انقباض طولی؟
آری
مشاهده‌اش؟
خیر

امید ظریفی
دانشکده‌ی فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

مقدمه

پدیده‌ی انقباض طول که یکی از پیامدهای نسبیت خاص است، تا بیش از ۵۰ سال بعد از فرمول‌بندی آن توسط اینشتین، این‌گونه تعبیر می‌شد که ناظرهای مختلف، طول اجسامی را که نسبت به آن‌ها حرکت می‌کنند، کوتاه‌تر از طول واقعی آن‌ها اندازه‌گیری و مشاهده می‌کنند؛ اما مطمئناً باید بین «اندازه‌گیری‌کردن» و «مشاهده‌کردن» تمایز قائل شویم. اگر مشاهده‌کردن را دیدن یک پدیده از چشم یک ناظرِ زنده (مانند انسان) تعریف کنیم، آن‌موقع سازوکار و چگونگیِ کارکردِ قوه‌ی بینایی انسان نیز باید مورد توجه قرار گیرد؛ موضوعی که در اندازه‌گیری‌کردن از آن چشم‌پوشی می‌کنیم و در صورت وجود هم، اثرهای آن را از بین می‌بریم. در این نوشته این موضوع را نشان می‌دهیم که انقباض طول اگرچه قابل پیش‌بینی و اندازه‌گیری است، اما برای انسان قابل مشاهده نیست؛ اما ممکن است این سؤال پیش بیاید که اگر پیامدِ انقباض طول، کوتاه‌تر دیده‌شدن اجسام از چشمِ انسان نیست، پس چیست؟ بدون تأثیر که نمی‌شود!

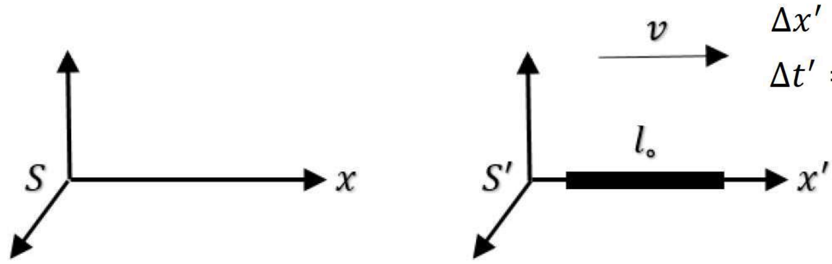
◇ اندازه‌گیریِ انقباضِ طول

دو چارچوب لخت S و S' را مطابق شکل ۱ در نظر بگیرید. آن‌ها با سرعت نسبی v که در امتداد محورهای افقی‌شان است، نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند. همچنین آن‌ها در مبدأ زمانِ هر دو چارچوب t و t'، کاملاً بر هم‌دیگر منطبق بوده‌اند. تبدیل‌های لورنتسِ غیر بدیهی بین این دو چارچوب به شکل زیر است:

$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

که اگر بخواهیم آن‌ها را به‌صورت بازه‌های زمانی و مکانیِ بینِ دو رویداد نمایش دهیم، به‌صورت زیر درمی‌آیند:

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$
$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - v\Delta x/c^2)$$



شکل ۱. پیکربندیِ چارچوب‌هایِ لختِ S و S'

فرض کنید در S' میله‌ای به طول l_0 در امتداد محور x' قرار گرفته‌باشد. می‌خواهیم طول میله را از دید ناظر چسبیده به S (که میله نسبت به آن با سرعت v حرکت می‌کند) اندازه‌گیری کنیم. ناظر چسبیده به S برای اندازه‌گیری طول میله، می‌بایست مکان دو سر میله را به‌صورت هم‌زمان (یعنی $\Delta t = 0$) اندازه‌گیری کند. این موضوع با استفاده از رابطه‌های بالا، نتیجه می‌دهد:

$$\Delta x' = \gamma \Delta x$$

پس بینِ طولی که ناظر چسبیده به S برای میله اندازه‌گیری می‌کند (l) و طول ویژه‌ی آن (l_0)، رابطه‌ی زیر برقرار است:

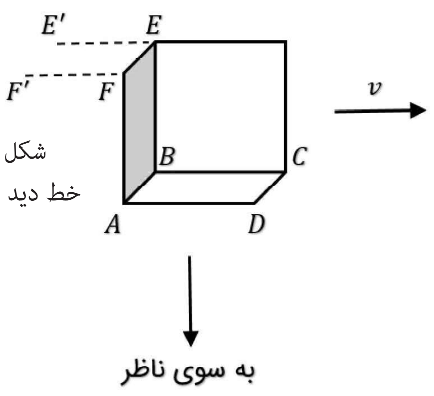
$$l = \frac{l_0}{\gamma}$$

از آن‌جایی که $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ، مقدار آن به ازای هر v یِ کوچک‌تر از سرعت نور (c)، بزرگ‌تر از ۱ می‌شود؛ و این یعنی ناظر چسبیده به S طول میله را کم‌تر از طول ویژه‌ی آن اندازه‌گیری می‌کند.

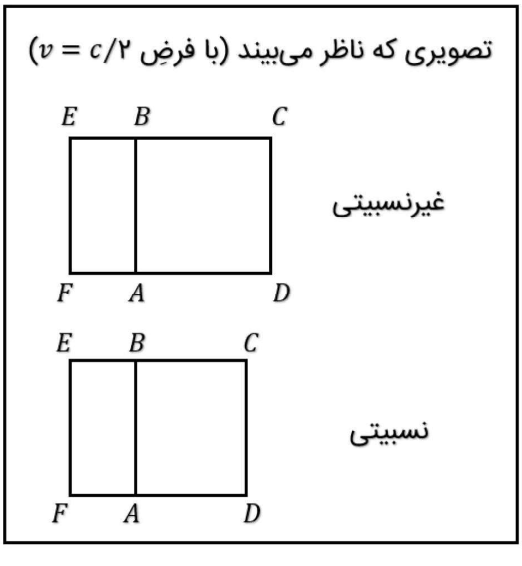
◇ موجودِ زنده وارد می‌شود!

همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، تفاوت محسوسی بین اندازه‌گیری‌کردن و مشاهده‌کردن وجود دارد. اندازه‌گیری‌کردنِ شکل جسمی که با سرعتِ قابل مقایسه با سرعت نور حرکت می‌کند، شامل ثبتِ هم‌زمانِ مکانِ تعدادی از نقطه‌های آن جسم است. اگر این کار با استفاده از نور انجام شود، یعنی همه‌ی پرتوهای نور باید در یک زمان، سطح جسم را ترک کنند. همین نکته باعث می‌شود که این پرتوهای نور، در زمان‌های متفاوتی به دستگاه اندازه‌گیریِ ما برسند؛ اما در مشاهده‌کردن، پرتوهای نور به‌صورتِ هم‌زمان به چشمِ موجود زنده (یا لنزِ دوربین او) می‌رسند، که به این معنی است که باید سطح جسم را در زمان‌های متفاوتی ترک کرده‌باشند. همین موضوع است که باعث تفاوتِ شکل واقعی جسمِ در حال حرکت با شکلی که ناظر زنده آن را می‌بیند یا دوربین آن را ثبت می‌کند، می‌شود.

برای بررسی این مسئله، فاصله‌ی بین ناظر و جسمِ در حال حرکت را به‌قدری زیاد در نظر می‌گیریم که زاویه‌ی فضایی جسم -از دید ناظر- بسیار کوچک باشد. این فرض را هم اضافه می‌کنیم که ناظر برای دنبال‌کردنِ حرکتِ جسم، سرش را نمی‌چرخاند؛ یعنی به‌صورت ثابت به جهتی خیره شده‌است.



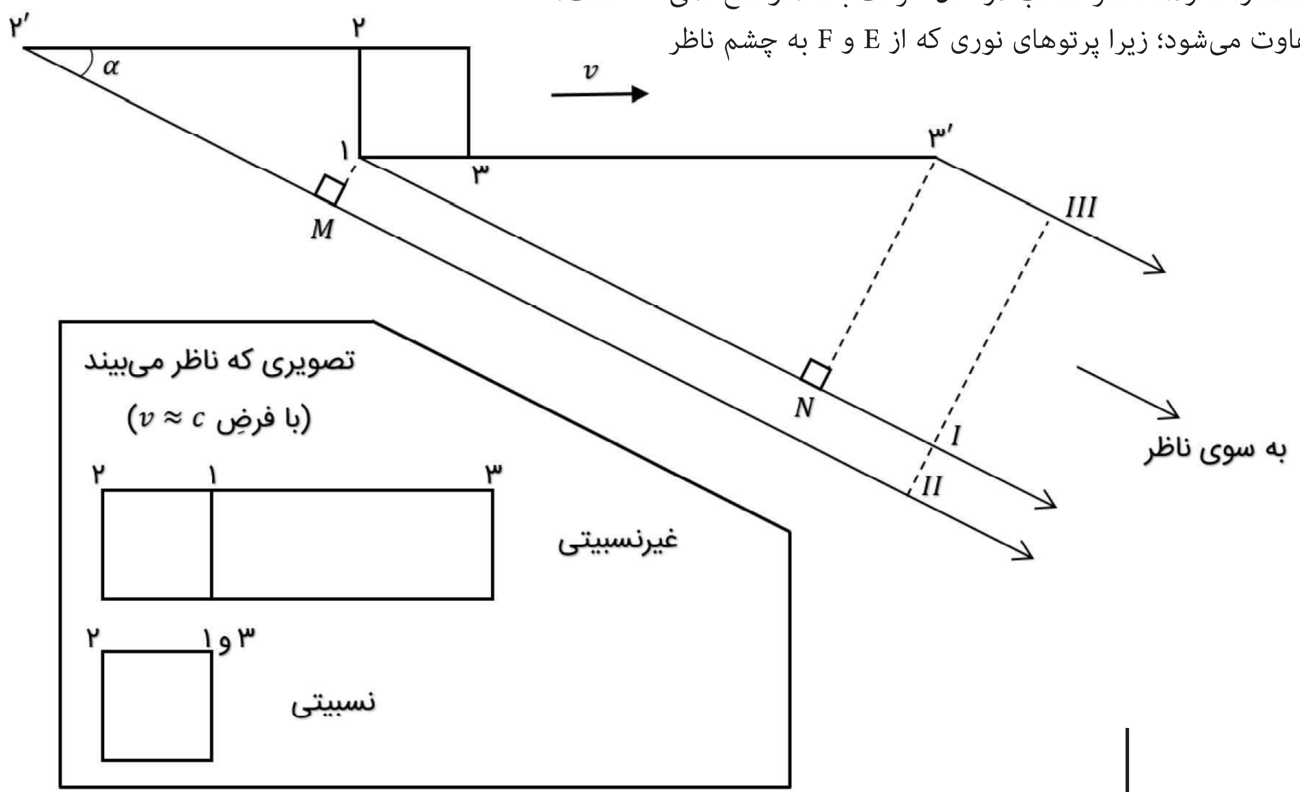
شکل ۲. مکعبی با سرعت حرکت می‌کند؛ و خط دید ناظر بر راستای حرکتِ آن عمود است.



◇ چگونگیِ دگرگونیِ تصویر در دنیاهایِ غیر نسبیتی و نسبیتی

برای درک بهتر موضوع، هر دو وضعیتِ غیر نسبیتی و نسبیتی را برای دو مثال خاص بررسی کنیم. در وضعیت غیر نسبیتی، تبدیل گالیله جایگزینِ تبدیل لورنتس می‌شود. شکل ۲ را در نظر بگیرید. مکعبی به ضلع ، با سرعت v به سمت راست حرکت می‌کند. خط دید ناظر، عمود بر راستای حرکت مکعب است. به دلیل این‌که فاصله‌ی تمام نقاطِ وجه ABCD از ناظر یکسان است، این وجه بدون دگرگونی توسط ناظر دیده می‌شود. در حالت نشان داده‌شده، اگر مکعب ساکن باشد، ناظر توانایی دیدن وجه ABEF را ندارد، اما اگر مکعب در حال حرکت باشد، اوضاع کمی متفاوت می‌شود؛ زیرا پرتوهای نوری که از E و F به چشم ناظر می‌رسند، به اندازه‌ی زمانیِ l/c زودتر (وقتی که در مکان E' و F' بوده‌اند) از مکعب تابیده شده‌اند. به همین دلیل، در این حالت، ناظر وجه ABEF را شبیه مستطیلی به ارتفاع l و عرض $(v/c)l$ می‌بیند.

به‌عنوان مثالی دیگر، شکل ۳ را در نظر بگیرید. این‌بار مکعب با زاویه‌ی نسبت به خط دید ناظر، به سمت راست حرکت می‌کند. برای ساده‌ترشدن مسئله، فرض می‌کنیم که مکعب با سرعتی بسیار نزدیک به سرعت نور حرکت می‌کند؛ یعنی $v/c \approx 1$. تصویری که در حالت غیر نسبیتی، ناظر از مکعب می‌بیند، چگونه است؟



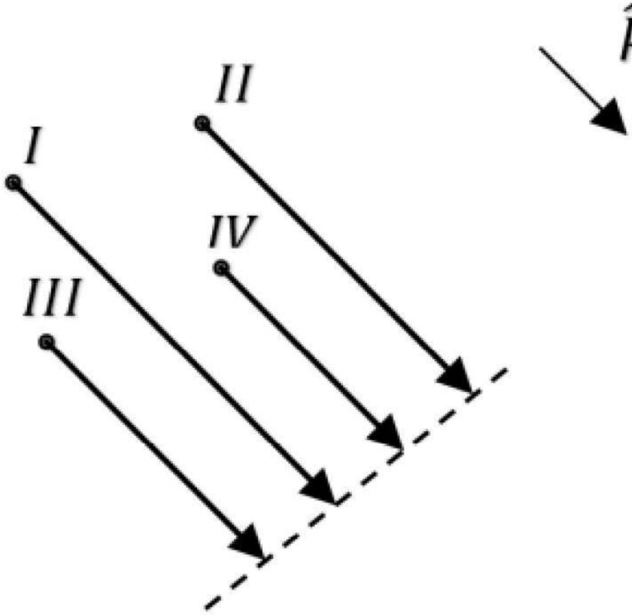
شکل ۳. مکعبی با سرعت و با زاویه‌ی حاده‌ی نسبت به خط دید ناظر حرکت می‌کند. ، و پرتوهای نوری هستند که به ترتیب از ضلع‌های ۱، ۲ و ۳ تابیده شده‌اند و به‌صورت همزمان به چشم ناظر می‌رسند.

ضلع‌های AB، CD و EF را به‌ترتیب با عددهای ۱، ۲ و ۳ نشان داده‌ایم. اگر پرتوی I در لحظه‌ی $t = 0$ از ضلع ۱ تابیده شده‌باشد، پرتوهای II و III باید در چه زمان‌هایی از ضلع‌های ۲ و ۳ تابیده شده‌باشند، تا هر ۳ پرتو، به‌صورت همزمان به ناظر برسند؟ به‌راحتی قابل تحقیق است که پرتوی II باید زودتر از پرتوی I تابیده شده‌باشد، و پرتوی III دیرتر از آن؛ یعنی به‌ترتیب در مکان‌های '۲ و '۳. با توجه به سرعت مکعب، به‌راحتی می‌توانیم تحقیق کنیم که طول‌های ('۲۲) و ('M۲) با یکدیگر برابرند؛ طول‌های ('۳۳) و (N ۱) نیز همین‌طور. از طرفی طول‌های (۲ ۱) و (M ۱) نیز با یکدیگر مساوی (البته برخلاف شکل!) و برابرِ طول ضلع مکعب l هستند. با توجه به این توضیحات، تصویرِ دیده‌شده توسط ناظر به‌راحتی از امتداد دادن پرتوهای I، II و III به دست می‌آید. ضلع ۲ در چپ، ضلع ۱ در وسط و ضلع ۳ در فاصله‌ی نسبتاً دوری از ضلع ۱ و در سمت راست آن دیده می‌شود. همچنین مشخص است که سطحِ بینِ دو ضلعِ ۱ و ۲، مربعی‌شکل است.

حال نوبت بررسی این دو مثال در دنیای نسبیتی است. خواهیم‌دید که نتایج، با این فرض، بسیار ساده‌تر و جذاب‌تر می‌شوند. مثال نخست (شکل ۲) را در نظر بگیرید. در دنیای نسبیتی، طول‌های AD و BC، به دلیل این‌که در راستای حرکت مکعب هستند، با ضریب $1/\gamma = \sqrt{1-(v/c)^2}$ کوتاه‌تر می‌شوند. اما طول‌های AF و BE، به دلیل این‌که عمود بر راستای حرکت مکعب هستند، بدون تغییر باقی می‌مانند.

بنابراین تصویری که ناظر از مکعب در دنیای نسبیتی می‌بیند، شبیه مکعبی است که با زاویه‌ی $\sin^{-1}(v/c)$، در خلاف جهت عقربه‌های ساعت و حول محور عمود بر صفحه‌ی ناظر و مکعب، چرخیده شده‌باشد.

حال مثال دوم (شکل ۳) را در نظر بگیرید. در تصویری که ناظر از مکعب، در دنیای نسبیتی می‌بیند؛ طبق تبدیل لورنتس، فاصله‌ی بین ضلع‌های ۱ و ۳، که در راستای حرکت مکعب هستند، به صفر میل می‌کند؛ یعنی ضلع‌های ۱ و ۳ کاملاً بر یکدیگر منطبق می‌شوند. بقیه‌ی موارد بدون تغییر باقی می‌مانند. نتیجه این است که تصویری که ناظر از مکعب می‌بیند، شبیه مکعبی است که با زاویه‌ی $180-\alpha$ درجه، در خلاف جهت عقربه‌های ساعت و حول محور عمود بر صفحه‌ی ناظر و مکعب، چرخیده شده‌باشد.



شکل ۴. پرتوهای I، II، III و IV که در زمان‌های متفاوت از نقطه‌های مختلفی از سطح جسم تابیده شده‌اند،
به‌صورت همزمان به چشم ناظر می‌رسند و باعث تشکیلِ تصویرِ جسم می‌شوند.

تعمیم به حالتِ کلی

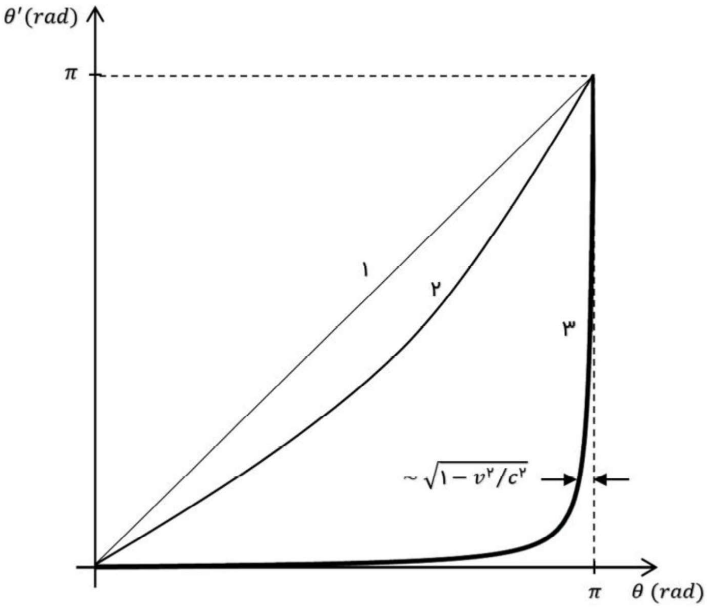
می‌توان نشان داد نتیجه‌ای که در دو مثال قبل به آن رسیدیم، در حالت کلی و برای تمامی جسم‌های متحرک برقرار است. مطابق شکل ۴، گروهی از پرتوهای نور را در نظر بگیرید که از تعدادی از نقاط یک جسم تابیده شده‌اند و در جهتِ مشخصِ $\hat{k}$ حرکت می‌کنند و به‌صورت همزمان به چشم ناظر می‌رسند و تصویری را تشکیل می‌دهند. برای سادگی فرض کنید تمامی این پرتوها در یک صفحه (همان صفحه‌ی کاغذ در شکل ۴) هستند.

مشخص است که در طول حرکت یک جسم، جهت $\hat{k}$ ثابت نیست. این تغییرات را می‌توان به‌راحتی محاسبه کرد. پرتوی نوری را در نظر بگیرید که در چارچوبِ جسم متحرک، با زاویه‌ی θ' نسبت به جهت حرکت جسم، گسیل می‌شود. اگر در چارچوبِ ناظر، زاویه‌ای که این پرتو با جهت حرکت جسم می‌سازد، برابر θ باشد، رابطه‌ی زیر بین θ و θ' برقرار است: (پیوست را ببینید.)

$$\sin\theta' = \frac{\sqrt{1-\beta^2}\sin\theta}{1+\beta\cos\theta}$$

که در آن $\beta = v/c$ و v هم سرعت جسم متحرک است. حقیقت این است که تصویری که ناظر از یک جسم متحرک در زاویه‌ی θ می‌بیند، همانند تصویری است که اگر در چارچوب ساکنی نسبت به جسم متحرک بنشیند، در زاویه‌ی θ' می‌بیند. بنابراین ناظر، جسمِ متحرک را نه به‌صورتِ منقبض‌شده، که به اندازه‌ی $\theta-\theta'$ چرخیده‌شده مشاهده می‌کند.

برای درک بهتر موضوع، در شکل ۵، θ' را نسبت به θ رسم کرده‌ایم. از نمودار مشخص است که $\theta-\theta'$ همیشه منفی است. در حد $v \approx c$، مقدار θ'، به ازای هرمقدار θ، بسیار کوچک است؛ به‌جز در مواقعی که $\pi-\theta$ هم‌مرتبه‌ی $\sqrt{1-v^2/c^2}$ باشد. در این حالت، وقتی به دلیل حرکت جسم، θ از π تا ۰ تغییر می‌کند، قسمت‌های روبه‌رویی جسم فقط در اوایل حرکت برای ناظر قابل مشاهده‌اند و با گذشتِ زمان، خیلی زود، تصویرِ جسم شروع به چرخش می‌کند و ناظر می‌تواند قسمت‌های کناری و پشتی آن را ببیند. به‌راحتی قابل تحقیق است که بیش‌ترین زاویه‌ی چرخش، در حالتِ $v \approx c$ و در زمانی که $\theta \approx 0$ است، رخ می‌دهد؛ که برابر ۱۸۰ درجه است. یعنی جسم به‌صورت کامل می‌چرخد و ناظر می‌تواند پشت آن را ببینید.



شکل ۵. نمودار $\theta'-\theta$.
نمودار ۱ در حالت $v=0$،
نمودار ۲ در حالت $v=c/2$
و نمودار ۳ در حالت $v \approx c$
رسم شده‌اند.

نتیجه‌گیری

مطالبی که در این نوشته آمدند، نباید به این صورت تفسیر شوند که انقباض طول وجود ندارد. البته که انقباض طول یکی از نخستین و آشناترین پیامدهای نسبیت خاص است؛ اما باید توجه کنیم که به دلیل این‌که «مشاهده‌کردن» معنای خاص خودش را دارد، حاصلِ مشاهده‌ی یک جسم متحرک در دنیای نسبیتی این است که ناظر، آن جسم را به‌صورت چرخیده‌شده می‌بینند، نه کوتاه‌شده. این یعنی اگر در شرایطی که در متن به آن‌ها اشاره شد، به یک کره‌یِ در حال حرکت نگاه کنیم، آن را نه به‌صورت یک بیضی‌گون، که دقیقاً به همان شکلِ کره می‌بینیم؛ کره‌ای که در مقایسه با زمانی که نسبت به آن ساکن هستیم، مقداری چرخیده‌است.

پیوست:

◇ تبدیلِ لورنتس بینِ $\boldsymbol{\theta}$ و $\boldsymbol{\theta'}$

پیکربندی شکل ۱ را در نظر بگیرید. منبعِ نوری با سرعت ثابت نسبت به چارچوب حرکت می‌کند. در چارچوب ، که با سرعت از چارچوب دور می‌شود، منبعِ نور ثابت است. پرتوی نوری را در نظر بگیرید که در چارچوب با زاویه‌ی نسبت به محور از منبع گسیل می‌شود. اگر زاویه‌ی این پرتو و محور را در چارچوب برابر در نظر بگیریم، با استفاده از رابطه‌ی تبدیل سرعت‌ها داریم:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \dfrac{u_x v}{c^2}}$$

$$\Rightarrow c\cos\alpha' = \frac{c\cos\alpha - v}{1 - \dfrac{vc\cos\alpha}{c^2}}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha' = \frac{\cos\alpha - \dfrac{v}{c}}{1 - \dfrac{v\cos\alpha}{c}}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha' = \frac{\cos\alpha - \beta}{1 - \beta\cos\alpha} \qquad \Rightarrow \qquad \sin\alpha' = \frac{\sqrt{1-\beta^2}\,\sin\alpha}{1 - \beta\cos\alpha}$$

حال به دلیل این‌که در مسئله‌های مورد توجه در این نوشته، پرتوهای نور در خلاف جهت خط دید ناظر حرکت می‌کنند (برخلاف شکل ۱) رابطه‌ی به‌دست‌آمده در بالا را با فرض و بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin\theta' = \frac{\sqrt{1-\beta^2}\,\sin(\pi - \theta)}{1 - \beta\cos(\pi - \theta)}$$

$$\Rightarrow \sin\theta' = \frac{\sqrt{1-\beta^2}\,\sin\theta}{1 + \beta\cos\theta}$$

دقیقاً همان است؛ و نیز زاویه‌ی بین پرتوی نور با جهت حرکت جسم، از دید ناظر. ■

منابع:

۱. Stephen J. Thomton, erry B. Marion. "**Classical dynamics of particle and systems**". 5th ed; 2004

۲. J. Terrell. "**Invisibility of the lLorentz contraction**". Phys Rev, 116, 1041; 1959

۳. V. F. Weisskopf, "**The visual appearance of rapidly moving objects**" Physics Today; sep 1960