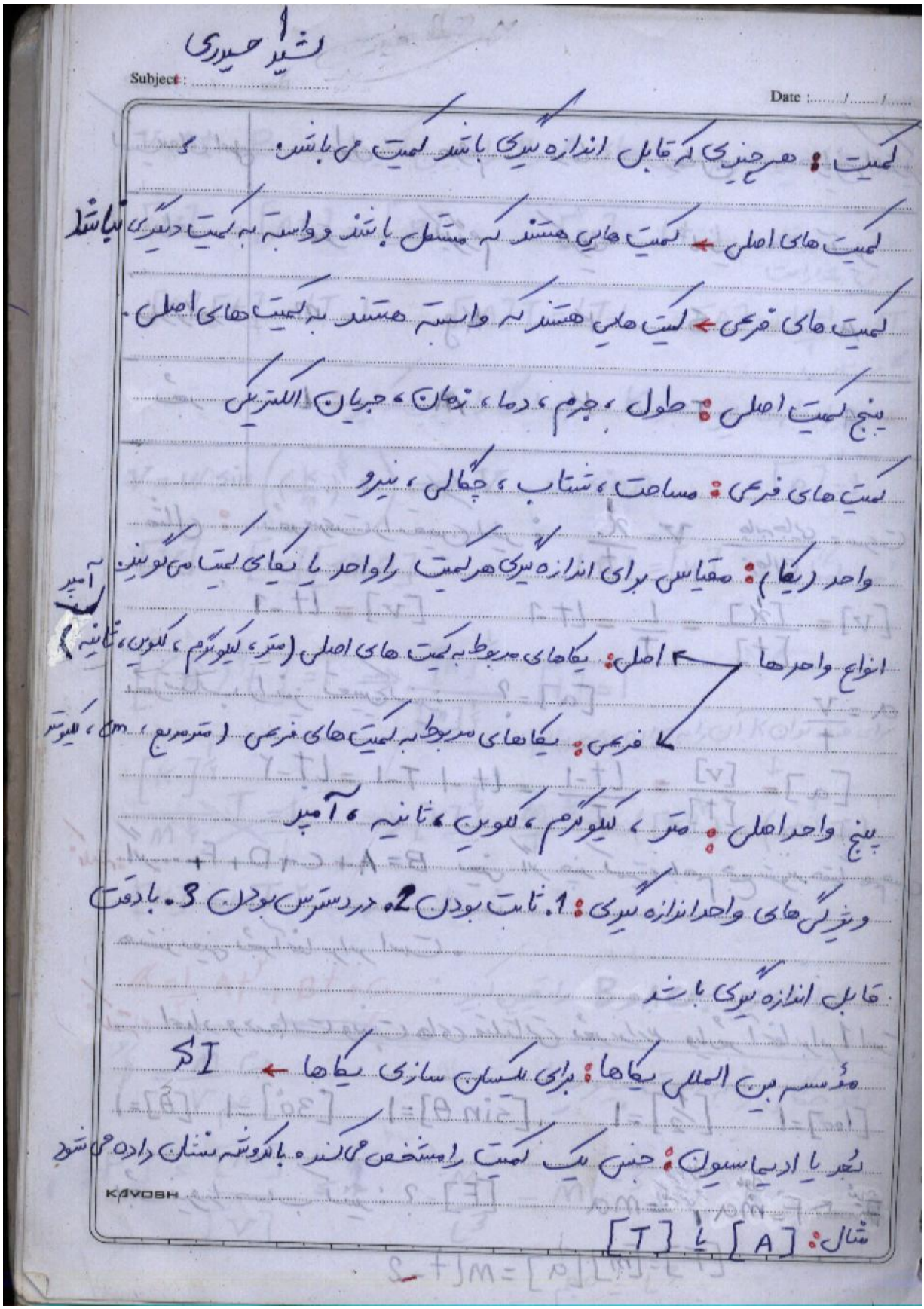
فیزیک پیش (دانشگاه آزاد اسلامی مریوان)

استاد : کمال قادری

www.Delirium.Blog.ir



www.Delirium.Blog.ir

Subject : ..... Date : ...../...../.....

کمیت های اصلی	طول	جرم	دما	زمان	جریان الکتریکی
واحد	متر	کیلوگرم	کلوین	ثانیه	آمپر
نماد واحد	m	Kg	K	S	A
بُعد	L	M	K	T	A

مثال : بُعد سرعت را تعیین کنید : $v = \frac{L}{t}$ سرعت = جابه جایی / زمان

$[v] = \frac{[L]}{[t]} = \frac{L}{T} = Lt^{-1}$ $[v] = Lt^{-1}$

بُعد شتاب را نیز تعیین کنید : $[a] = ?$ $a = \frac{v}{t}$

$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{Lt^{-1}}{T} = Lt^{-1}T^{-1} = Lt^{-2}$

نکته : اگر ... $B = A + C + D + F + \dots$ یعنی اگر چند کمیت با هم جمع شوند حتماً هم جنس هستند یعنی بُعد آنها برابر است .

نکته : اعداد و درجات و نسبت های مثلثاتی بُعد ندارند و یا بُعد آنها برابر 1 است .

$[100] = 1$ $[\frac{1}{2}] = 1$ $[\sin\theta] = 1$ $[30^\circ] = 1$ $[\theta] = 1$

بُعد نیرو را حساب کنید : $[F] = ?$ $F = ma$ ← نیرو

$[F] = [m][a] = ML t^{-2}$

www.Delirium.Blog.ir

Subject :

Date : / /

* در رابطه‌ی زیر جنس کمیت های A و B را تعیین کنید :

$V = At + B$

$[V] = [At] = [B]$ $[v] = LT^{-1}$ ← حتماً جنس سرعت این مقدار است

$[A][t] = LT^{-1}$ $[A]T = LT^{-1}$ $[A] = \frac{LT^{-1}}{T} = [T^{-2}]$ ← شتاب

* در رابطه‌ی زیر بعد K و بعد امگا را تعیین کنید :

$V = w\sin\left(\left(\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}}t\right) \Rightarrow V = w\sin\theta$ $[\theta] = 1$

$[V] = [w][\sin\theta]$ $LT^{-1} = [w]$ → بعد امگا

$\left[\left(\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}}t\right] = 1 \Rightarrow \frac{[K]^{\frac{1}{2}}}{[m]^{\frac{1}{2}}}[t] = 1$

برای حذف توان K آن را به توان دو می‌رسانیم.

$\frac{[K]^{\frac{1}{2}}}{M^{\frac{1}{2}}}T = 1 \Rightarrow [K]^{\frac{1}{2}} = \frac{M^{\frac{1}{2}}}{T} \Rightarrow ([K]^{\frac{1}{2}})^2 = (m^{\frac{1}{2}}T)^2 \Rightarrow$

$[K] = mT^{-2}$ → بعد K

* در رابطه‌ی زیر جنس A و B را تعیین کنید : $x = \frac{1}{2}At^2 + Bt + C$

$\rho = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$

بعد چگالی را به دست بیاورید :

$[\rho] = \frac{[m]}{[V]}$ $\frac{M}{L^3} = ML^{-3}$

L^3 ← حجم

KAVOSH

Subject : ..... Date : ...../...../.....

دقت اندازه گیری و ارقام با معنی :

دقت : یعنی کمترین مقدار قابل اندازه گیری ⇐ تعداد ارقام معنادار

5 : دقت ندارد (عدد صحیح) 5/0 : دهم 5/00 : صدم

برای تعیین تعداد ارقام با معنی از سمت چپ به سمت راست شروع به شمارش نموده به اولین رقم غیر صفر (0) که رسیدیم ، تعداد ارقام بعد از آن با معنی و قبل از آن بی معنی محسوب می شود . مثال ↓

153000 ← 7 عدد با معنی 0/00153 ← 5 عدد با معنی 153000/ ← 7 عدد با معنی

نکته : در تبدیل واحدها به یکدیگر تعداد ارقام با معنی باید حفظ شود بدین منظور می توان آن ها را به صورت توان های 10 نوشت که این توان ها جزو ارقام با معنی محسوب نمی شوند مثال :

1 Km → 1000 m = 1×10^3 m

1000 m → 1,000 Km

نماد علمی :

1,500000 → $1,5 \times 10^{+6}$

0,00015 → $1,5 \times 10^{-4}$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

واحدهای کوچکتر			واحدهای بزرگتر		
d	دسی	$10^{-1}=\frac{1}{10}$	da	دکا	$\times 10$
c	سانتی	$10^{-2}=\frac{1}{100}$	h	هکتو	$\times 10^{2}$
m	میلی	10^{-3}	k	کیلو	$\times 10^{3}$
μ	میکرو	10^{-6}	m	مگا	$\times 10^{6}$
n	نانو	10^{-9}	G	گیگا	$\times 10^{9}$

نکته: در تبدیل واحدها به یکدیگر هرگاه واحد بزرگ را به کوچکتر تبدیل کنیم با علامت مثبت آن را می نویسیم و برای تبدیل واحد کوچک به بزرگ با علامت منفی می نویسیم.

مثال ←

$1Km \rightarrow 10^{3}m$ $1m \rightarrow (10)^{-3}Km$

تمرین:

$5m \rightarrow ?\ cg$

$5mg \rightarrow ?$ $g \rightarrow ?$ $cg \rightarrow ?$

$5mg \rightarrow 5\times10^{-3}\ M \rightarrow 5\times10^{-3}\times10^{-9}\ g \Rightarrow 5\times10^{-12}\ cg$

تمرین:

نانو ثانیه سانتی ثانیه

$7ns \rightarrow ?\ cs$

$7ns \rightarrow 7\times10^{-9}\ s \rightarrow 7\times10^{-9}\times10^{+2}\ cs$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date : / /

تمرین : جنس A و B و C را تعیین کنید:

$x=\frac{1}{2}At^2+Bt+C \qquad [x]=L \qquad [c]=L$

$x=\frac{1}{2}At^2+Bt+C$

$[x]=[\frac{1}{2}][At^2]+[Bt]+[c]$

$[At^2]=1 \rightarrow [A][t^2]=1 \rightarrow \frac{[A]T^2}{T^2}=1 \Rightarrow$

$[A]=\frac{1}{T^2} \rightarrow [A]=1.T-2 \Rightarrow$ (شتاب)

$[Bt]=1 \rightarrow [B][t]=1 \rightarrow \frac{[B]T}{T}=$

$1 \rightarrow [B]=\frac{1}{T} \rightarrow [B]=\frac{1}{T}=1.T-1$ (سرعت)

«ضرب و تقسیم اعداد با معنی»:

در ضرب و تقسیم تعداد ارقام با معنی حد حاصل باید برابر باشد با کمترین

ارقام با معنی اعداد اولیه : مثال ها

$1,2 \times 3 = 3,6$

۲ رقم ۱ رقم

4 گرد کردن

3 بریدن

باید ۱ رقم با اللر با معنی

$1,11 \times 2,1 = 2,133$

۳ رقم ۲ رقم

2,2 گرد کردن

2,1 بریدن

باید ۲ رقم باشد با معنی

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : ..... Date : ..../..../....

«جمع و تفریق اعداد با معنی» :

در جمع و تفریق تعداد ارقام اعشار عدد حاصل باید برابر باشد با کمترین ارقام اعشار

$1,1 + 2,3 = 3,28$

ارقام اعشار (1,1) — ارقام اعشار (2,3) — ارقام اعشار

اعداد اولیه : مثال ←
- 3,2 گرد کردن
- 3,3 برابرن

نکته : در جمع و تفریق اعدادی که واحدی یکسان ندارند ابتدا همه ی آنها را بر حسب واحد یکسان نوشته و طبق قاعده ی بالا با هم جمع و تفریق می نماییم . مثال ↓

$1\,Km + 10m + 10\,Sm =$

$1000m + 10m + 0,10\,m =$

$1010,10$
- 1011 m گرد کردن
- 1010 m برابرن

مفعول «2» ← بردار

کمیت
- اسکالر یا زده ای ← فقط اندازه مهم است
  - جرم ، دما ، زمان ، چگالی
- بردار ← هم جهت و هم اندازه مهم است
  - نیرو ، جابه جایی ، سرعت ، شتاب

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject :

Date : / /

«هر پاره خط جهت دار یک بردار است»

$\vec{a}$, $|a|$

طول یا اندازه ی بردار را با $|a|$ نشان می دهیم.

هر بردار دو ویژگی دارد، یکی طول و دیگری جهت.

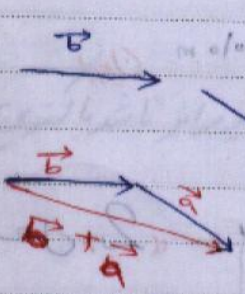
روش های نمایش بردار:
- نمایش با استفاده از شکل ← هندسی
- نمایش با استفاده از مؤلفه ← مؤلفه ای یا تحلیلی

دو بردار زمانی برابرند که هم جهت، موازی و مساوی یکدیگر باشند.

«جمع بردار»:
- هندسی: مثلثی، متوازی الاضلاع
- مؤلفه ای

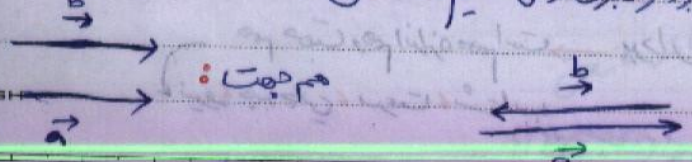
«روش مثلثی»:

$\vec{a} + \vec{b} = ?$



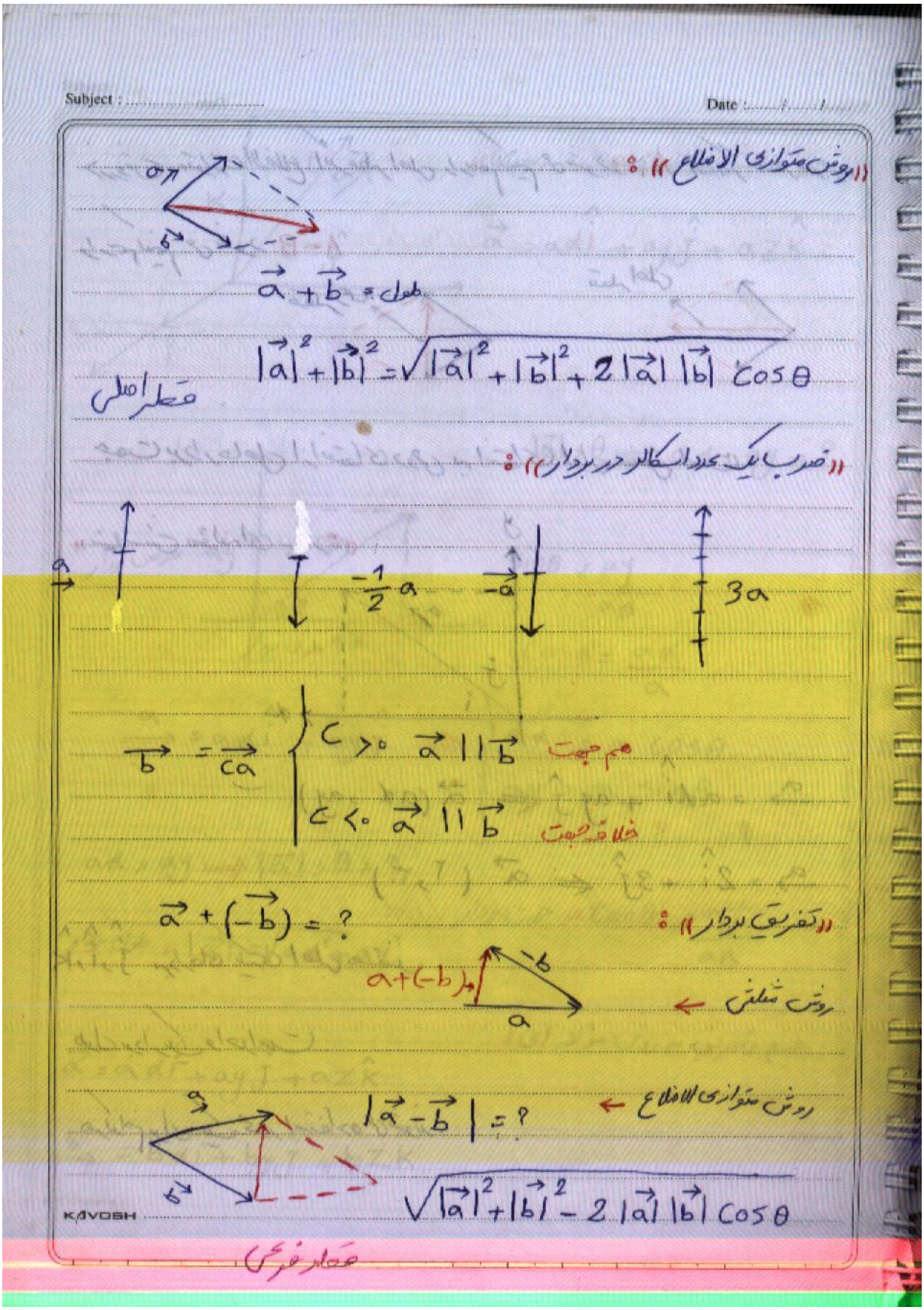
اگر دو بردار موازی و هم جهت باشند فقط آنها را جمع می کنیم اما اگر هم جهت نباشند

از انتهای بردار اولی، بردار بعدی را می کشیم: مثال؟



KAVOSH

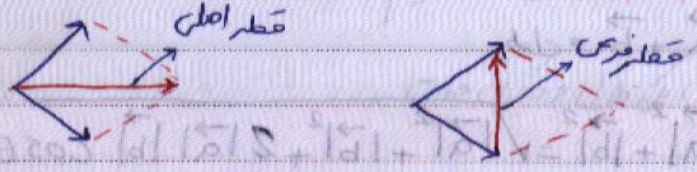
www.Delirium.Blog.ir



www.Delirium.Blog.ir

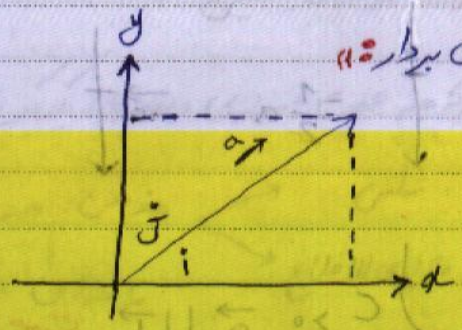
Subject : Date : / /

روش متوازی الاضلاع اگر قطر اصلی را رسم کنیم می شود A+B اما اگر قطر فرعی را رسم کنیم می شود A-B



جهت بردار حاصل از انتهای دومی به انتهای اولی منفی است.

«نمایش مؤلفه ای بردار:»



$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} \Leftarrow \vec{a}(a_x, a_y)$

$\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} \Leftarrow \vec{a}(2,3)$

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ بردارهای یکه ی اصلی هستند.

طول بردار یک واحد است.

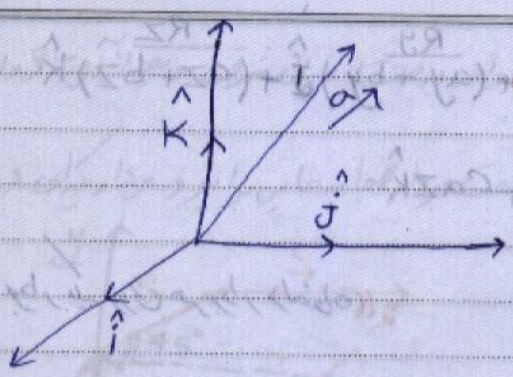
هرکدام برای یک محور استفاده می شوند.

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

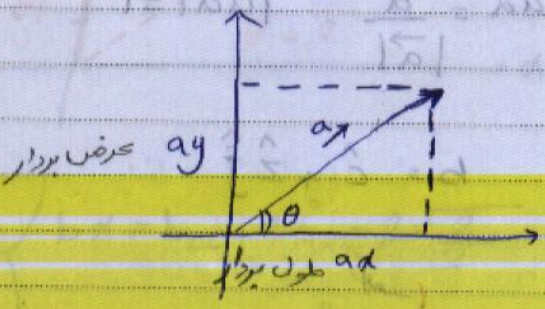
Subject : Date : / /

«نمایش مؤلفه ای بردار سه بعدی»



$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$

$|\vec{a}|, \theta \Longrightarrow a_x, a_y = ?$



$\sin\theta = \frac{a_y}{a}$

$\cos\theta = \frac{a_x}{a}$

$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} \Rightarrow \begin{cases} a_x = a\cos\theta \\ a_y = a\sin\theta \end{cases}$

$a_x, a_y \Longrightarrow |\vec{a}|, \theta = ?$

طول بردار $= |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

جهت بردار $= \tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$

جمع و تفریق به روش مؤلفه ای:

$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$

$\vec{b} = b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k}$

KAVOSH

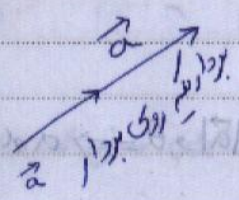
www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date : / /

$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} = \underbrace{(ax + bx)}_{Rx}\hat{i} + \underbrace{(ay + by)}_{Ry}\hat{j} + \underbrace{(az + bz)}_{Rz}\hat{k}$

$c\vec{a} = cax\hat{i} + cay\hat{i} + caz\hat{k}$

«بردار یکه روی هر بردار دلخواه»:



$\hat{u}a = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ $|\hat{u}a| = 1$

مثال $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ $b = \hat{c} + z\hat{j}$

الف) اندازه جهت بردار $= 4\vec{a} - 3\vec{a}$

ب) $-\vec{a} + 2\vec{b}$

$\vec{R} = 4\vec{a} - 3\vec{b} = 12\hat{i} - 1b\hat{j} - (-3\hat{i} + 6\hat{j})$

$\vec{R} = 15\hat{i} - 22\hat{j} \Rightarrow \vec{R} = \sqrt{Rx^2 + Ry^2} = \sqrt{15^2 + (-22)^2}$

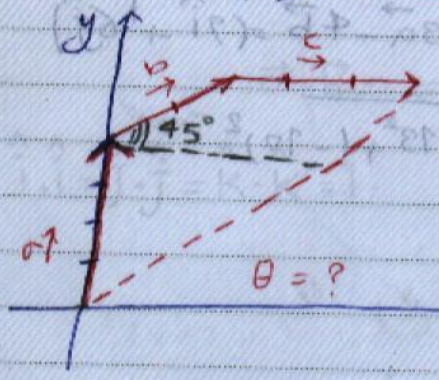
$\tan\theta = \frac{Ry}{Rx} = \frac{-22}{15}$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : ..... Date : ../../..

متحرکی 4 واحد به سمت شمال و سپس 2 واحد به سمت شمال شرق و بعد از آن 3 واحد به سمت شرق جابه جا می شود ، اندازه و جهت بردار جابه جایی برایند و بردار یکه ای در این راستا را تعیین کنید



برایند : $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

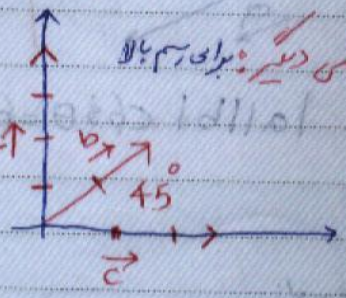
$\vec{a} = 4\hat{j}$

$\vec{c} = 3\hat{i}$

$b_x = b\cos 45^\circ = 2\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} = 1.4$

$b_y = b\sin\theta\, 45^\circ = 1.4$ $\quad \vec{b} = 1.4\hat{i} + 1.4\hat{j}$

روشی دیگر : برای بردار $\vec{b}$



حل $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow (3+1.4)\hat{i} + (4+1.4)\hat{j}$

بردار $\vec{R} = 4.4\hat{i} + 5.4\hat{j}$

طول $= |R| = \sqrt{(4.4)^2 + (5.4)^2}$

جهت $= \tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{5.4}{4.4}$

بردار یکه ای $\hat{u}_R = \frac{R}{|R|} = \frac{4.4\hat{i} + 5.4\hat{j}}{(4.4)^2 + (5.4)^2}$

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date : ../../..

مثال:

$\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$

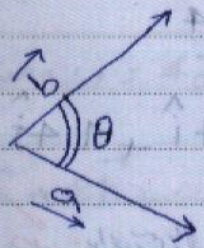
$\vec{b} = -\hat{i} + 4\hat{j}$

الف) اندازه و جهت $3\vec{a} - 4\vec{a} \Rightarrow \vec{R} = 3\vec{a} - 4\vec{b} = (7\hat{i} + 6\hat{j})$

$-\vec{a} + \vec{rb} = ?$ طول $|\vec{R}| = \sqrt{13^2 + (-10)^2}$

جهت) $\tan\theta = \frac{Ry}{Rx} = \frac{-10}{13}$

ضرب داخلی (نقطه‌ای): ٪



$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| : \cos\theta$

$\vec{a}.\vec{b} = ax \times bx + ay\,by + az\,bz$

$|a||b|\cos\theta = ax\,bx + ay\,by + az\,bz$

فرمول محاسبه‌ی زاویه بین دو بردار

زاویه بین دو بردار

$$\cos\theta = \frac{ax\,bx + ay\,by + a^2b^2}{|a||b|}$$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : ..... Date : ..../..../....

ویژگی ها :

1. حاصل محدود است

2. $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

3. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \leftarrow \cos 90=0 \quad \theta=90 \leftarrow a \underset{\text{عمود}}{\perp} b$

4. $\vec{a}\cdot\vec{a}=|a||b|\underbrace{\cos 0}_{1}=|a|^2$

5. $\hat{i}\cdot\hat{i}=\hat{j}\cdot\hat{j}=\hat{K}\cdot\hat{K}=1$

6. $\hat{i}\cdot\hat{j}=\hat{j}\cdot\hat{K}=i\cdot K$

مقدار x را طوری تعیین کنید که $\vec{a}$ بر $\vec{b}$ عمود باشد.

$$\vec{a}=x\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{K}$$

$$\vec{b}=2-6\hat{i}-\hat{K}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=2(x2)+(2)(-6)+(2)(-1)=0$$

$$x^2=12-2=0$$

$$2x^2=14 \Rightarrow x^2=7 \Rightarrow x=\pm\sqrt{7}$$

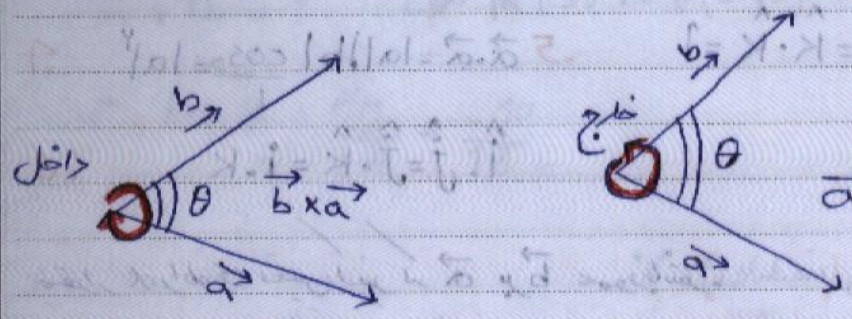
KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date : ..../..../....

ضرب خارجی (برداری):

حاصل بردار است
1. طول: با استفاده از رابطه $|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$
2. جهت: با استفاده از قاعده‌ی دست راست



نکته: حاصل ضرب برداری هر دو تا بردار به صورت برداری است که بر دو بردار اولیه عمود می باشد که اندازه آن با استفاده از رابطه‌ی بالا و جهت آن با استفاده از قاعده‌ی دست راست مشخص می شود. بدین ترتیب که شانه‌ی کف دست راست را روی بردار اول گذاشته و در جهت زاویه می بندیم تا روی بردار دوم قرار گیرد و جهت انگشت شست، جهت بردار حاصل می باشد.

ویژگی ها: 1: حاصل بردار است 2: $\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}$

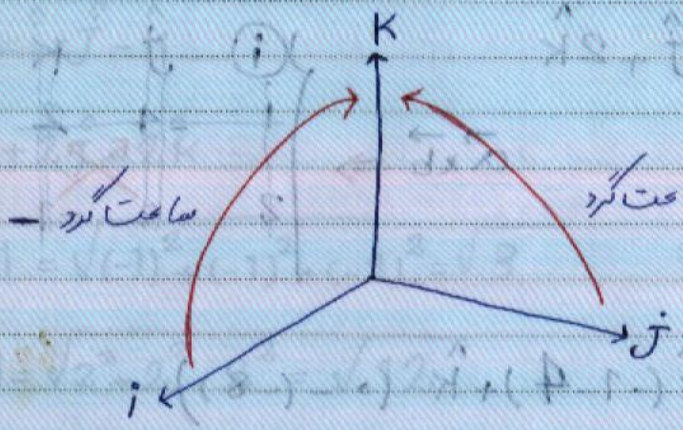
3: $\vec{a}\times\vec{b} = 0 \Leftarrow \theta = 0$ یا $180 \Leftarrow \vec{a} \parallel \vec{a}$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date : / /

$\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=0$:5 $\vec{a}\times\vec{b}=0$:4



ساعت‌گرد:
$\hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j}$
$\hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i}$
$\hat{j}\times\hat{i}=\hat{k}$

پادساعت‌گرد:
$\hat{j}\times\hat{k}=\hat{i}$
$\hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$
$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k}$

مثال:
$5\hat{i}\times 6\hat{j}=0\hat{k}$
$\hat{j}\times 7\hat{k}=7\hat{i}$

دترمینان ماتریس:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$$

$\Rightarrow \hat{i}(a_y b_z - a_z b_y)$

$-\hat{j}(a_x b_z - a_z b_x)$

$+\hat{k}(a_x b_y - a_y b_x)$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date : / /

۱ دو بردار یکه ی عمود بر بردارهای زیر را تعیین کنید:

$\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{k}$

$\vec{a} \times \vec{b} \Rightarrow$

	$\hat{i}$	$\hat{j}$	$\hat{k}$
	1	-4	2
	2	0	-1

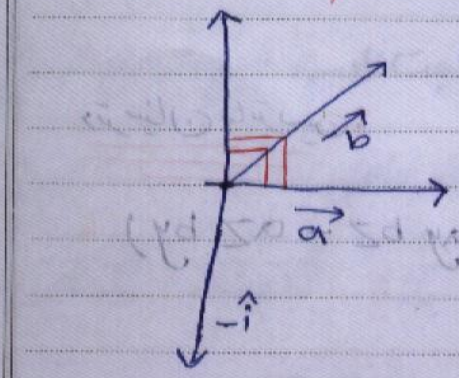
$\hat{i}(4-0) - \hat{j}(-1-4) + \hat{k}(0-(-8))$

بردار عمود: $\vec{c} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k}$

بردار یکه ی عمود: $\hat{u} =$

$\hat{u}_c = \dfrac{\vec{c}}{|\vec{c}|} = \dfrac{4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k}}{\sqrt{4^2 + 5^2 + 8^2}}$

$-u_c = \dfrac{-4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k}}{\sqrt{-4^2 - 5^2 - 8^2}}$



KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date :

زاویه بین دو بردار را تعیین کنید:

$1: \vec{a} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$

$2: 2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

$1: |\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$

$2: |\vec{b}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{12}$

$$\cos\theta = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$$\cos\theta = \frac{-1\times 2 - 1\times 2 - 1\times 2}{\sqrt{3}\ \sqrt{12}}$$

$$\cos\theta = \frac{-6}{\sqrt{36}} = \frac{-6}{6} = -1$$

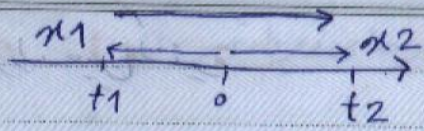
$\cos 180 = -1$ $\theta = 180$

2

KAVOSH

Subject : Date : ../../..

حرکت یک بُعدی :



مکان زده : یعنی فاصله زده تا مبدا $\leftarrow x_1$

جابه جایی : کوتاهترین فاصله بین نقطه شروع و پایان است. $\Delta x = x_2 - x_1$

مسافت : شامل کل مسیر طی شده می باشد

سرعت : یعنی تغییرات مکان در واحد زمان

$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} \leftarrow$ سرعت متوسط (میانگین سرعت ها)

$V = \frac{dx}{dt} \leftarrow$ سرعت لحظه ای (سرعت در هر لحظه)

شتاب $\leftarrow$ تغییر سرعت در واحد زمان : $a \left(\frac{m}{s^2}\right)$

$a > 0$ تند شونده

$a < 0$ کند شونده

$a = 0$ سرعت ثابت

$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ = میانگین شتاب

$a = \frac{dv}{dt}$ = شتاب لحظه ای

* معادله ی حرکت جسمی که بر روی صفحه ای افقی حرکت می کند به صورت $x = 5t^2 - 3t + 4$ می باشد سرعت متوسط بین زمان های 0 تا 2 ثانیه و سرعت لحظه ای بعد از 1.5 را تعیین کنید

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date :

ب) شتاب متوسط در این بازه‌ی زمانی و شتاب در زمان 2 ثانیه را

به دست آوریم :

$x = 5t^2 - 3t + 4$ معادله‌ی حرکت متحرک را مشخص می‌کند

$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 5(0)^2 - 3(0) + 4 = 4\ m$ معادله‌ی حرکت

$t_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 18\ m$

متوسط $V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{18-4}{2-0} = 7\ m/s$

متوسط $v = \frac{dx}{dt} = 10t - 3$ سرعت لحظه‌ای را مشخص می‌کند

$t = 2 \Rightarrow V = 10 \times 2 - 3 = 17\ m/s$

$t = 1 \Rightarrow v = 10(1) - 3 = 7\ m/s$

ب)

$V = 10t - 3 \quad t_1 = 0 \Rightarrow V_1 = -3\ m/s$

$t_2 = 2 \Rightarrow V_2 = 17\ m/s$

$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{17-(-3)}{2-0} = 10\ m/s^2$

لحظه‌ای $a = \frac{dx}{dt} = 10\ m/s^2$

شتاب ثابت

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date : ../../..

معادلات حرکت با شتاب ثابت:

سرعت نهایی ← $V = at + V_0$ ← سرعت اولیه

مکان نهایی ← $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$ ← مکان اولیه

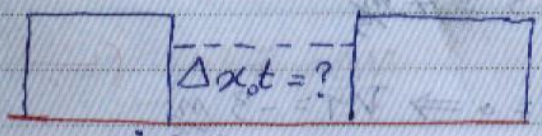
مستقل از زمان ← $V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$ $\Delta x = x - x_0$

متوسط ← $\bar{V} = \frac{V + V_0}{2}$ $x = \bar{V}t + x_0$

* اتومبیلی با سرعت $72\frac{km}{h}$ ناگهان ترمز کرده و با شتاب $4\frac{m}{s^2}$ متوقف می شود

مدت زمان لازم و مسافت طی شده جهت این توقف را بدست آورید:

$72\frac{km}{h} = 72 \times \frac{1000}{3600} = 20\frac{m}{s}$ $V = 0$



$a = 4\frac{m}{s^2}$

$V = at + V_0$

$0 = -4t + 20 \Rightarrow t = 5s$

$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$

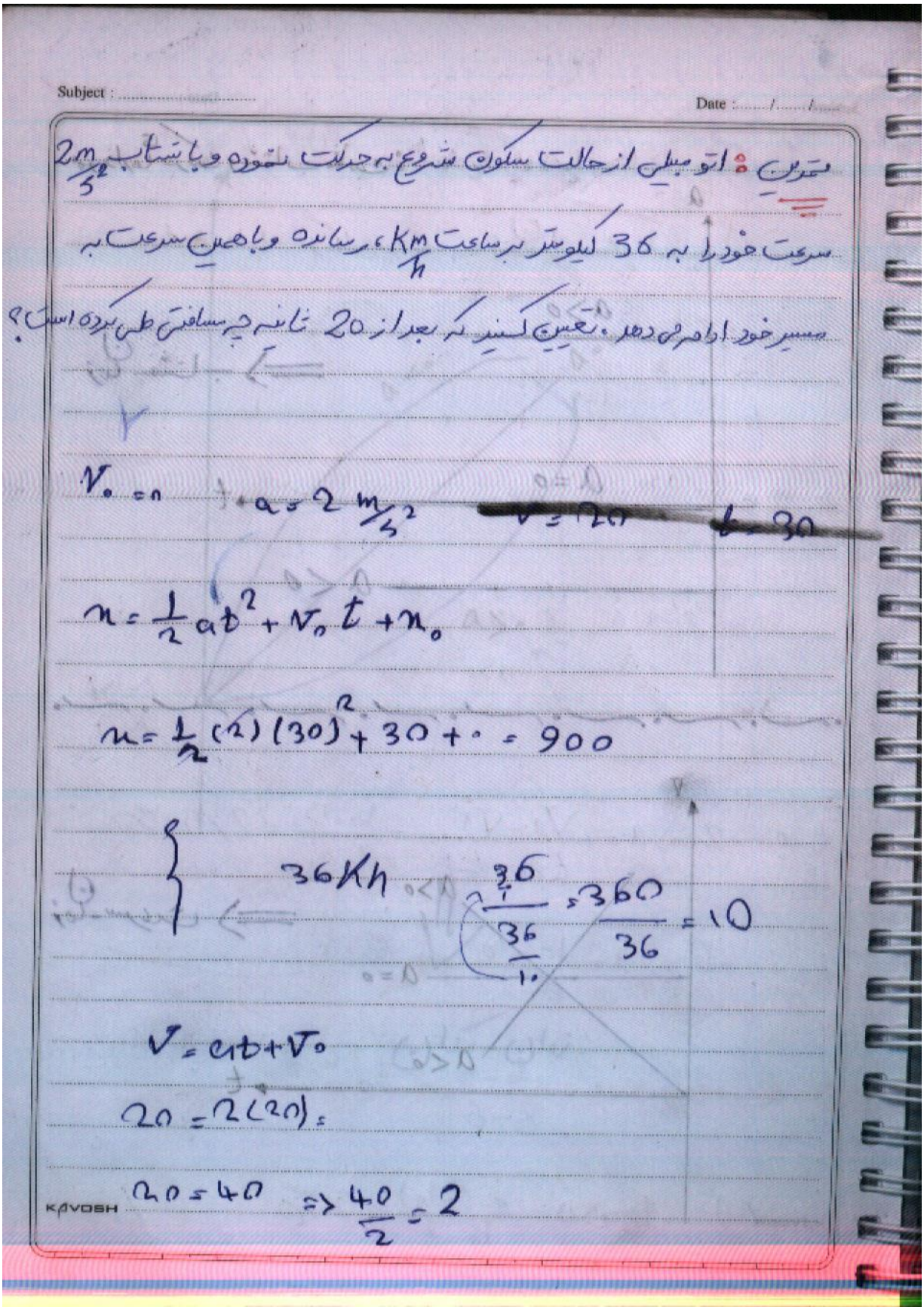
$0^2 - 20^2 = 2(-4)\Delta x \Rightarrow \Delta x \frac{400}{8} = 50m$

$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$

$x = \frac{1}{2}x - 4 \times 5^2 + 20 \times 5 \Rightarrow \Delta x = 50m$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir



مثال: اتومبیلی از حالت سکون شروع به حرکت نموده و با شتاب $2\ m/s^2$ سرعت خود را به 36 کیلومتر بر ساعت Km/h رسانده و با همین سرعت به مسیر خود ادامه می دهد. تعیین کنید که بعد از 20 ثانیه چه مسافتی طی کرده است؟

$V_0 = 0 \quad a = 2\ m/s^2 \quad t = 30$

$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$

$x = \frac{1}{2}(2)(30)^2 + 30 + 0 = 900$

$36\ Km \Rightarrow \frac{36}{\frac{1}{36}} = \frac{360}{36} = 10$

$V = at + V_0$

$20 = 2(20)$

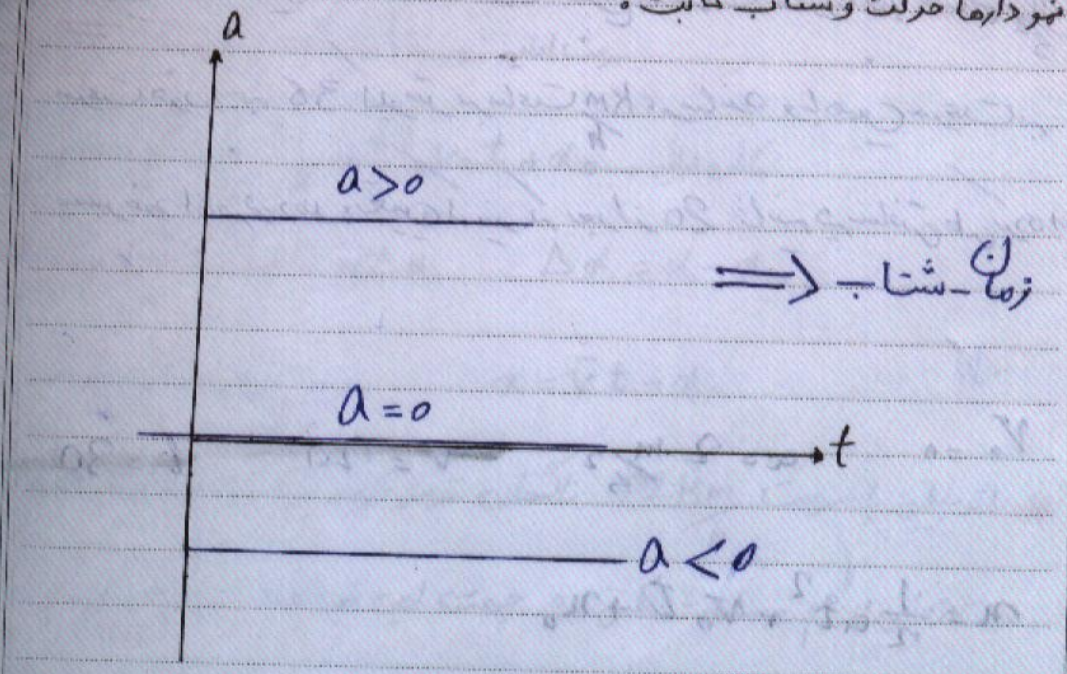
$20 = 40 \Rightarrow \frac{40}{2} = 2$

www.Delirium.Blog.ir

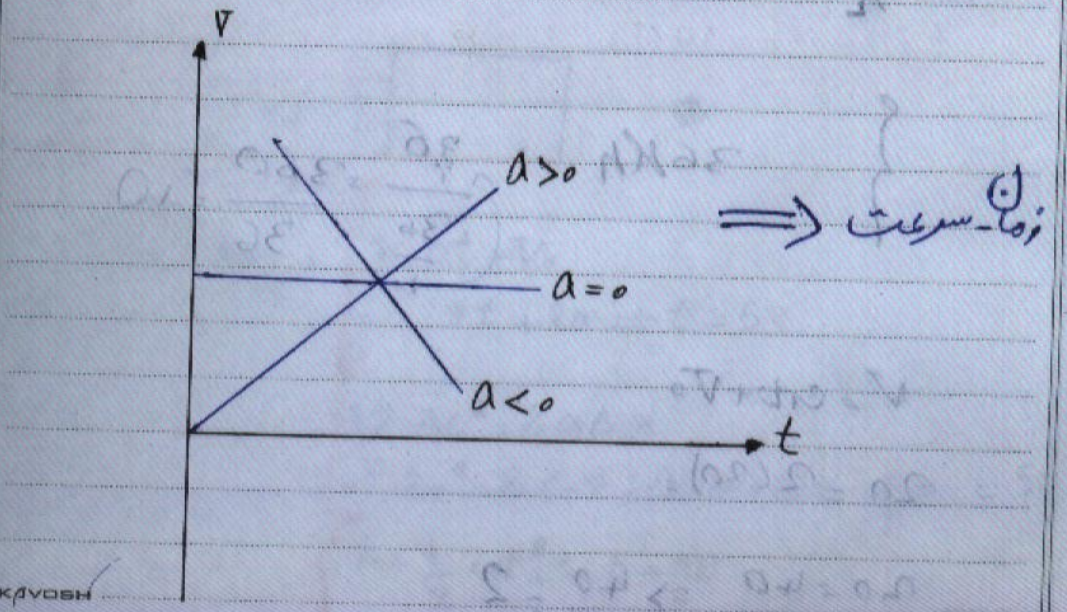
Subject :

Date : / /

نمودارهای حرکت وشتاب ثابت :



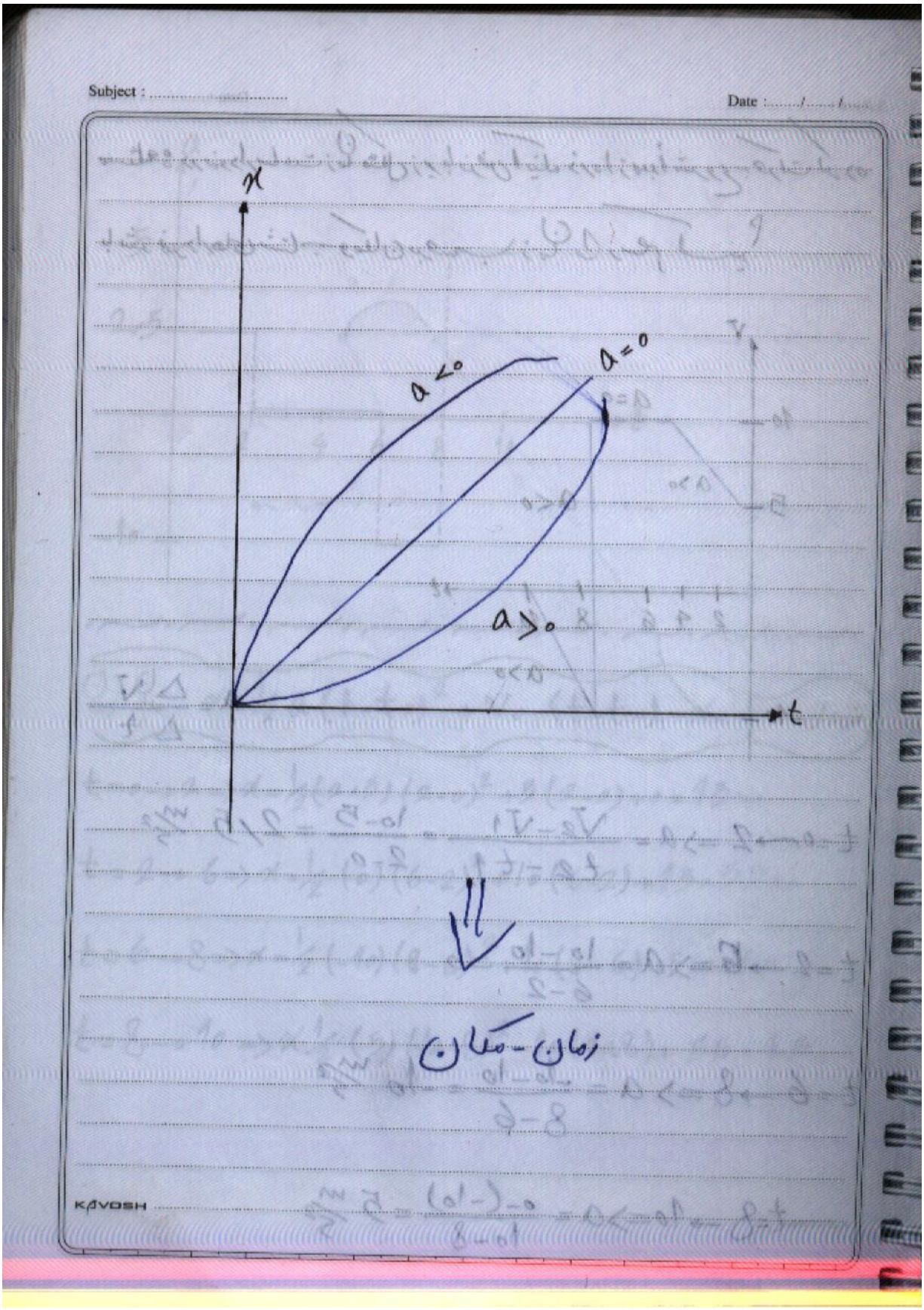
زمان-شتاب ⟹



زمان-سرعت ⟹

KAVOSH

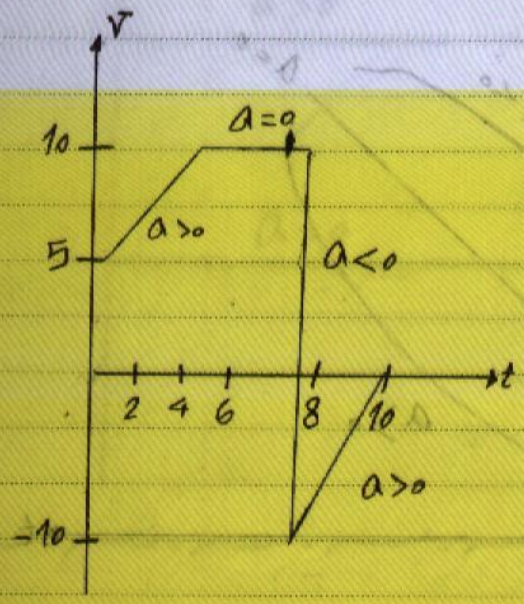
www.Delirium.Blog.ir



www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date : / /

مسئله : در نمودار ساعت زمان شکل زیر با فرض اینکه ذره از مبدأ شروع به حرکت کرده باشد نمودارهای شتاب ـ ومکان برحسب زمان را رسم کنید؟



$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

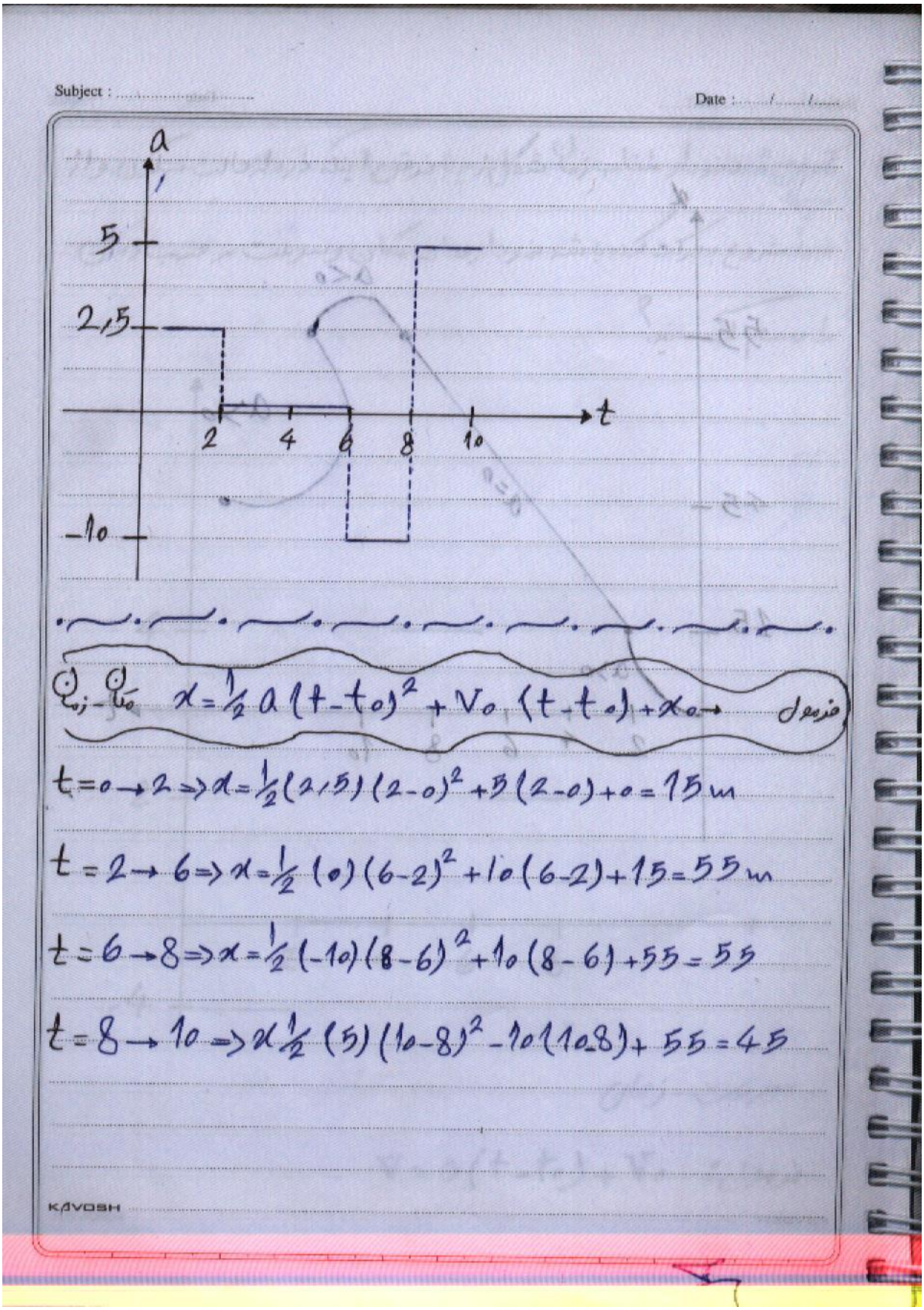
$$t=0 \rightarrow 2 \Rightarrow a = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{10-5}{2-0} = 2/5 \ \frac{m}{s^2}$$

$$t=2 \rightarrow 6 \Rightarrow a = \frac{10-10}{6-2} = 0$$

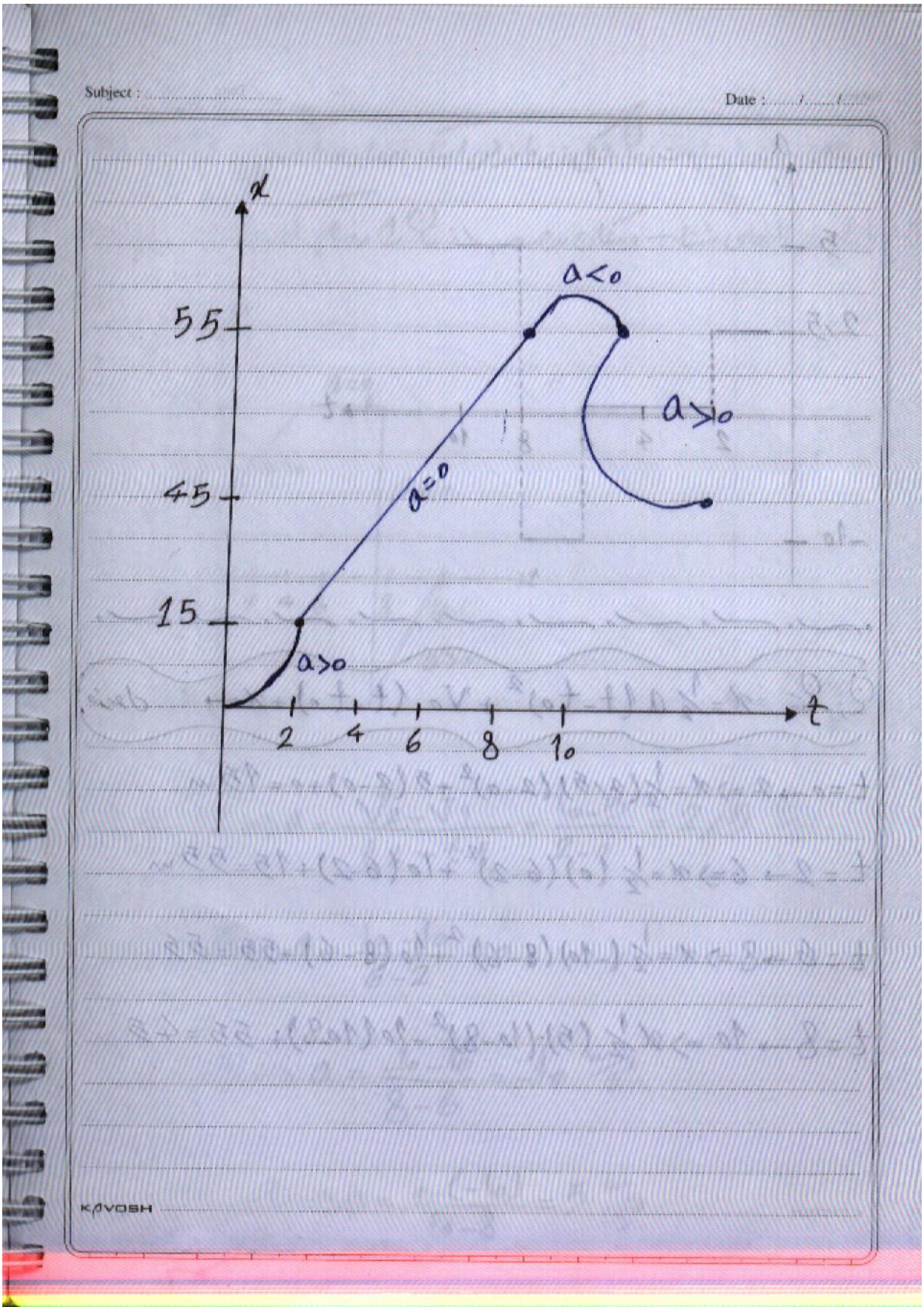
$$t=6 \rightarrow 8 \Rightarrow a = \frac{-10-10}{8-6} = -10 \ \frac{m}{s^2}$$

$$t=8 \rightarrow 10 \Rightarrow a = \frac{0-(-10)}{10-8} = 5 \ \frac{m}{s^2}$$

www.Delirium.Blog.ir



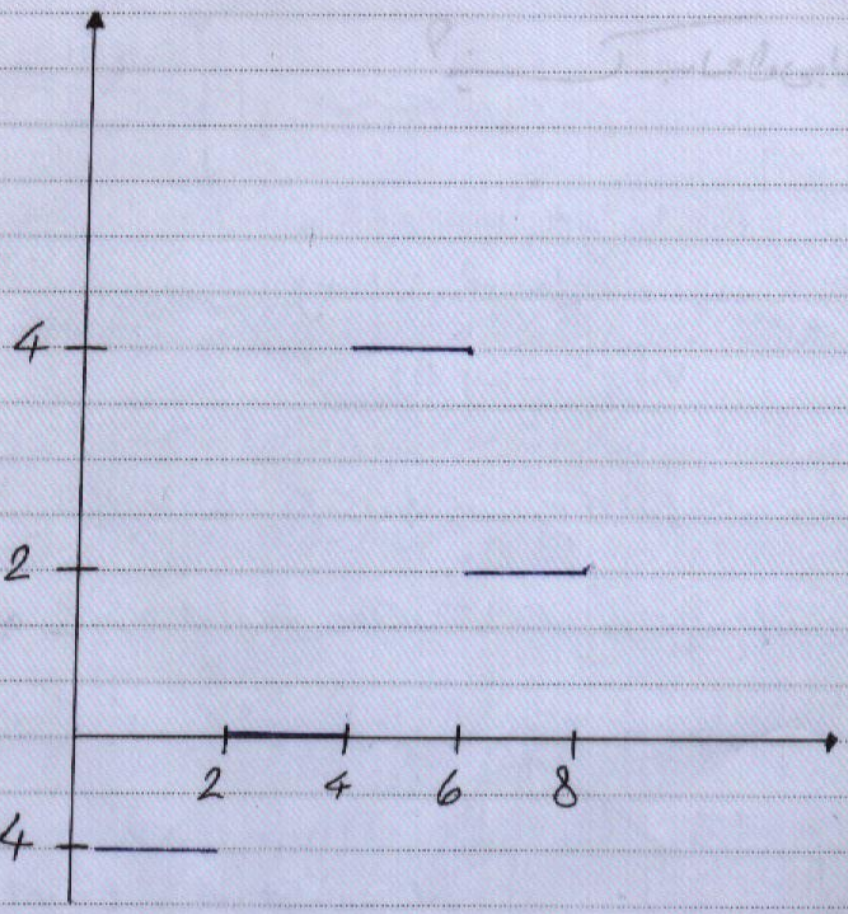
www.Delirium.Blog.ir



www.Delirium.Blog.ir

Subject : ..... Date : ...../...../.....

تمرین : نمودار شتاب زمان شکل زیر با فرض اینکه ذره از حالت سکون و از مبدأ شروع به حرکت کرده باشد نمودارهای مکان و سرعت بر حسب زمان را رسم کنید؟



سرعت - زمان

فرمول : $V = a(t - t_0) + V_0$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

جسمی با سرعت $36\ m/s$ به سمت شرق در حال حرکت می باشد در یک لحظه شتابی برابر $2\ m/s^2$ و به سمت غرب به آن وارد می شود تعیین کنید که بعد از گذشت چه زمانی و طی چه مسافتی به مکان اولیه خود برمی گردد و جابه جایی را حساب کنید؟

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date : ../../..

نکته: کل اجسام در راستای قائم اگر سقوط کنند به آنها شتاب یکسانی وارد می شود که به آن شتاب جاذبه یا گرانش می گوییم که مقدار ثابتی داشته و ناشی از جاذبه بین زمین می باشد

$g = 9.8 \simeq 10\ m/s^2$

سقوط آزاد

g شتاب جاذبه (گرانش)

$x \to y$
$a \to -g$

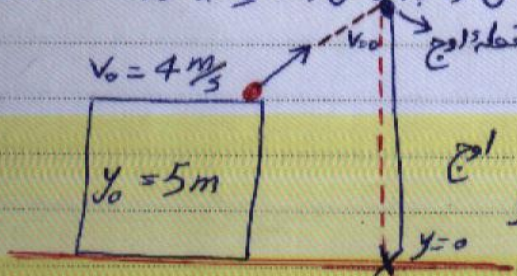
$V = gt + V_0$

ارتفاع اولیه ، ارتفاع نهایی $y = \frac{-1}{2} g t^2 + V_0 t + y_0$

$V^2 - V_0^2 = -2g\,\Delta y$

* جسمی از بالای ارتفاعی 5 متری با سرعت $4\ m/s$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می شود: الف) زمان رسیدن به نقطه ی اوج و ارتفاع اوج را تعیین کنید.

ب) تعیین کنید که بعد از گذشتن چه زمانی و با چه سرعتی به زمین برخورد خواهد کرد؟



$V = -gt + V_0$

اوج $0 = -10t + 4 \Rightarrow t = 0.4\ s$

$y = \frac{-1}{2} g t^2 + V_0 t + y_0 = \frac{-1}{2} \times 10 \times (0.4)^2 + 4(0.4) + 5 = ?$

$V = -gt + V_0 = -10 \times 1.5 + 4 = -11\ m/s$ به سمت پایین منفی است

KAVOSH

Subject : Date : / /

$y=0 \Rightarrow t=?$ رسیدن به زمین

$0=-5t^2+4t+5 \Rightarrow t=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4(5)(-5)}}{2\times(-5)}$ فاکتورگیری

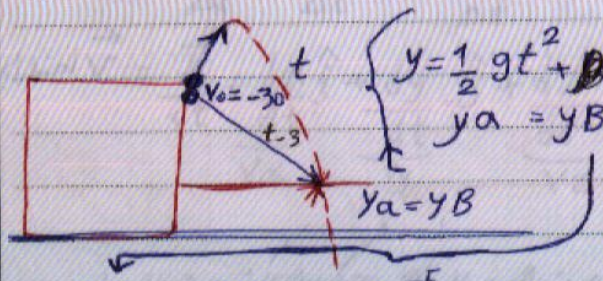
$t=1.5$

$t=-0.7$

$y=ax^2+bx+c \rightarrow \Delta=b^2-4ac$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ ← معادله درجه 2

* جسمی از بالای ارتفاعی با سرعت $10\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود و 3 ثانیه بعد از آن جسم دیگری با سرعت $30\frac{m}{s}$ به سمت پایین پرتاب می‌شود، تعیین کنید که این دو جسم بعد از گذشت چه زمانی و در چه ارتفاعی نسبت به سطح زمین به هم می‌رسند؟



$y=\frac{1}{2}gt^2+V_0t-y_0$

$y_a=y_B$

$-\frac{1}{2}gt^2+10t+y_0=-\frac{1}{2}g(t-3)^2-30(t-3)+y_0$

$-5t^2+10t=-5(t^2-6t+9)-30t+90$

$-5t^2+10t=-5t^2+30t-45-30t+90$

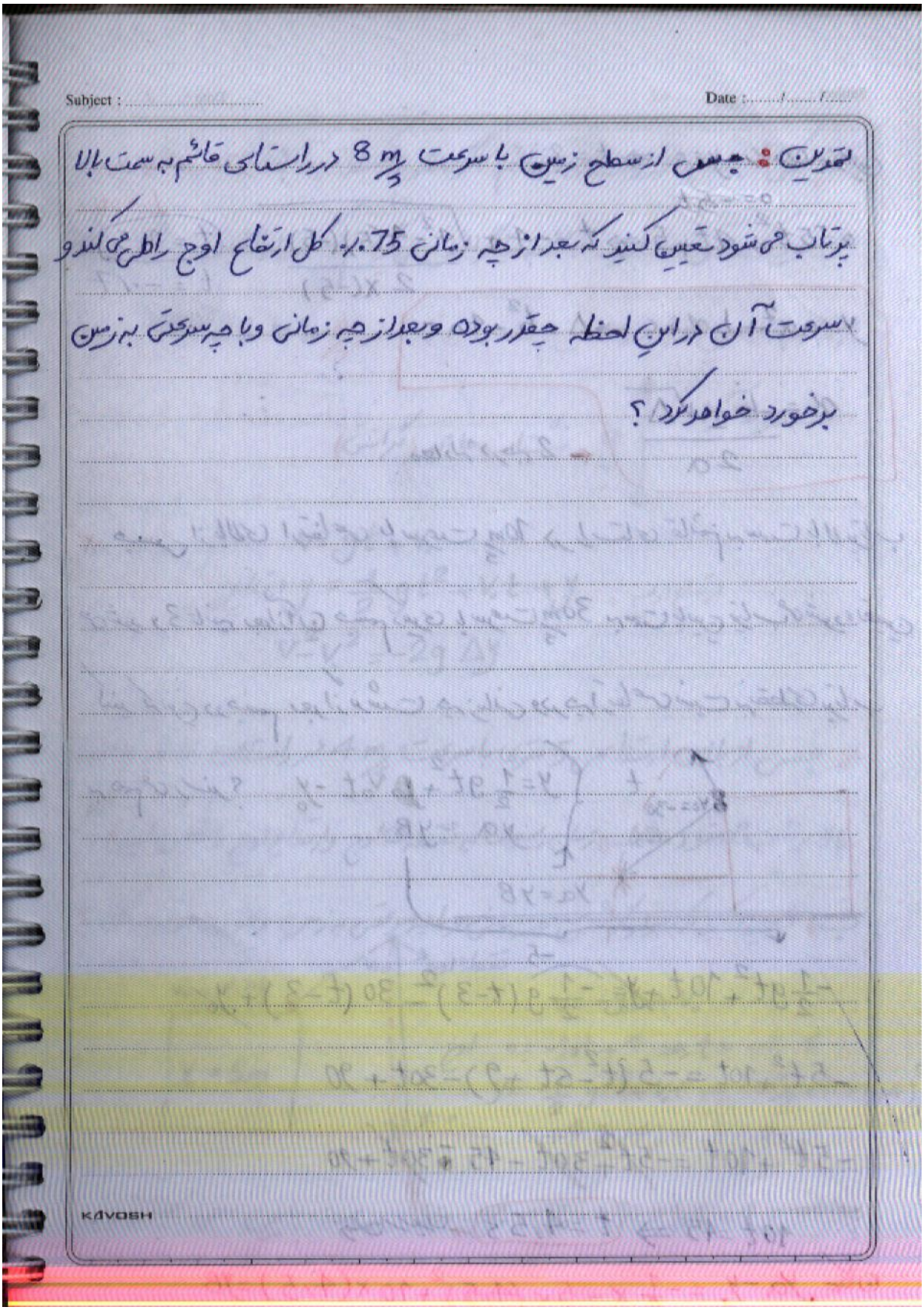
$10t=45 \Rightarrow t=4,5s$ زمان رسیدن

مکان $y_a-y_0=-\frac{1}{2}\times-5\times(4,5)^2+10\times(4,5)=y_B$

KAVOSH

Subject : Date : / /

تمرین : جسمی از سطح زمین با سرعت $8\ m/s$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود تعیین کنید که بعد از چه زمانی 0.75 کل ارتفاع اوج را طی می‌کند و سرعت آن در این لحظه چقدر بوده و بعد از چه زمانی و با چه سرعتی به زمین برخورد خواهد کرد ؟



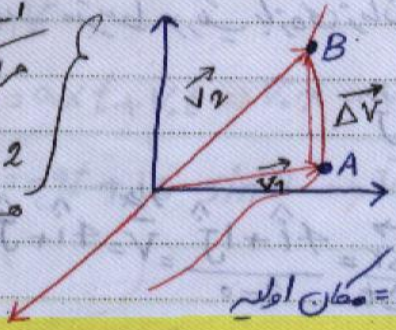
www.Delirium.Blog.ir

Subject : حرکت در یک بعد Date : / /

حرکت در دو و سه بعدی:

۱- سرعت همیشه در مسیر حرکت مماس است

2- مؤلفه‌های سرعت در هر راستا مستقل از هم هستند



مکان اولیه $= \vec{r_1} = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$

مکان ثانویه $= \vec{r_2} = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$

جابه‌جایی: $\Delta\vec{y} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$

$\vec{\Delta r} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k}$

سرعت متوسط $\vec{v} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{j} + \left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)\hat{k}$

سرعت لحظه‌ای $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_x}\hat{i} + \underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v_y}\hat{j} + \underbrace{\frac{dz}{dt}}_{v_z}\hat{k}$

شتاب متوسط $a \rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t}$

شتاب لحظه‌ای $a \rightarrow \frac{dv}{dt}$

معادله حرکت ذره‌ای که در صفحه‌ی x, y حرکت می‌کند به صورت $\vec{r} = (2t^3 - t)\hat{i} + (4t^2 - 2)\hat{j}$ می‌باشد:

الف) سرعت متوسط بین زمان‌های 1 تا 2 ثانیه و سرعت لحظه‌ای در زمان $t = 1s$

را محاسبه کنید:

KAVOSH

Subject : Date : ../../..

ب) شتاب متوسط در یک بازه‌ی زمانی و شتاب لحظه‌ای بعد از 1s چقدر است؟

$\vec{r} = (2t^3 - t)\hat{i} + (4t^2 - 3)\hat{j}$

مشتق

$t1 = 0 \rightarrow \vec{r_1} = -3\hat{i}$

$\Rightarrow \vec{V} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{4\hat{i} + 1\hat{j}}{1-0}$ بردار $\vec{V} = 4\hat{i} + \hat{j}$ اندازه $\Rightarrow |V| = \sqrt{4^2 + 1^2}$

$t2 = 1 \rightarrow \vec{r} = \hat{i} + \hat{j}$

لحظه‌ای $V: \frac{dr}{dt} = (6t^2 - 1)\hat{i} + (8t)\hat{j} \Rightarrow t = 1 \Rightarrow V = 5\hat{i} + 8\hat{j}$ اندازه $\rightarrow |\vec{V}| = \sqrt{5^2 + 8^2}$

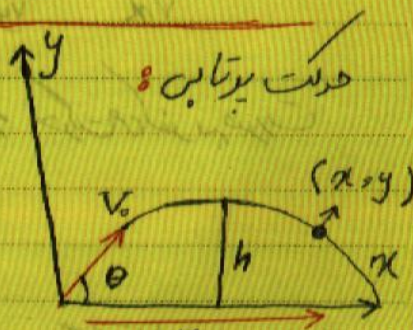
$t_1 = 0 \Rightarrow V_1 = -\hat{i}$

$t_2 = 1 \Rightarrow V_2 = 5\hat{i} + 8\hat{j}$

لحظه‌ای $a = \frac{dv}{dt} = 12t\hat{i} + 8\hat{j}$

$t = 1 \Rightarrow a = 12\hat{i} + 8\hat{j}$

حرکت پرتابی:



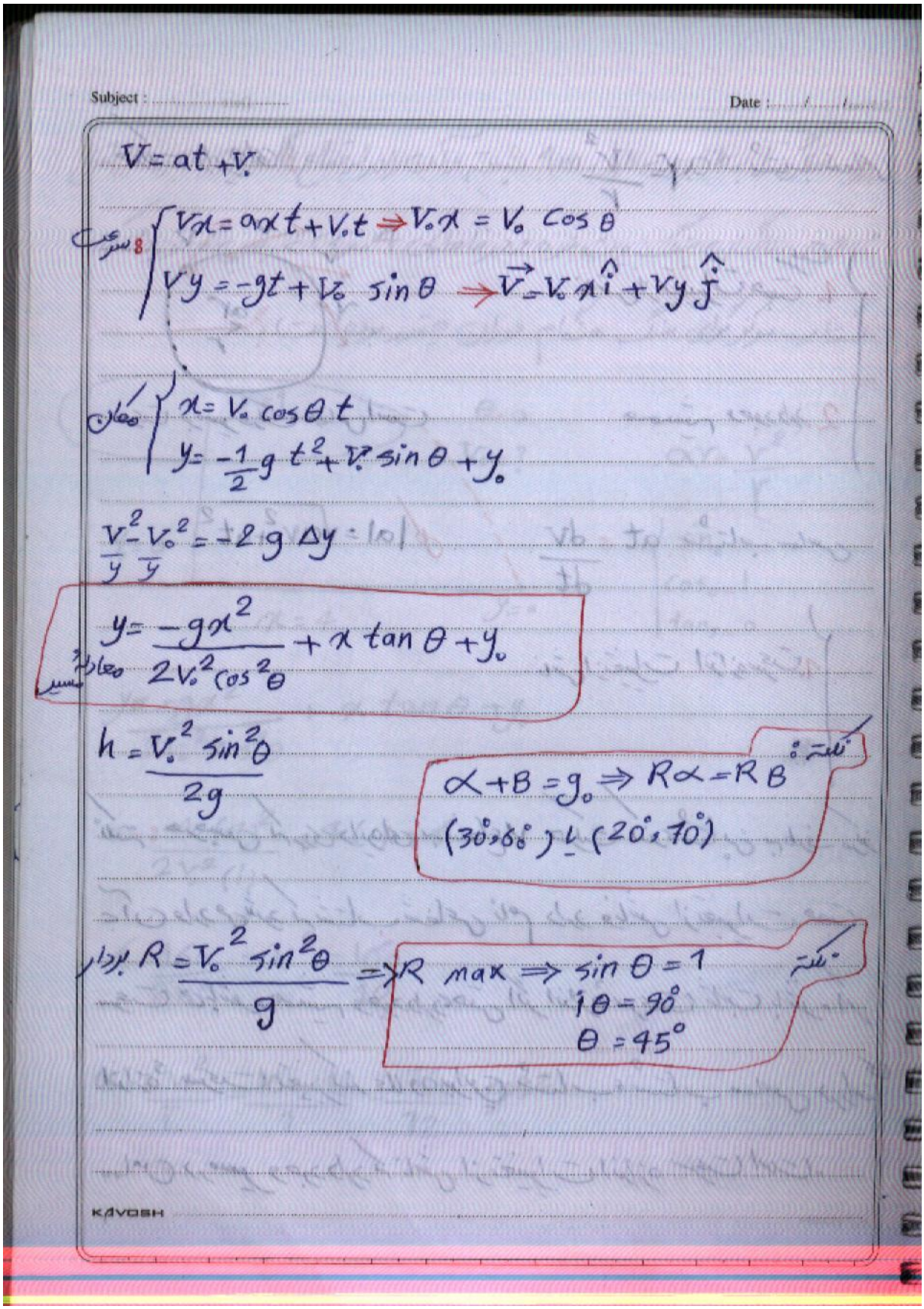
مکان اولیه $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

شتاب $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$

سرعت اولیه $\begin{cases} V_x = V_0 \cos\theta \\ V_y = V_0 \sin\theta \end{cases}$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir



$$V = at + V_0$$

سرعت:
$$\begin{cases} V_x = a_x t + V_0 t \Rightarrow V_0 x = V_0 \cos\theta \\ V_y = -gt + V_0 \sin\theta \end{cases} \Rightarrow \vec{V} = V_0 x\,\hat{i} + V_y\,\hat{j}$$

معادله:
$$\begin{cases} x = V_0 \cos\theta\, t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin\theta + y_0 \end{cases}$$

$$V_y^2 - V_0^2 = -2g\Delta y$$

معادله مسیر:
$$y = \frac{-gx^2}{2V_0^2 \cos^2\theta} + x\tan\theta + y_0$$

$$h = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

نکته:
$$\alpha + B = 90 \Rightarrow R\alpha = RB$$
$$(30, 60) \perp (20, 70)$$

برد:
$$R = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{g} \Rightarrow R_{max} \Rightarrow \sin\theta = 1$$
$$2\theta = 90$$
$$\theta = 45$$

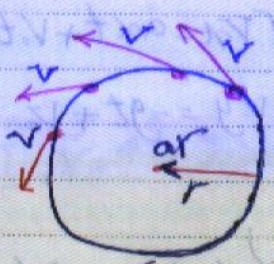
نکته

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date :

حرکت دایره‌ای :

شتاب شعاعی $a_r = \frac{v^2}{r}$



1. ناشی از تغییرات جهت سرعت

2. همیشه وجود دارد

سرعت بر مسیر حرکت مماس است

شتاب مماسی $a_t = \frac{dv}{dt}$

کل $|a| = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$

1. ناشی از تغییرات اندازه سرعت

2.

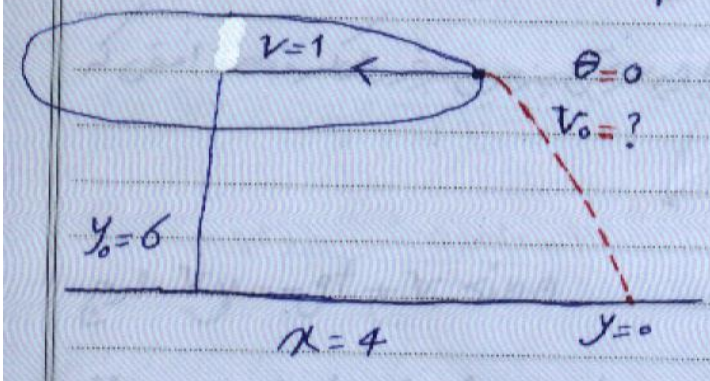
نکته : هرجسمی که روی دایره‌ای به شعاع v حرکت کند، شتابی به طرف مرکز به آن وارد می‌شود که شتاب شعاعی نام دارد و ناشی از تغییرات جهت سرعت می‌باشد و همیشه وجود دارد، حتی اگر اندازهٔ سرعت ثابت باشد. اگر اندازهٔ سرعت تغییر کند علاوه براین شتاب، شتاب مماسی در راستای مماس در مسیر وجود دارد که ناشی از تغییرات اندازه سرعت است.

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : ..... Date : ../../..

* سنگی را به طناب به طول 1m بسته و آن را در ارتفاع 6 متری به صورت افقی می چرخد. ناگهان سنگ پرت شده و در فاصله‌ی 4 متری به زمین برخورد می‌کند. شتاب مرکز گرای سنگ هنگام دوران چقدر بوده است؟



$a_r = \frac{v^2}{r}$

$\sin_0 = 0$
$\cos_0 = 1$
$\tan_0 = 0$

$$y = \frac{-gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta} + x\tan\theta + y_0$$

$$0 = \frac{-10(4)^2}{2v_0^2(1)} + 4(0) + 6$$

$$-6 = \frac{160}{2v_0^2} \Rightarrow v_0^2 = \frac{160}{12}$$

$$a_r = \frac{v_0^2}{r} = \frac{160/12}{1} = \frac{160}{12}\ m/s^2$$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

* توپی از بالای پله‌ای با سرعت $2\frac{m}{s}$ و به صورت افقی بروی آن به سمت پایین می‌غلتد. اگر ارتفاع و پهنای هر پله 20cm باشد این توپ با کدامین پله برخورد خواهد کرد؟

www.Delirium.Blog.ir

Subject : سوال های حرکت دو و سه بعدی Date : / /

1. از بالای ارتفاعی 5 متری جسمی با سرعت $\frac{4m}{s}$ و تحت زاویه 30° پرتاب می شود :

الف) زمان رسیدن به نقطه اوج و ارتفاع اوج چقدر است ؟

ب) بعد از چه مدت زمانی و با چه سرعتی به زمین برخورد می کند و فاصله افقی که طی می کند چقدر است ؟

اوج $V_y = -gt + V_0 \sin\theta$

الف :

$V_y = 0 = -10t + 4 \times \frac{1}{2} \Rightarrow t = 0.2\ s$

اوج $y = \frac{-1}{2} g t^2 V_0 \sin\theta t + y = 0 = \frac{-1}{2} \times 10 \times (0.2)^2$

$+4 \times \frac{1}{2} \times 0.2 + 5 = ?$

ب : برخورد به زمین $y = 0 = -5t^2 + 2t + 5$

$x = V_0 \cos\theta t = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1.2 = ?$

$V_x = V_0 \cos\theta = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

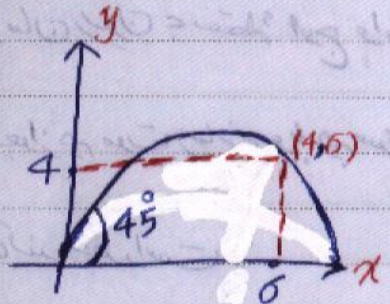
$V_y = -gt + V_0 \sin\theta \pm -10$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date : ../../..

* جسمی از سطح زمین تحت زاویه‌ی 45° پرتاب شده و در مسیر حرکت خود از نقطه‌ای به مختصات $(6,4)$ عبور می‌کند. بردار اوج این پرتابه را تعیین کنید :



$$y = \frac{-gx^2}{2V_0^2\cos^2\theta}$$

$$4 = \frac{-10(6)^2}{2V_0^2\left(\frac{1}{2}\right)} + 6(1) + 0$$

$$-2 = \frac{-360}{V_0^2} \Rightarrow V_0^2 = \frac{360}{2} = 180$$

$$\left(\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2}{4} = 1,2$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R = \frac{V_0^2\sin^2\theta}{g} = \frac{180\sin 90^\circ}{10} = 18\ m$$

$$h = \frac{V_0^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{180\times\frac{1}{2}}{2\times 10} = 4,5\ m$$

www.Delirium.Blog.ir

Subject : Date :

* تحت چه زاویه‌ای بردیک پرتابه دو برابر ارتفاع اوج آن می‌باشد؟

$$R=2h \qquad \frac{V_0 \sin\theta}{g} = 2\left(\frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}\right)$$

$$2\sin\theta\cos\theta = \sin^2\theta$$

$$2 = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

$$\theta = 63^\circ$$

KAVOSH

www.Delirium.Blog.ir