‌رود. همان گونه که در شکل ۱۰-۲۶ مشاهده می‌شود، یک ترانزیستور، با تأثیر میدانی n کانالی تشکیل شده است از نواری از ماده n با محللهای اتصال در دو انتهای آن همراه با نواری از ماده نوع p در یک طرف آن که دروازه نامیده می‌شود. وقتی که اتصال را همان گونه که نشان داده شده است، برقرار کنیم، الکترون‌ها از طریق کانال نوع n از ترمینال چشمه به سوی ترمینال مصرف حرکت می‌کنند. به اتصال $p-n$ یک بایاس معکوس داده می‌شود و در نتیجه هر دو ماده p و n نزدیک اتصال حاملین بار تخلیه می‌شوند. [شکل ۱۰-۲۳ (الف) را ببینید]. هر چه پتانسیل معکوس در دروازه بیشتر باشد، ناحیه تخلیه شده در کانال بزرگتر خواهد بود و



شکل (۱۰-۲۶) یک ترانزیستور با تأثیر میدانی

الکترونهای موجود حامل جریان کمتری خواهند بود. بدین ترتیب، ولتاژ دروازه جریان کانال را کنترل می‌کند. به واسطهٔ بایاس معکوس جریان خیلی کمی از دروازه می‌گذرد و مقاومت ظاهری ورودی خیلی زیادی نتیجه خواهد شد. حتی مقاومت‌های ظاهری ورودی بالاتر (تا $10^{15} \Omega$) توأم با تولید آسانتر، ویژگی برجسته FET مربوط به نیم رسانای اکسید فلزی (MOSFET) هستند، نوعی FET که در آن یک غشاء فلزی که به وسیلهٔ یک لایهٔ عایق دی‌اکسید سیلیکون از کانال جدا شده است با دروازهٔ نیم رسانا عوض می‌شود. بدین ترتیب غشاء فلزی بصورت ظرفیتی با کانال جفت می‌شود و پتانسیل آن جریان مصرف را از طریق تعداد بارهای القایی در کانال کنترل می‌کند. یک MOSFET فقط چند درصد از سطح لازم برای ترانزیستور اتصالی را اشغال می‌کند.

۱۰-۱ مناطق بریلوئن^۲

اکنون به بحث مفصل‌تری از چگونگی سرچشمه گرفتن نوارهای مجاز و ممنوع در یک جسم جامد برمی‌گردیم. نظر اساسی این است که یک الکترون در یک بلور به جای این که در ناحیه‌ای با پتانسیل ثابت حرکت کند در ناحیه‌ای که پتانسیل آن متناوباً "تغییر می‌کند" در حرکت است (شکل ۱۰-۲۷) و در نتیجه پدیده‌های پراش به وقوع می‌پیوندند که الکترون را به محدودهٔ معینی از اندازه حرکتها که مطابق با نوارهای انرژی مجاز هستند، محدود می‌کنند. با این روش تفکر، برهمکنشهای بین اتمها بر رفتار الکترون - ظرفیت به جای آن که مستقیم اثر بگذارند، همان گونه که در روش مشروحه در بخش ۱۰-۸ ذکر شد، بطور غیر مستقیم از طریق شبکهٔ بلوری که این برهمکنشها ایجاد می‌کنند، تأثیر می‌گذارند. در این

جا به جای یک طرح رسمی براساس معادله شرو دینگر، از یک نگرش شهودی استفاده خواهد شد.

طول موج دبروی یک الکترون آزاد با اندازه حرکت p عبارت است از

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{الکترون آزاد} \quad (10-17)$$

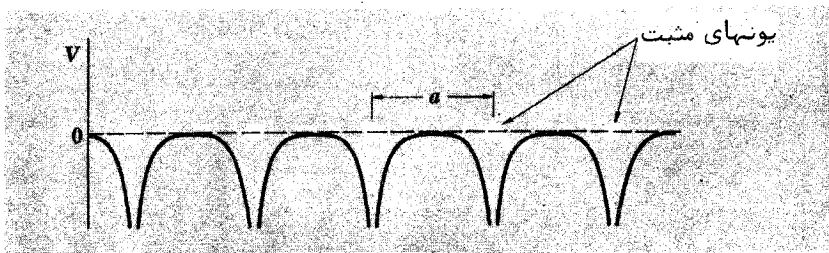
الکترونها ی کم انرژی نامقید بطور آزادانه می توانند از یک بلور عبور کنند زیرا نسبت به فاصله شبکه ای a دارای طول موجهای بلند هستند. الکترونها یی با انرژی بیشتر، مانند الکترونها یی با انرژی فرمی در یک فلز، طول موجهایی قابل قیاس با a دارند و این گونه الکترونها دقیقاً "به همان روش پرتوهای ایکس (بخش ۲-۵) یا الکترونها ی موجود در یک باریکه که از خارج به بلور تابیده می شوند، پراشیده می گردند. (وقتی λ از نظر مقدار به a ، $0.3a$ ، $2a$ ، نزدیک است، معادله ۱۰-۱۷ دیگر صادق نیست، همان طور که بعداً "بحث خواهد شد) الکترونی با طول موج λ "بازتاب" براگ^۱ را از یکی از صفحات اتمی موجود در یک بلور تحمل می کند، وقتی که با زاویه θ به صفحه می رسد، که از معادله ۲-۸ داریم.

$$n\lambda = 2a \sin \theta \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10-18)$$

مرسوم است که موقعیت امواج الکترونی در یک بلور را با تعویض عدد موجی k معرفی شده در بخش ۳-۳ به جای λ مورد بحث قرار دهیم، که در آن

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{عدد موجی} \quad (10-19)$$

عدد موجی برابر است با تعداد رادیانها در هر متر در قطار موجی که توصیف می کند و متناسب است با اندازه حرکت p الکترون. چون قطار موج در همان جهت ذره حرکت می کند،



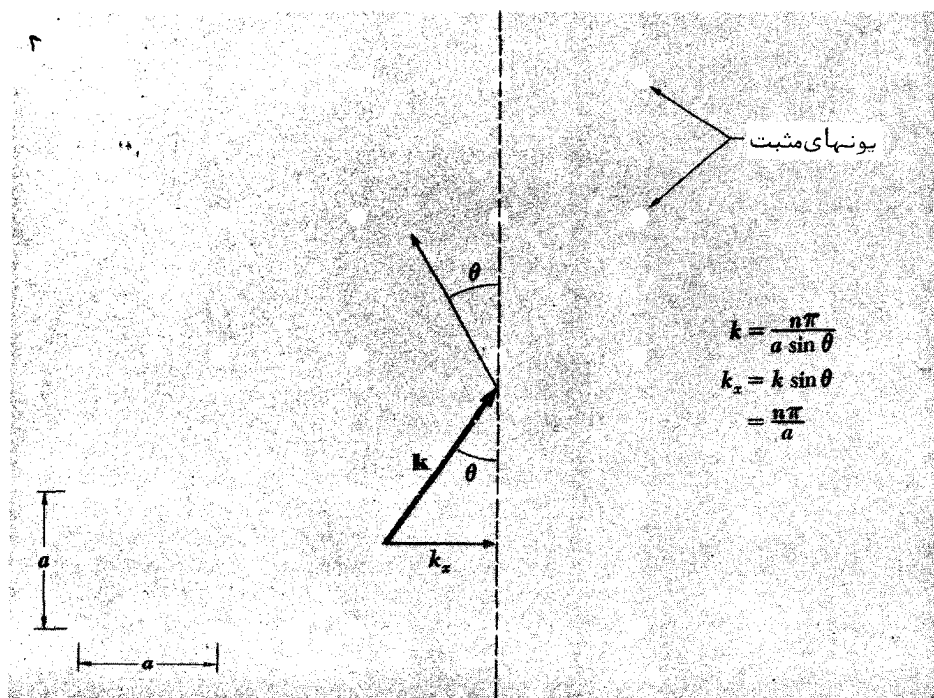
شکل (۱۰-۲۷) انرژی پتانسیل الکترونی در یک آرایه تناوبی یونهای مثبت.

قطار موج را می‌توانیم به وسیله بردار k توصیف کنیم. فرمول براگ برحسب k عبارت است از:

$$k = \frac{n\pi}{a \sin \theta} \quad (10-20)$$

شکل ۱۰-۲۸ بازتاب براگ را در شبکه مربعی دو بعدی نشان می‌دهد. بدیهی است می‌توانیم شرط براگ را این گونه بیان کنیم که بازتاب از ردیفهای عمودی یونها زمانی روی می‌دهد که مؤلفه k در جهت x ، k_x ، برابر $n\pi/a$ باشد. به همین ترتیب، بازتاب از ردیفهای افقی زمانی روی می‌دهد که $k_y = n\pi/a$ باشد.

نخست الکترونها را بررسی می‌کنیم که اعداد موجی‌شان به قدر کافی برای الکترونها کوچک هستند تا از پراش اجتناب کنند. اگر k از π/a کمتر باشد، الکترون می‌تواند آزادانه از میان شبکه در هر جهتی حرکت کند. هرگاه $k = \pi/a$ باشد، پراش مانع حرکت الکترونها در

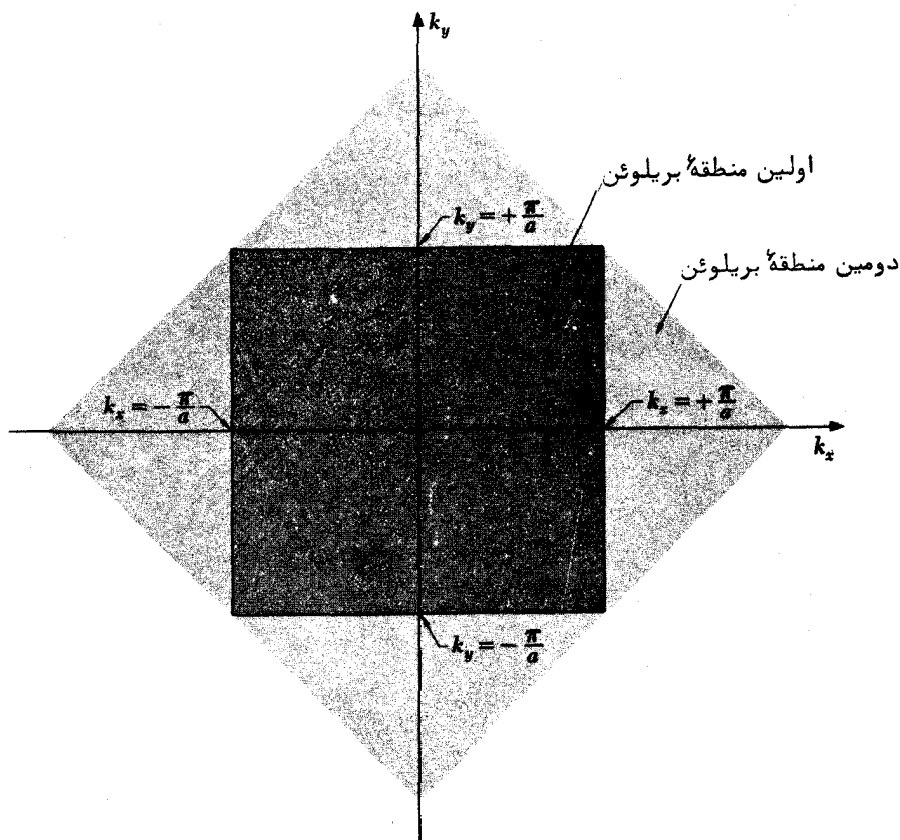


شکل (۱۰-۲۸) بازتاب براگ از ردیفهای عمودی زمانی روی می‌دهد که $k_x = n\pi/a$

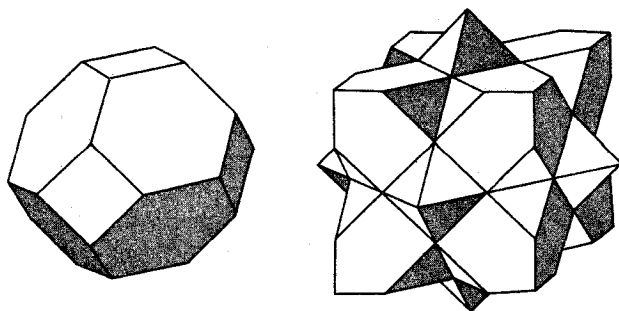
باشد.

جهت‌های x یا y می‌شود. هر چه k از π/a بزرگتر شود، جهت‌های ممکن حرکت محدودتر خواهند شد تا وقتی که $k = \pi/a \sin 45^\circ = \sqrt{2}\pi/a$ شود. الکترون‌ها، حتی موقعی که در طول قطر شبکه از میان شبکه حرکت می‌کنند، پراشیده می‌شوند.

ناحیه‌ای در فضای k را که الکترون‌هایی با k کم بدون پراشیده شدن می‌توانند اشغال کنند، اولین منطقه بریلوئن می‌نامند و در شکل ۱۰-۲۹ نشان داده شده است. دومین منطقه بریلوئن نیز نشان داده شده است؛ این منطقه، الکترون‌هایی دارد با $k > \pi/a$ که در اولین منطقه جور نمی‌شوند، اما اعداد موجی به قدر کافی کوچک دارند تا از ایجاد پراش توسط مجموعه‌های قطری صفحات اتمی در شکل ۱۰-۲۸ اجتناب کنند. دومین منطقه شامل الکترون‌هایی با مقادیر k از π/a تا $2\pi/a$ است که برای الکترون‌های متحرک در جهت‌های x و y از π/a تا $2\pi/a$ تغییر می‌کند و محدوده ممکن مقادیر k هنگامی که جهت‌های فطری نزدیک



شکل (۱۰-۲۹) اولین و دومین مناطق بریلوئن با شبکه مربعی دوبعدی.



شکل (۱۰-۳) اولین و دومین مناطق بریلوئن در یک بلور مکعب میان حجمی .

می‌شوند، کاهش می‌یابد. مناطق بریلوئن بیشتری را می‌توان به همین روش ترسیم کرد. تعمیم این تحلیل به ساختارهای سه بعدی واقعی، به مناطق بریلوئن نظیر آنهایی که در شکل ۱۰-۳ نشان داده شده است، منجر می‌شود.

۱۱-۱۰ منشأ نوارهای ممنوع

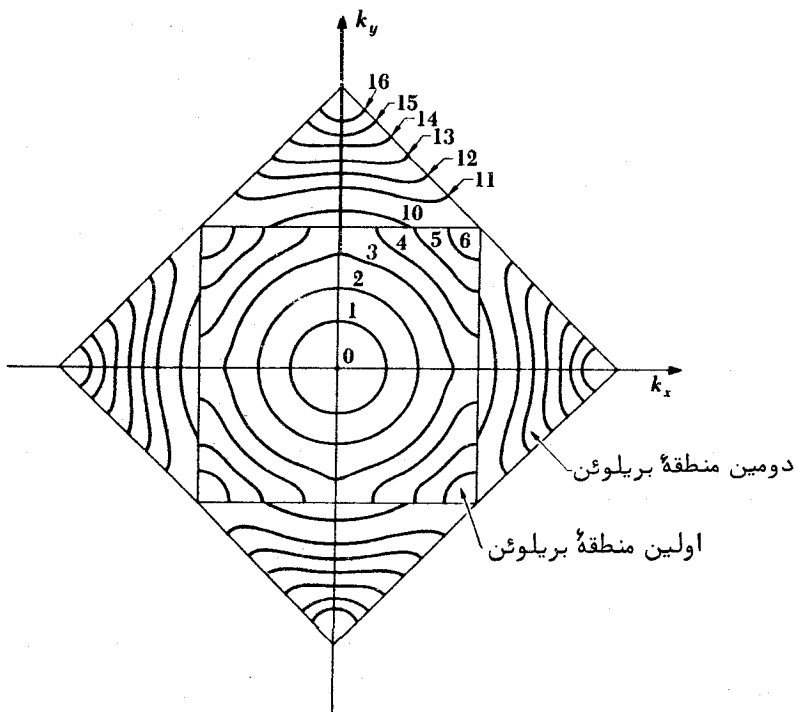
اهمیت نوارهای ممنوع وقتی آشکار می‌شود که ما انرژیهای الکترونها در هر ناحیه را بررسی کنیم. انرژی یک الکترون آزاد با فرمول ذیل به اندازه حرکتش p مربوط می‌شود.

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

و از این رو به عدد موجیش k با فرمول مربوط می‌شود.

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (۱۰-۲۱)$$

در مورد یک الکترون در بلوری که برای آن $k \ll \pi/a$ باشد، عملاً "هیچ گونه برهمکنشی با شبکه وجود ندارد و معادله ۱۰-۲۱ معتبر است. چون انرژی چنین الکترونی به k^2 بستگی دارد، خطوط تراز انرژی ثابت در یک فضای k دو بعدی فقط دوایری با ثابت k هستند، همان گونه که در شکل ۱۰-۳۱ مشاهده می‌شود، با افزایش k ، خطوط پربندی انرژی ثابت "تدریجاً" به یکدیگر نزدیکتر می‌شوند و نیز نامنظم می‌شوند. علت اولین اثر صرفاً این است که E با k^2 تغییر می‌کند. علت دومین اثر نیز واضح است. هر چه الکترونی به مرز یک منطقه بریلوئن در فضای k نزدیکتر باشد، به پراشیده شدن توسط شبکه بلوری واقعی نزدیکتر است. اما از نظر ذره‌ای، پراش به واسطه برهمکنش الکترون با آرایه تناوبی یونهای مثبتی که نقاط شبکه را اشغال می‌کنند روی می‌دهد و هر چه برهمکنش قویتر باشد، انرژی الکترون

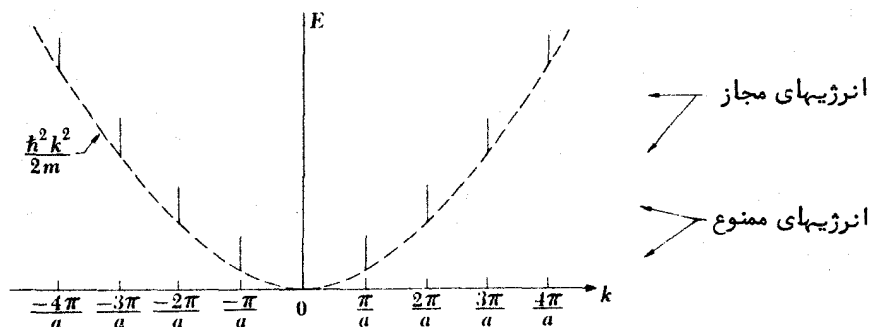


شکل (۱۰-۳۱) خطوط تراز انرژی برحسب الکترون ولت در اولین و دومین مناطق بریلوئن یک شبکه مربعی فرضی.

بیشتر تحت تأثیر قرار می گیرد.

شکل ۱۰-۳۲ چگونگی تغییر E با k را در جهت x نشان می دهد. همچنانکه k به π/a نزدیک می شود، E از $\hbar^2 k^2 / 2m$ ، مقدار مربوط به ذره آزاد، آهسته تر افزایش می یابد. در $E, k = \pi/a$ دارای دو مقدار است، مقدار کمتر به اولین منطقه بریلوئن و مقدار بیشتر به دومین منطقه تعلق دارد. بین انرژیهای ممکن در اولین و دومین منطقه بریلوئن شکاف معینی وجود دارد که مشابه نوار ممنوعی است که قبلاً در باره آن صحبت شد. همین طرح هنگامی که مناطق بریلوئن بعدی بطور متوالی برسند، ادامه می یابد.

ناپیوستگی انرژی در مرز یک منطقه بریلوئن از این واقعیت ناشی می شود که مقادیر حدی k با امواج ایستا هماهنگی ندارند نه با امواج متحرک. برای روشن شدن مطلب، الکترونهای متحرک در جهت x را بررسی می کنیم؛ تعمیم این مطلب در هر جهت دیگری نیز صادق است. وقتی که $k = \pm\pi/a$ باشد، همان گونه که دیده ایم، امواج براگ باز تابیده شده به جلو



شکل (۱۰-۳۲) انرژی الکترونی E در مقابل عدد موجی k در جهت k . خط چین چگونگی تغییرات E با k را برای یک الکترون آزاد نشان می دهد.

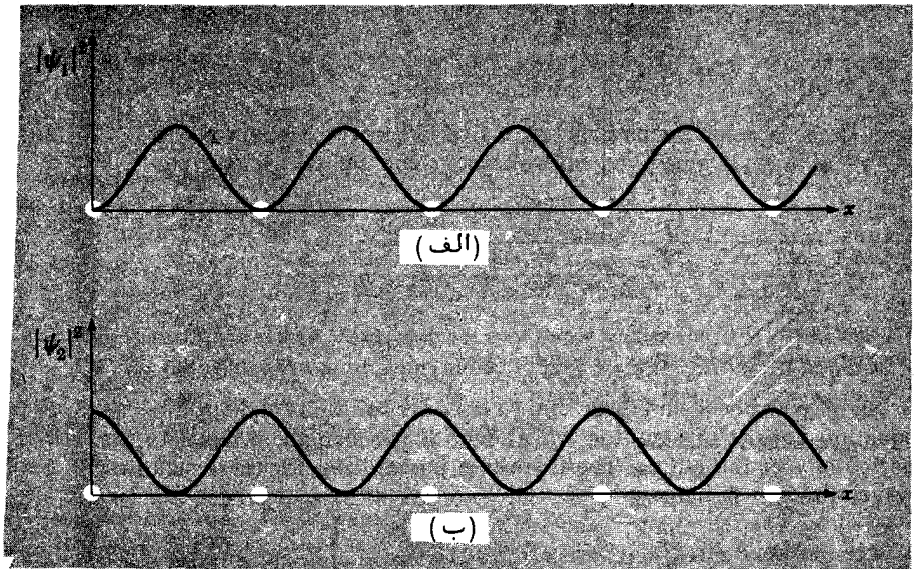
و عقب هستند و بنابراین تنها حل های معادله شرودینگر شامل امواج ایستایی هستند که طول موجشان مساوی تناوبی بودن شبکه است. دو امکان برای این امواج ساکن به ازای $n=1$ وجود دارد، یعنی

$$\psi_1 = A \sin \frac{\pi x}{a} \quad (10-22)$$

$$\psi_2 = A \cos \frac{\pi x}{a} \quad (10-23)$$

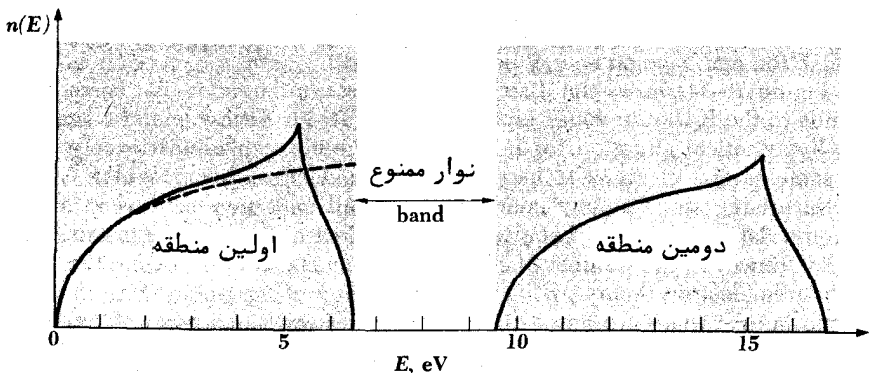
چگالیهای احتمال $|\psi_1|^2$ و $|\psi_2|^2$ در شکل ۱۰-۳۳ رسم شده اند. ظاهراً $|\psi_1|^2$ در نقاط شبکه ای اشغال شده بایونهای مثبت کمینه است. در حالی که $|\psi_2|^2$ در نقاط شبکه ای بیشینه است. چون چگالی بار مطابق با یک تابع موج الکترونی ψ ، $e|\psi|^2$ است، چگالی بار در حالت ψ_1 بین یونهای مثبت تمرکز می یابد در صورتی که در حالت ψ_2 روی یونهای مثبت تمرکز می یابد. انرژی پتانسیل یک الکترون در شبکه ای با یونهای مثبت در نقطه وسط بین هر زوج از یونها بزرگترین مقدار و روی خود یونها کمترین مقدار را دارد، بنابراین انرژیهای E_1 و E_2 همراه با امواج ایستای ψ_1 و ψ_2 متفاوتند. وقتی که $k = \pm \pi/a$ باشد، حل دیگری امکان پذیر نیست و بنابراین هیچ الکترونی نمی تواند انرژی بین E_1 و E_2 داشته باشد.

شکل ۱۰-۳۴: رزیع انرژیهای الکترون را که مطابق با مناطق بریلوئن ترسیم شده در شکل ۱۰-۳۱ است، نشان می دهد. در انرژیهای کم (در این وضعیت فرضی برای $E \sim 2$ eV) منحنی دقیقاً همانند منحنی شکل ۹-۱۶ که براساس نظریه الکترون آزاد است می باشد که تعجب آور نیست زیرا در انرژیهای کم k کوچک است و بنابراین الکترونها در یک شبکه



شکل (۳۳-۱۰) توزیعهای چگالیهای احتمال Ψ_1^1 و Ψ_2^2 .

تناوبی مانند الکترونهای آزاد رفتار می‌کنند. لکن، با افزایش انرژی تعداد حالت‌های انرژی در دسترس از تعداد حالت‌های انرژی نظریه الکترون آزاد به واسطه نامنظمی خطوط پربندی انرژی توسط شبکه تجاوز می‌کند: برای هر مقدار انرژی مقداری k متفاوت‌تری وجود دارد. بنابراین، وقتی که $k = \pm \pi/a$ باشد، خطوط پربندی انرژی به مرزهای اولین منطقه



شکل (۳۴-۱۰) توزیعهای انرژیهای الکترون در مناطق بریلوئن شکل ۱۰-۳۱. خط

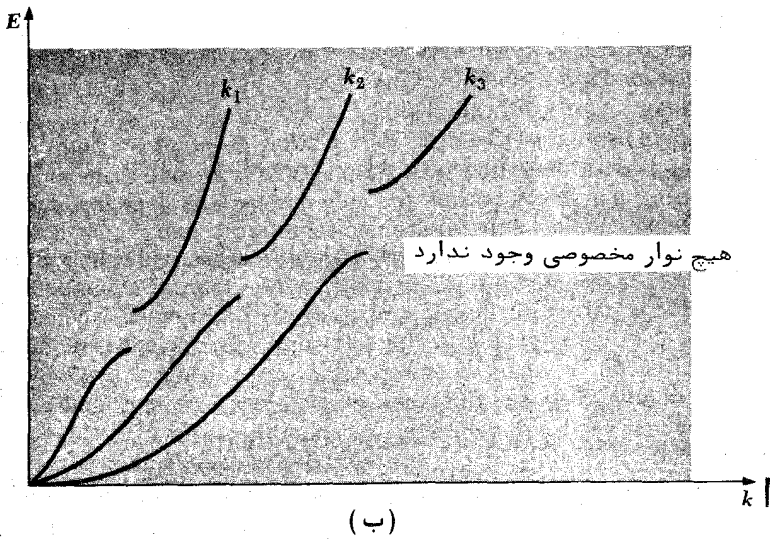
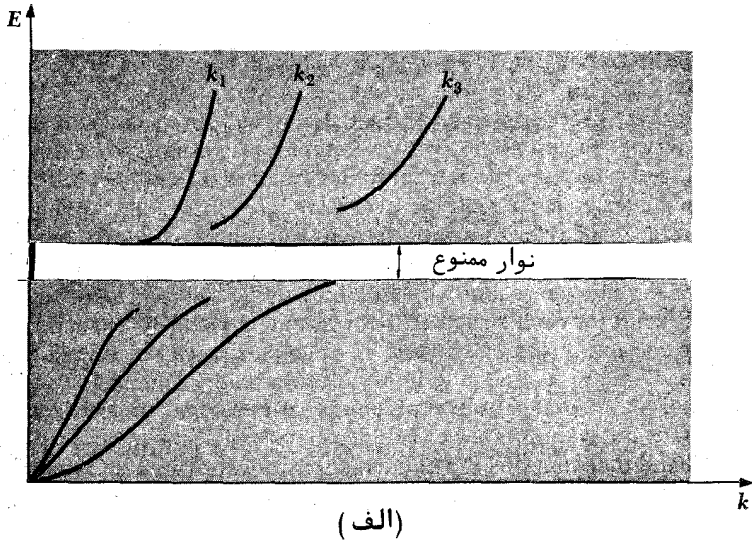
چین توزیع پیش‌بینی شده توسط نظریه الکترون آزاد است.

می‌رسند و انرژیهای بیشتر از حدود 4 eV (در این مدل خاص) گر چه در سایر جهات مجازند ولی در جهتهای k_x, k_y ممنوع می‌شوند. هر چه انرژی از 4 eV بیشتر و بیشتر تجاوز کند، حالت‌های انرژی قابل دسترس به گوشه‌های منطقه بیشتر و بیشتر محدود می‌شوند و $n(E)$ سقوط می‌کند. سرانجام، تقریباً "در $6\frac{1}{4}\text{ eV}$ حالت‌های انرژی وجود ندارد و $n(E) = 0$ می‌شود. پایین‌ترین انرژی ممکن در دومین منطقه قدری کمتر از 10 eV است و منحنی دیگری که شکلی شبیه اولی دارد شروع می‌شود. در این جا شکاف بین انرژیهای ممکن در دو منطقه حدود 3 eV می‌باشد و بنابراین عرض نوار ممنوع تقریباً " 3 eV است.

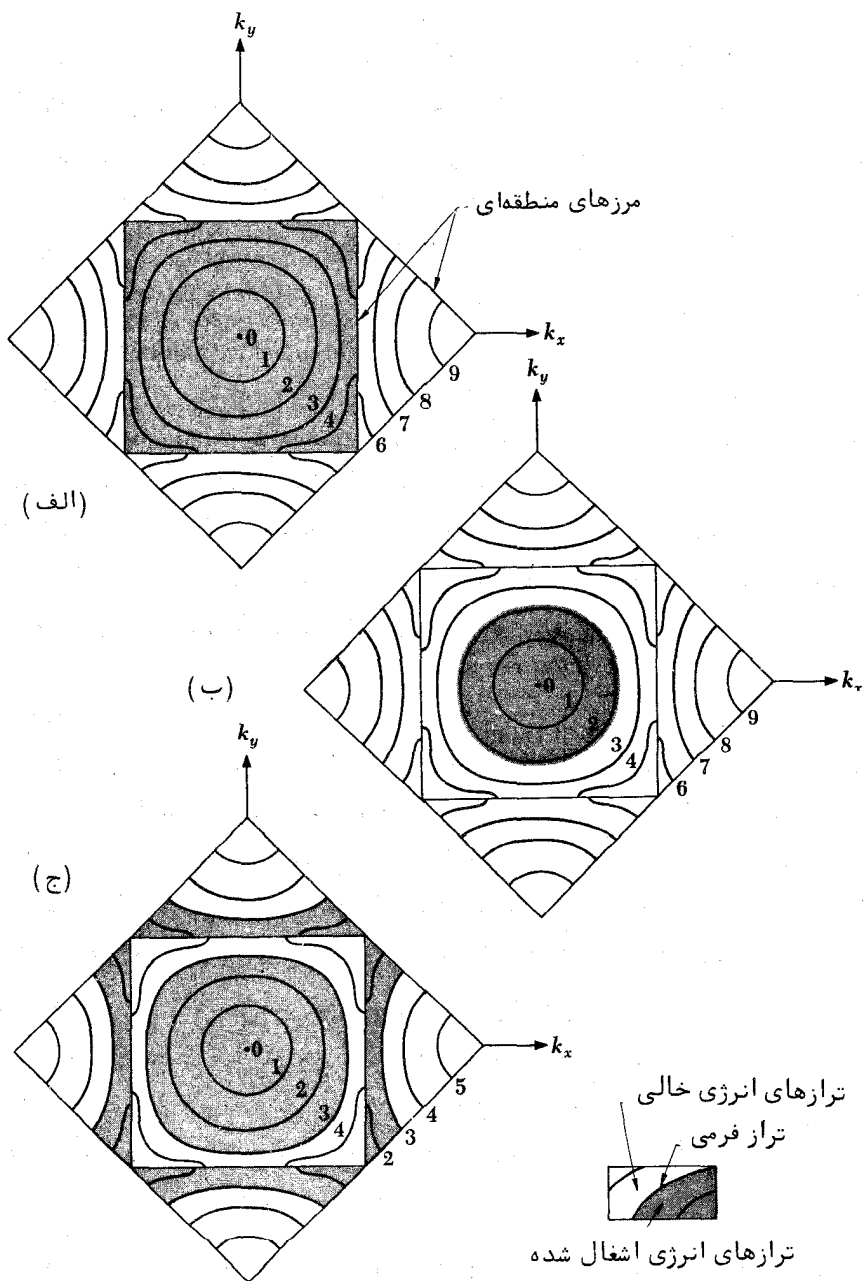
گر چه باید بین مناطق بریلوئن متوالی در هر جهت معینی یک شکاف انرژی وجود داشته باشد، ولی ممکن است شکافهای متعدد بر روی انرژیهای مجاز در سایر جهات بیفتند، به طوری که کلاً "هیچ گونه نوار ممنوعی در بلور وجود نداشته باشد. شکل ۱۰-۳۵ شامل نمودارهایی از E در مقابل k برای سه جهت در بلوری است که یک نوار ممنوع دارد و در بلوری که نوارهای مجازش به حد کافی روی یکدیگر می‌افتند تا از داشتن یک نوار ممنوع جلوگیری کنند.

رفتار الکتریکی یک جسم جامد به درجه اشغال نوارهای انرژی و نیز به ماهیت ساختار نوار، همان‌گونه که قبلاً ذکر شد، بستگی دارد. دو حالت انرژی موجود (برای هر اسپین یکی) در هر نوار برای هر واحد ساختاری در بلور وجود دارد. (منظور از "واحد ساختاری" در این متن یک اتم در یک فلز، یا جسم جامد عنصری کووالانس نظیر الماس، مولکولی در یک جسم جامد مولکولی و بالاخره یک زوج یون در یک جسم جامد یونی است). اگر دو شرط زیر وجود داشته باشند، یک جسم جامد یک عایق خواهد بود: (۱) تعداد الکترونهای ظرفیت در هر واحد ساختاری آن جسم باید عدد زوجی باشد و (۲) نوازی که در برگرفته الکترونیهای با بالاترین انرژی است باید از نوار مجاز بالای آن توسط یک شکاف انرژی بزرگ در مقایسه با kT جدا شود. دلیل شرط (۱) این است که تضمین می‌کند که بالاترین نوار انرژی کاملاً "پر باشد و دلیل شرط (۲) این است که تضمین می‌کند هیچ کدام از الکترونها قادر نیستند برای رسیدن به حالت‌های پر نشده از شکاف عبور کنند. بدین ترتیب الماس با چهار الکترون ظرفیت در هر اتم؛ تیدروژن جامد با دو الکترون ظرفیت در هر مولکول H_2 و $NaCl$ با هشت الکترون ظرفیت در هر جفت یون Na^+-Cl^- همگی نوارهای ممنوع عریضی مضافاً دارند و عایق هستند. شکل ۱۰-۲۶ (الف) خطوط تراز انرژی یک عایق فرضی را نشان می‌دهد.

یک رسانا با تخطی از یکی از دو شرط بالا (یا هر دو) مشخص می‌شود. بدین ترتیب، فلزات قلیایی که تعداد الکترونهای ظرفیتشان در هر واحد ساختاری عدد فردی است (یعنی



شکل (۳۵-۱۰) منحنیهای E در مقابل k برای سه جهت در دو بلور. در حالت (الف) نوار ممنوعی وجود دارد، و در حالت (ب) نوارهای انرژی مجاز بر روی هم می افتند و نوار ممنوعی وجود ندارد.



شکل (۱۰-۳۶) خطوط تراز انرژی الکترونی و ترازهای فرمی در سه نوع جسم جامد: (الف) عایق؛ (ب) فلز یک ظرفیتی؛ (ج) فلز دو ظرفیتی. انرژیها برحسب الکترون‌ولت هستند.

در هر اتم یکی) اجسام رسانا هستند، همان‌گونه که فلزات دو ظرفیتی نظیر منیزیم و روی که نوارهای انرژی همپوشی دارند، رسانا هستند. شکل ۱-۳۶ (ب) و (ج) بترتیب خطوط تراز انرژی این دو نوع فلز را نشان می‌دهد. وقتی عرض نوار ممنوع در یک عایق کم عرض باشد یا مقدار همپوشی در یک فلز کم باشد، رسانایی ویژه الکتریکی در ناحیه نیم رسانا واقع می‌شود و در حقیقت درست نیست که ماده را یک فلز یا یک غیر فلز به حساب آوریم. مرز بین حالت‌های انرژی الکترونی پر و حالت‌های انرژی الکترونی خالی در فضای K سه بعدی را سطح فرمی می‌نامند.

آزمایش‌ها نشان می‌دهد که رسانایی ویژه فلزات دو ظرفیتی بریلیم، روی و کادمیوم بیشتر به واسطه حاملین بار مثبت است و نه به واسطه الکترون‌ها. این یافته غیر منتظره بسهولت براساس تصویر نواری براین اساس توضیح داده می‌شود که همپوشی سطح فرمی به داخل بالاترین نوار، کوچک است و در نوار زیر آن، حالت‌های تهی که حفره‌ها هستند به جا می‌گذارد. حفره‌های موجود در نوار پایین‌تر قسمت اعظم جریان را حمل می‌کنند در حالی که الکترون‌های نوار بالاتر نقش کمتری به عهده دارند.

۱۰-۱۲ جرم مؤثر

یک الکترون در یک بلور با شبکه بلور برهمکنش دارد و به طور کلی به واسطه این برهمکنش، واکنش الکترون نسبت به نیروهای خارجی همانند واکنش یک الکترون آزاد نیست. در باره این پدیده چیز غیر معمولی وجود ندارد - هیچ ذره‌ای که تابع محدودیت‌هایی است مانند یک ذره آزاد رفتار نمی‌کند. آنچه که غیر معمول می‌باشد این است که انحرافات یک الکترون در یک بلور از رفتار یک الکترون آزاد تحت تأثیر نیروهای خارجی را می‌توان بصورت یک عبارت ساده بیان کرد که جرم مؤثر چنین الکترونی مساوی جرم واقعی نیست. مهم‌ترین نتایج نظریه الکترون - آزاد فلزات را که در بخش‌های ۹-۹ و ۹-۱۰ مورد بحث قرار گرفت، می‌توان در نظریه نواری که واقع بینانه‌تر است جای داد، بدین ترتیب که فقط میانگین جرم مؤثر m^* در سطح فرمی جای جرم الکترون m را بگیرد. بدین ترتیب، انرژی فرمی در یک فلز از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$u_F = \frac{h^2}{2m^*} \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3} \quad \text{انرژی فرمی} \quad (10-24)$$

که در آن N/V چگالی الکترون‌های ظرفیت است. جدول ۱۰-۲ فهرستی از نسبت‌های جرم مؤثر m^*/m در فلزات می‌باشد.

جدول ۱۰-۲ نسبت‌های جرم مؤثر m^*/m در سطح فرمی در بعضی فلزات

فلز	m^*/m
لیتیوم	۱/۲
بریلیوم	۱/۶
سدیم	۱/۲
آلومینیوم	۰/۹۷
کبالت	۱۴
نیکل	۲۸
مس	۱/۰۱
روی	۰/۸۵
نقره	۰/۹۹
پلاتین (طلای سفید)	۱۳

مسائل

- ۱- اثر بر روی انرژی دوسیدگی بلورهای یونی و کووالانسی (الف) نیروهای واندروالس و (ب) نوسانات نقطه صفر یونها و اتمها حول وضعیتهای تعادلشان چیست؟
- ۲- فواصل یونی نقاط ذوب هالوژنهای سدیم به قرار ذیلند:

NaF	NaCl	NaBr	NaI	
۲/۳	۲/۸	۲/۹	۳/۲	فاصله یونی، Å
۹۸۸	۸۰۱	۷۴۰	۶۶۰	نقطه ذوب، °C

تغییر منظم در این مقادیر را با عدد اتمی هالوژن توضیح دهید.

- ۳- اثر ژول - تامسون به افت دمایی که یک گاز در هنگام عبور آرام از یک طرف پر به ظرف توخالی از طریق یک جداره متخلخل تحمل می‌کند، اشاره دارد. چون انبساط گاز به داخل یک ظرف صلب صورت می‌گیرد، هیچ کار مکانیکی انجام نمی‌شود. اثر ژول - تامسون را برحسب جاذبه واندروالس بین مولکولها توضیح دهید.

۴- نشان دهید که پنج جمله اول در سری برای ثابت میدلانگ NaCl عبارتند از:

$$\alpha = 6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{6}{2} + \frac{24}{\sqrt{5}} - \dots$$

۵- (الف) انرژی یونش پتاسیم $4/34 \text{ eV}$ و میل ترکیبی الکترونی کلر $3/61 \text{ eV}$ است. ثابت میدلانگ برای ساختار KCl، $1/748$ و فاصله بین یونهای با علامت مخالف $3/14 \text{ \AA}$ می باشد. فقط براساس این داده ها انرژی دوسیدگی KCl را محاسبه کنید. (ب) انرژی دوسیدگی مشاهده شده KCl مساوی $6/42 \text{ eV}$ در هر زوج یون است. به فرض این که اختلاف بین این رقم و رقم به دست آمده در حالت (الف) به واسطه نیروی رانشی اصل انحصار باشد، نمای n در فرمول Br^{-n} را برای انرژی پتانسیل ناشی از این منبع پیدا کنید.

۶- مسأله ۵ را برای LiCl که در آن ثابت میدلانگ $1/748$ ، فاصله یونی $2/57 \text{ \AA}$ و انرژی دوسیدگی مشاهده شده مساوی $6/8 \text{ eV}$ در هر زوج یون است، تکرار کنید. انرژی یونش Li، $5/4 \text{ eV}$ می باشد.

۷- انرژی پتانسیل $V(x)$ یک زوج اتم در جسم جامدی که از جدایی در وضعیت تعادلشان در $K=0$ به اندازه x جابجا می شوند، ممکن است بصورت $V(x) = ax^2 - bx^3 - cx^4$ نوشته شود، که در آن جمله های نااهم انگ $-bx^3$ و $-cx^4$ بترتیب نامتقارنی ارائه شده توسط نیروهای رانشی بین اتمها و تساوی نیروهای جاذبه در جابجایی های بزرگ را نشان می دهند. در دمای T احتمال این که جابجایی x روی دهد نسبت به احتمال این که هیچ جابجایی روی ندهد عبارت است از $e^{-V/KT}$ ، به گونه ای که جابجایی متوسط \bar{x} در این دما عبارت است از:

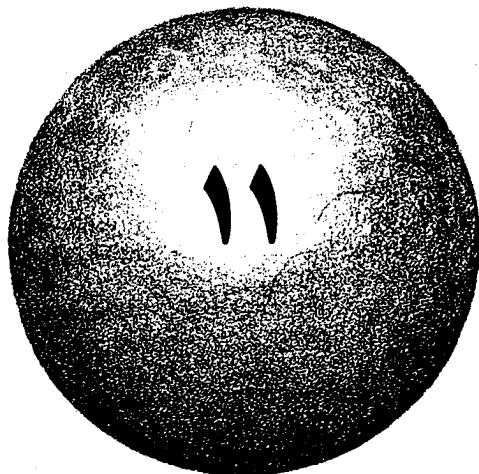
$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-V/KT} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-V/KT} dx}$$

(برای جابجاییهای کوچک نشان دهید که $\bar{x} \approx 3 b kT / 4 a^2$ به این دلیل است که تغییر در طول یک جسم جامد وقتی که دمایش تغییر می کند متناسب با ΔT است.)

۸- نقره دارای جرم اتمی 108 u ، چگالی $10^3/5 \text{ kg/m}^3$ و انرژی فرمی $5/51 \text{ eV}$ است. به فرض این که هر اتم نقره یک الکترون در گاز الکترون به اشتراک گذارد و به فرض این که پویش آزاد متوسط الکترونها 200 فاصله بین اتمی است، مقاومت ویژه نقره را محاسبه کنید. (مقاومت ویژه واقعی نقره در 20°C $1.8 \times 10^{-8} \Omega/\text{m}$ است.)

۹- شکاف انرژی در سیلیکون $1/11 \text{ eV}$ و در الماس 6 eV است. شفافیت این مواد را نسبت به نور مرئی بحث کنید.

- ۱۰- شکاف انرژی در ژرمانیم 0.7 eV است. رسانایی ویژه ژرمانیم با رسانایی ویژه سیلیکون (الف) در دماهای خیلی پایین و (ب) در دمای اتاق، چگونه مقایسه می‌شود؟
- ۱۱- درصد کوچکی از ایندیوم به یک بلور ژرمانیم اضافه می‌شود. آیا بلور حاصل یک نیم رسانای نوع n است یا نوع p ؟
- ۱۲- درصد کوچکی از آنتیموان به یک بلور ژرمانیم اضافه می‌شود. آیا بلور حاصل نیم رسانای نوع n است یا نوع p ؟
- ۱۳- فسفر در یک نمونه ژرمانیم وجود دارد. فرض کنیم که یکی از پنج الکترون ظرفیتش در یک مدار بوهر دور هر یون P^+ در شبکه ژرمانیم گردش می‌کند. (الف) اگر جرم مؤثر الکترون $m_e = 0.17$ و ثابت دی الکتریکی ژرمانیم ۱۶ باشد، شعاع اولین مدار بوهر الکترون را پیدا کنید. (ب) شکاف انرژی بین نوارهای ظرفیت و هدایت در ژرمانیم 0.65 eV است. انرژی یونیزاسیون الکترون فوق چگونه با این انرژی و با kT در دمای اتاق قابل قیاس است؟
- ۱۴- مسأله ۱۳ را برای یک نمونه سیلیکون که حاوی آرسنیک است، تکرار کنید. جرم مؤثر یک الکترون در سیلیکون تقریباً $m_e = 0.31$ ، ثابت دی الکتریکی سیلیکون ۱۲ و شکاف انرژی آن 1.1 eV است.
- ۱۵- سومین منطقه بریلوئن با شبکه مربعی دو بعدی را که اولین دو منطقه بریلوئن آن در شکل ۱۰-۲۹ نشان داده شده است رسم کنید.
- ۱۶- نسبت بین انرژیهای جنبشی یک الکترون در شبکه مربعی دو بعدی که دارای $k_x = k_y = \pi/a$ است و الکترونی را که $k_x = \pi/a$ ، $k_y = 0$ دارد، پیدا کنید.
- ۱۷- جرم مؤثر m^* حامل جریان در یک نیم رسانا را می‌توان مستقیماً به وسیله آزمایش تشدید چرخشی^۱ تعیین کرد که در آن حاملین جریان (الکترونها یا حفره‌ها) در مدارهای مارپیچی حول جهت میدان مغناطیسی اعمال شده خارجی B حرکت می‌کنند. یک میدان الکتریکی متناوب عمود بر B به کار برده می‌شود و جذب تشدید انرژی از این میدان زمانی روی می‌دهد که بسامد میدان الکتریکی ν مساوی بسامد گردشی ν_c حامل جریان باشد. (الف) برای ν_c معادله‌ای برحسب m^* ، e ، B به دست آورید. (ب) در آزمایش معینی، $B = 0.1 \text{ T}$ و بیشینه جذب در $\nu = 1/4 \times 10^{10} \text{ Hz}$ روی می‌دهد، m^* را پیدا کنید. (ج) در این آزمایش بیشینه شعاع مداری یک حامل بار را که تندیش $3 \times 10^4 \text{ m/s}$ می‌باشد، پیدا کنید.



هسته اتمی

- ۱-۱۱ جرمهای اتمی
- ۲-۱۱ نوترون
- ۳-۱۱ هسته‌های پایدار
- ۴-۱۱ اندازه‌ها و شکلهای هسته‌ای
- ۵-۱۱ انرژی پیوندی
- ۶-۱۱ مدل قطره‌ای
- ۷-۱۱ مدل لایه‌ای
- ۸-۱۱ نظریهٔ مزون نیروهای هسته‌ای

هسته اتمی

تا به حال توانسته‌ایم هسته اتمی را صرفاً " بصورت ذره‌ای تلقی کنیم که خصوصیات منحصر به فردش جرم و بار مثبت هستند . خواص عمده اتمها (بجز جرم اتم) ، مولکولها و جامدات همگی از رفتار الکترونهای اتمی سر چشمه می‌گیرند تا از رفتار هسته‌ها . اما خود هسته در طرح کلی اشیاء از اهمیت برخوردار است مثلاً " ، وجود عناصر مختلف خود مرهون توانایی هسته‌ها به داشتن مضربی از بار الکتریکی است و بیان آن توانایی یکی از مسائل اصلی فیزیک است . علاوه انرژی که به تکامل دایمی جهان کمک می‌کند می‌تواند به تبدیلات و واکنشهای هسته‌ای مربوط شود . البته ، انرژی هسته‌ای نیز در مقیاس جهانی کاربردهای مهمی دارد .

۱-۱) جرمهای اتمی

هسته یک اتم تقریباً " در بردارنده تمام جرم اتم است و مقدار زیادی از اطلاعات مربوط به خواص هسته‌ای را می‌توان از دانش جرمهای اتمی استنتاج کرد . وسیله‌ای که برای اندازه‌گیری جرمهای اتمی به کار می‌رود ، به طیف سنج جرمی موسوم است ؛ طیف سنجها و تکنیک‌های مدرن قادرند بهتر از ۱ قسمت در میلیون دقت اندازه‌گیری داشته باشند .

جرمهای اتمی به جرمهای اتمهای خنثی نسبت داده می‌شوند نه به جرمهای هسته‌های لخت . بدین ترتیب جرمهای الکترونهای مداری و معادل جرمی انرژیهای پیوندی آنها در محاسبات تلفیق شده‌اند . جرمهای اتمی بطور قراردادی برحسب واحدهای جرم (u) بیان می‌شوند ، آن چنان که فراوانترین نوع اتم کربن برحسب تعریف دقیقاً " 12.000000 u است مقدار واحد جرمی تا پنج رقم با معنی عبارت است از :

$$1 \text{ u} = 1.6604 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

و معادل انرژی عبارت است از 931.48 MeV .

بعد از تکمیل روشهایی برای تعیین جرمهای اتمی در اوایل این قرن مدت زیادی طول نکشید تا کشف شد که همه اتمهای یک عنصر خاص جرم یکسانی ندارند . انواع مختلف یک عنصر را ایزوتوپهای آن می‌نامند . اصطلاح دیگری که بطور وسیعی به کار برده می‌شود نوکلید^۱



طیف سنج جرمی، برای مطالعه ترکیب شهاب سنگها به کار می رود.

است که به یک نوع خاص هسته اطلاق می شود؛ بدین ترتیب هر ایزوتوپ یک عنصر، یک نوکلید است.

جرمهای اتمی مندرج در جدول ۷-۱ به جرم اتمی متوسط هر عنصر که بیش از هر چیز توجه یک شیمی دان را به خود جلب می کند مربوط می شود. جدول ۱۱-۱ جرمهای اتمی و فراوانیهای نسبی پنج ایزوتوپ پایدار روی را شامل می شود. جرمهای منفرد از $63/92914$ تا $69/92535$ و فراوانیهای نسبی از $0/62$ تا $48/89$ درصد تغییر می کنند. جرم متوسط $65/38$ می باشد که بنابراین جرم اتمی روی است. بیست عنصر هر کدام فقط از یک نوکلید تشکیل می شوند، برلیوم، فلوئور، سدیم و آلومینیوم نمونه هایی از این عناصر هستند.

آزمایشها نشان داده است که حتی ئیدروژن دارای ایزوتوپ است، گرچه دو ایزوتوپ سنگین تر فقط حدود $0/015$ درصد ئیدروژن طبیعی را تشکیل می دهند. جرمهای اتمی آنها $2/014102$ و $3/01605$ است، ایزوتوپهای سنگین تر بترتیب به نامهای دوتریوم^۱ و تریتیوم شناخته می شوند. (هسته های تریتیوم، موسوم به تریتونها، ناپایدارند

و بطور رادیوآکتیو به یک ایزوتوپ هلیوم واپاشیده می‌شوند) هستهٔ سبکترین ایزوتوپ، پروتون است که جرم آن

$$m_p = 1.0072766 \text{ u} = 1.6725 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

در محدودهٔ خطای آزمایشی برابر است با جرم کل اتم منهای جرم الکترونی، که آن اتم نیز دارد. پروتون مانند الکترون یک ذرهٔ بنیادی است که ماهیتش در فصل ۱۳ بررسی می‌شود.

جدول ۱-۱۱ ویژگیهای ایزوتوپهای روی، $z = 30$

عدد جرمی ایزوتوپ	عدد اتمی، u	فراوانی نسبی، %
۶۴	۶۳/۹۲۹۱۴	۴۸/۸۹
۶۶	۶۵/۹۲۶۰۵	۲۷/۸۱
۶۷	۶۶/۹۲۷۱۵	۴/۱۱
۶۸	۶۷/۹۲۴۸۶	۱۸/۵۶
۷۰	۶۹/۹۲۵۳۵	۵/۶۲

در جدولهای جرمهای نوکلیدی نظم جالبی مشهود است: مقادیر همیشه به مضربهای صحیح جرم اتم u ۱/۰۰۷۸۲۵ نزدیکند. مثلاً، "جرم اتم دوتریوم تقریباً" دو برابر جرم اتم u ۱/۰۰۷۸۲۵ است. سه برابر جرم اتم u ۱/۰۰۷۸۲۵ تقریباً سه برابر جرم اتم u ۱/۰۰۷۸۲۵ است. جرمهای ایزوتوپهای روی که در جدول ۱-۱۱ فهرست شده‌اند نیز این الگو را ارائه می‌دهند که جرم آنها تقریباً "۶۴، ۶۶، ۶۷، ۶۸ و ۷۰ برابر جرم اتم u ۱/۰۰۷۸۲۵ است. بنابراین، منطقی است که تمام هسته‌ها را متشکل از پروتونها - هسته‌های u ۱/۰۰۷۸۲۵ - در نظر بگیریم که به نحوی به هم پیوسته‌اند. با وجود این، یک نگرش دقیق‌تر این تصور را رد می‌کند، زیرا جرم یک نوکلید بطور ناوردایی بیشتر از جرم تعدادی از اتمهای u ۱/۰۰۷۸۲۵ مساوی عدد اتمی Z آن هسته است - و بار هسته‌ای یک اتم $Z + e$ است، عدد اتمی روی ۳۰ است اما ایزوتوپهای همگی جرمهایی بیشتر از دو برابر جرم u ۱/۰۰۷۸۲۵ دارند.

امکان دیگری به ذهن می‌رسد. شاید در هسته‌ها الکترونیایی وجود دارند که بار مثبت بعضی از پروتونها را خنثی می‌کنند. بدین ترتیب، هستهٔ هلیوم که جرمش چهار برابر جرم پروتون است گرچه بارش فقط $+2e$ می‌باشد، بصورت ترکیبی از چهار پروتون و دو

الکترون بایستی تصور شود. این توضیح با این حقیقت استوار می‌شود که بعضی هسته‌های رادیوآکتیو بخودی خود الکترونیایی گسیل می‌کنند، پدیده‌ای بنام واپاشی بتا که رویداد آنها، اگر الکترون‌ها در هسته‌ها حضور داشته باشند، به آسانی قابل توجیه است.

لکن، علی‌رغم جاذبه ظاهری فرضیه الکترون‌های هسته‌ای، دلایل محکمی بر رد آن وجود دارند:

۱- اندازه هسته‌ای. شعاع یک هسته معمولی فقط در حدود $10^{-15} \times 5$ m است. برای محبوس کردن ذره‌ای به ناحیه‌ای این قدر کوچک، بر طبق اصل عدم قطعیت، خطایی در اندازه حرکتش به اندازه $\Delta p \geq 1.1 \times 10^{-20} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ لازم است، همان گونه که در بخش ۳-۸ محاسبه شد، که مطابق است با عدم قطعیت انرژی جنبشی در مورد الکترونی با حداقل انرژی ۲۰ MeV. لکن، الکترون‌های گسیل شده حین تلاشی بتا انرژی‌هایی فقط با ۲ یا ۳ MeV دارند. یک نسبت بزرگی کوچکتر از انرژی‌هایی که الکترون‌ها باید در درون هسته می‌داشتند، اگر قرار بود در آن جا حضور داشته باشند.

شایان توجه است که هرگاه اصل عدم قطعیت در مورد پروتون‌های موجود در یک هسته به کار رود نتیجه متناوبی از آن حاصل می‌شود. برای پروتونی با اندازه حرکت $10^{-20} \times 1.1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ است و انرژی جنبشی آن را به طور کلاسیکی می‌توان محاسبه کرد:

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(1.1 \times 10^{-20} \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2}{2 \times (1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})}$$

$$= 3.6 \times 10^{-14} \text{ J} = 0.23 \text{ MeV}$$

حضور پروتون‌ها با چنین انرژی جنبشی در یک هسته کاملاً "قابل قبول است."

۲- اسپین هسته‌ای. پروتون‌ها و الکترون‌ها ذرات فرمی هستند که اسپین‌های $\frac{1}{2}$ دارند، یعنی اندازه حرکت زاویه‌ای $\frac{1}{2} \hbar$. بدین ترتیب هسته‌ها با تعداد زوجی از مجموع پروتون‌ها و الکترون‌ها باید اسپین‌های صحیح داشته باشند در حالی که هسته‌ها با تعداد فردی از مجموع پروتون‌ها و الکترون‌ها باید اسپین‌های مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ داشته باشند. این پیش‌بینی صادق نیست. این حقیقت که دو ترون، که هسته یک ایزوتوپ ثیدروژن است، عدد اتمی ۱ و عدد جرمی ۲ دارد بصورت اشاره به حضور دو پروتون و یک الکترون توجیه می‌شود، بنابراین این، اسپین هسته‌ای دو ترون با توجه به سمگیری ذرات باید $\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$ باشد لکن، اسپین مشاهده شده دو ترون ۱ است، چیزی که با فرضیه الکترون‌های هسته‌ای نمی‌تواند سازگار

باشد.

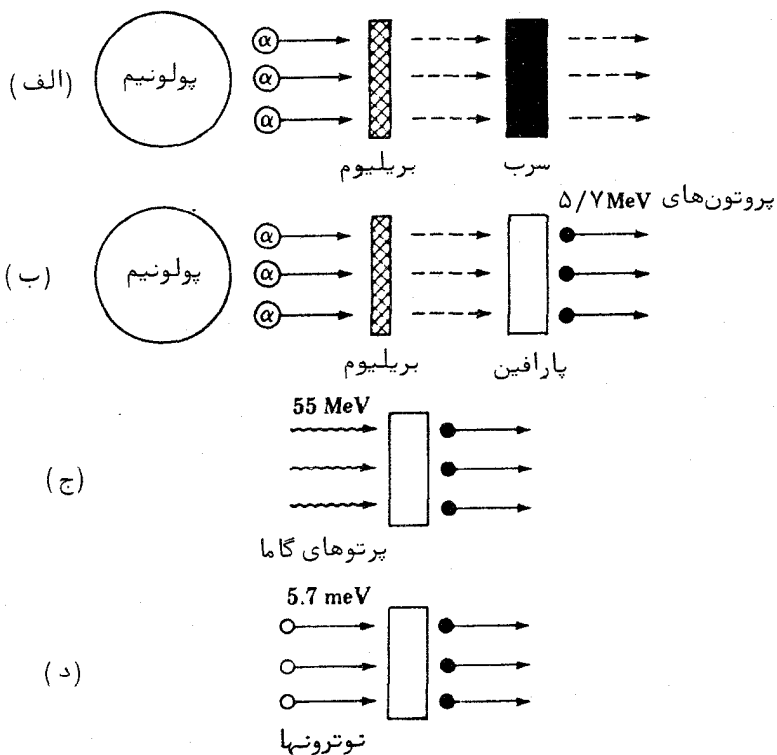
۳- گشتاور مغناطیسی. گشتاور مغناطیسی پروتون فقط حدود $0/15$ درصد گشتاور الکترون است، در صورتی که هرگاه الکترونها در هستهها حضور داشته باشند گشتاورهای مغناطیسی هسته‌ای باید به درجه بزرگی گشتاورهای الکترون باشند. با وجود این، گشتاورهای مغناطیسی مشاهده شده هستهها با گشتاور پروتون قابل مقایسه‌اند و نه با گشتاور الکترون، تناقضی که با حضور الکترونها بصورت اجزای تشکیل دهنده هسته قابل درک نیست.

۴- برهمکنش هسته‌ای - الکترون. مشاهده شده است نیروهایی که بین ذرات هسته‌ای عمل می‌کنند به انرژیهای پیوندی با مرتبه 8 MeV در هر ذره منتهی می‌شوند. بنابراین، مشکل است پی برد که اگر الکترونها می‌توانند با قدرت کافی با پروتونها برهمکنش داشته باشند تا هستهها تشکیل شوند، چرا الکترونهای مداری موجود در یک اتم فقط بطور الکتریکی با هسته اتم برهمکنش دارند. یعنی، چگونه نیمی از الکترونهای موجود در یک اتم می‌توانند از پیوند قوی که نیمه دیگر دارند فرار کنند؟ علاوه، وقتی که الکترونهای سریع توسط هستهها پراکنده می‌شوند، الکترونها به گونه‌ای رفتار می‌کنند که گویی منحصر "نیروهای الکتریکی بر آنها وارد شده است در حالی که پراکندگی هسته‌ای پروتونهای سریع انحرافات را از تأثیرات الکتریکی نشان می‌دهد که فقط می‌توان آنها را به نیروی هسته‌ای ویژه‌ای نسبت داد.

مشکلات فرضیه الکترون هسته‌ای مدتی قبل از این که تفسیر صحیحی برای جرمهای هسته‌ای معلوم شود شناخته شدند، ولی به نظر می‌رسید که چاره جدی وجود نداشته باشد. مسأله عناصر مرموز به اضافه پروتون در هسته‌های اتمی تا سال ۱۹۳۲ م. حل نشد.

۱۱-۲ نوترون

در سال ۱۹۳۰ م. فیزیکدانان آلمانی بنام دلیو. بوتِه^۱ و اچ. بکر^۲ بریلیوم را با ذرات آلفای حاصل از یک نمونه از پولونیم^۳ بمبارد مان کردند و پی بردند که تابش گسیل شده قادر بود بسهولت به ماده نفوذ کند. بوتِه و بکر مطمئن بودند که تابش شامل ذرات باردار نیست و طبیعه" فرض کردند که پرتوهای گاما را شامل می‌شود. (پرتوهای گاما، امواج الکترو - مغناطیسی هستند که طول موج فوق العاده کوتاه دارند). قدرت تابش برای عبور از چند سانتی متر سرب بدون این که جذب شود پرتوهای گاما به طول موج خیلی کوتاه را شامل



شکل (۱۱-۱) (الف) ذرات آلفای فرودی بر ورقهٔ بریلیوم سبب گسیل تابش با نفوذی می‌شود. (ب) هنگامی که تابش به یک تکه پارافین برخورد می‌کند، پروتون‌ها تا انرژی ۵/۷ MeV به بیرون پرتاب می‌شوند. (ج) اگر تابش از پرتوهای گاما تشکیل شده باشد، انرژی‌های آنها باید حداقل ۵۵ MeV باشند. (د) اگر تابش از ذرات خنثی به جرم تقریبی پروتون تشکیل شده باشد، نیازی نیست که انرژی‌های آنها از ۵/۷ MeV تجاوز کند.

می‌شود. سایر فیزیکدانان به این تابش علاقه‌مند شدند و آزمایش‌های بسیاری را برای تعیین خواصش بطور مفصل انجام دادند. در یکی از این آزمایش‌ها ایرن کوری^۱ و اف. ژولیت^۲ مشاهده کردند که هرگاه تابش به ورقه‌ای پارافین (مادهٔ «تیدروژن غنی») برخورد می‌کرد، پروتون‌ها به خارج پرتاب می‌شدند (شکل ۱۱-۱). در نظر اول این امر خیلی عجیب نیست: پرتوهای

1. Irene Curie

2. F. Joliot

ایکس می‌توانند در برخورد های کامپتون^۱ بم الکترون ها انرژی بدهند و دلیلی وجود ندارد که چرا پرتو های گاما با طول موج کوتاه تر نتوانند به پروتون ها در فرآیندهای مشابه انرژی بدهند.

کوری و ژولیت انرژی های پس زنی پروتون تا حدود $5/7 \text{ MeV}$ را پیدا کردند. کمینه انرژی فوتون پرتو گامای $h\nu$ لازم برای انتقال انرژی جنبشی K به یک پروتون را می‌توان از نظریه اثر کامپتون محاسبه کرد. نتیجه حاصل کمینه انرژی $h\nu$ در حدود 55 MeV است. این مقدار انرژی استثنایی به نظر می‌رسید زیرا هیچ تابش - هسته‌ای شناخته شده در آن زمان انرژی بیشتر از کسر کوچکی از این انرژی قابل ملاحظه را نداشت. این وضعیت استثنایی آن - گاه مسلم تر گردید که محاسبات اثبات کرد که واکنش مفروض یک ذره α و یک هسته بریلیوم برای به دست دادن یک هسته کربن، کاهش جرمی $0/01144 \text{ u}$ را سبب خواهد شد که معادل فقط $10/7 \text{ MeV}$ است - یک پنجم انرژی لازم برای یک فوتون پرتو گاما تا پروتونهایی به انرژی $5/7 \text{ MeV}$ را از پارافین خارج کند.

در سال ۱۹۳۲ م. جیمز چادویک^۲، همکار راترفورد، یک فرضیه برای تابشی که اینک اسرارآمیز می‌نمود، مطرح کرد، تابشی که از بمبارد مان بریلیوم با ذرات α گسیل می‌شد. او فرض کرد که تابش از ذرات خنثایی تشکیل شده که جرمشان تقریباً " مساوی جرم پروتون است. خنثایی الکتریکی این ذرات، که نوترون ها نامیده شدند، علت توانایی آنها در نفوذ سریع به ماده را توضیح می‌داد. جرم آنها علت انرژی های پس زنی پروتون را بخوبی توضیح می‌داد: یک ذره متحرک که بطور شاخ بشاخ به یک ذره ساکن همجرم خودش برخورد می‌کند می‌تواند همه انرژی جنبشی خود را به ذره ساکن منتقل کند. بدین ترتیب، انرژی یک پروتون مقدار بیشینه $5/7 \text{ MeV}$ ، دلالت بر انرژی نوترونی با مقدار $5/7 \text{ MeV}$ دارد و نه دلالت بر انرژی نوترونی با مقدار 55 MeV که برای پرتو های گاما لازم است تا همان پدیده را به وجود آورند. آزمایش های دیگر نشان داده بود که چنین هسته های سبکی نظیر هسته های هلیوم، کربن و نیتروژن را نیز می‌توان با تابش بریلیوم از جذب کننده های مناسب خارج کرد و اندازه گیری های به دست آمده انرژی های این هسته ها با فرضیه نوترون خوبی سازگاری دارند. در حقیقت، چادویک از تحلیل انرژی های پس زنی مشاهده شده هسته های نیتروژن و پروتون به رقم جرم نوترونی $m_n \approx m_H$ رسید؛ هیچ جرم دیگری با داده های تجربی سازگاری خوبی نداشت. قبل از این که نقش نوترون در ساختار هسته ای را بررسی کنیم باید

توجه داشته باشیم که نوترون یک ذره پایدار خارج از هستهها نیست. نوترون آزاد به طور رادیوآکتیو به یک پروتون، الکترون و پادنوترینو با عمر متوسط ۱۵/۵ دقیقه واپاشیده می شود.

نوترون پس از کشف بعنوان ذره ای که در هسته های اتمی مفقود بود شناخته شد. جرم آن

$$m_n = 1.0086654 \text{ u} = 1.6748 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

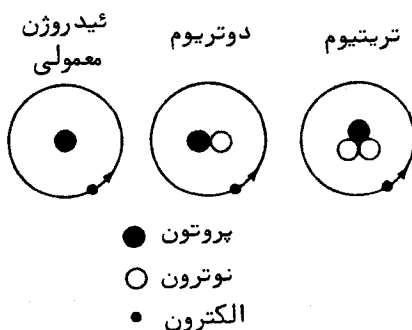
که کمی بیشتر از جرم پروتون است، خنثایی الکتریکی، و اسپین $\frac{1}{2}$ آن همگی با خواص مشاهده شده هسته ها، اگر فرض بر این باشد که هسته ها منحصر "از نوترون ها و پروتون ها تشکیل می شوند، کاملاً" جور در می آید.

اصطلاحات و نشانه های ذیل برای توصیف یک هسته به کار برده می شوند:

Z = تعداد پروتون ها = عدد اتمی

N = تعداد نوترون ها = عدد نوترونی

$A = Z + N$ = تعداد کل نوترون ها و پروتون ها = عدد جرمی



شکل (۱۱-۲) ایزوتوپ های تیدروژن

اصطلاح نوکلئون به پروتون ها و نوترون ها هر دو اشاره می کند به گونه ای که عدد جرمی A تعداد نوکلئون ها در یک هسته خالص است. نوکلیدها برطبق طرح زیر مشخص می شوند:



که در آن X علامت شیمیایی عناصر است. بدین ترتیب ایزوتوپ آرسنیک با عدد جرمی ۷۵ به طریق زیر مشخص می شود.



زیرا عدد اتمی ارسنیک ۳۳ است. به گونه‌ای مشابهی هسته^۱ ایدروژن معمولی، که یک پروتون است، به این طریق مشخص می‌شود.

۱H

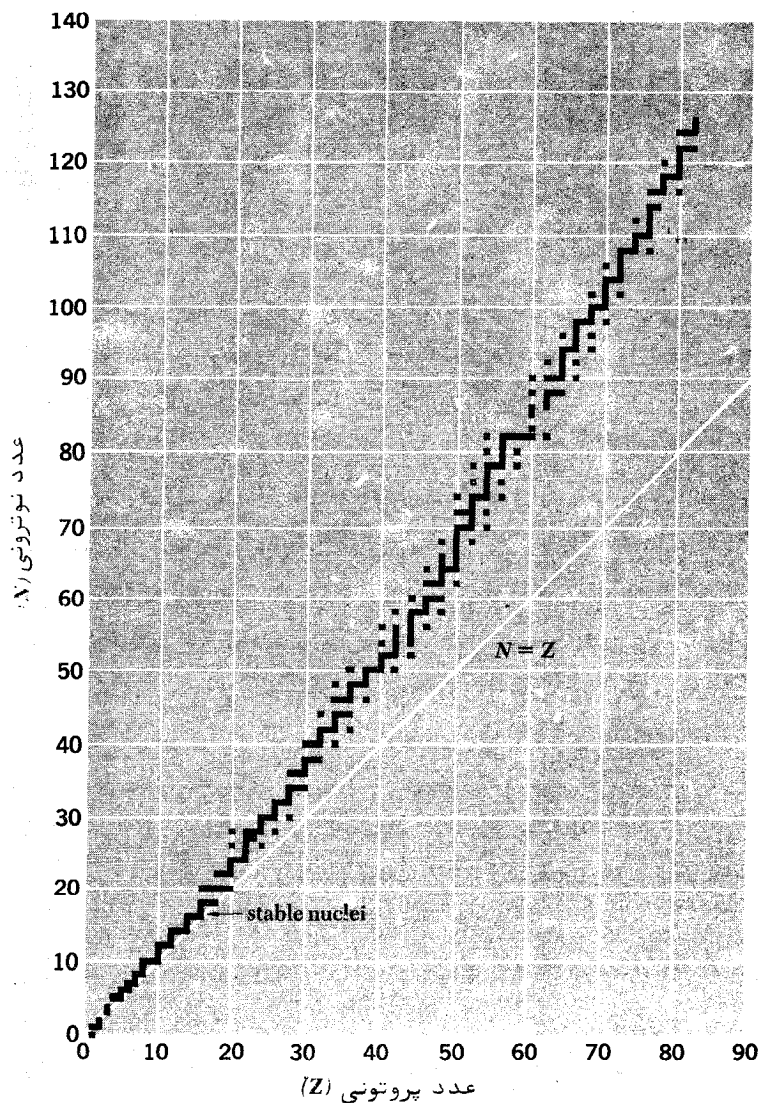
در این جا اعداد اتمی و جرمی یکسانند زیرا هیچ نوترونی وجود ندارد. این حقیقت که هسته‌ها از نوترون‌ها به اضافه^۲ پروتون‌ها تشکیل می‌شوند بلافاصله وجود ایزوتوپ‌ها را توضیح می‌دهد: ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی دارای تعداد پروتون یکسان هستند ولی تعداد نوترون‌های آنها با هم متفاوت است (شکل ۱۱-۲). چون بار هسته‌ای یک اتم، آن چیزی است که سرانجام مسؤول خواص مشخصه^۳ اتم می‌باشد، ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی رفتار شیمیایی یکسان دارند و به طور آشکار فقط از نظر جرم با هم متفاوتند.

۱۱-۳ هسته‌های پایدار

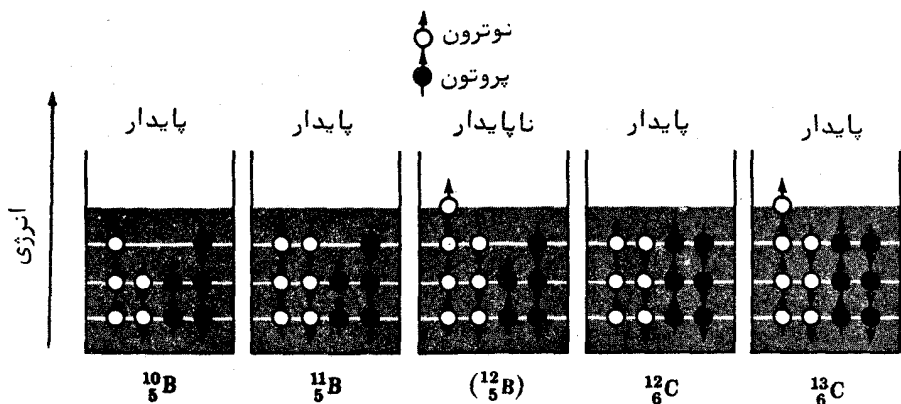
تمام ترکیبات نوترون‌ها و پروتون‌ها هسته‌های پایدار تشکیل نمی‌دهند. به طور کلی، هسته‌های سبک ($A < 20$) تقریباً^۴ دارای تعداد مساوی نوترون و پروتون هستند در حالی که در هسته‌های سنگین‌تر نسبت نوترون‌ها بطور تصاعدی بیشتر می‌شود. این موضوع از شکل ۱۱-۳ که طرحی از N در مقابل Z برای نوکلیدهای پایدار است، معلوم می‌شود. تمایل N به مساوی شدن با Z از وجود ترازهای انرژی هسته‌ای که منشاء^۵ و خواص آن را بزودی بررسی خواهیم کرد، ناشی می‌شود. نوکلئون‌ها که اسپین‌های $\frac{1}{2}$ دارند تابع اصل انحصارند. در نتیجه، هر تراز انرژی هسته‌ای دو نوترون با اسپین‌های مخالف و دو پروتون با اسپین‌های مخالف دارد. ترازهای انرژی موجود در هسته‌ها، درست همانند ترازهای انرژی در اتم‌ها، برای رسیدن به آرایش‌هایی با انرژی کمینه و از این رو به پایداری بیشینه پشت سر هم بر می‌شوند. مثلاً^۶، هسته‌ای با سه نوترون و یک پروتون در خارج از ترازهای داخلی پراز هسته‌ای با دو نوترون و دو پروتون در موقعیت یکسان، انرژی بیشتری خواهد داشت، زیرا در حالت اول یکی از نوترون‌ها باید وارد تراز بالاتری شود در حالی که در حالت دوم هر چهار نوکلئون در پایین‌ترین تراز موجود قرار می‌گیرند. شکل ۱۱-۴ نشان می‌دهد که چگونه این تصور علت عدم وجود ایزوتوپ ${}^8_2\text{B}$ پایدار را توضیح می‌دهد در حالی که وجود ${}^8_3\text{C}$ را را ممکن می‌سازد. اگر یک هسته ${}^8_2\text{B}$ در یک واکنش هسته‌ای ایجاد شود، هسته ${}^8_3\text{B}$ در اثر واپاشی بتا در کسری از ثانیه به هسته ${}^8_3\text{C}$ تبدیل می‌شود.

بحث قبلی فقط جزئی از مطلب است. پروتون‌ها بار مثبت دارند و بطور الکتریکی یکدیگر را دفع می‌کنند. این نیروی رانشی در هسته‌هایی با بیش از ده پروتون آن قدر زیاد می‌شود که مقداری نوترون اضافی که فقط نیروهای جاذبه تولید می‌کنند، برای پایداری لازم هستند؛

بدین ترتیب، منحنی شکل ۱۱-۳ همچنان که Z افزایش می‌یابد از خط $N=Z$ بیشتر و بیشتر دور می‌شود. حتی در هسته‌های سبک N ممکن است از Z بیشتر شود ولی هرگز از Z کوچکتر نمی‌شود، مثلاً ${}^4_2\text{He}$ پایدار است ولی ${}^8_6\text{C}$ پایدار نیست.



شکل (۱۱-۳) نمودار نوترون - پروتون برای نوکلیدهای پایدار. هیچ نوکلید پایداری با $61 \leq Z \leq 82$ یا $115 \leq Z \leq 126$ ، یا $N = 19, 35, 39, 45, 61, 89, 115$ یا $N = 5$ یا $N = 8$ وجود ندارد. تمام نوکلیدها با $Z > 83$ و $N > 126$ و $N > 209$ ناپایدارند.



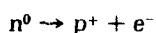
شکل (۱۱-۴) نمودارهای انرژی-تراز ساده شده چند ایزوتوپ بر و کربن. اصل انحصار اشغال هر تراز را به دو نوترون با اسپین مخالف و دو پروتون با اسپین مخالف محدود می‌کند. هسته‌های پایدار آرایشهایی با کمینه انرژی دارند.

۶۰ درصد نوکلیدهای پایدار Z و N زوج دارند؛ اینها را نوکلیدهای "زوج-زوج" می‌نامند. تقریباً "کلیه" نوکلیدهای دیگر دارای Z زوج و N فرد (نوکلیدهای زوج-فرد) یا Z فرد و N زوج (نوکلیدهای فرد-زوج) هستند که تعداد هر دو نوع آنها تقریباً مساوی است. فقط پنج نوکلید فرد-فرد پایدار شناخته شده است: ${}^2_1\text{H}$ ، ${}^6_3\text{Li}$ ، ${}^{10}_5\text{B}$ ، ${}^{14}_7\text{N}$ و ${}^{180}_{73}\text{Ta}$. فراوانیهای هسته‌ای یک الگوی مشابه در داشتن اعداد Z زوج و N زوج را دنبال می‌کنند؛ مثلاً "از هر ۸ اتمی که زمین را تشکیل می‌دهد فقط یکی دارای عدد پروتونی فرد است. این مشاهدات با حضور ترازهای انرژی هسته‌ای که هر کدام می‌توانند دوزره با اسپین مخالف داشته باشند، سازگار است زیرا هسته‌هایی با ترازهای پر شده باید پایدارتر (و در نتیجه در حین ایجاد عناصر از طریق واکنشهای هسته‌ای کمتر فعال باشند) از هسته‌هایی باشند که قسمتی از ترازهای انرژی آنها پر شده است."

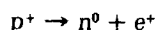
نیروهای هسته‌ای برد محدودی دارند و در نتیجه نوکلئونها فقط با نزدیکترین همسایه‌های خود برهمکنش قوی دارند. این اثر را بنام اشباع نیروهای هسته‌ای می‌نامند. چون رانش کولنی پروتونها در تمام هسته محسوس است، توانایی نوترونها برای جلوگیری از واپاشی یک هسته بزرگ محدود است. این محدودیت توسط ایزوتوپ بیسموت ${}^{209}_{83}\text{Bi}$ که سنگینترین نوکلید پایدار است، نشان داده می‌شود. کلیه هسته‌ها با $Z > 83$ و $A > 209$ خود بخود از طریق گسیل یک یا چند ذره α که هسته‌های ${}^4_2\text{He}$ هستند، به ذرات سبکتری تبدیل می‌شوند. درجه ناپایداری، همچنانکه با نیمه عمر واپاشی مطرح می‌شود، در میان نوکلیدهای

سنگین به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌کند، تغییری که برحسب مدل لایه‌ای هسته‌ای قابل درک است (بخش ۱۱-۷ و همچنین بخش ۱۲-۴ را ببینید). در شکل متداول آن، این نظریه می‌رساند که نوکلیدهایی با Z بین ۱۱۰ و ۱۱۴ ممکن است در مقایسه با نوکلیدهای دو طرف این "جزیره" که نیمه عمرهایشان از یک ساعت تجاوز نمی‌کنند، نسبتاً دارای طول عمر زیاد باشند (نیمه عمرهایی تا میلیون‌ها سال). برای تولید چنین نوکلیدهای فوق سنگین در آزمایشگاه کوششهای زیادی صورت گرفته است ولی تاکنون موفقیتی نداشته است.

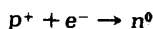
چون یک ذره α از دو پروتون و دو نوترون تشکیل می‌شود، یک واپاشی α هر یک از N و Z هسته اصلی را به اندازه ۲ کاهش می‌دهد. اگر هسته دختر حاصل یک نسبت نوترون/پروتون خیلی کوچک یا خیلی بزرگ برای پایداری داشته باشد این هسته ممکن است با واپاشی بتا به سمت آرایش مناسبتری میل کند. در واپاشی بتای منفی، یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود:



الکترون هسته را ترک می‌کند و به صورت یک "ذره بتا" مشاهده می‌شود. در واپاشی بتای مثبت، یک پروتون به نوترون تبدیل می‌شود و یک پوزیترون گسیل می‌شود:



بدین ترتیب، واپاشی بتای منفی نسبت نوترون‌ها را کاهش و واپاشی بتای مثبت آن را افزایش می‌دهد. فرآیندی که با گسیل پوزیترون رقابت می‌کند، گیر اندازی یک الکترون توسط یک هسته از داخلی‌ترین لایه هسته‌ای آن هسته است. الکترون توسط پروتون هسته‌ای جذب می‌شود و سپس به یک نوترون تبدیل می‌شود.

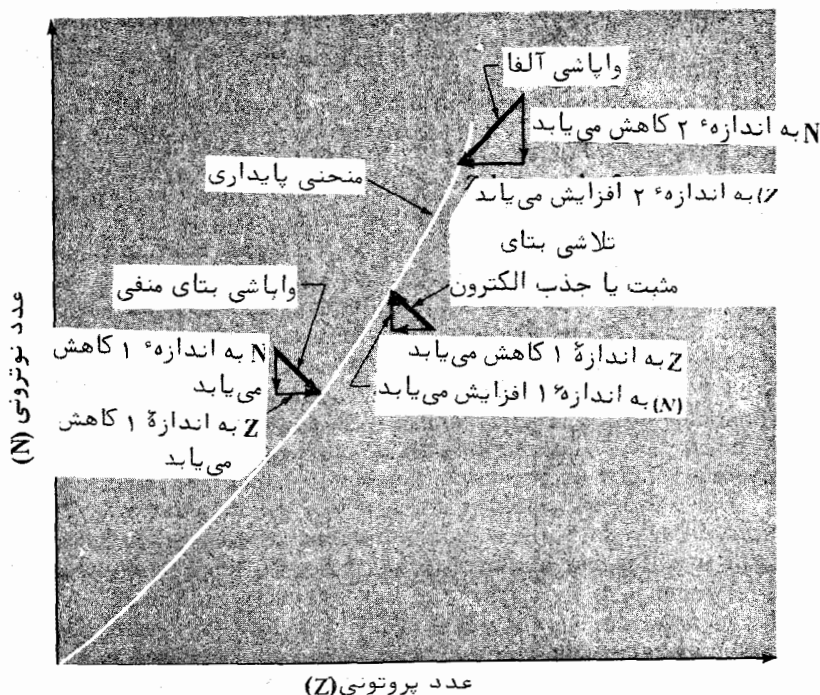


شکل ۱۱-۵ نشان می‌دهد که چگونه واپاشیهای α و بتا حصول به پایداری را امکان‌پذیر می‌سازد. در فصل ۱۲ رادیوآکتیویته مفصلتر بررسی می‌شود.

۱۱-۴ اندازه‌ها و شکلهای هسته‌ای

آزمایش پراکندگی راترفورد نشان داد که هسته‌ها اندازه محدودی دارند. در آن آزمایش، همان‌گونه که در فصل ۴ دیدیم، یک ذره α لغای فرودی توسط یک هسته هدف در حالتی مطابق با قانون کولن منحرف می‌شود، مشروط بر آن که فاصله بین آنها از حدود 10^{-14} m تجاوز کند. برای فاصله‌های کمتر پیش‌بینی‌های قانون کولن قابل قبول نیستند، زیرا هسته، دیگر بصورت یک بار نقطه‌ای برای ذره α ظاهر نمی‌شود.

از زمان راترفورد آزمایشهای بسیاری برای تعیین ابعاد هسته‌ای انجام شده است که در آنها از پراکندگی ذره‌ای که هنوز هم روش مطلوبی است، استفاده می‌شود. الکترون‌ها و



شکل (۵-۱۱) واپاشیهای آلفا و بتا به یک هسته ناپایدار اجازه می دهند تا به آرایش پایداری برسد.

نوترونهای سریع برای این هدف مناسبند، زیرا یک الکترون فقط از طریق نیروهای الکتریکی با یک هسته برهمکنش دارد، ضمن این که یک نوترون فقط از طریق نیروهای هسته‌ای ویژه برهمکنش دارد. بدین ترتیب، پراکندگی الکترون اطلاعاتی در مورد توزیع بار در یک هسته و پراکندگی نوترون اطلاعاتی در مورد توزیع ماده هسته‌ای فراهم می کند. در هر دو مورد، طول موج دبروی ذره باید از شعاع هسته در دست مطالعه کوچکتر باشد.

در آزمایشهای واقعی در باره اندازه‌های هسته‌ها از الکترونهایی با انرژی چند صد MeV تا 1 GeV ($1 \text{ GeV} = 1000 \text{ MeV} = 10^9 \text{ eV}$) و نوترونهایی با انرژی 20 MeV و بیشتر استفاده شده است. در هر مورد مشاهده شده است که حجم یک هسته نسبت مستقیم با تعداد نوکلئونهای آن دارد که این تعداد مساوی عدد جرمی A است. این امر می‌رساند که چگالی نوکلئونها در درون تمام هسته‌ها با تقریب خیلی خوبی با یکدیگر برابر است.

اگر یک شعاع هسته‌ای R باشد، حجم مربوطه $\frac{4}{3}\pi R^3$ است و بنابراین R^3 متناسب با A می‌باشد. این رابطه معمولاً "به شکل معکوس بصورت زیر بیان می‌شود.

$$R = R_0 A^{1/3}$$

شعاعهای هسته‌ای

(۱-۱۱)

مقدار R_0 عبارت است از:

$$R_0 \approx 1.2 \times 10^{-15} \text{ m}$$

لازم است مقدار R_0 دقیقاً "معین نباشد"، زیرا همان گونه که شکل ۱-۱۱ نشان می‌دهد هسته‌ها مرزهای مشخصی ندارند. با وجود این، مقادیر به دست آمده R_0 از معادله ۱-۱۱ نمونه آشکاری از اندازه‌های مؤثر هسته‌ای است. مقدار R_0 وقتی که از پراکندگی الکترون استنتاج شود کمی کوچکتر است که مبین این می‌باشد که ماده و بار هسته‌ای در سرتاسر هسته مثل یکدیگر توزیع نمی‌شوند.

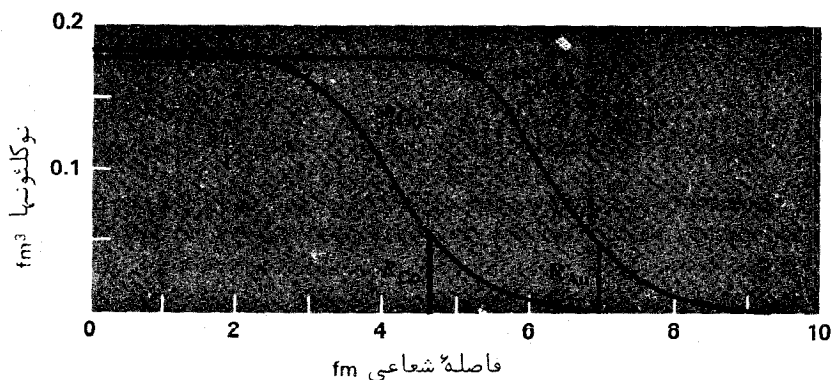
همان گونه که قبلاً در این کتاب دیدیم، واحد آنگستروم (10^{-10} m یا 1 \AA) واحد مناسب طول برای بیان فاصله‌ها در حوزه اتمی است. مثلاً "شعاع اتم هیدروژن 0.53 \AA ، فاصله اتمهای C و O در مولکول CO، 1.3 \AA و فاصله یونهای Na و Cl در خط بلور NaCl، 2.81 \AA است. هسته‌ها آن قدر کوچکند که برای تعریفشان استفاده از واحد طولی بنام فمتومتر (femtometer) که فقط 10^{-5} آنگستروم است، مناسب‌تر است. فمتومتر را معمولاً "فرمی" می‌نامند:

$$1 \text{ femtometer} = 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$$

از این رو برای شعاعهای هسته‌ای می‌توان نوشت.

$$R \approx 1.2 A^{1/3} \text{ fm}$$

(۲-۱۱)



شکل (۱۱-۶) چگالی نوکلئون‌ها در هسته‌های ^{59}Co (کیالت) و ^{197}Au (طلا) در مقابل فاصله شعاعی از مرکز رسم شده‌اند. مقادیر شعاع هسته‌ای به دست آمده از $h \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\lambda}$ نشان داده شده‌اند.

یکسان است. بعضی ستارگان که به ستارگان نوترونی معروفند از اتمهایی تشکیل می‌شوند که آن قدر به هم فشرده‌اند که پروتونها و الکترونهایشان به نوترونها تبدیل شده‌اند که پایدارترین شکل ماده را می‌سازند. نوترونها در این ترکیب، مانند نوترونهای داخل هسته، برخلاف نوترونهای آزاد، از مرحله واپاشی رادیواکتیو نمی‌گذرند. چگالیهای ستارگان نوترونی با چگالی ماده هسته‌ای قابل مقایسه‌اند: یک ستاره نوترونی جرم یک یا دو خورشید را در کره‌ای به شعاع فقط ۱۰ کیلومتر جای داده است. ستارگان نوترونی بقایای انفجارات ابر نو اختر هستند. پولسارها که در انفجارهایی در فاصله‌های زمانی معمولاً یک ثانیه، تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند به نظر می‌رسد ستارگان نوترونی دوار باشند.

فرض کرده‌ایم که هسته‌ها کروی هستند. چگونه می‌توان شکلهای هسته‌ای را مشخص کرد؟ اگر توزیع بار در یک هسته متقارن کروی نباشد، هسته یک گشتاور چهار قطبی الکتریکی خواهد داشت. گشتاور چهار قطبی هسته‌ای با الکترونهای مداری اتم برهمکنش خواهد داشت و جابجایی‌های منته‌جه در ترازهای انرژی اتمی به شکافتگیهای بسیار ریز خطوط طیفی منجر خواهد شد. البته، این منبع ساختار بسیار ریز باید از منبع ساختار بسیار ریزی که از گشتاور مغناطیسی هسته حاصل می‌شود، تمیز داده شود اما وقتی که این کار انجام شود مشاهده می‌شود که انحرافات از کرویت واقعاً "در هسته‌هایی روی می‌دهد که اعداد کوانتومی اسپین آنها ۱ یا بیشتر از یک است. ممکن است چنین هسته‌هایی کره‌های کشیده یا کره‌های پخت باشند، ولی اختلاف بین محورهای اصلی و فرعی معمولاً از ۲۰-۳۰ درصد کمتر است. تقریباً" برای تمامی اهداف کافی است که هسته‌ها کروی در نظر گرفته شوند؛ با وجود این انحرافات از کرویت، گرچه کم است، اطلاعات با ارزشی در مورد ساختار هسته‌ای به ما می‌دهد.

۱-۵ انرژی پیوندی

یک اتم پایدار همواره جرمی دارد که از مجموع جرمهای ذرات تشکیل دهنده‌اش کمتر است. مثلاً "جرم اتم دوتریوم ${}^2_1\text{H}$ ، 2.014102 u است در حالی که جرم اتم هیدروژن $({}^1_1\text{H})$ علاوه بر جرم نوترون عبارت است از:

$$m_{\text{hydrogen}} + m_n = 1.007825\text{ u} + 1.008665\text{ u} = 2.016490\text{ u}$$

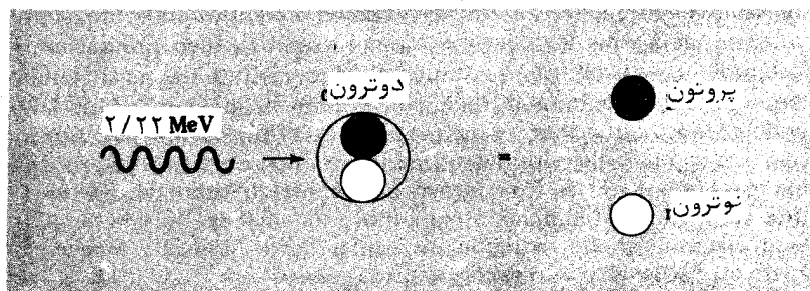
که به اندازه 0.002388 u بزرگتر است. چون یک هسته دوتریوم - موسوم به دوترون - از یک پروتون و یک نوترون ساخته می‌شود و هر دو اتم ${}^1_1\text{H}$ و ${}^1_0\text{H}$ دارای یک الکترون منفرد

هستند، بدیهی است که کاهش جرم $u \ 0.002388$ به واسطه پیوند یک پروتون و یک نوترون برای تشکیل یک دوترون است. جرم $u \ 0.002388$ معادل است با

$$0.002388 \text{ u} \times 931 \text{ MeV/u} = 2.22 \text{ MeV}$$

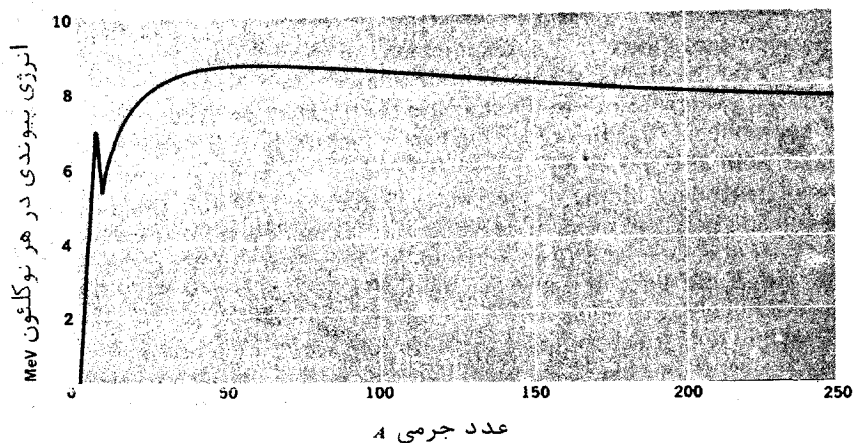
وقتی دوترونی از یک پروتون و نوترون آزاد تشکیل می‌شود، $2/22 \text{ MeV}$ انرژی آزاد می‌شود. از طرف دیگر، $2/22 \text{ MeV}$ انرژی باید از یک منبع خارجی تهیه شود تا دوترونی را به یک پروتون و یک نوترون تقسیم کند. این استنباط با آزمایشهایی در مورد واپاشی نوری دوترون تأیید شده است که نشان می‌دهند یک فوتون پرتو گاما برای شکستن یک دوترون باید دست کم انرژی $2/22 \text{ MeV}$ داشته باشد (شکل ۱۱-۷).

انرژی معادل کاهش جرم در یک هسته را انرژی پیوندی آن می‌نامند و مقیاس پایداری هسته است. انرژیهای پیوندی از عمل نیروهای حاصل می‌شوند که نوکلئونها را به هم پیوند می‌دهند تا هستهها تشکیل شوند، درست همان گونه که انرژیهای یونش اتمها، که باید برای حذف الکترونها از اتمها تهیه شوند، از عمل نیروهای الکتریکی ناشی می‌شوند. انرژیهای پیوندی از $2/22 \text{ MeV}$ برای دوترون، که کوچکترین هسته مرکب است تا $1/640 \text{ MeV}$ برای $^{209}_{83} \text{Bi}$ که سنگین‌ترین هسته پایدار است، تغییر می‌کنند.



شکل (۱۱-۷) انرژی پیوندی دوترون $2/22 \text{ MeV}$ است که از طریق آزمایش تأیید شده است که این آزمایشها نشان می‌دهند یک فوتون پرتوگاما با انرژی کمینه $2/22 \text{ MeV}$ می‌تواند یک دوترون را به یک پروتون و یک نوترون آزاد تقسیم کند.

انرژی پیوندی هر نوکلئون که از تقسیم انرژی پیوندی کل یک هسته بر تعداد نوکلئونهای موجود در هسته به دست می‌آید جالبترین کمیت است. در شکل ۱۱-۸ انرژی پیوندی هر نوکلئون بصورت تابعی از عدد جرمی A رسم شده است. در آغاز منحنی با شیب زیاد صعود می‌کند و سپس بتدریج شیب کمتر می‌شود تا این که منحنی در $A=56$ به مقدار بیشینه $8/79 \text{ MeV}$ می‌رسد که مطابق با هسته آهن $^{56}_{26} \text{Fe}$ است، و سپس در بالاترین اعداد جرمی به



شکل (۸-۱۱) انرژی پیوندی در هر نوکلئون بصورت تابعی از عدد جرمی . تیزی در ۴ A مربوط به هسته ${}^4_2\text{He}$ که بطور استثنایی پایدار است که همان ذره α می باشد .

آهستگی به حدود $7/6 \text{ MeV}$ نزول می کند . بدیهی است که هسته‌هایی که جرم بینابین دارند پایدارترین هسته‌ها هستند زیرا برای آزاد کردن هر یک از نوکلئونهایشان بیشترین مقدار انرژی باید فراهم شود . این حقیقت می‌رساند که اگر هسته‌های سنگین بتوانند بنوعی به هسته‌های سبکتر تقسیم شوند یا اگر هسته‌های سبک بتوانند بنوعی با هم یکی شوند و هسته‌های سنگین‌تر را تشکیل دهند ، در این رویدادها انرژی دخالت خواهد داشت . فرآیند اولی را شکافت^۱ هسته‌ای و فرآیند دومی را همجوشی^۲ هسته‌ای می‌نامند .

در حقیقت هر دو فرآیند در شرایط خاصی روی می‌دهند و آن گونه که پیش‌بینی شده در این رویدادها انرژی دخالت خواهد داشت .

می‌توان ادعا کرد که نمودار شکل ۸-۱۱ در میان تمام علوم مهمترین نمودار است . این حقیقت که چنین ارتباطی احیاناً " روی می‌دهد ، بدان معنی است که هسته‌های پیچیده‌تر از پروتون منفرد نیدروژن می‌توانند پایدار باشند که بنوبه خود علت وجود عناصر مختلف و نیز علت وجود شکلهای کوناگون ماده‌ای را که اطراف خود می‌بینیم ، توجیه می‌کند . چون منحنی در وسط به نقطه اوج خود می‌رسد ، برای انرژی که بطور مستقیم یا غیر مستقیم به سیر تکاملی جهان کمک می‌کند ، توجیه معینی داریم : منبع نهایی همجوشی نوکلئونهای

اولیه برای تشکیل هسته‌های سنگین‌تر است، فرآیندی که معمولاً "در درونه‌های ستاره‌ای روی می‌دهد."

مسأله: گرمای تبخیر آب 540 kcal/kg و گرمای احتراق بنزین $1.13 \times 10^4 \text{ kcal/kg}$ است. این ارقام را با انرژی پیوند هسته‌های بیان شده بر حسب کیلوکالری بر کیلوگرم مقایسه کنید.

حل: چون $1 \text{ eV} = 1/60 \times 10^{-19} \text{ J}$ و $1 \text{ kcal} = 2/39 \times 10^{-4} \text{ J}$ است، پی می‌بریم که $1 \text{ MeV} = 3/83 \times 10^{-17} \text{ kcal}$ یک‌واحد جرم معادل $1/66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ می‌باشد و هر نوکلئون موجود در یک هسته تقریباً "دارای جرم 1 u است، از این رو

$$1 \frac{\text{MeV}}{\text{nucleon}} = \frac{3.83 \times 10^{-17} \text{ kcal}}{1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 2.31 \times 10^{10} \text{ kcal/kg}$$

بنابراین، انرژی پیوندی نوکلئون 8 MeV ، یک مقدار نوعی، معادل $1/85 \times 10^{11} \text{ kcal/kg}$ است که 343 میلیون برابر گرمای تبخیر آب و 16 میلیون برابر گرمای احتراق بنزین است.

۱۱-۶: مدل قطره‌ای

نیروی کوتاه‌بردی که نوکلئون‌ها را محکم به هسته‌ها پیوند می‌دهد تا این‌جا قوی‌ترین نوع نیروی شناخته شده را تشکیل می‌دهد. متأسفانه، نیروی هسته‌ای در هیچ کجا به اندازه نیروی الکترومغناطیسی شناخته نشده است و در نتیجه نظریه ساختار هسته‌ای در مقایسه با نظریه ساختار اتمی در مرحله ابتدایی است. لکن، حتی بدون درک کامل نیروی هسته‌ای، در سالهای اخیر در ارائه مدل‌های هسته‌ای که اثبات درستی آنها از توانایی‌شان برای توجیه جنبه‌های برجسته خواص و رفتار هسته‌ای ناشی می‌شود پیشرفت قابل ملاحظه‌ای حاصل شده است و ما بعضی از جنبه‌های نشان داده شده در این مدل‌ها را در این بخش و بخش بعدی بررسی خواهیم کرد.

گرچه نیروهای جاذبه‌ای که نوکلئون‌ها بر یکدیگر اعمال می‌کنند خیلی قوی هستند، ولی برد آنها آن قدر کم است که می‌توان تصور کرد هر ذره در هسته فقط با نزدیکترین ذرات مجاورش برهمکنش دارد. این وضعیت، همانند وضعیت اتم‌های موجود در یک اتم است که به گونه‌ای ایده‌آل حول مواضع ثابت در یک شبکه بلور در نوسانند یا همانند وضعیت مولکول‌ها

در مایعی است که ضمن ثابت نگهداشتن فاصله بین مولکولی به گونه ایده‌آلی آزادند تا جای خود را پیوسته تغییر دهند. این وضعیت را نمی‌توان با وضعیت یک جسم جامد قیاس کرد زیرا محاسبه نشان می‌دهد که ارتعاشات نوکلئونها حول موقعیتهای متوسطشان برای این که هسته پایدار باشد بیش از حد بزرگ خواهند بود. از سوی دیگر، قیاس با یک مایع در درک بعضی جنبه‌های رفتار هسته‌ای فوق‌العاده مفید است.

حال ببینیم چگونه تصویر یک هسته، بصورت قطره‌ای مایع، علت تغییر مشاهده شده انرژی پیوندی هر نوکلئون با عدد جرمی را توضیح می‌دهد. با این فرض شروع می‌کنیم که انرژی همراه با هر پیوند نوکلئون، نوکلئون دارای مقدار U است؛ این انرژی واقعا "منفی" است زیرا نیروهای جاذبه درگیرند ولی معمولا "بصورت مثبت نوشته می‌شود چون برای سهولت کار، انرژی پیوندی یک کمیت مثبت در نظر گرفته می‌شود. از آنجا که در هر انرژی پیوندی U دو نوکلئون سهیم است، هر نوکلئون انرژی پیوندی $\frac{1}{2}U$ دارد. وقتی که مجموعه‌ای از کره‌های هم اندازه بصورت کوچکترین حجم فشرده می‌شود، همان گونه که در مورد نوکلئونها در درون یک هسته چنین تصویری داریم، هر کره داخلی با ۱۲ کره دیگر در تماس است (شکل ۱۱-۹). از این رو هر نوکلئون داخلی موجود در یک هسته انرژی پیوندی $\frac{1}{2}U \times 12$ با U دارد. اگر تمام نوکلئونهای A موجود در یک هسته در درونش می‌بودند، انرژی پیوندی کل هسته عبارت بود از:

$$E_p = 6AU \quad (3-11)$$

معادله ۳-۱۱ اغلب بصورت ساده زیر نوشته می‌شود.

$$E_p = a_1 A \quad \text{انرژی حجمی} \quad (4-11)$$

انرژی E_p انرژی حجمی یک هسته نامیده می‌شود و با A نسبت مستقیم دارد. البته، بعضی نوکلئونها واقعا "در سطح هر هسته هستند و بنابراین از ۱۲ نوکلئون مجاور تعداد کمتری دارند (شکل ۱۱-۱۰) تعداد چنین نوکلئونهایی به مساحت سطح هسته مورد بحث بستگی دارد. مساحت هسته‌ای شعاع R عبارت است از:

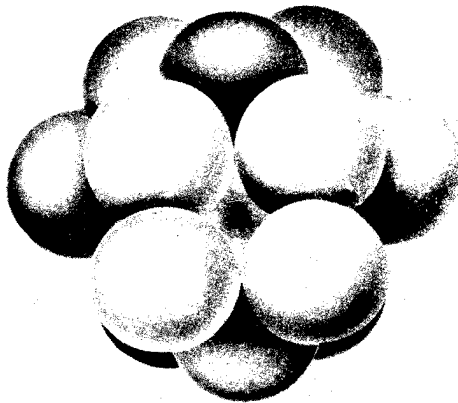
$$4\pi R^2 = 4\pi R_0^2 A^{2/3}$$

از این رو تعداد نوکلئونهایی با تعداد پیوندهایی کمتر از تعداد بیشینه پیوندها با $\frac{2}{3}$ متناسب است که انرژی پیوندی کل را به اندازه مقدار زیر کاهش می‌دهد.

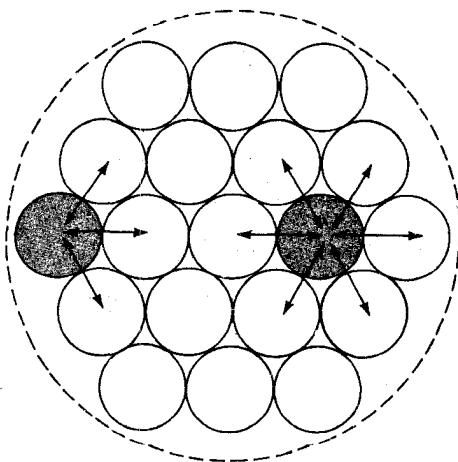
$$E_s = -a_2 A^{2/3} \quad \text{انرژی سطحی} \quad (5-11)$$

انرژی منفی E_s را انرژی سطحی هسته می‌نامند؛ این انرژی برای هسته‌های سبکتر مهمترین انرژی است زیرا کسر بزرگتری از نوکلئونهای آنها در سطح هستند. چون سیستم‌های طبیعی همیشه بسوی آرایشهای با کمینه انرژی پتانسیل میل به تکامل دارند، هسته‌ها بسوی آرایشهایی

با انرژی پیوندی بیشینه متمایلند. از این رو یک هسته باید همان اثرات کشش سطحی یک قطره مایع را به نمایش گذارد و در نبودن نیروهای خارجی باید کروی باشد زیرا یک کره برای حجم معینی کمترین مساحت سطح را دارد.



شکل (۹-۱۱) در مجموعه سخت پکیده‌ای از کره‌های یکسان، هر کره داخلی با ۱۲ کره دیگر در تماس است



شکل (۱۰-۱۱) نوکلئونی در سطح یک هسته در مقایسه با نوکلئونی در درون هسته با نوکلئونهای کمتری برخورد دارد و از این رو انرژی پیوندیش کمتر است. هر چه هسته بزرگتر باشد، نسبت نوکلئونها در سطح کوچکتر است.

نیروی رانشی بین هر زوج از پروتونهای موجود در یک هسته نیز به کاهش انرژی پیوندیش کمک می‌کند. انرژی کولنی E_c یک هسته عبارت است از کاری که باید انجام شود تا Z پروتون را از بینهایت بصورت یک مجموعه^۶ کروی اندازه^۶ هسته جمع کند. انرژی پتانسیل یک زوج از پروتونها به فاصله^۶ r برابر است با

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

چون $Z(Z-1)/2$ زوج پروتون وجود دارد.

$$E_c = \frac{Z(Z-1)}{2} V = -\frac{Z(Z-1)e^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r}\right)_{av} \quad (6-11)$$

که در آن $(1/r)_{av}$ مقدار $1/r$ میانگین گرفته شده روی تمام زوجهای پروتونی است. اگر پروتونها بطور یکنواخت در سرتاسر هسته‌ای بشعاع R توزیع شوند، $(1/r)_{av}$ متناسب با $1/R$ و در نتیجه متناسب با $\frac{1}{A^{1/3}}$ است، به گونه‌ای که

$$E_c = -a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad \text{انرژی کولنی} \quad (7-11)$$

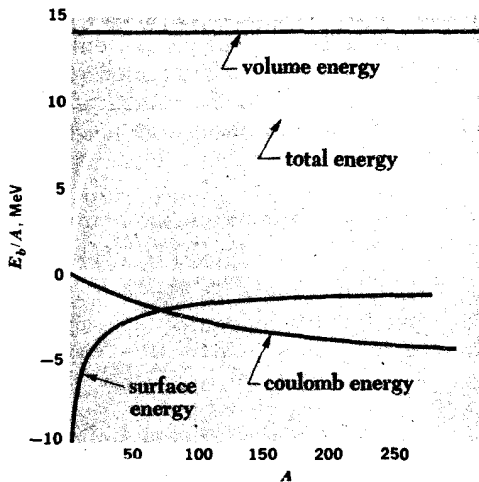
انرژی کولنی منفی است زیرا از پدیده‌های ناشی می‌شود که مخالف پایداری هسته‌ای است. تا این جاست که مدل قطره‌ای می‌تواند پیش برود. حال ببینیم چگونه نتیجه حاصل با واقعیت مقایسه می‌شود. انرژی پیوندی کل E_b یک هسته باید مجموع انرژیهای حجمی، سطحی و کولنی به آن هسته باشد:

$$E_b = E_v + E_s + E_c = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (8-11)$$

بنابراین، انرژی پیوندی هر نوکلئون عبارت است از

$$\frac{E_b}{A} = a_1 - \frac{a_2}{A^{1/3}} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} \quad (9-11)$$

در شکل ۱۱-۱۱ هر یک از عبارتهای معادله^۶ ۹-۱۱ در مقابل A ، همراه با مجموع آنها یعنی E_b/A رسم شده است. این ضرایب به این سبب انتخاب شدند که منحنی E_b/A را تا حد امکان با منحنی تجربی انرژی پیوندی در هر نوکلئون شکل ۸-۱۱ همانند کنند. این حقیقت که منحنی نظری می‌تواند به گونه‌ای رسم شود که با منحنی تجربی بخوبی سازگاری داشته باشد مبین این است که تشابه بین یک هسته و یک قطره مایع دست کم از اعتباری چند برخوردار است و ما ممکن است سعی کنیم که ببینیم چه جلوه‌های دیگری از رفتار هسته‌ای رامی‌تواند روشن کند. این کار را در فصل ۱۲ ضمن بحث از واکنشهای هسته‌ای انجام

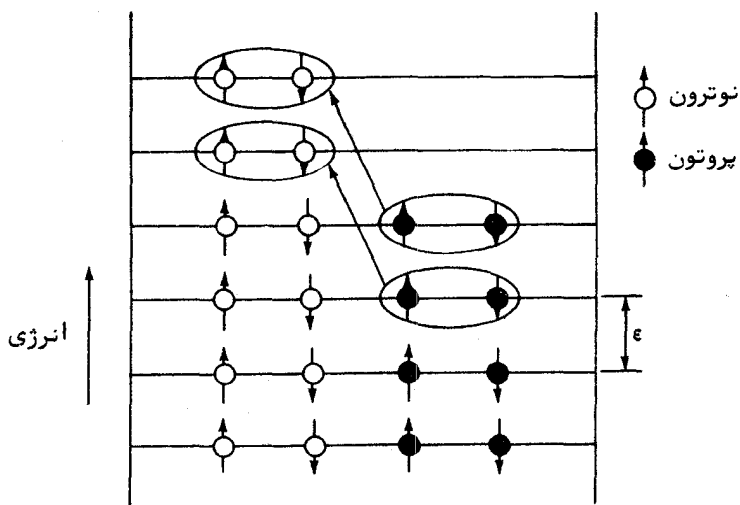


شکل (۱۱-۱۱) انرژی پیوندی هر نوکلئون عبارت است از مجموع انرژیهای حجمی، سطحی، کولنی.

خواهیم داد.

فرمولهای انرژی پیوندی بالا را می توان بدین طریق اصلاح کرد: با در نظر گرفتن دو پدیده که مناسب مدل قطره ای ساده نیستند ولی برحسب مدلی که برای ترازهای انرژی هسته ای تهیه می شوند بسهولت قابل بیان هستند. (در بخش بعد خواهیم دید چگونه این دو مدل با مشی های بظاهر متفاوت را می توان هماهنگ کرد). یکی از این پدیده ها زمانی روی می دهد که تعداد نوترونهای موجود در هسته از تعداد پروتونها بیشتر باشد (یا بالعکس) و این بدان معنی است که نسبت به حالتی که به فرض N و Z مساوی می بودند، باید ترازهای انرژی بالاتری اشغال شوند. همان گونه که در شکل ۱۱-۱۲ مشاهده می شود فرض می کنیم که فوقانی ترین ترازهای انرژی نوترون و پروتون، که اصل انحصار هر کدام را به دو ذره محدود می کند، فاصله ϵ یکسان دارند. برای تولید نوترونی مازاد، مثلاً $N - Z = 8$ بدون تغییر A $(N - Z) = 4$ $\frac{1}{4}$ پروتون جای خود را به نوترونهای موجود در یک هسته اصلی می دهند که در آن $N = Z$ است. نوترونهای جدید به اندازه $\epsilon/2 = 4$ $2 \times 4 = 8$ ترازهای انرژی بالاتری را نسبت به ترازهای انرژی پروتونهای جایگزین شده توسط این نوترونها اشغال خواهند کرد. در حالت کلی که $(N - Z) \frac{1}{4}$ پروتون جابجا می شود، انرژی هر یک باید به اندازه $\epsilon/2 (N - Z) \frac{1}{4}$ افزایش یابد و کل کار مورد نیاز عبارت است از:

$$\Delta E = \text{تعداد نوترونهای جدید} \times \frac{\text{افزایش انرژی نوترون جدید}}{\text{نوترون جدید}}$$



شکل (۱۱-۱۲) برای جایگزینی ۴ پروتون در هسته‌ای با $N=Z$ با ۴ نوترون، کار انجام شده باید $\frac{1}{2} \epsilon / \frac{4}{4}$ باشد. تعداد نوترونهای هسته حاصل از تعداد پروتونها ۸ عدد بیشتر است.

$$= \frac{1}{2} (N-Z) \times \frac{1}{2} (N-Z) \frac{\epsilon}{2} = \frac{\epsilon}{8} (N-Z)^2$$

اگر $N > Z$ باشد همین فرمول صادق است زیرا $(N-Z)^2$ همیشه مثبت است. چون $N = AZ$ و $(N-Z)^2 = (A-2Z)^2$

$$\Delta E = \frac{\epsilon}{8} (A-2Z)^2 \quad (11-10)$$

اتفاقاً "هر چه تعداد نوکلئونها در یک هسته بیشتر باشد، فاصله ترازهای انرژی ϵ کوچکتر است یعنی ϵ متناسب با $1/A$ می‌باشد. این مبین آن است که انرژی نامتقارن E_a حاصل از اختلاف بین N و Z را می‌توان بصورت زیر بیان کرد.

$$E_a = -\Delta E = -a_4 \frac{(A-2Z)^2}{A} \quad \text{انرژی نامتقارن} \quad (11-11)$$

انرژی نامتقارن منفی است زیرا انرژی پیوندی هسته را کاهش می‌دهد.

آخرین عبارت اصلاحی از تمایل رویداد زوجهای پروتونی و نوترونی ناشی می‌شود (بخش ۱۱-۳) به گونه‌ای که هسته‌های زوج - زوج پایدارترین هسته‌ها هستند و از این رو انرژیهای پیوندی بالاتری نسبت به آنچه که در غیر این صورت انتظار می‌رود، دارند. بدین ترتیب، هسته‌هایی نظیر ${}^4_2\text{He}$ ، ${}^{12}_6\text{C}$ و ${}^{16}_8\text{O}$ بصورت قله‌هایی روی منحنی تجربی انرژی پیوندی

هر نوکلئون ظاهر می‌شوند. از سوی دیگر، هسته‌های فرد - فرد هم دارای پروتونهای غیر زوج و هم دارای نوترونهای غیر زوج هستند و انرژیهای پیوندی نسبتاً پایینی دارند. انرژی تزویج E_p برای هسته‌های زوج - زوج مثبت، برای هسته‌های فرد - زوج و زوج - فرد صفر و برای هسته‌های فرد - فرد منفی است و به نظر می‌رسد بصورت $A - \frac{3}{4}$ با A تغییر می‌کند. از این رو

$$E_p = (\pm, 0) \frac{a_5}{A^{3/4}} \quad \text{انرژی تزویج} \quad (11-12)$$

فرمول نهایی برای انرژی پیوندی یک هسته با عدد اتمی Z و عدد جرمی A که اولین بار توسط سی. اف. وان وایتس ساکر^۲ در سال ۱۹۳۵ م. به دست آمد عبارت است از:

$$E_b = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A-2Z)^2}{A} (\pm, 0) \frac{a_5}{A^{3/4}} \quad (11-13)$$

فرمول انرژی پیوندی نیمه تجربی

یک مجموعه از ضرایب که با داده‌های تجربی بخوبی سازگار است عبارت است از:

$$\begin{array}{lll} a_1 = 14 \text{ MeV} & a_2 = 13 \text{ MeV} & a_3 = 0.60 \text{ MeV} \\ a_4 = 19 \text{ MeV} & a_5 = 34 \text{ MeV} & \end{array}$$

مجموعه‌های دیگری با مقادیر کمی متفاوت نیز پیشنهاد شده‌اند. معادله (۱۱-۱۳) بهتر از معادله (۱۱-۸) با تجربه سازگار است، که نشان می‌دهد مدل هسته‌ای قطره‌ای گر چه بعنوان اولین تقریب مناسب است ولی آخرین مطلب در این موضوع نیست.

۱-۷ مدل لایه‌ای

فرض اساسی مدل قطره‌ای این است که هر نوکلئون موجود در یک هسته، مانند مولکولی در یک مایع، فقط با نزدیکترین نوکلئونهای مجاورش برهمکنش دارد. از سوی دیگر، این فرضیه که هر نوکلئون عمده^۳ با یک میدان نیروی کلی که به وسیله نوکلئونهای دیگر ایجاد شده است نیز برهمکنش دارد، اعتبار تجربی زیادی دارد. وضعیت اخیر شبیه وضعیت الکترونها در یک اتم است که در آن فقط حالت‌های کوانتومی معینی مجازند و بیشتر از دو الکترون که ذرات فرمی هستند نمی‌توانند هر یک از حالتها را اشغال کنند. نوکلئونها نیز ذرات فرمی می‌باشند و تعدادی از خصوصیات هسته‌ای متناوباً با Z و N به نحوی تغییر می‌کنند که تغییر تناوبی خصوصیات اتمی با Z را به یاد می‌آورند.

می‌توان چنین تصور کرد که الکترون‌ها در یک اتم موضعی را در لایه‌ها اشغال می‌کنند که با اعداد کوانتومی اصلی مختلف معین شده‌اند و میزان اشغال بیرونی‌ترین لایه آن چیزی است که بعضی از جلوه‌های مهم رفتار یک اتم را مشخص می‌کند. مثلاً، اتمهایی با ۲، ۱۰، ۱۸، ۳۶، ۵۴ و ۸۶ الکترون تمام لایه‌های الکترونی‌شان را کاملاً پر کرده‌اند. چنین ساختارهای الکترونی انرژیهای پیوندی زیادی دارند و بطور استثنایی پایدارند، در نتیجه علت بی‌اثری شیمیایی گازهای نادر را بیان می‌کنند. همین پدیده نسبت به هسته‌ها مشاهده می‌شود؛ هسته‌هایی که ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲ و ۱۲۶ نوترون یا پروتون دارند، از هسته‌های دیگری که اعداد جرمی مشابه دارند فراوانترند و این می‌رساند که ساختارهای آنها پایدارتر است. چون هسته‌های پیچیده از واکنشهای میان هسته‌های سبکتر ناشی می‌شوند، وقتی که هر هسته نسبتاً بی‌اثر تشکیل می‌شود تکامل تدریجی هسته‌های سنگین‌تر و سنگین‌تر کند می‌شود و این علت فراوانی هسته‌های پیچیده را توجیه می‌کند.

دلیل دیگری نیز به اهمیت اعداد ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲ و ۱۲۶ اشاره می‌کند که در ساختار هسته‌ای بنام اعداد جادویی^۱ شناخته شده‌اند. یک نمونه، الگوی مشاهده شده گشتاورهای چهار قطبی الکتریکی هسته‌ای است که مقیاس انحرافات توزیعهای بار هسته‌ای از شکل کروی هستند. یک هسته کروی گشتاور چهار قطبی ندارد، در حالی که یک هسته به شکل توپ فوتبال گشتاور مثبت و یک هسته به شکل کدو تنبل گشتاور منفی دارد. مشاهده می‌شود هسته‌هایی که دارای Z و N جادویی هستند گشتاورهای چهار قطبی صفر دارند و از این رو کروی می‌باشند در حالی که هسته‌های دیگر دارای شکل واپیچیده‌اند.

مدل لایه‌ای هسته‌کوشی است برای بیان علت وجودی اعداد جادویی و بعضی خصوصیات دیگر هسته‌ای بر حسب رفتار نوکلئون در یک میدان نیروی مشترک. چون شکل دقیق تابع انرژی پتانسیل برای یک هسته، برخلاف حالت اتمی، ناشناخته است، یک تابع مناسب $V(r)$ را باید فرض کرد و درستی نهایی این تابع را با سازگاری نتایج حاصل از آن با داده‌های تجربی می‌توان تحقیق کرد. یک حدس منطقی براساس منحنیهای چگالی هسته‌ای شکل ۱-۶ چاه مربعی با گوشه‌های گرد است. بنابراین معادله شرودینگر برای ذره‌ای در یک چاه پتانسیل از این نوع حل می‌شود و مشاهده می‌شود که حالت‌های ایستای سیستم روی می‌دهند با سه صفت مشخصه اعداد کوانتومی n ، l و m که اهمیت این اعداد به همان اندازه مورد مشابه حالت‌های ایستای الکترون‌های اتمی است. نوترون‌ها و پروتون‌ها مجموعه حالت‌های مجزا در یک هسته را اشغال می‌کنند، زیرا پروتون‌ها بطور الکتریکی و

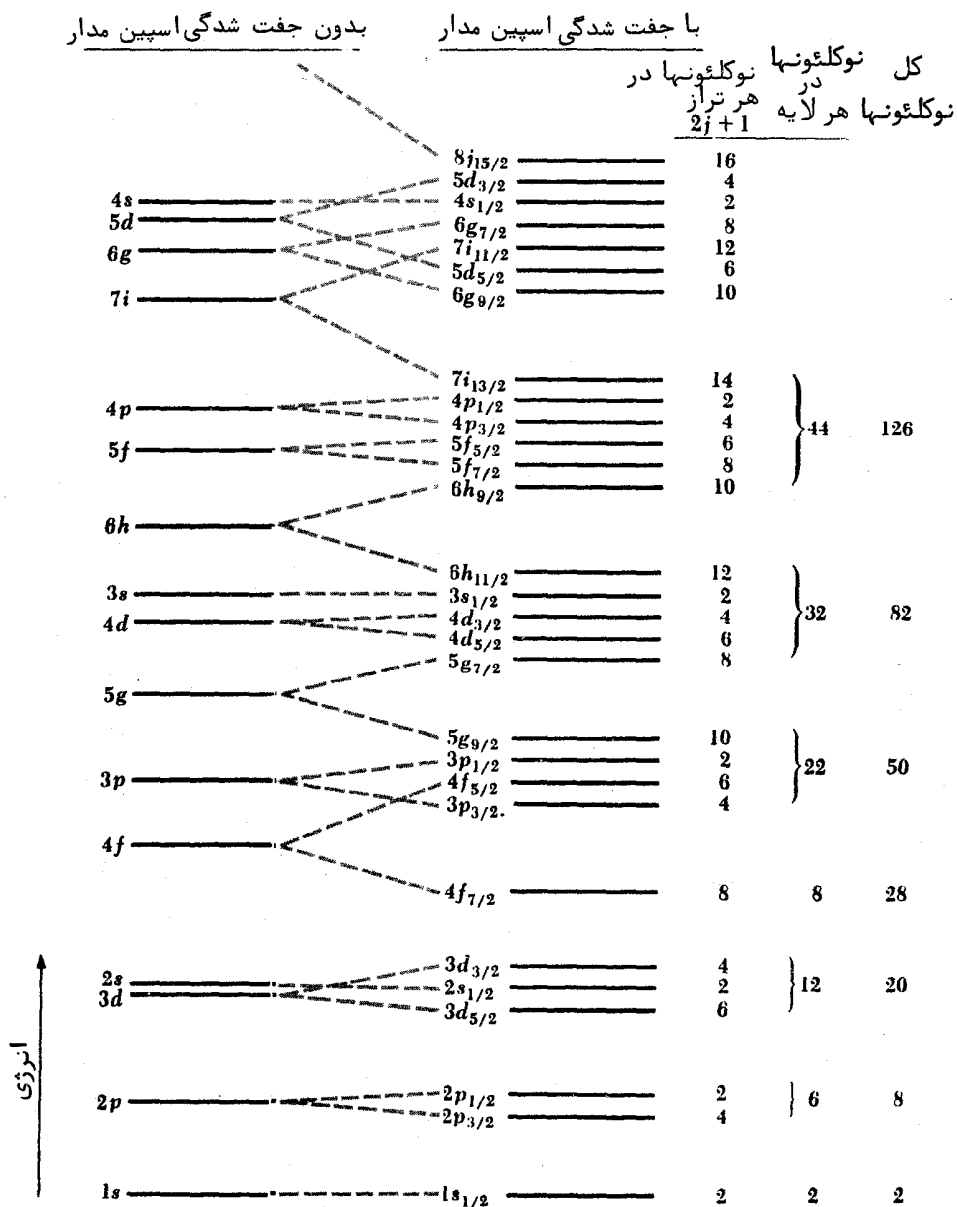
نیز از طریق بار هسته‌ای ویژه برهمکنش می‌کنند. لکن، سری ترازهای انرژی که از چنین محاسبه‌ای نتیجه می‌شود با ترتیب مشاهده شده اعداد جادویی سازگاری ندارد. به کار بردن توابع انرژی پتانسیل دیگری، مثلاً "تابعی که مطابق با نوسان کننده هماهنگ باشد، نتایج بهتری نمی‌دهد. این بررسی یک چیز اساسی را فاقد است.

این مسأله سرانجام توسط ماریامیرا و ج. اچ. دی جنسن^۱ در سال ۱۹۴۹ م. بصورت جداگانه حل شد. آنها دریافتند که لازم است یک برهمکنش اسپین - مداری تشکیل شود و بزرگی این برهمکنش آن چنان باشد که شکافتگی ترازهای انرژی حاصل به زیر ترازها چندین برابر شکافتگی مشابه ترازهای انرژی اتمی باشد. شکل دقیق تابع انرژی پتانسیل معلوم می‌شود که در این صورت بحرانی نباشد، به شرطی که کم و بیش به چاه مربعی شباهت داشته باشد. فرض بر این است که جفت شدگی L_S فقط برای سبک‌ترین هسته‌ها که در آنها مقادیر I لزوماً در آرایشهای هنجار خود کوچکند صدق می‌کند. در این طرح همان گونه که در فصل ۷ دیدیم، اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اسپین ذاتی S_i ذرات مربوطه (یک گروه را نوترون‌ها و گروه دیگر را پروتون‌ها تشکیل می‌دهند) بصورت یک اندازه حرکت اسپین کل S و اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداری L_i جداگانه بصورت یک اندازه حرکت مداری کل L با هم جفت می‌شوند؛ سپس L و S جفت می‌شوند تا یک اندازه حرکت زاویه‌ای کل J با بزرگی $\hbar \sqrt{J(J+1)}$ تشکیل دهند. بعد از یک ناحیه گذار که در آن یک طرح جفت شدگی بینابینی وجود دارد، هسته‌های سنگین‌تر جفت شدگی zz را به نمایش می‌گذارند. در این حالت نخست S_i و L_i هر ذره جفت می‌شوند تا یک J_i برای آن ذره با بزرگی $\hbar \sqrt{j(j+1)}$ تشکیل دهند و سپس J_i های مختلف با هم جفت می‌شوند تا اندازه حرکت زاویه‌ای کل J را تشکیل دهند. طرح جفت شدگی zz برای اکثریت قریب به اتفاق هسته‌ها وجود دارد.

وقتی که برای برهمکنش اسپین - مدار قدرت مناسبی فرض می‌شود، ترازهای انرژی هر طبقه نوکلئون‌ها در ردیف نشان داده شده در شکل ۱۱-۱۳ واقع می‌شود. ترازها به وسیله پیشوندی معادل عدد کوانتمی n ، حرفی که بر طبق الگوی معمولی (g, f, d, p, s) بترتیب مربوط به $l = 1, 2, 3, 4, \dots$ (است) نشانگر آن تراز است و زیر نویسی مساوی با z مشخص می‌شوند. برهمکنش اسپین - مدار هر یک از حالت‌های مفروض را به $2z + 1$ زیر حالت تقسیم می‌کند، زیرا $2z + 1$ سمتری مجاز J_i وجود دارد. شکافهای بزرگ انرژی در فاصله‌گذاری ترازها که با مفهوم لایه‌های مجزا مطابقت دارند ظاهر می‌شوند. تعداد حالت‌های

1. Maria Mayer

2. J. H. D. Jensen



شکل (۱۱-۱۳) ترتیب ترازهای انرژی نوکلئون بر طبق مدل لایه‌ای (مقیاس رعایت

نشده است.)

هسته‌ای موجود در هر لایه هسته‌ای بترتیب صعود انرژی ۲، ۶، ۱۲، ۸، ۲۲، ۳۲، ۴۴ است؛ از این رو، لایه‌ها زمانی پر می‌شوند که ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲ یا ۱۲۶ نوترون یا پروتون در یک هسته باشد.

مدل لایه‌ای قادر است علاوه بر اعداد جادویی چندین پدیده هسته‌ای را بیان کند. اولاً، وجود زیر ترازهای انرژی که هر یک می‌تواند به وسیله دو ذره با اسپین مخالف اشغال شود قادر است تمایل فراوانی‌های هسته‌ای Z زوج و N زوج را توضیح دهد، همان گونه که در بخش ۱۱-۳ بحث شده است. مدل لایه‌ای می‌تواند اندازه حرکت‌های زاویه‌ای را نیز پیش‌بینی کند. در هسته‌های زوج - زوج همه پروتون‌ها و نوترون‌ها باید برای خشنی کردن اسپین یکدیگر و اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداری جفت شوند. بدین ترتیب، همان گونه که مشاهده می‌شود، هسته‌های زوج - زوج باید اندازه حرکت‌های زاویه‌ای هسته‌ای صفر داشته باشند. در هسته‌های زوج - فرد و فرد - زوج، اسپین با مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ نوکلئون "اضافی" منفرد برای تشکیل یک اندازه حرکت زاویه‌ای کل با مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ باید با یک عدد صحیح اندازه حرکت زاویه‌ای بقیه هسته ترکیب شود و هسته‌های فرد - فرد هر کدام یک نوترون و یک پروتون اضافی دارند که اسپین‌ها با مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ آنها باید اندازه‌های حرکت زاویه‌ای کل یک عدد صحیح را به دست دهند. این پیش‌بینی‌ها هر دو از لحاظ تجربی تأیید شده‌اند. اگر نوکلئون‌های موجود در یک هسته آن قدر به یکدیگر نزدیک باشند و آن قدر بطور قوی برهمکنش داشته باشند که بتوان هسته را مشابه یک قطره در نظر گرفت، چگونه می‌توان آن گونه که مدل لایه‌ای ایجاب می‌کند، تصور کرد که همین نوکلئون‌ها در یک میدان نیروی مشترک مستقل از یکدیگر در حرکتند؟ به نظر می‌رسد که نظریات متقابل "منحصر بفردند"، زیرا یک نوکلئون که در یک هسته قطره‌ای در حال حرکت است باید مطمئناً "برخوردهای مکرر با سایر نوکلئون‌ها را تحمل کند".

یک نگاه دقیق‌تر نشان می‌دهد که تضادی وجود ندارد. در حالت پایدار یک هسته، نوترون‌ها و پروتون‌ها ترازهای انرژی را که در دسترس دارند بترتیب افزایش انرژی به شیوه‌ای پر می‌کنند که از اصل انحصار پیروی کرده باشند (شکل ۱۱-۴ را ببینید). در یک برخورد، انرژی از یک نوکلئون به نوکلئون دیگر منتقل می‌شود و نوکلئون اولی را در حالتی از انرژی کاهش یافته و دومی را در حالتی از انرژی افزایش یافته باقی می‌گذارد، ولی تمام ترازهای موجود با انرژی پایین‌تر قبلاً پر شده‌اند، بنابراین چنین گذار انرژی در صورتی می‌تواند روی دهد که اصل انحصار نقض شود. البته، برای دو نوکلئون غیرقابل تمیز از هم که از یک نوع باشند این امکان فراهم است تا صرفاً "انرژی‌های مربوط به خود را مبادله کنند، ولی چنین برخوردی از اهمیت چندانی برخوردار نیست زیرا سیستم دقیقاً در همان

حالتی که در آغاز بود باقی می ماند. بنابراین، اصل انحصار اساساً از برخورد های نوکلئون- نوکلئون حتی در یک هسته کاملاً " یکپرده جلویی می کند و بدین وسیله یک روش ذره ای مستقل به ساختار هسته ای را تأیید می کند.

مدلهای قطره ای و لایه ای هسته هر دو، به روشهای مختلف خاص خود، قادرند بیشتر آنچه را که در مورد رفتار هسته ای شناخته شده است، بیان کنند. مدل جمعی^۱ بوهر (پسر نیلز بوهر) و ب. مائلسون^۲ شکلهای هر دو مدل را بصورت طرح ثابتی که موفقیت کامل آن به اثبات رسیده است، ترکیب می کند. مدل جمعی سازهایی از قبیل شکل غیر کروی تمام هسته ها بجز هسته های زوج- زوج و واپیچیدگی گریز از مرکزی تجربه شده توسط یک هسته دوار را در نظر می گیرد؛ نظریه با جزئیات کامل قادر است فاصله گذاری ترازهای هسته ای برانگیخته را که از طیفهای پرتو گامای هسته ها استنباط شده اند، بیان کند.

۸-۱۱ نظریه مزون در باره نیروهای هسته ای

در فصل ۸ دیدیم که چگونه یک مولکول از راه تعویض الکترون بین اتمهای تشکیل دهنده^۳ مولکول پایدار می ماند. آیا ممکن است مکانیسم مشابهی از داخل یک هسته عمل کند، یعنی نوکلئونهای تشکیل دهنده^۴ هسته در اثر تعویض نوعی ذرات بین خودشان پایدار بمانند؟ هاینبرگ در سال ۱۹۳۲ م. اولین کسی بود که به بررسی این سؤال پرداخت، او اظهار نظر کرد که الکترونها و پوزیترونها بین نوکلئونها به جلو و عقب حرکت می کنند. مثلاً، یک نوترون ممکن است یک الکترون گسیل دارد و به یک پروتون تبدیل شود، در صورتی که یک پروتون با جذب الکترون به یک نوترون تبدیل خواهد شد. لکن، محاسبات انجام شده بر اساس داده های واپاشی بتا نشان داد که نیروهای منتج از تعویض الکترون و پوزیترون توسط نوکلئونها با ضریب 10^{-14} خیلی کوچکتر از مقداری خواهد بود که در ساختار هسته ای مهم باشد. فیزیکدان ژاپنی بنام هیدیکی یوکاوا^۵ در سال ۱۹۳۵ م. نظریه^۶ موجهتری ارائه داد مبنی بر این که ذراتی که جرم بینابین الکترونی و نوکلئونها دارند موجب نیروهای هسته ای می باشند. امروزه این ذرات را پیون^۷ می نامند. پیونها ممکن است باردار (π^+, π^-) یا خنثی (π^0) باشند و اعضای یک طبقه از ذرات بنیادی هستند که این طبقه جمعا^۸ "مزونها" نامیده می شوند؛ کلمه^۹ پیون مخفف نام اصلی π مزون است.

1. Collective Model

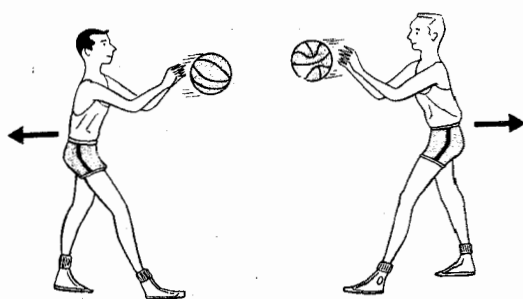
2. B. Mottelson

3. Hideki Yukawa

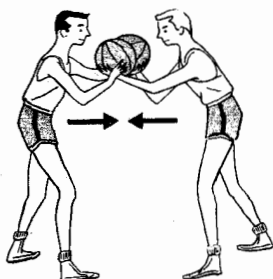
4. Pion

5. Mesons

طبق نظریه یوکاوا، هر نوکلئون دائما "پیوندها را گسیل و دوباره جذب می کند. اگر نوکلئون دیگری در مجاورت باشد، یک پیون گسیل شده به جای این که به سوی نوکلئون مادرش برگردد، ممکن است به سوی آن نوکلئون مجاور تغییر مسیر دهد؛ انتقال اندازه حرکت وابسته معادل عمل یک نیرو است. نیروهای هسته ای در فاصله های کوتاه رانشی و در فاصله های زیاد نوکلئون-نوکلئون جاذبه هستند، زیرا در غیر این صورت نوکلئونهای موجود در یک هسته در هم ادغام می شوند. یکی از نقاط قوت نظریه مزون با چنین نیروهایی این است که می تواند هر دو جنبه را پاسخگو باشد. راه ساده ای وجود ندارد که رسماً "جنبه دومی را نشان دهد ولی یک قیاس تقریبی ممکن است این تصور را کمتر پوشیده نگه دارد. دو پسر بچه را که در حال رد و بدل کردن توپهای بسکتبال هستند مجسم می کنیم (شکل ۱۱-۱۴). اگر این دو پسر بچه توپها را به طرف یکدیگر پرتاب کنند، پسر بچه ها به عقب حرکت می کنند و وقتی توپهایی را که به طرف آنها پرتاب شده می گیرند، اندازه حرکت آنها در جهت عقب افزایش می یابد. بدین ترتیب این روش رد و بدل کردن توپها همان اثر یک نیروی رانشی بین دو پسر را ایجاد می کند. با وجود این اگر پسر بچه ها سعی کنند توپها را از دست یکدیگر بربایند، نتیجه حاصل معادل یک نیروی جاذبه عمل کننده بین آنها خواهد بود.



نیروی رانشی به علت تعویض ذره ای



نیروی جاذبه به علت تعویض ذره ای

شکل (۱۱-۱۴) نیروهای جاذبه و رانشی هر دو می توانند از تعویض ذره ای ناشی شوند.

مسأله اساسی خود را در این جا نشان می‌دهد. اگر نوکلئونها دائما "پیونها را گسیل و جذب می‌کنند، چرا نوترونها و پروتونها هرگز با جرمهایی بغیر از جرمهای معمولی خود پیدا نمی‌شوند؟ پاسخ براساس اصل عدم قطعیت است. قوانین فیزیک فقط به کمیت‌های قابل اندازه‌گیری اشاره می‌کنند و اصل عدم قطعیت دقتی را که با آن بعضی ترکیبات اندازه‌گیریها را می‌توان انجام داد، محدود می‌کند. گسیل یک پیون توسط یک نوکلئون که در آن جرم نوکلئون تغییر نکند - تخلف آشکاری از قانون پایستگی، انرژی - می‌تواند روی دهد مشروط بر این که نوکلئون آن پیون را دوباره جذب کند یا پیون دیگری را که توسط نوکلئون مجاوری گسیل شده به حدی سریع جذب کند که حتی اصولا "تعیین این که تغییر جرمی واقعا" صورت گرفته است یا نه غیر ممکن باشد. از اصل عدم قطعیت در قالب

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

رویدادی که در آن مقداری انرژی ΔE پایسته نیست، غیر مجاز نیست به شرطی که مدت رویداد از $\hbar/2\Delta E$ تجاوز نکند. این شرط ما را قادر می‌سازد تا جرم پیون را برآورد کنیم. فرض می‌کنیم که یک پیون با تندی $v \sim c$ (البته، در واقع $v < c$) فاصله بین نوکلئونها را طی می‌کند و فرض می‌کنیم که یک پیون به جرم m_π یک اختلاف انرژی موقتی $\Delta E \sim m_\pi c^2$ را (این انرژی جنبشی پیون را در بر نمی‌گیرد) نشان می‌دهد و فرض می‌کنیم $\Delta E \Delta t \sim \hbar$ نیروهای هسته‌ای دارای یک برد بیشینه r حدود $1/7 \text{ fm}$ هستند و زمان لازم Δt برای این که پیون این فاصله را طی کند (شکل ۱۱-۱۵) عبارت است از

$$\Delta t = \frac{r}{v} \sim \frac{r}{c}$$

بنابراین داریم :

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar$$

$$(m_\pi c^2) \left(\frac{r}{c} \right) \sim \hbar$$

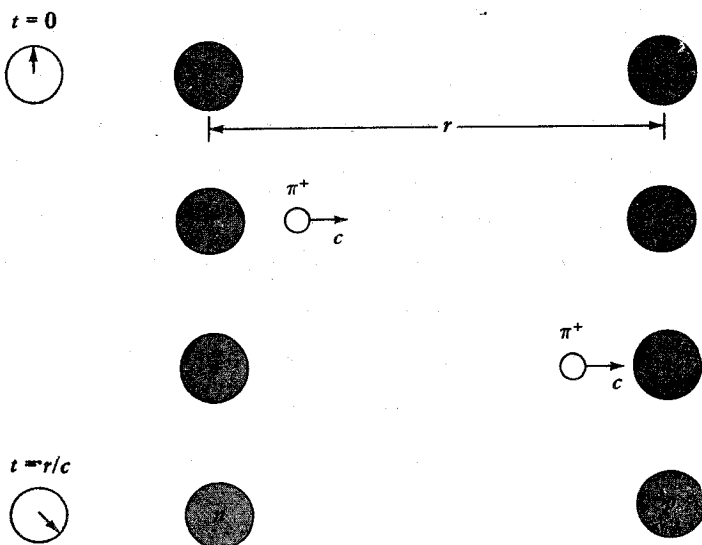
$$m_\pi \sim \frac{\hbar}{rc}$$

(۱۱-۴)

که برای m_π مستلزم مقدار ذیل است :

$$m_\pi \sim \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(1.7 \times 10^{-15} \text{ m}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})} \sim 2.1 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

این در حدود ۲۳۰ برابر جرم سکون m_e الکترون است. همان گونه که در فصل ۱۳ شرح داده شده است، دوازده سال پس از اظهار نظر یوکاوا ذرات با خواصی که او پیش‌بینی کرده



شکل (۱۱-۱۵) اصل عدم قطعیت پیدایش، گذار و ناپیدایی یک پيون را مجاز می‌دارد تا بدون تخلف از پایستگی انرژی به وقوع بپیوندد، مشروط بر این که این ترتیب به قدر کافی سریع‌روی دهد. در این جا یک پيون مثبت گسیل شده توسط یک پروتون به وسیله یک نوترون جذب می‌شود؛ در نتیجه، پروتون به یک نوترون و نوترون به یک پروتون تبدیل می‌شود.

بود واقعا " کشف شدند. جرم سکون پیونهای باردار $273 m_e$ و جرم سکون پیونهای خنثی $264 m_e$ است که با برآورد بالا اختلاف چندانی ندارد.

دو عامل به کشف دیر هنگام پیون آزاد منجر شدند. نخست، برای یک نوکلئون انرژی کافی باید فراهم شود به گونه‌ای که گسیل یک پیون از آن انرژی را پایسته کند. بدین ترتیب، حداقل $m_{\pi} c^2$ انرژی، تقریباً 140 MeV ، لازم است. برای دادن این مقدار انرژی به یک نوکلئون ساکن در یک برخورد، ذره فرویدی برای پایستگی اندازه حرکت و انرژی باید به مقدار قابل ملاحظه‌ای از $m_{\pi} c^2$ انرژی جنبشی بیشتری داشته باشد (بخش ۲-۹ را ببینید). بنابراین، ذراتی که چند صد MeV انرژی جنبشی دارند برای تولید پیونهای آزاد لازمند و این قبیل ذرات در طبیعت فقط در جریانهای منتشر شده تابش کیهانی که زمین را بمبارد مان می‌کند، پیدا می‌شوند. از این رو کشف پیون اجباراً " تا پیشرفت روشهای کاملاً حساس و دقیق تحقیق بر همکنشهای پرتو کیهانی به تأخیر افتاد. شتاب دهنده‌های پر انرژی جدیدی به کار افتادند؛ آنها انرژیهای ذره‌ای لازم را به دست دادند و فراوانی پیونها که با کمک

آنها ایجاد شدند به آسانی مورد مطالعه قرار گرفتند.

دومین دلیل تأخیر بین پیش‌بینی و کشف تجربی پیون ناپایداری آن است؛ عمر متوسط پیون باردار فقط $s \times 10^{-8}$ و $2/6$ و عمر متوسط پیون خنثی $s \times 10^{-17}$ است. در حقیقت، عمر π^0 آن قدر کوتاه است که تا سال ۱۹۵۰ م. وجودش به اثبات نرسید. مدهای واپاشی π^+ ، π^- و π^0 در بخش ۱۳-۶ شرح داده می‌شود.

گر چه نظریه مزون نیروهای هسته‌ای به تشریح کاملی برای خواص هسته‌ای آن چنان که نظریه کوانتمی اتم برای خواص اتمی بدان رسیده است دست نیافته است، ولی تعدادی مشاهدات شگفت دیگری را روشن ساخته است. مثلاً، "به وسیله قیاس با گشتاور مغناطیسی الکترون (بخش ۷-۱)، ممکن است انتظار داشته باشیم که گشتاور مغناطیسی پروتون $e\hbar/2m_p$ و گشتاور مغناطیسی نوترون که غیر بار دار است صفر باشد. در واقع، گشتاور مغناطیسی پروتون $e\hbar/2m_p$ و از آن نوترون $e\hbar/2m_p$ است. منطقی به نظر می‌رسد که این یافته‌ها را به پیوندهای باردار که دائماً "به وسیله نوکلئون‌ها گسیل و جذب می‌شوند و در نتیجه همیشه در حومه‌های نزدیکشان حضور دارند، نسبت دهیم. همان گونه که مشاهده شده است، چون پیوندهایی که توسط پروتون گسیل می‌شوند π^+ و π^- هستند، گشتاور مغناطیسی پروتون باید از گشتاوری که در غیر این صورت به وجود می‌آید بزرگتر باشد همان گونه که مشاهده شده است، چون پیوندهایی که از یک نوترون گسیل می‌شوند π^+ و π^- هستند، گشتاور مغناطیسی نوترون باید از نظر علامت مخالف گشتاور مغناطیسی پروتون باشد، باز همان گونه که مشاهده شده است.

مزونهای سنگین‌تر از پیون نیز کشف شده‌اند، جرم بعضی از آنها بیش از هزار برابر جرم الکترون است. سهم این مزونها در نیروهای هسته‌ای بنابر معادله ۱۱-۱۴ نسبت به فواصلی که مشخصه پیونها هستند به فواصل کوتاه‌تر محدود می‌شود.

چند سال قبل از کار یوکاوا، تعویض ذره‌ای به عنوان ساز و کار یک نوع مختلف برخورد که عهده‌دار نیروهای الکترو مغناطیسی است، پیشنهاد شده بود. در این حالت ذرات فوتونها هستند که بدون جرم می‌باشند و از نظر برد به وسیله معادله ۱۱-۱۴ محدود نمی‌شوند. لکن، هر چه فاصله بین دو بار الکتریکی بیشتر باشد به منظور این که اصل عدم قطعیت نقض نشود، انرژیهای فوتونهایی که میان آنها رد و بدل می‌شوند باید کوچکتر باشند (و از این رو اندازه حرکت‌های فوتونها کمتر و نیروی منتهج ضعیفتر خواهد بود). به این دلیل نیروهای الکتریکی با افزایش فاصله کاهش می‌یابند. چون فوتونهای مبادله شده در برهمکنشهای بارهای الکتریکی قابل آشکار شدن نیستند، آنها را فوتونهای مجازی می‌نامند؛

مثل مورد پیونها، اگر انرژی کافی به نوعی فراهم شود که فوتونها را از قید پایستگی انرژی آزاد کند، این فوتونها می‌توانند به فوتونهای واقعی تبدیل شوند. این اندیشه که فوتونها حاملین نیروهای الکترو مغناطیسی هستند از جهات بسیاری جالب توجه است، یک جنبه واضح آن توضیح می‌دهد چرا این قبیل نیروها با تندی نور انتقال می‌یابند و نه آنا".

نظریه کامل آن، آن گونه که بعداً "گسترش یافت، الکترو دینامیک کوانتومی نامیده می‌شود و نتایج حاصل از آن با داده‌های تجربی در مورد پدیده‌هایی نظیر اثر فتوالکتریک و کامپتون، تولید^۲ و نابودی زوج^۳، تابش ترمزی^۴ و گسیل فوتون توسط اتمهای برانگیخته در سازگاری فوق‌العاده دقیق بوده است. متأسفانه جزئیات این نظریه از نظر ریاضی بیش از حد پیچیده است تا بتوان در این جا آنها را مورد بررسی قرار داد.

مسائل

- ۱- چه چیزی اندازه یک‌هسته پایدار را محدود می‌کند؟
- ۲- نیروهای واندروالس به بردهای خیلی کوتاه محدود می‌شوند و وابستگی عکس مجذوری به فاصله ندارند، با وجود این هیچ کس پیشنهاد نمی‌کند که تعویض یک ذره شبیه مزون موجب چنین نیروهایی است، چرا؟
- ۳- کدام هسته را انتظار دارید پایدارتر باشد، ${}^7_3\text{Li}$ یا ${}^9_4\text{Be}$ ؟ ${}^9_4\text{Be}$ یا ${}^{10}_4\text{Be}$ ؟
- ۴- ${}^{16}_8\text{O}$ و ${}^{19}_8\text{O}$ هر دو واپاشی بتا را تحمل می‌کنند. انتظار دارید کدام یک پوزیترون و کدام یک الکترون گسیل کند؟ به چه دلیل؟
- ۵- بر معمولی ترکیبی است که از ایزوتوپهای ${}^{10}_5\text{B}$ و ${}^{11}_5\text{B}$ و یک جرم اتمی مرکب 10.813 را دارد. در بر معمولی چه درصدی از هر ایزوتوپ حضور دارد؟
- ۶- نشان دهید که چگالی هسته‌ای ${}^1_1\text{H}$ بیش از 10^{14} برابر بزرگتر از چگالی اتمش است. (فرض کنید که اتم دارای شعاعی مساوی شعاع اولین مدار بوهر است)
- ۷- براساس مدل لایه‌ای این امکان وجود دارد که نوکلیدی با $Z=110$ و $A=294$ ممکن است بطور استثنایی دیر پا باشد. شعاع هسته‌ای آن را برآورد کنید.
- ۸- یک مدل ساده شده دوترون از یک نوترون و یک پروتون در چاه پتانسیل مربعی به شعاع 2 fm و عمق 35 MeV تشکیل می‌شود. آیا این مدل با اصل عدم قطعیت سازگار است؟
- ۹- جرم اتمی ${}^4_2\text{He}$ 4.002603 MeV است. انرژی پیوندی آن و انرژی پیوندی در هر

نوکلئون را پیدا کنید .

۱۰- انرژی پیوندی ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ ، $16.0/64 \text{ Mev}$ است جرم اتمی آن را پیدا کنید .

۱۱- جرمهای اتمی ${}^{15}_7\text{N}$ ، ${}^{15}_8\text{O}$ و ${}^{16}_8\text{O}$ بترتیب عبارتند از $15/00001 \text{ u}$ ، $15/00304 \text{ u}$ و $15/99494 \text{ u}$. (الف) انرژی پیوندی متوسط هر نوکلئون در ${}^{16}_8\text{O}$ را پیدا کنید . (ب) چه مقدار انرژی برای حذف یک پروتون از ${}^{16}_8\text{O}$ لازم است ؟ (ج) چه مقدار انرژی برای حذف یک نوترون از ${}^{16}_8\text{O}$ لازم است ؟ (د) چرا این اعداد با یکدیگر فرق دارند .

۱۲- نشان دهید که انرژی پتانسیل دو پروتون با فاصله $1/7 \text{ fm}$ دارای بزرگی کافی است تا اختلاف انرژی پیوندی بین ${}^3_1\text{H}$ ، ${}^3_2\text{He}$ را بیان کند . این نتیجه چگونه به وابستگی نیروهای هسته‌ای به بار الکتریکی مربوط است ؟ جرم اتمی ${}^3_2\text{He}$ ، $3/016050 \text{ u}$ و جرم اتمی ${}^3_1\text{H}$ ، $3/016030 \text{ u}$ است .

۱۳- جرمهای Kr 80 ، ${}^{81}\text{Kr}$ ، ${}^{82}\text{Kr}$ و ${}^{83}\text{Kr}$ بترتیب عبارتند از : $79/916380 \text{ u}$ ، $80/916610 \text{ u}$ ، $81/913482 \text{ u}$ و $82/914131 \text{ u}$. انرژی لازم برای حذف یک نوترون از ${}^{81}\text{Kr}$ ، ${}^{82}\text{Kr}$ و ${}^{83}\text{Kr}$ را پیدا کنید . چرا عدد به دست آمده برای ${}^{82}\text{Kr}$ با اعداد دیگر زیاد متفاوت است ؟

۱۴- برای محاسبه انرژی پیوندی ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ از فرمول انرژی پیوندی نیمه تجربی استفاده کنید . درصد اختلاف بین این مقدار و انرژی پیوندی واقعی چقدر است ؟ جرم اتمی ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ، $39/96371 \text{ u}$ می باشد .

۱۵- انرژی کولنی با Z پروتون که به طور یکنواخت در سرتاسر یک هسته کروی به شعاع R توزیع شده باشند از فرمول زیر حاصل می شود .

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

اعداد جرمی هسته‌های "قرینه" با هم مساوی هستند ولی اختلاف اعداد اتمی آنها ۱ است مثلاً ${}^{15}_7\text{N}$ و ${}^{15}_8\text{O}$. (الف) با فرض این که اختلاف جرمی ΔM بین یک زوج از هسته‌های قرینه کلاً به واسطه اختلاف Δm بین ${}^1_1\text{H}$ و جرم نوترونی و به واسطه اختلاف بین انرژیهای کولنی هسته‌های قرینه باشد ، برای R فرمولی بر حسب Δm ، ΔM و Z استخراج کنید که در آن Z عدد اتمی هسته با تعداد کمتری پروتون است . (ب) از این فرمول برای پیدا کردن شعاعهای هسته‌های قرینه ${}^{15}_7\text{N}$ و ${}^{15}_8\text{O}$ که اختلاف جرم آنها $0/00296 \text{ u}$ است استفاده کنید .

۱۶- فرمول مسأله ۱۵ برای E_π را به کار ببرید تا در معادله ۱۱-۷، a_3 را محاسبه کنید. اگر این عدد مساوی مقدار 0.60 MeV ذکر شده در بخش ۱۱-۶ نباشد، آیا می‌توانید دلیل این تفاوت را توضیح دهید؟

۱۷- ایزوبارها^۱ نوکلیدهایی هستند با عدد جرمی یکسان A ولی اعداد اتمی متفاوت Z . پایدارترین عضو یک گروه از ایزوبارها آن عضو است که بیشترین انرژی پیوندی E_b را دارد. با کمک معادله ۱۱-۱۳ پایدارترین ایزوبار با $A=65$ را با این شرط که چنانچه E_b بیشینه باشد، $dE_b/dZ = 0$ است، پیدا کنید. نتیجه را با رسم E_b در مقابل Z برای $A=65$ ثابت کنید.

۱۸- برطبق مدل گازی فرمی هسته، پروتونها و نوترونهای هسته در جعبه‌ای با ابعاد هسته‌ای وجود دارند و پایین‌ترین حالت‌های کوانتومی موجود را به میزانی که توسط اصل انحصار مجاز اعلام شده است پر می‌کنند. چون پروتونها و نوترونها هر دو اسپینهای $\frac{1}{2}$ دارند، فرمیون هستند و از آمار فرمی - دیراک تبعیت می‌کنند. (الف) برای انرژی فرمی موجود در یک هسته با این فرض که $A=2Z$ باشد معادله‌ای پیدا کنید. توجه داشته باشید که پروتونها و نوترونها را باید جداگانه بررسی کرد. (ب) انرژی فرمی موجود در چنین هسته‌ای برای $R_0=1/2 \text{ fm}$ چقدر است؟ (ج) در هسته‌های سنگین‌تر $A > 2Z$ است. این چه تأثیری بر انرژیهای فرمی برای هر نوع ذره خواهد داشت؟

تبدیل‌های هسته‌ای

- ۱-۱۲ واپاشی رادیواکتیو
- ۲-۱۲ زمان سنجی تابشی
- ۳-۱۲ سری رادیواکتیو
- ۴-۱۲ واپاشی آلفا
- ۵-۱۲ نظریه واپاشی آلفا
- ۶-۱۲ واپاشی بتا
- ۷-۱۲ واپاشی گاما
- ۸-۱۲ سطح مقطع
- ۹-۱۲ واکنشهای هسته‌ای
- ۱۰-۱۲ شکافت هسته‌ای
- ۱۱-۱۲ رآکتورهای هسته‌ای
- ۱۲-۱۲ انرژی حرارتی هسته‌ای

تبدیلیهای هسته‌ای

علی‌رغم توانایی نیروهایی که نوکلئونهای تشکیل دهنده هسته‌ها را متحد نگه می‌دارند، این هسته‌ها تغییر ناپذیر نیستند. بسیاری از هسته‌ها ناپایدارند و ترکیباتشان را خود بخود از طریق واپاشی رادیواکتیو تغییر می‌دهند. و تمام هسته‌ها می‌توانند در اثر واکنشهایی با نوکلئونها یا هسته‌های دیگری که با آنها برخورد می‌کنند، تغییر شکل دهند. در حقیقت، هسته‌های پیچیده در ابتدا از طریق واکنشهای هسته‌ای پی‌درپی به وجود آمدند و این عمل احتمالاً در درون ستارگان صورت می‌گرفت. جنبه‌های اصلی رادیواکتیویته و واکنشهای هسته‌ای در این فصل بررسی می‌شوند.

۱-۱۲ واپاشی رادیواکتیو

هیچ پدیده منفردی در گسترش فیزیک هسته‌ای به اندازه رادیواکتیویته نقش مهمی ایفا نکرده است. یک هسته ناپایدار واپاشیده می‌شود تا به آرایش جدیدی برسد که یا خود پایدار است یا به آرایش دیگری منجر می‌شود که پایدار است. شکل ۱-۱۲ انواع مختلف واپاشی رادیواکتیو را نشان می‌دهد.

فعالیت یک نمونه از هر نوکلید رادیواکتیو عبارت است از سرعت واپاشی هسته‌های اتمهای تشکیل دهنده آن. اگر N تعداد هسته‌های موجود در نمونه در یک لحظه معین باشد، فعالیت آن R از فرمول زیر حاصل می‌شود،

$$R = -\frac{dN}{dt} \quad \text{فعالیت} \quad (1-12)$$

علامت منفی بدین منظور به کار برده می‌شود که R را یک کمیت مثبت کند چون dN/dt ذاتاً منفی است. واحد فعالیت در دستگاه SI بنام هنری بکورل که در سال ۱۸۹۶ م. رادیواکتیویته را کشف کرد نامیده می‌شود:

$$1 \text{ بکورل} = 1 \text{ Bq} = 1 \text{ رویداد در هر ثانیه}$$

فعالیت‌های مواجه شده در عمل معمولاً "آن قدر زیادند که (10^6 Bq) و (10^9 Bq) "

هسته دختر	رویداد واپاشی	هسته مادر
	گسیل پرتو گاما 	واپاشی گاما
	گسیل ذره آلفا 	واپاشی آلفا
	گسیل الکترون توسط نوترون هسته‌ای $\bigcirc = \bullet + \bigcirc$	واپاشی بتا
	جذب الکترون توسط پروتون هسته‌ای $\bullet + \bullet = \bigcirc$	جذب الکترونی
	گسیل پوزیترون توسط پروتون هسته‌ای $\bullet + \curvearrowright = \bigcirc$	گسیل پوزیترون

\bullet (بار = $+e$) پروتون
 \bigcirc (بار = $-e$) الکترون
 \bigcirc (بار = $+e$) پوزیترون
 \bigcirc (بار = 0) نوترون

شکل (۱۲-۱) پنج نوع واپاشی رادیواکتیو

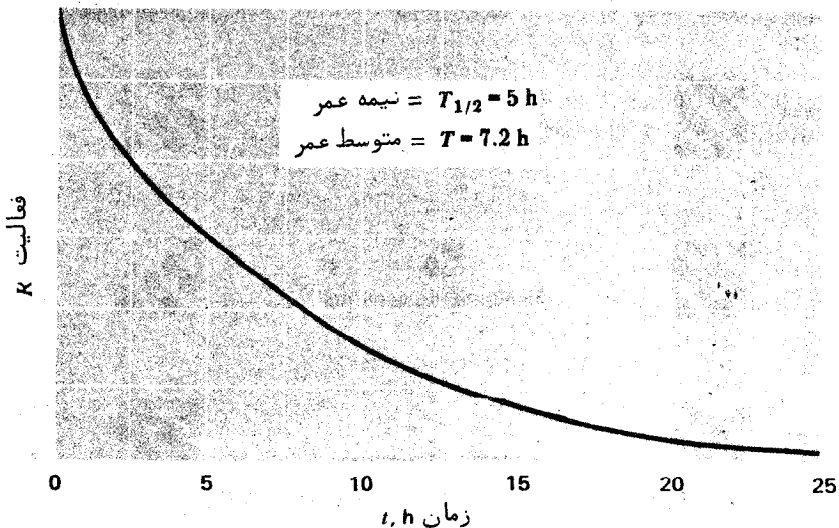
اغلب مناسب‌ترند. واحد سنتی فعالیت کوری^۱ است (Ci) که در ابتدا چنین تعریف شد: فعالیت ۱ گرم رادیوم، $^{226}_{88}\text{Ra}$ ، رادیوم توسط پیر و ماری کوری در سال ۱۸۹۸ م. کشف شد. چون با پیشرفت روشهای اندازه‌گیری مقدار دقیق کوری تغییر کرد اکنون بطور قراردادی بصورت ذیل تعریف می‌شود.

$37 \text{ GBq} = \text{رویداد در هر ثانیه } 10^9 \times 3/70 = 1 \text{ Ci} = 1 \text{ کوری}$

فعالیت ۱ گرم رادیوم چند درصد کوچکتر است. یک صفحه ساعت شب‌نما ممکن است چندین میکروکوری ($1 \mu\text{Ci} = 10^{-6} \text{Ci}$) رادیوم داشته باشد؛ پتاسیم معمولی فعالیتی در حدود ۱ میلی کوری ($1 \text{mCi} = 10^{-3} \text{Ci}$) در هر کیلوگرم دارد که این مقدار ناشی از وجود درصد کوچکی از رادیوایزوتوپ $^{40}_{19}\text{K}$ است.

اندازه‌گیریهای تجربی در مورد فعالیتهای نمونه‌های رادیواکتیو نشان می‌دهند که در هر مورد این نمونه‌ها به گونه‌ای نمایی بازمان افت می‌کنند. شکل ۱۲-۲ نموداری از R بر حسب t برای یک رادیوایزوتوپ معمولی است. ما توجه داریم که در هر دوره تناوب ۵ ساعته، صرف‌نظر از زمان شروع تناوب، فعالیت به نصف آنچه که در آغاز دوره تناوب بود کاهش می‌یابد. بنابراین، نیمه عمر $T_{1/2}$ ایزوتوپ ۵ ساعت است. هر رادیوایزوتوپ یک نیمه عمر مشخصه دارد، بعضی از آنها نیمه عمرهای یک میلیونیم ثانیه دارند. دیگران نیمه عمرهایی تا بیلیونها سال دارند. وقتی که مشاهدات رسم شده در شکل ۱۲-۲ شروع شدند، فعالیت نمونه مقدار R_0 بود. پنج ساعت بعد از آن به $0.5 R_0$ کاهش یافت. بعد از ۵ ساعت دیگر، R دوباره با سازه ۲ به $0.25 R_0$ کاهش یافت، یعنی فعالیت نمونه بعد از یک فاصله $T_{1/2}$ ، فقط 0.25 مقدار اولیه‌اش بود. با گذشت نیمه عمر دیگری به اندازه ۵ ساعت، مطابق با فاصله زمانی کل $3T$ ، $R = \frac{1}{8} (0.25 R_0)$ یا $R_0 / 128$ شد.

رفتار توصیف شده در شکل ۱۲-۲ نشان می‌دهد که ما می‌توانیم اطلاعات تجربی خود



شکل (۱۲-۲) فعالیت رادیوایزوتوپ بطور نمایی بازمان کاهش می‌یابد.

را درباره تغییرات زمانی فعالیت بصورت ذیل بیان کنیم .

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \quad (۱۲-۲)$$

که در آن λ ، بنام ثابت واپاشی، برای هر رادیوایزوتوپ مقدار متفاوتی دارد. رابطه بین ثابت واپاشی λ و نیمه عمر $T_{1/2}$ با بسادگی می‌توان به دست آورد. پس از گذشت یک نیمه عمر، یعنی وقتی که $t = T_{1/2}$ ، فعالیت R طبق تعریف به مقدار R_0 کاهش می‌یابد. از این رو

$$\begin{aligned} R &= R_0 e^{-\lambda t} \\ \frac{1}{2} R_0 &= R_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \\ e^{\lambda T_{1/2}} &= 2 \end{aligned}$$

با لگاریتم گرفتن از هر دو طرف این معادله، معادله زیر حاصل می‌شود.

$$\lambda T_{1/2} = \ln 2$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \quad \text{نیمه عمر} \quad (۱۲-۳)$$

بنابراین، ثابت واپاشی رادیوایزوتوپ که نیمه عمرش ۵ ساعت است عبارت است از

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{5 \text{ h} \times 3,600 \text{ s/h}} = 3.85 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

این واقعیت که واپاشی رادیواکتیو از قانون نهایی معادله ۱۲-۲ پیروی می‌کند دلیل محکمی است بر این که این پدیده در اصل یک پدیده آماری است؛ در هر هسته موجود در یک نمونه از مواد رادیواکتیو یک احتمال مشخص واپاشی وجود دارد، ولی هیچ راهی وجود ندارد که از قبل بدانیم کدام هسته‌ها مطمئناً "در محدوده زمانی خاصی واپاشیده خواهند شد. اگر نمونه به اندازه کافی بزرگ باشد - یعنی، اگر هسته‌های زیادی وجود داشته باشند - کسر واقعی آن که در محدوده زمانی معینی واپاشیده می‌شود به احتمال واپاشی برای هر هسته منفرد خیلی نزدیک خواهد بود. بنابراین، بیان این مطلب که یک رادیوایزوتوپ معین یک نیمه عمر ۵ ساعته دارد بدین معنی است که هر هسته این ایزوتوپ ۵۰ درصد شانس واپاشیده شدن در هر دوره زمانی ۵ ساعته را دارد. این بدین معنی نیست که ۱۰۰ درصد احتمال واپاشیده شدن در ۱۰ ساعت وجود دارد، یک هسته دارای حافظه نیست و احتمال واپاشی در زمان واحد ثابت است تا وقتی که واقعا "واپاشیده شود. یک نیمه عمر ۵ ساعته مبین ۷۵ درصد احتمال واپاشی در ۱۰ ساعت است که در ۱۵ ساعت تا ۸۷/۵ درصد، در ۲۰ ساعت

تا ۹۳/۷۵ درصد و غیره افزایش می‌یابد، زیرا در هر فاصله ۵ ساعت احتمال ۵۰ درصد است.

قانون فعالیت تجربی معادله ۱۲-۲ مستقیماً از فرض یک احتمال ثابت λ در زمان واحد برای واپاشی هر یک از هسته‌های یک ایزوتوپ مفروض حاصل می‌شود. چون λ عبارت است از احتمال در زمان واحد، λdt احتمالی است که هر هسته در یک فاصله زمانی dt واپاشیده می‌شود. اگر یک نمونه N هسته واپاشیده نشده داشته باشد، تعداد dN که در یک زمان dt واپاشیده می‌شود عبارت است از حاصل ضرب تعداد هسته‌ها N و احتمال λdt که هر یک در زمان dt واپاشیده خواهند شد. یعنی،

$$dN = -N\lambda dt \quad (12-4)$$

که علامت منفی در آن لازم است زیرا با افزایش t ، N کاهش می‌یابد. معادله ۱۲-۴ را می‌توان دوباره بصورت ذیل نوشت

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

اکنون از هر دو طرف می‌توان انتگرال گرفت:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (12-5)$$

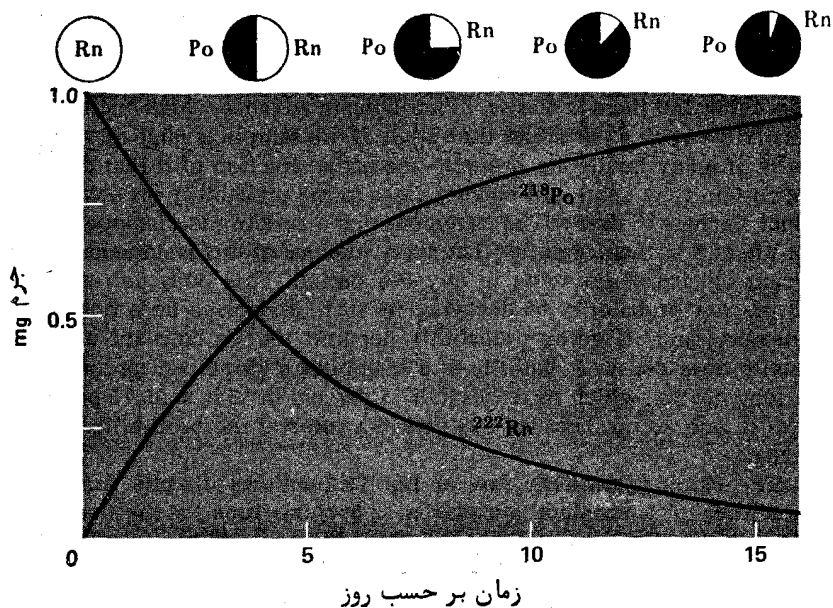
معادله ۱۲-۵ فرمولی است که تعداد N هسته‌های واپاشی نشده در زمان t را برحسب احتمال واپاشی در زمان واحد λ ایزوتوپ مورد نظر و تعداد N_0 هسته‌های واپاشی نشده در $t=0$ به دست می‌دهد. شکل ۱۲-۳، واپاشی آلفای گاز رادون ^{222}Rn ، را (نیمه عمر گاز رادون ۳۱۸ روز است) به ایزوتوپ پولونیم ^{218}Po نشان می‌دهد. اگر آزمایش را با ۱ mg رادون در ظرف در بسته‌ای شروع کنیم، بعد از ۳/۸ روز ۰/۵ mg، بعد از ۷/۶ روز ۰/۲۵ mg و غیره باقی می‌ماند.

مسئله: چه مدت طول می‌کشد تا ۶۰ درصد یک نمونه از رادون واپاشیده

شود؟

حل: با توجه به معادله ۱۲-۵ داریم

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$



شکل (۳-۱۲) واپاشی آلفای $^{222}_{\text{Rn}}$ نسبت به $^{218}_{\text{Po}}$ یک نیمه‌عمر $3/8$ روزی دارد. جرم اولیه رادون که در این جا واپاشی‌شروع شده است 1 Mg بود.

$$-\lambda t = \ln \frac{N}{N_0}$$

$$\lambda t = \ln \frac{N_0}{N}$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N}$$

در این جا $\frac{1}{\lambda} = 0/693 / 3/8 \text{ d} = 0/693 / 3/8 \text{ روز}$ و $\lambda = 0/693 / T$ روز و $N_0 = 0/4 N_0$ و $N = (1 - 0/6) N_0 = 0/4 N_0$ به گونه ای که

$$t = \frac{3/8 \text{ d}}{0/693} \ln \frac{1}{0/4} = 5.02 \text{ روز}$$

چون فعالیت یک نمونه رادیواکتیو به طریق ذیل تعریف می‌شود

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

از معادله ۳-۱۲ داریم .

$$R = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

این فرمول با قانون فعالیت تجربی سازگار است اگر

$$R_0 = \lambda N_0$$

یا بطور کلی اگر

$$R = \lambda N$$

(۶-۱۲)

مسأله: فعالیت $1 \text{ mg } (^{222}\text{Rn})$ رادون را پیدا کنید.

حل: ثابت واپاشی رادون عبارت است از

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{3.8 \text{ d} \times 86,400 \text{ s/d}} = 2.1 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

جرم یک اتم به عدد جرمیش که در واحدهای جرم اتمی بیان شده است خیلی نزدیک می باشد، بنابراین تعداد N اتمهای موجود در ۱ میلی گرم ^{222}Rn عبارت است از

$$N = \frac{10^{-6} \text{ kg}}{222 \text{ u} \times (1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})} = 2.7 \times 10^{18} \text{ اتم}$$

$$\begin{aligned} R &= \lambda N = (2.1 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}) \times (2.7 \times 10^{18}) \text{ هسته} \\ &= 5.7 \times 10^{12} \text{ در هر ثانیه} \\ &= 5.7 \times 10^3 \text{ GBq} = 153 \text{ Ci} \end{aligned}$$

در این حالت "رویدادها" واپاشیهای آلفا هستند.

درک این مسأله که نیمه عمر یک رادیوایزوتوپ همانند عمر متوسطش T نیست حائز اهمیت است. عمر متوسط یک ایزوتوپ عکس احتمال واپاشیش در زمان واحد است:

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda} \quad (۷-۱۲)$$

از این رو

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{0.693} = 1.44 T_{1/2} \quad \text{عمر متوسط} \quad (۸-۱۲)$$

\bar{T} تقریباً "۱/۵ برابر $T_{1/2}$ است. عمر متوسط ^{222}Rn عبارت است از

$$\bar{T} = 1.44 T_{1/2} = 1.44 \times 3.8 \text{ d} = 5.5 \text{ d}$$

سه جنبه رادیواکتیویته از نظر فیزیک کلاسیک. (پیش نسبیتی و پیش کوانتومی) خارق العاده است.

۱- وقتی که هسته‌ای واپاشی آلفا یا بتا را تحمل می‌کند، عدد اتمیش Z تغییر می‌کند و هسته یک عنصر متفاوت می‌شود. بدین ترتیب، عناصر تغییر ناپذیر نیستند، گرچه یک شیمی‌دان بسختی می‌تواند مکانیسم تبدیل آنها را تشخیص دهد.

۲- برخلاف حالت تابش اتمی، انرژی آزاد شده در حین واپاشی رادیواکتیو از درون هسته‌های منفرد بدون تحریک خارجی ناشی می‌شود. این امر چگونه اتفاق می‌افتد؟ تازمانی که اینشتین هم ارزی جرم و انرژی را مطرح نکرد این معما قابل درک نبود.

۳- واپاشی رادیواکتیو یک فرآیند آماری است که تابع قانون شانس می‌باشد. هیچ‌گونه رابطه علت و معلول در واپاشی یک هسته خاص دخالت ندارد، بلکه یک احتمال معین در زمان واحد در آن دخیل است. فیزیک کلاسیک نمی‌تواند چنین رفتاری را توجیه کند، گرچه این رفتار بطور طبیعی در چهارچوب فیزیک کوانتومی جای می‌گیرد.

۱۲-۲ زمان سنجی تابشی

روشهای مبتنی بر واپاشی رادیواکتیو این امکان را فراهم می‌سازند که عمر بسیاری از سنگواره‌ها و اشیایی که منشاء بیولوژیکی دارند، تعیین شود. چون واپاشی هر نوکلید رادیواکتیو خاص صرف نظر از شرایط خارجی با هماهنگی ثابتی انجام می‌شود، نسبت بین مقادیر آن نوکلید و مقادیر دختر پایدار این نوکلید در یک نمونه، عمر دختر را نشان می‌دهد. هر چه نسبت نوکلید دختر بزرگتر باشد، نمونه قدیمی‌تر است. حال ببینیم چگونه این روش با ایزوتوپ کربن فعال ^{14}C که اغلب رادیوکربن^۱ نامیده می‌شود، به کار می‌رود.

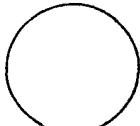
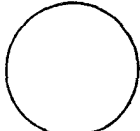
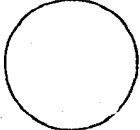
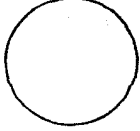
پرتوهای کیهانی، هسته‌های اتمی پر انرژی هستند - عمده^۲ "پروتونها" که در میان کهکشانها گردش می‌کنند. در هر ثانیه تقریباً 10^{18} پرتو کیهانی به زمین می‌رسند. وقتی که این پرتوها وارد جو می‌شوند با هسته‌های اتمهای موجود در مسیرشان برخورد می‌کنند تا آبخاری از ذرات ثانویه را تولید کنند. در میان این ذرات ثانویه نوترونهای هسته‌های هدف فرو پاشیده هستند که می‌توانند توسط هسته‌های $^{14}_7\text{N}$ ^۳ جذب شوند تا رادیوکربن موجود در واکنش را تشکیل دهند



رادیوکربن با نیمه عمری حدود ۵۷۶۰ سال به $^{14}_7\text{N}$ واپاشیده می‌شود. گرچه $^{14}_6\text{C}$ روی زمین پیوسته کاهش می‌یابد، ولی بمباردمان پرتو کیهانی دائماً منبع ذخیره را پر می‌کند. شاید در حال حاضر کلاً ۹۰ تن $^{14}_6\text{C}$ در جهان توزیع شده باشد.

یک اتم ^{14}C ، اندکی پس از تولید در جو به یک مولکول اکسیژن ملحق می‌شود تا به CO_2 رادیواکتیو تبدیل شود. گیاهان سبز برای زنده ماندن دی‌اکسیدکربن را جذب می‌کنند و بنابراین هر گیاهی دارای کربن رادیواکتیوی است که همراه با جذب معمولی دی‌اکسیدکربن آن را جذب کرده است. حیوانات گیاهان را می‌خورند و بدین طریق خود رادیواکتیو می‌شوند. مخلوط شدن رادیوکربن خیلی پر بازده است و بنابراین گیاهان و حیوانات زنده همگی دارای نسبت یکسانی از ^{14}C و کربن معمولی ^{12}C هستند. لکن، پس از مرگ، بقایای موجودات زنده دیگر رادیوکربن جذب نمی‌کنند و رادیوکربنی که در آنها وجود دارد به ^{14}N واپاشیده می‌شود. بنابراین پس از ۵۷۶۰ سال این بقایا فقط نصف آن مقدار رادیوکربنی را که در زمان حیات داشتند - نسبت به محتوی کل کربن آنها - دارا هستند، پس از ۱۱۵۲۰ سال فقط یک‌چهارم رادیوکربن زمان حیات را دارند و غیره، بنابراین، با تعیین نسبت رادیوکربن به کربن معمولی محاسبهٔ عمر اشیای باستانی و بقایای منشاء ارگانیک امکان پذیر است (شکل ۱۲-۴). این روش

محتوی ^{12}C نمونه	محتوی ^{14}C نمونه	زمان پس از مرگ حیوان یا گیاه
-----------------------------	-----------------------------	---------------------------------

صفر سال	•	
۵۷۶۰ سال ($\frac{1}{2}$ بقایای اصلی واپاشیده نشده است)	•	
۱۱۵۲۰ سال ($\frac{1}{4}$ بقایای اصلی واپاشیده نشده است)	•	
۱۷۲۸۰ سال ($\frac{1}{8}$ بقایای اصلی واپاشیده نشده است)	•	

شکل (۱۲-۴) اصل عمر سنجی رادیوکربن. مقدار رادیوکربن ^{14}C از نمونه‌ای از حیوان یا گیاه مرده دائماً کاهش می‌یابد، در حالی که مقدار ^{12}C تغییر نمی‌کند. از این رو، نسبت ^{14}C به ^{12}C زمان سپری شده پس از مرگ موجود زنده را نشان می‌دهد.



یک مرحله نخستین در فرآیند عمر سنجی یک نمونه از منشاء آلی از طریق محتویات ^{14}C آن نمونه، حرارت دادن نمونه است برای حذف اجزای تشکیل دهنده فرار آن تا کربن تقریباً "خالصی بر جا می‌گذارد که همان‌طور که در شکل نشان داده می‌شود از لوله‌ای که کاهش در آن صورت گرفت برداشته می‌شود. سپس نمونه در یک حمام اسید، خالصتر می‌شود.

زیبا، عمرسنجی اجساد مومیایی شده، وسایل چوبی، پارچه، چرم، زغال چوب آذرگاهها و مصنوعات مانده از تمدنهای باستان را به قدمت ۵۰۰۰۰ سال، که در حدود ۹ نیمه عمر ^{14}C است میسر می‌سازد.

برای اندازه گرفتن مقدار ^{14}C ، کربن موجود در یک نمونه از ارگانیزمی که t سال قبل مرده است معمولاً "به گازی نظیر دی‌اکسیدکربن تبدیل می‌شود که سپس این گاز برای پرکردن یک آشکارساز خاص حساس بتا به کار برده می‌شود. اگر فعالیت مقداری کربن انتخاب شده از یک گیاه یا حیوانی که تا کنون زنده بود R_0 باشد و فعالیت همان مقدار از کربن انتخاب شده از نمونه‌ای که باید عمر سنجی شود R باشد، آن‌گاه از معادله ۲-۱ داریم.

$$R = R_0 e^{-\lambda t}$$

برای به دست آوردن عمر t به طریق ذیل عمل می‌کنیم

$$\frac{R}{R_0} = e^{-\lambda t}$$

$$e^{\lambda t} = \frac{R_0}{R}$$

$$\lambda t = \ln \frac{R_0}{R}$$

(۹-۱۲)

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_0}{R}$$

عمرسنجی رادیوکربن به حدود ۵۰۰۰۰ سال محدود می‌شود در حالی که تاریخچه زمین به ۴/۵ بیلیون سال یا چیزی در این حدود برمی‌گردد. بنابراین، زمین‌شناسان از نوکلیدهای رادیواکتیو که نیمه‌عمرهای طولانی‌تری دارند برای سنجش عمر سنگواره‌هایی نظیر ^{40}K ، ^{87}Rb ، و ^{238}U استفاده می‌کنند (جدول ۱۲-۱). در هر مورد فرض بر این است که تمام نوکلید دختر پایدار موجود در یک نمونه سنگواره خاص از واپاشی نوکلید مادر سرچشمه گرفته است. گرچه ^{238}U در یک سری ۱۴ مرحله‌ای به ^{206}Pb واپاشیده می‌شود (شکل ۱۲-۷ در بخش بعدی را ملاحظه کنید) و نه فقط در یک مرحله آن‌گونه که ^{40}K و ^{87}Rb واپاشیده می‌شود، ولی نیمه‌عمرهای محصولات بینابین، در مقایسه با نیمه‌عمر ۴/۵ بیلیون سالی خود ^{238}U آن قدر کوتاه‌اند که فقط محتویات ^{238}U و ^{206}Pb یک نمونه خاص باید بررسی شوند. اگر تعداد اتمهای یک نوکلید مادر در یک نمونه N و تعداد اتمهای هر دو نوکلید مادر و دختر N_0 باشد، سپس از این‌جا معادله ۱۲-۵ داریم

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N}$$

۱۰-۱۲

مفهوم دقیق زمان به ماهیت سنگواره مورد نظر بستگی دارد؛ مثلاً، این مفهوم ممکن است به زمانی اشاره کند که در آن زمان مواد معدنی سنگواره متبلور می‌شوند یا به آخرین زمانی اشاره کند که در آن زمان دمای سنگواره به پایین‌تر از یک دمای مشخص می‌رسد. سنگواره‌های ماهیها و سنگهای آسمانی و نیز سنگواره‌های زمینی به روشهای مندرج در جدول ۱۲-۱ عمرسنجی شده‌اند.

جدول ۱۲-۱. روشهای سنجش عمر زمین‌شناسی

روش	نوکلید مادر	نوکلید دختر	نیمه‌عمر به سال
پتاسیم - آرگون	^{40}K	^{40}Ar	$1/3 \times 10^9$
روبییدیم - استرنسیم	^{87}Rb	^{87}Sr	$4/7 \times 10^{10}$
اورانیوم - سرب	^{238}U	^{206}Pb	$4/5 \times 10^9$

۳-۱۲ سری رادیواکتیو

اکثر عناصر رادیواکتیو موجود در طبیعت عضوهای چهار سری رادیواکتیو هستند که هر یک از سریها شامل تعدادی از محصولات دختر هستند که تمام آنها نهایتاً "از یک نوکلید مادر به دست آمده‌اند. دلیل این که دقیقاً" این چهار سری وجود دارد از این واقعیت ناشی می‌شود که واپاشی آلفا عدد جرمی یک هسته را به اندازه ۴ کاهش می‌دهد. بدین ترتیب، نوکلیدهایی که اعداد جرمی همگی آنها از رابطه زیر به دست می‌آید

$$A = 4n \quad 11-12$$

که در آن n یک عدد صحیح است، می‌توانند در یک ترکیب کاهش عدد جرمی به یکدیگر واپاشیده شوند. گفته می‌شود نوکلیدهای رادیواکتیوی که اعداد جرمی آنها تابع معادله ۱۱-۱۲ است عضوهای سری $4n$ نامیده می‌شوند. عضوهای سری $4n+1$ اعداد جرمی دارند که به وسیله فرمول ذیل مشخص می‌شوند.

$$A = 4n + 1 \quad 12-12$$

و عضوهای سری $4n+2$ و $4n+3$ دارای اعداد جرمی هستند که بترتیب به وسیله فرمولهای ذیل مشخص می‌گردند.

$$A = 4n + 2 \quad 13-12$$

$$A = 4n + 3 \quad 14-12$$

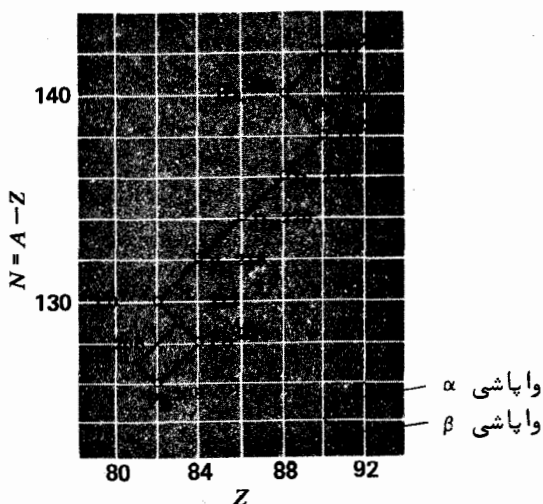
عضوهای هر یک از این سریها نیز می‌توانند در یک ترتیب کاهش عدد جرمی به یکدیگر واپاشیده شوند.

جدول ۱۲-۲. چهار سری رادیواکتیو

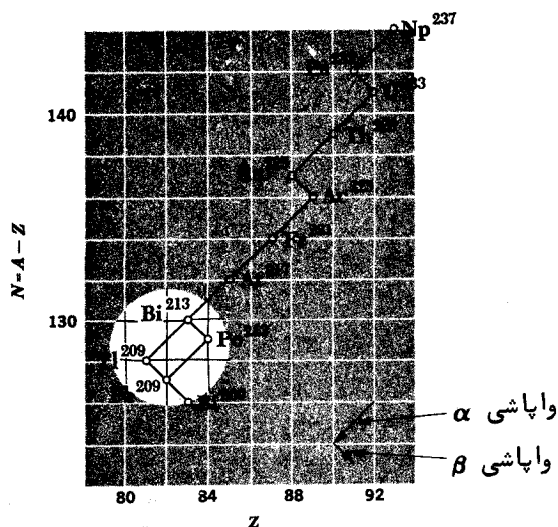
اعداد جرمی سری مادر نیمه عمر به سال محصول نهایی پایدار

۲۰۸ ۸۲ Pb	۱/۳۹ × ۱۰ ^{۱۰}	۲۳۲ Th	توریوم	۴n
۲۰۹ ۸۳ Bi	۲/۲۵ × ۱۰ ^۶	۲۳۷ Np	نپتونیم	۴n+۱
۲۰۶ ۸۲ Pb	۴/۵۱ × ۱۰ ^۹	۲۳۸ U	اورانیوم	۴n+۲
۲۰۷ ۸۲ Pb	۷/۰۷ × ۱۰ ^۸	۲۳۵ U	آکتینیوم	۴n+۳

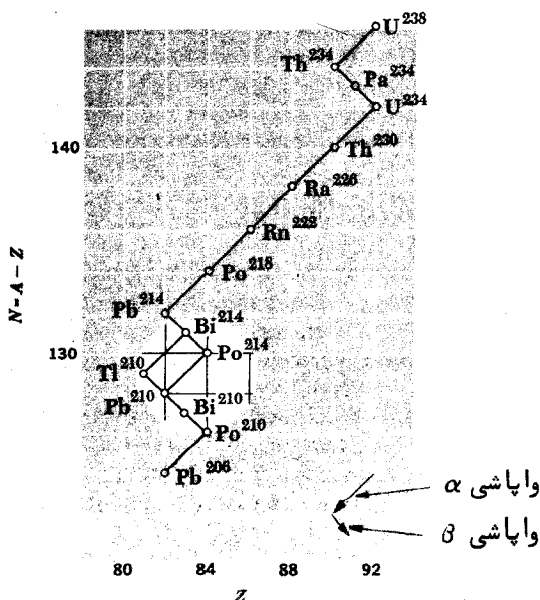
جدول ۱۲-۲ فهرستی است از نامهای چهار سری رادیواکتیو فوق، نوکلیدهای مادر آنها و نیمه عمرهای این نوکلیدهای مادر و نوکلیدهای دختر پایدار که محصولات نهایی سری هستند. نیمه عمر نپتونیم در مقایسه با عمر تخمینی جهان (تقریباً 10^{10} سال) آن قدر کوتاه است که عضوهای این سری امروزه در طبیعت یافت نمی شوند. لکن، آنها را در آزمایشگاه به وسیله بمباردمان نوترونی هسته های سنگین دیگر تولید کرده اند. در بخش ۱۲-۱۱ در این خصوص بطور اختصار بحث شده است. تسلسل واپاشیهای آلفا و بتا که در هر سری از نوکلید مادر به محصول نهایی پایدار منجر می شوند در شکلهای ۱۲-۵ تا ۱۲-۸ نشان داده شده اند. بعضی از نوکلیدها ممکن است توسط گسیل بتا یا گسیل آلفا واپاشیده شوند، به گونه ای که تسلسل واپاشی از آنها منشعب شود. بدین ترتیب $^{212}_{83}\text{Bi}$ ، عضوی از سری توریم، $66/3\%$ درصد شانس واپاشی بتا و تبدیل به $^{212}_{84}\text{Po}$ و $33/7\%$ درصد شانس واپاشی آلفا و تبدیل به $^{208}_{81}\text{Tl}$ را دارد. متعاقب واپاشی بتا یک واپاشی آلفا و متعاقب واپاشی آلفا یک واپاشی بتا صورت می گیرد به گونه ای که هر دو شاخه به $^{208}_{82}\text{Pb}$ منجر می شوند. چندین نوکلید رادیواکتیو آلفا که اعداد اتمی شان از ۸۲ کمتر است در طبیعت یافت می شوند، گرچه خیلی فراوان نیستند.



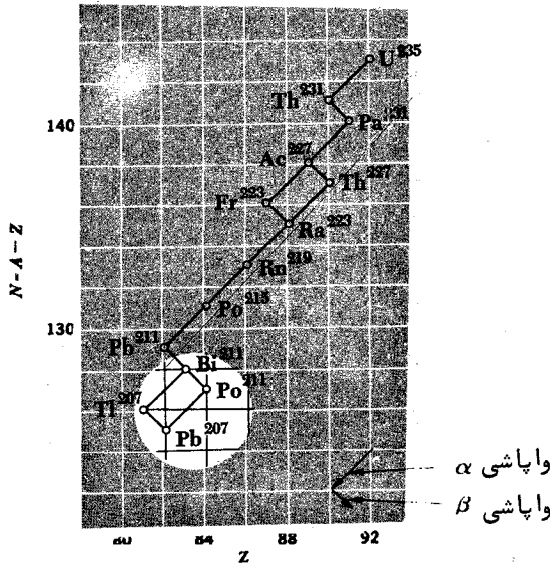
شکل (۱۲-۵) سری واپاشی توریم ($A = 4n$). واپاشی $^{212}_{83}\text{Bi}$ ممکن است در اثر گسیل آلفا و سپس گسیل بتا یا بالعکس واقع شود.



شکل (۱۲-۶) سری واپاشی نپتونیم ($A = 4n + 1$) . واپاشی ${}_{83}^{213}\text{Bi}$ ممکن است در اثر گسیل آلفا و سپس گسیل بتا یا بالعکس واقع شود .



شکل (۱۲-۷) سری واپاشی اورانیوم ($A = 4n + 2$) . واپاشی ${}_{83}^{214}\text{Bi}$ ممکن است در اثر گسیل آلفا و سپس گسیل بتا یا بالعکس واقع شود .



شکل (۸-۱۲) سری واپاشی آکتینیوم ($A = 4n + 3$). واپاشیهای ${}^{227}_{89}\text{Ac}$ و ${}^{211}_{83}\text{Bi}$ ممکن است در اثر گسیل آلفا و سپس گسیل بتا یا بالعکس واقع شود.

۸-۱۲ واپاشی آلفا

چون نیروهای جاذبه بین نوکلئونها برد کوتاهی دارند، انرژی پیوندی کل در یک هسته تقریباً "با عدد جرمیش A ، تعداد نوکلئونهایی را که شامل می شود، متناسب است. لکن، نیروهای الکتریکی رانشی بین پروتونها برد نامحدودی دارند و انرژی گسیختگی کل در یک هسته تقریباً "با Z^2 متناسب است (معادله ۷-۱۱). هسته هایی که ۲۱۰ نوکلئون یا بیشتر دارند آن قدر بزرگ هستند که نیروهای هسته ای با برد کوتاهی که آنها را متحد نگه می دارند برحمت قادرند نیروی رانشی متقابل پروتونهای آنها را موازنه کنند. واپاشی آلفا در چنین هسته هایی به عنوان وسیله افزایش پایداری آنها از طریق کاهش اندازه آنها روی می دهد. چرا، مثلاً "به جای پروتونهای منفرد یا هسته های ${}^4_2\text{He}$ تقریباً "همواره ذرات آلفا گسیل می شوند؟ پاسخ آن از انرژی پیوندی زیاد ذره آلفا حاصل می شود. یک ذره برای فرار از یک هسته باید انرژی جنبشی داشته باشد و جرم ذره آن از جرم نوکلئونهای تشکیل دهنده اش آن قدر کوچکتر هست تا یک چنین انرژی در دسترس باشد. برای نشان دادن این نکته می توانیم با استفاده از جرمهای هر ذره و جرمهای هسته های مادر و دختر انرژی آزاد شده را وقتی که ذرات مختلف توسط یک هسته سنگین گسیل می شوند محاسبه کنیم. این مقدار

انرژی از فرمول زیر به دست می‌آید .

$$Q = (m_i - m_f - m_x)c^2$$

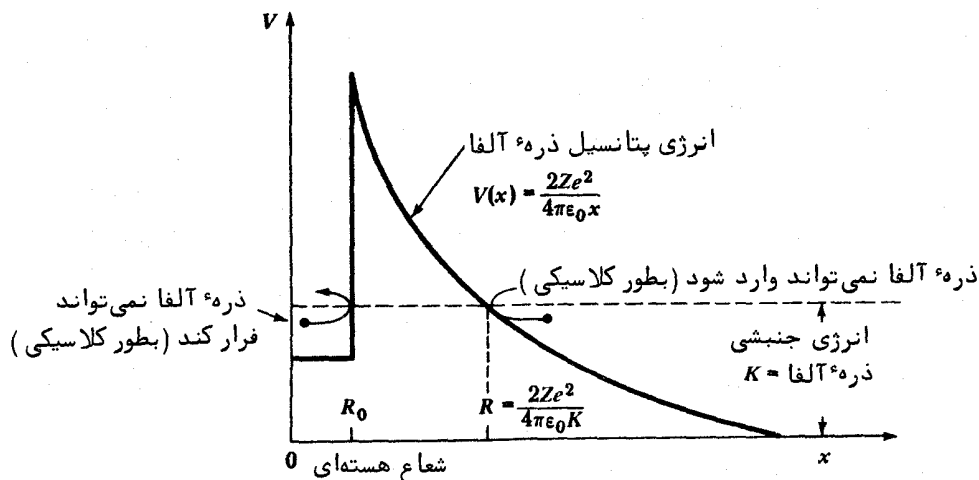
که در آن m_i جرم هسته اولیه، m_f جرم هسته نهایی و m_x جرم ذره است. با توجه به میزان انرژی پی می‌بریم که فقط گسیل یک ذره آلفا امکان پذیر است؛ سایر مدهای واپاشی نیازمند انرژی از خارج هسته‌اند. بدین ترتیب، واپاشی آلفا در $^{222}_{86}\text{Rn}$ با آزاد سازی 5.4 MeV همراه است درحالی‌که اگر قرار است پروتونی گسیل شود 6.1 MeV و اگر یک هسته ^3_2He گسیل شود 9.6 MeV باید از خارج تأمین شود. انرژیهای فروپاشی^۱ مشاهده شده در واپاشی آلفا با مقادیر پیش‌بینی شده مشابه بر اساس جرمهای هسته‌ای مطابقت دارند.

انرژی جنبشی K_α ذره آلفا گسیل شده هرگز با انرژی فروپاشی Q کاملاً^۲ معادل نیست، زیرا، چون اندازه حرکت باید پایسته شود، وقتی که ذره آلفا پدیدار شد، هسته با مقدار کمی انرژی جنبشی پس زده می‌شود. به وسیله فرمول زیر بسادگی می‌توان نشان داد که، به عنوان نتیجه‌ای از پایستگی اندازه حرکت و انرژی، K_α توسط فرمول زیر به Q و عدد جرمی A هسته اصلی مربوط می‌شود.

$$K_\alpha \approx \frac{A-4}{A} Q$$

اعداد جرمی تقریباً^۳ تمامی گسیل کننده‌های آلفا از ۲۱۰ بیشترند و بنابراین بیشتر انرژی فروپاشی بصورت انرژی جنبشی ذره آلفا ظاهر می‌شود. در واپاشی $^{222}_{86}\text{Rn}$ ، $Q = 5.587 \text{ MeV}$ ، در حالی که $K_\alpha = 5.486 \text{ MeV}$.

در حالی که یک هسته سنگین می‌تواند در اصل خود بخود حجمش را در اثر واپاشی آلفا کاهش دهد، این سوءال باقی می‌ماند که چگونه یک ذره آلفا واقعاً^۴ می‌تواند از هسته فرار کند. شکل ۱۲-۹ نموداری است از انرژی پتانسیل V یک ذره آلفا بصورت تابعی از فاصله اش از مرکز یک هسته سنگین. ارتفاع سد پتانسیل حدود 25 MeV است که مساویست با کاری که باید در برابر نیروی الکتریکی رانشی انجام شود تا یک ذره آلفا را از بینهایت به مکانی نزدیک هسته ولی درست خارج از برد نیروهای جاذبه‌اش بیاورد. بنابراین، ذره آلفا را در چنین هسته‌ای می‌توان درون جعبه‌ای در نظر گرفت که برای فائق آمدن بر دیوارهایش به انرژی 25 MeV نیاز است. لکن، ذرات آلفای واپاشی انرژیهایی دارند که به نوکلید ویژه دیگر بستگی دارند و محدوده این انرژیها از 4 MeV تا 9 MeV است - ۱۶ تا 21 MeV انرژی برای فرار کسر است.



شکل (۱۲-۹) انرژی پتانسیل یک ذره آلفا بصورت تابعی از فاصله‌اش از مرکز یک هسته.

گرچه واپاشی آلفا بر اساس بحث‌های کلاسیکی غیر قابل بیان است ولی مکانیک کوانتومی توضیح روشنی ارائه می‌دهد. درحقیقت، از نظریه واپاشی که در سال ۱۹۲۸ م. توسط گامو^۱ و توسط گورنی^۲ و کاندون^۳ بطور مستقل تکمیل شد، به‌عنوان تأیید برجسته مکانیک کوانتومی استقبال شد. در بخش بعدی پی خواهیم برد که حتی طرح ساده شده‌ای از مسأله فرار یک ذره آلفا از یک هسته نتایجی منطبق با تجربه در پی دارد.

مفاهیم اساسی این نظریه عبارتند از:

- ۱- یک ذره آلفا ممکن است بصورت یک نهاد در درون یک هسته سنگین وجود داشته باشد.
- ۲- چنین ذره‌ای در حرکت ثابت است و توسط سد پتانسیل فراگیر در هسته نگاه‌داشته می‌شود.
- ۳- احتمالی ضعیف - ولی معین - وجود دارد که ذره ممکن است در هر بار برخورد با سد (علیرغم ارتفاعش) از آن بگذرد.

1. Gamow

2. Gurney

3. Condon فیزیکدان و استاد دانشگاه‌های آمریکا (۱۹۵۵-۱۹۰۲)

بدین ترتیب، احتمال واپاشی در زمان واحد λ را بصورت فرمول زیر می‌توان بیان کرد.

$$\lambda = \nu T \quad 12-15$$

که در آن ν تعداد دفعات در هر ثانیه است که یک ذره α در داخل یک هسته به سد پتانسیل اطراف هسته برخورد می‌کند و T احتمالی است که ذره از میان سد عبور خواهد کرد. اگر فرض کنیم که در هر لحظه فقط یک ذره α در یک هسته وجود دارد و این ذره در امتداد یک قطر هسته‌ای به جلو و عقب حرکت می‌کند

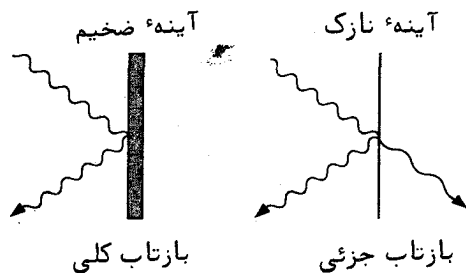
$$\nu = \frac{v}{2R_0} \quad 12-16$$

که در آن v سرعت ذره α فاست وقتی که سرانجام هسته را ترک می‌کند و R_0 یک شعاع هسته‌ای است. مقادیر واقعی برای v و R_0 ممکن است بترتیب $2 \times 10^7 \text{ m/s}$ و 10^{-14} m باشند، به گونه‌ای که

$$\nu \approx 10^{21} \text{ s}^{-1}$$

ذره α در هر ثانیه 10^{21} بار به دیوار محصور کننده‌اش برخورد می‌کند و با وجود این ممکن است مجبور شود بطور متوسط 10^{10} سال صبر کند. تا از بعضی هسته‌ها فرار کند!

چون $K > V$ است، احتمال تراگسیل T در فیزیک کلاسیک صفر است. در مکانیک کوانتمی یک ذره α متحرک بصورت موج در نظر گرفته می‌شود و نتیجه حاصل برای T یک مقدار کوچک ولی معین است. تشابه نوری این اثر بخوبی معلوم است: یک موج نوری که حتی در یک آینه کامل بازتابیده می‌شود قبل از تغییر جهت با یک دامنه کاهنده نمایی در آینه نفوذ می‌کند (شکل ۱۲-۱۰).



شکل (۱۲-۱۰) یک موج فرودی حتی به سطح یک صفحه بازتابنده کامل برای یک بازتاب کلی مسافت کوتاهی نفوذ می‌کند و اگر صفحه بحد کافی نازک باشد ممکن است از آن عبور کند.

۱۲-۵ نظریه واپاشی آلفا

در مبحث اثر تونل در بخش ۵-۸ باریکه‌ای از ذرات با انرژی جنبشی K بررسی شد که روی یک سد پتانسیل مستطیلی که ارتفاعش V بزرگتر از K بود فرودمی‌آمد. مقدار تقریبی احتمال تراگسیل - نسبت بین تعداد ذراتی که از سد عبور می‌کنند و تعداد ذراتی که به آن وارد می‌شوند - از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$T = e^{-2k_2L} \quad \text{احتمال تراگسیل} \quad (۷-۱۲)$$

که در آن

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-K)}}{\hbar}$$

L عرض سد است. معادله ۷-۱۲ برای یک سد پتانسیل مستطیلی استخراج شد، درحالی‌که یک ذره آلفای داخل یک هسته باسدی مواجه می‌شود که ارتفاع متغیری دارد، همان‌گونه که در شکل ۱۲-۹ مشاهده می‌شود. اکنون کار ماست که معادله ۱۲-۱۷ را با حالت ذره آلفای هسته‌ای وفق دهیم.

اولین گام دوباره نوشتن معادله ۱۲-۱۷ بشکل زیر است.

$$\ln T = -2k_2L \quad (۱۸-۱۲)$$

و سپس بیان کردن آن بصورت انتگرال

$$\ln T = -2 \int_0^L k_2(x) dx = -2 \int_{R_0}^R k_2(x) dx \quad (۱۹-۱۲)$$

که در آن R_0 شعاع هسته و R فاصله از مرکز شاست که در این فاصله $V=K$ می‌باشد. انرژی جنبشی K از انرژی پتانسیل بیشتر است زیرا $x > R$ می‌باشد، بنابراین اگر ذره بتواند R را پشت سر گذارد بطور دائم از هسته فرار خواهد کرد. انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره آلفا در فاصله x از مرکز هسته‌ای با بار Ze (در این جا Ze عبارت است از بار هسته‌ای منهای بار ذره آلفای $2e$ ، بدین ترتیب Z عدد اتمی هسته دختر است) از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$V(x) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 x}$$

بنابراین، داریم

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-K)}}{\hbar} = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{1/2} \left(\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 x} - K\right)^{1/2}$$

چون وقتی که $x=R$ باشد، $V=K$ است،

$$K = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (۲۰-۱۲)$$

و ما می‌توانیم k_2 را بصورت زیر بیان کنیم

$$k_2 = \left(\frac{2mK}{\hbar^2} \right)^{1/2} \left(\frac{R}{x} - 1 \right)^{1/2} \quad (۱۲-۲۱)$$

از این رو

$$\begin{aligned} \ln T &= -2 \int_{R_0}^R k_2(x) dx \\ &= -2 \left(\frac{2mK}{\hbar^2} \right)^{1/2} \int_{R_0}^R \left(\frac{R}{x} - 1 \right)^{1/2} dx \\ &= -2 \left(\frac{2mK}{\hbar^2} \right)^{1/2} R \left[\cos^{-1} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{1/2} - \left(\frac{R_0}{R} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{R_0}{R} \right)^{1/2} \right] \quad (۱۲-۲۲) \end{aligned}$$

چون سد پتانسیل نسبتاً " عریض است، $R \gg R_0$ و

$$\begin{aligned} \cos^{-1} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{1/2} &\approx \frac{\pi}{2} - \left(\frac{R_0}{R} \right)^{1/2} \\ \left(1 - \frac{R_0}{R} \right)^{1/2} &\approx 1 \end{aligned}$$

با نتیجه‌ای که

$$\ln T = -2 \left(\frac{2mK}{\hbar^2} \right)^{1/2} R \left[\frac{\pi}{2} - 2 \left(\frac{R_0}{R} \right)^{1/2} \right]$$

از معادله (۱۲-۲۵)

$$R = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 K}$$

و بنابراین

$$\ln T = \frac{4e}{\hbar} \left(\frac{m}{\pi\epsilon_0} \right)^{1/2} Z^{1/2} R_0^{1/2} - \frac{e^2}{\hbar\epsilon_0} \left(\frac{m}{2} \right)^{1/2} ZK^{-1/2} \quad (۱۲-۲۳)$$

نتیجه محاسبه ثابتهای مختلف در معادله ۱۲-۲۳ عبارت است از

$$\ln T = 2.97 Z^{1/2} R_0^{1/2} - 3.95 ZK^{-1/2}$$

که در آن K (انرژی جنبشی ذره α لفا) بر حسب MeV، R_0 (شعاع هسته‌ای) بر حسب fm ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$) بیان می‌شود و Z عدد اتمی هسته منتهای عدد اتمی ذره α لفا است. از معادله‌های ۱۲-۱۵ و ۱۲-۱۶ ثابت واپاشی λ به وسیله فرمول زیر به دست می‌آید

$$\lambda = \nu T = \frac{v}{2R_0} T$$

با لگاریتم معمولی گرفتن از طرفین و جانشین کردن احتمال تراگیل T فرمول زیر حاصل

می شود:

$$\ln \lambda = \ln \left(\frac{v}{2R_0} \right) + 2.97 Z^{1/2} R_0^{1/2} - 3.95 ZK^{-1/2} \quad \text{واپاشی آلفا} \quad (12-24)$$

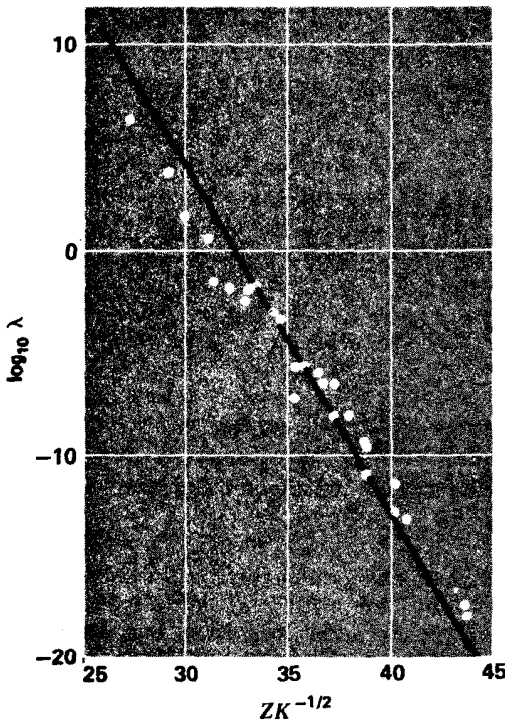
برای بیان کردن معادله ۱۲-۲۴ بر حسب لگاریتمهای معمولی، توجه داریم که

$$\ln A = \frac{\log_{10} A}{\log_{10} e} = \frac{\log_{10} A}{0.4343}$$

و بنابراین

$$\begin{aligned} \log_{10} \lambda &= \log_{10} \left(\frac{v}{2R_0} \right) + 0.4343(2.97 Z^{1/2} R_0^{1/2} - 3.95 ZK^{-1/2}) \\ &= \log_{10} \left(\frac{v}{2R_0} \right) + 1.29 Z^{1/2} R_0^{1/2} - 1.72 ZK^{-1/2} \end{aligned} \quad (12-25)$$

شکل ۱۱-۱۲ نموداری است از $\log_{10} \lambda$ در مقابل $ZK^{-1/2}$ برای تعدادی از نوکلیدهای رادیواکتیو آلفا. با برازش داده‌های تجربی بصورت یک خط مستقیم شیب $1/72$ - به دست می‌آید



شکل (۱۱-۱۲) تأیید تجربی
نظریه واپاشی آلفا

که در سرتاسر تمامی حدود ثابتهای واپاشی پیش بینی شده است. برای تعیین R_0 ، شعاع هسته‌ای، می‌توانیم از موقعیت خط استفاده کنیم. نتیجه حاصل دقیقاً "در حدود آن چیزی است که از آزمایشهای پراکندگی هسته‌ای به دست می‌آید. این نگرش برای تعیین اندازه‌های هسته‌ای وسیلهٔ مستقلى را ارائه می‌دهد.

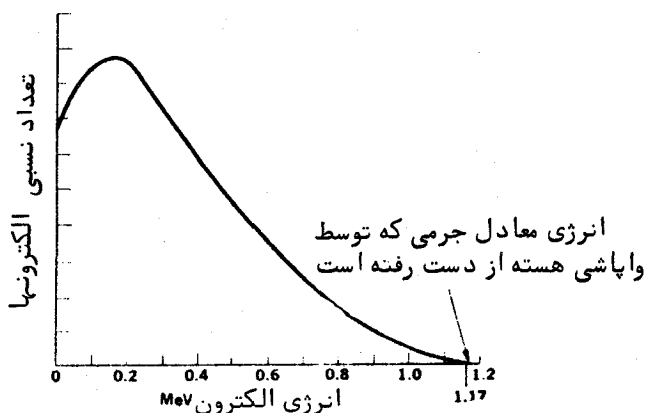
تحلیل کوانتم مکانیکی گسیل ذره α ، که در تطابق کامل با داده‌های مشاهده شده است، در دو زمینه قابل توجه است. نخست، تغییر زیادی در نیمه عمر با انرژی فروپاشی را قابل درک می‌سازد. کندترین واپاشی، واپاشی $^{232}_{90}\text{Th}$ است که نیمه عمرش $10^{10} \times 1/3$ سال است و سریعترین واپاشی، واپاشی $^{212}_{84}\text{Po}$ است که نیمه عمرش $10^{-7} \times 3$ ثانیه می‌باشد. ضمن این که نیمه عمر $^{224}_{90}\text{Th}$ ، 10^{24} برابر بزرگتر از نیمه عمر $^{212}_{84}\text{Po}$ است، انرژی فروپاشی آن $(4/05 \text{ MeV})$ فقط حدود نصف انرژی فروپاشی $^{212}_{84}\text{Po}$ $(8/95 \text{ MeV})$ است — رفتاری که به وسیلهٔ معادلهٔ $12-25$ پیش بینی می‌شود.

دومین خصوصیت مهم نظریهٔ واپاشی α عبارت است از بیان این پدیده بر حسب نفوذ یک سد پتانسیل توسط ذره‌ای که برای فائق آمدن بر این سد، انرژی کافی ندارد. در فیزیک کلاسیک چنین نفوذی نمی‌تواند روی دهد؛ پرتاب کردن یک گوی به دیوار بزرگ چین، از نظر کلاسیکی، دارای یک احتمال صفر است که از آن بگذرد. در مکانیک کوانتومی این احتمال بینهایت کوچک است ولی کاملاً "صفر نیست.

۱۲-۶ واپاشی بتا

واپاشی بتا، مانند واپاشی α ، وسیله‌ای است که به موجب آن یک هسته می‌تواند برای رسیدن به پایداری بیشتر ترکیبش را تغییر دهد. لکن واپاشی بتا نوع نسبتاً "مختلفی از معما را به فیزیکدان نشان می‌دهد. واضحترین مشکل این است که در واپاشی بتا یک هسته یک الکترون گسیل می‌کند، درحالی که همان‌گونه که در بخش ۱۱-۱ دیدیم، می‌توان علیه حضور الکترون‌ها در هسته‌ها بحثی جدی مطرح کرد. چون واپاشی بتا اساساً "تبدیل خود بخود یک نوترون هسته‌ای به یک پروتون و یک الکترون است، این مشکل برطرف می‌شود اگر ما فقط فرض کنیم که الکترون پس از پیدایش بلافاصله هسته را ترک می‌کند و یک مسألهٔ جدی‌تر این است که اصول سه‌گانهٔ پایستگی، اصول انرژی، اندازه حرکت خطی و اندازه حرکت زاویه‌ای، همگی ظاهراً "در حین واپاشی بتا نقض می‌شوند.

انرژیهای الکترونی مشاهده شده در واپاشی بتای یک نوکلید خاص دائماً "از صفر تا یک مقدار بیشینهٔ K مشخصه نوکلید تغییر می‌کنند. شکل ۱۲-۱۲ طیف انرژی الکترونهای گسیل شده در واپاشی بتای $^{210}_{83}\text{Bi}$ را نشان می‌دهد؛ در این جا $K = 1/17 \text{ MeV}$ (بیشینه) است.



شکل (۱۲-۱۲) طیف انرژی الکترونها از واپاشی بتای $^{210}_{83}\text{Bi}$.

در هر مورد بیشینه انرژی

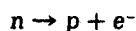
$$E_{(\text{بیشینه})} = m_0 c^2 + K_{(\text{بیشینه})}$$

حمل شده توسط الکترون واپاشی مساوی است با معادل انرژی اختلاف جرمی بین هسته‌های مادر و هسته‌های دختر، لکن، بندرت یک الکترون گسیل شده با یک انرژی (بیشینه) K دیده می‌شود.

زمانی گمان می‌رفت که انرژی "گمشده" در حین برخوردی بین الکترون گسیل شده و الکترون‌های اتمی اطراف هسته از بین می‌رود. آزمایشی که اولین بار در سال ۱۹۲۷ م. انجام شد نادرستی این فرضیه را نشان داد. در این آزمایش نمونه‌ای از یک نوکلید رادیواکتیو بتا در یک گرماسنج گذاشته می‌شود و پس از تعداد معینی واپاشی گرمای حاصل اندازه‌گیری می‌شود. از تقسیم گرمای حاصل بر تعداد واپاشیها انرژی متوسط در هر واپاشی به دست می‌آید. در مورد $^{210}_{83}\text{Bi}$ میانگین انرژی حاصل 0.35 MeV به دست آمد که به انرژی میانگین 0.39 MeV طیف در شکل ۱۲-۱۲ خیلی نزدیک است ولی در حقیقت از مقدار K (بیشینه) 1.17 MeV خیلی دور است. نتیجه این که طیفهای پیوسته مشاهده شده، توزیعهای انرژی واقعی الکترونهای گسیل شده توسط هسته‌های رادیواکتیو بتا را نشان می‌دهند.

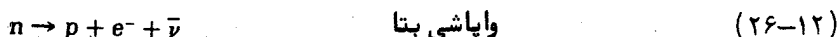
مشاهده شده است که اندازه حرکتهای خطی و زاویه‌ای نیز در واپاشی بتا پایسته نیستند. در واپاشی بتای بعضی نوکلیدها، جهت‌های الکترونهای گسیل شده و جهت‌های هسته‌های پس‌زنی را می‌توان دید. آنها آن‌گونه که برای پایستگی اندازه حرکت خطی لازمند هرگز دقیقاً "در دو جهت مخالف نیستند. عدم پایستگی اندازه حرکت زاویه‌ای را می‌توان از روی اسپینهای

شناخته شده^۱/_۲ برای الکترون، پروتون و نوترون تحقیق کرد. واپاشی بتا در تبدیل یک نوترون هسته‌ای به یک پروتون دخالت دارد:



چون اسپین هر یک از ذرات درگیر^۱/_۲ است، اگر قرار است اسپین (و از این رو اندازه حرکت زاویه‌ای) پایسته شود، این واکنش نمی‌تواند به وقوع بپیوندد.

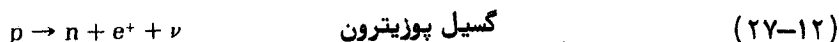
در سال ۱۹۳۰ م. پاولی اظهار نظر کرد که اگر یک ذره غیر باردار با جرم سکون کم یا صفر و اسپین^۱/_۲ در واپاشی بتا همراه با الکترون گسیل شود، احتمالات انرژی، اندازه حرکت خطی و اندازه حرکت زاویه‌ای مطرح شده فوق برطرف خواهند شد. فرض بر این بود که این ذره، که بعداً "نوترینو" نامیده شد، انرژی معادل اختلاف بین K_{\max} یعنی انرژی جنبشی الکترون و انرژی جنبشی واقعی الکترون را حمل می‌کند (هسته پسرده انرژی جنبشی ناچیزی حمل می‌کند) و درچنین صورتی دارای اندازه حرکتی دقیقاً معادل اندازه حرکت‌های الکترون و هسته دختر پسزنی است. در نتیجه مشاهده شد که در واپاشی بتا دو نوع نوترینو دست در کارند، خود نوترینو (نماد ν) و پاد نوترینو (نماد $\bar{\nu}$). در فصل ۱۳ تمایز بین آنها را بررسی خواهیم کرد. در واپاشی بتای معمولی یک پاد نوترینو است که گسیل می‌شود:



فرضیه نوترینو بر حسب اتفاق کاملاً موفق بوده است. انتظار نمی‌رود جرم نوترینو از درصد خیلی کوچکی از جرم الکترون بیشتر باشد زیرا مشاهده می‌شود که T_{\max} (بیشینه انرژی جنبشی مساوی) در محدوده خطای آزمایشی مقداری است که از اختلاف جرم مادر- دختر محاسبه شده است. اکنون گمان می‌رود که جرم نوترینو صفر یا حداکثر معادل جرمی چند الکترون ولت باشد. دلیلی که نوترینوها تا سنوات اخیر بطور تجربی آشکار نشدند این است که بر همکنش آنها با ماده فوق العاده ضعیف است. با وجود فقدان بار و جرم، و الکترومغناطیسی نبودن در طبیعت برخلاف فوتون که الکترومغناطیسی است، نوترینو می‌تواند بدون اشکال از مقادیر وسیعی از ماده عبور کند. یک نوترینو مجبور است بطور متوسط از داخل بیش از ۱۰۰ سال نوری آهن جامد قبل از برهمکنش بگذرد! تنها بر همکنشی که یک نوترینو می‌تواند با ماده تجربه کند از طریق فرآیندی بنام واپاشی بتای معکوس است که آن را بزودی بررسی خواهیم کرد.

الکترونهای مثبت، معمولاً موسوم به پوزیترونها، در سال ۱۹۳۲ م. کشف شدند و دو سال بعد مشاهده شد که توسط بعضی هسته‌ها خودبخود گسیل می‌شوند. خواص پوزیترون با

خواص الکترون یکسان است به استثنای این که پوزیترون به جای e^- بار e^+ حمل می کند. گسیل پوزیترون مشابه تبدیل یک پروتون هسته‌ای به یک نوترون، یک پوزیترون و یک نوترینو است:



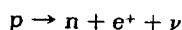
مادامی که یک نوترون در خارج یک هسته به دلیل این که جرمش از جرم پروتون بیشتر است واپاشی بتای منفی به یک پروتون را تحمل می کند، پروتون سبکتر نمی تواند به یک نوترون تبدیل شود، مگر در داخل یک هسته. گسیل پوزیترون منجر می شود به یک هسته دختر با عدد اتمی کوچکتر Z ، ضمن این که عدد جرمی A را بدون تغییر باقی می گذارد.

پدیده جذب الکترونی که در بخش ۱۱-۳ ذکر شد با گسیل پوزیترون رابطه نزدیکی دارد. در جذب الکترونی، یک هسته یکی از الکترونهاي مدار داخلش را جذب می کند که نتیجه حاصل تبدیل یک پروتون هسته‌ای به یک نوترون و گسیل یک نوترینو است. بدین ترتیب، واکنش بنیادی در جذب الکترون عبارت است از

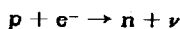


معمولاً "الکترون جذب شده از لایه K می آید و وقتی که یکی از الکترونهاي مدار خارجی اتم به حالت اشغال نشده حاصل سقوط می کند یک فوتون پرتو ایکس گسیل می شود (بخش ۷-۱۲ را ببینید). طول موج فوتون یکی از ویژگیهای عنصر دختر خواهد بود، نوویژگی عنصر اولیه، و فرآیند بر این مبنا می تواند شناخته شود. جذب الکترون با گسیل پوزیترون قابل رقابت است زیرا هر دو فرآیند به تبدیل هسته‌ای یکسانی منجر می شوند. در عناصر سنگین، جذب الکترون از گسیل پوزیترون، بیشتر روی می دهد زیرا مدارهای الکترونی در چنین عناصری شعاعهای کوچکتری دارند. نزدیکی بیشتر الکترونها، بر همکنش آنها را با هسته سریعتر می کند. چون تقریباً تمام هسته‌های ناپایدار موجود در طبیعت، Z بزرگ دارند، گسیل پوزیترون چند دهه پس از اثبات گسیل الکترون کشف شد.

واپاشی بتای یک پروتون در داخل هسته از این طرح پیروی می کند:



چون جذب یک الکترون توسط یک هسته معادل گسیل یک پوزیترون از سوی آن هسته است، واکنش جذب الکترونی اساساً "مانند واکنش بالاست".



به همین ترتیب جذب یک پاد نوترینو معادل گسیل یک نوترینو است، بگونه‌ای که واکنش

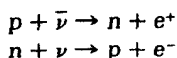


نیز روندی فیزیکی مشابه روند فیزیکی واپاشی بتا را طی می کند. واکنش دوم، بنام واپاشی بتای معکوس، جالب است زیرا این واکنش روشی را برای اثبات وجود واقعی نوترینوها ارائه

می‌دهد.

یک سلسله آزمایشها که در سال ۱۹۵۳ م. آغاز شد توسط دانشمندانی چون اف. رینس^۱، سی. ال. کووان^۲ و دیگران انجام شد تا شار قابل ملاحظه‌ای نوترینوها از واپاشیهای بتا را که در یک رآکتور هسته‌ای روی می‌دهند، آشکار کنند. یک مخزن آب حاوی ترکیب کادمیم محلول پروتونهایی را که می‌بایست با نوترینوهای فرودی بر همکنش داشته باشند، فراهم می‌کرد. در اطراف مخزن آشکارسازهای پرتو گاما نصب شده بودند. بلافاصله پس از این که پروتونی یک نوترینو جذب می‌کرد تا حاصل آن یک پوزیترون و نوترون باشد، پوزیترون به یک الکترون برخورد می‌کرد و هر دو نابود می‌شدند. آشکارسازهای پرتو گاما زوج حاصل از فوتونهای 0.51 MeV را آشکار می‌کردند. در این‌اثر نوترونی که تازگی تشکیل شده بود از میان محلول عبور می‌کرد تا این که، پس از چند میکروثانیه، توسط یک هسته کادمیم جذب می‌شد. سپس هسته کادمیم سنگین‌تر جدید حدود 8 MeV از انرژی برانگیختگی آزاد می‌کرد که میان سه یا چهار فوتون تقسیم می‌شد که این فوتونها چند میکروثانیه پس از فوتونهایی که از نابودی پوزیترون - الکترون حاصل می‌شدند توسط آشکارسازها جذب می‌شدند. بنابراین، در اصل ورود توالی فوتونهای فوق به آشکارساز یک علامت قطعی است که واکنش معادله $12-29$ روی داده است. برای اجتناب از هرخطایی، آزمایش با رآکتوری که متناوباً "روشن و خاموش می‌شد انجام شد و تغییر مورد انتظار دو بسامد رویدادهای جذب نوترینو مشاهده شد. بدین طریق وجود نوترینو تأیید شد.

دو واکنش واپاشی بتای معکوس



احتمالات فوق‌العاده کمی دارند که دلیلی است برای این که چرا نوترینوها قادرند مقادیر وسیعی از ماده را بپیمایند. شار وسیعی از نوترینوها در خورشید و دیگر ستارگان در ضمن واکنشهای هسته‌ای که در داخل آنها روی می‌دهند، تولید می‌شود و این شار ظاهراً "قادر است آزادانه در سرتاسر جهان حرکت کند. چند درصد از انرژی آزاد شده در چنین واکنشهایی توسط نوترینوها حمل می‌شود. یک علامت دقیق شار نوترینوی خورشیدی این است که اندازه‌گیریهای انجام شده در طی یک دوره چند ساله با یک آشکارساز 600 تنی که در معدنی به عمق $1/5$ کیلومتری زیرزمین قرار داده شده بود (برای جلوگیری از تداخل با پرتوهای کیهانی) فقط حدود $\frac{1}{4}$ آن تعداد بر همکنشهای نوترینوی پیش‌بینی شده بر اساس یک مدل

1. F. Reines

2. C.L. Cowan

درون خورشیدی معقول را نشان داد. احتمالاً "این مدل کاملاً" اشتباه است؛ شاید خورشید موقتاً "در حالتی است که مانع تولید انرژی معمولی خود می‌شود؛ احتمال دارد رفتار نوترینو آن گونه که تصور شده بود خوب درک نشده است.

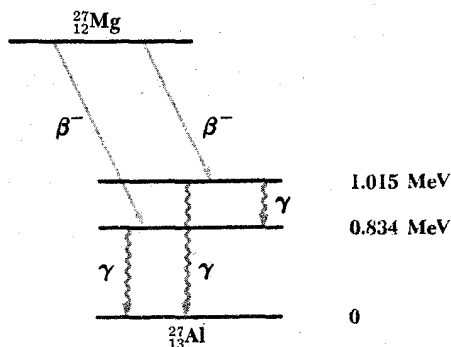
بر همکنش هسته‌ای قوی که برای تشکیل هسته‌ها نوکلئون‌ها را به هم پیوند می‌دهد نمی‌تواند واپاشی بتا را بیان کند. معلوم می‌شود بر همکنش بنیادی دیگری با بردی کوتاه‌علت آن است: برهمکنش ضعیف، تا آن جا که به ساختار ماده مربوط می‌شود، به نظر می‌رسد نقش بر همکنش ضعیف به ایجاد واپاشی‌های بتا در هسته‌هایی که نسبت‌های نوترون به پروتون برای پایداری مناسب نیستند، منحصر شود. این بر همکنش بر ذرات بنیادی نیز که جزئی از یک هسته نیستند و می‌توانند منجر به تبدیل خود به ذرات دیگر شوند اثر می‌گذارد (فصل ۱۳). نام "برهمکنش ضعیف" از آن جا به وجود آمد که نیروی برد کوتاه دیگری که بر نوکلئون‌ها اثر می‌گذارد بی‌نهایت قوی است، آن چنان که انرژی‌های پیوندی زیاد هسته‌ها گواه این امرند. برهمکنش گرانشی از برهمکنش ضعیف در جاهایی که برهمکنش ضعیف محسوس است ضعیفتر می‌باشد.

بدین ترتیب چهار برهمکنش بنیادی کافی هستند تا بر ساختار و رفتار کل جهان مادی، از اتم‌ها تا کهکشان‌های ستارگان حکومت کنند: گرانشی، الکترومغناطیسی، هسته‌ای قوی و هسته‌ای ضعیف. مطالعات نظری اخیر که با آزمایش تأیید شده‌اند نشان می‌دهند که بر همکنش‌های ضعیف و الکترومغناطیسی در واقع جنبه‌های مختلف یک پدیده اساسی را ارائه می‌دهد و علائمی وجود دارد دال بر آن که شاید ادغام بر همکنش‌های قوی و گرانشی نیز به یک طرح واحد منفرد امکان پذیر باشد - که این خود پیش‌بینی واقعا "جالبی است.

۱۲-۷ واپاشی گاما

یک هسته می‌تواند، همانند یک اتم، در حالت‌های مقید که انرژی این حالت‌ها از انرژی حالت پایدار بزرگتر است، وجود داشته باشد. یک هسته برانگیخته با یک نشان ستاره بعد از نماد معمولیش نشان داده می‌شود، مثلاً $^{87}_{38}\text{Sr}^*$. هسته‌های برانگیخته از طریق کسیل فوتون‌هایی که انرژی‌هایشان با اختلاف انرژی بین حالت‌های مختلف اولیه و نهایی در گذارهای مربوطه هماهنگی دارند به حالت‌های پایدار خود برمی‌گردند. کستره انرژی فوتون‌های کسیل شده توسط هسته‌ها به چندین MeV می‌رسد و این فوتون‌ها معمولاً "پرتوهای گاما" نامیده می‌شوند.

مثالی ساده از رابطه بین ترازهای انرژی و طرح‌های واپاشی در شکل ۱۲-۱۳ نشان داده شده است که واپاشی بتای $^{27}_{12}\text{Mg}$ را به $^{27}_{13}\text{Al}$ بطور ترسیمی نشان می‌دهد. نیمه عمر واپاشی



شکل (۱۲-۱۳) گسیل متوالی بتا و گاما در واپاشی $^{27}_{12}\text{Mg}$ به $^{27}_{13}\text{Al}$.

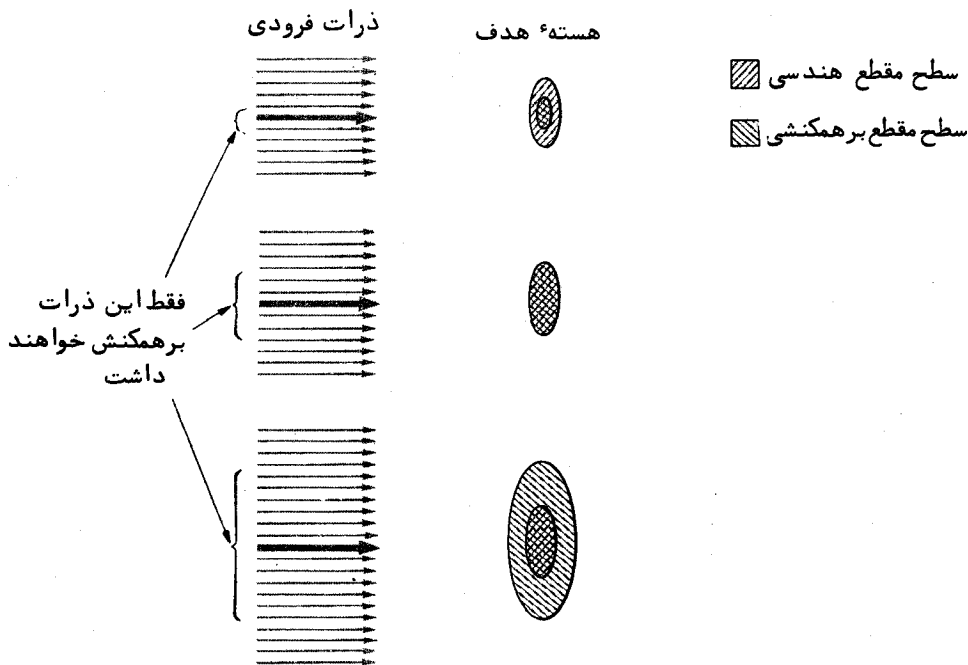
۹/۵ دقیقه است و ممکن است به هر یک از دو حالت برانگیخته $^{27}_{13}\text{Al}$ روی دهد. سپس، هسته $^{27}_{13}\text{Al}$ * حاصل برای رسیدن به حالت پایدار منجر به یک یا دو واپاشی گاما می‌شود. به جای واپاشی گاما، یک هسته برانگیخته ممکن است در بعضی موارد با دادن انرژی برانگیختگی به یکی از الکترون‌های مداری اطراف هسته به حالت پایدارش برگردد. می‌توانیم این فرآیند را، که به عنوان تبدیل داخلی شناخته شده است، نوعی اثر فوتوالکتریک تلقی کنیم که در آن یک فوتون هسته‌ای توسط یک الکترون اتمی جذب می‌شود، ولی اگر تبدیل داخلی را نشان دهنده یک گذار مستقیم انرژی برانگیختگی از یک هسته به یک الکترون در نظر بگیریم، روند ما با تجربه هماهنگی بیشتری خواهد داشت. الکترون گسیل شده دارای یک انرژی جنبشی است که برابر است با انرژی برانگیختگی هسته‌ای از دست رفته منهای انرژی پیوندی الکترون در اتم.

اکثر هسته‌های برانگیخته در مقابل واپاشی گاما نیمه عمرهای خیلی کوتاه دارند، ولی تعدادی از آنها تا چندین ساعت برانگیخته باقی می‌مانند. یک هسته برانگیخته با عمر طولانی ایزومری از همان هسته در حالت پایدارش نامیده می‌شود. هسته برانگیخته $^{87}_{38}\text{Sr}$ * یک نیمه عمر ۲/۸ ساعتی دارد و بنابراین ایزومری از $^{87}_{38}\text{Sr}$ است.

۱۲-۸ سطح مقطع

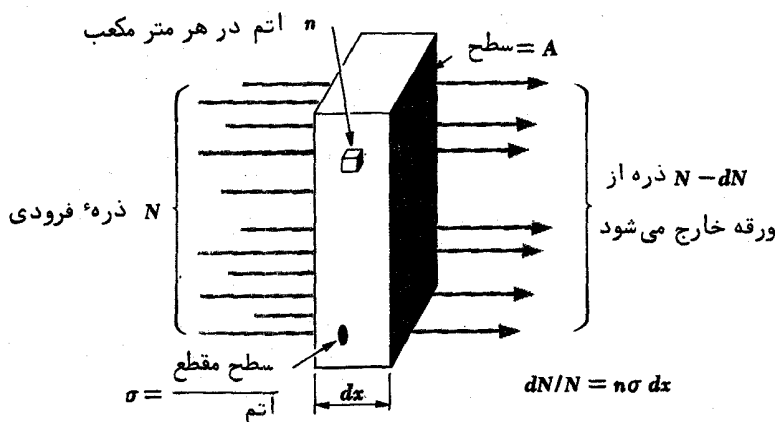
واکنشهای هسته‌ای، مانند واکنشهای شیمیایی، هم اطلاعات و هم وسیله‌ای برای به‌کار بردن این اطلاعات به روشی عملی را فراهم می‌کنند. بیشتر آن‌چه که در مورد هسته‌های اتمی شناخته شده است از تجربیاتی به دست آمده است که در آنها ذرات بمباردمان‌کننده پرتوزایی با هسته‌های هدف ساکن برخورد می‌کنند. یک روش خیلی مناسب برای بیان این احتمال که

یک ذره بمبارد مان‌کننده به نحوی با یک ذره هدف برهمکنش خواهد داشت ایده سطح مقطع را که در فصل ۴ در رابطه با تجربه پراکندگی راترفورد عنوان شد به کار می‌گیرد. کار ما تصور این نکته است که هر ذره هدف منطقه‌ای به نام سطح مقطع، به ذرات فرودی عرضه می‌کند، همان‌گونه که در شکل ۱۲-۴ مشاهده می‌شود. هر ذره فرودی که به این ناحیه هدایت می‌شود با ذره هدف برهمکنش دارد. از این رو، هرچه سطح مقطع بزرگتر باشد، احتمال یک برهمکنش



شکل (۱۲-۱۴) یک تفسیر هندسی از مفهوم سطح مقطع. سطح مقطع برهمکنشی ممکن است از سطح مقطع هندسی کوچکتر، بزرگتر یا با آن مساوی باشد. سطح مقطع یک هسته برای یک برهمکنش خاص یک روش ریاضی است برای بیان این احتمال که برهمکنش زمانی روی خواهد داد که یک ذره بر هسته فرود آید؛ نمودار فوق چیزی بیش از یک تجسم سودمند نیست.

بیشتر است. سطح مقطع برهمکنش یک ذره هدف بنا بر ماهیت فرآیند درگیر و بنا بر انرژی ذره فرودی تغییر می‌کند؛ که ممکن است از سطح مقطع هندسی ذره بزرگتر یا کوچکتر باشد. فرض کنید ورقه‌ای از ماده‌ای که سطحش A و ضخامتش dx است در اختیار داریم (شکل ۱۲-۱۵). اگر این ماده در هر حجم واحد n اتم داشته باشد، تعداد کل $nA dx$ هسته در ورقه



شکل (۱۲-۱۵) رابطه بین سطح مقطع و شدت باریکه.

وجود دارد، زیرا حجم ورقه $A dx$ است. هر هسته دارای یک سطح مقطع σ برای هر برهمکنش خاص است، بگونه‌ای که سطح مقطع جمعی همه هسته‌های موجود در ورقه $nA\sigma dx$ است. اگر N ذره فرودی در باریکه بمباردمان کننده وجود داشته باشد، بنابراین تعداد dN که با هسته‌های موجود در ورقه برهمکنش دارند به وسیله رابطه زیر مشخص می‌شود.

$$\frac{\text{سطح مقطع جمعی}}{\text{ذرات فرودی}} = \frac{\text{ذرات برهمکنشی}}{\text{سطح هدف}}$$

$$\frac{dN}{N} = \frac{nA\sigma dx}{A}$$

$$= n\sigma dx$$

سطح مقطع

(۱۲-۳۰)

اکنون همان باریکه ذرات فرودی بر ورقه‌ای ضخامت معین x را در نظر می‌گیریم. اگر هر ذره فقط یک بار بتواند برهمکنش داشته باشد، می‌توان این‌گونه تصور کرد که dN ذره در هنگام گذشتن از اولین dx ورقه از باریکه جدامی‌شوند. از این رو ما باید به معادله ۱۲-۳۰ یک علامت منفی را بیفزاییم.

$$-\frac{dN}{N} = n\sigma dx$$

با نشان دادن تعداد اولیه ذرات فرودی با N_0 ، داریم

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -n\sigma \int_0^x dx$$

$$\ln N - \ln N_0 = -n\sigma x$$

$$N = N_0 e^{-n\sigma x}$$

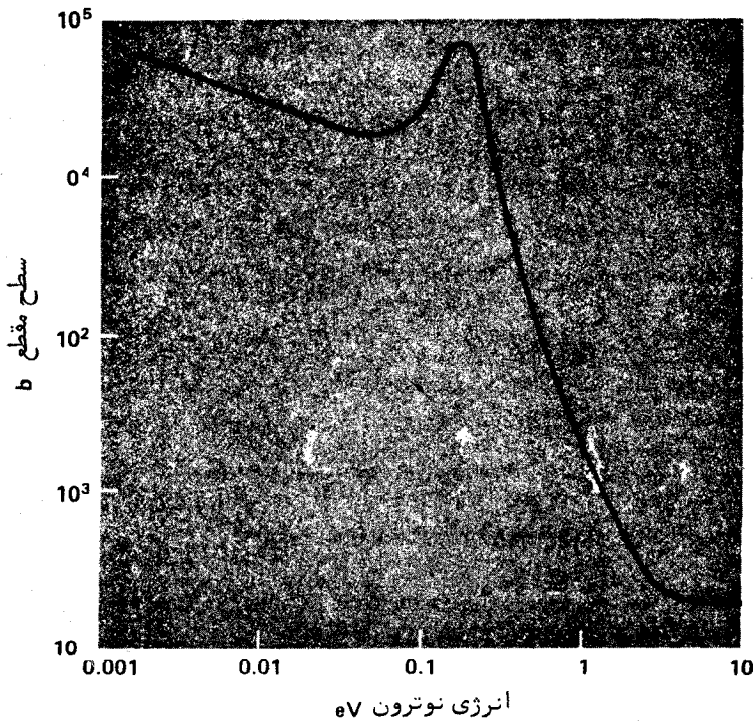
(۱۲-۳۱)

تعداد ذرات باقیمانده N با افزایش ضخامت ورقه x بطور نمایی کاهش می‌یابد .
واحد معمول برای سطوح مقطع هسته‌ای بارن^۱ است که در آن

$$1 \text{ بارن} = 1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2 = 100 \text{ fm}^2$$

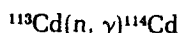
گرچه بارن یک واحد SI نیست ولی بسهولت قابل استفاده است زیرا به همان بزرگی سطح مقطع هندسی یک هسته می‌باشد . این نام از یک سطح مقطع هدف آشناتری ، ضلع یک بارن ، ناشی می‌شود .

سطوح مقطع برای اکثر واکنشهای هسته‌ای به انرژی ذره فرودی بستگی دارند . شکل ۱۲-۱۶ نشان می‌دهد که چگونه سطح مقطع جذب نوترونی $^{113}_{48}\text{Cd}$ با انرژی نوترون تغییر می‌کند . این واکنش ، که در آن جذب یک نوترون گسیل یک ذره γ را در پی دارد ، معمولاً "



شکل (۱۲-۱۶) سطح مقطع برای واکنش $^{113}\text{Cd} (n, \gamma) ^{114}\text{Cd}$ قویاً "با انرژی نوترون تغییر می‌کند . در این واکنش یک نوترون جذب و یک پرتو گاما گسیل می‌شود .

بشکل خلاصه زیر بیان می‌شود.



قله باریک در انرژی 0.176 eV اثر تشدید است که همراه با یک حالت برانگیخته در هسته ^{114}Cd است. گرچه ایزوتوپ ^{113}Cd فقط حاوی ۱۲ درصد کادمیم طبیعی است، ولی سطوح مقطع جذبی آن برای نوترونهای کند، آن قدر بزرگ هستند که کادمیم در میله‌های کنترل برای راکتورهای هسته‌ای بطور وسیعی به کار برده می‌شود.

مسئله: یک نوترون که جذب یک واکنش هسته‌ای نمی‌شود از داخل توده‌های ماده عبور می‌کند، در عین حال نوترون برخورد های کثیف را تحمل می‌کند که طی آن مقداری از انرژی جنبشی آن به هسته‌های موجود در مسیرش منتقل می‌شود. بزودی نوترون به تعادل حرارتی می‌رسد که مبین این است که احتمال یکسانی در به دست آوردن یا از دست دادن انرژی در برخوردهای بیشتر وجود دارد. بر طبق معادله‌های ۹-۱۳ و ۹-۱۶، در دمای اتاق یک چنین نوترون حرارتی دارای انرژی متوسط $kT = 0.04 \text{ eV}$ و دارای احتمال ترین انرژی $kT = 0.25 \text{ eV}$ است؛ عدد دومی معمولاً "بعنوان انرژی چنین نوترونهایی ذکر می‌شود. سطح مقطع ^{113}Cd برای جذب نوترونهای حرارتی $2 \times 10^4 \text{ barn}$ ، جرم اتمی متوسط کادمیم طبیعی 112 u و چگالی آن $8.64 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 8.64 \times 10^3 \text{ g/cm}^3$ است. (الف) چه کسری از یک باریکه فروبی نوترونهای حرارتی توسط ورق کادمیمی بضامت 0.1 mm جذب می‌شود؟ (ب) چه ضخامتی از کادمیم لازم است تا ۹۹ درصد یک باریکه فروبی از نوترونهای حرارتی را جذب کند؟

حل: (الف) چون ۱۲ درصد ^{113}Cd را کادمیم طبیعی تشکیل می‌دهد، تعداد اتمهای ^{113}Cd در هر متر مکعب عبارت است از

$$n = 0.12 \times \frac{8.64 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}{112 \text{ u/atom} \times (1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})} \\ = 5.58 \times 10^{27} \text{ متر مکعب/اتم}$$

سطح مقطع جذبی عبارت است از $\sigma = 2 \times 10^4 \text{ b} = 2 \times 10^{-24} \text{ m}^2$ ، بنابراین

$$n\sigma = (5.58 \times 10^{27} \text{ m}^{-3}) \times (2 \times 10^{-24} \text{ m}^2) = 1.12 \times 10^4 \text{ m}^{-1}$$

از معادله ۱۲-۳۱ داریم $N = N_0 e^{-n\sigma x}$ ، بنابراین کسری از نوترونهای فروبی که جذب می‌شود مساوی است با

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = \frac{N_0 - N_0 e^{-n\sigma x}}{N_0} = 1 - e^{-n\sigma x}$$

$$x = 0.1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m} \quad \text{چون}$$

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - e^{(-1.12 \times 10^4 \text{ m}^{-1}) \times (10^{-4} \text{ m})} = 0.67$$

دو سوم نوترونهای فرودی جذب می‌شوند.

(ب) چون فرض بر این است که ۱ درصد نوترونهای فرودی از ورق کادمیم

عبور می‌کند، $N = 0.01 N_0$

$$\frac{N}{N_0} = 0.01 = e^{-n\sigma x}$$

$$\ln 0.01 = -n\sigma x$$

$$x = \frac{-\ln 0.01}{n\sigma} = \frac{-\ln 0.01}{1.12 \times 10^4 \text{ m}^{-1}}$$

$$= 4.1 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.41 \text{ mm}$$

ظاهراً "کادمیم یک جذب کننده" خیلی مؤثر نوترونهای حرارتی است.

پویش آزاد متوسط λ یک ذره در یک ماده عبارت است از میانگین فاصله‌ای که ذره قبل از برهمکنش در آن جا می‌تواند در ماده بپیماید. چون $e^{-n\sigma x} dx$ احتمالی است که یک ذره در فاصله dx در نقطه x برهمکنش کند، با استفاده از همان دلیلی که در بخش ۵-۴ به کار بردیم، داریم

$$\lambda = \frac{\int_0^{\infty} x e^{-n\sigma x} dx}{\int_0^{\infty} e^{-n\sigma x} dx} = \frac{1}{n\sigma} \quad \text{پویش آزاد متوسط}$$

مسأله: پویش آزاد متوسط نوترونهای حرارتی در ^{113}Cd را پیدا کنید.

حل: چون در این جا $n\sigma = 1/12 \times 10^4 \text{ m}^{-1}$ است، پویش آزاد متوسط

عبارت است از

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma} = \frac{1}{1.12 \times 10^4 \text{ m}^{-1}} = 8.93 \times 10^{-5} \text{ m} = 0.0893 \text{ mm}$$

گرچه نوترونها فقط از طریق نیروهای هسته‌ای برد کوتاه با هسته‌ها برهمکنش دارند، ولی سطوح مقطع واکنش برای نوترونهای کند می‌تواند بطور قابل ملاحظه‌ای از سطوح مقطع هندسی هسته‌های درگیر بزرگتر باشد. مثلاً، "سطح مقطع هندسی ^{113}Cd ، $1/06$ بارن است ولی سطح

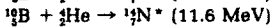
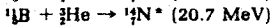
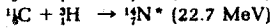
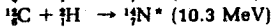
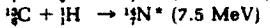
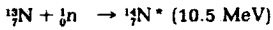
مقطع آن برای جذب نوترونهای حرارتی ۲۰۰۰۰ بارن می‌باشد. اما وقتی که ماهیت موجی یک نوترون متحرک را متذکر شویم وجود چنین اختلافهایی کمتر عجیب به نظر می‌رسد. هرچه نوترونی کندتر باشد، طول موج دبروی آن λ بزرگتر و ناحیه‌ای از فضا که از طریق آن باید نوترون را بصورت گسترده ملاحظه کنیم بزرگتر می‌شود. کمیتی که باید با شعاع هسته‌ای R مقایسه شود "طول موج کاهش یافته" $\lambda = \lambda/2\pi$ به جای خود λ است. برای یک نوترون با انرژی ۱ MeV، $\lambda = 4.6 f$ است که یک مقدار نوعی برای R است. نوترونهای پر انرژی‌تر از این دارای $\lambda < R$ هستند و بنابراین وقتی که با هسته‌ها برهمکنش دارند باید مانند ذرات رفتار کنند با سطوح مقطعی تقریباً "به اندازه" شکل هندسی آنها. از طرف دیگر، نوترونهای کم انرژی باید دارای رفتار موجی باشند و در سطوح بزرگتری برهمکنش داشته باشند. گرچه سطوح مقطع در این حالت اخیر که مساوی با $\pi\lambda^2$ باشند (که برای یک نوترون حرارتی بیش از 10^7 بارن است) کمیاب هستند، ولی سطوح مقطع برای واکنشهای هسته‌ای با نوترونهای کند از πR^2 خیلی تجاوز می‌کند، آن چنان که تا کنون دیده‌ایم.

۹-۱۲ واکنشهای هسته‌ای

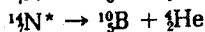
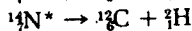
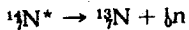
بسیاری از واکنشهای هسته‌ای در واقع شامل دو مرحله مجزا هستند. در نخستین مرحله، یک ذره فرودی به یک هسته هدف برخورد می‌کند و هر دو با هم ترکیب می‌شوند تا هسته جدیدی، بنام هسته مرکب، را تشکیل دهند که اعداد اتمی و جرمی بترتیب مجموع اعداد اتمی ذرات اصلی و مجموع اعداد جرمی آنها می‌باشند. هسته مرکب هیچ "حافظه‌ای" از چگونگی تشکیل شدنش ندارد، زیرا نوکلئونهایش بدون در نظر گرفتن منشاء اصلی آنها با هم ترکیب می‌شوند و انرژی آورده شده توسط ذره فرودی به داخل هسته مرکب در میان همه نوکلئونها تقسیم می‌شود. بنابراین، یک هسته مرکب مفروض ممکن است به طرق گوناگون تشکیل شود. برای روشن ساختن این موضوع، جدول ۱۲-۳ شش واکنش را نشان می‌دهد که حاصل آن هسته مرکب $^{14}_7N^*$ است. (علامت ستاره‌هاکی از یک حالت برانگیخته است؛ هسته‌های مرکب بطور ناوردایی به مقادیری که حداقل مساوی انرژیهای پیوندی ذرات فرودی در آنهاست برانگیخته می‌شوند). در حالی که $^{13}_7N$ و $^{11}_6C$ را دیواکتیو بتا با چنان نیمه عمرهای کوتاه هستند که بررسی جزئیات واکنشهای آنها برای تشکیل $^{14}_7N^*$ را غیر ممکن می‌سازند، شکی نیست که این واکنشها می‌توانند روی دهند.

هسته‌های مرکب طول عمرهایی با مرتبه 10^{-16} ثانیه یا در این حدود دارند و گرچه این کوتاهی عمر در حدی است که در واقع از مشاهده چنین هسته‌هایی بطور مستقیم جلوگیری می‌کند، در عین حال این زمان نسبت به 10^{-21} ثانیه یا چیزی در این حدود که برای یک

جدول ۱۲-۳ واکنشهای هسته‌ای که حاصل آنها هسته مرکب $^{14}_7\text{N}^*$ است. انرژیهای برانگیختگی داده شده، از جرمهای ذرات درگیر محاسبه می‌شوند؛ انرژی جنبشی یک ذره فرودسپه مقداری که بستگی به دینامیک واکنش دارد به انرژی برانگیختگی آن واکنش اضافه خواهد شد.



ذره هسته‌ای با انرژی چندین MeV لازم است تا از میان یک هسته بگذرد، طولانی محسوب می‌شود. یک هسته مرکب مفروض، بستگی به انرژی برانگیختگی که دارد، ممکن است به یک طریق یا به طرق مختلف واپاشیده شود. بدین ترتیب، $^{14}_7\text{N}^*$ با یک انرژی برانگیختگی مثلاً ۱۲ MeV می‌تواند از طریق واکنشهای ذیل واپاشیده شود.



یا بسادگی، یک پرتوگاما یا پرتوهای گامای بیشتری گسیل می‌کند که کل انرژی‌هایشان ۱۲ MeV است، ولی هسته مرکب نمی‌تواند با گسیل یک تریتون (^3_1H) یا یک ذره هلیوم (^4_2He) واپاشیده شود زیرا انرژی کافی برای آزاد کردن آنها را ندارد. معمولاً "یک مدوآپاشی خاص توسط یک هسته مرکب در یک حالت برانگیخته ویژه ترجیح داده می‌شود.

شکل‌گیری و واپاشی یک هسته مرکب توجه‌جالبی براساس مدل هسته‌ای قطره‌ای توصیف شده در فصل ۱۱ دارد. بر حسب این مدل، یک هسته برانگیخته مانند قطره‌ای از مایع داغ است که انرژی پیوندی ذرات گسیل شده مطابق با گرمای تبخیر مولکولهای مایع است. چنین قطره‌ای از مایع سرانجام یک مولکول یا مولکولهای بیشتری را تبخیر خواهد کرد و بدین طریق سرد خواهد شد. فرآیند تبخیر وقتی روی می‌دهد که اغتشاشات تصادفی در توزیع انرژی در داخل قطره سبب می‌شوند تا یک مولکول خاص برای فرار انرژی کافی داشته باشد. به گونه‌ای مشابه، یک هسته مرکب در حالت برانگیخته‌اش ایستادگی می‌کند تا زمانی که یک نوکلئون خاص یا گروه نوکلئونها بر حسب اتفاق برای یک لحظه، کسری بحد کافی بزرگ از انرژی برانگیختگی

برای ترک هسته داشته باشند. فاصله زمانی بین شکل‌گیری و واپاشی یک هسته مرکب با این تصویر بخوبی مطابقت دارد.

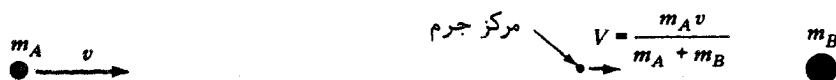
وقتی که یک نوکلئون یا هسته متحرکی به نوکلئون یا هسته ساکن دیگری برخورد می‌کند واکنشی روی می‌دهد که تحلیل آن با به کار بردن یک دستگاه مختصه که با مرکز جرم ذرات برخوردکننده در حرکت است به مقدار زیادی ساده می‌شود. برای ناظری که در مرکز جرم قرار دارد، ذرات دارای اندازه حرکت‌های مساوی و در خلاف جهت یکدیگر هستند (شکل ۱۲-۱۷). از این رو اگر ذره‌ای به جرم m_A و تندی v بر ذره ساکنی به جرم m_B ، آن چنان که توسط ناظری در آزمایشگاه مشاهده می‌شود، فرود آید، تندی V مرکز جرم با شرط ذیل تعریف می‌شود

$$m_A(v - V) = m_B V$$

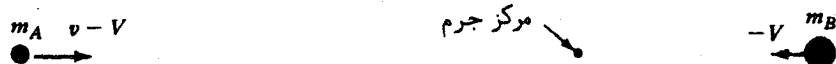
$$V = \left(\frac{m_A}{m_A + m_B} \right) v \quad (12-32)$$

در اکثر واکنش‌های هسته‌ای $v \ll c$ است و بنابراین تعبیر غیر نسبیتی کافی است.

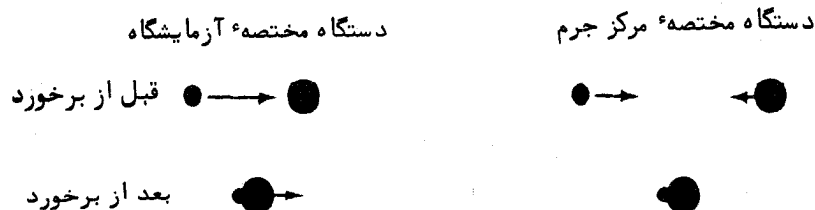
(الف) حرکت در دستگاه مختصه آزمایشگاه قبل از برخورد



(ب) حرکت در دستگاه مختصه مرکز جرم قبل از برخورد



(ج) یک برخورد کاملاً غیرکشسان آن‌گونه که در دستگاه‌های مختصه آزمایشگاه و مرکز جرم مشاهده می‌شود.



شکل (۱۲-۱۷) دستگاه‌های مختصه آزمایشگاه و مرکز جرم.

در دستگاه آزمایشگاهی انرژی جنبشی کل فقط انرژی جنبشی ذرهء فرودی است.

$$K_{lab} = \frac{1}{2} m_A v^2 \quad (12-33)$$

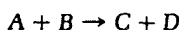
در دستگاه مرکز جرم، هر دو ذره در حرکتند و در انرژی جنبشی کل سهیمند:

$$K_{cm} = \frac{1}{2} m_A (v - V)^2 + \frac{1}{2} m_B V^2 = \frac{1}{2} m_A v^2 - \frac{1}{2} (m_A + m_B) V^2 \\ = K_{lab} - \frac{1}{2} (m_A + m_B) V^2 \quad (12-34)$$

$$= \left(\frac{m_A}{m_A + m_B} \right) K_{lab} \quad (\text{Cm}) \quad \text{انرژی جنبشی در دستگاه مرکز جرم}$$

انرژی جنبشی کل ذرات نسبت به مرکز جرم عبارت است از انرژی جنبشی کل آنها در دستگاه آزمایشگاهی منهای انرژی جنبشی $\frac{1}{2} (m_A + m_B) V^2$ مرکز جرم متحرک. بدین ترتیب ما می توانیم K_{cm} را انرژی جنبشی حرکت نسبی ذرات تلقی کنیم. وقتی که ذرات به هم برخورد می کنند، مقدار بیشینه انرژی جنبشی که می تواند به انرژی برانگیختگی هستهء مرکب منتهی تبدیل شود، ضمن این که اندازه حرکت را پایسته نگه دارد، K_{cm} است که همیشه از K_{lab} کمتر است.

مقدار Q واکنش هسته ای



بصورت اختلاف بین انرژیهای سکون A و H و انرژیهای سکون C و D تعریف می شود:

$$Q = [(m_A + m_B) - (m_C + m_D)] c^2 \\ = (m_A + m_B - m_C - m_D) c^2 \quad \text{مقدار } Q \text{ واکنش هسته ای} \quad (12-35)$$

اگر Q کمیتی مثبت باشد، انرژی به وسیلهء واکنش آزاد می شود. اگر Q کمیتی منفی باشد، انرژی جنبشی کافی K_{cm} در دستگاه مرکز جرم باید توسط ذرات واکنش پذیر فراهم شود بگونه ای که

$$K_{cm} + Q \geq 0$$

مسأله: کمینهء انرژی جنبشی در دستگاه آزمایشگاهی را که یک ذرهء آلفا لازم دارد تا سبب واکنش $^{17}\text{O} (\alpha, p) ^{14}\text{N}$ شود پیدا کنید. جرمهای ^{14}N ، ^{17}O ، ^4He و ^1H به ترتیب عبارتند از 17.00307 u ، 14.00307 u ، 4.00260 u و 1.00783 u و 0.01669913 u .

حل: از آن جا که جرمها در واحدهای جرم اتمی داده شده اند، آسانترین راه، پیدا کردن اختلاف جرم بین ذرات برخورد کننده و ذرات حاصل از این برخورد در واحدهای یکسان است و سپس ضرب کردن آنها در 931.48 MeV/u بدین ترتیب داریم

$$Q = (14.00307 + 4.00260 - 1.00783 - 16.99913) u \\ \times 931.48 \text{ MeV/u} \\ = -1.20 \text{ MeV}$$

بنابراین، کمینه انرژی جنبشی K_{cm} در دستگاه مرکز جرم باید $1/20 \text{ MeV}$ باشد تا واکنش روی دهد. از معادله $12-34$ با در نظر گرفتن ذره α بصورت A داریم

$$K_{lab} = \left(\frac{m_A + m_B}{m_B} \right) K_{cm} = \left(\frac{4.00260 + 14.00307}{14.00307} \right) \times 1.20 \text{ MeV} \\ = 1.54 \text{ MeV}$$

سطح مقطع برای این واکنش موضوع دیگری است: چون هر دو ذره α و هسته‌های ^{14}N بار مثبت دارند و بطور الکتریکی رانشی هستند، هرچه K_{cm} بیشتر بالای آستانه $1/20 \text{ MeV}$ باشد، سطح مقطع بزرگتر و احتمال روی دادن واکنش بیشتر خواهد بود.

اطلاعات درباره حالت‌های برانگیخته هسته‌ها را می‌توان از واکنش‌های هسته‌ای و نیز از واپاشی رادیواکتیو به دست آورد. حضور یک حالت برانگیخته ممکن است شکل یک قله در منحنی سطح مقطع بر حسب انرژی یک واکنش خاص آشکار شود، همان گونه که در واکنش گیراندازی نوترون شکل $12-16$ آشکار شده است. چنین قله‌ای در مقایسه با تشدیدهای اکوستیکی و تشدیدهای مدار ac یک "تشدید" نامیده می‌شود. یک هسته مرکب وقتی که انرژی برانگیختگی فراهم شده دقیقاً با یکی از ترازهای انرژی سازگار باشد، احتمال بیشتری برای تشکیل شدن دارد در مقایسه با موقعی که انرژی برانگیختگی مقدار دیگری باشد.

واکنش شکل $12-16$ در 0.176 eV تشدید دارد که عرض (در نصف بیشینه) $\Gamma = 115 \text{ eV}$ است. این تشدید مطابق با یک حالت برانگیخته در ^{114}Cd است که با گسیل یک پرتو گاما واپاشیده می‌شود. عمر متوسط τ یک حالت برانگیخته به وسیله فرمول ذیل به عرض تراز Γ مربوط می‌شود.

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \quad \text{عمر متوسط حالت برانگیخته} \quad (12-36)$$

این نتیجه با اصل عدم قطعیت بصورت $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$ مطابقت دارد، در صورتی که ما Γ را با خطای ΔE در انرژی برانگیختگی حالت τ را با خطای Δt در زمانی که حالت واپاشیده خواهد شد، مربوط سازیم. در مورد واکنش بالا، عرض تراز 0.115 eV مبین عمر متوسطی برای هسته

مربک بقرار ذیل است .

$$\tau = \frac{1.054 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{0.115 \text{ eV} \times (1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 5.73 \times 10^{-15} \text{ s}$$

۱۰-۱۲ شکافت هستهای

نوع دیگری از پدیدهء واکنش هسته‌ای که می‌تواند با کمک مدل قطره‌ای تجزیه و تحلیل شود، شکافت است که در آن یک هستهء سنگین ($A > 200$) به دو هستهء سبکتر تقسیم می‌شود. وقتی که یک قطره مایع به گونه‌ای مناسب برانگیخته می‌شود، ممکن است به طرق گوناگون نوسان کند. در شکل ۱۲-۱۸، یک قطرهء ساده نشان داده شده است. قطره پیاپی به یک کرهء کشیده کره، کرهء پخت، کره، دوباره به یک کرهء کشیده و غیره تبدیل می‌شود. نیروی بازگردانندهء کشش سطحی قطره همیشه آن را بشکل کروی برمی‌گرداند ولی اینرسی مولکولهای مایع در حال حرکت سبب می‌شود تا قطره از کروییت خارج شود و به نقطهء مقابل که نهایت واپیچشی است، برود.



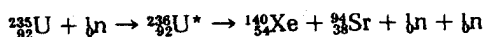
شکل (۱۲-۱۸) نوسانهای یک قطره مایع .

در حالی که می‌توان تصور کرد که هسته‌ها کشش سطحی به نمایش می‌گذارند و بنا بر این می‌توانند مانند یک قطرهء مایع وقتی که در یک حالت برانگیخته باشند نوسان کنند، این هسته‌ها تحت تأثیر نیروهای شکننده نیز قرار دارند که از نیروی رانشی الکترواستاتیکی متقابل پروتونهایشان ناشی می‌شوند. وقتی که هسته‌ای از یک شکل کروی واپیچیده می‌شود، نیروی بازگردانندهء کوتاه‌برد کشش سطحی باید با نیروی رانشی درازبرد و نیز با اینرسی مادهء هسته‌ای برابری کند. اگر میزان واپیچشی کم باشد، کشش سطحی برای انجام هر دو کار کافی است و هسته به جلو و عقب نوسان می‌کند تا این که سرانجام انرژی برانگیختگی‌اش را در اثر واپاشی گاما از دست می‌دهد. لکن، اگر میزان واپیچش بحد کافی زیاد باشد، کشش سطحی برای برگرداندن گروههای جدا شدهء گستردهء پروتونها اکنون کافی نیست و هسته به دو قسمت تقسیم می‌شود. این تصویر شکافت در شکل ۱۲-۱۹ ترسیم شده است.



شکل (۱۲-۱۹) شکافت هسته‌ای مطابق مدل قطرهای .

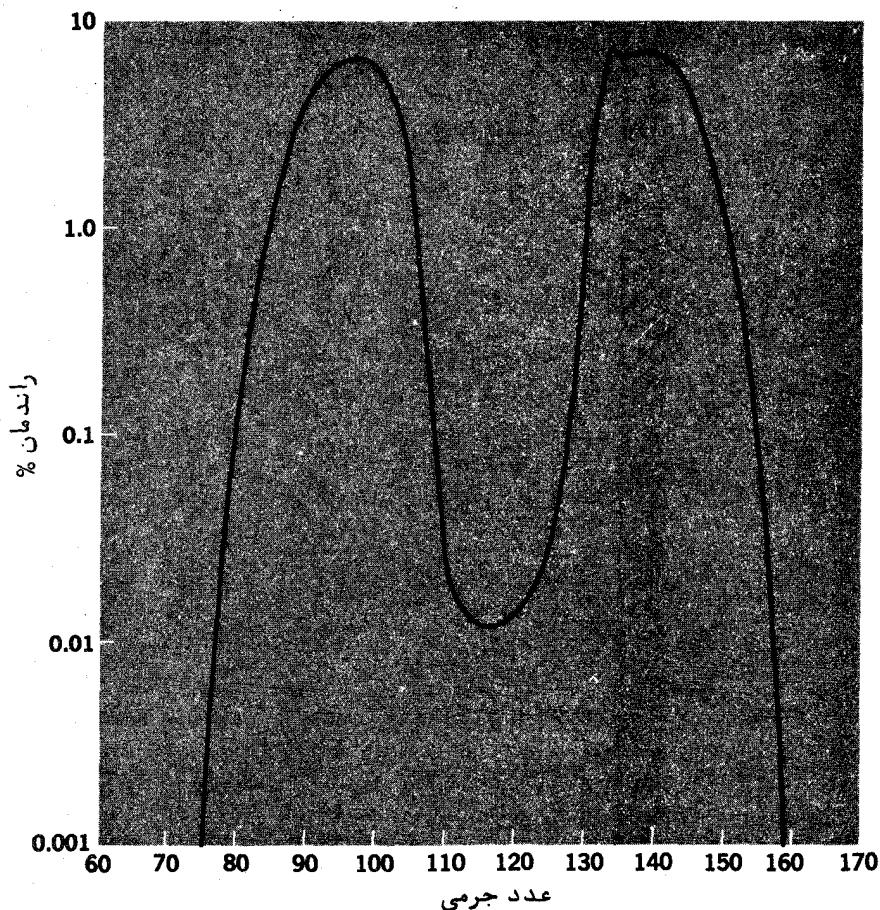
هسته‌های جدیدی که از شکافت ناشی می‌شوند، پاره‌های شکافت^۱ نامیده می‌شوند. معمولاً "پاره‌های شکافت، اندازه یکسانی ندارند (شکل ۱۲-۲) و چون هسته‌های سنگین از هسته‌های سبک نسبت نوترون به پروتون بزرگتری دارند، این پاره‌های شکافت دارای نوترونهای اضافی‌اند. برای کاهش این افزونی، دو یا سه نوترون بمحض تشکیل شدن پاره‌ها توسط پاره‌ها گسیل می‌شوند و واپاشیهای بتای بعدی نسبتهای نوترون به پروتون آنها را به مقادیر پایدار می‌رساند. یک واکنش شکافت نوعی عبارت است از



که در شکل ۱۲-۲۱ روشن شده است.

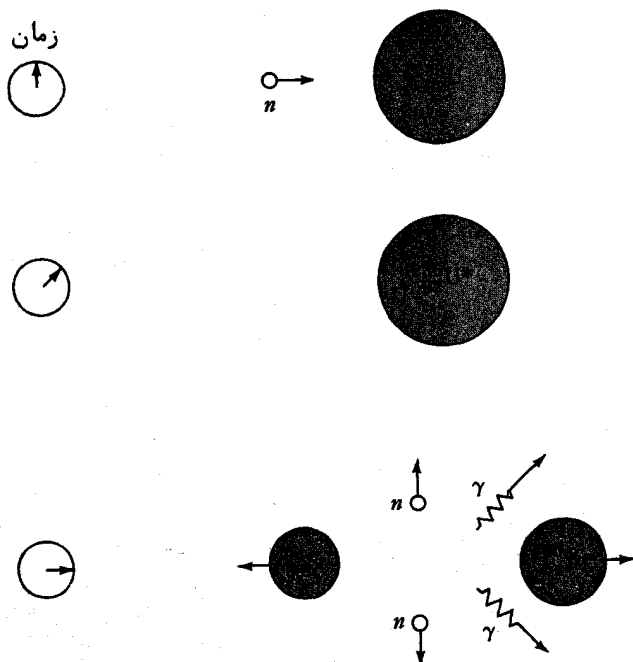
یک هسته سنگین وقتی شکافت برمی‌دارد که انرژی برانگیختگی کافی (۵ MeV یا چیزی در این حدود) برای نوسان شدید به دست می‌آورد. تعدادی از هسته‌ها، بخصوص ${}^{235}_{92}\text{U}$ ، صرفاً "با جذب یک نوترون اضافی بحد کافی برانگیخته می‌شوند تا به دو قسمت تقسیم می‌شوند. سایر هسته‌ها، بخصوص ${}^{238}_{92}\text{U}$ (که ۹۹/۳ درصد آن را اورانیوم طبیعی و باقیمانده آن را ${}^{235}_{92}\text{U}$ تشکیل می‌دهد)، به انرژی برانگیختگی بیشتری از انرژی پیوندی آزاد شده وقتی که نوترون دیگری جذب می‌شود، برای شکافت نیاز دارند و این هسته‌ها فقط از طریق واکنش با نوترونهای سریع که انرژیهای جنبشی آنها تقریباً ۱ MeV تجاوز می‌کند شکافت را ایجاد می‌کنند. شکافت می‌تواند پس از برانگیختگی علاوه بر گیراندازی نوترون به روش دیگری روی دهد، مثلاً "با پرتوگاما یا بمباردمان پروتونی. بعضی نوکلیدها آن قدر ناپایدارند که قابلیت شکافت خودبخود دارند، ولی احتمال بیشتری وجود دارد که قبل از آن که این عمل روی دهد واپاشی آلفا ایجاد شود.

برجسته‌ترین جلوه شکافت هسته‌ای، بزرگی انرژی حاصل از آن است. این انرژی بسهولت محاسبه می‌شود. نوکلیدهای قابل شکافت سنگین، که اعداد جرمی شان بین ۲۳۰ و ۲۴۰ است، انرژیهای پیوندی تقریباً ۷/۶ MeV در هر نوکلئون دارند در حالی که پاره‌های شکافت، که اعداد جرمی آنها خیلی کوچکتر است، انرژیهای پیوندی آنها تقریباً ۸/۵ MeV در هر نوکلئون است. از این رو، در حین شکافت از هر نوکلئون ۰/۹ MeV انرژی آزاد می‌شود - بیش از



شکل (۱۲-۲۰) توزیع اعداد جرمی موجود در پاره‌ها از شکافت $^{235}_{92}\text{U}$.

۲۰۰ MeV برای تمام نوکلئونهای درگیر! واکنشهای شیمیایی معمولی، نظیر آنهایی که در احتراق زغال سنگ و نفت شرکت می‌کنند، در هرواکنش منفرد فقط چند الکترون ولت انرژی آزاد می‌کنند و حتی واکنشهای هسته‌ای (به غیر از شکافت) بیش از چند میلیون الکترون ولت انرژی آزاد نمی‌کنند. بیشتر انرژی که هنگام شکافت آزاد می‌شود به انرژی جنبشی پاره‌های شکافت تبدیل می‌شود. در مورد شکافت ^{235}U ، در حدود ۸۳ درصد انرژی بصورت انرژی جنبشی پاره‌ها، تقریباً $\frac{2}{5}$ درصد بصورت انرژی جنبشی نوترون‌ها و در حدود $\frac{3}{5}$ درصد بشکل پرتوهای گامای نوری گسیل شده ظاهر می‌شود، و ۱۱ درصد انرژی باقیمانده در واپاشیهای بتا و گامای بعدی پاره‌های شکافت آزاد می‌شود.

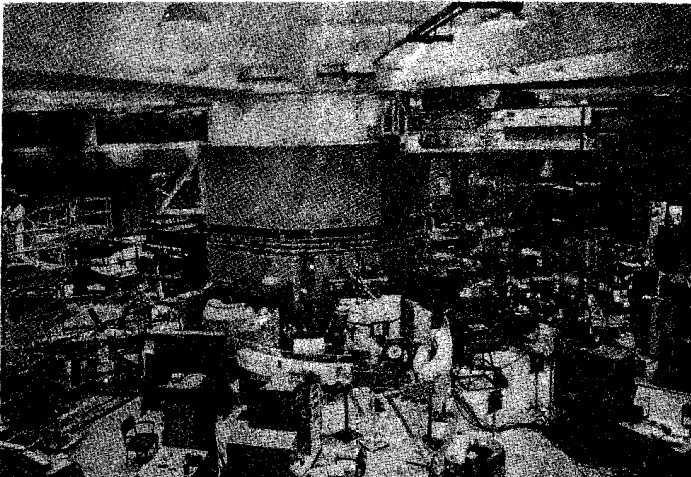


شکل (۱۲-۲۱) واکنش شکافت معمولی. هسته‌های حاصل هر دو رادیواکتیوند.

تقریباً " بلافاصله پس از کشف شکافت هسته‌ای در سال ۱۹۳۹ م. دانشمندان پی بردند که چون یک نوترون می‌تواند شکافت را در یک هسته مناسب با تکامل افزایشی نوترون‌ها القا کند، یک تسلسل خودنگهدار شکافت، در اصل، امکان پذیر است. شرط این که چنین واکنش زنجیری در توده‌ای از ماده قابل شکافت روی دهد ساده است: حداقل یک نوترون تولید شده در حین هر شکافت باید، بطور متوسط، شکافت دیگری را ایجاد کند. اگر نوترون‌های بسیار کمی شکافته را آغاز کنند، واکنش کند و متوقف خواهد شد؛ اگر در هر شکافت درست یک نوترون سبب شکافت دیگر شود، انرژی به میزانی ثابت آزاد خواهد شد (وضعیتی که در یک رآکتور هسته‌ای حکمفرماست). و اگر بسامد شکافته‌ها افزایش یابد، آزاد سازی انرژی آن قدر سریع خواهد بود که یک انفجار روی خواهد داد (همان وضعیتی که در یک بمب اتمی وجود دارد). این وضعیت‌ها بترتیب زیر بحرانی^۱، بحرانی^۲ و ابر بحرانی^۳ نامیده می‌شوند.

۱۱-۱۲ رآکتورهای هسته‌ای

یک رآکتور هسته‌ای وسیله‌ای است که در آن یک واکنش زنجیری شامل شکافت هسته‌ای می‌تواند آغاز و کنترل شود. یک رآکتور منبعی پر بازده از انرژی است. شکافت ۱ گرم از یک نوکلید مناسب در هر روز به میزان حدود ۱ MW (10^6 W) انرژی ایجاد می‌کند، در حالی که احتراق ۲/۶ تن زغال سنگ در هر روز لازم است تا چنین بازدهی حاصل شود. انرژی آزاد شده در یک رآکتور هسته‌ای بصورت گرما آشکار می‌شود و می‌توان این انرژی را با به گردش در آوردن یک مایع یا گاز خنک کننده مناسب در میان مجاری درونی رآکتور استخراج کرد.



رآکتور تحقیقاتی در آزمایشگاه ملی بروک هاوون^۱ واقع در لانگ آیلند، نیویورک، دارای قدرت بازده خروجی ۴۰ MW و یک شار $10^{15} \times 1/6$ نوترون در هر سانتیمتر مربع است.

دو مسأله مهم در طراحی یک رآکتور عبارتند از افت نوترون‌ها در سطح رآکتور و افت آنها به وسیله جذب بدون ایجاد شکافت. هر شکافت در 235 بطور متوسط ۲/۵ نوترون آزاد می‌کند، بنابراین اگر قرار است یک واکنش زنجیری خود نگهدار روی دهد، بیشتر از ۱/۵ نوترون در هر شکافت نمی‌تواند از دست بدهد. اولین مسأله را می‌توان با افزایش دادن اندازه رآکتور بسادگی حل کرد، زیرا یک شیء بزرگ نسبت به حجمش از یک شیء کوچک مساحت سطح کمتری دارد. احاطه کردن سوخت واکنش‌پذیر با ماده‌ای که نوترون‌ها را بدون تمایل زیاد در

جذب آنها پراکنده کند نیز سودمند است، به گونه‌ای که بعضی از نوترونهای ظاهر شده منعکس خواهند شد.

برطرف کردن دومین مسأله مشکل‌تراست، زیرا اورانیوم طبیعی فقط ۰/۷ درصد ایزوتوپ قابل شکست ^{235}U دارد. ^{238}U فراوانتر نوترونهای سریع را بغیریت جذب می‌کند، ولی معمولاً با این عمل شکافته نمی‌شود. لکن، ^{238}U برای گیراندازی نوترونهای کند سطح مقطع کوچکی دارد، در صورتی که سطح مقطع ^{235}U برای شکافت القایی کند نوترونی به بزرگی ۵۸۲ بارن است. بدین ترتیب، کند کردن نوترونهای سریع که در شکافت آزاد می‌شوند کمک خواهند کرد تا از جذب بی‌حاصل آنها توسط ^{238}U جلوگیری شود و بطور همزمان شکافتهای بیشتری را در ^{235}U ایجاد کنند.

برای اجرای عمل کند کردن نوترونهای شکافت، اورانیوم موجود در یک رآکتور در یک ظرف^۱ یک تعدیل‌کننده^۲ پخش می‌شود، یعنی ماده‌ای که هسته‌هایش انرژی را از نوترونهای سریع فرودی که با آنها برخورد می‌کنند جذب می‌کنند، بدون آن که میل اضافی به گیراندازی نوترونها داشته باشند. در حالی که مقدار دقیق انرژی از دست رفته توسط یک جسم متحرک که بطورکشان با جسم دیگری برخورد می‌کند به جزییات برهمکنش بستگی دارد، بطور کلی انتقال انرژی یک مقدار بیشینه است وقتی ذرات شرکت‌کننده جرم یکسانی داشته باشند (بخش ۱۳-۲ را ببینید). هر چه اختلاف بین جرمها بیشتر باشد، تعداد برخوردهای مورد نیاز برای کند کردن یک نوترون بیشتر می‌شود و مدت زمانی که در آن خطر گیراندازی غیرتولیدی توسط یک هسته ^{238}U وجود دارد طولانی‌تر می‌شود. سه تعدیل‌کننده که مصرف عمومی دارند عبارتند از: آب معمولی ("سبک")، آب "سنگین"، که مولکولهایش به جای داشتن اتمهای هیدروژن معمولی اتمهای دوتریوم دارند، و گرافیت، نوعی کربن خالص. نوترونهای کند شده، با انرژیهای کمتر از ۱eV در دماهای کارکرد رآکتور نوعی، با تعدیل‌کننده در تعادل گرمایی هستند.

عمل واقعی یک رآکتور وقتی شروع می‌شود که مقدار کافی از ماده قابل شکافت در حضور یک تعدیل‌کننده انباشته می‌شود. یک نوترون سرگردان منفرد - احتمالاً از تابش کیهانی یا از یک شکافت خودبخود - به یک هسته ^{235}U برخورد می‌کند و سبب شکافتن آن می‌شود و دو یا سه نوترون آزاد می‌شوند. این نوترونها در اثر برخوردهایی با هسته‌های تعدیل‌کننده از انرژیهای با چندین MeV به انرژیهای گرمایی کاهش می‌یابند. مدت زمان بین آزادی یک

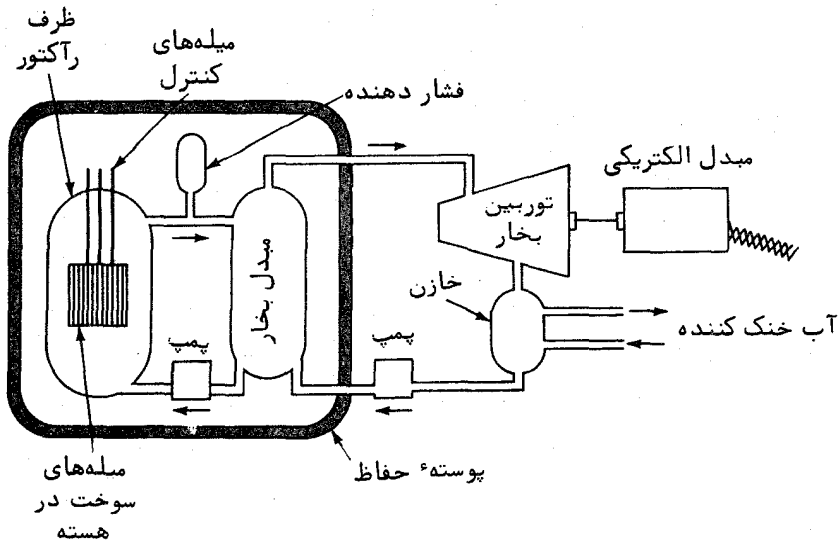
نوترون شکافتی و جذب بعدیش زیر یک میلی ثانیه است. به منظور کنترل میزان واکنش زنجیری رآکتور میله‌های ساخته شده از ماده‌ای نظیر کادمیم یا بر را به کار می‌گیرد که نوترون‌های کند را بسهولت جذب می‌کند. هرچه این میله‌ها بیشتر و بیشتر در رآکتور گذاشته شوند، میزان واکنش بطور تصاعدی میرا می‌شود.

اکثریت رآکتورهای تجارتي امروزی از آب سبک هم به عنوان تعدیل‌کننده و هم به عنوان خنک‌کننده استفاده می‌کنند. هر مولکول آب حاوی دو اتم هیدروژن است که هسته‌های پروتونیش دارای جرم‌های تقریباً "یکسان" با جرم نوترون هستند، بنابراین آب سبک تعدیل‌کننده مؤثری است. لکن، پروتون‌ها تمایل به جذب نوترون‌ها دارند تا دوترون‌ها را درواکنش ${}^1_0\text{n} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^2_1\text{H} + \gamma$ تشکیل دهند. بنابراین، رآکتورهای آب سبک نمی‌توانند از اورانیوم طبیعی به جای سوخت استفاده کنند بلکه اورانیومی لازم دارند که محتوی ${}^{235}\text{U}$ آن چهار برابر یعنی حدود ۳ درصد افزایش داده شده است. چنین اورانیوم غنی شده^۱ را به چندین طریق می‌توان تهیه کرد. تا کنون تقریباً "تمام اورانیوم غنی شده به وسیله فرآیند نفوذ گازی، با عبور گاز هگزافلورید- اورانیوم (UF_6) از میان حدود ۲۰۰۰ سد نفوذپذیر متوالی، تولید شده است. مولکولهای ${}^{235}\text{UF}_6$ نسبت به ${}^{238}\text{UF}_6$ احتمال کمی بیشتر دارند تا به واسطه جرم کوچکترشان از میان هر سد نفوذ کنند و بدین طریق می‌توان به هر درجه از غنی شدن که مورد نظر است رسید. چون نفوذ گازی به تاسیسات عظیم و انرژی زیادی نیاز دارد، یک روش پرخرج است و برای جدا کردن ایزوتوپ سعی شده است با روش مؤثرتر گریز مرکزپیشرفتهای زیادی به دست آید. با وجود این، نگرشهای دیگری تحت بررسی است.

سوخت یک رآکتور آب سبک بشکل اکسید اورانیوم (UO_2) در لوله‌های نازک و بلند ساخته شده از آلایز زیر کونیم جای گرفته است. این لوله‌ها به وسیله میله‌های کنترل متحرک در داخل یک محفظه انباشته می‌شوند، محفظه خود در داخل یک مخزن فشار فولادی جای داده شده است. یک مخزن فشار معمولی دارای ارتفاع ۱۰ متر، قطر داخلی ۳ متر و دیواره‌هایی با ضخامت ۲۰ سانتیمتر است. در یک رآکتور با فشار آب^۲ (PWR)، آبی که در کنار محفظه جریان دارد در فشار کاملاً "بالایی، در حدود ۱۵۰ اتمسفر نگه داشته می‌شود تا از جوشیدن آن جلوگیری شود. آب تقریباً "با دمای 280°C وارد ظرف فشار می‌شود و با دمای حدود 320°C خارج می‌شود. و از یک مبدل حرارتی عبور می‌کند که این مبدل تولید بخار می‌کند و یک توربین را به کار می‌اندازد. (شکل ۱۲-۲۲).

1. Enriched Uranium

2. Pressurized water reactor (PWR)



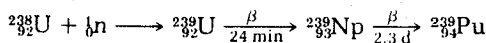
شکل (۱۲-۲۲) طرح اساسی یک رآکتور هسته‌ای با فشار آب - آب هم به عنوان تعدیل کننده و هم به عنوان خنک کننده هسته عمل می‌کند. در یک HTGR بخار در داخل ظرف رآکتور تشکیل می‌شود و سپس برای نیرو دادن به توربین مستقیماً مصرف می‌شود.

در یک رآکتور با آب جوشان (BWR)^۱ فشار پایینتری در حدود ۶۸ اتمسفر در داخل ظرف رآکتور اجازه می‌دهد تا بخار تشکیل شود و این بخار جداگانه از مخزن خارج می‌شود و بدون استفاده از یک مولد بخار مستقل مستقیماً به یک توربین فرستاده می‌شود. BWR از نظر سادگی بر PWR مزیت بیشتری دارد ولی این عیب را دارد که در صورت آلودگی سردکننده به واسطه فرار مواد حاصل از شکافت هسته‌ای از یک میله سوخت نشت کننده، یا به واسطه مواد رنگ‌زدگی که به علت بمبارد مان‌نوترونی رادیواکتیو شده‌اند، یک مانع کمتر در مقابل آلودگی ممکن دنیای خارج وجود دارد. چند صد BWR و PWR برای تولید الکتریکی و برای راندن کشتی در سراسر جهان به کار می‌روند. گرچه هزینه‌های آنها از هزینه‌های تأسیسات سوخت فسیلی بیشتر است ولی هزینه‌های عملکرد آنها کمتر است.

چون دوترونها نسبت به پروتونها احتمال کمتری دارند تا نوترونها را گیر بیندازند، آب سنگین (H_2O)، علی‌رغم جرم دوترونی بیشتر، نسبت به آب سبک، تعدیل‌کننده بهتری است. وقتی که آب سنگین به عنوان تعدیل کننده در یک رآکتور به کار می‌رود، از اورانیوم طبیعی به جای اورانیوم غنی شده به عنوان سوخت می‌توان استفاده کرد. رآکتور CANDU کانادا از این نوع است و از مؤثرترین رآکتورهای غیر زاینده می‌باشد.

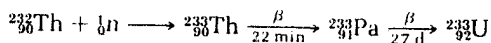
راکتورهای اولیه از جمله درست اولین رآکتور (که در سال ۱۹۴۲ م. در دانشگاه شیکاگو توسط انریکو فرمی، والتر زین^۱ و همکارانش ساخته شد) اورانیوم طبیعی با گرافیت را به عنوان تعدیل کننده به کار می بردند. گرافیت چندین خاصیت دارد که این خواص عدم کارآیی نسبی آن را در کند کردن نوترونها جبران می کنند: ^{12}C فقط یک سطح مقطع کوچکی برای درگیری نوترون دارد، گرافیت خصوصیات مکانیکی خوبی دارد و بسهولت فراهم می شود. اخیراً" گرافیت به عنوان تعدیل کننده در یک HTGR (راکتورگازی) در دمای بالا به کار برده شده است. یک HTGR از گازی نظیر هلیوم برای انتقال حرارت استفاده می کند و نسبت به یک رآکتور آبی می تواند در دماهای خیلی بالاتر کار کند، که مبین بازده حرارتی بالاتری است. یک HTGR در دمای بالا ممکن است در مقایسه با ۳۲ تا ۳۳ درصد برای یک PWR یا BWR، یک بازده کل ۳۹ درصد داشته باشد. ساختن HTGR مشکلتر است ولی تعدادی از آنها در کشورهای مختلف دایرند.

بعضی نوکلیدها که قابل شکافت نیستند می توانند پس از جذب نوترونها به نوکلیدهای قابل شکافت تبدیل شوند. یک نمونه قابل توجه ^{238}U است، که هرگاه یک نوترون جذب کند به ^{239}U تبدیل می شود. ^{239}U به ^{239}Np ، یک ایزوتوپ نپتونیم عنصر فوق اورانیوم ($Z > 92$)، واپاشی بتا می یابد و ^{239}Np به نوبت به ^{239}Pu ، یک ایزوتوپ پلوتونیم، واپاشی بتا می یابد. بدین ترتیب، سری کامل واپاشی عبارت است از



ایزوتوپ پلوتونیم ^{239}Pu قابل شکافت است و می تواند به عنوان یک سوخت رآکتور و برای سلاحها به کار برده شود. ایزوتوپ پلوتونیم به ^{235}U با یک نیمه عمر ۲۴۰۰۰ سال واپاشی آلفا می یابد. پلوتونیم از نظر شیمیایی با اورانیوم فرق دارد و جداسازی آن از باقیمانده ^{238}U پس از تابش نوترون با سهولت بیشتری انجام می شود تا جداسازی ^{235}U از ^{238}U خیلی فراوانتر موجود در اورانیوم طبیعی. عناصر فوق اورانیوم نظیر نپتونیم و پلوتونیم به واسطه نیمه عمرهای نسبتاً "کوتاه خود در زمین دیده نمی شوند حتی اگر این عناصر در ۴/۵ بیلیون سال پیش که زمین به وجود آمد حضور می داشتند، از واپاشی آنها مدت ها گذشته بود. عناصر فوق اورانیوم تا $Z = 106$ به وسیله بمبارد مان نوترونی نوکلیدهای سبک تر تولید شده اند.

علاوه بر ^{238}U یک نوکلید "بارور" دیگر ایزوتوپ توریم ^{232}Th است که تبدیلش به ^{233}U قابل شکافت از طریق ایزوتوپ پروتاکتینیوم ^{233}Pa روی می دهد:



اگر $^{238}_{92}\text{U}$ و/یا $^{238}_{90}\text{Th}$ در یک آرایش رآکتوری مناسب با هم شرکت کنند تا نوترون‌هایی راکه مستقیماً " در رویدادهای شکافت شرکت نمی‌کنند جذب کنند، ماده قابل شکافت جدید به همان مقدار که رآکتور مصرف می‌کند یا بیشتر از آن تولید خواهد شد. این اصلی است که اساس رآکتورهای زاینده را تشکیل می‌دهد. چون $^{238}_{92}\text{U}$ غیر مفید شامل ۹۹/۳ درصد اورانیوم طبیعی است و $^{232}_{90}\text{Th}$ فراوان است، اهمیت رآکتورهای زاینده موجود در دنیایی که منابع انرژی آن رو به زوال است بخوبی آشکار می‌شود. با استفاده گسترده از رآکتورهای زاینده، ذخائر شناخته شده سوخت هسته‌ای به جای دهها سال برای قرن‌ها بعد کافی خواهد بود، وقت کافی برای کامل کردن تکنولوژیهای انرژی جانشینی خواهد داد. از طرف دیگر، کنترل سلاحهای هسته‌ای و دفع تفاله‌های بی‌مصرف مشکلتر خواهد شد.

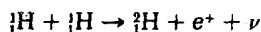
چرخه باروری توریم با نوترونهای کند یک رآکتور گرمایی بیشترین اثر را خواهد داشت. لکن، تبدیل موثر $^{238}_{92}\text{U}$ به $^{239}_{94}\text{Pu}$ به نوترونهای سریع نیاز دارد و یک رآکتور زاینده سریع رآکتوری است که به گونه‌ای طراحی می‌شود تا با شکافتهای القا شده توسط نوترونهای سریع به جای نوترونهای کند کار کند. رآکتورهای زاینده موجود همگی از نوع سریع هستند و آمیخته‌ای از UO_2 و PuO_2 را برای سوخت به کار می‌برند. خنک‌کننده آن سدیم مایع است، گرچه امکان به کار بردن هلیوم برای این منظور در رآکتورهای زاینده آینه در دست بررسی است. سدیم مایع به عنوان یک محیط مادی برای انتقال حرارت موثرتر است ولی واکنش پذیری شیمیایی و رادیواکتیویته‌ای که در اثر تابش نوترونی در آن ایجاد می‌شود مسائل جدی را بوجود می‌آورد. (وقتی که ایزوتوپ سدیم $^{23}_{11}\text{Na}$ یک نوترون جذب می‌کند، به $^{24}_{11}\text{Na}$ تبدیل می‌شود که بتای فعال با یک نیمه عمر ۱۴/۹h است.) برای جلوگیری از آلوده کردن سیستم مولد بخار در صورت نشت سدیم، یک حلقه خنک‌کننده سدیم مایع بینابین، میان حلقه اولیه‌ای که از هسته رآکتور می‌گذرد و مولد بخار به کار برده می‌شود.

۱۲-۱۲ انرژی حرارتی هسته‌ای

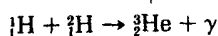
واکنش انرژی‌زای^۱ اساسی در ستارگان — و از این رو منبع تقریباً تمام انرژی در جهان — همجوشی هسته‌های هیدروژن به هسته‌های هلیوم است. این همجوشی می‌تواند در شرایط ستاره‌ای بصورت دوسری متفاوت از فرآیندها روی دهد. در یکی از آنها، یعنی چرخه پروتون — پروتون، برخورد های مستقیم پروتون‌ها موجب تشکیل هسته‌های سنگین‌تر می‌شوند که این

هسته‌های سنگین با هم به نوبه خود هسته‌های هلیوم را به بار می‌آورند. دیگری، چرخه کربن، یک سری از مراحل است که در آنها هسته‌های کربن یک رشته از پروتونها را جذب می‌کنند تا این که سرانجام ذرات آلفایی را به بیرون پرتاب کنند و مجدداً به هسته‌های کربن تبدیل شوند.

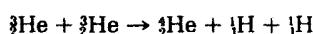
واکنش اولیه در چرخه پروتون - پروتون عبارت است از



شکل‌گیری دوترونها به وسیله ترکیب مستقیم دو پروتون همراه با گسیل یک پوزیترون. از این رو، یک دوترون ممکن است به یک پروتون ملحق شود تا یک هسته ${}^3_2\text{He}$ را تشکیل دهند:

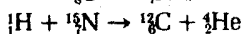
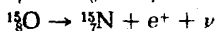
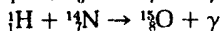
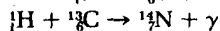
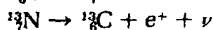
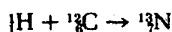


سرانجام دو هسته ${}^3_2\text{He}$ از خود واکنش نشان می‌دهند تا یک هسته ${}^4_2\text{He}$ بعلاوه دو پروتون تولید کنند:



انرژی ظاهر شده کل عبارت است از $c^2 (\Delta m)$ ، که در آن Δm اختلاف جرم بین چهار پروتون و جرم یک ذره آلفا بعلاوه دو پوزیترون است. معلوم شده است که این انرژی $24/7 \text{ MeV}$ است. شکل ۱۲-۲۳ توالی کامل تبدیل را نشان می‌دهد.

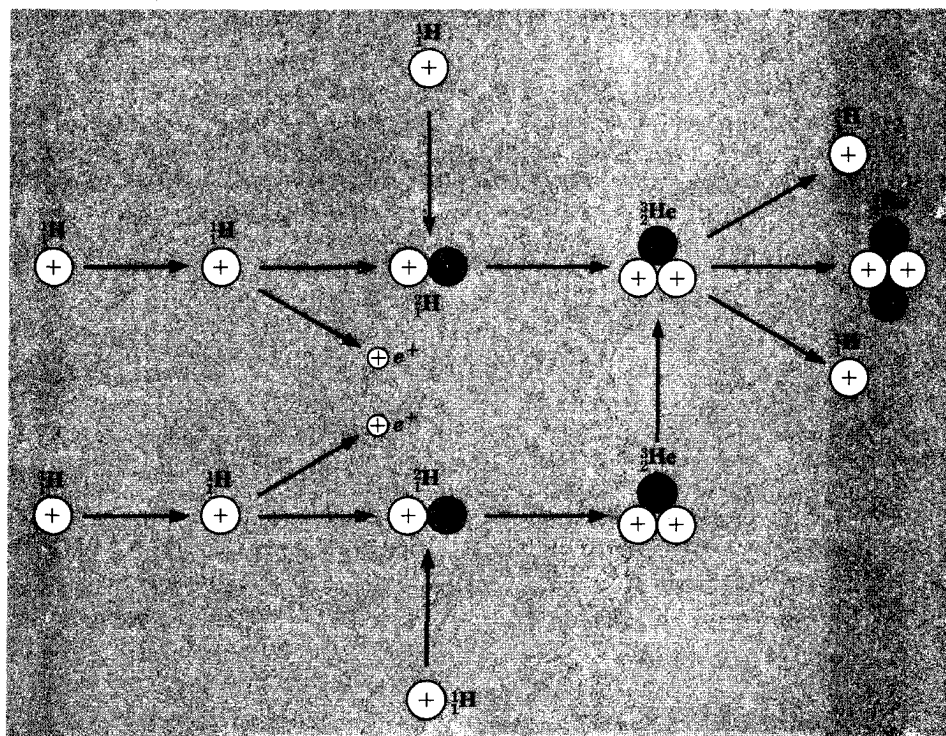
چرخه کربن بطریق ذیل عمل می‌کند



چرخه کربن

نتیجه دقیق یک بار دیگر عبارت است از شکل‌گیری یک ذره آلفا و دو پوزیترون از چهار پروتون با ظاهر شدن $24/71 \text{ MeV}$ ، ${}^{12}_6\text{C}$ اولیه به عنوان نوعی کاتالیزور برای فرآیند عمل می‌کند، زیرا که سرانجام دوباره ظاهر می‌شود (شکل ۱۲-۲۴).

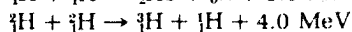
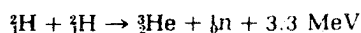
واکنشهای همجوشی خودنگهدار می‌توانند فقط در دما و فشار خیلی زیاد روی دهند تا مطمئن سازند که هسته‌های شرکت‌کننده علی‌رغم نیروی رانشی الکتریکی متقابلشان انرژی کافی برای واکنش را دارند و همچنین مطمئن سازند که واکنشها بحد کافی مکرراً روی می‌دهند تا کاهشهای انرژی داده شده به محیط را متعادل کنند. درونهای ستاره‌ای این مشخصات را برآورده می‌کنند. بازدهی‌های چرخه‌های پروتون - پروتون و کربن بطور مختلف با دما تغییر می‌کنند، و چرخه پروتون - پروتون بیشتر در ستارگانی روی می‌دهد که دماهای داخلی شان زیر $10^8 \times 1/6$ K است. در حالی که ستارگان داغتر از این بیشتر انرژی شان را از چرخه کربن به دست می‌آورند.

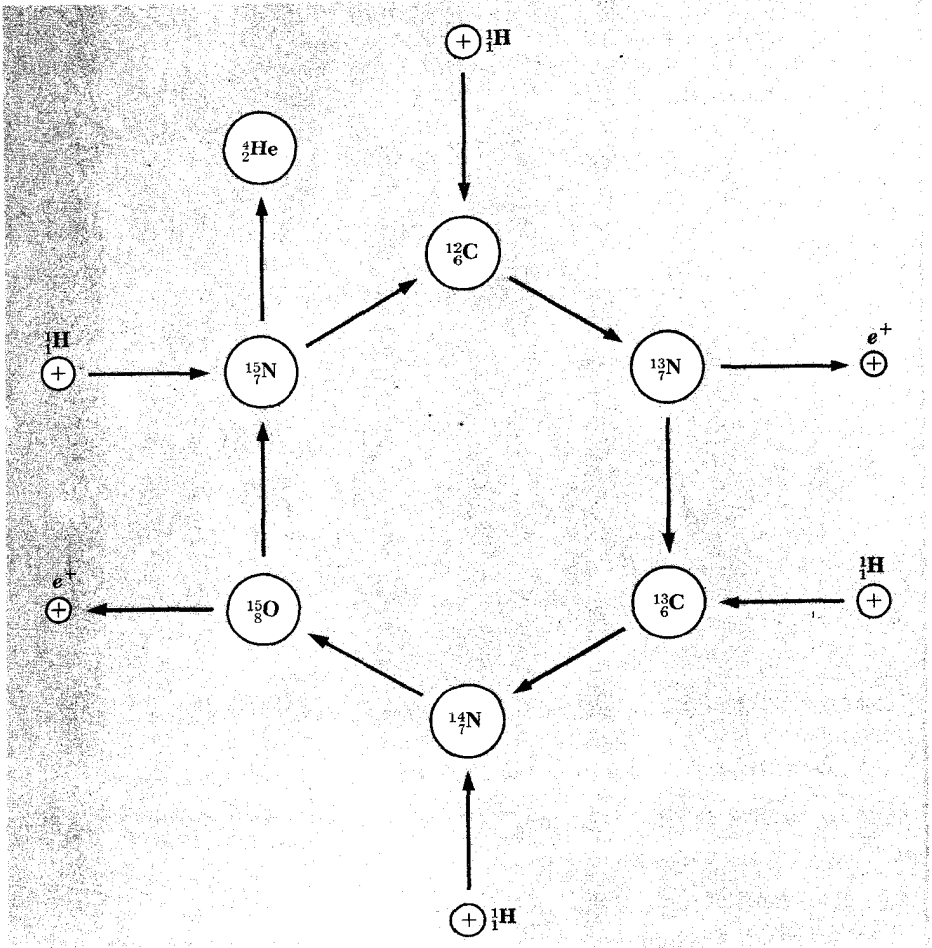


شکل (۱۲-۲۳) چرخه پروتون - پروتون . این چرخه یکی از دو رشته واکنش هسته‌ای است که در ستارگانی روی می‌دهند که مستلزم چهار هسته تیدروژن هستند تا یک هسته هلیوم همراه با ظهور مقداری انرژی را تشکیل دهند .

درخورشید ، که دمای مرکزیش گمان می‌رود $1.5 \times 10^7 K$ باشد ، چرخه پروتون - پروتون علت ۹۰ درصد انرژی تولید شده است .

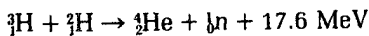
انرژی آزاد شده در همجوشی هسته‌های سبک به هسته‌های سنگینتر اغلب انرژی حرارتی هسته‌ای نامیده می‌شود ، بویژه وقتی که همجوشی تحت کنترل انسان روی می‌دهد . در روی زمین چرخه پروتون - پروتون و چرخه کربن هیچ‌کدام امیدی از کاربرد عملی را عرضه نمی‌کنند زیرا چندین مرحله آن حتی در دماها و چگالیهای بالا به وقت زیادی نیاز دارد . دو واکنش همجوشی که به نظر می‌رسند به عنوان منابع انرژی زمینی مایه امیدواری باشند ، عبارتند از ترکیب مستقیم دو دوترون به یکی از دو راه ذیل





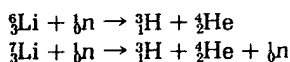
شکل (۱۲-۲۴) چرخه کربن نیز مستلزم ترکیب چهار هسته هیدروژن است تا یک هسته هلیوم همراه با ظهور مقداری انرژی تشکیل دهد. هسته $^{12}_6\text{C}$ به وسیله سری واکنشها عوض نمی شود.

راه دیگر، ترکیب مستقیم یک دوترون و یک تریتون برای تشکیل یک ذره آلفا است،



واکنش اخیر نسبت به واکنشهای دیگر در دماهای نسبتاً پایین دارای مزیت بازده بالاتری است و بنابراین احتمالاً در اولین راکتورهای همجوشی به کار برده خواهد شد. سرمایه گذاری در زمینه انرژی حرارتی هسته ای مستلزم داشتن منابع ارزان و فراوان

دوتریوم و تریتیوم است. در مورد دوتریوم، چنین منبعی آب دریا است که ۰/۰۱۵ درصد دوتریوم دارد - کلاً "حدود" 10^{15} تن در اقیانوسهای زمین. مقدار تریتیوم موجود در آب دریا آن قدر کم است که استخراج آن از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه نیست ولی با بمباردمان نوترونی دوایزوتوپ موجود در لیتیم طبیعی می‌توان آن را تولید کرد:

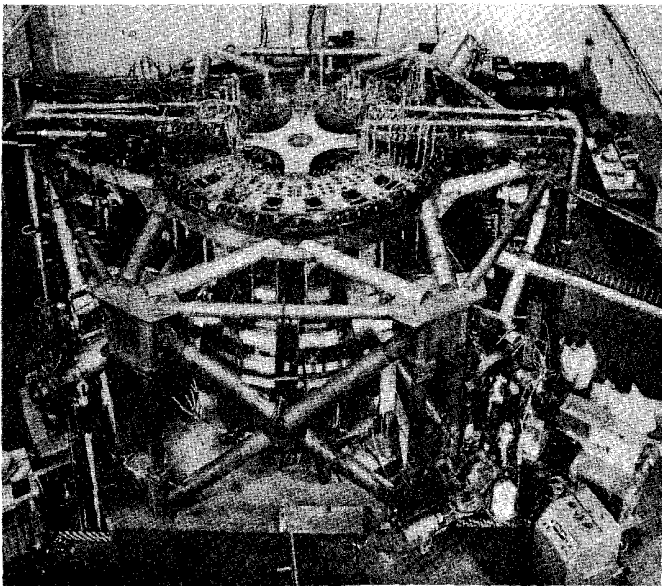


در حقیقت، تریتیوم مورد نیاز می‌تواند به وسیله خود واکنش همجوشی ایجاد شود که این عمل با فراهم کردن یک پوشش لیتیومی برای جذب نوترونهای آزاد شده در حین عمل رآکتور صورت می‌گیرد. با به‌گردش درآوردن لیتیم مایع که توسط نوترونها گرم می‌شود، بین رآکتور و یک مبدل بخار می‌توان از آن برای استخراج انرژی ایجاد شده نیز استفاده کرد.

مسأله مهم در استخراج انرژی حرارتی هسته‌ای یافتن یک وسیله مؤثرتر از روش بمباردمان یک هدف با ذراتی از یک شتاب دهنده برای پیشرفت واکنشهای همجوشی است، زیرا مقدار انرژی که شتاب دهنده به هنگام کار مصرف می‌کند از مقدار انرژی که در اثر رویداد واکنشهای نسبه "کم در هدف آزاد می‌شود به مراتب بیشتر است. آنچه که باید انجام شود گرم کردن دوتریوم یا آمیزه دوتریوم - تریتیوم تا دمای نسبه "زیاد برای هسته‌های منفرد است تا انرژی جنبشی کافی برای نزدیک شدن به یکدیگر را داشته باشند و علی‌رغم نیروی رانشی متقابل آنها بر یکدیگر اثر کنند. از آن جا که انرژیهای جنبشی متوسط 10 keV یا چیزی در این حدود برای یک احتمال واکنش معقول، لازم است، یعنی دماهایی تقریباً 10^8 K - هستند و رسیدن به یک چگالی ذره‌ای n بقدر کافی بالا در یک مدت نسبه "طولانی τ در یک پلاسمای داغ برای به دست آوردن یک انرژی خالص، کار مشکلی است. معیار شرط اخیر این است که $n\tau$ باید حداقل $10^{20} \text{ m}^{-3} \text{ s}$ باشد. علاوه بر درونهای ستاره‌ای، ترکیب مورد نیاز دما، چگالی و زمان منظور شده در انفجار یک بمب ("اتمی") شکافتی روی می‌دهد و ادغام این اجزاء برای همجوشی در چنین بمبی به یک سلاح خیلی مخرب تر (بمب "تیدروژنی") منجر می‌شود.

یک راه آزادسازی کنترل شده انرژی همجوشی عبارت است از جا دادن پلاسمای واکنشی در یک میدان مغناطیسی قوی؛ یک ظرف جامد سودمند نخواهد بود زیرا تماس با آن پلاسما را آلوده خواهد کرد. یک میدان مغناطیسی به شکل یک چنبر (شکل تیوپ لاستیک) به نظر می‌رسد بیشترین تضمین را داشته باشد، با یک طرح روسی به نام توکامک^۱ که به عنوان مدلی

در کوششهای جاری در حبس مغناطیسی به کار می‌رود. یک راه نسبه " متفاوت که مورد بررسی است ایجاب می‌کند که برای حرارت دادن و متراکم کردن قرصهای ریزدوتریوم - تریتیوم از باریکه‌های انرژی استفاده شود. در اثر، نتیجه حاصل عبارت است از یک انفجار بمب‌فیدروژنی خیلی کوچک که تسلسل آنها یک جریان پایدار انرژی فراهم خواهد کرد. باریکه‌های لیزر برای این منظور بیشترین توجه را جلب کرده‌اند ولی باریکه‌های الکترون و پروتون نیز امیدبخشند. گرچه تکنولوژی رآکتور همجوشی هنوز نسبت به تکنولوژی رآکتورهای شکافت در مراحل ابتدایی است، ولی مزیت‌های انرژی حرارتی هسته‌ای - سوخت سهل‌الوصول، عدم امکان استفاده برای مقاصد نظامی، تولید نسبه " ناچیز تفاله‌های رادیواکتیو - آن چنان است که ممکن است بتواند بسیاری از نیازهای جهان در قرنهای بعد را بخوبی تأمین کند.



چمبر بزرگ پرنیستون (PLT) وسیله‌ای است که برای تحقیق در انرژی حرارتی هسته‌ای به کار برده می‌شود. این وسیله بر اساس یک طرح روسی به نام توکامک در دانشگاه پرنیستون قرار دارد. در PLT یک گاز یونیده خیلی داغ در محفظه‌ای به قطر $3/65$ متر دور از دیواره‌های آن نگهداشته می‌شود که در آن جا این گاز سرد می‌شود و ناخالصیهای آن به وسیله میدانهای مغناطیسی قوی گرفته می‌شود. گاز یونیده موجود در یک رآکتور توکامک باید بگونه‌ای الکتریکی تا حدود 100 میلیون K حرارت داده شود تا واکنشهای همجوشی هسته‌ای کافی برای ایجاد یک بازده انرژی با ارزش روی دهد.

(جرمها در واحدهای جرم اتمی اتمهای خنثای نوکلیدهای ذکر شده ذیل عبارتند از:

^1H , 1.007825; ^3H , 3.016050; ^3He , 3.016030; ^4He , 4.002603; ^7Li , 7.0160; ^9Be , 7.0169; ^{10}B , 10.0129; ^{12}B , 12.0144; ^{12}C , 12.0000; ^{13}C , 13.0034; ^{14}N , 14.0031; ^{15}N , 15.0001; ^{16}O , 15.0031; ^{18}O , 15.9949; ^{17}O , 16.9994.

جرم نوترون 1.008665u است. جرمهای اتمی عناصر در جدول ۷-۱ نوشته شده‌اند.)

- ۱- تریتیوم (^3H) در مقابل واپاشی بتا دارای یک نیمه‌عمر $12/5$ سال است. چه‌کسری از یک نمونه تریتیوم پس از 25 سال بصورت واپاشی نشده باقی خواهد ماند؟
- ۲- محتملترین انرژی یک نوترون حرارتی در دمای اتاق 0.025eV است. در طی چه فاصله‌ای نصف یک باریکه با نوترونهایی به انرژی 0.025eV واپاشیده خواهد شد؟ نیمه‌عمر نوترون $10/8$ دقیقه است.
- ۳- نیمه عمر ^{24}Na 15 ساعت است. چه مدت طول می‌کشد تا 80% یک نمونه از این نوکلید واپاشیده شود؟
- ۴- فعالیت یک رادیو نوکلید مشخص به 15 درصد مقدار اولیه‌اش در 10 روز کاهش می‌یابد. نیمه عمر آن را پیدا کنید.
- ۵- یک گرم ^{226}Ra دارای یک فعالیت تقریباً 1 Ci است. با توجه به این مسأله نیمه عمر ^{226}Ra را تعیین کنید. (فرض کنید جرم اتمی در واحدهای جرم اتمی مساوی با عدد جرمی در مسائل ۵ تا ۱۰ است).
- ۶- جرم یک میلی‌کوری ^{214}Pb مساوی 10^{-14}kg است. ثابت واپاشی ^{214}Pb را پیدا کنید.
- ۷- نیمه‌عمر ^{238}U در مقابل واپاشی آلفا $4/5 \times 10^9$ سال است. فعالیت $1\text{ گرم } ^{238}\text{U}$ را پیدا کنید.
- ۸- ایزوتوپ پتاسیم ^{40}K واپاشی بتا را با یک نیمه عمر $1/83 \times 10^9$ سال سپری می‌کند. تعداد واپاشیهای بتا که در هر ثانیه در یک گرم ^{40}K خالص روی می‌دهد پیدا کنید.
- ۹- نیمه عمر گسیل کننده آلفا برای ^{210}Po 138 روز است. چه جرمی از ^{210}Po برای یک چشمه 1 mCi لازم است؟
- ۱۰- انرژی ذرات آلفای گسیل شده توسط ^{210}Po ، 5.3 MeV است. (الف) چه جرمی از ^{210}Po لازم است تا یک سلول ترموالکتریک با توان خروجی 1 W را تقویت کند، اگر بازده تبدیل انرژی 8 درصد باشد؟ (ب) توان خروجی پس از یک سال چه قدر خواهد بود؟
- ۱۱- فعالیت رادیوکرین نسبی در یک قطعه ذغال از بقایای یک آذرگاه قدیمی $0/18$

فعالیت رادیوکربن نوع فعلی می باشد. چند سال پیش در این آذرگاه آتش بوده است؟

- ۱۲- جرم اتمی $^{226}_{88}\text{Ra}$ ، 226.02536u و انرژی آزاد شده در واپاشی آلفای آن 4.87 MeV است. (الف) نوکلید دختر را مشخص و جرم اتمی آن را پیدا کنید. (ب) انرژی ذره آلفا و انرژی پس زنی هسته دختر را پیدا کنید. (ج) اگر ذره آلفا دارای انرژی حالت (ب) در درون هسته باشد، چه تعداد از طول موجهای دبروی آن در داخل هسته جای می گیرند؟ (د) ذره آلفا در هر ثانیه چند بار به مرز هسته ای برخورد می کند؟

۱۳- چرا ^7_4Be به جای این که به وسیله گسیل پوزیترون واپاشیده شود، بطور ثابت به وسیله گیراندازی الکترون واپاشیده می شود؟ توجه داشته باشید که ^7_4Be از ^7_3Li یک الکترون اتمی بیشتر دارد.

- ۱۴- بیشینه انرژی الکترونهای گسیل شده در واپاشی بتای $^{12}_5\text{B}$ را محاسبه کنید.
- ۱۵- در تمام موارد، گسیل پوزیترون شبیه گسیل الکترون است، بجز این که شکلهای طیفهای انرژی مربوطه شان متفاوت است. تعداد الکترونهای گسیل شده با انرژی کم، زیاد است ولی تعداد اندکی پوزیترون با انرژی کم وجود دارد. بدین ترتیب، میانگین انرژی الکترون در واپاشی بتا حدود $0.3 K_{\max}$ است، در صورتی که میانگین انرژی پوزیترون حدود $0.4 K_{\max}$ می باشد. آیا می توانید دلیل ساده ای برای این اختلاف پیشنهاد کنید؟

۱۶- وقتی که یک هسته برانگیخته یک فوتون پرتو گاما گسیل می کند، مقداری از انرژی برانگیختگی به انرژی جنبشی پس زنی هسته تبدیل می شود. (الف) با کمک حل مسأله ۲۳ فصل ۴، نسبت بین انرژی پس زنی و انرژی فوتون را وقتی که هسته یک اتم به جرم 200u یک پرتو گامای 2 MeV گسیل می کند، پیدا کنید. (ب) طول عمر یک حالت هسته ای برانگیخته عملاً در حدود 10^{-14} ثانیه است. عدم قطعیت مطابق با انرژی حالت برانگیخته را با انرژی پس زنی مقایسه کنید. (مسأله ۲۷ فصل ۲ را نگاه کنید تا ببینید چگونه اثر موسبائر می تواند پس زنی هسته ای را به حداقل برساند.)

۱۷- با کمک شکل ۱۱-۱۳، حالت پایدار و پایینترین حالت برانگیخته سی و نهمین پروتون موجود در $^{89}_{39}\text{Y}$ را پیدا کنید. این اطلاعات را به کاربرید تا ایزومری $^{89}_{39}\text{Y}$ را علاوه واقعیت ذکر شده در بخش ۶-۱ که تحولات تابشی بین حالتها با اندازه حرکتهای زاویه ای خیلی متفاوت بی نهایت غیر محتملند، را بیان کنید.

- ۱۸- یک تیغه جذب کننده دقیقاً "یک پویش آزاد متوسط برای باریکه ای از ذرات فرودی ضخامت دارد. چند درصد از ذرات از تیغه خارج خواهند شد؟
- ۱۹- سطوح مقطع برای واکنشهای هسته ای القایی پروتونی و نوترونی قابل مقایسه، تقریباً "به روش نشان داده شده در شکل ۱۲-۲۵ با انرژی تغییر می کنند. چرا با افزایش انرژی

سطح مقطع نوترون کاهش می‌یابد در حالی که سطح مقطع پروتون افزایش می‌یابد؟

۲۰- تقریباً " در هر متر مکعب آلومینیم جامد $10^{28} \times 6$ اتم وجود دارد. باریکه‌ای از نوترونهای با انرژی 5 MeV بر یک ورقه آلومینیم ضخامت 1 mm فرود می‌آیند. اگر سطح مقطع گیراندازی برای نوترونهای این انرژی در آلومینیم $10^{-31} \times 2$ باشد، کسر نوترونهای فرودی گیرانداخته را پیدا کنید.

۲۱- سطح مقطع گیراندازی ^{59}Co برای نوترونهای حرارتی 37 بارن است. (الف) چه درصدی از یک باریکه نوترونهای حرارتی به یک ورقه 1 میلی‌متری ^{59}Co نفوذ خواهد کرد؟ چگالی ^{59}Co عبارت است از $10^3 \text{ kg/m}^3 \times 0.8/9$ (ب) پویش آزاد متوسط نوترونهای حرارتی در ^{59}Co چیست؟

۲۲- سطح مقطع برای اندرکنش یک نوترینو با ماده $47 \text{ m}^2 - 10$ است. پویش آزاد متوسط نوترینوها در آهن جامد را پیدا کنید، چگالی آهن $10^3 \text{ kg/m}^3 \times 7/8$ و جرم اتمی متوسط آن $55/9$ است. جواب را بر حسب سال نوری بیان کنید، یعنی بر حسب مسافتی که نور در فضای آزاد در یک سال می‌پیماید.

۲۳- ایزوتوپ ^1B نوترونها را در یک واکنش (n, α) - نوترون فرودی، ذره α لای خروجی - که سطح مقطع آن برای نوترونهای حرارتی $10^3 \times 4$ است، گیر می‌اندازد. چگالی ^1B عبارت است از $10^3 \times 2/2 \text{ kg/m}^3$. ضخامت ^1B چقدر باید باشد تا ۹۹ درصد یک باریکه فرودی نوترونهای حرارتی را گیر اندازد؟

۲۴- کمینه انرژی در سیستم آزمایشگاهی را که یک نوترون باید داشته باشد تا واکنش زیر را شروع کند پیدا کنید.

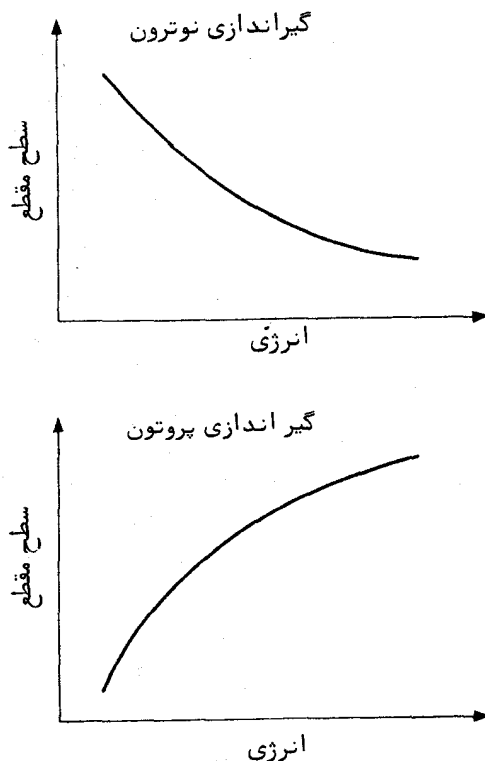


۲۵- کمینه انرژی در سیستم آزمایشگاهی را که یک پروتون باید داشته باشد تا واکنش زیر را شروع کند، پیدا کنید.



۲۶- کمینه انرژی جنبشی در سیستم آزمایشگاهی را که یک پروتون باید داشته باشد تا واکنش $^{15}\text{O} (p, n) ^{15}\text{N}$ روی دهد پیدا کنید.

۲۷- (الف) ذره‌ای به جرم m_A و انرژی جنبشی K_A به هسته ساکنی به جرم m_B برخورد می‌کند تا یک هسته مرکب به جرم m_C تولید کند. انرژی برانگیختگی هسته مرکب را بر حسب m_A ، m ، K_A و مقدار Q واکنش بیان کنید. (ب) یک حالت برانگیخته در ^{16}O در یک انرژی $16/2 \text{ MeV}$ روی می‌دهد. انرژی جنبشی مورد نیاز یک پروتون برای تولید یک هسته ^{16}O در این حالت انرژی توسط واکنش با یک هسته ^{15}N ساکن را پیدا کنید.



شکل (۱۲-۲۵) سطوح مقطع گیراندازی پروتون و نوترون به‌گونه‌ای متفاوت با انرژی ذره تغییر می‌کنند.

۲۸- ستارگان قدیمی بخشی از انرژی‌شان را از راه همجوشی سه ذره α به دست می‌آورند تا یک هسته ^{12}C تشکیل دهند. یک چنین واکنشی چه مقدار انرژی می‌دهد؟

۲۹- نیروی رانشی الکتریکی بین دوترون‌ها وقتی بیشینه است که فاصله آنها 5 fm باشد. (الف) دمایی را پیدا کنید که در آن دوترون‌های موجود در یک پلازما دارای انرژی‌های متوسط کافی برای فرار از چنین سد پتانسیلی باشند. (ب) واکنش‌های حرارتی هسته‌ای بین دوترون‌ها می‌توانند در دماهایی روی دهند که بطور قابل ملاحظه‌ای زیر دمای فوق است. آیا می‌توانید دو دلیل برای آن بیان کنید؟

۳۰- نشان دهید که انرژی موجود در دوتریوم مقدار معینی از آب دریا 10 برابر بیشتر از انرژی آزاد شده در اثر احتراق همان مقدار بنزین است، که حرارت احتراقش 11300 kcal/kg می‌باشد. در حدود $15/0$ درصد ثیدروژن آب دریا دوتریوم است.

فیزیک ذره‌ای

- ۱-۱۳ برهمکنشهای ذرات باردار
- ۲-۱۳ تعادل گرمایی نوترون
- ۳-۱۳ جذب پرتو گاما
- ۴-۱۳ آشکارسازهای ذره
- ۵-۱۳ ردیاب‌ها
- ۶-۱۳ لیتونها
- ۷-۱۳ هادرونها
- ۸-۱۳ اعداد کوانتومی ذره بنیادی
- ۹-۱۳ اسپین ایزوتوپی
- ۱۰-۱۳ تقارن‌ها و اصول پایستگی
- ۱۱-۱۳ کوارک‌ها
- ۱۲-۱۳ برهمکنشهای بنیادی

فیزیک ذره‌ای

(ماده معمولی از پروتونها، نوترونها و الکترونها تشکیل شده است و در نگاه اول این ذرات برای توجیه ساختار جهان اطراف ما کافی به نظر می‌رسند. ولی تمام نوکلیدها پایدار نیستند و برای آن که واپاشی بتا صورت گیرد وجود نوترینوها ضروری است - در حقیقت، بدون نوترینوها، توالیهای واکنش که به ستارگان قدرت می‌دهند و به پیدایش عناصر سنگینتر از هیدروژن منجر می‌شوند نمی‌توانستند روی دهند. به علاوه، همان گونه که در فصل ۱۱ بحث شد، برهمکنش الکترومغناطیسی بین ذرات باردار به فوتونهایی به عنوان حامل برهمکنش نیاز دارد و برهمکنش بویژه هسته‌ای بین نوکلئونها برای همان منظوریاز به پیونها دارد. تا این جا مطلب درست است جز این که، اضافه بر این فهرست که به نظر می‌رسد وظایف تمام اعضایش پروشنی معین شده است، چند صد ذره "بنیادی" دیگر در سالهای اخیر کشف شده‌اند که همه آنها پس از ایجاد شدن در برخوردهای پراثری بین ذرات دیگر سریعاً واپاشیده می‌شوند. روشن شده است که بعضی از این ذرات از ذرات دیگر بنیادی‌ترند و این که ذرات دوم احتمالاً ترکیباتی از یک تعداد خیلی کوچکتر از ذرات نسبتاً "غیر معمولی بنام کوارکها هستند که تا کنون بصورت جداگانه آشکار نشده‌اند (و ممکن است هرگز آشکار نشوند).

ذرات متفاوت به طرق مختلف با ماده برهمکنش دارند. این برهمکنشها که در اولین بخش این فصل بررسی می‌شوند از یک دیدگاه عملی مهم هستند زیرا آنها اساس کاربرد انواع مختلف تابش در تحقیق، صنعت و داروسازی می‌باشند. پس از کسب دانشی در مورد این که چگونه ذرات و فوتونها انرژی از دست می‌دهند، می‌توان روشهای آشکار کردن آنها را که درک فعلی ما از پدیده‌های ذره بنیادی را امکان پذیر ساخته‌اند، بررسی کرد.

۱-۱۳ برهمکنشهای ذرات باردار

ذرات باردار سنگین، نظیر پروتونها، دوترونها و ذرات آلفا در حین عبور از ماده عمده در اثر برهمکنشهای الکتریکی با الکترونهای اتمی انرژی از دست می‌دهند. الکترونها یا به حالتیای برانگیخته برده می‌شوند یا بیشتر اوقات کلاً از اتمهای مادرشان جدا می‌شوند. بسیاری از الکترونهای پس زده شده انرژی کافی دارند تا اتمهایی را در طول مسیرهای خود

یونیزه کنند. چون جرم ذره فرودی از جرم یک الکترون خیلی بزرگتر است، ذره فرودی در واقع در اثر برهمکنشها منحرف نمی‌شود و بتدریج کند می‌شود تا این که متوقف می‌گردد (یا در یک واکنش هسته‌ای با یک هسته در مسیرش درگیر می‌شود، همان‌گونه که در فصل ۱۲ بحث شد).

میزان dE/dx — از فرمول زیر به دست می‌آید که در این فرمول یک ذره سنگین با بار ze و تندی v در یک جذب کننده با عدد اتمی Z که در حجم واحد N اتم دارد و انرژی یونیزاسیون متوسط آن I است انرژی از دست می‌دهد.

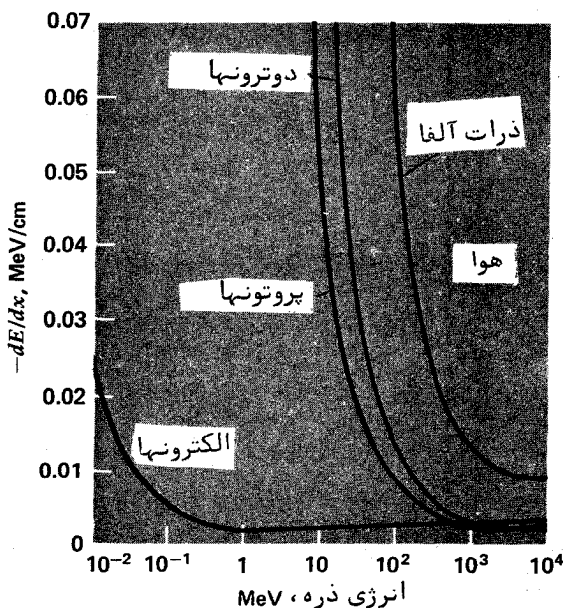
$$-\frac{dE}{dx} = \frac{z^2 e^4 N Z}{4 \pi \epsilon_0^2 m_0 v^2} \left[\ln \left(\frac{2 m_0 v^2}{I} \right) - \ln \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{v^2}{c^2} \right] \quad (1-13)$$

افت انرژی در جذب کننده

در این فرمول m_0 جرم در حال سکون الکترون است. جرم ذره فرودی ظاهر نمی‌شود. برای ذراتی با تندیهای کمتر از حدود $c/6$ ، عبارتهای نسبیتی شامل v/c تقریباً حذف می‌شوند و می‌توانند نادیده گرفته شوند. چون سازه $1/v^2$ با v سریعتر از $\ln(2m_0 v^2/I)$ تغییر می‌کند، میزان افت انرژی $-dE/dx$ — نخست با افزایش انرژی تقریباً "بصورت $1/E$ کاهش می‌یابد. بتدریج که v به c نزدیک می‌شود، عبارتهای نسبیتی مهمتر می‌شوند و از این رو میزان افت انرژی با زیاد شدن انرژی افزایش می‌یابد. $-dE/dx$ — کمینه‌ای در حدود $3M_0 c^2$ دارد، که در آن $M_0 c^2$ انرژی سکون ذره فرودی است. این کمینه در شکل ۱۳-۱ آشکار است که میزان افت انرژی را بر حسب واحد MeV/cm در مقابل انرژی بر حسب واحد MeV برای ذرات مختلف در هوا نشان می‌دهد. (منحنی برای الکترونها از معادله ۱۳-۱ متابعت نمی‌کند، همان‌گونه که بعداً "بحث خواهد شد.) میزان کمینه افت انرژی برای ذرات آلفا چهار برابر بزرگتر از میزان کمینه افت انرژی برای ذرات بارداریک بار است زیرا $-dE/dx$ — با مجذور بار ذره متناسب است. یک ذره باردار که انرژی اولیه‌اش E می‌باشد، دارای بردی در یک ماده خاص بصورت ذیل است

$$R = \int_E^0 \frac{dE}{-dE/dx} \quad (2-13)$$

انتگرال‌گیری باید بصورت عددی انجام شود. شکل ۱۳-۲ نتیجه حاصل برای پروتونها در هوا را نشان می‌دهد. اغلب برد ذره بر حسب جرم در مساحت واحد جذب کننده مورد نیاز برای متوقف کردن ذره مشخص می‌شود که معادل ρR است که در آن ρ چگالی جذب کننده است. مثلاً "برد یک پروتون 4 MeV در مس $56.05/0$ سانتیمتر است. چون چگالی مس 8.93 g/cm^3 است، این برد همچنین می‌تواند بصورت ضخامت زیر بیان شود.

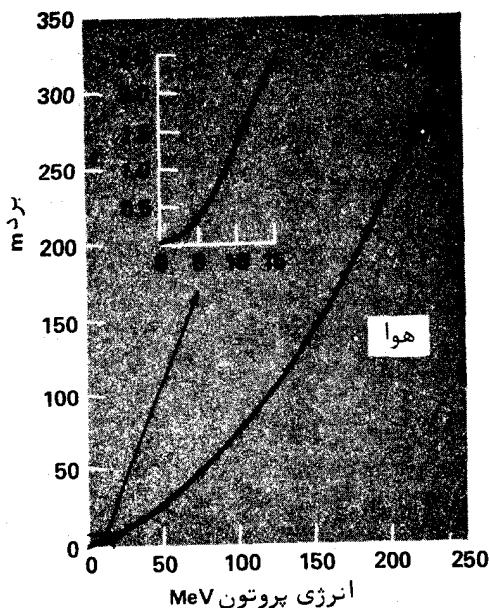


شکل (۱۳-۱) میزان افت انرژی در هوای سطح دریا برای ذرات با دارا مختلف با انرژیهای تا 10^4 MeV.

$$\rho R = 8.93 \text{ g/cm}^3 \times 0.0056 \text{ cm} = 0.05 \text{ g/cm}^2 = 50 \text{ mg/cm}^2$$

امتیاز بیان برد به این روش این است که، عملاً "اندازه گرفتن جرم و مساحت یک ورق نازک آسانتر از اندازه گرفتن ضخامت آن است."

جرم کوچک یک الکترون یعنی این که اثرهای مشخصی که در مسیر حرکتش از داخل ماده روی می دهند مهم هستند گرچه این اثرها در مورد ذرات سنگین نظیر پروتونها ناچیزند. مثلاً، "یک ذره سنگین فقط درصد خیلی کوچکی از انرژی را در هر اندرکنش با یک الکترون اتمی در مسیرش از دست می دهد، نوعاً "چند صد eV برای یک ذره که انرژی ممکن است میلیونها eV باشد. افت و خیزهای تصادفی در مقدار انرژی از دست رفته در هر برهمکنش روی هزاران برهمکنشی که در حین کردن ذره روی می دهند مقدار متوسط گرفته می شود و در نتیجه تمام عضوهای یک باریکه از چنین ذرات تک انرژی تقریباً "دارای یک برد هستند. با وجود این، وقتی که ذره فرودی یک الکترون است، کسر بزرگی از انرژی می تواند در یک برهمکنش واحد با الکترون دیگری تلف شود. (یک توپ بیلارد در حال حرکت می تواند حتی انرژی جنبشی کل خود را به یک توپ ساکن یا همان جرم منتقل کند، اما اگر جرم توپ در حال



شکل (۲-۱۳) برد پروتون‌ها با انرژیهای اولیه تا ۲۵۰ MeV در هوای سطح دریا .

حرکت ۲۰۰۰ برابر بزرگتر باشد، همچون برخورد یک پروتون با یک الکترون، بیشینه انرژی که انتقال می‌یابد فقط ۲/۵ درصد است. بدین ترتیب طول مسیر الکترون‌ها با انرژیهای اولیه یکسان ممکن است به مقدار قابل توجهی تغییر کند. بعلاوه، الکترون‌ها نسبت به ذرات سنگین با سهولت خیلی بیشتری پراکنده می‌شوند که خطای بیشتری را در ضخامت یک جذب‌کننده مورد نیاز برای متوقف کردن الکترون‌ها با یک انرژی مفروض وارد می‌کند.

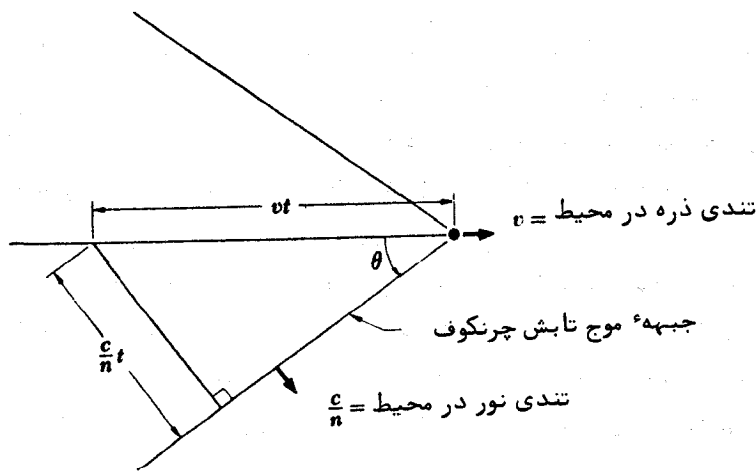
همان گونه که در بخش ۲-۴ ذکر شد، هر وقت یک بار الکتریکی شتاب داده شود تابش الکترومغناطیسی بنام "تابش ترمزی" ایجاد می‌شود. افت انرژی در نتیجه تابش ترمزی برای الکترون‌ها مهمتر است تا برای ذرات سنگین‌تر زیرا الکترون‌ها وقتی که از نزدیک هسته‌ها در مسیرشان عبور می‌کنند شتاب بیشتری می‌گیرند. هرچه انرژی یک الکترون و عدد اتمی هسته‌هایی که با آنها مواجه می‌شود بیشتر باشد افت انرژی آن از این منبع سریعتر خواهد بود. در سرب برای یک الکترون با انرژی حدود ۱۰ MeV میزان افت انرژی توسط تابش ترمزی با افت انرژی توسط یونیزاسیون برابر می‌شود، در صورتی که در هوا تا انرژی الکترونی حدود ۱۰۰ MeV، تابش ترمزی سازه کوچکتری باقی می‌ماند.

یک ذره گرچه نمی‌تواند از c، تندی نور در فضای تهی، سریعتر حرکت کند، ولی

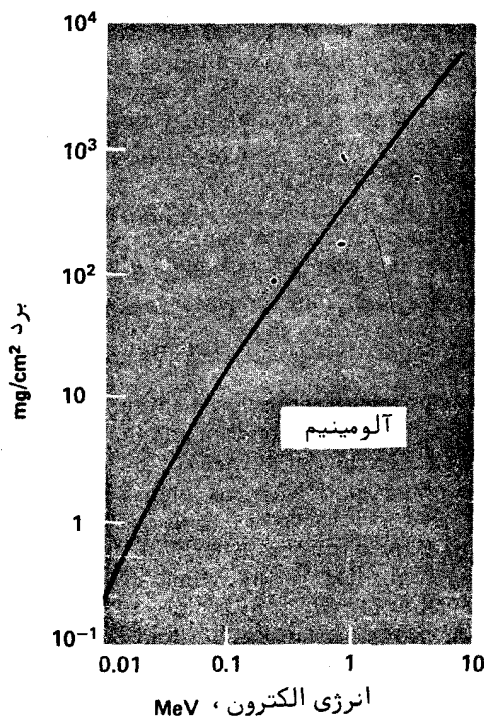
می‌تواند از c/n ، تندی نور در ماده‌ای که ضریب شکست آن n است، سریع‌تر حرکت کند. وقتی که یک ذره باردار با تندی بیش از c/n از میان یک ماده می‌گذرد، مخروطی از نور ساطع می‌شود که فرآیند آن تا حدی شبیه فرآیندی است که طی آن یک کشتی بهنگام حرکت از میان آب با تندی بیش از تندی امواج آب، یک موج گمانی ایجاد می‌کند. این امواج نوری "تابش چرنکوف" ^۱ را می‌سازند. چون الکترون‌ها نسبت به ذرات سنگین در انرژی‌های خیلی پایین‌تر به تندی‌های c/n می‌رسند، افت انرژی به وسیله تابش چرنکوف برای آنها مهم‌تر است ولی همیشه این افت در مقایسه با افت انرژی در اثر یونیزاسیون یا تابش ترمزی جزئی است. همان‌گونه که شکل ۱۳-۳ نشان می‌دهد، پوش تابش، مخروطی با نیم زاویه θ و ذره‌ای در رأس آن است، که در آن

$$\sin \theta = \frac{(c/n)t}{vt} = \frac{c}{nv} \quad \text{تابش چرنکوف} \quad (۱۳-۳)$$

وقتی که یک باریکه از ذرات باردار سریع از میان محیطی نظیر شیشه یا پلاستیک شفاف می‌گذرد، تابش را می‌توان آشکار کرد و زاویه θ را اندازه گرفت، که تعیین تندی نور را امکان‌پذیر می‌سازد. وقتی که یک باریکه شدید ذرات درگیر است، تابش چرنکوف مانند یک درخشش مایل به آبی مرئی است.



شکل (۱۳-۳) اثر چرنکوف. زاویه θ مخروط تابش به تندی ذره بستگی دارد و می‌تواند برای تعیین آن به کار برده شود.



شکل (۴-۱۳) ارتباط برد - انرژی برای الکترونهاي موجود در آلومینیم .

تغییر dE/dx - با E برای الکترونهاي موجود در هوا در شکل ۱۳-۱ گنجانده شده است. چون افت انرژی در اثر یونیزاسیون تقریباً " متناسب با $1/v^2$ است ، dE/dx - برای الکترونها (که سرعت آنها برای یک انرژی مفروض بالاتر است) در انرژیهای پایین و متوسط خیلی کوچکتر است تا برای ذرات سنگین در این انرژیها . لکن در انرژیهای بالاتر ، افت انرژی توسط تابش ترمزی مهمتر می شود و از این رو الکترونها سریعتر از ذرات تک بار سنگینتر انرژی از دست می دهند . ارتباط برد - انرژی برای الکترونها با انرژیهایی تا ۱۰ MeV در آلومینیم در شکل ۴-۱۳ نشان داده شده است . برد مذکور بر حسب میلی گرم بر سانتیمتر مربع بیان شده است .

۱۳-۲ تعادل گرمایی نوترون

از آن جا که نوترونها غیر بار دارند و گشتاورهای مغناطیسی آنها کاملاً " کوچک است ، در مسیرهای خود با الکترونهاي اتمی برهمکنش ندارند بلکه فقط با هسته ها برهمکنش دارند . یک نوترون ممکن است به گونه ای کشسان (انرژی جنبشی پایسته) یا غیر کشسان به یک هسته برخورد

کند. اگر برخورد غیر کشسان باشد، هسته یک انرژی برانگیختگی کسب می‌کند که بسزودی بر اثر واپاشی گاما این انرژی را از دست می‌دهد. برخوردهای غیرکشسان که گیراندازی ندارند، فقط برای نوترونهای نسبتاً "سریع" ($E > 1 \text{ MeV}$) فرودی بر هسته‌های دارای Z بینابین یا Z بزرگ اهمیت دارند. در هسته‌های سبک و برای نوترونهای کم انرژی موجود در تمام مواد، پراکندگی بطور کشسان، مد اصلی افت انرژی است.

یک نوترون در یک برخورد کشسان با یک هسته بیشترین انرژی را از دست می‌دهد وقتی که برخورد شاخ بشاخ است تا غیر شاخ بشاخ. همان گونه که در شکل ۱۳-۵ مشاهده می‌شود، یک شیء به جرم m_1 و تندی اولیه v_1 را که بطور مستقیم با شیء ساکنی به جرم m_2 برخورد می‌کند، بررسی می‌کنیم. بعد از برخورد تندیهای اشیاء بترتیب v و v_2 هستند. از پایستگی اندازه حرکت خطی داریم

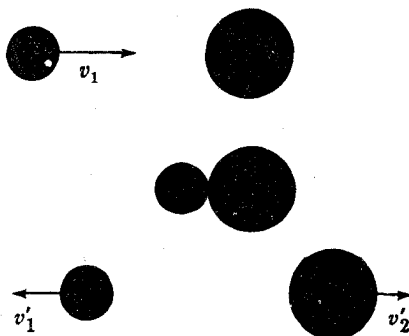
$$\begin{aligned} m_1 v_1 &= m_2 v_2' - m_1 v_1' \\ m_1(v_1 + v_1') &= m_2 v_2' \end{aligned} \quad (۴-۱۳)$$

از پایستگی انرژی جنبشی داریم

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 &= \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \\ m_1(v_1^2 - v_1'^2) &= m_2 v_2'^2 \\ m_1(v_1 + v_1')(v_1 - v_1') &= m_2 v_2'^2 \end{aligned} \quad (۵-۱۳)$$

از تقسیم معادله ۴-۱۳ بر معادله ۵-۱۳ معادله زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} v_1 - v_1' &= v_2' \\ v_1' &= v_1 - v_2' \end{aligned} \quad (۶-۱۳)$$



شکل (۵-۱۳) یک برخورد شاخ بشاخ کشسان بین یک شیء متحرک و یک شیء ساکن. مقدار نسبی انرژی جنبشی که منتقل می‌شود به نسبت جرمها بستگی دارد.

با جانشین کردن این عبارت به جای v_1 در معادله ۱۳-۴، تندی نهایی m_2 به دست می‌آید

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (۱۳-۷)$$

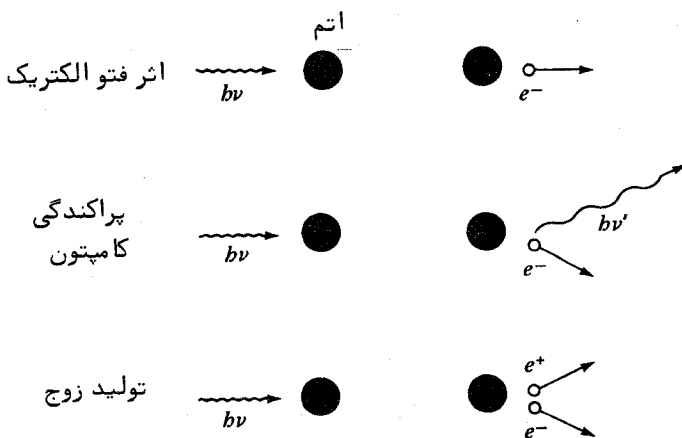
از این رو نسبت بین انرژی جنبشی K_2' از دست داده توسط شیء ۱ در برخورد و انرژی جنبشی اولیه آن عبارت است از

$$\frac{K_2'}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4(m_2/m_1)}{(1 + m_2/m_1)^2} \quad (۱۳-۸)$$

تحلیل کلاسیکی فوق را می‌توان در مورد نوترونهایی که از میان یک جسم مادی عبور می‌کنند، به کار برد زیرا اثرات نسبیتی برای انرژیهای جنبشی زیر حدود 200 MeV بی‌اهمیت هستند. وقتی که یک نوترون بطور شاخ بشاخ به یک پروتون برخورد می‌کند، $m_2 \approx m_1$ و در واقع نوترون تمام انرژی جنبشی خود را از دست می‌دهد. وقتی هدف یک دوترون است، $m_2 \approx 2m_1$ و نوترون ۸۹ درصد انرژی اولیه‌اش را از دست می‌دهد. یک نوترون که بطور شاخ بشاخ بایک هسته ^{12}C برخورد می‌کند، ۲۸ درصد انرژی را از دست می‌دهد و اگر برخورد با یک هسته ^{238}U باشد، فقط ۱/۷ درصد انرژی از دست می‌دهد. البته، چون اکثر برخوردها غیر شاخ بشاخ هستند، ارقام بالا بیشینه ارقام را نشان می‌دهند ولی واضح است که یک نوترون وقتی که توسط هسته‌های سبکتر پراکنده شود، انرژی سریعتر از دست خواهد داد. همان‌گونه که در بخش ۱۲-۸ ذکر شد، یک نوترون سرانجام به تعادل گرمایی با ماده اطراف خود می‌رسد؛ یک چنین نوترون حرارتی محتملترین انرژی مساوی kT را دارد که در دمای اتاق مساوی 0.025 eV است. اگر تمام زوایای پراکندگی را با احتمال یکسان در نظر بگیریم، میانگین برخوردها برای رسیدن به تعادل گرمایی یک نوترون به انرژی 2 MeV ، در عیدروژن ۱۸، در دوتریوم ۲۵، در کربن ۱۱۴ و در اورانیوم ۲۱۵۰ خواهد بود. مفاهیم ضمنی این نتایج برای طرح رآکتور در بخش ۱۲-۱۱ بحث شده است.

۱۳-۳ جذب پرتو گاما

- راههای سه گانه اصلی که در آنها پرتوهای ایکس و گاما وقتی که از میان ماده می‌گذرند انرژی از دست می‌دهند در فصل ۲ شرح داده شدند. آنها عبارتند از (شکل ۱۳-۶):
- ۱- اثر فتوالکتریک. یک فوتون فرودی تمام انرژی را به یک الکترون اتمی در ماده جذب کننده منتقل می‌کند.
 - ۲- پراکندگی کامپتون. یک فوتون فرودی بخشی از انرژی را با دادن به یک الکترون اتمی از دست می‌دهد. فوتون جدیدی که خارج می‌شود بسامد پایینتری دارد.



شکل (۱۳-۶) پرتوهای ایکس و گاما عمده " از طریق اثر فتوالکتریک ، پراکندگی کامپتون و تولید زوج با ماده برهمکنش دارند . لازمه تولید زوج یک انرژی فوتون با حداقل 1.02 MeV است .

۳- تولید زوج . یک فوتون فرودی که انرژیش حداقل 1.02 MeV (چون m_0c^2 برای الکترون 0.511 MeV می باشد) است می تواند وقتی که از نزدیک یک هسته عبور می کند بصورت یک زوج الکترون - پوزیترون درآید؛ حضور هسته لازم است برای این که اندازه حرکت را پایسته کند .

در هر سه مورد انرژی فوتون به الکترونها منتقل می شود که به نوبه خود این الکترونها با برانگیختن یا یونیده کردن اتمها در جذب کننده انرژی از دست می دهند .

در انرژیهای پایین فوتون ، اثر فتوالکتریک مکانیسم اصلی افت انرژی است . اهمیت اثر فتوالکتریک با افزایش انرژی کاهش می یابد تا پراکندگی کامپتون جانشین آن شود . هرچه عدد اتمی جذب کننده بزرگتر باشد ، انرژی که در آن اثر فتوالکتریک مهم است بیشتر است . در عناصر سبکتر ، پراکندگی کامپتون با انرژیهای فوتون با مقادیر دهها keV مهم می شود ، در صورتی که در عناصر سنگینتر چنین نیست ، مگر این که انرژیهای فوتون تقریباً به 1 MeV برسند . هرچه انرژی فوتون از آستانه 1.02 MeV بیشتر تجاوز کند ، احتمال ایجاد زوج بیشتر می شود . هرچه عدد اتمی جذب کننده بزرگتر باشد ، انرژی که در آن تولید زوج به عنوان مکانیسم اصلی افت انرژی توسط پرتوهای گاما جانشین می شود ، پایین تر است . در سنگینترین عناصر ، این مرز انرژی در حدود 4 MeV است ولی برای عناصر سبکتر بیش از 10 MeV می باشد . بنابراین ، پرتوهای گاما در گستره انرژی مساوی انرژی پرتوهای گاما حاصل از واپاشی یک

رادیواکتیو نوعی بیشتر از طریق پراکندگی کامپتون با ماده برهمکنش دارند.

شدت I یک باریکه پرتو ایکس یا گاما مساوی میزانی است که باریکه انرژی را در هر سطح مقطع واحد باریکه حمل می‌کند. کسر انرژی $-dI/I$ تلف شده توسط باریکه در حین عبور از یک ضخامت dx یک جذب کننده متناسب با dx خواهد بود:

$$-\frac{dI}{I} = \mu dx \quad (9-13)$$

ضریب تناسب μ ضریب تضعیف خطی^۱ نامیده می‌شود و مقدار آن به انرژی فوتونها و به ماهیت ماده جذب کننده بستگی دارد. با انتگرال گرفتن از معادله ۹-۱۳، معادله زیر حاصل می‌شود

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (10-13)$$

شدت تابش بطور نمایی با ضخامت جذب کننده x کاهش می‌یابد. این رفتار بارفتار باریکه‌های ذرات باردار، که به ازای یک انرژی اولیه مفروض برد کم و بیش معینی دارند، فرق می‌کند. این اختلاف ناشی از این است که انرژی یک ذره باردار بتدریج در تعداد زیادی از برهمکنشها از دست می‌رود، در صورتی که یک فوتون انرژی را در تعداد کمی از رویدادها، اغلب در یک رویداد، که وقوع آن در هر مسافت واحد در یک جذب کننده احتمال معینی دارد، از دست می‌دهد. شکل ۱۳-۷ نموداری است از ضریب تضعیف خطی برای فوتونهای موجود در سرب بصورت تابعی از انرژی فوتون. توزیعهای اثر فتوالکتریک، پراکندگی کامپتون و تولید زوج نسبت به μ نشان داده شده‌اند.

برای ارتباط دادن ضخامت x جذب کننده مورد نیاز برای کاهش شدت یک باریکه پرتو ایکس یا گاما، به ضریب تضعیف μ می‌توانیم از معادله ۱۳-۱۰ استفاده کنیم. اگر نسبت شدتهای نهایی و اولیه I/I_0 باشد،

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} \quad \text{شدت نسبی} \quad (11-13)$$

$$\frac{I_0}{I} = e^{\mu x}$$

$$\ln \frac{I_0}{I} = \mu x$$

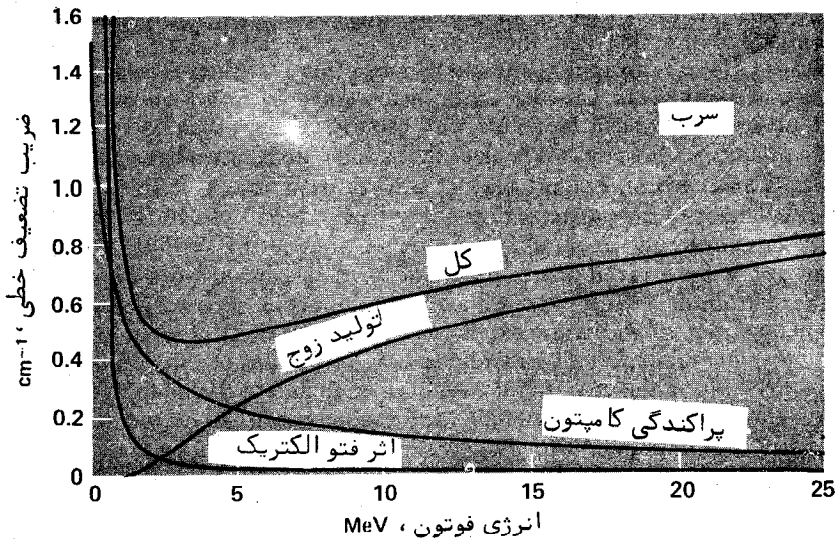
$$x = \frac{\ln(I_0/I)}{\mu} \quad \text{ضخامت جذب کننده} \quad (12-13)$$

مسأله: ضریب تضعیف خطی برای پرتوهای گاما با انرژی 2 MeV در آب در حدود 5 m^{-1} است. (الف) شدت نسبی یک باریکه از پرتوهای گاما با انرژی 2 MeV را پس از عبور از 10 cm آب پیدا کنید. (ب) چنین باریکه‌ای چه مسافتی در آب باید طی کند قبل از این که شدتش به ۱ درصد مقدار اولیه‌اش کاهش یابد؟
 حل: (الف) در این جا $0.5 / 1 \text{ m} = 5 \text{ m}^{-1} \times 0.1 \text{ m}$ و بنابراین از معادله ۱۱-۱۳ داریم

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} = e^{-0.5} = 0.61$$

شدت باریکه پس از عبور از 10 cm آب به ۶۱ درصد مقدار اولیه‌اش کاهش می‌یابد.
 (ب) چون $I_0 / I = 100$ ، از این رو مقدار زیر به دست می‌آید.

$$x = \frac{\ln(I_0/I)}{\mu} = \frac{\ln 100}{5 \text{ m}^{-1}} = 0.92 \text{ m}$$



شکل (۱۳-۷) ضریبهای تضعیف خطی برای فوتونهای سرب.

در خصوص ذرات باردار، گاهی اوقات ضخامت جذب کننده x برای پرتوهای گاما به جای این که بر حسب طول بیان شود بطور غیر مستقیم بر حسب جرم در مساحت سطح مقطع

واحد (مثلاً "گرم بر سانتیمتر مربع) بیان می‌شود. وقتی که این کار انجام شود، در معادله‌های ۹-۱۳ تا ۱۲-۱۳، μ/ρ جایگزین μ می‌شود، که در آن ρ چگالی جذب کننده است.

انرژی تلف شده توسط تابش یونی کننده در حین عبور از بافت زنده یک کمیت مهم در بیولوژی و داروسازی است. واحد SI مربوط به میزان پرتودهی گری^۱ است، که یک‌گری (Gy) برابر یک ژول انرژی جذب شده در هر کیلوگرم از ماده هدف است. گری واحد بزرگی است و راد^۲، معادل ۰/۰۱ گری، بیشتر به کار برده می‌شود. میزان پرتودهی بر حسب انرژی جذب شده به عنوان یک شاخص از نتایج بیولوژیکی یک تابش مشخص کافی نیست؛ در عین حال تابشهای نوعهای مختلف و انرژیهای مختلف بر روی یک بافت مفروض اثرات یکسان ندارند و بافتهای مختلف در برابر تابش یکسان به گونه‌ای متفاوت متاثر می‌شوند. بنابراین، تاثیر بیولوژیکی نسبی (RBE)^۳ یک تابش خاص مهم است و لوا این که مشخص کردن دقیق آن مشکل باشد. تاثیر بیولوژیکی نسبی پرتوهای ایکس با انرژی ۲۵۰ keV مساوی ۱ گرفته می‌شود و میزان پرتودهی ۱ راد از چنین پرتوهای ایکس برای یک شخص یک رم^۴ در نظر گرفته می‌شود. تاثیرات بیولوژیکی نسبی سایر پرتوهای ایکس و تاثیرات بیولوژیکی نسبی پرتوهای گاما و بتا به ۱ نزدیکند، ولی تاثیر بیولوژیکی نسبی نوترونهای سریع حدود ۱۰ و تاثیر بیولوژیکی نسبی ذرات آلفا با انرژی ۱ MeV حدود ۲۵ است؛ بنابراین یک راد جذب شده از این قبیل ذرات آلفا به معنی میزان پرتودهی تقریباً "۲۵ رم است.

تابش یونی کننده برای بافت زنده زیان‌آور است؛ هیچ میزان پرتودهی "سالمی" تاکنون تعیین نشده است و شاید هیچ میزان پرتودهی بدین گونه وجود ندارد. متأسفانه بسیاری از فرآیندهای مطلوب شامل چنین تابشهای زیان‌آوری هستند، در میان آنها می‌توان از کاربرد پرتوهای ایکس در امور پزشکی و عملکرد راکتورهای هسته‌ای نام برد. ناچیز شمردن خطرات تابش آسان است زیرا اغلب با تأخیر همراه است، گاهی اوقات چندین سال بین یک تابش و بعضی از نتایج آن که شامل سرطان، سرطان خون و تغییرات ژنتیک است و به نسلی ناقص منتقل می‌شوند، فاصله می‌افتد. این روزها آشکار است که یک موازنه محسوس بین خطر پنهان و سود آشکار همیشه وجود نداشته است و استفاده نادرست از پرتوهای ایکس تشخیص دهنده بویژه مایه تأسف بوده است. مثلاً، مطالعات دقیق نشان داده است بجهه‌ایی که مادرانشان در دوران بارداری در معرض تابش پرتوایکس قرار گرفته‌اند نسبت به سایر بچه‌ها، آمادگی بیشتری برای ابتلا به سرطان داشته‌اند. برآورد می‌شود که به ازای هر ۵۰۰۰ تا ۶۰۰۰

1. Gray

2. Rad

3. Relative biological effectiveness

4. Rem

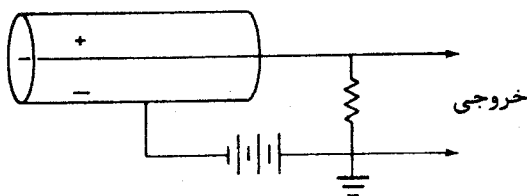
رم در معرض تابش قرار گرفتن یک جمعیت یک بار سرطان کشنده روی می دهد، در حالی که نقص ژنتیکی به میزان کمتری روی می دهد. منابع طبیعی غیر قابل اجتناب تابش نظیر پرتوهای کیهانی و نوکلیدهای رادیواکتیو در زمین و در خود بدن به میزان پرتودهی حدود ۰/۱۲۵ رم در سال در هر شخص منجر می شوند. در جمعیت ایالات متحده میانگین از این مقدار بیشتر است، پرتوهای ایکس کمی بیش از نصف این مقدار به آن می افزایند، نیروگاههای هسته ای در حدود $\frac{1}{30000}$ این مقدار به آن می افزایند. برای کسانی که هنگام کار در معرض تابش هستند پیشینه^۱ میزان پرتودهی ۵ رم در سال است و برای عموم ۰/۵ رم در سال است. لکن، همه صاحب نظران با این ارقام یا در حقیقت با این تصور که حد ایمنی وجود دارد موافق نیستند.

۱۳-۴ آشکارسازهای ذره

فوتونهای پر انرژی و ذرات باردار برای ایجاد زوجهای الکترون - یون که می توانند با ابزار گوناگون آشکار شوند، ماده را در مسیرهایشان یونیزه می کنند، هریک از این ابزار محسنات و نقایص خود را دارد. در این بخش اتاقکهای یونش، شمارنده های متناسب^۱، شمارنده های گایگر، شمارنده های سوسوزن^۲ و آشکارسازهای نیم رسانا شرح داده می شوند.

اتاقک یونش

یک اتاقک یونش از یک لوله پر شده با یک گاز مناسب (نظیر آرگون) تشکیل می شود که این لوله دو الکتروود دارد و این الکتروودها معمولاً "یا بصورت صفحات موازی یا بصورت یک استوانه فلزی و یک سیم مرکزی می باشند، همان گونه که در شکل ۱۳-۸ دیده می شود. سیم مرکزی در پتانسیل مثبت نسبت به استوانه نگهداشته می شود. وقتی که یک ذره



شکل (۱۳-۸) یک آشکارساز گازی از این نوع بر حسب ولتاژ به کار برده شده می تواند به عنوان یک اتاقک یونش، شمارنده متناسب یا یک شمارنده گایگر به کار برده شود.

یا فوتون گاز را یونیزه می‌کند، الکترون‌ها جذب می‌شوند و یون‌های مثبت سنگین، که به آهستگی حرکت می‌کنند، جذب کاتد می‌شوند. (اگر ولتاژ بیش از حد پایین باشد، بعضی از الکترون‌ها و یون‌های مثبت قبل از رسیدن به الکترودها دوباره به یکدیگر ملحق می‌شوند.) ارتفاع پالس ولتاژ حاصله ΔV در یک مقاومت خارجی به تعداد زوج‌های یون n تولید شده در اتاقک و به ظرفیت اتاقک C بستگی دارد. یک ذره با انرژی 1 MeV ممکن است در حین توقف 4×10^4 زوج یون تولید کند که در یک اتاقک یونیزاسیون که ظرفیتش 10 pF است، پالسی با ارتفاع ذیل تولید خواهد کرد.

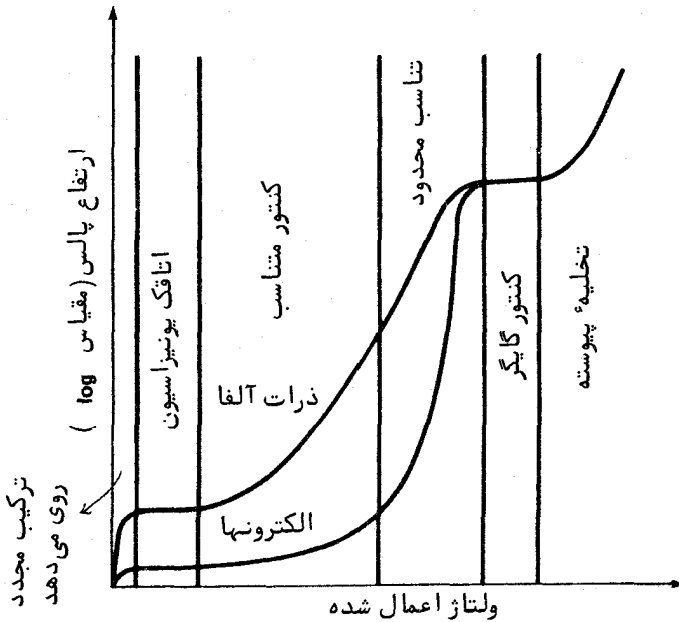
$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{ne}{C} = \frac{(3 \times 10^4) \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{10 \times 10^{-12} \text{ F}}$$

$$= 4.8 \times 10^{-4} \text{ V}$$

شمارنده^۴ متناسب

اگر ولتاژ اعمال شده در یک اتاقک یونش از یک مقدار معین تجاوز کند، الکترون‌ها در حین حرکت به سوی آند انرژی کافی به دست می‌آورند تا در طول مسیر زوج‌های یون اضافی تولید کنند. بهمن حاصله از الکترون‌های ثانوی که به آند می‌رسد ممکن است ضریب تکثیری به اندازه^۴ ۱۰۰۰، با یک پالس خروجی مطابق با آن، نشان دهد. در یک برد معین از ولتاژهای به کار رفته (به شکل ۱۳-۹ رجوع کنید)، اندازه^۴ پالس متناسب با تعداد زوج‌های یون اولیه است و دستگاه یک شمارنده^۴ متناسب نامیده می‌شود. چون زمان تولید یک پالس در یک شمارنده^۴ متناسب از زمان تولید آن در یک اتاقک یونیزاسیون کوتاه‌تر است، پالس قادر است با شدت‌های تابشی زیاد بهتر مقاومت کند؛ همان گونه که خواهیم دید یک شمارنده^۴ سوسوزنی هنوز از این سریع‌تر عمل می‌کند. قدرت تقویت یک شمارنده^۴ متناسب در کاربردهایی نظیر تعیین طیف انرژی یک تابش با انرژی پایین مفید است، مثلاً "در مورد الکترون‌هایی از واپاشی بتای تریتیوم که انرژی بیشینه^۴ آنها فقط 18 keV می‌باشد. روش عبارت است از استفاده از تریتیوم به عنوان گاز پرکننده^۴ شمارنده و سپس ثبت بزرگی‌های پالسهایی که تولید می‌شوند.

شمارنده‌های متناسب می‌توانند برای آشکار کردن نوترون‌ها نیز به کار برده شوند، گرچه نوترون‌ها ماده‌ای را که از میان آن می‌گذرند یونیزه نمی‌کنند. لکن، جذب یک نوترون توسط یک هسته معمولاً "گسیل یک ذره" باردار یا یک پرتو گاما را به دنبال دارد یا به عنوان نتیجه^۴ یک واکنش هسته‌ای و یا از طریق واپاشی رادیواکتیو هسته^۴ تولیدی، و این تابش ثانوی می‌تواند آشکار شود. یک شمارنده^۴ متناسب پر شده با گاز تری فلورید بر^۱، BF_3 ، به وسیله^۴ واکنش



شکل (۱۳-۹) ارتفاع پالس در مقابل ولتاژ اعمال شده برای یک شمارنده گازی برای ذرات آلفا و الکترونها سریع. ارتفاع پالس با تعداد زوجهای یون دریافت شده متناسب است.

${}^7\text{Li}(n, \alpha){}^4\text{He}$ نوترونها را آشکار می کند. بر طبیعی دارای ۱۹ درصد ایزوتوپ ${}^7\text{Li}$ است و یک شمارنده بویژه حساس را می توان با به کار بردن BF_3 که محتوی برآن با استفاده از درصد بیشتری از ${}^7\text{Li}$ غنی می شود، ساخت. سطح مقطع برای واکنش ${}^7\text{Li}(n, \alpha){}^4\text{He}$ با تندی نوترون نسبت عکس دارد، بنابراین، شمارنده های BF_3 نسبت به نوترونها کند بویژه حساسند. ذرات آلفا با انرژی $1/47 \text{ MeV}$ حاصل از واکنش، سبب تولید پالسهای خیلی بزرگتر از سایر تابشهای می شوند، نظیر پالسهای حاصل از پرتوهای گاما که اغلب در محیط حاضرند جایی که نوترونها باید شمارش شوند و بنابراین به وسیله مدارات مناسب بسهولت مشخص می شوند. یک شمارنده متناسب پر شده با یک گاز ثیدروژن می تواند برای آشکار کردن نوترونها سریع از طریق یونیتراسیون تولید شده توسط پروتونها که پس از برخورد با نوترونها پس زده می شوند، به کار برده شود. تشخیص یک زمینه گاما در این حالت نیز ساده است.

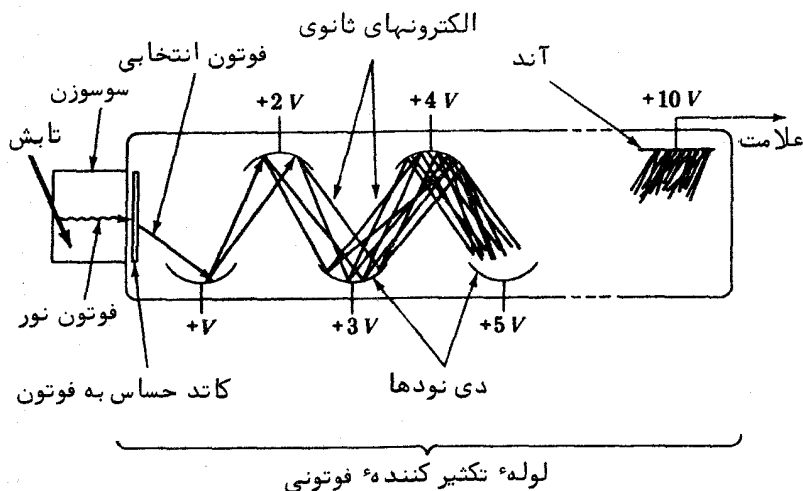
شمارنده گایگر

وقتی که ولتاژ داده شده به یک آشکار ساز پر از گاز بحد کافی برسد، بهمن الکترونها

ثانوی نزدیک سیم اصلی شدیدتر می‌شود و به جای این‌که مانند یک شمارنده^۵ متناسب بطور موضعی متمرکز شود در امتداد تمام طول سیم گسترده می‌شود. دلیلش این است که الکترونهای اتمی داخلی و نیز خارجی اکنون در برخوردها برانگیخته می‌شوند و فوتونهای فرابنفش گسیل شده طی سقوط الکترونها به داخل ترازهای داخلی بعد کافی پراثری هستند تا سایر اتمهای گازی نه چندان دور را یونیزه کنند. تخلیه^۶ الکتریکی ظرف چند میکروثانیه متوقف می‌شود وقتی یونهای مثبت، که خیلی کندتر از الکترونها حرکت می‌کنند، آن قدر زیاد می‌شوند که میدان الکتریکی نزدیک سیم به کمتر از آن مقداری که برای یونیزاسیون بیشتر لازم است تا توسط الکترونها تولید شود، کاهش می‌یابد. از آنجا که حتی یک زوج یون منفرد می‌تواند یک بهمین‌کامل به راه اندازد، ارتفاع پالس، بدون توجه به ماهیت یا انرژی ذره‌ای که از میان اتاقک می‌گذرد، یکی است. یک آشکارساز پر شده از گاز که در چنین ولتاژهای زیادی کار می‌کند بنام مخترعین آن به شمارنده^۷ گایگر - مولر موسوم است که معمولاً "به شمارنده^۸ گایگر خلاصه می‌شود. در ولتاژهای باز هم بالاتر، یک تخلیه^۹ الکتریکی پیوسته در لوله روی می‌دهد. یک مزیت شمارنده^{۱۰} گایگر در این است که ارتفاع پالس در گستره‌ای از ولتاژهای اعمال شده ثابت است، همان‌گونه که در شکل ۱۳-۹ مشاهده می‌شود، بنابراین، به تنظیم دقیق منبع تغذیه آن گونه که برای یک شمارنده^{۱۱} متناسب لازم است، نیاز نیست. بعلاوه، پالسها چندین ولت ارتفاع دارند که نیازی به تقویت‌کننده هانمی باشد. معایب شمارنده^{۱۲} گایگر عبارتند از: این شمارنده برای یک دوره^{۱۳} تناوب ۲۰۰ تا ۴۰۰ μs بعد از هر پالس غیر حساس است که این امر مانع به کاربرد آن در آهنگهای شمارشی خیلی زیاد می‌شود و این شمارنده نمی‌تواند در مورد ذره یا فوتونی که سبب تولید یک پالس می‌شود اطلاعاتی به ما بدهد.

شمارنده^{۱۴} سوسوزن

بعضی مواد وقتی که تابش یونی کننده به آنها برخورد می‌کند، درخششهای نور گسیل می‌دارند. این قبیل مواد، بنام فسفرها یا سوسوزنها، بصورت لایه‌های نازک در لامپهای تصویر تلویزیون به کار برده می‌شوند که هرگاه باریکهای الکترون به آنها برخورد می‌کنند، می‌درخشند. پرده‌های سوسوزن سولفید روی در آزمایشهای اولیه با رادیواکتیویته برای کشف ذرات آلفا به کار برده می‌شدند، بویژه در کار گایگر و مارسدن که به مدل اتمی راترفورد منجر شد (بخش ۴-۱). در یک شمارنده^{۱۵} سوسوزن، یک فسفر بشکل جامد یا مایع که نسبت به نور تولید شده شفاف است به کار برده می‌شود. درخششهای نور به وسیله^{۱۶} یک لوله^{۱۷} تکثیرکننده^{۱۸} فوتونی آشکارسازی شوند (شکل ۱۳-۱) که این لوله بازده اولیه^{۱۹} فتوالکترونها از یک کاتد مناسب



شکل (۱۳-۱۰) خصائص اساسی یک شمارنده سوسوزن، سوسوزن ممکن است یک جسم جامد بلورین یا یک جسم پلاستیکی یا یک مایع باشد، تعداد دی نودها در لوله تکثیرکننده فوتونی ممکن است ۱۰ یا بیشتر باشد، در هر دی نود نسبت به دی نود قبلی آن چند صدولت اختلاف پتانسیل وجود دارد، یک سیر مناسب لازم است تا مانع منحرف ساختن الکترونهاى ثانوی توسط میدانهای مغناطیسی شود.

را به وسیله گسیل ثانوی الکترونهاى بیشتری از دی نودهای^۱ متوالی تقویت می کند، یک لوله تکثیرکننده فوتونی ممکن است ۱۰ دی نود یا بیشتر داشته باشد که هر دی نود برای هر الکترون فرودی^۲ تا ۵ الکترون ثانوی برای کسب یک تعداد کلی الکترون به اندازه^۶ ۱۰ یا^۷ ۱۰ الکترون می دهد. کل فرآیند خیلی سریع است و ذرات در بعضی از شمارنده های سوسوزن که فقط با فاصله چند نانوسکند^۲ ($1\text{ ns} = 10^{-9}\text{ s}$) وارد می شوند قابل تشخیصند؛ که یک پیشرفت اساسی در مقایسه با شمارنده گایگر در این خصوص است.

انرژی از دست رفته توسط یک ذره فرودی در سوسوزن ارتفاع پالس خروجی را تعیین می کند. اگر ذره در سوسوزن متوقف شود، بنابراین انرژی آن را می توان تعیین کرد. در این جا شمارنده های سوسوزن بر شمارنده های مشابه گازی که دارای چگالی بیشتر حجم حساس هستند مزیت دارند، بنابراین ذرات پر انرژی بیشتری می توانند متوقف و انرژیهای آنها اندازه گیری شوند. پرتوهای گاما، بخصوص، به وسیله شمارنده های سوسوزن با سهولت بیشتری بررسی

می‌شوند. بلورهای یدیدسديم که با مقدار کمی از تالیم مخلوط می‌شوند برای شمارش پرتوگاما و اندازه‌گیری انرژی زیاد به کار برده می‌شوند. تالیم، نور فرابنفش گسیل شده توسط NaI را جذب می‌کند و نور مرئی را که لوله‌های تکثیر کننده فوتونی به آن حساسند دوباره گسیل می‌کند. سوسوزنهای آلای که ممکن است بشکل بلور، پلاستیک یا مایع باشند نسبت به سوسوزنهای غیر آلای ($\text{NaI} (\text{TI})$) پالسهای کوتاه‌تر تولید می‌کنند ولی در تبدیل انرژی جذب شده به نور بازده کمتری دارند.

آشکارساز نیم رسانا

خصوصیات اتصالهای $p-n$ اساس یک طبقه از آشکارسازهای تابشی حالت جامد را که کاربرد زیادی دارد تشکیل می‌دهند. چنان که در فصل ۱۰ بحث شد، رسانایی در یک نیم رسانای نوع n از طریق حرکت الکترون‌ها و در یک نیم رسانای نوع p از طریق حرکت "حفره‌ها" (محل‌های الکترونی اشغال نشده) که رفتار این حفره‌ها بگونه‌ای است که گویی بطور مثبت باردار شده‌اند، روی می‌دهد. زوجهای الکترون-حفره ایجاد شده در اثر عبور یک ذره باردار یا یک فوتون از میان یک نیم رسانا از نظر تعداد نسبت به الکترون‌ها و حفره‌هایی که قبلاً در آن جا وجود داشتند کم هستند و این مسأله آشکار کردن آنها را مشکل می‌سازد. لکن، در یک اتصال $p-n$ الکترون‌ها از منطقه n به منطقه p مهاجرت می‌کنند، جایی که این الکترون‌ها با حفره‌ها ترکیب می‌شوند تا یک لایه در دو طرف به جای‌گذارند که تهی از حاملین بار است. این لایه به واسطه اختلاف پتانسیلی که نتیجهٔ "ایجاد می‌کنندنازک است. اعمال یک ولتاژ خارجی برای تولید یک بایاس معکوس در بلور (یعنی، در این صورت انتهای p آن منفی و انتهای n آن مثبت است) عرض این ناحیه تهی را به یک میلی‌متر یا چیزی در این حدود افزایش می‌دهد. افزایش بیشتر عرض این ناحیه با وارد کردن ناخالصی مناسب به بلور امکان‌پذیر است. ناحیه تهی وقتی که تابش از میان آن بگذرد مانند یک اتاقک یونیزاسیون رفتار می‌کند، با الکترون‌ها و حفره‌های جدیدی که توسط این تابش تولید می‌شوند جذب دو انتهای کریستال می‌شوند جایی که می‌توانند یک پالس قابل اندازه‌گیری تولید کنند.

آشکارسازهای نیم رسانا بویژه برای اندازه‌گیریهای انرژی مناسبند زیرا عکس‌العمل آنها خطی است و قدرت تفکیک انرژی آنها خیلی خوب است - فقط $2/8 \text{ eV}$ انرژی لازم است تا یک زوج الکترون-حفره در ژرمانیم تولید کند و $3/5 \text{ eV}$ انرژی برای تولید یک زوج الکترون حفره در سیلیکون لازم است، در حدود یک دهم انرژی لازم برای تولید یک زوج الکترون-یون در یک شمارنده گازی یا شمارنده سوسوزن. لکن، چون ضخامت ناحیه تهی حداکثر فقط چند میلی‌متر است، آنها را نمی‌توان در طیف پنجه‌ها برای ذرات خیلی پرنانرژی به کار

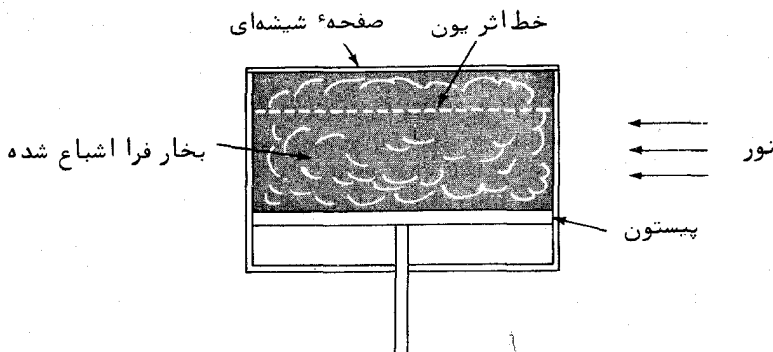
برد. آشکارسازهای نیم‌رسانا در مقایسه با شمارنده‌های سوسوزن نسبت به پرتوهای گاما حساسیت کمتری دارند.

۱۳-۵ ردیابها

انواع وسایلی که قبلاً ذکر شد وقتی مفیدند که نوع معینی از ذرات به محل معینی می‌رسند که قرار است شمرده یا انرژیهای آنها اندازه‌گیری شوند. اگر فرآیند در دست مطالعه یک فرآیند پیچیده باشد، بویژه وقتی که برهمکنشها و واپاشیهای ذره بنیادی تحت بررسی است، وسیله‌ای که مسیرهای ذرات مختلف را برای بازرسی بصری نمایش دهد، مناسبتر است. اتاقکهای ابری، اتاقکهای حبابی، امولسیون‌های هسته‌ای^۱ و اتاقکهای جرقه‌ای برای این منظور در دسترسند.

اتاقک ابری

اگر احيانا "یونهای در یک بخار فرا اشباع شده حضور داشته باشند، بخار به قطرات مایع در اطراف آنها تبدیل خواهد شد. این مشاهده اساسی اتاقک‌آوری است که در سال ۱۹۰۷ م. توسط سی. تی. آر. ویلسون^۲ اختراع شد. یک اتاقک ابری در ساده‌ترین شکل آن (شکل ۱۱-۱۳) تشکیل شده است از یک سیلندر با یک صفحه شیشه‌ای در یک انتها و یک پیستون در انتهای دیگر که حاوی هوای اشباع شده با بخار آب است. وقتی پیستون سریعاً "رو به پایین حرکت می‌کند، بخار، منبسط و سرد می‌شود و به یک حالت فرا اشباع شده می‌رسد. اگر دقیقاً"



شکل (۱۱-۱۳) یک اتاقک ابری

در این هنگام یک ذره باردار از میان اتاقک عبور کند، یونهای تشکیل شده در امتداد مسیر بصورت هسته‌های قطرات آبی که از بخار به وجود می‌آیند، عمل می‌کنند. این آزمایش را می‌توان با افروزش اتاقک از یک طرف مشاهده یا از آن عکسبرداری کرد. انرژی اولیه و نوع یک ذره را که در اتاقک متوقف می‌شود می‌توان از طول رد ذره و از ضخامت آن به دست آورد. چون چگالی مخلوط هوا - بخار پایین است، یک ذره با انرژی زیاد معمولاً "بطور مستقیم از میان آن می‌گذرد، ولی اگر اتاقک در یک میدان مغناطیسی گذاشته شود، انحنای رد، اندازه حرکت یک چنین ذره و نیز علامت بار آن را مشخص خواهد کرد. تأثیر یک اتاقک ابری با به کار بردن یک شمارنده گایگر خارجی به منظور شروع انبساط بخار وقتی شمارنده ورود یک ذره را علامت می‌دهد، خیلی زیاد افزایش داده می‌شود. انبساط مدت کوتاهی طول می‌کشد تا روی دهد ولی ترکیب مجدد یونها در اتاقک نسبتاً "کند است و رد یون آن قدر برجای می‌ماند تا این روش خوب عمل کند.

گرچه اکتشافات مهم بسیاری با اتاقکهای ابری نوع انبساطی انجام شد، ولی این اتاقکها معایبی نیز دارند. یکی از آن معایب کوتاه بودن دوره‌های حساسیت است که همین نکته سبب پیدایش اتاقک ابری پخش شد. چنین اتاقکی یک مخزن مایع گرم در قسمت بالا دارد درحالی که قسمت تحتانی آن سرد نگه داشته می‌شود که نتیجه آن وجود یک لایه دائمی بخار فرا-اشباع شده در قسمت تحتانی آن خواهد بود. مناسبانه اتاقک ابری پخش هم خود دارای نقائص جدی است، مثلاً "نازکی لایه فعال و مداومت ردهای قدیمی که این ردها بایستی، با به کار بردن یک میدان الکتریکی برای حذف یونها، محو شوند که این کار زمان می‌خواهد.

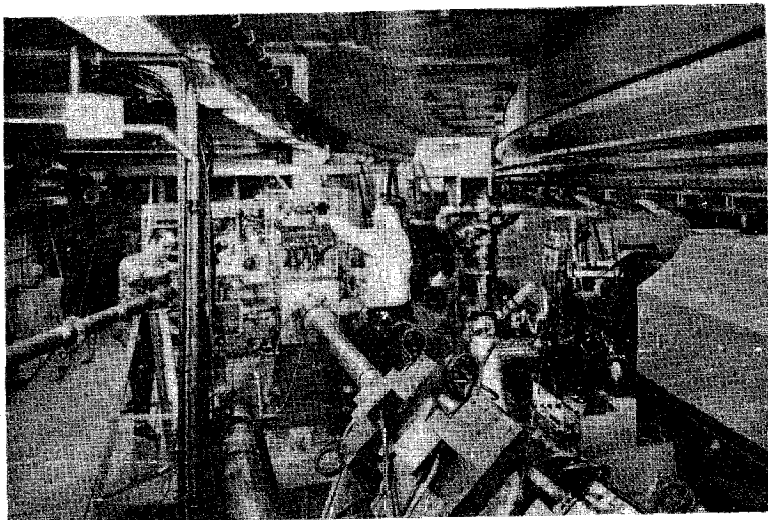
اتاقک حباب

اشکال عمده هر اتاقک ابری برای تحقیق پیرامون ذرات با انرژی زیاد عبارت است از چگالی پایین حجم حساس: بیشتر ذرات فرودی بدون هیچ‌گونه برهمکنشی جز تولید خطوط اثریونها مستقیماً عبور می‌کنند. چون اتاقک حباب که در سال ۱۹۵۲ م. توسط دی. آ. گلاسر^۱ اختراع شد به جای گاز با یک مایع پر می‌شود، احتمال برهمکنش خیلی بالاتر است و چنین اتاقکهایی در تحقیق پدیده‌های ذرات بنیادی کاربرد وسیعی دارند.

روش مذکور عبارت است از حرارت دادن یک مایع مناسب بالای نقطه جوش معمولی مادامی که تحت یک فشار نسبتاً "زیاد آن را در حالت مایع نگه می‌دارد. آنگاه فشار ناگهان کاهش می‌یابد و مایع را در یک وضعیت فرا تافته باقی می‌گذارد. یک مایع فراتافته ناپایدار

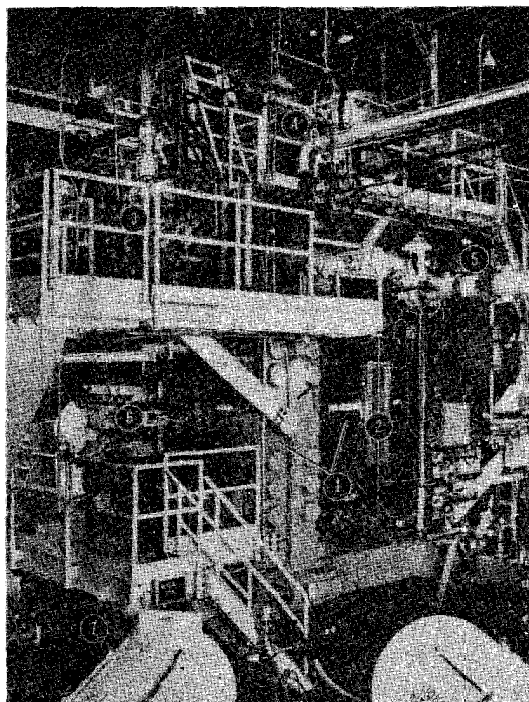
است و حبابهای بخار در اطراف یونهای موجود تشکیل می‌شوند. یک ذره^۵ باردار که در این لحظه از مایع عبور می‌کند ردی از حبابها را بر جای می‌گذارد که اگر اتاقک افروزیده شود می‌توان از آن عکسبرداری کرد. یک اتاقک حباب کم و بیش عکس یک اتاقک ابری است. اتاقک حباب بطور پیوسته حساس نیست زیرا مایع چند ثانیه پس از فراتافتن شدن شروع به جوشیدن می‌کند و در این نقطه باید دوباره متراکم شود. ترکیب مجدد یونها و الکترونها در یک اتاقک حباب نسبت به زمان مورد نیاز برای این که تراکم روی دهد آن قدر سریع است که اجازه نمی‌دهد از یک شمارنده^۶ خارجی به عنوان دادن علامت برای شروع تراکم استفاده کرد، ولی وقتی که اتاقک با شتاب دهنده‌ای به کار برده می‌شود که پالسهای ذرات را در فواصل دقیق تولید می‌کند، این محدودیت چندان جدی نیست. بر یک اتاقک حباب معمولاً "یک میدان مغناطیسی اعمال می‌شود تا بارها و اندازه حرکت‌های ذرات مختلف درگیر در یک رویداد را که در داخل آن اتفاق می‌افتد تعیین کند.

یکی از مسائل مربوط به یک اتاقک ابری شناسایی طبیعت هسته^۷ هدف در یک برهمکنش است، زیرا اتاقک با یک مخلوط گاز - بخار پر شده است. این مشکل با یک اتاقک حباب بسپولت



این سینکروترون در آزمایشگاه ملی بروک‌هاون در اثر القای الکترومغناطیسی پروتون‌ها را تا 33 GeV شتاب می‌دهد. پروتون‌هایی که دارای انرژیهای 50 MeV هستند از یک شتاب دهنده^۸ خطی در پشت دو نفری که در داخل آزمایشگاه ایستاده‌اند از طریق لولم‌ای در قسمت جلو تصویر وارد سینکروترون می‌شوند و سپس به وسیله آهنرباهایی در سمت راست در یک مدار ثابت نگه داشته می‌شوند در حالی که از یک میدان مغناطیسی متغیر انرژی می‌گیرند.

برطرف می‌شود. اتاقکهای حباب برای تحقیق ذره بنیادی معمولا " با ئیدروژن پرمی شوند که پروتونها هسته‌هایشان هستند. چنین اتاقکی ممکن است حاوی ئیدروژن مایع (که نقطه جوش آن در 1 اتمسفر 253°C - است) در یک دمای 246°C - و فشار 5 اتمسفر باشد؛ چگالی آن در این وضعیت $0.06/\text{g cm}^3$ است، تقریبا " 700 برابر چگالی گاز ئیدروژن در شرایط معمولی دما و فشار سایر مایعات نیز به کار برده می‌شوند که به نوع کاربرد بستگی دارد.



اتاقک حباب ئیدروژنی به قطر 180 اینچی در بروک هاون. فشار وارد بر ئیدروژن مایع در 247°C - در اتاقک ناگهان کاهش داده می‌شود، تا با ورود ذرات از سینکروترون جایی که ذرات به سرعت‌هایی نزدیک سرعت نور شتاب داده شده‌اند، مصادف شود. حبابهایی که در امتداد خطوط ردیونی ذرات باردار تشکیل می‌شوند برای این که بعدا " تحلیل شوند عکسبرداری می‌شوند. قسمت‌های عمده دستگاه عبارتند از: (۱) آهنربای الکتریکی برای منحرف کردن ذرات باردار که تعیین اندازه حرکت‌های آنها را امکان پذیر می‌سازد؛ (۲) دریچه باریکه؛ اتاقک حباب؛ (۳) پمپ خلاء؛ (۴) سیستم انبساط اتاقک؛ (۵) لوله ئیدروژن مایع؛ (۶) سیستم دوربین و (۷) چرخ مخصوص برای حرکت دادن کل مجموعه 450 تنی.

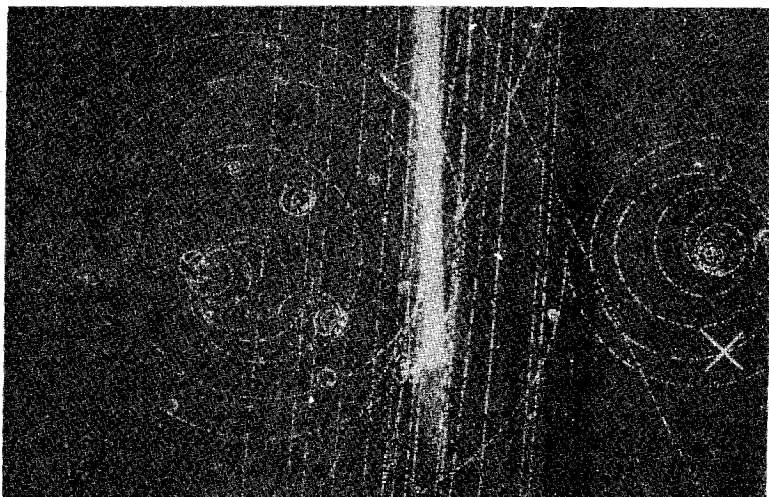
امولسیونهای هستهای

یک امولسیون هستهای عبارت است از یک امولسیون عکاسی محتوی نقره زیاد که قشر ضخیمی از آن روی یک صفحه شیشه‌ای را می‌پوشاند. یک ذره یونساز که از میان آن می‌گذرد تعدادی کریستال برومور نقره بر جای می‌گذارد، که این کریستالها به گونه‌ای تغییر کرده‌اند که به هنگام ظهور بصورت یک ردیف دانه‌های سیاه نقره کلویییدی در طول مسیر ذره ظاهر می‌شوند.

از روی صفات مشخصه رد، شناختن ذره و تعیین انرژی اولیه آن امکان پذیر است. یک میکروسکوپ برای این منظور لازم است - مثلاً، یک پروتون با انرژی 10 MeV ردی تقریباً بطول 6 mm به جای می‌گذارد. چون این مولسیونها چگال، سخت، ارزان و ساده هستند، زمانی در تحقیق ذرات هسته‌ای و ذرات بنیادی زیاد به کار برده می‌شدند. بویژه، اکتشافات مهم زیادی در مورد برهمکنشها و واپاشیهای ذره بنیادی - ذره انجام شد و مولسیونها برای آن که در معرض تابش کیهانی ارتفاعات بالا در اتمسفر قرار گیرند، در بالونهای به این ارتفاعات بالا برده می‌شدند. پیشرفتهای پی‌درپی شتاب دهنده‌های کاملاً "قوی همراه با آشکارسازهایی نظیر اتاقکهای حباب که برای گردآوری و تنظیم اطلاعات مناسبترند مولسیونهای هسته‌ای را تا حد زیادی منسوخ کرده است.

اتافک جرقه

یک اتافک جرقه تشکیل شده است از تعدادی صفحات فلزی موازی در یک اتافک پر شده



عکسی از شکل‌گیری زوج الکترون - پوزیترون در اتاقک حباب. باریکه فرودی از پادم پروتونها تشکیل می‌شد که یکی از آنها با یک هسته ئیدروژن (که یک پروتون است) در ئیدروژن مایع اتاقک حباب برهمکنش داشت تا یک ذره غیرباردار تولید کند. این ذره که هیچ اثری به جای نگذاشت به یک الکترون و یک پوزیترون واپاشیده شد. یک میدان مغناطیسی سبب حرکت الکترون و پوزیترون در مسیرهای انحنای مخالف که مارپیچی هستند، می‌شد زیرا ذرات در حین عبور از اتاقک انرژی از دست می‌دادند.

از یک گاز بی اثر نظیر نئون، بین هرزوج از صفحات یک ولتاژ زیاد اعمال می‌شود. وقتی که یک ذره باردار از میان اتاقک می‌گذرد، جرقه‌هایی در طول مسیر یونی که توسط ذره به جای می‌ماند روی می‌دهند که علت پیدایش این جرقه‌ها افزایش رسانایی گاز در آن جا است. رشته جرقه‌های حاصل بسهولت عکسبرداری می‌شوند و اگر اتاقک در یک میدان مغناطیسی قرار داشته باشد، بار و اندازه حرکت ذره را می‌توان از انحنای مسیر تعیین کرد. یک اتاقک جرقه را می‌توان به یک شمارنده خارجی برای تنظیم دقیق لحظه عکسبرداری مجهز کرد و زمان حساسیت اتاقک را خیلی کوتاه کرد تا برقراری منشاء رویدادهای خاص و ارتباطات بین آنها را میسر سازد.

۱۳-۶ لپتونها

اینگ به خود ذرات "بنیادی" مختلف برمی‌گردیم. ساده‌ترین آنها لپتونها هستند که به نظر می‌رسند در طبیعت واقعا "بنیادی باشند یعنی نشانه‌ای از ساختارهای داخلی یا حتی نشانه‌ای از داشتن ابعادی در فضا ندارند. آنها به همان اندازه به ذرات نقطه‌ای نزدیکند که اندازه‌گیریه‌ای حاضر می‌توانند ثابت کنند. از میان ذراتی که تا کنون با آنها آشنا شده‌ایم، الکترون و نوترینولپتونها هستند.

الکترون اولین ذره بنیادی بود که برای آن یک نظریه رضایتبخش توسعه یافت. این نظریه در سال ۱۹۲۸ م. توسط پی. آ. ام. دیراک مطرح شد وی یک معادله موج برای یک ذره باردار در یک میدان الکترومغناطیسی که نتایج نسبیت خاص را در بر می‌گرفت، به دست آورد. وقتی که جرم و بار مشاهده شده الکترون در حلهای مناسب این معادله گذاشته می‌شوند، اندازه حرکت زاویه‌ای طبیعی الکترون $\frac{1}{2}\hbar$ (یعنی $\frac{1}{2}$ اسپین) و گشتاور مغناطیسی آن $e\hbar/2m$ ، یک ماگنتون بوهر، می‌شوند. این پیش‌بینیها با تجربه سازگارند و این سازگاری گواه مستندی بر صحت نظریه دیراک است.

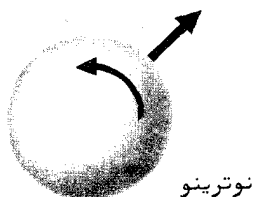
یکی از نتایج غیر منتظره نظریه دیراک این پیش‌بینی بود که الکترونهای مثبت و نیز منفی باید وجود داشته باشند. نخست چنین تصور می‌شد که علی‌رغم اختلاف جرم پروتون و الکترون، پروتون برگردان مثبت الکترون است ولی در سال ۱۹۳۲ م. یک الکترون مثبت به گونه‌ای روشن در شار تابش کیهانی در سطح زمین پیدا شد. همان‌گونه که قبلا ذکر شد الکترونهای مثبت را معمولا "پوزیترونها" می‌نامند. تولید یک زوج الکترون - پوزیترون از یک فوتون با انرژی کافی ($> 1.02 \text{ MeV}$) و نابودی یک الکترون و یک پوزیترون که به هم

نزدیک می‌شوند در بخش ۲-۷ شرح داده شدند.

پوزیترون اغلب بصورت پاد ذره الکترون تعریف می‌شود، زیرا می‌تواند نابودی متقابل با یک الکترون را سبب شود. تقریباً "تمام ذرات بنیادی شناخته شده دیگر هم دارای پاد ذره هستند". فوتون و پیون خنثی استثنا هستند. اگر پاد ذره یک ذره ناپایدار باشد، همان جرم اسپین و طول عمر را خواهد داشت ولی بار آن (اگر داشته باشد) مخالف دارد و جهت گیری یا پاد جهت گیری بین اسپین و گشتاور مغناطیسی آن مخالف این پدیده بین اسپین و گشتاور مغناطیسی ذره است.

فرق بین نوترینو ν و پادنوترینو $\bar{\nu}$ بویژه جالب است. جهت اسپین نوترینو در خلاف جهت حرکتش می‌باشد. با نگاهی از پشت، همان گونه که در شکل ۱۳-۱۲ مشاهده می‌شود، نوترینو در جهت مخالف عقربه ساعت می‌چرخد. از سوی دیگر، اسپین پادنوترینو هم جهت با حرکت آن است. با نگاهی از پشت، مشاهده می‌شود که در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد. بدین ترتیب، نوترینو به طریقه یک پیچ چپ گرد در فضا حرکت می‌کند، در حالی که پادنوترینو به طریقه یک پیچ راست گرد حرکت می‌کند.

قبل از سال ۱۹۵۶ م. بطور کلی تصور بر این بود که نوترینوها می‌توانند چپ گرد یا راست گرد باشند، که اشاره می‌کرد بر این که چون بین آنها تفاوتی جز تفاوت جهت اسپین نمی‌تواند



شکل (۱۲-۱۳) نوترینوها و پادنوترینوها دارای جهت‌های مخالف اسپین هستند.

وجود داشته باشد، نوترینو و پادنوترینو یکی هستند. نخستین ارائه دهنده این فرضیه لایب‌نیز^۱، معاصر نیوتن و یک مخترع مستقل حساب، بود. این بحث ممکن است به طریق ذیل بیان شود: اگر یک شیء یا یک فرآیند فیزیکی را هم بطور مستقیم و هم در آینه مشاهده کنیم، نمی‌توانیم بطور کامل تمیز دهیم که کدام شیء یا کدام فرآیند مستقیماً "و کدام یک به وسیله بازتاب مشاهده می‌شود. بنا به تعریف، تفاوتها در واقعیت فیزیکی باید قابل تشخیص باشند وگرنه بی‌معنی هستند. حال تنها فرق بین چیزی که مستقیماً دیده می‌شود و همان چیزی که در آینه دیده می‌شود عبارت است از تعویض راست و چپ و بنابراین تمام اشیاء و فرآیندها باید با یک احتمال مساوی با تعویض راست و چپ روی دهند. این اصل پذیرفتنی براستی از لحاظ تجربی برای برهمکنشهای هسته‌ای و الکترومغناطیسی معتبر است ولی تا سال ۱۹۵۶ م. کاربرد آن در مورد نوترینوها هرگز آزمایش نشده بود. در آن سال تی. دی. لی^۲ و سی. ان. یانگ^۳ اظهار داشتند که اگر نوترینوها و پادنوترینوها بترتیب چپ‌گرد و راست‌گرد باشند چندین تناقض نظری جدی برطرف خواهند شد، گرچه معنیش این بود که هیچ کدام از این دو نمی‌توانست در یک آینه بازتابیده شود. بلافاصله پس از این پیشنهاد آزمایشهای انجام شده مشخصاً " نشان داد که نوترینوها و پادنوترینوها قابل تمیزند و بترتیب اسپینهای چپ‌گرد و راست‌گرد دارند.

دو عضو دیگر خانواده لپتون، میون، با علامت μ^- ، و نوترینوی وابسته آن، با علامت ν_μ ، هستند که بصورت فرآورده‌های واپاشی یک پیون باردار روی می‌دهند:

$$\begin{aligned}\pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}$$

پیون در بخش ۱۱-۸ در ارتباط با نیروی هسته‌ای قوی بحث شد؛ جرم آن بینابین جرم الکترون و پروتون است، پیون ناپایدار می‌باشد که عمر متوسط آن برای π^\pm ، 2.6×10^{-8} s، و برای π^0 ، 8.4×10^{-17} s است. نوترینوهای دخیل در واپاشیهای فوق‌همانند نوترینوهای دخیل در واپاشی بتا نیستند. وجود دو گروه نوترینو در سال ۱۹۶۲ م. به اثبات رسید. یک هدف فیزیکی با پروتونهای پراورژی بمباردمان شد و پیوندهای فراوانی ایجاد شدند. واکنشهای قابل‌ردیابی به نوترینوها از طریق واپاشی این پیونها، فقط میون تولید می‌کردند و نه الکترون. از این رو این نوترینوها باید به نوعی با نوترینوهای وابسته به واپاشی بتا فرق داشته باشند. پیون خنثی بصورت یک زوج از پرتوهای گاما واپاشیده می‌شود:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

گرچه وجود پیونها آن قدر بسهولت قابل درک است که چندین سال قبل از کشف واقعیشان پیش‌بینی می‌شدند ولی میونها حتی امروزه بصورت یک معما ظاهر می‌شوند. خصوصیات فیزیکی آنها کاملاً "دقیق شناخته شده‌اند. میونهای مثبت و منفی جرم در حال سکون یکسان $2.07 m_e$ ، و اسپین یکسان، $\frac{1}{2}$ ، دارند. هر دو با یک عمر متوسط 2.6×10^{-6} s به الکترونها و زوجهای نوترینو - پاد نوترینو واپاشیده می‌شوند:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

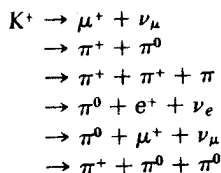
نظیر مورد الکترونها، حالت مثبت - بار میون، پاد ذره را نشان می‌دهد. میون خنثی وجود ندارد. از آن‌جا که واپاشی میون نسبتاً "کند است و چون، مانند تمام لپتونها، تابع برهمکنش هسته‌ای قوی نیست، میونها در مقادیر قابل ملاحظه‌ای از ماده بسهولت نفوذ می‌کنند. اکثریت بزرگی از ذرات ثانوی پرتو - کیهانی در سطح دریا میونها هستند. طول عمر میون برای یک میون منفی تا حدی بلند است که گاهی اوقات موقتاً "جانشین یک الکترون اتمی می‌شود تا یک اتم میونی تشکیل دهد (به مسائل ۲۶ و ۲۷ فصل ۴ مراجعه کنید).

با وجود این زوج دیگری از لپتونها که اخیراً "کشف شده‌اند عبارتند از مزون (تاو) $\frac{1}{3}$ و نوترینوی وابسته به آن که در بخش ۱۳-۱۱ بحث می‌شوند.

۱۳-۷ هادرونها

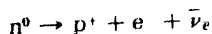
هادرونها ذرات بنیادی هستند که، برخلاف لپتونها، تابع برهمکنشهای قوی و ضعیف می‌باشند. فرق دیگری که این دو با هم دارند آن است که هادرونها به جای آن که بی‌نهایت کوچک باشند فضا اشغال می‌کنند. به نظرمی‌رسد عرض هادرونها کمی بیش از 10^{-15} m (۱ fm) باشد. هادرونها ممکن است مزونها باشند، ذراتی با اسپین صفر که جرمهای در حال سکون آنها بین جرمهای میون و پروتون است، یا باریونها^۲ باشند، ذراتی با اسپین $\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$ که جرمهای در حال سکون آنها برابر جرم در حال سکون پروتون یا بیشتر از آن است. ما قبلاً "با پیون، یک مزون که ممکن است خنثی یا باردار باشد، سر و کار داشته‌ایم. سنگینتر از پیون، کائون^۳ است که نوع باردار آن K^+ در واحدهای انرژی (واحد معمولی برای بیان جرمهای ذره بنیادی) دارای یک جرم 494 MeV است و نوع خنثای آن K^0 یک جرم

۴۹۸ MeV دارد. کائون باردار دارای یک طول عمر متوسط $10^{-8} \times 1/2$ s است و ممکن است به روشهای گوناگون واپاشیده شود. در این جا برای کائون K^+ شش طرح واپاشی وجود دارد که بترتیب احتمال فهرست شده‌اند:

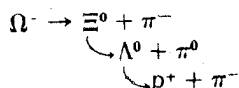


جای شگفتی است که دو نوع مشخص از کائون خنثی شناخته شده است. یکی K^0 است که دارای یک طول عمر متوسط $10^{-11} \times 8/8$ s می‌باشد و بصورت $\pi^+ + \pi^-$ یا $\pi^0 + \pi^0$ واپاشیده می‌شود. طول عمر K^0 دوم، $10^{-8} \times 5/2$ s است و ممکن است بصورت یک پيون، یک الکترون و یک نوترینو، بصورت یک پيون، یک ميون و یک مو-نوترينو يا بصورت سه پيون واپاشيده شود.

پروتون که بصورت یک بار یون طبقه‌بندی شده، برای مدتی طولانی تصور می‌شد که فقط هادرون پایدار است. همان‌گونه که قبلاً ذکر شد، نظریه‌های جاری بر همکنشهای بنیادی ایجاب می‌کنند که پروتونها باید به لپتونها واپاشیده شوند ولی از آن جا که انتظار می‌رود عمر متوسط پروتون 10^{30} سال باشد، تایید ناپایداری پروتون ساده نخواهد بود. نوترون، گرچه در داخل یک هسته، پایدار است، در فضای آزاد با یک طول عمر متوسط حدود ۱۵ دقیقه واپاشی بتا می‌کند:



بار یونهای سنگینتر از نوترون را هیپرون^۱ می‌نامند و همگی ناپایدارند و طول عمر متوسط آنها کمتر از 10^{-9} s ثانیه است. چهار گروه دیرپاترین هیپرونها بترتیب زیاد شدن جرم عبارتند از: Λ (لامبدا)^۲، Σ (زیگما)^۳، Ξ (xi) و Ω (اومگا)^۴. جدول ۱۳-۱ دربرگیرنده خواص این هیپرونهاست. این جدول فهرستی از ذرات بنیادی است که بلندترین طول عمرها را دارند. هیپرونهای گوناگون می‌توانند بطرق مختلف واپاشیده شوند ولی نتیجه نهایی همیشه یک پروتون یا یک نوترون است. مثلاً، یک ترتیب که هیپرون Ω^- می‌تواند در واپاشیش دنبال‌کند بصورت ذیل است:

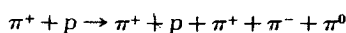


جدول ۱۳-۱. ذرات بنیادی و پاشی توسط برهمکنش قوی پدیدارند. موزنها و بارونها مشترکا "هادرون محسوب می شوند و تصور می شود از کوارکها تشکیل شده باشند.

طبقه	نام	ذره	پادذره	جرم در حال سکون MeV	عمر متوسط s	اسپین	I	γ	S	B	M	L
					پایدار							
بوزون بدون جرم فوتون	e^+ پوزیترون	ν_e	$(\bar{\nu})$	0	0	$1/2$	$1/2$	$+1$	0	0	0	1
	μ^+ پوزیترون	$\bar{\nu}_\mu$	ν_μ	0	0	$1/2$	0	0	$+1$	0	0	1
	μ^- میکرون	e^-	e^+	0.51	0.51	$1/2$	$1/2$	0	0	0	0	1
	μ^- میکرون	μ^-	μ^+	106	2.2×10^{-6}	$1/2$	0	0	$+1$	0	0	1
	π^+ پیون	π^+	π^-	140	2.6×10^{-8}	0	0	0	0	0	0	1
موزون	π^0 پیون	π^0	(π^0)	135	8×10^{-17}	0	0	0	0	0	0	1
	π^- پیون	π^-	π^+	140	2.6×10^{-8}	0	0	0	0	0	0	1
	K^+ کائون	K^+	K^-	494	1.2×10^{-10}	0	0	0	0	0	0	1
موزون	K^0 کائون	K^0	\bar{K}^0	498	9×10^{-11}	0	0	0	0	0	0	1
	η^0 موزون	η^0	(η^0)	549	2.5×10^{-16}	0	0	0	0	0	0	1
	η^0 موزون	η^0	η^0	549	2.5×10^{-16}	0	0	0	0	0	0	1
نوکلئون	p پروتون	p	\bar{p}	938.3	932	$1/2$	0	0	0	0	0	1
	n نوترون	n	\bar{n}	939.6	932	$1/2$	0	0	0	0	0	1
	Δ^+ هیبرون	Δ^+	$\bar{\Delta}^+$	1,189	2.5×10^{-10}	$1/2$	0	0	0	0	0	1
	Σ^0 هیبرون	Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	1,192	10^{-14}	$1/2$	0	0	0	0	0	1
	Σ^- هیبرون	Σ^-	$\bar{\Sigma}^-$	1,197	1.5×10^{-10}	$1/2$	0	0	0	0	0	1
هیدرون	Ξ^0 هیبرون	Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	1,315	3.0×10^{-10}	$1/2$	0	0	0	0	0	1
	Ξ^- هیبرون	Ξ^-	$\bar{\Xi}^-$	1,321	1.7×10^{-10}	$1/2$	0	0	0	0	0	1
	Ω^- هیبرون	Ω^-	$\bar{\Omega}^-$	1,672	1.3×10^{-10}	$1/2$	0	0	0	0	0	1

ذرات مندرج در جدول ۱۳-۱ همگی بحد کافی عمر طولانی دارند تا بصورت نهادهای مجزا در امتداد مسیرهایی با طول قابل اندازه‌گیری حرکت کنند و مدهای واپاشی آنها در دستگاههایی نظیر اتاقکهای حباب مشاهده شوند. شواهد تجربی قابل ملاحظه‌ای به وجود چند صد هادرون مختلف اشاره دارد که طول عمر آنها فقط حدود 10^{-23} - 10^{-24} ثانیه است. از وجود ذره‌ای با عمری به این کوتاهی چه چیزی استنباط می‌شود؟ برآستی، زمان 10^{-23} s را چگونه می‌توان اندازه گرفت؟ این قبیل ذرات را با مشاهده پیدایش واپاشی بعدی آنها در یک اتاقک حباب یا به وسیله دیگر نمی‌توان آشکار کرد زیرا مسافتی که آنها در 10^{-23} s طی می‌کنند حتی اگر با تندی نور حرکت کنند فقط 10^{-15} m است - طولی که مشخصه ابعاد هادرون است. در عوض، ذراتی که عمر بسیار کوتاه دارند بصورت حالت‌های تشدید در برهمکنشهای ذرات با طول عمر بیشتر (و از این رو به آسانی قابل مشاهده) ظاهر می‌شوند. حالت‌های تشدید در اتمها بصورت ترازهای انرژی روی می‌دهند. در فصل چهارم آزمایش فرانک - هرتز را مرور کردیم که وجود ترازهای انرژی اتمی از طریق رویداد پراکندگی غیر کشسان الکترون از اتمها فقط در انرژیهای مشخص را نشان می‌داد. یک اتم در یک حالت برانگیخته خاص مانند آن اتم در حالت پایدارش یا در حالت برانگیخته دیگری نیست، ولی چنین اتم برانگیخته‌ای معمولاً "این چنین تصور نمی‌شود که گویی عضوی است از یک نوع خاص فقط به این دلیل که برهمکنشی که سبب حالت برانگیخته می‌شود - برهمکنش الکترومغناطیسی - بخوبی درک می‌شود. یک وضعیت نسبتاً متفاوت در مورد ذرات بنیادی وجود دارد که در آن برهمکنشهای مختلف درگیر، به استثنای یک برهمکنش الکترومغناطیسی، بطور جزئی درک می‌شوند و بیشتر اطلاعات ما از خصوصیات تشدیدها سرچشمه می‌گیرد.

حال ببینیم در یک تشدید در مورد ذرات بنیادی چه چیزی دخیل است. یک آزمایش انجام می‌شود، مثلاً "بمباردمان پروتونها توسط مزونهای π^+ پر انرژی، و یک واکنش بررسی می‌شود.

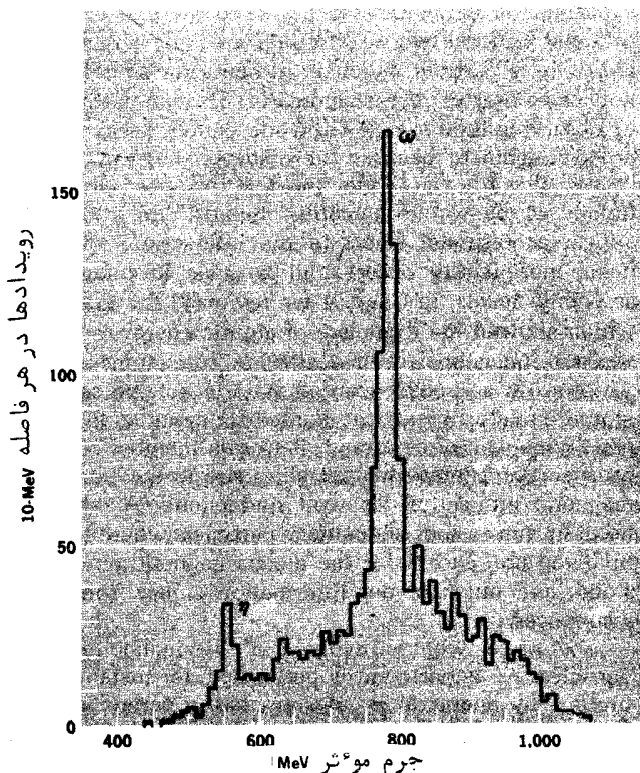


نتیجه برهمکنش π^+ و پروتون عبارت است از پیدایش سه پیون جدید. در هر یک از چنین واکنشهایی مزونهای جدید دارای یک انرژی کل هستند که تشکیل شده است از انرژیهای درحال سکون آنها بعلاوه انرژیهای جنبشی نسبت به مرکز جرمشان. اگر تعداد رویدادهای مشاهده شده را در مقابل انرژی کل مزونهای جدید در هر رویداد ترسیم کنیم، نموداری مانند نمودار شکل ۱۳-۱۳ به دست می‌آید. ظاهراً "انرژی کل مزون نسبت به داشتن انرژی ۷۸۵ MeV یک تمایل شدید و نسبت به داشتن انرژی ۵۴۸ MeV تمایل کمتری دارد. می‌توانیم این گونه بیان کنیم که واکنش در ۵۴۸ و ۷۸۵ MeV تشدیدهایی را به نمایش می‌گذارد یا این گونه بیان کنیم که این

واکنش از طریق ایجاد یک ذره بینابین روی می‌دهد که ممکن است ذره‌ای به جرم 548 MeV یا 785 MeV باشد. با کمک نمودار حتی می‌توانیم طول عمرهای متوسط این ذرات بینابین را، که بترتیب بصورت مزونهای η و ω شناخته شده‌اند، تخمین بزنیم. در بخش ۱۲-۹ فرمول ذیل را به کار بردیم

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \quad (13-13)$$

تا عمر متوسط τ یک حالت هسته‌ای برانگیخته را به عرض Γ یعنی عرض منحنی در نصف بیشینه قله تشدید متناظر با حالت برانگیخته مربوط کنیم. در این جا به کار بردن همان فرمول یک طول عمر متوسط $s \cdot 10^{-17} \cdot 2/5$ برای مزون η و یک طول عمر متوسط $s \cdot 10^{-23}$ برای مزون ω .



شکل (۱۳-۱۳) حالت‌های تشدید در واکنش $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ در جرمهای

مؤثر 548 MeV و 785 MeV روی می‌دهند. جرم مؤثر یعنی انرژی کل، شامل انرژی جرمی، سه مزون جدید نسبت به مرکز جرم آنها.

به دست می‌دهد. مزون η دارای عمری نسبتاً "طولانی" است که می‌تواند در جدول ۱۳-۱ گنجانده شود. دلیل دیگر نیز حاکی از این امر است که η ، برخلاف ω ، باید یک ذره "واقعی" در نظر گرفته شود، نه فقط یک تشدید.

۱۳-۸. اعداد کوانتومی ذره بنیادی

برهمکنشها و واپاشیهای صدها ذره بنیادی شناخته شده و تشدیدهای آرایش ظاهراً گیج کننده تشکیل می‌دهند. با اختصاص دادن برخی اعداد کوانتومی به هر یک از نهادها و تعیین این که کدام یک از این اعداد پایسته هستند و کدام یک در یک فرآیند معین تغییر می‌یابند، به این وضعیت می‌توان یک نظم قابل ملاحظه‌ای داد. ما با دو تا از این اعداد کوانتومی آشنایی قبلی داریم، یعنی اعداد کوانتومی که بار واسپین یک ذره را توصیف می‌کنند. این اعداد کوانتومی خواص فیزیکی قابل اندازه‌گیری را مشخص می‌کنند و همیشه پایسته‌اند. سایر اعداد انتزاعی‌ترند و همیشه دقیقاً "مشخص نیست که به چه جنبه‌ای از واقعیت فیزیکی اشاره می‌کنند."

یک مجموعه از اعداد کوانتومی برای مشخص کردن بار یونها و گروههای لپتونها به کار می‌روند. عدد $B=1$ به تمام باریونها و $B=-1$ به تمام پاد باریونها اختصاص دارد. برای سایر ذرات $B=0$ است. عدد $L=1$ به الکترون و نوترینوی الکترون $L=-1$ به پاد ذرات آنها اختصاص دارد. برای تمام ذرات دیگر $L=0$ است. همچنین، عدد $M=1$ به میون و نوترینوی میون $M=-1$ به پاد ذرات آنها اختصاص دارد. برای تمام ذرات دیگر $M=0$ است. معنی این اعداد این است که در هر فرآیندی از هر نوع که باشد، مقادیر کل L ، M و B بطور جداگانه ثابت باقی می‌مانند. تعداد بار یونها و تعداد هر نوع لپتون با در نظر گرفتن ذره بصورت $+$ و پاد ذره آن بصورت $-$ ، هرگز تغییر نمی‌کند.

یک مثال از پایستگی عدد - ذره‌ای واپاشی نوترون است که پیش از آن و بعد از آن $B=1$ و $L=0$ می‌باشد.

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

$L:$	0	0	+ 1	- 1
$B:$	+ 1	+ 1	0	0

این تنها راهی است که نوترون می‌تواند بدین طریق واپاشیده شود و هنوز انرژی و تعداد باریون B را پایسته نگه دارد. پایداری پروتون هم نتیجه نیاز به پایستگی این مقادیر است: بار یونهای که جرم کمتری از پروتون داشته باشند وجود ندارند، بنابراین پروتون نمی‌تواند واپاشیده شود. (در بخش ۱۳-۱۲ خواهیم دید که احتمالاً "پروتون کاملاً" پایدار نیست.)

سه فرآیند در بردارنده لپتونها که پایستگی L و M را نشان می دهند عبارتند از واپاشی پيون، واپاشی میون و تولید زوج:

$$\begin{array}{l} \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu} \\ M: \quad 0 \quad +1 \quad -1 \\ \\ \mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \\ L: \quad 0 \quad +1 \quad 0 \quad -1 \\ M: \quad +1 \quad 0 \quad +1 \quad 0 \\ \\ \gamma \rightarrow e^- + e^+ \\ L: \quad 0 \quad +1 \quad -1 \end{array}$$

حتی با معرفی اعداد کوانتمی L ، M و B ، بعضی از جنبه های رفتار ذره بنیادی رانمی توان توجیه کرد. مثلاً، کائونها و هیپرونها هرگز بصورت منفرد به وجود نمی آیند، بلکه بصورت دو یا چند تا در هر بار تولید می شوند. این بررسی و سایر بررسیها به اندیشه عدد شگفتی S منجر شدند که نسبت دادن این عدد به ذرات جدول ۱۳-۱ در آنجا نشان داده شده اند. توجه داریم که L ، M ، B و S برای پروتون و مزونهای π^0 و η^0 صفر هستند. از آنجاکه این ذرات نیز غیر باردارند، راهی برای تشخیص بین آنها و پادذره های آنها وجود ندارد و آنها را بصورت پاد ذره های خودشان در نظر می گیرند.

مشخص شده است که S در تمام فرآیندهایی که در اثر برهمکنشهای قوی و الکترومغناطیسی ایجاد می شوند، پایسته است. کائونها و هیپرونها، که در آنها $S \neq 0$ ، در برخوردهایی با انرژی زیاد که مستلزم برهمکنش قوی است ایجاد می شوند و ظاهر شدن چندتایی آنها از ضرورت پایستگی S ناشی می شود. یک مثال، برخورد پروتون - پروتون فوق است:

$$p^+ + p^+ \rightarrow \Lambda^0 + K^0 + p^+ + \pi^+ \\ S: \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad +1 \quad 0 \quad 0$$

از سوی دیگر، S در رویدادی که معلول برهمکنش ضعیف است می تواند تغییر یابد. واپاشیهای کائونها و هیپرونها از طریق برهمکنش ضعیف صورت می گیرد و از این رو بی نهایت کند هستند، یک یا چندین بلیون بار کندتر از واپاشیهای خویشاوندیهای تشدید آنها که از طریق برهمکنش قوی صورت می گیرد. با وجود این، حتی برهمکنش ضعیف نمی تواند اجازه دهد که e^+ بیش از $1+$ در یک واپاشی تغییر یابد. بدین ترتیب هیپرون Ξ^- مستقیماً به یک نوترون واپاشیده نمی شود زیرا

$$\Xi^- \rightarrow n^0 + \pi^- \\ S: \quad -2 \quad -1 \quad 0$$

ولی در عوض، این عمل در دو مرحله صورت می گیرد.

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^- \\ S: \quad -2 \quad -1 \quad 0$$

$$\Lambda^0 \rightarrow n^0 + \pi^0$$

$$S: \quad -1 \quad 0 \quad 0$$

یک کمیت بنام فوق بار^۱، Y ، برای مشخص کردن خانواده‌های ذره‌ای مفید تشخیص داده شده است. این کمیت در برهمکنشهای قوی پایسته است. فوق بار برابر است با مجموع اعداد شگفتی و اعداد بار یونی خانواده‌های ذره‌ای.

$$Y = S + B$$

۱۳-۱۴

برای مزونها، فوق بار معادل عدد شگفتی است. فوق بارهای مختلف مربوط به ذرات مختلف در جدول ۱۳-۱۴ آمده است.

۱۳-۹ اسپین ایزوتویی

از روی جدول ۱۳-۱ متوجه می‌شویم که تعدادی خانواده ذره‌ای وجود دارند که هر عضو یک خانواده اساساً دارای جرم و خواص برهمکنشی یکسان باقیه عضوهای آن خانواده ولی بار مختلف است. این خانواده‌ها را چندتایی‌ها می‌نامند و این امر طبیعی است که اعضای یک چندتایی را نشان دهنده حالت‌های باری مختلف یک نهاد بنیادی واحد در نظر بگیریم. اگر هر چندتایی را بر طبق تعداد حالت‌های باری که به نمایش می‌گذارد با یک عدد I طبقه‌بندی کنیم، بگونه‌ای که چندگانگی حالت چندتایی از فرمول $2I + 1$ حاصل شود، بدون شک به‌کاری مفید دست زده‌ایم. بدین ترتیب چندتایی نوکلئون $I = \frac{1}{2}$ است و حالت‌های $2 + 1 = \frac{1}{2}$ (دو گانه) آن نوترون و پروتون هستند. چندتایی پیون $I = 1$ است و حالت‌های $3 + 1 = 2$ (سه گانه) آن عبارتند از π^+ ، π^0 ، π^- . در مزون η ، $I = 0$ ، زیرا این مزون فقط در یک حالت واحد $1 + 0 = 1$ روی می‌دهد. در این جا ظاهراً تشابهی با شکافتگی یک حالت اندازه حرکت زاویه‌ای با عدد کوانتمی I به $1 + 1$ زیر حالت وجود دارد و این امر به نام غلط انداز "عدد کوانتمی اسپین ایزوتویی برای I " منجر شده است.

متعاقب تشابه با اندازه حرکت زاویه‌ای، اسپین ایزوتویی می‌تواند به وسیله بردار I در "فضای اسپین ایزوتویی" نشان داده شود که مؤلفه آن در هر جهت مشخصی تابع یک عدد کوانتمی است که معمولاً با I_3 نشان داده می‌شود. مقادیر ممکن I_3 به I ، $I - 1$ ، $I - 2$ ، ...، 0 ، $1 - I$ ، $2 - I$ ، ...، $I - 1$ محدود می‌شوند بگونه‌ای که I_3 مضرب فردی از نیم است اگر I مضرب فردی از نیم باشد، و عدد صحیح یا صفر است اگر I عدد صحیح باشد. اسپین ایزوتویی نوکلئون عبارت است از $I = \frac{1}{2}$ ، بدین معنی که I_3 می‌تواند یا $\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد. عدد اولی برای نشان دادن

پروتون و دومی برای نشان دادن نوترون است. در مورد پيون، $I = 1$ و $I_3 = 1$ مطابق با π^+ است، $I_3 = 0$ با π^0 و $I_3 = -1$ با π^- مطابقت دارد. مقادير I_3 برای سایر مزونها و باریونها بطریقی مشابه تعیین می شوند.

بار یک مزون یا باریون به عدد باریونی آن، B ، به عدد شگفتی آن S و به مؤلفه اسپین ایزوتوپی آن I_3 با فرمول زیر مربوط می شود.

$$q = e \left(I_3 + \frac{B}{2} + \frac{S}{2} \right) \quad (15-13)$$

از این رو هریک از سمتگیری مجاز بردار اسپین ایزوتوپی I مستقیماً به بار ذره‌ای که بدین ترتیب نشان داده شده است مربوط می شود. در مورد چندتایی نوکلئون، پروتون دارای $I_3 = \frac{1}{2}$ ، $B = 1$ و $S = 0$ است بگونه‌ای که $q = e$ ، در حالی که نوترون دارای $I_3 = -\frac{1}{2}$ ، $B = 1$ و $S = 0$ است بگونه‌ای که $q = 0$. در مورد چندتایی پيون $B = S = 0$ و برای سه مقدار $I_3 = 1, 0, -1$ ، q بترتیب عبارت خواهد بود از $0, e, -e$. بار و عدد باریونی B در تمام برهمکنش‌ها پایسته هستند. بدین ترتیب، هر وقت که S پایسته می شود، I_3 باید در برهمکنش‌های قوی و الکترو-مغناطیسی پایسته شود. کل I_3 فقط در برهمکنش‌های ضعیف می تواند تغییر یابد.

استقلال بار الکتریکی مشاهده شده نیروهای هسته‌ای که این نیروها از برهمکنش قوی ناشی می شوند یک قانون پایستگی اضافی را مطرح می کند. خصوصیات یک هسته نظیر انرژی پیوندی و طرح ترازهای انرژی آن تغییر می کنند وقتی که یک نوترون جایگزین یک پروتون شود و یا بالعکس، فقط به اندازه مقادیری که ملاحظات صرفاً "الکترومغناطیسی اجازه می دهد که دال بر این است که برهمکنش قوی خود به بار الکتریکی بستگی ندارد. اکنون اختلاف بین یک پروتون و یک نوترون در فضای اسپین ایزوتوپی فقط در سمتگیری بردارهای اسپین ایزوتوپی آنهاست و بنابراین می توانیم بگوییم که استقلال بار برهمکنش قوی بدین معنی است که این برهمکنش مستقل از سمتگیری در فضای اسپین ایزوتوپی است. اندازه حرکت زاویه‌ای هم مستقل از سمتگیری در فضای واقعی است و در تمام برهمکنش‌ها پایسته می شود که ممکن است این گونه تصور کنیم که اسپین ایزوتوپی در برهمکنش‌های قوی پایسته می شود. اتفاقاً این تصور صحیح است. عدد کوانتومی اسپین ایزوتوپی I در برهمکنش‌های قوی پایسته می شود ولی در برهمکنش‌های ضعیف یا الکترومغناطیسی پایسته نیست. ما در بخش بعدی به رابطه بین اصول پایستگی و نوردایی با توجه به عملهای تقارن خواهیم پرداخت.

توجه داریم که گرچه I_3 در برهمکنش‌های الکترومغناطیسی پایسته است، ولی I خود نیازی به پایسته شدن در این نوع برهمکنش ندارد. یک نمونه از فرآیندی که در آن I تغییر می کند در حالی که I_3 تغییری نمی کند عبارت است از واپاشی $\pi \rightarrow \mu + \nu$.

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

برای یک π^0 ، $I=1$ و $I_3=0$ در حالی که برای فوتونها I تعریف نمی‌شود؛ هیچ مؤلفه I_3 اسپین ایزوتوپی در هر یک از طرفین معادله وجود ندارد، که این امر با پایستگی آن سازگاری دارد، گرچه I تغییر کرده است.

۱۳-۱۰ تقارن‌ها و اصول پایستگی

در بخش قبلی استقلال بار برهمکنش قوی بر حسب همسانگردی فضای اسپین ایزوتوپی بیان شد. در اثر تشابه با اندازه حرکت زاویه‌ای، گفته می‌شد که این تقارن پایستگی اسپین ایزوتوپی را در برهمکنشهای قوی می‌رساند. این یک واقعیت قابل ملاحظه است که تمام تقارنهای شناخته شده در دنیای فیزیک مستقیماً به قوانین پایستگی منتهی می‌شوند، بگونه‌ای که رابطه بین تقارن تحت چرخشهای I و پایستگی I کلاً قابل قبول است. حال قبل از ادامه بحثمان در مورد ذرات بنیادی به بررسی بعضی از این روابط پایستگی تقارن می‌پردازیم.

معنی "تقارن" چیست؟ رسماً، گرچه تا حدی مبهم، می‌توان گفت که یک تقارن از نوعی خاص وقتی وجود دارد که یک عمل مشخص چیزی را بدون تغییر باقی‌گذارد. یک شمع حول محور عمودیش متقارن است زیرا حول آن محور می‌تواند بچرخد بدون این که در ظاهر یا شکل آن تغییری ایجاد شود؛ شمع نسبت به بازتابیدن در یک آینه نیز متقارن است. جدول ۱۳-۲ عملهای تقارن اصلی را نشان می‌دهد که قوانین فیزیک را در بعضی یا همه وضعیتهای تغییر نمی‌دهند. ساده‌ترین عمل تقارن انتقال در فضا است که بدین معنی است که قوانین فیزیکی بستگی به محل انتخاب مبدا دستگاه مختصه ما ندارند. با به کارگیری روشهایی پیشرفته‌تر از روشهایی که ما در این کتاب به کار گرفته‌ایم، می‌توان نشان داد که ناوردایی توصیف طبیعت به گذارهایی در فضا، پایستگی اندازه حرکت خطی را نتیجه می‌دهد. عمل تقارن ساده دیگری گذار در زمان است، بدین معنی که قوانین فیزیک به انتخاب $t=0$ بستگی ندارند و نتیجه این ناوردایی پایستگی انرژی است. ناوردایی تحت چرخشهایی در فضا بدین معنی است که قوانین فیزیک به سمتگیری دستگاه مختصه‌ای که این قوانین در آن بیان می‌شوند بستگی ندارند و این ناوردایی یک نتیجه یعنی پایستگی اندازه حرکت زاویه‌ای را دربردارد.

پایستگی بار الکتریکی به تبدیلات پیمانه‌ای مربوط می‌شود، این تبدیلات جابجایی‌هایی در صفرهای پتانسیل اسکالر V و صفرهای پتانسیل الکترومغناطیسی برداری A هستند (همان گونه که در نظریه الکترومغناطیسی بدقت مطرح شده است، میدان الکترومغناطیسی می‌تواند به جای E و B بر حسب پتانسیل‌های V و A توصیف شود، جایی که دو عبارت به وسیله فرمولهای برداری $E = -\nabla V$ و $B = \nabla \times A$ بهم مربوط می‌شوند.) تبدیلات پیمانه‌ای، روی E

و B اثری ندارند، زیرا این کمیتها با مشتق گرفتن از پتانسیلها حاصل می شوند و این ناوردایی به پایستگی بار منجر می شود.

جدول ۱۳-۲ بعضی از عملهای تقارن و اصول پایستگی وابسته به آنها

عمل تقارن	کمیت پاینده
برهمکنشهای گرانشی، الکترومغناطیسی، قوی و ضعیف مستقلند از:	
گذار در فضا	اندازه حرکت خطی p
گذار در زمان	انرژی E
چرخش در فضا	اندازه حرکت زاویه ای L
تبدیل پیمانه های الکترومغناطیسی	بار الکتریکی q
تعویض ذرات یکسان	نوع رفتار آماری
وارونی فضا، زمان و بار	حاصل ضرب پارитеء بار، پارитеء فضا و پارитеء زمان CPT
؟	عدد باریونی B
؟	عدد لپتونی L
؟	عدد لپتونی M
برهمکنشهای قوی و الکترومغناطیسی فقط مستقلند از:	
وارونی فضا	پارитеء p
بازتاب بار	پارитеء بار C ، مؤلفهء اسپین ایزوتوپی I_3
	و شگفتی S
برهمکنش قوی فقط مستقل است از:	
بار	اسپین ایزوتوپی I

تعویض ذرات یکسان در یک سیستم نوعی عمل تقارن است که به پایداری مشخصهء تابع موج یک سیستم منجر می شود. تابع موج ممکن است در یک چنین تعویضی متقارن باشد که در آن صورت ذرات از اصل انحصار تبعیت نمی کنند و سیستم از آمار بوز-اینشتین پیروی می کند،

یا تابع موج ممکن است پاد متقارن باشد که در این صورت ذرات از اصل انحصار تبعیت می‌کنند و سیستم از آمار فرمی - دیراک پیروی می‌کند. پایستگی آمار (یا معادل آن پایستگی تابع موج متقارن یا پاد متقارن) دال بر این است که فرآیندی که در داخل یک سیستم منزوی روی می‌دهد نمی‌تواند رفتار آماری آن سیستم را تغییر دهد. سیستمی که رفتار بوز - اینشتین را به نمایش می‌گذارد نمی‌تواند خودبخود تغییر کند تار رفتار آماری فرمی - دیراک را به نمایش گذارد یا بالعکس. این اصل پایستگی کاربردهایی در فیزیک هسته‌ای دارد، جایی که دیده می‌شود هسته‌هایی که تعداد نوکلئونهای آنها فرد است (عدد جرمی فرد A) از آمار فرمی - دیراک پیروی می‌کنند در حالی که هسته‌هایی که تعداد نوکلئونهای آنها زوج است از آمار بوز - اینشتین تبعیت می‌کنند. از این رو، پایستگی آمار یک شرط اضافی لازم برای یک واکنش هسته‌ای است.

پایستگی‌های عدد بار بونی B و اعداد لپتونی L و M در میان اصول اصلی پایستگی بخاطر داشتن تقارن شناخته شده‌ای همراه با آنها یکتا هستند.

علاوه بر استقلال بار برهمکنش قوی و پایستگی اسپین ایزوتوپی وابسته به آن که ماقبل ذکر کردیم، عملهای تقارن باقیمانده در جدول ۱۳-۲ همگی شامل پارите‌هایی^۱ از یک نوع یا نوع دیگر هستند. واژه پارите بدون قید و شرط بر رفتار یک تابع موج تحت یک وارونی در فضا دلالت می‌کند. منظور از وارونی در فضا عبارت است از بازتاب مختصات فضایی از مبدا با جانشینی x - به جای x ، y - به جای y و z - به جای z . اگر علامت تابع موج ψ در یک چنین وارونی تغییر نکند،

$$\psi(x, y, z) = \psi(-x, -y, -z)$$

و گفته می‌شود ψ پارите زوج دارد. اگر علامت ψ تغییر کند،

$$\psi(x, y, z) = -\psi(-x, -y, -z)$$

و گفته می‌شود ψ پارите فرد دارد. از این رو تابع $\cos x$ پارите زوج دارد زیرا

$$\cos x = \cos(-x)$$

در حالی که $\sin x$ پارите فرد دارد زیرا

$$\sin x = -\sin(-x)$$

اگر داشته باشیم

$$\psi(x, y, z) = P\psi(-x, -y, -z)$$

می‌توانیم P را یک عدد کوانتمی برای توصیف ψ در نظر بگیریم که مقادیر ممکن آن $+1$ (پارите زوج) و -1 (پارите فرد) است. هر ذره بنیادی یک پارите مربوط به خود دارد و پارите یک

سیستم نظیر یک اتم یا یک هسته عبارت است از حاصل ضرب پارите تابع موجی که مختصات

ذرات تشکیل دهنده آن را توصیف می‌کند، در پارитеء ذاتی خود ذرات. از آنجا که $|\psi|^2$ مستقل از P است، پارитеء یک سیستم کمیتی نیست که نتیجهء فیزیکی مشخصی داشته باشد. با وجود این، پی برده می‌شود که پارитеء اولیهء یک سیستم منزوی در حین رویدادی که در داخل آن سیستم روی می‌دهد تغییر نمی‌یابد که می‌توان این تغییر ناپذیری را با مقایسهء پارитеءهای حالت‌های نهایی شناخته شدهء یک واکنش، یا تبدیل، با پارитеءهای حالت‌های نهایی واکنش‌هایی که رویداد آنها مشاهده نمی‌شود، تحقیق کرد. یک سیستم پارитеء زوج، پارитеء زوج را و یک سیستم پارитеء فرد، پارитеء فرد را نگه می‌دارد؛ این اصل به پایستگی پارитеء معروف است.

پایستگی پارитеء عبارت است از بیانی از تقارن وارونی فضا، یعنی، بیانی از عدم وابستگی قوانین فیزیک به این که یک سیستم مختصهء چپ گرد یا راست گرد برای توصیف پدیده‌ها به کار رود. در بخش ۱۳-۶ ملاحظه کردیم که نوترینویک اسپین چپ گرد و پاد نوترینویک اسپین راست گرد دارد، بگونه‌ای که بین تصویر آینه‌ای هر یک از دو ذره و خود ذره تفاوتی واضح وجود دارد. این نامتقارنی بدین معنی است که برهمکنش‌هایی که در آنها نوترینوها و پاد نوترینوها شرکت می‌کنند - برهمکنش‌های ضعیف - نیازی به پایستگی پارитеء ندارند و پایستگی پارитеء در واقع فقط در برهمکنش‌های قوی و الکترومغناطیسی صدق می‌کند. از لحاظ تاریخی این واقعیت که وارونی فضایی بطور ناوردایی یک عمل تقارن نیست به واسطهء عدم پایستگی پارитеء در واپاشی کائون K^+ مطرح شد و چندی بعد به وسیلهء آزمایش‌هایی تأیید شد که نشان دهندهء یک اسپین چپ گرد برای ν و یک اسپین راست گرد برای $\bar{\nu}$ بودند.

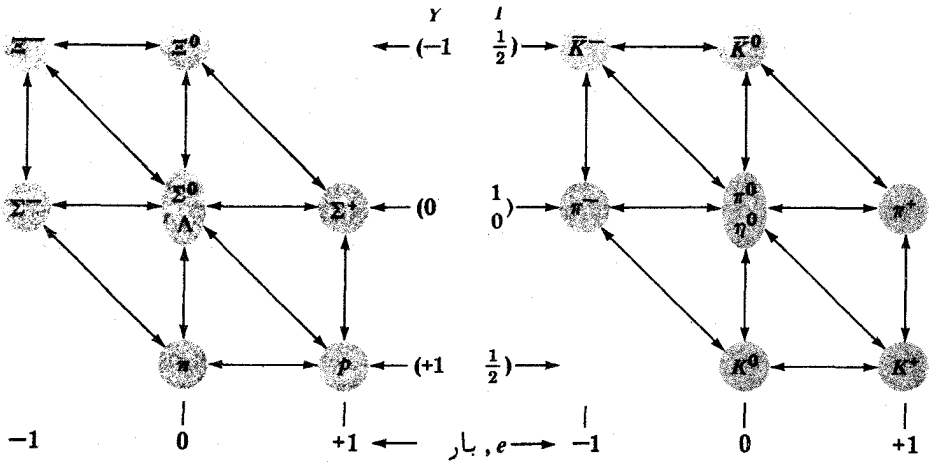
دو پارитеء دیگر در جدول ۱۳-۲ وجود دارند، پارитеء زمان T و پارитеء بار C ، که بترتیب رفتار یک تابع موج را وقتی که به جای t ، $-t$ و به جای q ، $-q$ - گذاشته می‌شود، توصیف می‌کند. عمل تقارنی که با پایستگی پارитеء زمان مطابقت می‌کند، وارونی زمان است. تقارن وارونی زمان بدین مفهوم است که جهت زمان مهم نیست، به گونه‌ای که عکس هر فرآیندی که بتواند روی دهد خود نیز فرآیندی است که می‌تواند روی دهد. به عبارت دیگر، اگر تقارن تحت وارونی زمان درست باشد، با نگاه کردن نمی‌توان تشخیص داد که آیا تصویر متحرک یک رویداد به سوی جلو حرکت می‌کند یا عقب. گرچه مدت‌ها ملاحظه می‌شد که پارитеء زمان T در هر برهمکنشی پایسته است، ولی در سال ۱۹۶۴ م. کشف شد که یک شکل کائون K^0 می‌تواند به $\pi^+ + \pi^-$ واپاشیده شود، که این امر ناقض پایستگی T است. از این رو، تقارن پدیده‌ها تحت وارونی زمان به نظر نمی‌رسند عمومی باشند. عمل تقارنی که با پایستگی پارитеء بار C مطابقت دارد مزدوج بار است که عبارت است از جانشینی هر ذره در یک سیستم با پاد ذره آن. پارитеء بار C ، مانند پارитеء فضا P ، در برهمکنش‌های ضعیف پایسته نیست. لکن،

علی‌رغم محدود بودن اعتبارهای پایستگی C ، P و T ، برای باور این مطلب که حاصل ضرب CPT پاریته، بار، فضا و زمان یک سیستم بطور ناوردایی پایسته است، دلایل نظری خوبی وجود دارند. پایستگی CPT بدین معنی است که برای هر فرآیند یک پاد ماده، برگردان آینه - تصویری وجود دارد که برعکس این فرآیند اتفاق می‌افتد و این تقارن خاص به نظر درست می‌رسد حتی اگر تقارنهای مؤلفه‌ای آن گاهی اوقات بطور انفرادی شکسته شوند.

۱۳-۱۱ کوارکها

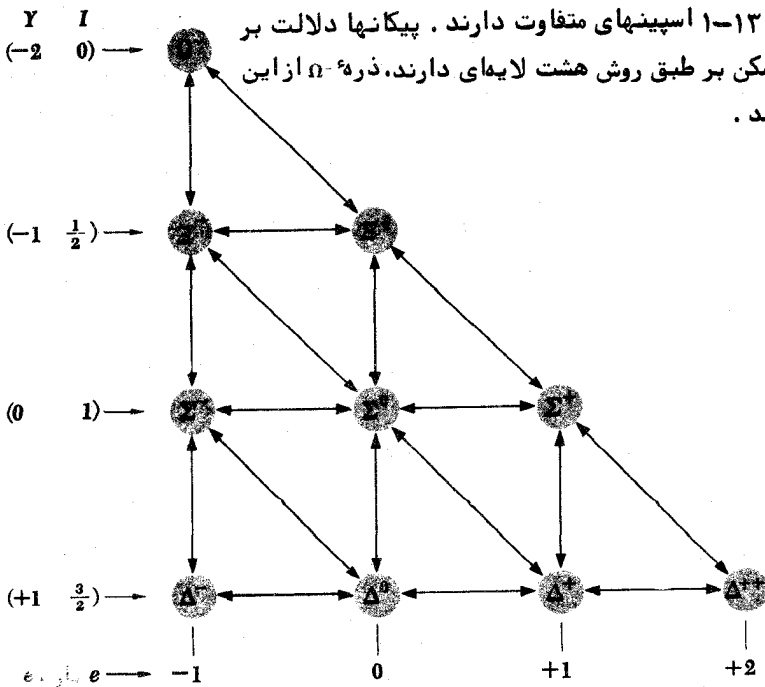
روش هشت‌لایه‌ای^۱، یک سیستم طبقه‌بندی برای هادرون‌هاست که در سال ۱۹۶۱ م. به وسیله موری گلمان^۲ و یووال نیمن^۳ بطور جداگانه پیشنهاد شد که شامل ذرات تشدید کوتاه عمر زیادی به علاوه هادرونهای نسبتاً پایدار جدول ۱۳-۱ است. روش هشت لایه‌ای، چند تایی‌های اسپین ایزوتوبی را بصورت فراچند تایی‌هایی که عضوهای آنها اسپین و پاریته یکسان ولی بار و فوق بار متفاوت دارند، جمع می‌کند. دو تا از فرا چند تاییهای هشت عضوی که در شکل ۱۳-۱۴ نشان داده شده‌اند بترتیب از اسپین $\frac{1}{2}$ باریون با پاریته زوج و اسپین صفر مزونها با پاریته فرد تشکیل می‌شوند که همگی آنها در برابر واپاشی توسط برهمکنش قوی پایدارند. پیکانها تبدیلات مجاز را نشان می‌دهند. فراچند تایی ده عضوی شکل ۱۳-۱۵ تشکیل شده است از اسپین $\frac{3}{2}$ باریونها با پاریته زوج، که بجز هیپرون Ω ، ذرات تشدید هستند. موقعی که این فرا چند تایی طرح ریزی می‌شد، Ω^- ناشناخته بود و کشف آن در سال ۱۹۶۴ م. اعتبار روش هشت لایه‌ای را تأیید کرد.

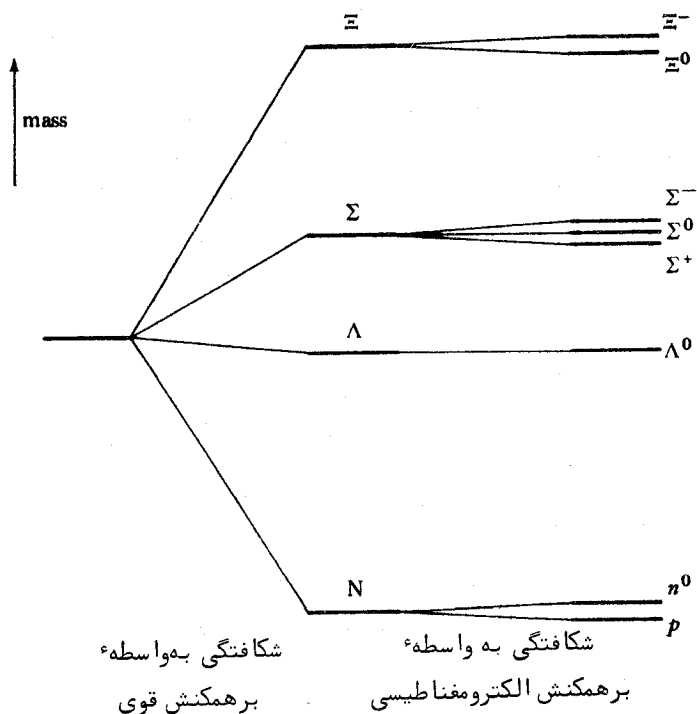
عضوهای هر فراچند تایی همگی درغیاب هر برهمکنشی یکسانند که این برهمکنش باعث بروز اختلافات هستند. شکل ۱۳-۱۶ نشان می‌دهد که چگونه این ایده در مورد فراچند تایی باریونی شکل ۱۳-۱۴ به کار می‌رود. برهمکنش قوی حالت باریون اصلی را به چهار مؤلفه Σ ، Λ و N (برای نوکلئون) تقسیم می‌کند و علاوه برهمکنش الکترومغناطیسی مؤلفه‌های Σ ، Λ و N را به چند تایی‌های ایزوتوبی - اسپین می‌شکافد. اسپینهای ایزوتوبی (I) و Ξ و Λ هستند بنابراین هر یک دو مؤلفه دارند. $I = 1$ برای Σ ، از این رو این ذره سه مؤلفه دارد. و $I = 0$ برای Λ ، بنابراین این ذره نمی‌تواند به مؤلفه‌هایی تقسیم شود. چون برهمکنش قوی از برهمکنش الکترومغناطیسی قویتر است، اختلاف جرم بین چند تایی‌ها از اختلاف جرم بین عضوهای یک چند تایی بیشتر است. از این رو، اختلاف بین جرمهای p و n فقط $1/3 \text{ MeV}$



شکل (۱۳-۱۴) فراچندتایی‌های اسپین $\frac{1}{2}$ بار یونها و اسپین صفر مزونها در برابر واپاشی توسط برهمکنشهای هسته‌ای قوی پایدارند. پیکانه‌ها دلالت بر وجود تبدیلات ممکن بر مبنای روش هشت لایم‌ای دارند.

شکل (۱۳-۱۵) چندتایی باریون که عضوهاش اسپین $\frac{3}{2}$ دارند و (بجز n) ذرات تشدید کوتاه عمر هستند؛ ذرات Ξ و Σ در این جا سنگین‌ترند و نسبت به ذرات موجود در جدول ۱۳-۱ اسپینهای متفاوت دارند. پیکانه‌ها دلالت بر وجود تبدیلات ممکن بر طبق روش هشت لایم‌ای دارند. ذره n از این طرح پیش بینی شد.





شکل (۱۳-۱۶) مبدأ فراچندگانهٔ باریونی در شکل ۱۳-۱۴ نشان داده شده است.

است، اما 176 MeV اختلاف جرم بین آنها وجود دارد. روش هشت لایه‌ای نه تنها برای طبقه‌بندی هادرون‌ها مفید است، بلکه در بارهٔ ماهیت آنها نیز ما را راهنمایی می‌کند. مبنای ریاضی برای روش هشت لایه‌ای از نظریهٔ گروه‌های $SU(3)$ می‌شود، بویژه گروه‌لی $SU(3)$ که مخفف "گروه واحدگونهٔ ماتریسهای 3×3 "^۱ می‌باشد. تمام هادرون‌های شناخته شده در خانواده‌های $SU(3)$ عضوهای 8 یا 10 تایی جای می‌گیرند، سایر خانواده‌های هادرونی که تعداد ذرات آنها باهم متفاوت است می‌توانند به وسیلهٔ $SU(3)$ هماهنگ شوند، گرچه هنوز این ذرات شناخته نشده‌اند. یک تلاش برای توضیح این مطلب که چرا فقط بعضی از خانواده‌های هادرونی روی می‌دهند سبب شد که گل‌مان^۳ و جورج‌زویگ^۴ بطور جداگانه در سال ۱۹۶۳ م. اظهار نظر کنند که تمام هادرون‌ها ترکیباتی از سه ذره

1. Lie

2. "Special unitary group of 3×3 matrices"

3. Gell - Mann

4. George Zweig

بنیادی‌تر هستند که یک سه‌تایی $SU(3)$ را تشکیل می‌دهند. گلمان این ذرات را کوارکها نامید.

این‌گونه تصویری شود که کوارکها به‌همان مفهومی که لپتونها بنیادی‌اند، بنیادی‌هستند، اساساً "ذرات نقطه‌ای که ساختارهای داخلی ندارند ولی برخلاف لپتونها - برآستی برخلاف هر چیز دیگری در طبیعت - تصور می‌رود بارهای الکتریکی کسری دارند. سه کوارک اصلی با u (برای بالا) d (برای "پایین") و s (برای شگفتی) مشخص شدند و این کوارکها و پادذره‌های آنها \bar{u} , \bar{d} و \bar{s} بارهای معینی به قرار ذیل به آنها نسبت داده شد:

$$u: +\frac{2}{3}e \quad \bar{u}: -\frac{2}{3}e$$

$$d: -\frac{1}{3}e \quad \bar{d}: +\frac{1}{3}e$$

$$s: -\frac{1}{3}e \quad \bar{s}: +\frac{1}{3}e$$

هر کوارک یک عدد باریونی $B = \frac{1}{3}$ و هر پادکوارک یک عدد باریونی $B = -\frac{1}{3}$ دارد. یک باریون از سه کوارک تشکیل شده است بگونه‌ای که $B = +1$ و یک پادکوارک از سه پادکوارک تشکیل شده است بگونه‌ای که $B = -1$. یک مزون از یک کوارک و یک پادکوارک تشکیل شده است، بگونه‌ای که $B = 0$. کوارکها همگی پاریته زوج و اسپینهای $\frac{1}{2}$ دارند که اسپینهای مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ مشاهده شده باریونها و اسپینهای ۰ یا ۱ مزونها را توضیح می‌دهد. کوارکهای u و d شگفتیهای $S = 0$ دارند درحالی‌که کوارک s دارای $S = -1$ است و پادکوارک \bar{s} ، $S = +1$ دارد. از این‌رو، ذراتی که شگفتی صفر دارند فقط از کوارکها و پادکوارکهای u و d تشکیل می‌شوند و ذراتی که شگفتی آنها $S \neq 0$ است از یک، دو یا سه کوارک یا پادکوارک s تشکیل می‌شوند.

تمام هادرونها را که تا این اواخر شناخته شده‌اند می‌توان برحسب کوارکهای u , d و s و پادکوارکهای آنها بیان کرد. جدول ۱۳-۳ محتوای کوارکی ۵ تا از هادرونها را جدول ۱۳-۱ همراه با بارهای مشاهده شده، اسپینها و اعداد شگفتی این ذرات را نشان می‌دهد.

مشکل جدی این که باریونها از کوارکها تشکیل می‌شوند این بود که حضور دو یا سه کوارک از یک نوع در یک ذره خاص (مثلاً)، دو کوارک u در یک پروتون، سه کوارک s در یک هیپرون (Ω^-) ناقض اصل انحصار است، که کوارکها بایستی تابع آنها باشند زیرا کوارکها فرمیونهایی با اسپینهای $\frac{1}{2}$ هستند. برای حل این مسأله، پیشنهاد شد که کوارکها و پادکوارکها یک نوع خاصیت اضافی دارند که این خصوصیت می‌تواند به‌شش طریق مختلف ظاهر شود، درمقایسه با بار الکتریکی که خاصیتی است که می‌تواند به دو فرم مختلف که مثبت و منفی نامیده می‌شوند، ظاهر شود. در مورد کوارکها این خاصیت به "رنگ" معروف شد که سه امکان موجود آن قرمز، سبز و آبی نامیده شد. رنگهای پادکوارک عبارتند از پاد قرمز، پاد سبز و پاد آبی. طبق فرضیه رنگ، سه کوارک موجود در یک باریون رنگهای مختلف دارند که با اصل انحصار مطابقت

دارد زیرا همگی آنها در حالت‌های مختلف قرار دارند ولو این که دو یاسه تا از این کوارک‌ها در بقیه خصوصیات یکسان باشند. یک چنین ترکیبی را می‌توان به سبب شباهت به روشی که طی آن نور قرمز، سبز و آبی ترکیب می‌شوند تا نور سفید حاصل شود، سفید به حساب آورد (ولی هیچ‌گونه ارتباطی جز این مفهوم استعاره‌ی بین رنگ‌های کوارک و رنگ‌های بصری واقعی وجود ندارد). فرض بر این است که یک مزون از یک کوارک از یک رنگ و یک پاد کوارک پاد رنگ متناظر تشکیل شده است که دارای اثر خنثی کردن رنگ است. نتیجه این است که بار یونها و مزونها هر دو همیشه بی‌رنگ هستند. رنگ کوارک یک ویژگی است که در داخل هادرونها مفهوم دارد ولی در دنیای خارج هرگز مستقیماً مشاهده نمی‌شود.

تصور رنگ کوارک چیزی بیش از مطلبی پیرامون اصل انحصار است. مثلاً، عاملی است برای توضیح این مطلب که چرا پیون خنثی طول عمر مشاهده شده را دارد. در یک سطح عمیق‌تر، می‌توان بررسی برهمکنش قوی را بر اساس رنگ کوارک تصور کرد، درست همان‌گونه که برهمکنش الکترومغناطیسی بر اساس بار الکتریکی است، نظریه‌ای که در بخش بعدی بیشتر بررسی خواهد شد.

نه تنها کوارک‌ها در سه رنگ هستند بلکه انواع اضافی (یا طعم‌ها) کوارک‌ها را باید جزو طرحی شمرد تا مکمل سه کوارک اصلی u ، d و s باشند. اولین نوع از کوارک‌های جدید، کوارک "افسونی" c ، به واسطه مقایسه با وجود چهار لپتون پیشنهاد شد. اگر کوارک‌ها به همان مفهوم لپتون‌ها ذرات بنیادی هستند، در این صورت بایستی چهار تای آنها وجود داشته باشند. این مساله به نظر نمی‌رسد که یک بحث معقول باشد، ولی تقارن‌های انواع مختلف که در فیزیک مشاهده شده‌اند آن قدر مهم هستند که این تصور کاملاً منطقی است. یک چنین کوارکی دارای بار $\frac{2}{3}e$ و یک عدد کوانتومی افسونی 1 است. سایر کوارک‌ها افسونی صفر دارند. افسونی ظاهراً "براحتمال بعضی از واپاشیهای هادرون اثر می‌گذارد و دانشمندان معتقدند مزون سنگینی که اخیراً کشف شده است متشکل از یک کوارک افسونی و یک کوارک پاد افسونی، $c\bar{c}$ ، است.

جدول ۱۳-۳. ترکیبات بعضی از هادرونها طبق مدل کوارک

هادرون	محتوای کوارک	بار، e	اسپین	شگفتی
π^+	$u\bar{d}$	$+\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = +1$	$\uparrow\downarrow = 0$	$0 + 0 = 0$
K^+	$u\bar{s}$	$+\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = +1$	$\uparrow\downarrow = 0$	$0 + 1 = +1$
p^+	uud	$+\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = +1$	$\uparrow\uparrow\downarrow = \frac{1}{2}$	$0 + 0 + 0 = 0$
n^0	ddu	$-\frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 0$	$\downarrow\downarrow\uparrow = \frac{1}{2}$	$0 + 0 + 0 = 0$
Ω	sss	$-\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -1$	$\uparrow\uparrow\uparrow = \frac{3}{2}$	$-1 - 1 - 1 = -3$

تمام ویژگیهای ماده معمولی را می توان بر اساس فقط دو لپتون، الکترون و نوترینوی وابسته به آن و دو کوارک، u و d ، بررسی کرد. این یک عمل شگفت آوری است. خانواده دیگری از دو لپتون و دو کوارک - میون و نوترینوی آن، کوارکهای s و c - علت اکثر ذرات ناپایدار و تشدیدهای به وجود آمده در برخورد های پرانرژی است که تمامی این ذرات به عضوهای اولین خانواده تجزیه می شوند. نشانه هایی وجود دارند که دلالت بر وجود خانواده دیگری از دو لپتون و دو کوارک می کند. در این جا لپتونها مزون τ و نوترینوی آن هستند که جرم $1/78 \text{ GeV}$ مزون آن تقریباً "دو برابر جرم پروتون است، گرچه وجه تمایز نوترینوی آن باید هنوز به اثبات رسد. کوارکها "بالا" ($\frac{2}{3}e$) و "پایین" ($-\frac{1}{3}e$) نامیده می شوند که تأیید تجربی فقط برای کوارک دومی تاکنون موجود است (این کوارکها زمانی به "حقیقت" و "زیبایی" نیز معروف بودند). آن چنان که تصویری رود هنوز هم خانواده های لپتون - کوارک دیگری کشف خواهند شد ولی ارتباط آنها با ماده معمولی غیر محتمل است که ارتباط نزدیکی باشد.

ولی به رغم تمام قدرت اقناع کنندگی مدل کوارک هادرونها و به رغم تمام تحقیقاتی که از سال ۱۹۶۳ م. ادامه داشته اند، هیچ کوارکی تا کنون در یک آزمایش مجزا نشده است. وضعیت کنونی کوارکها تا اندازه ای مانند وضعیت نوترینوها در طی ۲۵ سال پس از پیدایش آنها بوده است. شواهد غیر مستقیم بسیاری وجود کوارکها را تأیید می کنند ولی چیزی در سرشت اصلی آنها مانع کشف آنها می شود. لکن رویداد حالتی نظیر وضعیت نوترینو معلوم نیست برای کوارکها صحیح باشد، زیرا گیراندازی مشکل نوترینو فقط به واسطه برهمکنش ضعیف آن با ماده بود، در صورتی که ممکن است به دلیلی اساسی برای کوارکها غیر ممکن باشد که بصورت نهادهایی مستقل در خارج از هادرونها روی دهند.

۱۲-۱۳. برهمکنشهای بنیادی

چهار نوع برهمکنش این ذرات بنیادی می توانند علت تمامی فرآیندهای شناخته شده در جهان مادی در تمامی مقیاسهای حجم باشند. این برهمکنشها همراه با ذرات تحت تأثیر آنها، گستره عمل آنها، قدرت نسبی آنها در شرایط قابل قیاس و طبیعت ذراتی که مبادله این ذرات ممکن است به عنوان واسطه برهمکنشها تلقی شود، در جدول ۱۳-۴ آورده شده اند.

گرچه قدرتهای نسبی برهمکنشهای مختلف تا ده به توان ۴۰ را در برمی گیرند، ولی فواصلی که از طریق آنها این قدرتها مؤثرند خیلی متفاوتند. در حالی که نیروی قوی بین نوکلئونهای مجاور بر نیروی گرانشی بین آنها کاملاً "فائق می آید، وقتی که فاصله آنها از هم یک میلی متر باشد عکس قضیه صدق می کند. ساختارهای هسته ها به وسیله خواص برهمکنش قوی مشخص می شوند در حالی که ساختارهای اتمها به وسیله خواص برهمکنش الکترومغناطیسی

مشخص می‌شوند. ماده حجیم از لحاظ الکتریکی خنثی است و برهمکنشهای قوی و ضعیف از نظر گستردگی بشدت محدودند. از این رو برهمکنش گرانشی که در یک مقیاس کوچک کاملاً ناچیز است در یک مقیاس بزرگ یک برهمکنش غالب می‌شود. نقش نیروی ضعیف در ساختار ماده ظاهراً "نقش یک اختلال کوچک است که سبب می‌شود هسته‌هایی با نسبت‌های نامتناسب نوترون / پروتون در واپاشیهای بتای اصلاحی قرار گیرند.

جدول ۱۳-۴. چهار برهمکنش بنیادی

برهمکنش الکترومغناطیسی همچنین بر ذرات غیربارداری اثر می‌گذارد که گشتاورهای الکتریکی یا مغناطیسی دارند. گراویتون^۱ و بوزون بینابین تا کنون بطور تجربی آشکار نشده‌اند.

برهمکنش	ذرات متأثر	گستره	قدرت نسبی	ذرات تعویض شده
قوی	هادرونها	10^{-15} m	۱-۱۰	مزونها
الکترومغناطیسی	ذرات باردار	10^{-2} m	10^{-2}	فوتونها
ضعیف	هادرونها و لپتونها	10^{-17} m	10^{-13}	بوزونهای میانی
گرانشی	همه	10^{-40} m	10^{-40}	گراویتونها

گراویتون ذکر شده در جدول ۱۳-۴ حامل میدان گرانشی است. گراویتون باید بی جرم، پایدار، دارای اسپین ۲ باشد و با تندی نور حرکت کند. جرم صفر آن را می‌توان از گستره نامحدود نیروهای گرانشی استنتاج کرد. همان گونه که در بخش ۱۱-۸ دیدیم، می‌توان این گونه تصور کرد که نیروهای متقابل بین دو جسم در اثر تعویض ذرات بین آنها انتقال می‌یابند. اگر انرژی باید پایسته شود، اصل انحصار ایجاب می‌کند که گستره نیروها با جرم ذراتی که تعویض می‌شوند نسبت عکس داشته باشند و بنابراین در صورتی که جرم گراویتون صفر باشد، برهمکنش گرانشی می‌تواند یک گستره بی‌نهایت داشته باشد. برهمکنش گراویتون با ماده کاملاً "ضعیف است و آشکار کردن آن را بی‌نهایت مشکل می‌کند. شواهد عینی معینی له یا علیه

موجودیت گراویتون وجود ندارد.

حاملین برهمکنش ضعیف را بوزونهای برداری بینابین^۱ می نامند که به نظر می رسد دو نوع از آن وجود دارند. از آنجا که برهمکنش ضعیف گستره ای کوتاه دارد، جرم در حال سکون این قبیل ذرات باید بزرگ باشد، یعنی ۳۰ برابر جرم پروتون. یک نوع آن، بنام W ، یک اسپین ۱ و یک بار \pm دارد و مسؤول واپاشیهای بتای معمولی است. نوع دیگر آن، بنام Z ، یک اسپین ۱ دارد ولی از لحاظ الکتریکی خنثی است و از W سنگینتر است؛ اثرات آن تا بحال فقط در بعضی از آزمایشهای پراکندگی پراثری آشکار شده اند. گرچه ذره W یک لازمه طبیعی برهمکنش ضعیف است و سالها پیش عنوان شد، ولی اندیشه ذره Z اخیراً "از نظریه ای ناشی شد که برهمکنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی را تلفیق می کند و کشف ذره Z در تأیید نظریه مؤثر بود. استیون واینبرگ^۲ و عبدالسلام^۳ در دهه ۱۹۶۰ م. بطور جداگانه ارتباط بین برهمکنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی را تکمیل کردند. مسأله ای که لازم بود در ساختن نظریه حل شود آن بود که حاملین نیروی ضعیف جرم دارند در حالی که حاملین نیروی الکترومغناطیسی، یعنی فوتونها، بی جرم هستند. کاری که واینبرگ و عبدالسلام کردند این بود که نشان دهند، در یک سطح اولیه، هر دو نیرو جلوه های یک برهمکنش منحصر بفرد هستند که واسطه آن چهار بوزون بی جرم هستند. از طریق یک فرآیند دقیق بنام شکست تقارن خودبخود، سه تا از بوزونها جرم پیدا کردند و ذرات W و Z شدند با یک کاهش منتج در گستره برهمکنش که اکنون به عنوان قسمت ضعیف برهمکنش کل ظاهر می شود. یک راه نگرش به وضعیت آن است که جرمهای بوزونهای W و Z را خواص حالتیابی تصور کنیم که این ذرات برحسب اتفاق اشغال می کنند، نه خواص ذاتی این ذرات. چهارمین بوزون، فوتون، بی جرم باقی می ماند و از این رو گستره بخش الکترومغناطیسی برهمکنش کل بی نهایت باقی ماند.

از آن جا که خیلی محتمل است که هادرونها از کوارکها تشکیل شده باشند برهمکنش قوی بین هادرونها باید سرانجام به یک برهمکنش بین کوارکها منجر شود. ذراتی را که کوارکها مبادله می کنند تا این برهمکنش تولید شود، گلوونها^۴ می نامند که هشت تایی آنها مشخص شده است. گلونها بی جرم هستند، باتندی نور حرکت می کنند و هریک حامل یک رنگ و یک پاد رنگ هستند. گسیل یا جذب یک گلوون توسط یک کوارک رنگ کوارک را تغییر می دهد. مثلاً، یک کوارک آبی که یک گلوون آبی - پاد قرمز گسیل می کند، یک کوارک قرمز می شود و یک کوارک قرمز که این گلوون را جذب می کند، یک کوارک آبی می شود. نظریه ای که چگونه کوارکها با یکدیگر

1. Intermediate Vector bosons

3. Abdus salam

2. Steven weinberg

4. Gluons

برهمکنش دارند به عنوان کرومودینامیک^۱ کوانتومی شناخته شده است زیرا که از روی الکترو دینامیک^۲ کوانتومی طرح ریزی می شود، نظریه‌ای که چگونه ذرات باردار با یکدیگر برهمکنش دارند، که در این نظریه رنگ جای بار را می گیرد. گرچه به نظر می رسد کرومودینامیک کوانتومی می تواند رفتار کوارکها در داخل هادرونها را بیان کند و بعضی اثراتی را پیش بینی کرده است که در آزمایشهای پرنرژی مشاهده شده اند، با وجود این در توضیح دادن برهمکنش با گستره بلندترین کوارکها که به نیروهای هادرون - هادرون منجر می شود، بطور کامل موفق نبوده است.

تا حد قابل توجهی - یا شاید نه چندان جالب توجه - نظریه برهمکنش قوی را ظاهراً^۳ می توان به نظریه برهمکنشهای متحد ضعیف و الکترومغناطیسی پیوند داد تا یک تصویر منحصر بفرد درست شود. در یک چنین نظریه متحد بزرگ، نیروهای قوی، ضعیف و الکترومغناطیسی بصورت جلوه‌های مختلف یک پدیده اساسی ظاهر می شوند با لپتونها و کوارکهایی که جای طبیعی در داخل نظریه پیدا می کنند. با توانایی برگنجاندن لپتونها و کوارکها داخل همان نظریه، توضیح این نکته در میان نکات دیگر، میسر می شود که چرا الکترون (یک لپتون) و پروتون (ترکیبی از کوارکها) بارهای الکتریکی دقیقاً^۴ یکسان دارند. همچنین لازم می شود تا بین لپتونها و کوارکها برهمکنشی وارد کنیم که یک عضو از یک طبقه را قادر سازد به عضوی در طبقه دیگر تبدیل کند. این بدین معنی است که پروتونها، که تا کنون پایدار تصور می شدند، بایستی سرانجام بصورت لپتونها واپاشیده شوند. یقیناً^۵، برهمکنش لپتون - کوارک که برای نظریه لازم است بی نهایت ضعیف است، به گونه‌ای که عمر متوسط پروتون 10^{30} سال تخمین زده می شود^۶، با مقایسه، عمر جهان کمتر از 10^{10} سال است.

در مورد گراننش چطور؟ گام نهایی برای فهم این موضوع که طبیعت چگونه عمل می کند نظریه‌ای است که تمام ذرات و برهمکنشهایی را که مشاهده می شوند به هم پیوند می دهد و نشانه‌هایی وجود دارند مبنی بر این که این هدف دست یافتنی است.

مسائل

- ۱- (الف) برای کمینه انرژی جنبشی که لازم است تا یک ذره با جرم در حال سکون m_0 تا بیش چرنکوف در یک محیط با ضریب شکست n صورت دهد، فرمولی بدست آورید. (راهنمایی: از معادله‌های ۱-۲۰ و ۱-۲۲ شروع کنید.) (ب) با استفاده از این فرمول کمینه انرژی جنبشی

(K_{min}) را برای یک الکترون در یک محیط با $n = 1/5$ پیدا کنید.

۲- با استفاده از معادله‌های ۱۳-۱ و ۱۳-۲ نشان دهید که برد یک ذره به جرم M ، بار z و تندی اولیه v_0 را می‌توان بصورت $(v_0) f (M/z^2) = R$ بیان کرد. (این رابطه مفید است زیرا ساختار منحنی برد - انرژی را برای هر ذره باردار میسر می‌کند، وقتی که چنین منحنی برای یک ذره با بار و جرم مفروض شناخته شده است.)

۳- چند برخورد با هسته‌های ^{12}C لازم است تا یک نوترون را که انرژی اولیه‌اش 1 MeV است به انرژی حرارتی برساند؟ فرض کنید برخوردها همگی شاخ‌شاخ هستند.

۴- مطلوبست محاسبه درصد بیشینه انرژی جنبشی اولیه‌ای که یک نوترون می‌تواند در یک برخورد غیر کشسان با یک هسته 9Be ساکن از دست بدهد.

۵- ضریب جذب خطی برای پرتوهای گاما با انرژی 1 MeV در سرب 78 m^{-1} است. ضخامت سرب مورد نیاز برای کاهش شدت یک باریکه از چنین پرتوهای گاما به نصف را پیدا کنید.

۶- ضریب جذب خطی برای پرتوهای ایکس با انرژی 50 keV در هوای سطح دریا 10^{-3} m^{-1} است. شدت یک باریکه از چنین پرتوهای x به چه مقدار کاهش می‌یابد وقتی از میان 5 m هوا عبور می‌کند؟ وقتی از میان 5 m هوا عبور کند؟

۷- ضریبهای جذب جرمی برای پرتوهای ایکس با طول موج 0.5 \AA در سرب و آهن بترتیب $53 \text{ cm}^2/\text{g}$ و $14 \text{ cm}^2/\text{g}$ است. یک سپر آهنی چقدر باید ضخیم باشد تا حفاظتی را که در مقابل پرتوهای ایکس فراهم می‌کند برابر حفاظت یک سانتیمتر سرب باشد؟ چگالیهای سرب و آهن بترتیب 11 و $7/8 \text{ g/cm}^3$ هستند.

۸- ضریب جذب جرمی مس برای پرتوهای ایکس با انرژی 80 keV ، $53 \text{ cm}^2/\text{g}$ و چگالی مس $8/9 \text{ g/cm}^3$ است. (الف) چگالی نسبی یک باریکه پرتوهای ایکس با انرژی 80 keV را پس از عبور از یک ورقه مس ضخامت 1 mm پیدا کنید. (ب) چه ضخامتی از مس لازم است تا شدت یک چنین باریکه‌ای را به نصف کاهش دهد؟

۹- (الف) ثابت کنید که انرژی کمینه‌ای که یک فوتون باید داشته باشد تا یک زوج الکترون - پوزیترون در حضور یک هسته ساکن به جرم M ایجاد کند مساوی $(1 + m_0/M) m_0 c^2$ است. که در آن m_0 جرم در حال سکون الکترون است. (ب) انرژی کمینه لازم فوتون برای تولید زوج در حضور یک پروتون را پیدا کنید.

۱۰- انرژی هر یک از فوتونهای پرتوگامای تولید شده در واپاشی یک پیون خنثی در حال سکون را پیدا کنید. چرا انرژی این فوتونها باید یکسان باشند؟

۱۱- یک پیون خنثی که انرژی جنبشیش برابر با انرژی در حال سکون آن است ضمن

حرکت واپاشیده می‌شود. زاویه بین دو فوتون پرتوگاما را که تولید می‌شوند، پیدا کنید.

۱۲- مزون π نه بار دارد و نه گشتاور مغناطیسی، که این درک آن را مشکل می‌کند که چگونه می‌تواند به یک زوج کوانتای الکترومغناطیسی واپاشیده شود. یک راه برای بیان این فرآیند این فرض است که π ابتدا به یک زوج نوکلئون - پاد نوکلئون "مجازی" تبدیل می‌شود که عضوهایش بعداً "بطور الکترومغناطیسی برهمکنش دارند و دو فوتون به دست می‌دهد که مجموع انرژیهای آنها مساوی انرژی در حال سکون π است، بر اساس اصل عدم قطعیت، زوج نوکلئون - پاد نوکلئون مجازی تا چه مدت می‌تواند وجود داشته باشد؟ آیا این مدت برای این که فرآیند مشاهده شود بقدر کافی طولانی است؟

۱۳- برهمکنش یک فوتون با فوتون دیگر را می‌توان با این فرض درک کرد که هر فوتون می‌تواند به یک زوج الکترون - پوزیترون "مجازی" در فضای آزاد تبدیل شود و سپس زوجهای مربوطه می‌توانند بطور الکترومغناطیسی برهمکنش داشته باشند. (الف) بر اساس اصل عدم قطعیت، یک زوج الکترون - پوزیترون مجازی تا چه مدت می‌تواند وجود داشته باشد، اگر $h\nu \ll 2m_0c^2$ ، که در آن m_0 جرم در حال سکون الکترون است؟ (ب) اگر $h\nu > 2m_0c^2$ ، آیا می‌توانید با استفاده از مفهوم زوج الکترون - پوزیترون مجازی، نقش یک هسته را علاوه بر کارکرد آن در اطمینان دادن پایستگی انرژی و اندازه حرکت در تولید یک زوج واقعی توضیح دهید؟

۱۴- چرا یک نوترون آزاد به یک الکترون و یک پوزیترون تجزیه نمی‌شود؟ چرا به یک زوج پروتون - پاد پروتون تجزیه نمی‌شود؟

۱۵- یک پروتون که انرژی جنبشی K_0 دارد به یک پروتون ساکن برخورد می‌کند و یک جفت پروتون - پاد پروتون تولید می‌شود. اگر اندازه حرکت پروتون بمبارد مان کننده بطور مساوی بین چهار ذره که از برخورد پدید می‌آیند تقسیم شود، مقدار کمینه K_0 را پیدا کنید.

۱۶- یک مزون μ^- به یک پروتون برخورد می‌کند و یک نوترون بعلاوه ذره دیگری به وجود می‌آیند. ذره دیگر چیست؟

۱۷- انرژی فوتون گسیل شده در واپاشی $\gamma + \pi^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ را پیدا کنید.

۱۸- یک نظریه تکامل جهان فرضیه‌ای است به این صورت که ماده در فضای آزاد خودبخود به وجود می‌آید. اگر این ماده بشکل زوجهای نوترون - پاد نوترون بود، کدام یک از قوانین پایستگی نقض می‌شد؟

۱۹- کدام یک از واکنشهای ذیل می‌تواند روی دهد؟ قوانین پایستگی نقض شده در سایر واکنشها را ذکر کنید.

$$p + p \rightarrow n + p + \pi^+$$

(الف)

$$p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + \Sigma^+ \quad (\text{ب})$$

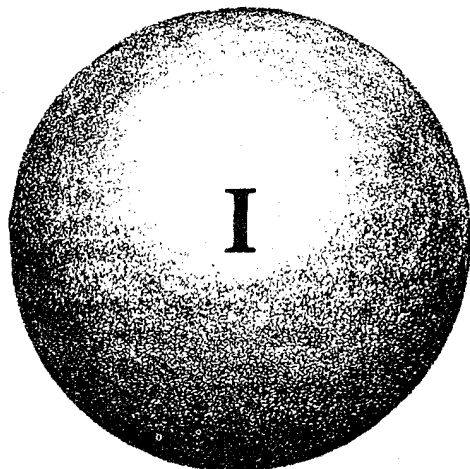
$$e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \pi^- \quad (\text{ج})$$

$$\Lambda^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- \quad (\text{د})$$

$$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0 \quad (\text{ه})$$

۲۰- چه کوارکهایی پیون منفی، پادپروتون و هیپرون را می سازند؟

۲۱- چه ذراتی در جدول ۱-۱۳ مطابق با ترکیبات کوارکی فوق می باشند: $uus, d\bar{s}, uds$ ؟



عملگرها، توابع ویژه و مقادیر ویژه

در بخش ۴-۵ دیدیم چگونه یک مقدار مورد انتظار را می توان برای هر کمیتی که تابعی از وضعیت x یک ذره نشان داده شده توسط یک تابع موج ψ است به دست آورد. بدین ترتیب می توانیم مقادیر مورد انتظار را در هر زمان t برای خود x و برای $V(x)$ ، انرژی پتانسیل ذره، که هر دو تائ آنها بخشی از یک توصیف کامل حالت ذره هستند، پیدا کنیم. لکن، سایر کمیت های دینامیکی نظیر اندازه حرکت ذره p و انرژی کل E را نمی توان بطور کامل به همین طریق پیدا کرد. مقادیر مورد انتظار p و E به نظر می رسند از فرمولهای ذیل به دست آیند.

$$\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} p |\Psi|^2 dx$$

$$\langle E \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} E |\Psi|^2 dx$$

این فرمولها كاملاً "روشن هستند تا وقتی كه پی ببریم كه چون $\Psi = \Psi(x, t)$ است، باید p و E را بصورت توابع x و t بیان کنیم تا انتگرال گیریها انجام شوند. اما اصل عدم قطعیت حاکی از این است كه توابعی نظیر $p(x, t)$ و $E(x, t)$ نمی توانند وجود داشته باشند؛ وقتی كه x و t مشخص باشند، رابطه های:

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

بدین معنی است كه ما در اصل نمی توانیم p و E را دقیقاً مشخص کنیم. (یا اگر p و E مشخص هستند مثل مورد یک حالت ایستا، نظیر حالت ایستای نشان داده شده توسط یک تراز انرژی

اتمی، x و t را نمی‌توان دقیقاً "مشخص کرد".

در فیزیک کلاسیک چنین محدودیتی ایجاد نمی‌شود، زیرا اصل عدم قطعیت را در دنیای ماکروسکوپی می‌توان نادیده گرفت. ما قانون دوم حرکت را در صورتی بر حرکت جسمی اعمال می‌کنیم که تحت تأثیر نیروهای مختلفی باشد، و انتظار داریم $p(x, t)$ و $E(x, t)$ و نیز $x(t)$ را از طریق حل به دست آوریم. حل یک مسأله در مکانیک کلاسیک در اصل به معنی تعیین خط سیر کامل حرکت جسم است. در فیزیک کوانتومی، از سوی دیگر، همه آنچه که ما با اعمال معادله شرودینگر بر حرکت یک ذره مستقیماً "به دست می‌آوریم عبارت است از تابع موج ψ ، و خط سیر آینده حرکت ذره — مانند حالت اولیه اش — به جای آن که کاملاً "معین باشد یک موضوع احتمالات است.

راه مناسبی که برای تعیین $\langle p \rangle$ و $\langle E \rangle$ می‌توان پیشنهاد کرد آن است که از تابع موج ذره آزاد $(-\hbar^2 \nabla^2 \psi = E \psi)$ نسبت به x و نسبت به t مشتق‌گیری شود. پی‌می‌بریم که

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{i}{\hbar} p \psi$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E \psi$$

که می‌توان آن را به اشکال پیشنهادی ذیل نوشت

$$p \psi = \hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi \quad (1-1)$$

$$E \psi = i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi \quad (2-1)$$

بوضوح کمیت دینامیکی p به نحوی با عملگر دیفرانسیلی $(\hbar/i) \partial/\partial x$ و کمیت دینامیکی E به گونه‌ای مشابه با عملگر دیفرانسیلی $i \hbar \partial/\partial t$ مطابقت دارد. (یک عملگر به ما می‌گوید که چه عملی را روی کمیتی که در پی آن می‌آید، انجام دهیم. عملگر $i \hbar \partial/\partial t$ به ما می‌آموزد که مشتق جزئی آنچه را که بعد از آن می‌آید نسبت به t بگیریم و حاصل را در $i \hbar$ ضرب کنیم.) مرسوم است که عملگرها را با حروف سیاه درشت بی‌گوشه نشان دهیم، بگونه‌ای که p عملگری است که با اندازه حرکت p مطابقت دارد و E عملگری است که با انرژی کل E مطابقت می‌کند. از معادله‌های ۱-۱ و ۲-۱ این عملگرها عبارتند از

$$p = \hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad \text{عملگر اندازه حرکت} \quad (3-1)$$

$$E = i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad \text{عملگر کل انرژی} \quad (4-1)$$

گرچه ما فقط نشان داده‌ایم که تناظرهای بیان شده در معادله‌های ۱-۳ و ۱-۴ برای ذرات آزاد صدق می‌کنند، ولی اینها نتایج کلی هستند که اعتبار آنها با اعتبار معادله شرودینگر یکسان است. برای تأیید این مطلب، می‌توانیم به جای تساوی $E = T + V$ برای انرژی کل یک ذره از تابع عملگر فوق استفاده کنیم

$$E = T + V \quad (۵-۱)$$

از آن جا که انرژی جنبشی T بر حسب اندازه حرکت p با فرمول ذیل به دست می‌آید.

$$T = \frac{p^2}{2m}$$

داریم

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\hbar i \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad \text{عملگر انرژی جنبشی} \quad (۶-۱)$$

بنابراین معادله ۱-۵ بصورت زیر در می‌آید.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V \quad (۷-۱)$$

اکنون تساوی $\psi = \Psi$ را در معادله ۱-۷ ضرب می‌کنیم و معادله زیر را به دست می‌آوریم

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi$$

که معادله شرودینگر است. فرض کردن معادله‌های ۱-۳ و ۱-۴ معادل فرض کردن معادله شرودینگر است.

از آنجا که p و E را می‌توان به وسیله عملگرهای متناظرشان در یک معادله جایگزین کرد، از این عملگرها می‌توانیم برای به دست آوردن مقادیر مورد انتظار برای p و E استفاده کنیم. بدین ترتیب مقدار مورد انتظار برای p عبارت است از

$$\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* p \Psi dx = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \left(\hbar i \frac{\partial}{\partial x} \right) \Psi dx = \hbar i \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx$$

و مقدار مورد انتظار برای E عبارت است از

$$\langle E \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* E \Psi dx = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \Psi dx = i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} dx$$

هر دو معادله ۱-۸ و ۱-۹ را می‌توان برای هر تابع موج قابل قبول $\Psi(x, t)$ محاسبه کرد. روشن است که چرا باید مقادیر مورد انتظار را که در عملگرها دخالت دارند بشکل زیر

$$\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* p \Psi dx \quad \text{بیان کنیم}$$

سایر شکلها عبارتند از

$$\int_{-\infty}^{\infty} p \Psi^* \Psi dx = \frac{\hbar}{i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} (\Psi^* \Psi) dx = \frac{\hbar}{i} [\Psi^* \Psi]_{-\infty}^{\infty} = 0$$

چون Ψ^* و Ψ بایستی در $x = \pm \infty$ صفر باشد، و

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \Psi p dx = \frac{\hbar}{i} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \Psi \frac{\partial}{\partial x} dx$$

که هیچ معنی نمی دهد. در مورد کمیت های جدی نظیر x و $V(x)$ ، ترتیب سازه ها در عبارت زیر انتگرال بی اهمیت است ولی وقتی که عملگرهای ديفرانسیل دخالت دارند، ترتیب صحیح سازه ها باید رعایت شود.

هر کمیت قابل مشاهده G که مشخصه یک سیستم فیزیکی است ممکن است به وسیله یک عملگر کوانتم - مکانیکی G نشان داده شود. برای به دست آوردن این عملگر، تنها لازم است G را بر حسب x و p بیان کنیم و سپس $(\hbar/i) \partial/\partial x$ را جایگزین p کنیم. اگر تابع موج Ψ سیستم معلوم باشد، مقدار مورد انتظار $G(x, p)$ عبارت است از

$$\langle G(x, p) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* G \Psi dx \quad \text{مقدار مورد انتظار یک عملگر} \quad (10-I)$$

این نتیجه گفته پیش را اثبات می کند که از Ψ می توان تمام اطلاعات مربوط به یک سیستم را که توسط اصل عدم قطعیت مجاز است، به دست آورد.

شرط این که یک متغیر دینامیکی مشخص G به مقادیر مجزای G_n محدود شود - به عبارت دیگر G کوانتیزه شود - این است که توابع موج ψ_n سیستم بگونه ای باشد که

$$G \psi_n = G_n \psi_n \quad \text{معادله مقدار ویژه} \quad (11-I)$$

که در آن G عملگری است که با G مطابقت دارد و هر G_n یک عدد حقیقی است. وقتی که معادله 11-I برای توابع موج یک سیستم صدق می کند، این معادله یک اصل اساسی مکانیک کوانتمی است که هر اندازه گیری G می تواند تنها یکی از مقادیر G_n را به دست دهد. اگر اندازه گیری های G روی تعدادی از سیستم های یکسان که همگی در حالت های توصیف شده توسط تابع ویژه خاص ψ_k هستند، اعمال شود، هر اندازه گیری یک مقدار G_k را به دست خواهد داد. عملگر کل - انرژی E معادله 1-5 معمولاً بصورت زیر نوشته می شود.

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V \quad \text{عملگرها میلنونی} \quad (12-I)$$

و عملگر هامیلتونی نامیده می شود زیرا یادآور تابع هامیلتونی در مکانیک کلاسیک پیشرفته است که بیانی برای انرژی کل یک سیستم فقط برحسب مختصات و اندازه حرکتها است. بدیهی است معادلهء شرودینگر حالت پایدار را می توان صرفاً " بصورت زیر نوشت .

$$E_n \psi_n = H \psi_n \quad (13-1)$$

بنابراین می توانیم بگوییم که E_n های مختلف ، مقادیر ویژهء عملگر هامیلتونی H هستند. این نوع ارتباط بین مقادیر ویژه و عملگرهای کوانتم - مکانیکی کاملاً " عمومی است .

اجازه دهید مقدار مورد انتظار $\langle p \rangle$ اندازه حرکت یک ذرهء محبوس در یک جعبهء یک بعدی بخش ۵-۶ را به عنوان یک مثال محاسبه کنیم . از آنجا که

$$\psi^* = \psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

$$\frac{d\psi}{dx} = \sqrt{\frac{2}{L}} \frac{n\pi}{L} \cos \frac{n\pi x}{L}$$

داریم

$$\begin{aligned} \langle p \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* p \psi dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \left(\frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} \right) \psi dx \\ &= \frac{\hbar}{i} \frac{2}{L} \frac{n\pi}{L} \int_0^L \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} dx \end{aligned}$$

توجه داریم که

$$\int \sin ax \cos ax dx = \frac{1}{2a} \sin^2 ax$$

بطوری که در این جا ، با داشتن $a = n\pi/L$,

$$\langle p \rangle = \frac{\hbar}{iL} \left[\sin^2 \frac{n\pi x}{L} \right]_0^L = 0$$

چون

$$\sin^2 0 = \sin^2 n\pi = 0 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

مقدار مورد انتظار $\langle p \rangle$ اندازه حرکت ذره صفر است .

در نظر اول این نتیجه عجیب به نظر می رسد . با وجود این ، $E = p^2/2m$ و بنابر این

باید پیش بینی کنیم که

$$p_n = \pm \sqrt{2mE_n} = \pm \frac{n\pi\hbar}{L} \quad (14-1)$$

علامت \pm چنین توضیح داده می شود . ذره در حال حرکت به سمت عقب و به سمت جلو است

و بنابراین میانگین اندازه حرکت آن به ازای هر مقدار n

$$p_{av} = \frac{(+n\pi\hbar/L) + (-n\pi\hbar/L)}{2} = 0$$

با مقدار مورد انتظار سازگاری دارد.

برطبق معادله ۱-۱۴ برای هر تابع ویژه انرژی باید دو تابع ویژه اندازه حرکت وجود داشته باشند که مطابق با دو جهت ممکن حرکت هستند. روش کلی برای پیدا کردن مقادیر ویژه یک عملگر کوانتم - مکانیکی، یعنی p ، شروع از معادله مقدار ویژه است.

$$p\psi_n = p_n\psi_n \quad (1-15)$$

که در آن هر p_n یک عدد حقیقی است. این معادله فقط زمانی صدق می‌کند که توابع موج ψ_n ، توابع ویژه عملگر اندازه حرکت p هستند. از آنجا که

$$p = \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx}$$

در این جا بلافاصله می‌توانیم ببینیم که توابع ویژه انرژی

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

توابع ویژه اندازه حرکت نیستند، زیرا

$$\frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} \left(\sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \right) = \frac{\hbar}{i} \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{2}{L}} \cos \frac{n\pi x}{L} \neq p_n \psi_n$$

برای پیدا کردن توابع ویژه صحیح اندازه حرکت توجه داریم که

$$\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} = \frac{1}{2i} e^{i\theta} - \frac{1}{2i} e^{-i\theta}$$

از این رو هر تابع ویژه انرژی را می‌توان بصورت یک ترکیب خطی دو تابع موج بیان کرد

$$\psi_n^* = \frac{1}{2i} \sqrt{\frac{2}{L}} e^{in\pi x/L} \quad (1-16)$$

$$\psi_n = \frac{1}{2i} \sqrt{\frac{2}{L}} e^{-in\pi x/L} \quad (1-17)$$

با قرار دادن اولین تابع موج از دو تابع فوق در معادله مقدار ویژه ۱-۱۵ داریم

$$p\psi_n^* = p_n^* \psi_n^*$$

$$\frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} \psi_n^* = \frac{\hbar}{i} \frac{1}{2i} \sqrt{\frac{2}{L}} \frac{in\pi}{L} e^{in\pi x/L} = \frac{n\pi\hbar}{L} \psi_n^* = p_n^* \psi_n^*$$

به گونه‌ای که

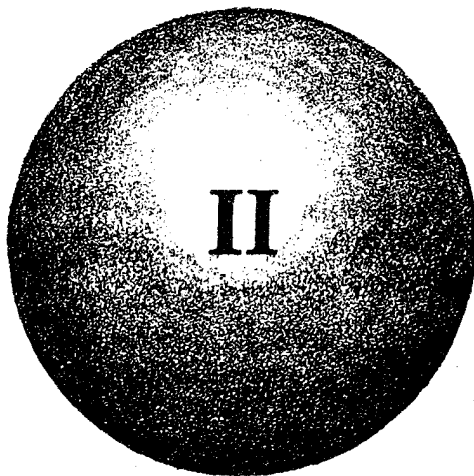
$$p_n^+ = + \frac{n\pi\hbar}{L}$$

(۱۸-۱)

به گونه‌ای مشابه تابع موج ψ_n^- توابع ویژه اندازه حرکت را به دست می‌دهد

$$p_n^- = - \frac{n\pi\hbar}{L}$$

نتیجه می‌گیریم که ψ_n^+ و ψ_n^- در حقیقت توابع ویژه اندازه حرکت برای یک ذره در یک جعبه هستند و معادله ۱۴-۱ مقادیر ویژه اندازه حرکت متناظر را بطور صحیح بیان می‌کند.



نوسان کننده هماهنگ

در بخش ۵-۹ پی بردیم که معادله شرودینگر برای نوسان کننده هماهنگ می تواند بصورت زیر بیان شود

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} + (\alpha - y^2)\psi = 0 \quad (1-II)$$

که در آن y و α بترتیب از معادله های ۵-۷۱ و ۵-۷۲ حاصل می شوند. حال ببینیم چگونه این معادله حل می شود.

با پیدا کردن شکل مجانبی که ψ باید داشته باشد وقتی که $y \rightarrow \pm\infty$ کار را شروع می کنیم. اگر بنا باشد هر تابع موج ψ یک ذره واقعی جایگزیده در فضا را نشان دهد، مقدار آن باید به صفر نزدیک باشد وقتی که y به سمت بی نهایت میل می کند، به منظور این که $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dy$ یک کمیت غیر صفر متناهی باشد. حال معادله ۱-II را دوباره بصورت ذیل می نویسیم:

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} - (y^2 - \alpha)\psi = 0$$

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = (y^2 - \alpha)\psi$$

$$\frac{d^2\psi/dy^2}{(y^2 - \alpha)\psi} = 1$$

وقتی $y \rightarrow \infty$ ، $y^2 \gg \alpha$ و لذا داریم

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{d^2\psi/dy^2}{y^2\psi} = 1 \quad (2-II)$$

یک تابع ψ_{∞} که معادله ۲-II را ارضا می کند عبارت است از

$$\psi_{\infty} = e^{-y^2/2}$$

(۳-II)

زیرا

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{d^2 \psi_{\infty}}{dy^2} = \lim_{y \rightarrow \infty} (y^2 - 1)e^{-y^2/2} = y^2 e^{-y^2/2}$$

معادله (۳- II) شکل مجانبی مورد نیاز ψ است.

اکنون می‌توانیم بنویسیم

$$\psi = f(y)\psi_{\infty} = f(y)e^{-y^2/2} \quad (۴- II)$$

که در آن $f(y)$ تابعی از y است که بایستی به دست آید. با قرار دادن ψ معادله ۴- II در معادله ۱- II معادله زیر به دست می‌آید.

$$\frac{d^2 f}{dy^2} - 2y \frac{df}{dy} + (\alpha - 1)f = 0 \quad (۵- II)$$

که معادله دیفرانسیلی برای f است.

روش استاندارد برای حل معادله‌های دیفرانسیل نظیر معادله ۵- II عبارت است از فرض این مطلب که $f(y)$ می‌تواند در یک سری توانی بر حسب y بیان شود، یعنی

$$f(y) = A_0 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} A_n y^n \quad (۶- II)$$

و سپس تعیین مقادیر ضریبهای A_n . با دیفرانسیل گرفتن f معادله زیر به دست می‌آید

$$\frac{df}{dy} = A_1 + 2A_2 y + 3A_3 y^2 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} n A_n y^{n-1}$$

با ضرب این معادله در y معادله زیر به دست می‌آید

$$y \frac{df}{dy} = A_1 y + 2A_2 y^2 + 3A_3 y^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} n A_n y^n \quad (۷- II)$$

مشتق دوم f نسبت به y عبارت است از

$$\frac{d^2 f}{dy^2} = 1 \cdot 2A_2 + 2 \cdot 3A_3 y + 3 \cdot 4A_4 y^2 + \dots = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)A_n y^{n-2}$$

که معادل است با

$$\frac{d^2 f}{dy^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)A_{n+2} y^n \quad (۸- II)$$

(این که دو سری اخیر براستی معادل هستند می‌تواند با به دست آوردن اولین جمله هریک به اثبات برسد.) حال معادله‌های ۶- II تا ۸- II را در معادله ۵- II جایگزین می‌کنیم تا معادله زیر به دست آید

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(n+2)(n+1)A_{n+2} - (2n+1-\alpha)A_n]y^n = 0 \quad (9-II)$$

برای این که این معادله به ازای تمام مقادیر y صحیح باشد، کمیت داخل کروشه باید به ازای تمام مقادیر n صفر باشد. از این رو شرط ذیل را داریم که

$$(n+2)(n+1)A_{n+2} = (2n+1-\alpha)A_n$$

و بنابراین

$$A_{n+2} = \frac{2n+1-\alpha}{(n+2)(n+1)} A_n \quad (10-II)$$

با این فرمول بازگشتی می توانیم ضریبهای A_2, A_3, A_4, \dots را بر حسب A_0 و A_1 پیدا کنیم. (از آنجا که معادله II-۵ یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم است، حل آن دو مقدار ثابت اختیاری دارد که در این جا A_0 و A_1 هستند.) چنانچه از A_0 شروع کنیم، ضرایب ترتیبی A_2, A_4, A_6, \dots را به دست می آوریم و چنانچه از A_1 شروع کنیم، ضرایب ترتیبی دیگر A_3, A_5, A_7, \dots را به دست می آوریم.

لازم است تا رفتار تابع ذیل را وقتی که $y \rightarrow \infty$ تحقیق کنیم:

$$\psi = f(y)e^{-y^2/2}$$

فقط اگر $0 \rightarrow \psi$ میل کند وقتی که $y \rightarrow \infty$ می یابد، ψ می تواند یک تابع موج قابل قبول فیزیکی باشد. چون $f(y)$ در $e^{-y^2/2}$ ضرب می شود، ψ این نیاز را برآورده می کند به شرط این که

$$\lim_{y \rightarrow \infty} f(y) < e^{y^2/2}$$

(همان گونه که خواهیم دید، لازم نیست مشخص کنیم که دقیقاً چقدر f باید در حد از $e^{y^2/2}$ کوچکتر باشد.)

یک راه مناسب برای مقایسه رفتار مجانبی $f(y)$ و $e^{y^2/2}$ عبارت است از بیان دومی در یک سری توانی (f از قبل بشکل یک سری توانی است) و بررسی نسبت بین ضریبهای متوالی هر سری وقتی که $n \rightarrow \infty$. با استفاده از فرمول بازگشتی معادله II-۱۰ می توانیم تحقیق کنیم که

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_{n+2}}{A_n} = \frac{2}{n}$$

چون

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \dots$$

می توانیم $e^{y^2/2}$ را بصورت یک سری توانی بشکل زیر بیان کنیم

$$e^{y^2/2} = 1 + \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{2^2 \cdot 2!} + \frac{y^6}{2^3 \cdot 3!} + \dots$$

$$= \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{2^{n/2} \left(\frac{n}{2}\right)!} y^n = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} B_n y^n$$

در این جا نسبت بین ضریبهای متوالی y^n عبارت است از

$$\begin{aligned} \frac{B_{n+2}}{B_n} &= \frac{2^{n/2} \left(\frac{n}{2}\right)!}{2^{(n+2)/2} \left(\frac{n+2}{2}\right)!} = \frac{2^{n/2} \left(\frac{n}{2}\right)!}{2 \cdot 2^{n/2} \left(\frac{n}{2} + 1\right) \left(\frac{n}{2}\right)!} \\ &= \frac{1}{2 \left(\frac{n}{2} + 1\right)} = \frac{1}{n+2} \end{aligned}$$

در حد $n \rightarrow \infty$ این نسبت می شود

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_{n+2}}{B_n} = \frac{1}{n}$$

بنابراین ضریبهای متوالی A_n در سری توانی برای f به جای آن که در مقایسه با ضریبهای متوالی در سری توانی برای $e^{y/2}$ سریعتر کاهش یابند با سرعت کمتری نسبت به ضریب سری دومی کاهش پیدا می کنند، که بدین معنی است که $f(y) e^{-y/2}$ صفر نمی شود وقتی که $y \rightarrow \infty$ میل می کند.

برای خروج از این مشکل راه ساده ای وجود دارد. اگر سری که نشان دهنده f است به مقداری از n منتهی شود، گونه ای که تمام ضریبهای A_n به ازای مقادیر n بالاتر از این مقدار صفر باشند، وقتی $y \rightarrow \infty$ میل می کند ψ به علت سازه $e^{-y/2}$ به سمت صفر میل خواهد کرد. عبارت دیگر، f قابل قبول است اگر یک چند جمله ای باشد که به جای یک سری نامحدود چند جمله محدود داشته باشد. از فرمول بازگشتی

$$A_{n+2} = \frac{2n+1-\alpha}{(n+2)(n+1)} A_n$$

واضح است که اگر

$$\alpha = 2n+1$$

(II-11)

به ازای هر مقدار n ، در این صورت $A_{n+2} = A_{n+4} = A_{n+6} = \dots = 0$ ، که آن چیزی است که ما می خواهیم.

(معادله II-11 فقط یکی از دو ترتیب ضریبها را می دهد، خواه ترتیب زوج که با A_0 شروع می شود خواه ترتیب فرد که با A_1 شروع می شود. اگر n زوج باشد، صحیح است که $A_1 = 0$ باشد و فقط توانهای زوج y در چند جمله ای ظاهر می شوند، در حالی که اگر n فرد باشد، صحیح است که $A_0 = 0$ باشد و فقط توانهای فرد y ظاهر می شوند. نتیجه را ذیلا "خواهیم دید

که در آن چند جمله‌ای به ازای مقادیر مختلف n رده‌بندی می‌شود.

شرط $\alpha = 2n + 1$ شرطی است لازم و کافی برای معادله موج II-۱ تا حل‌هایی داشته باشد که شرایط مختلفی را که ψ باید به انجام برساند، برآورده کنند. از معادله ۵-۷۲ یعنی تعریف α داریم:

$$\alpha_n = \frac{2E}{h\nu} = 2n + 1$$

یا

$$E_n = (n + \frac{1}{2})h\nu \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{II}-12)$$

این فرمولی است که بصورت معادله ۵-۷۴ در بخش ۵-۹ داده می‌شود. توابع موج ψ_n مطابق با α_n های مختلف در پایان آن بخش توصیف شده‌اند.



قوانین توزیع آماری

قوانین توزیع ماکسول - بولتزمن ، بوز - اینشتین و فرمی - دیراک در این جا استخراج می شوند .

فضای فاز

اگر موقعیت و اندازه حرکت هر یک از ذرات تشکیل دهنده یک سیستم معلوم باشند ، حالت یک سیستم ذرات در یک لحظه خاص بطور کلاسیکی کاملاً مشخص می شود . چون موقعیت و اندازه حرکت بردارهایی هستند که هر یک سه مؤلفه دارند ، برای هر ذره باید شش کمیت ذیل را بدانیم .

$$x, y, z, p_x, p_y, p_z$$

موقعیت یک ذره ، نقطه‌ای است با مختصات x, y, z در فضای سه بعدی معمولی . بهتر است این مفهوم را با تصور کردن یک فضای شش بعدی که در آن یک نقطه دارای شش مختصه x, y, z, p_x, p_y, p_z است ، تعمیم دهیم . این فضای مرکب از اندازه حرکت و موقعیت را فضای فاز می نامند . پنداره فضای فاز معرفی می شود تا بتوانیم مکانیک آماری را در یک چهارچوب هندسی بررسی کنیم و بدین طریق یک روش تحلیلی ساده تر و درست تر نسبت به روشی معادل که خصیصه های کلا " انتزاعی است ، میسر شود . یک نقطه در فضای فاز به یک موقعیت و اندازه حرکت خاص مربوط می شود ، در حالی که یک نقطه در فضای معمولی فقط به یک موقعیت خاص مربوط می شود . بدین ترتیب ، هر ذره ، توسط نقطه‌ای در فضای فاز کاملاً مشخص می شود و حالت یک سیستم ذرات با یک توزیع نقاط در فضای فاز مطابقت دارد . اصل عدم قطعیت ما را وادار می دارد تا منظورمان از یک "نقطه" در فضای فاز را توضیح

دهیم. فضای فاز را به سلولهای شش بعدی خیلی کوچک که اندازه هایشان $dx, dy, dz, dp_x, dp_y, dp_z$ است، تقسیم می‌کنیم. هر قدر اندازه‌های سلولها را کوچک کنیم، به محدوده یک نقطه در فضای فاز نزدیکتر می‌شویم. لکن، حجم هر یک از این سلولها عبارت است از

$$\tau = dx \, dy \, dz \, dp_x \, dp_y \, dp_z$$

و طبق اصل عدم قطعیت،

$$dx \, dp_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$dy \, dp_y \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$dz \, dp_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

از این رو می‌بینیم که

$$\tau \geq \frac{\hbar^3}{8}$$

یک "نقطه" در فضای فاز در واقع سلولی است که کمینه حجمش از مرتبه $\hbar^3/8$ است. در مورد محل یک ذره در فضای فاز، ذره را باید جایگزیده در سلولی تصور کنیم که مرکز سلول دارای مختصات x, y, z, p_x, p_y, p_z است، نه این که ذره دقیقاً "در خود این نقطه است".

یک تحلیل دقیقتر نشان می‌دهد که هر سلول در فضای فاز در واقع حجم \hbar^3 دارد که ناقص

اصل عدم قطعیت نیست زیرا $\hbar^3/8 < \hbar^3$. بطور کلی، هر سلول در فضای فازی که شامل k

مختصه مکانی و k مختصه اندازه حرکت است یک حجم \hbar^3 را اشغال می‌کند. این وظیفه مکانیک

آماري است که با تحقیق پیرامون این مطلب که چگونه ذرات تشکیل دهنده سیستم در میان

سلولها در فضای فاز توزیع می‌شوند، حالت یک سیستم را تعیین کند.

در حالی که تصور یک نقطه با ابعاد بینهایت کوچک در فضای فاز نمی‌تواند اهمیت فیزیکی

داشته باشد زیرا ناقص اصل عدم قطعیت است، تصور یک نقطه با اندازه بینهایت کوچک خواه

در فضای موقعیت و خواه در فضای اندازه حرکت بتنهایی کاملاً "قابل قبول است". ما در اصل

می‌توانیم موقعیت یک ذره را با هر دقتی که می‌خواهیم تعیین کنیم، صرفاً "با قبول یک خطای

نامحدود در دانش ما از اندازه حرکت ذره، و بالعکس.

توزیع ماکسول - بولتزمن

حال مجموعه‌ای از N مولکول در نظر می‌گیریم که انرژیهای آنها به $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_i, \dots, \epsilon_N$

محدود می‌شوند. این انرژیها ممکن است حالت‌های کوانتومی مجزا یا انرژیهای متوسطی را در

داخل یک سلسله فواصل انرژی نشان دهند و بیش از یک سلول در فضای فاز ممکن است بایک

انرژی مفروض مطابقت داشته باشد. آنچه ما می‌خواهیم بدانیم محتملترین توزیع مولکولها میان انرژیهای ممکن مختلف است.

مبحث بنیادی مکانیک آماری این است که هر چه تعداد W راههای مختلفی که مولکولها می‌توانند در میان سلولها در فضای فاز مرتب شوند تا یک توزیع خاص مولکولها را در میان ترازهای انرژی مختلف بدهند، بیشتر باشد، آن توزیع محتملتر است. بنابراین، محتملترین توزیع توزیعی است که برای آن W بیشینه باشد. از این رو اولین قدم پیدا کردن یک بیان کلی برای W است. فرض می‌کنیم که احتمال اشغال شدن هر سلول در فضای فاز یکسان است. این فرضیه قابل قبول است ولی توجه نهایی برای آن (مانند معادله شرو دینگر) این است که نتایجی که با کمک این فرضیه حاصل می‌شوند با نتایج آزمایش سازگاری دارند.

اگر g_i سلول با انرژی ϵ_i وجود داشته باشند، تعداد راههایی که در آنها یک مولکول می‌تواند انرژی ϵ_i داشته باشد g_i است. تعداد کل راههایی که دو مولکول می‌تواند انرژی ϵ_i داشته باشد، g_i^2 است و تعداد کل راههایی که n_i مولکول می‌تواند انرژی ϵ_i داشته باشد $g_i^{n_i}$ است. از این رو، تعداد راههایی که در آنها تمامی N مولکول می‌توانند در میان انرژیهای مختلف توزیع شوند عبارت است از حاصل ضرب سازهایی بشکل $g_i^{n_i}$ ، یعنی

$$(g_1)^{n_1} (g_2)^{n_2} (g_3)^{n_3} \dots \quad (1-III)$$

به شرطی که

$$\sum n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \dots = N \quad (2-III)$$

با وجود این، معادله ۱-III مساوی W نیست، زیرا ما باید پس و پیش‌سازیهایی ممکن مولکولها را در میان ترازهای مختلف انرژی به حساب آوریم. تعداد کل پس و پیش‌سازیهایی که برای N مولکول ممکن است، $N!$ می‌باشد. به عبارت دیگر، N مولکول را به $N!$ ترتیب مختلف می‌توان مرتب کرد. مثلاً، ممکن است چهار مولکول a, b, c, d داشته باشیم. مقدار $4!$ عبارت است از

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

در واقع چهار مولکول را به ۲۴ طریق می‌توان مرتب کرد.

$abcd$	$bacd$	$cabd$	$dabc$
$abdc$	$badc$	$cadb$	$dacb$
$acbd$	$bcad$	$cbad$	$dbac$
$acdb$	$bcda$	$cbda$	$dbca$
$adbc$	$bdac$	$cdab$	$dcab$
$adcb$	$bdca$	$cdba$	$dcba$

لکن، وقتی که در یک تراز انرژی بیش از یک مولکول وجود دارد، در این صورت پس و پیش‌سازی آنها در میان خودشان معنی ندارد. مثلاً، اگر مولکولهای a, b, c برحسب اتفاق در

تراز z باشند، در این جا مهم نیست که آیا ما آنها را بصورت abc ، acb ، bca ، bac ، cab یا cba مرتب کنیم. این شش نوع توزیع معادلند، زیرا همه آنها $۳!$ مرتب می‌شوند. در واقعیت است که $n_1 = ۳$ ، بدین ترتیب n_1 مولکول موجود در تراز ۱ ام $n_1!$ پس و پیش سازی معادل خواهند داشت. اگر n_1 مولکول در تراز ۱ ، n_2 مولکول در تراز ۲ و غیره وجود داشته باشند، $n_1!$ ، $n_2!$ ، $n_3!$ ، ... پس و پیش سازی معادل وجود خواهند داشت. آنچه که ما می‌خواهیم تعداد کل پس و پیش سازیهای ممکن $N!$ تقسیم بر تعداد کل پس و پیش سازیهای معادل است یا

$$\frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\dots} \quad (۳-III)$$

تعداد کل راههایی که در آنها N مولکول می‌تواند در میان ترازهای ممکن انرژی توزیع شود عبارت است از حاصل ضرب معادله‌های $III-۱$ و $III-۳$:

$$W = \frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\dots} (g_1)^{n_1} (g_2)^{n_2} (g_3)^{n_3} \dots \quad (۴-III)$$

آنچه که اکنون باید انجام دهیم این است که تعیین کنیم کدام توزیع مولکولها محتملترین است، یعنی، کدام توزیع بیشترین مقدار W را به دست می‌دهد. اولین قدم ما به دست آوردن یک تقریب تحلیلی مناسب برای فاکتوریل یک عدد بزرگ است. توجه داریم که، چون

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots(4)(3)(2)$$

لگاریتم طبیعی $n!$ عبارت است از

$$\ln n! = \ln 2 + \ln 3 + \ln 4 + \dots + \ln (n-1) + \ln n$$

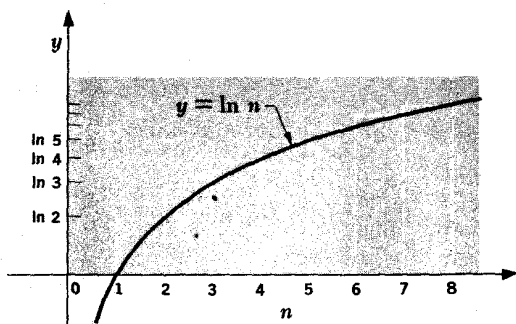
شکل $III-۱$ رسم $\ln n$ بر حسب n است. سطح زیر منحنی پلکانی مساوی $\ln n!$ است. وقتی که n خیلی بزرگ است، منحنی پلکانی و منحنی صاف $\ln n$ غیر قابل تشخیص می‌شوند و ما می‌توانیم $\ln n!$ را صرفاً "با انتگرال گیری $\ln n$ از $n=1$ تا $n=n$ پیدا کنیم:

$$\begin{aligned} \ln n! &= \int_1^n \ln n \, dn \\ &= n \ln n - n + 1 \end{aligned}$$

چون فرض می‌کنیم که $n \gg 1$ است، می‌توانیم ۱ را در نتیجه فوق نادیده بگیریم و بنابراین خواهیم داشت

$$\ln n! = n \ln n - n \quad n \gg 1 \quad \text{فرمول استرلینگ} \quad (۵-III)$$

معادله $III-۵$ به فرمول استرلینگ معروف است.



شکل (III-۱) ناحیه زیر منحنی $\ln n!$ است. وقتی که n خیلی بزرگ است منحنی صاف یک تقریب خوب منحنی پلکانی است و $\ln n!$ را می توان با انتگرال گرفتن $\ln n$ از $n=1$ تا n پیدا کرد.

لگاریتم طبیعی معادله III-۴ عبارت است از

$$\ln W = \ln N! - \sum \ln n_i! + \sum n_i \ln g_i$$

با کمک فرمول استرلینگ این عبارت را می توانیم بصورت ذیل بنویسیم

$$\ln W = N \ln N - N - \sum n_i \ln n_i + \sum n_i + \sum n_i \ln g_i$$

چون $\sum n_i = N$

$$\ln W = N \ln N - \sum n_i \ln n_i + \sum n_i \ln g_i$$

III-۶

در حالی که به جای این که برای W معادله ای داشته باشیم برای $\ln W$ یک معادله داریم، ولی این اشکالی ایجاد نمی کند زیرا

$$(\ln W)_{\max} = \ln W_{\max}$$

شرط این که توزیعی محتملترین توزیع باشد این است که تغییرات کوچک δn_i در هر یک از n_i ها بر مقدار W تأثیری نگذارد. (اگر n_i ها به جای این که به مقادیر صحیح محدود شوند، متغیرهای پیوسته بودند، می توانستیم این شرط را بشیوه معمولی بصورت $\partial W / \partial n = 0$ بیان کنیم.) اگر تغییر در $\ln W$ مربوط به یک تغییر در n_i ، مساوی با $\delta \ln W$ باشد، از معادله III-۶ پی می بریم که

$$\delta \ln W_{\max} = -\sum n_i \delta \ln n_i - \sum \ln n_i \delta n_i + \sum \ln g_i \delta n_i = 0$$

زیرا $N \ln N$ ثابت است. حال

$$\delta \ln n_i = \frac{1}{n_i} \delta n_i$$

و بنابراین

$$\sum n_i \delta \ln n_i = \sum \delta n_i$$

چون تعداد کل مولکولها ثابت است، مقدار $\sum \delta n_i$ کل تغییرات در تعداد مولکولها در هرتراز

انرژی باید صفر باشد و این بدان معناست که

$$\sum n_i \delta \ln n_i = 0$$

از این رو معادله III - ۷ می شود

$$-\sum \ln n_i \delta n_i + \sum \ln g_i \delta n_i = 0 \quad (\text{III} - ۸)$$

گرچه معادله III - ۸ باید توسط محتملترین توزیع مولکولها در میان ترازهای انرژی برآورده شود ولی این معادله به تنهایی این توزیع را کاملاً مشخص نمی کند. ما باید پایستگی ذرات را نیز در نظر بگیریم

$$\sum n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \dots = N \quad (\text{III} - ۲)$$

و نیز پایستگی انرژی را

$$\sum n_i \epsilon_i = n_1 \epsilon_1 + n_2 \epsilon_2 + n_3 \epsilon_3 + \dots = E \quad (\text{III} - ۹)$$

که در آن E انرژی کل مجموعه مولکولهاست. در نتیجه، تغییرات δn_1 ، δn_2 ، ... در تعداد مولکولها در هر تراز انرژی مستقل از یکدیگر نیستند بلکه باید از رابطه های زیر پیروی کنند

$$\sum \delta n_i = \delta n_1 + \delta n_2 + \delta n_3 + \dots = 0 \quad (\text{III} - ۱۰)$$

$$\sum \epsilon_i \delta n_i = \epsilon_1 \delta n_1 + \epsilon_2 \delta n_2 + \epsilon_3 \delta n_3 + \dots = 0 \quad (\text{III} - ۱۱)$$

برای گنجاندن شرایط فوق مربوط به δn_i های مختلف در معادله III - ۸، از روش تکثیرکننده های نامعین لاگرانژ^۱ استفاده می کنیم که منحصراً یک وسیله ریاضی مناسب است. کاری که ما می کنیم ضرب معادله III - ۱۰ در $-\alpha$ و ضرب معادله III - ۱۱ در $-\beta$ است که در آنها α و β کمیت هایی مستقل از n_i ها هستند و این عبارتها را به معادله III - ۸ اضافه می کنیم. معادله زیر حاصل می شود

$$\sum (-\ln n_i + \ln g_i - \alpha - \beta \epsilon_i) \delta n_i = 0 \quad (\text{III} - ۱۲)$$

در هر یک از معادله های مجزا که با هم جمع شده اند تا معادله III - ۱۲ حاصل شود، تغییر δn_i بطور مؤثر یک متغیر مستقل است. بنابراین، برای آن که معادله III - ۱۲ درست باشد، کمیت داخل پرانتزها به ازای هر مقدار i باید صفر باشد. از این رو

$$-\ln n_i + \ln g_i - \alpha - \beta \epsilon_i = 0$$

از معادله فوق قانون توزیع ماکسول - بولتزمن به دست می آید:

$$n_i = g_i e^{-\alpha} e^{-\beta \epsilon_i} \quad \text{قانون توزیع ماکسول - بولتزمن} \quad (\text{III} - ۱۳)$$

این فرمول تعداد مولکولهای n_i را که دارای انرژی ϵ_i بر حسب تعداد سلولها در فضای فاز یعنی g_i که دارای انرژی ϵ_i و مقادیر α و β هستند به دست می دهد.

کمیت $e^{-\alpha}e^{-\beta\epsilon}$ در معادله III-۱۳ تابع توزیع $Ae^{-\epsilon/kT}$ معادله ۹-۲ می شود، اگر $e^{-\alpha} = A$ باشد که صرفاً "راه دیگری برای نوشتن $e^{-\alpha}$ است، و اگر $\beta = 1/kT$ باشد. شرط دوم را این چنین می توان نتیجه گرفت که انرژی داخلی کل یک سیستم با N مولکول در دمای مطلق T ، $\frac{3}{2}NkT$ باشد، همان گونه که نظریه جنبشی گازها ایجاب می کند، این روش همان طرح مبحث بخش ۹-۲ را دنبال می کند.

توزیع بوز - اینشتین

فرق اساسی بین آمار ماکسول - بولتزمن و آمار بوز - اینشتین این است که اولی بر ذرات یکسانی حاکم است که بطریقی می توانند از یکدیگر تشخیص داده شوند در حالی که دومی بر ذرات یکسانی حاکم است که از یکدیگر تشخیص داده نمی شوند، گرچه قابل شمارشند. در آمار بوز - اینشتین، همانند قبل، فرض بر این است که تمام حالت های کوانتومی دارای احتمالات یکسان اشغال هستند، بگونه ای که g_i تعداد حالت هایی را نشان می دهد که انرژی یکسان ϵ_i دارند. هر حالت کوانتومی مطابق یک سلول در فضای فاز است و اولین قدم ما عبارت است از تعیین تعداد راه هایی که در آنها n_i ذره غیر قابل تشخیص را می توان در g_i سلول توزیع کرد. برای انجام شمارش مورد نیاز، یک سری $n_i + g_i - 1$ شیء گذاشته شده در یک خط رادر نظرمی گیریم (شکل III-۲). توجه داریم که $g_i - 1$ شیء را می توان جدارهایی دانست که یک تعداد کل g_i فاصله را از هم جدا می کند که در این صورت کل سری، n_i ذره را نشان می دهد که در g_i سلول مرتب شده اند. در شکل $g_i = 12$ و $n_i = 20$ ، ۱۱ جدار ۲۰ ذره را در ۱۲ سلول جای می دهد. اولین سلول در برگیرنده دو ذره، دومی بدون ذره، سومی یک ذره، چهارمی سه ذره و غیره است. $(n_i + g_i - 1)!$ پس و پیش سازی ممکن در میان $n_i + g_i - 1$ شیء وجود دارد، ولی از اینها $n_i!$ پس و پیش سازی n_i ذره در میان خودشان و $(g_i - 1)!$ پس و پیش سازی $g_i - 1$ جدار در میان خودشان بر توزیع تأثیر نمی گذارند و بی ارزش هستند. از این رو

$$\frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i!(g_i - 1)!}$$

ترتیب مختلف قابل تشخیص ممکن از n_i ذره غیر قابل تشخیص در میان g_i سلول وجود دارند. تعداد راه های W که در آنها N ذره می تواند توزیع شود عبارت است از حاصل ضرب

$$W = \prod \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i!(g_i - 1)!} \quad (III-14)$$

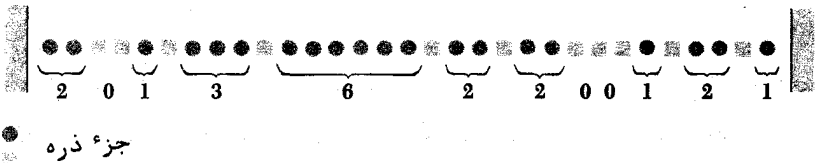
تعداد ترتیبات ذرات متمایز در میان حالت هایی که دارای انرژی مربوط به آن حالت هستند.

اکنون فرض می‌کنیم

$$(n_i + g_i) \gg 1$$

بگونه‌ای که $(n_i + g_i)$ بتواند جایگزین $(n_i + g_i - 1)$ شود و با لگاریتم طبیعی گرفتن از طرفین معادله III - ۱۴ معادله زیر به دست می‌آید

$$\ln W = \sum [\ln (n_i + g_i)! - \ln n_i! - \ln (g_i - 1)!]$$



تعداد ذرات غیر قابل تشخیص $20 = n_i$

تعداد جدارها $11 = g_i - 1$

تعداد سلولها $12 = g_i$

شکل III - ۲. یک سری n_i ذره غیر قابل تشخیص که توسط $g_i - 1$ جدار در g_i سلول جای داده شده‌اند.

فرمول استرلینگ $\ln n! = n \ln n - n$ به ما اجازه می‌دهد که $\ln W$ را بصورت زیر بنویسیم

$$\ln W = \sum [(n_i + g_i) \ln (n_i + g_i) - n_i \ln n_i - \ln (g_i - 1)! - g_i] \quad (\text{III} - 15)$$

همانند قبل، شرط این که این توزیع محتملترین توزیع باشد این است که تغییرات کوچک

δn_i در هر یک از n_i های مختلف منفرد بر مقدار W تاثیر نگذارد. اگر یک تغییر در $\delta \ln W$ مربوط به $\ln W$ روی دهد وقتی که n_i به اندازه δn_i تغییر یابد، شرط فوق ممکن است بصورت زیر نوشته شود

$$\delta \ln W_{\max} = 0$$

از این رو، اگر W ی معادله III - ۱۵ یک بیشینه نشان دهد،

$$\delta \ln W_{\max} = \sum [\ln (n_i + g_i) - \ln n_i] \delta n_i = 0 \quad (\text{III} - 16)$$

که در آن از این واقعیت استفاده کرده‌ایم که

$$\delta \ln n = \frac{1}{n} \delta n$$

همچون گذشته پایستگی ذرات، بیان شده بشکل

$$\sum \delta n_i = 0$$

و پایداری انرژی، بیان شده بشکل

$$\sum \epsilon_i \delta n_i = 0$$

را با ضرب کردن معادله اولی در α - و ضرب کردن معادله دومی در β - به معادله III - ۱۶ اضافه می کنیم . نتیجه عبارت است از

$$\sum [\ln(n_i + g_i) - \ln n_i - \alpha - \beta \epsilon_i] \delta n_i = 0$$

چون δn_i ها مستقلند ، کمیت داخل کروشه باید به ازای هر مقدار i صفر شود . از این رو

$$\ln \frac{n_i + g_i}{n_i} - \alpha - \beta \epsilon_i = 0$$

$$1 + \frac{g_i}{n_i} = e^{\alpha} e^{\beta \epsilon_i}$$

و

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\beta \epsilon_i} - 1} \quad (III-17)$$

چون $\beta = 1/kT$ ، قانون توزیع بوز - اینشتین عبارت است از

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\epsilon_i/kT} - 1} \quad (III-18) \quad \text{قانون توزیع بوز - اینشتین}$$

توزیع فرمی - دیراک

آمار فرمی - دیراک در مورد ذرات غیر قابل تشخیص که تابع اصل انحصارند به کار می رود . بنابراین ، روش مادر به دست آوردن قانون توزیع فرمی - دیراک باروش به دست آوردن قانون توزیع بوز - اینشتین یکسان است ، بجز این که اکنون هر سلول (یعنی ، حالت کوانتمی) می تواند توسط حداکثر یک ذره اشغال شود .

اگر g_i سلول دارای انرژی یکسان ϵ_i و n_i ذره وجود داشته باشند ، n_i سلول پر می شوند و $(g_i - n_i)$ خالی هستند . g_i سلول را می توان به $g_i!$ طریق مختلف مرتب کرد ولی $n_i!$ پس و پیش سازیهای سلولهای پر شده در میان خودشان معادلند زیرا ذرات غیر قابل تشخیص هستند و $(g_i - n_i)!$ پس و پیش سازی سلولهای خالی در میان خودشان معادلند زیرا سلولها اشغال نشده اند . بنابراین تعداد ترتیبات قابل تشخیص ذرات در میان سلولها عبارت است از

$$\frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!}$$

احتمال W توزیع کامل ذرات عبارت است از حاصل ضرب فوق

$$W = 11 \frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!} \quad (III-18)$$

با گرفتن لگاریتم طبیعی

$$\ln W = \sum [\ln g_i! - \ln n_i! - \ln (g_i - n_i)!]$$

که فرمول استرلینگ $\ln n! = n \ln n - n$ اجازه می دهد آن را مجدداً " بصورت زیر بنویسیم ،

$$\ln W = \sum [g_i \ln g_i - n_i \ln n_i - (g_i - n_i) \ln (g_i - n_i)] \quad (19-III)$$

برای این که این توزیع احتمال بیشینه را نشان دهد ، تغییرات کوچک δn_i در هر یک از n_i های منفرد نباید سبب تغییر W شود . از این رو

$$\delta \ln W_{\max} = \sum [-\ln n_i + \ln (g_i - n_i)] \delta n_i = 0 \quad (20-III)$$

بار دیگر پایستگی ذرات و پایستگی انرژی را با اضافه کردن

$$-\alpha \sum \delta n_i = 0$$

و

$$-\beta \sum \epsilon_i \delta n_i = 0$$

به معادله III - ۲۰ در نظر می گیریم که نتیجه زیر به دست می آید

$$\sum [-\ln n_i + \ln (g_i - n_i) - \alpha - \beta \epsilon_i] \delta n_i = 0 \quad (21-III)$$

چون δn_i ها مستقلند ، کمیت داخل کروشه به ازای هر مقدار i باید صفر شود و بنابراین

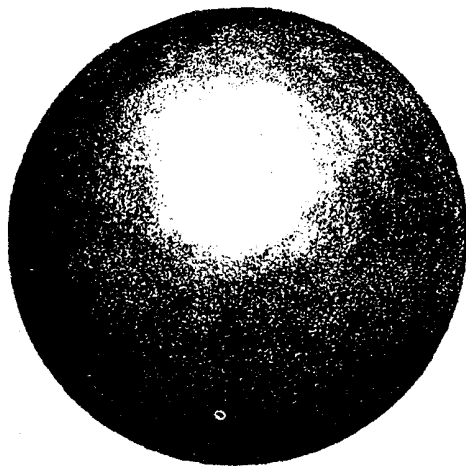
$$\ln \frac{g_i - n_i}{n_i} - \alpha - \beta \epsilon_i = 0$$

$$\frac{g_i}{n_i} - 1 = e^{\alpha + \beta \epsilon_i}$$

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \beta \epsilon_i} + 1} \quad (22-III)$$

با جانشین کردن $\beta = 1/kT$ قانون توزیع فرمی - دیراک به دست می آید

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \epsilon_i/kT} + 1} \quad \text{قانون توزیع فرمی - دیراک} \quad (23-III)$$



پاسخ شماره‌های فرد مسائل

فصل ۱

$$212m-1$$

$$2/6 \times 10^8 \text{ m/s} -3$$

$$1/23 \times 10^3 \text{ ثانیه/پالس} -5$$

$$v = 1/34 \times 10^4 \text{ m/s} \text{ بنا براین } v^2/c^2 \approx 2\Delta\nu/\nu -7$$

$$-9 \text{ عرضی، } \theta = 90^\circ \text{، دور شدن، } \theta = 180^\circ \text{، نزدیک شدن، } \theta = 0$$

$$11-182 \text{ متر، } 79/24 \text{ سانتیمتر}$$

$$13-46 \text{ روز}$$

$$0/14c = 4/2 \times 10^7 \text{ m/s} -15$$

$$1/64 \times 10^8 \text{ m/s} \cdot 1/87 \times 10^8 \text{ m/s} -17$$

$$8/9 \times 10^{-28} \text{ kg} -19$$

$$0/294 \text{ MeV} -21$$

$$4/4 \times 10^9 \text{ kg} -23$$

$$25-نه$$

$$27- \text{ اگر } p = m_0 v \text{ باشد، یک رویداد که اندازه حرکت را در یک چهارچوب لخت پایسته}$$

کند، آن را برای ناظرانی که در چهارچوب‌های لخت دیگر در حرکت نسبی هستند پایسته نخواهد کرد، بنابراین اندازه حرکت یک کمیت مفید در فیزیک نخواهد بود.

$$29- \text{ راهنمایی: حل مسأله را با مساوی گرفتن انرژی کل و اندازه حرکت کل قبل از}$$

$$\text{برخورد با همان کمیتها پس از برخورد شروع کنید و سپس } K_{\min} \text{ را از } K = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} - m_0 c^2$$

پیدا کنید.

$$۰/۹۸۸۸c, ۰۰/۹c, ۰۰/۹۸۸۸c, ۰۰/۸c - ۳۱$$

فصل ۲

$$۲/۸۳ \times ۱۰^{-۱۹} J : ۱/۷۷ eV - ۱$$

$$۳ - ۱/۷۷ \times ۱۰^{۳۰} \text{ فوتون بر ثانیه}$$

$$۱/۱۹ \times ۱۰^{۴۵} : ۳/۹۶ \times ۱۰^{۲۶} W \text{ (ب) بر ثانیه. (الف) } ۴/۲۳ \times ۱۰^{۲۱} \text{ فوتون بر متر مربع بر ثانیه. (ج) } ۱/۴۱ \times ۱۰^{۱۳} \text{ فوتون بر متر مکعب}$$

$$۱۸۰۰ \text{ \AA} - ۷$$

$$۳/۹ eV : ۵۳۹۱ \text{ \AA} - ۹$$

$$۱/۲۴ \times ۱۰^{۵} V - ۱۱$$

$$۲۸/۴ : ۳/۱۵ \text{ \AA} - ۱۳$$

$$۵ \times ۱۰^{۱۸} \text{ Hz} - ۱۵$$

$$۰/۰۱۵ \text{ \AA} - ۱۷$$

$$۲/۴ \times ۱۰^{۱۹} \text{ Hz} - ۱۹$$

$$۰/۵۶۵ \text{ \AA} - ۲۱$$

۲۳- در این چهارچوب اندازه حرکت کل الکترون و پوزیترون صفر است، بنابراین، اندازه حرکت فوتون می‌بایست در این چهارچوب نیز صفر بوده باشد. اما در معادله ۲۴-۱ داریم که انرژی یک فوتون با اندازه حرکتش متناسب است، بنابراین اگر در این چهارچوب $p = 0$ ، در این صورت $E = 0$ بوده و فوتون نمی‌توانسته وجود داشته باشد.

$$\approx ۰/۰۱ \text{ \AA} - ۲۵$$

$$۷/۷ \times ۱۰^{۳} \text{ Hz} : ۳/۵ \times ۱۰^{۱۸} \text{ Hz (ج) } ۲ \times ۱۰^{-۲۵} eV \text{ (ب) } ۲ \times ۱۰^{-۳} eV \text{ (الف) } - ۲۷$$

فصل ۳

$$۳/۳ \times ۱۰^{-۲۹} m - ۱$$

۳- از $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$ می‌شود که $\lambda = ۲/۶۱ \times ۱۰^{-۱۱} m$ می‌شود که بطور قابل ملاحظه‌ای از قطر مولکول کوچکتر است.

۵- راهنمایی: با حل معادله ۲۳-۱ برای p شروع کنید.

$$\lambda = h/\sqrt{2m_0eV} \text{ (ب) } \lambda = h/\sqrt{2m_0eV(1 + eV/2m_0c^2)} \text{ (الف) } - ۷$$

$$w/۲ - ۹$$

$$۱۱- ۲/۰۵ \text{ MeV} \cdot n^2 \text{ MeV} \cdot ۲/۰۵$$

$$۱۳- ۳/۱ \text{ درصد}$$

$$۱۵- ۳/۱۵ \text{ km}$$

۱۷- هر اتم در یک جسم جامد به ناحیه‌ء معینی از فضا محدود می‌شود - وگرنه مجموعه‌ای از اتمها یک جسم جامد نمی‌شد. بنابراین، عدم قطعیت در موقعیت هر اتم محدود است، و اندازه حرکتش و در نتیجه انرژی‌اش نمی‌تواند صفر باشند. موقعیت یک مولکول گاز ایده‌آل محدود نیست، بنابراین عدم قطعیت در موقعیتش بطور مؤثر نامحدود است و اندازه حرکتش و در نتیجه انرژی‌اش می‌تواند صفر باشد.

فصل ۴

۱- θ ی کوچک یک پارامتر برخورد بزرگ را دربردارد که در این صورت بار کل هسته‌ای هدف تا حدی به وسیله‌ء الکترونهاش پوشیده می‌شد.

$$۳- ۱۰^{\circ}$$

$$۵- ۰/۹۹۸۶$$

۷- راهنمایی: $f(\geq 90^{\circ}) = [f(\geq 60^{\circ}) - f(\geq 90^{\circ})] / f(\geq 90^{\circ})$: متناسب است. $\cot^2 \theta / 2$ در آن $f(\geq \theta)$

$$۹- ۱۳ \times 10^{-14} \text{ m}$$

$$۱۱- (الف) f = (1/2\pi) \sqrt{Qe/4\pi\epsilon_0 m R^3} \quad (ب) f = 6/6 \times 10^{15} \text{ Hz} \text{ که با بالاترین}$$

بسامدهای موجود در طیف ئیدروژن قابل مقایسه است.

۱۳- خطا در اندازه حرکت الکترون که بدین طریق محاسبه می‌شود، نصف اندازه حرکت

خطی آن در مدار است.

$$۱۵- ۱/۰۵ \times ۱۰^5 \text{ K}$$

$$۱۷- ۹۲۱ \text{ \AA}$$

$$۱۹- ۱۲/۱۷$$

$$۲۱- ۸/۲۳ \times ۱۰^6 \text{ دور}$$

$$۲۳- (الف) E_i - E_f = h\nu(1 + h\nu/2Mc^2) \quad (ب) K/h\nu = ۰/۰۱ \times ۱۰^{-9}$$

اثر برای تابش اتمی ناچیز است.

$$۲۵- ۲/۳۸ \text{ \AA}$$

$$۲۷- ۱/۹۰ \text{ keV} \quad (ب)$$

$$۲۹- (الف) E_n = -(m'Z^2e^4/8\epsilon_0^2h^2)(1/n^2)$$

(ب)

$n = \infty$	H	He ⁺	$E = 0$
$n = 4$	————	$n = 8$ ————	
$n = 3$	————	$n = 6$ ————	
		$n = 5$ ————	
$n = 2$	————	$n = 4$ ————	↑ انرژی
		$n = 3$ ————	
$n = 1$	————	$n = 2$ ————	

(ج) $2/28 \times 10^{-8} \text{ m}$

فصل ۵

۰.۰/۰۱ ، ۰.۰/۰۲ ، ۰.۰/۰۱ ، ۰.۰-۳

$L/2 - 5$

۷- نزدیک $x=0$ ذره انرژی جنبشی بیشتر و در نتیجه اندازه حرکت بیشتری دارد و ψ مطابق با آن، طول موج، طول موج کوتاهتری دارد. ذره به واسطه تندی بیشتر احتمال کمتری دارد که در این ناحیه پیدا شود، از این رو ψ در آن جا دامنه کوچکتری دارد تا در نزدیک $x=L$

۹- (الف) در ناحیه II چیزی وجود ندارد که ذرات را بازتاباند، از این رو موجی وجود ندارد که به طرف چپ حرکت کند. (ب) راهنمایی: از شرایط مرزی $\psi_I = \psi_{II}$ و $d\psi_I/dx = d\psi_{II}/dx$ در $x=0$ استفاده کنید. (ج) نسبت جریان تراگسیل یافته به جریان فرودی $Tv'/v = \frac{A}{9}$ ، بنابراین جریان تراگسیل یافته 0.889 mA و $\frac{A}{9} \text{ mA}$ و جریان بازتابیده 0.111 mA است.

۱۱- راهنمایی: با کمک اصل عدم قطعیت E را کلاً "بر حسب Δx بیان کنید، سپس مقدار کمینه E را با مشتق گرفتن از E نسبت به Δx و نتیجه را مساوی صفر قرار دادن پیدا کنید.

۱۳- برای هر دو حالت $\langle x \rangle = 0$ ، $\langle x^2 \rangle = E/k$

فصل ۶

۱- (الف) $(1/R^2)(d^2\psi/d\phi^2) + (2m/\hbar^2)E\psi = 0$

(ب) $\psi = (1/\sqrt{2\pi}) e^{in\phi}$ ، $n = R\sqrt{2mE}/\hbar = \underline{+1}$ ، $\underline{+2}$ ، $\underline{+3}$ ، ...

(ج) $E_n = n^2\hbar^2/2mR^2$

(د) $L = n\hbar$

$r = (\underline{3} + \sqrt{5}) a_0 - 5$

$1/85$ ، $1/47 - 7$

۹- ۶۸ درصد، ۲۵ درصد

۱۱- p، ۲۹ درصد، d، ۱۸ درصد، f، ۱۳ درصد.

فصل ۷

$$-۴ \quad 1/39 \times 10^6 \text{ eV}$$

$$-۳ \quad 18/5 T$$

$$-۵ \quad 182$$

۷- ۳/۴ eV. حفاظ کامل نیست زیرا این احتمال وجود دارد که الکترون ۲ s در این

اتم در داخل الکترونهای ۱ s پیدا شود، همان‌گونه که در شکل ۶-۱۱ می‌تواند دیده شود.

۹- فلزات قلیایی بزرگترین فلزات در هر دوره جدول تناوبی هستند، زیرا ساختارهای اتمی آنها شامل یک الکترون منفرد در خارج از لایه‌های داخلی بسته می‌باشند که این ساختار اثر هسته را بر روی الکترون منفرد به بار +e محدود می‌کند. سپس، وقتی که بار هسته‌ای افزایش می‌یابد، کاهش منظمی در اندازه در داخل هر دوره وجود دارد که الکترونهای خارجی را به هسته نزدیکتر می‌کند. در انتهای هر دوره به واسطه نیروی رانشی متقابل الکترونهای خارجی، افزایش کوچکی در اندازه وجود دارد.

حالت	S	L	J
1S_0	0	0	0
3P_2	1	1	2
$^3D_{3/2}$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{3}{2}$
4F_3	2	3	5
$^4H_{5/2}$	$\frac{1}{2}$	5	$\frac{11}{2}$

۱۳- حالت‌های مجاز دیگری وجود ندارند.

$$-۱۵ \quad 2P \frac{1}{2}$$

Ba, Ca, Mg - ۱۷

$$-۱۹ \quad 4 \cdot 2/58 \mu_B$$

۲۱- کبالت ($Z=27$)؛ مولیبدن ($Z=42$)

فصل ۸

$$-۱ \quad 3/5 \times 10^4 K$$

$$-۳ \quad 13$$

$$-۵ \quad 1/27 \text{ \AA}$$

$$2/23 \text{ \AA} - 7$$

$$v = 8 - 9$$

۱۱- HD جرم کاهش یافته بیشتری دارد، از این رو دارای بسامد ارتعاشی کوچکتر و انرژی نقطه صفر کمتری است. بنابراین، HD انرژی پیوندی بزرگتری دارد زیرا انرژی نقطه صفر آن می تواند سهم انرژی کمتری به شکافتگی مولکول بدهد.

$$13- (الف) \text{ برای چرخش، } T = 173 \text{ K} \text{، برای ارتعاش، } T = 6350 \text{ K} \text{ (ب) } 3/5 \times 10^5 \text{ K}$$

$$(ج) 26$$

فصل ۹

$$4/86 \times 10^{-9} - 1$$

$$3- (الف) 0/027 : 0/22 : 0/89 : 1/68 : 1 \text{ (ب) بلی. } 1533 \text{ K}$$

$$(1/v)_{av} = (1/N) \int_0^* (1/v) n(v) dv \quad 5-$$

۷- (الف) $0/313$ (ب) $0/313$ (ج) در 100 K فقط $0/0308$ آنها در حالت نهایی گذار لیزر هستند، از این رو، این کمینه در صدی است که باید برانگیخته شود تا تقویت لیزر در این دما روی دهد. (د) در یک لیزر سه - تراز، حالت نهایی حالت پایدار است و بنابراین سرد کردن فرقی ایجاد نمی کند.

۹- توانایی یک جسم در گسیل تابش متناسب با توانایی آن جسم در جذب تابش است. چون کوارتز شفاف یک جذب کننده خیلی ضعیف است، یک تابش کننده خیلی ضعیف نیز می باشد.

$$11- (R_2 - R_1)/R_1 = (T_2 - T_1)/T_1 = 0.013 = 1.3 \text{ درصد}$$

$$13- 2/6 \text{ درصد}$$

$$15- 10 \text{ K}$$

۱۷- یک گاز فرمیون بیشترین فشار را اعمال خواهد کرد زیرا درصد ذرات پراثری در توزیع فرمی از سایر توزیعها بیشتر است. یک گاز بوزون کمترین فشار را اعمال خواهد کرد زیرا درصد ذرات کم انرژی در توزیع بوز از سایر توزیعها بیشتر است.

$$19- kT \text{ درصد خیلی کوچکی از } \epsilon_f \text{ است، بنابراین توزیع انرژی الکترون حساسیت دمایی}$$

زیادی ندارد.

$$23- 11 \text{ eV}$$

$$25- \text{ در } 20^\circ \text{C، } A = (Nh^3/V) (2 \pi m_{He} kT)^{-3/2} = 3/54 \times 10^{-6} \text{، بنابراین } A \ll 1$$

$$27- \text{ در } 20^\circ \text{C، } A = (Nh^3/2V) (2 \pi m_e kT)^{-3/2} = 3/5 \times 10^3 \text{، بنابراین } A \gg 1$$

فصل ۱۰

۱- (الف) نیروهای واندروالس انرژی دوسیدگی را افزایش می‌دهند زیرا این نیروها جاذب هستند. (ب) نوسانات نقطه صفر انرژی دوسیدگی را کاهش می‌دهند زیرا آنها یک مد دارا بودن انرژی را نشان می‌دهند که در یک جسم جامد حضور دارند نه در اتمهای منفرد یا یونها.

۳- گرمایی که در اثر انبساط گاز از بین می‌رود معادل است با کاری که در مقابل نیروهای جاذبه واندروالس بین مولکولهایش انجام شده است.

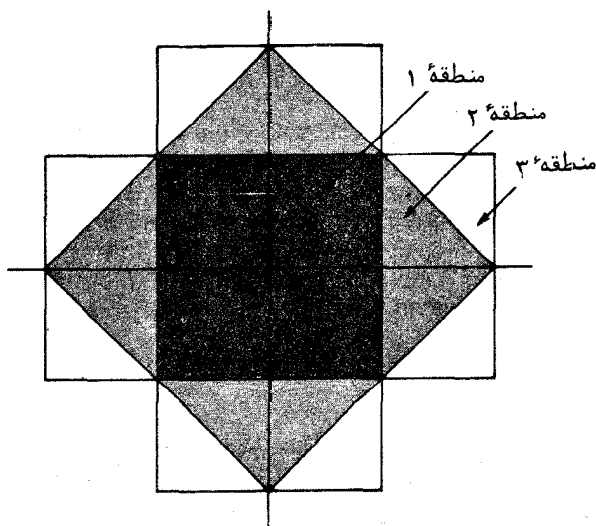
$$n = 9/4 \cdot 7/29 \text{ eV} - 5$$

۹- سیلیکون فقط در مقابل تابش $\lambda \geq 11300 \text{ \AA}$ شفاف است، زیرا فوتونهای نور با طول موج کوتاهتر را جذب می‌کند و بنابراین در مقابل نور مرئی کدر است. الماس در مقابل تابش $\lambda \geq 2070 \text{ \AA}$ شفاف است، بنابراین در مقابل نور مرئی شفاف است.

۱۱- نوع p

۱۳- 50 \AA انرژی یونیزاسیون الکترون $0/009 \text{ eV}$ است که از شکاف انرژی خیلی کوچکتر است و به مقدار $0/025 \text{ eV}$ ، یعنی مقدار kT در 20°C نزدیک است.

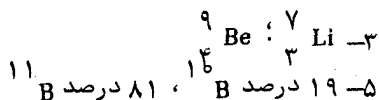
-۱۵



$$3/4 \times 10^3 \text{ \AA} \cdot m^* = 0/2 m_e \cdot \nu_c = eB / 2\pi m^* - 17$$

فصل ۱۱

۱- گستره نیروی هسته‌ای قوی



$$7/98 \text{ fm} - 7$$

$$9 - 28/3 \text{ MeV} \cdot \text{نوکلئون} / 7/1 \text{ MeV}$$

۱۱- (الف) $7/97 \text{ MeV}$ (ب) $12/1 \text{ MeV}$ (ج) $15/6 \text{ MeV}$ (د) به واسطه نیروی رانشی اعمال شده بر پروتون توسط پروتونهای دیگر در هسته، برای حذف یک پروتون انرژی کمتری لازم است تا برای حذف یک نوترون. انرژی پیوندی متوسط در هر نوکلئون از بقیه کوچکتر است زیرا وقتی که نوکلئونها متوالیا "از یکی از هسته‌های سبکتر (نظیر ${}^{16}_8\text{O}$) جدا می‌شوند، پیوستگی نوکلئونهای باقیمانده کمتر و کمتر می‌شود، همچنان که در منحنی انرژی پیوندی شکل ۱۱-۸ بوضوح دیده می‌شود.

۱۳- (الف) $7/86 \text{ MeV}$ ، $10/99 \text{ MeV}$ ، $7/47 \text{ MeV}$ (ب) به واسطه تمایل نوترونها به جفت شدن با هم، برای حذف یک نوترون از ${}^{82}_{36}\text{Kr}$ انرژی بیشتری لازم است، همانگونه که در بخش ۱۱-۶ ذکر شده است.

$$15- \text{ (الف) } R = \frac{6}{5} Z e^2 / 4 \pi \epsilon_0 (\Delta M + \Delta m) c^2 \text{ (ب) } 3/41 \text{ fm}$$

۱۷- E_b برای نوکلیدهای فرد - زوج نسبت به نوکلیدهای فرد - فرد بیشتر است، بنابراین در این جانتیجه باید فرد-زوج باشد. $Z = (a_3 A^{-1/3} + 4a_4)/2(a_3 A^{-1/3} + a_4 A^{-1}) = 28/88$. ${}^{65}_{29}\text{Cu}$ پایدارترین ایزوبار ${}^{65}_{29}\text{Cu}$ است.

فصل ۱۲

$$1 - \frac{1}{4}$$

$$3 - 34/8 \text{ ساعت}$$

$$5 - 1620 \text{ سال}$$

$$7 - 1/23 \times 10^4 \text{ Bq}$$

$$9 - 2/22 \times 10^{-9} \text{ kg}$$

$$11 - 14253 \text{ سال}$$

۱۳- جرم ${}^7_4\text{Be}$ بحد کافی از جرم ${}^7_3\text{Li}$ بزرگتر نیست تا تولید یک پوزیترون را عملی سازد
۱۵- یک الکترون که در حال ترک هسته است به وسیله بار هسته‌ای مثبت جذب می‌شود که این عمل انرژی آن را کاهش می‌دهد. از طرف دیگر، یک پوزیترون که در حال ترک یک هسته است رانده می‌شود و بنابراین به طرف بیرون شتاب می‌گیرد.

۱۷- سی و نهمین پروتون در ${}^{89}_{39}\text{Y}$ معمولاً "در یک حالت $\frac{1}{2}$ p است و حالت بالاتر بعدی که در دسترس این پروتون است یک حالت $\frac{9}{2}$ می‌باشد، از این رو یک گذار تابشی بین آنها

دارای یک احتمال کم است .

۱۹- سطح مقطع نوترون با افزایش E کاهش می‌یابد زیرا احتمال این‌که یک نوترون جذب شود بستگی به مقدار زمانی دارد که نوترون نزدیک یک هسته خاص می‌گذراند ، که باتندیش نسبت عکس دارد . به واسطه نیروی رانشی اعمال شده توسط بار هسته‌ای مثبت ، سطح مقطع پروتون در انرژیهای کم کوچکتر است .

$$21- 71/4 \text{ درصد} ; 2/97 \text{ mm}$$

$$23- 0/087 \text{ mm}$$

$$25- 3/33 \text{ MeV}$$

$$27- E^* = Q + K_A (1 - m_A/m_C) ; 4/34 \text{ MeV}$$

۲۹- (الف) $2/2 \times 10^9 \text{ K}$ (ب) این دما مطابق با انرژی متوسط دوترون است ولی بسیاری از دوترون‌ها دارای انرژیهای نسبتاً بالاتر از انرژی متوسط هستند . بعلاوه ، تونل‌زنی کوانتم - مکانیکی از میان سد پتانسیل می‌تواند روی دهد که به دوترون‌ها اجازه می‌دهد با وجود نداشتن انرژی کافی برای رسیدن به هم از نظر کلاسیکی ، واکنش نشان دهند .

فصل ۱۳

$$1- (الف) [(1/\sqrt{n^2-1}) - 1] K_{min} = m_0 c^2 \quad (ب) \quad 175 \text{ keV}$$

$$3- E_f = (0.716)^N E_0 \quad N \approx 52$$

$$5- 8/9 \text{ mm}$$

$$7- 2/68 \text{ cm}$$

۹- (الف) راهنمایی : p را معادل اندازه حرکت کل الکترون ، پوزیترون و هسته بگیرید ،

$$\text{گونه‌ای که } h\nu/c = p \quad (ب) \quad 1/0226 \text{ MeV}$$

۱۱- 120°e (راهنمایی : فرمول نسبیتی را برای انرژی جنبشی به کار ببرید تا p را پیدا کنید .)

۱۳- (الف) $3/22 \times 10^{-22} \text{ s}$ (ب) میدان الکتریکی قوی هسته ، الکترون و پوزیترون را

به اندازه کافی جدا می‌کند گونه‌ای که آنها بعداً " نمی‌توانند مجدداً " ترکیب شوند تا فوتون را دوباره تولید کنند .

$$15- 5630 \text{ MeV}$$

$$17- 73/6 \text{ MeV}$$

۱۹- (الف) و (ه) می‌توانند روی دهند ؛ (ب) B یا اسپین را پایسته نمی‌کند ؛ (ج)

M, L یا اسپین را پایسته نمی‌کند ؛ (د) B یا اسپین را پایسته نمی‌کند .

$$21- \Lambda^0 ; K^0 ; \Sigma^+ -$$

واژه نامه انگلیسی - فارسی

A

Abdus salam	عبدالسلام
Absorption spectrum	طیف جذبی
Actinide elements	عناصر آکتینید
Actinium decay series	سری واپاشی آکتینیوم
Activity of radionuclide	فعالیت نوکلید فعال
Allowed transition	گذار مجاز
Alpha decay	واپاشی آلفا
Alpha particle	ذره آلفا
Amorphous solid	جامد بی شکل
Angular frequency of wave	بسامد زاویه ای موج
Angular momenta :	اندازه حرکت های زاویه ای :
	جفت شدگی jj اندازه حرکت های زاویه ای
jj Coupling of angular momenta	
	جفت شدگی LS اندازه حرکت های زاویه ای
LS coupling of angular momenta	
Annealing	بازپختن
Antineutrino	پاد نوترینو
Antisymmetric wave function	تابع موج پاد متقارن
Atom:	اتم :
angular momentum states of atom	حالت های حرکت زاویه ای اتم
electron configurations of atom	آرایش اتم الکترونی

electron shells in atom	لایه‌های الکترونی در اتم
size of atom	اندازه اتم
Atomic bomb	بمب اتمی
Atomic electron	الکترون اتمی
Atomic mass	جرم اتمی
Atomic mass unit	واحد جرم اتمی
Atomic model :	مدل اتمی :
Bohr	بوهر
Rutherford	راترفورد
Thomson	تامسون
Atomic nucleus	هسته اتمی
Atomic spectra	طیف‌های اتمی
selection fine structurey in atomic spectra	ساختار ریز در طیف‌های اتمی
selection rules for atomic spectra	قواعد گزینش برای طیف‌های اتمی
zeeman effect in atomic spectra	اثر زیمن در طیف‌های اتمی
Attenuation coefficient	ضریب تضعیف
Auger effect	اثر اوگر
Aurora	سرخ‌ی شفق
B	
Balmer series	سری بالمر
Band	نوار
Band theory of solids	نظریه نوار جامدات
Barn	بارن
Barrier penetration	نفوذ سدی
Beats	ضربان‌ها
Becquerel (unit)	(واحد) بکورل
Beta decay	واپاشی بتا
Big bang	بیگ بنگ
Binding energy :	انرژی پیوندی :
of atomic electron	انرژی پیوندی الکترون اتمی

nuclear binding energy	انرژی پیوندی هسته‌ای
Black hole	حفره سیاه
Blackbody radiaton	تابش جسم سیاه
Bohr, Aage	بوهر، ایچ
Bohr, Niels	بوهر، نیلز
Bohr atomic model	مدل اتمی بوهر
Bohr magneton	ماگنتون بوهر
Boltzman's constant	ثابت بولتزمن
Bomb :	بمب :
atomic bomb	بمب اتمی
hydrogen bomb	بمب هیدروژنی
Bond	پیوند
Born, Max	بورن، ماکس
Bose—Einstein distributin function	تابع توزیع بوز - اینشتین
Boson	بوزون
Brackett series	سری براکت
Bragg, William	براک، ویلیام
Bragg planes in crystal	صفحات براک در بلور
Breeder reactor	راکتور زاینده
Bremsstrahlung	تابش ترمزی
Brillouin zones	مناطق بریلوئن
Bubble Chamber	اتاقک حباب
C	
Carbon cycle of nuclear reactions	چرخه کربن واکنشهای هسته‌ای
Carbon monoxide molecule	مولکول منواکسید کربن
Center—of—mass coordinate system	دستگاه مختصه مرکز جرم
Cerenkov radiation	تابش چرنکوف
Chadwick, James	چادویک، جیمز
Charge conjugation	همیوگی بار

Clock, light—pulse	ساعت ، پالس نوری
Cloud chamber	اتاقک ابری
Cohesive energy of crystal	انرژی دوسیدگی بلور
Colour of quarks	رنگ کوارکها
Compound nucleus	هسته مرکب
Compton effect	اثر کامپتون
Compton wavelength	طول موج کامپتون
Condon, Edward	کاندون ، ادوارد
Conservation principles and symmetry operations	اصول پایستگی و عملهای متقارن
Cor—respondence principle	اصل تطابق
Cosmic rays	پرتوهای کیهانی
Covalent bond	پیوند کووالانسی
Covalent crystal	بلور کووالانسی
Cowan, clyde	کووان ، کلاید
Cross section	سطح مقطع
Crystal	بلور
Crystalline solid	جامد بلورین
Curie, Irene	کوری ، ایرن
Curie, Marie	کوری ، ماری
Curie, pierre	کوری ، پیر
Curie unit	واحد کوری
Cyclotron resonance	تشدید سیکلوترون
D	
Davisson—Germer experiment	آزمایش داویسون — ژرمر
De Broglie, Louis	دبروی ، لوئیس
De Broglie waves	امواج دبروی
Debye theory of specific heat	نظریه دبی درباره گرمای ویژه
Deuterium	دوتریوم

Deuteron, binding energy	دوترون، انرژی پیوندی
Diamond	الماس
Diffraction	پراش
Diode	دیود
Dipole electric field	میدان الکتریکی دو قطبی
Dirac, paul	دیراک، پاول
Dislocation in crystal	جابجایی در بلور
Distribution function	تابع توزیع
Dopping of semiconductors	ناخالص‌سازی نیم رساناها
Doppler effect	اثر دوپلر
Doublet states	حالت‌های دوگانه
Dulong—petit law	قانون دولن — پتی
E	
Effective mass of electron in Crystal	جرم مؤثر الکترون در بلور
Eigenfunction	تابع ویژه
Eigenvalue	مقدار ویژه
Eightfold way	روش هشت لایه‌ای
Einstein, Albert	اینشتین، آلبرت
Electric charge	بار الکتریکی
Electromagnetic interaction	برهمکنش الکترومغناطیسی
Electron	الکترون
Electron affinity	میل ترکیبی الکترون
Electron capture by nucleus	گیراندازی الکترون توسط هسته
Electron configurations of atoms	آرایش‌ات الکترونی اتمها
Electron microscope	میکروسکوپ الکترونی
Electron sharing in molecule	اشتراک الکترون در مولکول
Electron shells and subshells	لایه‌ها و زیرلایه‌های الکترونی
Electronic spectra	طیف‌های الکترونی
Elementary particles	ذرات بنیادی

Elements	عناصر
Emission line spectrum	طیف خطی نشری
Energy	انرژی
Energy levels	ترازهای انرژی
Equivalence, principle of	هم‌ارزی، اصل
Excited state	حالت برانگیخته
Exclusion principle	اصل انحصار
Expectation value	مقدار مورد انتظار
F	
Fermi, Enrico	فرمی، انریکو
Fermi unit	واحد فرمی
Fermi-Dirac distribution function	تابع توزیع فرمی - دیراک
Fermi energy	انرژی فرمی
Fermi gas model of nucleus	مدل گاز فرمی هسته
Fermi surface	سطح فرمی
Fermion	فرمیون
Ferromagnetism	فرومغناطیسی
Fine structure in atomic spectra	ساختار ریز در طیفهای اتمی
Fission, nuclear	شکافت، هستهای
Fission fragments	پاره‌های شکافت
Fluorescence	فلوئورسانس
Forbidden bands	نوارهای ممنوع
Forbidden transition	گذار (انتقال) ممنوع
Fourier integral	انتگرال فوریه
Frame of reference	چهارچوب مرجع
Franck-Hertz experiment	آزمایش فرانک - هرتز
Fundamental interactions	برهمکنشهای بنیادی
fusion, nuclecr	همجوشی، هستهای

G

Gamma decay	واپاشی (نلایشی) گاما
Gamma rays	پرتوهای گاما
Gamow, George	گامو، جورج
Geiger counter	شمارنده گایگر
Gell-Mann, Murray	گلمان، موری
General theory of relativity	نظریه عام نسبیت
Gluon	گلوئون
Goudsmit, samuel A.	گوداشمیت، ساموئل آ.
Gravitational red shift	انتقال به سوی قرمز گرانشی
Graviton	گراویتون
Gravity and light	گرانی و نور
Gray unit	واحد گری
Group velocity of waves	سرعت گروه امواج
Gurney, Ronald	گرنی، رونالد
Gyromagnetic ratio	نسبت ژیرومغناطیس

H

Hadrons	هادرورها
Half-life	نیمه عمر
Hall effect	اثر هال
Halogens	هالوژنها
Hamiltonian operator	عملگر هامیلتونی
Harmonic oscillator	نوسان کننده هماهنگ (هارمونیک)
Heavy water	آب سنگین
Heisenberg, Werner	هایزنبرگ، ورنر
Helium	هلیوم
Hermite Polynomials	چندجمله‌ای هرمیت
Hook's law	قانون هوک
Hund's rule	قاعده هاند

Hydrogen	تیدروژن
Hydrogen atom	اتم تیدروژن
Hydrogen bomb	بمب تیدروژنی
Hydrogen bond	پیوند تیدروژنی
Hydrogen molecular ion	یون مولکولی تیدروژن
Hydrogen molecule	مولکول تیدروژن
Hypercharge	فوق بار
Hyperons	هیپرونها

I

Ice	یخ
Ideal gas	گاز ایدئال
Impact parameter	پارامتر برخورد
Induced emission	گسیل القاء شده
Inert gases	گازهای بی اثر
Inertial frame of reference	چهار چوب لختی مرجع
Interactions	برهمکنشها
Intermediate vector boson	بوزون برداری بینابین
Internal conversion	تبدیل داخلی
Inverse beta decay	واپاشی بتای معکوس
Ionic bond	پیوند یونی
Ionic crystal	بلور یونی
Ionization chamber	اتاقک یونش
Ionization energies of elements	انرژیهای یونش عناصر
Isomer	ایزومر
Isotope	ایزوتوپ
Isotopic spin	اسپین ایزوتوپی

J

Jensen, J. Hans D.

جنسن، جی. هنز. دی

jj coupling of angular momenta	جفت شدگی jj اندازه حرکت‌های زاویه‌ای
Joliot, Frederic	ژولیت ، فردریک
K	
Kaon	کائون
Kinetic—energy operator	عملگر انرژی جنبشی
L	
Lanthanide elements	عناصر لانتانید
Laser	لیزر
Laue, Max von	لائو، ماکس ون
LED (light—emitting diode)	دیود گسیل کنندهء نور
Lee, Tsung D.	لی، تسونگ دی.
Length contraction and Lorentz transformation	انقباض طول و تبدیل لورنتس
Leptons	لپتون‌ها
Light	نور
Liquid—drop model of nucleus	مدل قطره‌ای هسته
Lorentz—fitzgerald contraction	انقباض لورنتس — فیتز جرالده
Lorentz transformation	تبدیل لورنتس
LS coupling of angular momenta	جفت شدگی LS اندازه حرکت‌های زاویه‌ای
Lyman series	سری لیمن
M	
Madelung constant	ثابت میدلانگ
Magic numbers in nuclear structure	اعداد افسونی در ساختار هسته‌ای
Magnetic moment	گشتاور مغناطیسی
Magnetic quantum number	عدد کوانتومی مغناطیسی
Magnetism and relativity	مغناطیس و نسبیت
Magneton, Bohr	ماگنتون ، بوهر
Maser	میزر

Mass	جرم
Mass spectrometer	طیف سنج جرمی
Massless particles	ذرات بی جرم
Maxwell-Boltzmann distribution function	تابع توزیع ماکسول - بولتزمن
Mayer, Maria	مایر - ماریا
Mean free path	پویش آزاد متوسط
Mean lifetime	طول عمر متوسط
Mendeleev, Dmitri	مندلیف ، دیمتری
Mercury	جیوه
Meson theory of nuclear forces	نظریهٔ مزون نیروهای هسته‌ای
Metal	فلز
Metallic bond	پیوند فلزی
Metastable state	حالت نیمه پایدار
Methane molecule	مولکول متان
Moderator in nuclear reactor	تعدیل کننده در رآکتور هسته‌ای
Molecular energies in ideal gas	انرژیهای مولکولی در گاز ایده‌آل
Molecular spectra	طیفهای مولکولی
Molecule	مولکول
Momentum	اندازه حرکت
Momentum operator	عملگر اندازه حرکت
Momentum space	فضای اندازه حرکت
Moseley, Henry G.j.	موسلی ، هنری جی .
Mössbauer effect	اثر موسبائر
Mttelson, Ben	متلسان ، بن
Muon	میون
N	
n-type semiconductor	نیم رسانای نوع n
Ne'eman, yuval	نیمن ، جووال
Neptunium	نپتونیم

Neptunium decay series	سری واپاشی نپتونیم
Neutrino	نوترینو
Neutron	نوترون
Neutron cross section	سطح مقطع نوترون
Neutron star	ستاره نوترون
Normalization of wave function	بهنجارسازی تابع موج
Nuclear emulsion	امولسیون هسته‌ای
Nuclear energy levels	ترازهای انرژی هسته‌ای
Nuclear fission	شکافت هسته‌ای
Nuclear forces	نیروهای هسته‌ای
Nuclear fusion	همجوشی هسته‌ای
Nuclear motion in hydrogen atom	حرکت هسته‌ای در اتم هیدروژن
Nuclear quantum number	عدد کوانتومی هسته‌ای
Nuclear reaction	واکنش هسته‌ای
Nuclear reactor	راکتور هسته‌ای
Nucleon	نوکلئون
Nucleus	هسته
Nuclide	نوکلید
O	
Ohm's law	قانون اهم
Orbital quantum number	عدد کوانتومی مداری
Orthohelium	ارتوهلیوم
P	
P-type semiconductor	نیم‌رسانای نوع P
Pair production	تولید زوج
Parahelium	پارا هلیوم
Parity of wave function	پاریته تابع موج
Particle detectors	آشکارسازهای ذره‌ای

Particle diffraction	پراش ذره
Particle in a box	ذره در یک جعبه
Particles	ذرات
Paschen series	سری پاشن
Pauli, wolfgang	پاولی ، ولفگنگ
Periodic table	جدول تناوبی
Pfund series	سری فوند
Phase space	فضای فاز
Phase velocity of waves	سرعت فاز امواج
Phonon	فونون
Phosphorescence	فسفرسانس
Photoelectric effect	اثر فتوالکتریک
Photoelectric work function	تابع کار فتوالکتریک
Photomultiplier tube	لوله تکثیر کننده فوتون
Photon	فوتون
Pion	پیون
Planck, Max	پلانک ، ماکس
Planck radiation formula	فرمول تابش پلانک
Planck's constant	ثابت پلانک
Plasma	پلاسما
Plutonium	پلوتونیم
Polar molecule	مولکول قطبی
Polarizability	قطبش پذیری
Polarization of x-rays	قطبش پذیری پرتوهای ایکس
Positron	پوزیترون
Principal quantum number	عدد کوانتومی اصلی
Probability density	چگالی احتمال
Proper length	طول ویژه
Proper time	زمان ویژه
Proportional counter	شمارنده متناسب

Protactinium	پروتاکتینیوم
Proton	پروتون
چرخه پروتون - پروتون واکنشهای هستمائی	
Proton-Proton cycle of nuclear reactions	
Pulsar	ستاره تپنده
Q	
Q value	مقدار Q
Quantum	کوانتم
Quantum mechanics	مکانیک کوانتومی
Quantum number	عدد کوانتومی
Quantum statistics	آمار کوانتومی
Quantum theory	نظریه کوانتومی
Quark	کوارک
R	
Rad	راد
Radiation dosage	میزان پرتودهی
Radiative transitions in atom	گذارهای تابشی در اتم
Radioactive decay	واپاشی رادیواکتیو
Radioactive series	سری رادیواکتیو
Radiocarbon dating	زمان سنجی رادیوکربن
Radiometric dating	زمان سنجی تابشی
Radium	رادیوم
Radon	رادون
Range-energy relationship	رابطه گستره - انرژی
Rayleigh-jeans formula	فرمول ریلی - جینز
Reactor, nuclear	راکتور، هسته‌ای
Red shift	انتقال به سوی قرمز
Reduced mass	جرم کاهش یافته

Reines, Frederick	رینز، فردریک
Relative biological effectiveness of radiation	اثر نسبی بیولوژیکی تابش
Relativity	نسبیت
Rem	رم
Resistivity of metal	مقاومت فلز
Resonance in nuclear reaction	تشدید در واکنش هسته‌ای
Resonance particle	ذره تشدید
Rest energy	انرژی در حال سکون
Rms speeds of molecule	تندیهای Rms (جذر متوسط مجذور سرعت) مولکول
Roentgen, Wilhelm	رونتن، ویلهلم
Rotational energy levels	ترازهای انرژی چرخشی
Rotational spectra	طیفهای چرخشی
Rutherford atomic model	مدل اتمی راترفورد
Rutherford scattering formula	فرمول پراکندگی راترفورد
Rydberg constant	ثابت ریدبرگ

S

Schrodinger, Erwin	شرودینگر، اروین
Schrodinger's equation	معادله شرودینگر
Scintillation counter	شمارنده سوسوزن
Selection rules for atomic spectrum	قواعد گزینش برای طیف اتمی
Semiconductor	نیم رسانا
Semiconductor detector	آشکارساز نیم رسانا
Semiconductor devices	وسایل نیم رسانا
Shell, atomic electron	لایه، الکترون اتمی
Shell model of nucleus	مدل لایهای هسته
Silicon	سیلیکون
Singlet state	حالت یگانه
Slip in a solid	لغزش در یک جسم جامد

Sodium	سدیم
Solar energy	انرژی خورشیدی
Solids	جامدات
Space quantization	کوانتشم فضایی
Spark chamber	اتاقک جرقه
Specific heat	گرمای ویژه
Spectra	طیفها
Spectral lines and uncertainty principle	خطوط طیفی و اصل عدم قطعیت
Spectral series of hydrogen	سری طیفی هیدروژن
spectrometer	طیف سنج
Speed	تندی
speed of light	تندی نور
Spherical polar coordinates	مختصات قطبی کروی
Spin	اسپین
Spin angular momentum	اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین
Spin magnetic moment	گشتاور مغناطیسی اسپین
Spin-orbit coupling	جفت‌شدگی اسپین - مداری
Statistical distribution function	تابع توزیع آماری
Statistical mechanics	مکانیک آماری
Stefan-Boltzmann law	قانون استیفن - بولتزمن
Stern-Gerlach experiment	آزمایش اشترن - گرلاخ
Stirling's formula	فرمول استرلینگ
Strangeness number	عدد شگفتی
Strong interaction	برهمکنش قوی
Subshell	زیر لایه
Sunspot magnetic fields	میدانهای مغناطیسی نقطه خورشیدی
Symmetric and antisymmetric wave functions	توابع موجی متقارن و پاد متقارن
Symmetry operations and conservation principles	عملهای متقارن و اصول پایستگی
Synchrotron	سینکروترون

T

Term symbols	عبارت‌های نمادی
Thermal neutron	نوترون حرارتی
Thermionic emission	گسیل گرما یونی
Thermonuclear energy	انرژی حرارتی هسته‌ای
Thomson atomic model	مدل اتمی تامسون
Thorium	توریوم
Time dilation	اتساع زمان
Tokamak	توکامک
Transistor	ترانزیستور
Transition elements	عناصر گذار
Transitions	گذارها
Transuranic elements	عناصر انتقالی
Triplet state	حالت سه‌گانه
Tritium	تریتیوم
Tunnel effect	اثر تونل
Twin paradox	معمای دوقلو

U

Uhlenbeck, George E.	اولن بک، جورج
Uncertainty principle	اصل عدم قطعیت
Universe	جهان
Uranium	اورانیوم
Uranium decay series	سری واپاشی اورانیوم
Uranium hexafluoride	هگزا فلورید اورانیوم

V

Van der waals forces	نیروهای واندروالس
Variables	متغیرها
Velocity addition	افزایش سرعت

Vibrational energy levels	ترازهای انرژی ارتعاشی
Vibrational quantum number	عدد اتمی ارتعاشی
Vibrational spectrum	طیف ارتعاشی
W	
Water molecule	مولکول آب
Wave	موج
Wave equation	معادله موجی
Wave function	تابع موج
Wave group	گروه موجی
Wave particle duality of light	دوگانگی ذره موج نور
Weak interaction	برهمکنش ضعیف
Weinberg, steven	واینبرگ، استیون
Wien's displacement law	قانون جابجایی وین
Wilson, charles T.R.	ویلسون، چارلز
Work function	تابع کار
Work hardening	عمل سخت شدن
X	
X-ray spectra	طیفهای پرتو ایکس
X-rays	پرتوهای ایکس
Y	
Yang, chen N.	یانگ، چن
Yukawa, Hideki	یوکاوا، هایدکی
Z	
Zeeman effect	اثر زیمن
Zener diode	دیود زنر
Zweig, George	تسویگ، جورج

واژه نامه فارسی - انگلیسی

Heavy water	آب سنگین
Electron configuration of atoms	آرایشات الکترونی اتمها
Stern-Gerlach experiment	آزمایش اشترن - گرلاخ
Davison-Germer experiment	آزمایش داویسون - ژرمر
Franck-Hertz experiment	آزمایش فرانک - هرتز
Semiconductor detector	آشکارساز نیم رسانا
Particle detectors	آشکارسازهای ذرهای
Quantum statistics	آمار کوانتومی

	الف
Cloud chamber	اتاقک ابری
Spark chamber	اتاقک جرقه
Bubble chamber	اتاقک حباب
Ionization chamber	اتاقک یونش
Time dilation	اتساع زمان
Atom	اتم
Hydrogen atom	اتم هیدروژن
Auger effect	اثر اوگر
Tunnel effect	اثر تونل
Doppler effect	اثر دوپلر
Zeeman effect	اثر زیمن

Photoelectric effect	اثر فتوالکتریک
Compton effect	اثر کامپتون
Mössbauer effect	اثر موسباثر
Relative biological effectiveness of radiation	اثر نسبی بیولوژیکی تابش
Hall effect	اثر هال
Orthohelium	ارتوهلیوم
Spin	اسپین
Electron sharing in molecule	اشتراک الکترون در مولکول
Exclusion principle	اصل انحصار
Correspondence principle	اصل تطابق
Uncertainty principle	اصل عدم قطعیت
Conservation principles and symmetry operation	اصول پایستگی و عملهای متقارن
Magic numbers in nuclear structure	اعداد افسونی در ساختار هستمای
Velocity addition	افزایش سرعت
Electron	الکترون
Atomic electron	الکترون اتمی
Diamond	الماس
De Broglie waves	امواج دبروی
Nuclear emulsion	امولسیون هستمای
Red shift	انتقال به سوی قرمز
Gravitational Red shift	انتقال به سوی قرمز گرانشی
Rourier integral	انتگرال فوریه
Momentum	اندازه حرکت
Spin angular momentum	اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین
Binding energy	انرژی پیوندی
Thermonuclear energy	انرژی حرارتی هستمای
Solar energy	انرژی خورشیدی
Rest energy	انرژی در حال سکون
Cohesive energy of Crystal	انرژی دوسیدگی بلور
Fermi energy	انرژی فرمی

Molecular energies in ideal gas	انرژیهای مولکولی در گاز ایدئال
Ionization energies of elements	انرژیهای یونش عناصر
Uranium	اورانیوم
Uhlenbeck, George	اولن‌بک، جرج
Isotope	ایزوتوپ
Isomer	ایزومر
Einstein, Albert	اینشتین، آلبرت
ب	
Electric charge	بار الکتریکی
Barn	بارن
Annealing	بازپختن
Bragg, William	براک، ویلیام
Electromagnetic interaction	برهمکنش الکترومغناطیسی
Strong interaction	برهمکنش قوی
Interactions	برهمکنشها
Fundamental interactions	برهمکنشهای بنیادی
Crystal	بلور
Covalent crystal	بلور کووالانسی
Bomb	بمب
Atomic bomb	بمب اتمی
Hydrogen bomb	بمب هیدروژنی
Born, Max	بورن، ماکس
Intermediate vector boson	بوزون برداری بینابین
Bohr, Aage	بوهر، ایچ
Bohr, Niels	بوهر، نیلز
Normalization of wave function	بهنجارسازی تابع موج
Big bang	بیگ بنگ

	پ
Impact parameter	پارامتر برخورد
Parahelium	پارا هلیوم
Fission fragments	پاره‌های شکافت
Antineutrino	پاد نوترینو
Parity of wave function	پاریته تابع موج
Pauli, wolfgang	پاولی، ولف گنگ
Diffraction	پراش
Particle diffraction	پراش ذره
X-rays	پرتوهای ایکس
Cosmic rays	پرتوهای کیهانی
Protactinium	پروتاکتینیوم
Proton	پروتون
Plasma	پلازما
Plotonium	پلوتونیم
Positron	پوزیترون
Mean free path	پویش آزاد متوسط
pion	پیون
Metallic bond	پیوند فلزی
Covalent bond	پیوند کووالانسی
Ionic bond	پیوند یونی
	ت
Bremsstrahlung	تابش ترمزی
Blackbody radiation	تابش جسم سیاه
Cerenkov radiation	تابش چرنکوف
Distribution function	تابع توزیع
Statistical distribution function	تابع توزیع آماری
Fermi-Dirac distribution function	تابع توزیع فرمی - دیراک
Maxwell-Boltzmann distribution function	تابع توزیع ماکسول - بولتزمن

work function	تابع کار
Antisymmetric work function	تابع کار پاد متقارن
Photoelectric work function	تابع کار فتوالکتریک
Wave function	تابع موج
Eigenfunction	تابع ویژه
Internal conversion	تبدیل داخلی
Lorentz conversion	تبدیل لورنتس
Energy levels	ترازهای انرژی
Vibrational energy levels	ترازهای انرژی ارتعاشی
Rotational energy levels	ترازهای انرژی چرخشی
Nuclear energy levels	ترازهای انرژی هسته‌ای
Transistor	ترانزیستور
Tritium	تری‌تیوم
Zweig, George	تسویگ، جرج
Resonance in nuclear reaction	تشدید در واکنش هسته‌ای
Cyclotron resonance	تشدید سیکلوترون
Moderator in nuclear reactor	تعدیل کننده در رآکتور هسته‌ای
Speed	تندی
Speed of light	تندی نور
Rms speeds of molecule	تندیهای Rms (جذر متوسط مجذور سرعت) مولکول
	توابع موجی متقارن و پاد متقارن
Symmetric and antisymmetric wave functions	
Thorium	توریوم
Tokamak	توکامک
Pair production	تولید زوج
	ث
Boltzman's constant	ثابت بولتزمن
Planck's constant	ثابت پلانک
Madelung constant	ثابت میدلانگ

	ج
Dislocation in crystal	جابجایی در بلور
Solids	جامدات
Crystalline solid	جامد بلورین
Periodic table	جدول تناوبی
Mass	جرم
Atomic mass	جرم اتمی
Reduced mass	جرم کاهش یافته
Effective mass of electron in crystal	جرم مؤثر الکترون در بلور
Spin-orbit coupling	جفت‌شدگی اسپین - مداری
jj Coupling of angular momenta	جفت‌شدگی jj اندازه حرکت‌های زاویه‌ای
LS " " " "	جفت‌شدگی LS اندازه حرکت‌های زاویه‌ای
Jensen, J. Hans	جنسن، جی. هنز
Universe	جهان
Mercury	جیوه

	چ
Chadwick, James	چادویک، جیمز
Proton-proton cycle of nuclear reactions	چرخه پروتون، پروتون واکنش‌های هسته‌ای
Carbon cycle of nuclear reactions	چرخه کربن واکنش‌های هسته‌ای
Probability density	چگالی احتمال
Hermite polynomials	چند جمله‌ای هرمیت
Inertial frame of reference	چهارچوب لختی مرجع
Frame of reference	چهارچوب مرجع

	ح
Excited state	حالت برانگیخته
Triplet state	حالت سه گانه
Metastable state	حالت نیم‌پایدار
Angular momentum states of atom	حالت‌های اندازه حرکت زاویه‌ای اتم

Doublet states	حالت‌های دوگانه
Singlet state	حالت یگانه
Nuclear motion in hydrogen atom	حرکت هسته‌ای در اتم هیدروژن
Black hole	حفره سیاه

د

De Broglie, Louis	دبروی، لوئیس
Center-of-mass coordinate system	دستگاه مختصه مرکز جرم
Deuteron	دوترون
Deutrium	دوتریوم
Wave particle duality of light	دوگانگی ذره موج نور
Dirac, Paul	دیراک، پاول
Diode	دیود
Zener Diode	دیود زنر

ذ

Particles	ذرات
Elementary particles	ذرات بنیادی
Massless particles	ذرات بی جرم
Alpha particle	ذره آلفا
Beta "	ذره بتا
Resonance particle	ذره تشدید
Particle in a box	ذره در یک جعبه
Gamma particle	ذره گاما

ر

Range-energy relationship	رابطه گستره-انرژی
Rad	راد
Radon	رادیون
Radium	رادیوم

Reactor	رآکتور
Nuclear reactor	رآکتور هسته‌ای
Rem	رم
Colour of quarks	رنگ کوارکها
Reines, Frederick	رینز، فردریک
Eightfold way	روش هشت لایمائی
Roentgen, Wilhelm	روننگن، ویلهلم
ز	
Radiometric dating	زمان‌سنجی تابشی
Radiocarbon dating	زمان‌سنجی رادیوکربن
Proper time	زمان ویژه
Subshell	زیر لایه
س	
Fine structure in atomic spectra	ساختار ریز در طیفهای اتمی
Clock	ساعت
Pulsar	ستاره تپنده
Neutron star	ستاره نوترون
Sodium	سدیم
Aurora	سرخ‌ی شفق
Phase velocity of waves	سرعت فاز امواج
Group velocity of waves	سرعت گروه امواج
Balmer series	سری بالمر
Brackett series	سری براکت
Paschen series	سری پاشن
Radioactive series	سری رادیواکتیو
Spectral series of hydrogen	سری طیفی هیدروژن
Pfund series	سری فوند
Lyman series	سری لیمن

Actinium decay series	سری واپاشی آکتینیوم
Uranium decay series	سری واپاشی اورانیوم
Neptunium decay series	سری واپاشی نپتونیم
Fermi surface	سطح فرمی
Cross section	سطح مقطع
Neutron cross section	سطح مقطع نوترون
Silicon	سیلیکون
Synchrotron	سینکروترون

ش

Schrodinger, Erwin	شرودینگر، اروین
Fission	شکافت
Scintillation counter	شمارنده سوسوزن
Geiger counter	شمارنده گایگر
Proportional counter	شمارنده متناسب

ص

Bragg planes in crystal	صفحات براگ در بلور
-------------------------	--------------------

ض

Beats	ضربانها
Attenuation coefficient	ضریب تضعیف

ط

Compton wavelength	طول موج کامپتون
Mean lifetime	طول عمر متوسط
Proper length	طول ویژه
Absorption spectrum	طیف جذبی
Emission line spectrum	طیف خطی نشری
Spectrometer	طیف سنج

Mass spectrometer	طیف‌سنج جرمی
Atomic spectra	طیف‌های اتمی
Electronic spectra	طیف‌های الکترونی
X-ray spectra	طیف‌های پرتو ایکس
Rotational spectra	طیف‌های چرخشی
Molecular spectra	طیف‌های مولکولی

ع

Term symbols	عبارت‌های نمادی
Abdus Salam	عبدالسلام
Strangeness number	عدد شگفتی
Quantum number	عدد کوانتومی
Principal quantum number	عدد کوانتومی اصلی
Orbital quantum number	عدد کوانتومی مداری
Magnetic quantum number	عدد کوانتومی مغناطیسی
Nuclear " "	عدد کوانتومی هسته‌ای
Work hardening	عمل سخت‌شدن
Hamiltonian operator	عملگرها میل‌تونی
	عمل‌های متقارن و اصول پایستگی

Symmetry operations and conservation principles

Elements	عناصر
Actinide elements	عناصر آکتینید
Transuranic elements	عناصر انتقالی
Lanthanide elements	عناصر لانتانید

ف

Planck radiation formula	فرمول تابش پلانک
Rutherford scattering formula	فرمول پراکندگی راترفورد
Rayleigh-Jeans formula	فرمول ریلی - جینز
Fermi, Enrico	فرمی، انریکو

Ferromagnetism	فرومغناطیسی
Phosphorescence	فسفرسانس
Momentum space	فضای اندازه حرکت
Phase space	فضای فاز
Activity of radionuclide	فعالیت نوکلید فعال
metal	فلز
Fluorescence	فلوئورسانس
Photon	فوتون
Hypercharge	فوق بار
Phonon	فونون

Stefan—Boltzmann law	قانون استیفن — بولتزمن
Ohm's law	قانون اهم
Wien's displacement law	قانون جابجایی وین
Dulong—Petit law	قانون دولن — پتی
Hund's rule	قاعده هاند
Polarizability	قطبش پذیری
Polarization of X-rays	قطبش پذیری پرتوهای ایکس
Selection rules for atomic spectrum	قواعد گزینش برای طیف اتمی

Condon, Edward	کاندون، ادوارد
Kaon	کائون
Quantum	کوانتم

Ideal gas	گاز ایده آل
Inert gases	گازهای بی اثر
Gamow, George	گامو — جرج

Allowed transition	گذار مجاز
Forbidden transition	گذار ممنوع
Radiative transitions in atom	گذارهای تابشی در اتم
Graviton	گراویتون
Gravity and light	گرانی و نور
Specific heat	گرمای ویژه
Gurney, Ronald	گرنی، رونالد
Wave group	گروه موجی
Induced emission	گسیل القاء شده
Thermionic emission	گسیل گرمایونی
Magnetic moment	گشتاور مغناطیسی
Spin magnetic moment	گشتاور مغناطیسی اسپین
Gell-Mann, Murray	گلزمان، موری
Gluon	گلوئون
Goudsmit, Samuel A.	گوداشمیت، ساموئل آ.
Electron capture by nucleus	گیراندازی الکترون توسط هسته
ل	
Shell	لایه
Electron shells and subshells	لایه‌ها و زیر لایه‌های الکترونی
Photomultiplier tube	لوله تکثیر کننده فوتون
Lee, Tsung D.	لی، تسونگ‌دی
Laser	لیزر
م	
Bohr magneton	ماگنتون بوهر
Mayer, Maria	مایر، ماریا
Variables	متغیرها
Mottelson, Ben	ماتلسان، بن
Spherical polar coordinates	مختصات قطبی کروی

Atomic model	مدل اتمی
Bohr atomic model	مدل اتمی بوهر
Thomson atomic model	مدل اتمی تامسون
Rutherford atomic model	مدل اتمی راترفورد
Fermi gas model of nucleus	مدل گاز فرمی هسته
Shell model of nucleus	مدل لایه‌ای هسته
Schrodinger's equation	معادله شرودینگر
Wave equation	معادله موجی
Twin paradox	معماي دوقلو
Q Value	مقدار Q
Expectation value	مقدار مورد انتظار
Statistical mechanics	مکانیک آماری
Quantum mechanics	مکانیک کوانتومی
Brillouin zones	مناطق بریلوئن
Wave	موج
Moseley, Henry G.J	موسلی، هنری جی
Polar molecule	مولکول قطبی
Hydrogen molecule	مولکول هیدروژن
Sunspot magnetic fields	میدانهای مغناطیسی نقطه خورشیدی
Radiation dosage	میزان پرتودهی
Maser	میزر
Electron microscope	میکروسکوپ الکترونی
Electron affinity	میل ترکیبی الکترون
Muon	میون

ن

Dopping of semiconductors	ناخالص سازی نیم رساناها
Neptunium	نپتونیم
Gyromagnetic ratio	نسبت ژیرومغناطیس
General theory of relativity	نظریه عام نسبیت

Meson theory of nuclear forces	نظریهٔ مزون نیروهای هستمائی
Band theory of solids	نظریهٔ نوار جامدات
Barrier penetration	نفوذ سدی
Band	نوار
Forbidden bands	نوارهای ممنوع
Neutron	نوترون
Thermal neutron	نوترون حرارتی
Neutrino	نوترینو
Light	نور
Harmonic oscillator	نوسان‌کنندهٔ هماهنگ
Nuclide	نوکلید
Nucleon	نوکلئون
Von der waals forces	نیروهای واندروالس
Nuclear forces	نیروهای هستمائی
n-Type semiconductor	نیم‌رسانای نوع n
p-Type semiconductor	نیم‌رسانای نوع p
Ne'eman Yuval	نیمن ، جووال
Half life	نیمه عمر

و

Alpha decay	واپاشی آلفا
Beta decay	واپاشی بتا
Inverse Beta decay	واپاشی بتای معکوس
Gamma decay	واپاشی گاما
Becquerel unit	واحد بکورل
Atomic mass unit	واحد جرم اتمی
Fermi unit	واحد فرمی
Gray unit	واحدگری
Nuclear reaction	واکنش هستمائی
Weinberg, Steven	واینبرگ ، استیون

Semiconductor devices	وسایل نیم رسانا
Wilson, Charles	ویلسون ، چارلز
	ه
Hadrons	هادرورها
Halogens	هالوژنها
Heisenberg werner	هایزنبرگ ، ورنر
Nucleus	هسته
Atomic nucleus	هسته اتمی
Compound nucleus	هسته مرکب
Uranium hexafluoride	هگزا فلورید اورانیوم
Helium	هلیوم
Equivalence	هم ارزی ، برابری
Fusion	همجوشی
Charge conjugation	همیوگی بار
Hyperons	هیپرونها
	ی
Yang, Chen N.	یانگ ، چن
Ice	یخ
Yukawa Hideki	یوکاوا ، هایدکی
Hydrogen molecular Ion	یون مولکولی هیدروژن

فهرست موضوعی

۴۸۴	احتمال تراکسیل	۲
۲۵۰	اسپین الکترون	آرایشهای الکترونی
۵۵۷	اسپین ایزوتوپی	آزمایش اشتراک - گرلاخ
۲۹۸	اشتراک الکترونی	آزمایش پراکندگی راترفورد
۲۵۶	اصل انحصار	آزمایش فرانک - هرتز
۱۶۶-۱۶۸	اصل تطابق	آشکارساز نیم رسانا
۱۱۶-۱۲۱	اصل عدم قطعیت	آشکارسازهای ذره
۳۳۹-۳۴۳	اصل لیزر	آمار کوانتومی
۱۲۰۴۵	اصول نسبیت خاص	آمار ماکسول - بولتزمن
۲۱۸-۲۲۲	اعداد کوانتومی	
۵۵۵	اعداد کوانتومی ذره بنیادی	الف
۵۲۵۰	افت انرژی در جذب کننده	ابعاد هسته‌ای
۴۹	افزایش سرعت	اتاقک ابری
۴۱۲	الکترون آزاد	اتاقک جرقه
۳۶۱	الکترونیهای آزاد در یک فلز	اتاقک حباب
۹۶	امواج دبروی	اتاقک یونش
۵۴۵	امولسیونهای هسته‌ای	اتساع زمان
۲۵۱	اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین	اتم بوهر
۷۹	اندازه حرکت فوتون	اثر بهنجار زمین
۳۶	اندازه حرکت نسبیتی	اثر تونل
۲۷۲-۲۷۵	اندازه حرکت زاویه‌ای کل	اثر کامپتون
۴۳۹	اندازه‌ها و شکلهای هسته‌ای	اثر هال

	پ ۴۴۳	انرژی پیوندی
۵۶۱	پارینه ۴۵۲	انرژی تزویج
۱۶	پالس نوری ۴۴۷	انرژی حجمی
۲۰-۲۲	پدیدهٔ دوپلر ۵۱۳	انرژی حرارتی هسته‌ای
۵۶-۶۰، ۶۱	پدیده فتوالکتریک ۲۰۳	انرژی در صفر مطلق
۷۳-۷۸	پراش پرتو ایکس ۴۴۷	انرژی سطحی
۱۰۷-۱۱۱	پراش ذره ۳۸	انرژی سکون
۱۳۲	پراکندگی ذره آلفا ۳۴۵، ۳۶۱، ۳۶۶، ۴۲۰	انرژی فرمی
۶۷-۷۷	پرتوهای ایکس ۶۳	انرژی فوتون
۴۹۸	پویش آزاد متوسطه ۶۱	انرژی کوانتومی
۳۹۲	پیوند فلزی ۳۸۲	انرژی کولن بلوریونی
۲۹۷	پیوند کووالانس ۴۴۹	انرژی کولنی
۲۹۶	پیوند یونی ۳۵۹	انرژی متوسط هر نوسان‌کننده
	۳۳۵	انرژی مولکولی متوسطه
	ت ۴۵۱	انرژی نامتقارن
۶۸	تابش ترمزی	انرژیهای مولکولی در یک گاز
۳۴۹-۳۵۱	تابش جسم سیاه ۳۳۱-۳۳۲	ایده آل
۵۲۸	تابش چرنکوف ۲۲	انتقال به سوی قرمز
۳۴۴	تابع توزیع بوز-اینشتین ۲۳، ۴۳	انقباض طول
۳۴۵، ۳۴۶	تابع توزیع فرمی - دیراک ۲۳	انقباض لورنتس - فیتز جرالده
۳۵۵	تابع توزیع فوتون ۳۹۳	انواع بلور
۳۲۹	تابع توزیع ماکسول - بولتزمن	
۹۸-۱۰۰-۱۸۹	تابع موج	ب
۵۰	تبدیل سرعت نسبیتی ۱۹۰	بازتاب و انتقال به وسیله یک سد
۴۳	تبدیل گالیه ۵۶۸، ۵۶۹	برهمکنشهای بنیادی
۴۲، ۴۶	تبدیل لورنتس ۵۲۴	برهمکنشهای ذرات باردار
۱۵۶، ۲۰۳	ترازهای انرژی ۴۲۲	برهمکنش هسته‌ای - الکترون
۱۵۷	ترازهای انرژی اتم ئیدروژن ۳۸۴-۳۸۶	بلورهای کووالانس
۳۱۰-۳۱۱، ۳۱۳	ترازهای انرژی چرخشی ۳۷۸	بلورهای یونی
۱۶۲	تحریک اتمی ۳۴۴	بوزونها

۲۷۹-۲۸۰	JJ	جنت شدگی	۵۲۹	تعادل گرمایی نوترون
۲۷۵-۲۷۸	LS	جنت شدگی	۳۶۳	تعداد حالت‌های الکترونی
۲۵۴		جنت شدگی اسپین مدار	۵۵۹	تقارن‌ها و اصول پایستگی
			۱۹	تندی
	چ		۶۲	توابع کار فتوالکتریک
۵۱۴		چرخه کربن	۲۵۷-۲۵۹	توابع موج متقارن و بار متقارن
۱۹۱		چگالی احتمال	۱۸۴، ۱۸۷، ۵۷۵	توابع ویژه
۲۳۳		چگالی احتمال الکترون	۳۶۴	توزیع انرژی الکترون
۳۵۴		چگالی امواج ساکن در یک حفره	۳۳۳	توزیع انرژی مولکولی
۴۴۱		چگالی نوکلئون‌ها	۵۹۳، ۵۹۵	توزیع بوز - اینشتین
۲۰۵		چندجمله‌ای‌های هرمیت	۳۳۵	توزیع تندی مولکولی
			۵۹۵، ۵۹۶	توزیع فرمی - دیراک
	ح		۵۸۸، ۵۹۲	توزیع ماکسول - بولتزمن
۲۲۴		حالت‌های اندازه حرکت زاویه‌ای	۴۱۸	توزیع‌های چگالی احتمال
۱۶۰		حرکت هسته‌ای	۸۲-۸۴	تولید زوج
	د			ث
۱۳، ۲۴، ۴۴، ۴۷		دستگاه مرجع	۶۱	ثابت پلانک
۶۴-۶۵		دوگانگی موج ذره		
۴۰۸		دیود		ج
			۳۷۶	جابه‌جایی پیچشی
	ذ		۳۷۶	جابه‌جایی لبه‌ای
۴۰-۴۲		ذرات بدون جرم	۳۷۲-۳۷۴	جامدات بلوری و بی‌شکل
۱۱۱-۱۱۳، ۱۸۵، ۱۸۷، ۱۸۸		ذره در یک جعبه	۲۱۶	جداسازی متغیرها
			۲۶۲-۲۷۱	جدول تناوبی
	د		۵۳۱	جذب پرتو گاما
۵۰۸		رآکتورهای هسته‌ای	۴۲۰	جرم مؤثر
۵۴۲		ردیاب‌ها	۳۴	جرم نسبیتی
۳۰		رساناها	۳۷	جرم و انرژی
۳۳۵		ریشه دوم میانگین مجذور تندی	۴۲۸، ۴۲۹	جرم‌های اتمی

ض	ز
۵۳۳ ضخامت جذب‌کننده	زمان سنجی تابشی
۱۰۶ ضریب‌انها	
۵۳۵ ضریب تضعیف خطی	س
۱۶-۱۷	ساعت نوری
ط ۳۹۶	سرعت رانش
۹۷ طول موج فوتون	سرعت فاز
۱۴۶، ۱۶۳ طیفهای اتمی	سرعت گروه
۳۲۲ طیفهای الکترونی مولکولها	سرعت گروه دبروی
۲۸۶-۲۸۹ طیفهای پرتو ایکس	سرعت موج دبروی
۱۴۷ طیفهای خطی نشری	سرعت‌های فاز و گروه
۲۸۳-۲۸۵ طیفهای دو الکترونی	سری بالمر
۱۴۸ طیفهای نشری عیدروژن	سری براکت
۲۸۰-۲۸۳ طیفهای یک الکترونی	سری پاشن
۴۷۸	سری رادیواکتیو
ع ۱۵۰، ۱۵۹	سری فوند
۴۱۲ عدد یونی	سری لیمان
۴۸ عکس تبدیل لورنتس	سطح مقطع
۴۷۲ عمر متوسطه	سطح مقطع مؤثر
۵۰۳ عمر متوسطه حالت برانگیخته	سه تابع توزیع آماری
۵۷۵-۵۷۷ عملگرها	
۵۷۹ عملگرها میل‌تونی	ش
۵۳۳ عملهای مقارن و اصول پایستگی	شدت نسبی
۵۶۰ وابسته به آنها	شعاع بوهر
۵۰۴	شکافت هسته‌ای
ف ۲۹۶	شکل‌گیری مولکولی
۵۳۹ فرمول استرلینگ	شمارنده سوسوزن
۱۳۶، ۱۳۹ فرمول پراکندگی راترفورد	شمارنده گایگر
۳۵۵ فرمول تابش پلانک	شمارنده متناسب
۳۵۱، ۳۵۴ فرمول ریلی - جینز	

۳۳۷	لیزر	۳۶۰	فرمول گرمای ویژه اینشتین
		۳۴۴	فرمیونها
	م	۴۶۶	فعالیت
۲۵۳	ماگنتون بوهر	۸۵-۹۰	فوتون
۳۳۶	محتملترین تندی		
۲۱۴	مختصات قطبی کروی		ق
۱۴۲-۱۴۶	مدارهای الکترونی	۳۵۶	قانون استفان - بولتزمن
۱۲۹	مدل اتمی تامسون	۳۹۵	قانون اهم
۴۴۶	مدل قطره‌ای	۳۵۸	قانون دولن - پتی
۴۵۲	مدل لایه‌ای	۲۴۳-۲۴۵	قواعد گزینش
۱۲۸	مدلهای اتمی	۵۸۷	قوانین توزیع آماری
۳۲۱	مدهای معمولی ارتعاش		
۱۷۷، ۱۷۹، ۱۸۲، ۲۱۳	معادله شرودینگر		ک
۱۷۳-۱۷۵	معادله موج	۱۲۱	کاربردهای اصل عدم قطعیت
۲۵-۲۸	معمای دوقلوها	۵۶۳-۵۶۵، ۵۶۷	کوارکها
۲۸	مغناطیس و الکتریسته	۲۲۵	کوانتمش فضایی
۵۷۵-۵۷۷	مقادیر ویژه		
۱۸۰-۱۸۲	مقادیر مورد انتظار		گ
۴۱۰	مقاومت ظاهری (امپدانس)	۲۳۸	گذارهای تابشی
۵۰۲	مقدار واکنش هسته‌ای	۵۶۹-۵۷۰	گراویتون
۵۰	مکانیک کلاسیک	۳۵۸	گرمای ویژه جامدات
۱۷۲	مکانیک کوانتمی	۳۶۷	گرمای ویژه الکترون
۳۸۱	مکعب میان وجهی	۴۹۰	گسیل پوزیترون
۴۱۱، ۴۱۴	مناطق بریلوئن	۴۳۲	گشتاور مغناطیسی
۳۲۳	منشاء فلئوئورسانس	۲۵۲	گشتاور مغناطیسی اسپین
۴۱۵-۴۱۷	منشاء نوارهای ممنوع	۲۳۰	گشتاور مغناطیسی الکترون
۳۰۵	مولکول H_2		
۳۰۷	مولکولهای پیچیده		ل
		۲۶۰	لایه‌های اتمی
		۵۴۸	لپتونها

و		ن
۴۸۰-۴۸۲، ۴۸۶	۳۱ واپاشی آلفا	نسبیت جرم
۴۸۷، ۴۸۹	۶۰ واپاشی بتا	نظریه کوانتومی نور
۴۶۶	۴۵۷ واپاشی رادیواکتیو	نظریهٔ مزون دربارهٔ نیروهای هسته‌ای
۴۹۲	۳۹۹ واپاشی گاما	نظریهٔ نوار جامدات
۴۹۹	۴۸۴ واکنشهای هسته‌ای	نظریهٔ واپاشی آلفا
۴۰۶-۴۰۸	۳۷۴ وسایل نیم‌رسانا	نقایص بلوری
	۴۳۲	نوترون
	ه ۲۰۰، ۲۰۶، ۵۸۲	نوسان‌کننده هماهنگ
۵۵۰	هادرورها	نوکلئون
۴۳۶	هسته‌های پایدار	نیروهای واندروالس
	۳۸۶	نیروی گرانی
	ی ۸۵	نیمه عمر
۳۰۰	۴۶۹ یون مولکولی H_2^+	