صفحات بلوری (Crystal planes)

در یک uc بی نهایت صفحه است، صفحات بلوری دارای خواص متفاوت، پس شناسایی صفحات مهم

*** نمایش صفحه در بلورشناسی**

بخوانید صفحه h، k ، l (hkl)

h ، k و l مولفه های صفحه

1

- **اگر مؤلفه های صفحه ای در یک عدد صحیح ضرب یا تقسیم شود به صفحاتی موازی صفحه اولیه می رسیم**

(h k l) ıı (nh nk nl) ıı (h/n k/n l/n)

(1 1 1) ıı (2 2 2) ıı (½ ½ ½)

- **اگر مولفه های از صفحه منفی بود، به شکل بار روی سر مولفه ها قرار می دهیم** $(\bar{1}11)$

- **در مبحث صفحات ۲ حالت داریم**
  الف- نام گذاری صفحه رسم شده (روش میلر)
  ب- رسم (h k l)

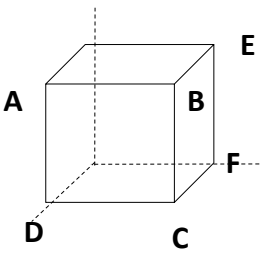
2

نامگذاری صفحه به روش میلر

برای پیدا کردن نام یا مولفه ها یا اندیس های میلر یک صفحه به ترتیب زیر عمل می شود

- **۱- تعیین محل تلاقی صفحه با محورهای مختصات**
- **۲- مختصات تلاقی بر عکس کرده**
- **۳- اعداد بدست آمده را در صورت امکان ساده و درون پرانتز قرار می دهند**

3



ABCD

X	Y	Z
1	∞	∞
1	0	0

نقاط تلاقی
عکس تلاقی

ABCD: (100)

BEFC

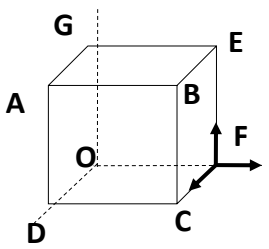
X	Y	Z	
∞	1	∞	نقاط تلاقی
0	1	0	عکس تلاقی

BEFC: (010)

4

- اگر صفحه از مبدأ بگذرد نمی توان نام گذاری کرد مانند AGOD، باید مبدأ را جا به جا کرد، مبدأ جدید نباید گوشه های صفحه باشد، گاهی یک یا چند مبدأ درست است. در این مثال C,F,E,B می تواند مبدأ جدید باشد

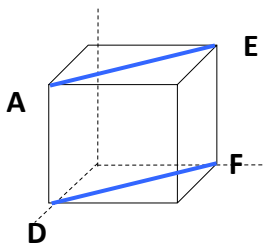
مبدا F ،صفحه AGOD



	X	Y	Z
نقاط تلاقی	∞	-1	∞
عکس تلاقی	0	-1	0

AGOD: $(0\bar{1}0)$

5



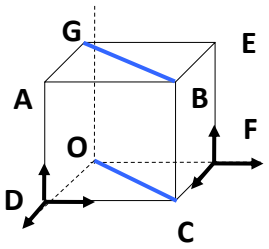
AEFD

	X	Y	Z
نقاط تلاقی	1	1	∞
عکس تلاقی	1	1	0

AEFD: (110)

6

صفحه GBCO از مبدا گذشته. نقاط A ، D، E و F می تواند مبدا جدید باشد



GBCO, مبدا D

X	Y	Z	
-1	1	∞	نقاط تلاقی
-1	1	0	عکس تلاقی

GBCO: $(\bar{1}10)$

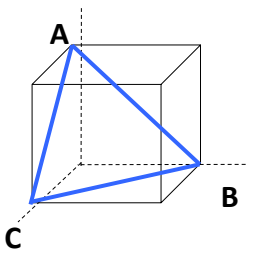
GBCO, مبدا F

X	Y	Z	
1	–1	∞	نقاط تلاقی
1	-1	0	عکس تلاقی

GBCO: $(1\bar{1}0)$

* برای صفحه GBCO با تغییر مبدا نام صفحه عوض شد، در حالی که هر ۲ یک صفحه هستند. نتیجه می گیریم اگر تمام مؤلفه های صفحه ای در منفی ضرب شود این دو صفحه با هم موازی یا بر هم منطبق اند

$(\bar{1}10) \parallel (1\bar{1}0)$



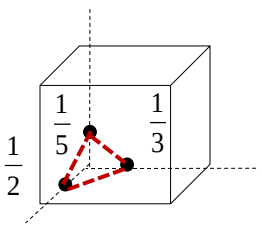
ABC

X	Y	Z	
1	1	1	نقاط تلاقی
1	1	1	عکس تلاقی

ABC: (111)

* نقاط تلاقی گوشه های صفحه اند، از وصل کردن آنها به هم شکل صفحه مشخص می شود

- گاهی نقاط تلاقی داده می شود و نام صفحه را می خواهند مانند ۲ مثال در ادامه



	X	Y	Z
نقاط تلاقی داده شده	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$
عکس تلاقی	2	3	5

(235)

X	Y	Z	
2	3	1	نقاط تلاقی داده شده
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	1	عکس تلاقی

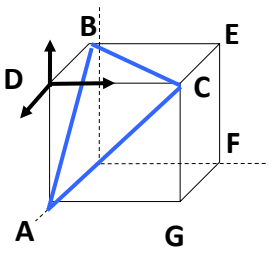
$$\left(\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}\,1\right) \parallel (3\,2\,6)$$

- نام صفحه نباید کسری بیان شود پس نام صفحه (326)

- صفحه با مولفه های کسری مانند $\left(\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}\,1\right)$ صفحه بزرگی است و

نمی توان در یک uc نشان داد، اما (326) کوچک است و در یک uc می توان رسم کرد

- صفحه مثلثی ABC باید با سه محور درون uc تلاقی کند، اگر نکرد، مبدأ اولیه مناسب نیست، مبدأ جدید نباید گوشه های صفحه باشد.
نقاط G, E, F نمی توانند مبدأ باشند چون سیستم مختصات جدید با صفحه ی مثلثی تلاقی نمی کند اما مبدأ می تواند نقطه ی D باشد.



ABC			مبدا D
X	Y	Z	
-1	1	-1	نقاط تلاقی
-1	1	-1	عکس تلاقی

ABC: $(\bar{1}1\bar{1})$

11

* از مثال ها نتیجه می گیریم

- وجوه مکعب را با ۲ صفر و ۱ یک نمایش می دهند مانند

$(100)(010)(00\bar{1})\cdots\cdots$

- صفحاتی که ۲ ضلع قطر وجه و۲ ضلع یال، با ۲ یک و ۱ صفر

$(110)(0\bar{1}1)\cdots\cdots$

- صفحات مثلثی با ۳ یک یا ۳ مولفه غیر صفر

$(111)(1\bar{1}1)\cdots\cdots$

- صفحاتی که یک یا دو مؤلفه ی آن یک و بقیه صفر است، به شکل ۴ گوشه هستند اما صفحاتی که هر سه مؤلفه های آن یک است به شکل مثلثی است.

12

- صفحه مثلثی باید با سه محور درون **uc** تلاقی کند، اگر نکرد، مبدأ مناسب نیست و مبدأ باید عوض شود

13

رسم (h k l)

نام صفحه داده شده است، باید رسم کنیم

- روش میلر را بر عکس کرده (شماره ۳ به ۱)

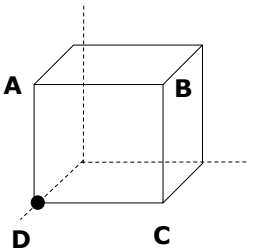
- اگر تمام نقاط تلاقی مثبت بود، آنها را پیدا کرده و به هم متصل می کنیم، اگر نقاط تلاقی منفی بود، مبدا را طوری تغییر می دهیم که نقاط منفی را بتوان درون **uc**، نشان داد و به هم متصل می کنیم

- از نتایج اسلایدهای ۱۲ و ۱۳ می توان استفاده کرد

14

مثال

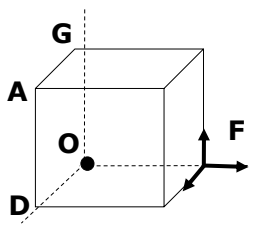
❊ (100) رسم کنید



	X	Y	Z
عکس تلاقی	1	0	0
نقاط تلاقی	1	∞	∞

ABCD

❊ $(0\bar{1}0)$ رسم کنید

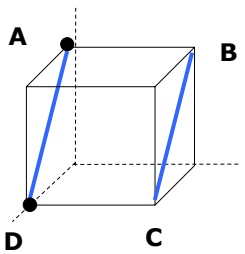


	X	Y	Z
عکس تلاقی	0	-1	0
نقاط تلاقی	∞	-1	∞

AGOD

مثال

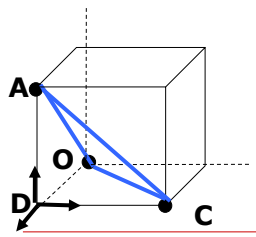
❊ (101) رسم کنید



	X	Y	Z
عکس تلاقی	1	0	1
نقاط تلاقی	1	∞	1

ABCD

❊ $(\bar{1}11)$ رسم کنید



	X	Y	Z
عکس تلاقی	-1	1	1
نقاط تلاقی	-1	1	1

OAC

صفحات هم خانواده

❊ صفحاتی که خواص فیزیکی یکسان دارند یا صفحاتی که از لحاظ بلوری هم ارزش ، در مکعب ۳ سری صفحات هم خانواده مهم

☐ ۱- صفحات معرف وجه مکعب ، ۶ صفحه معرف ۶ وجه

$(100)\ (010)\ (001)\ (\bar{1}00)\ (0\bar{1}0)\ (00\bar{1}) \equiv \{100\}$

این ۶ صفحه از لحاظ بلوری هم ارزش و به صفحات هم خانواده ۱، ۰، ۰ یا $\{100\}$ تعلق دارند.

☐ ۲- صفحاتی که ۲ ضلع قطر وجه و ۲ ضلع یال مکعب

$(110)(101)(011)$
$(\bar{1}\bar{1}0)(0\bar{1}\bar{1})(\bar{1}0\bar{1}) \equiv \{110\}$
$(\bar{1}10)(1\bar{1}0)(10\bar{1})\ (\bar{1}01)(01\bar{1})\ (0\bar{1}1)$

این ۱۲ صفحه از لحاظ بلوری هم ارزش و $\{110\}$ تعلق دارند.

۳- صفحات مثلثی

$$\begin{matrix}(111)(\bar{1}\,\bar{1}\,\bar{1}) \\ (\bar{1}\,11)(1\,\bar{1}\,1)(11\,\bar{1}) \\ (\bar{1}\,\bar{1}\,1)(\bar{1}\,1\,\bar{1})(1\,\bar{1}\,\bar{1})\end{matrix} \equiv \{111\}$$

۸ صفحه، از لحاظ بلوری هم ارزش و به $\{111\}$ تعلق دارند.

چگالی صفحه ای یا دانسیته صفحه ای (Planar density)

تعداد اتم های یک ساختار بلوری در واحد سطح یک صفحه مشخص

$$PD = \frac{No.of\ atoms}{area} \qquad \left(\frac{1}{mm^2}\right) \quad or \quad mm^{-2}$$

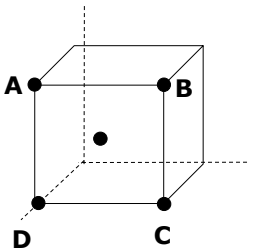
روش کار

۱- uc را با اتم ها رسم کرده ، صفحه مورد نظر مشخص کرده و بیرون می کشیم

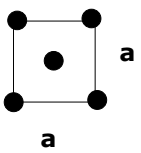
۲- اگر اتم در گوشه صفحه مربعی یا مستطیلی، سهم $\frac{1}{4}$ ، اگر اتم وسط یال، سهم $\frac{1}{2}$ و اتم وسط وجه سهم ۱

مسئله

چگالی صفحه ای را برای (100)، FCC بر حسب a و r محاسبه کنید (ثابت شبکه ای و شعاع اتمی).



(100)=ABCD



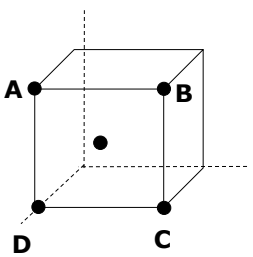
می دانیم در FCC

$$for\ FCC\ \rightarrow \sqrt{2}\,a \approx 4r$$

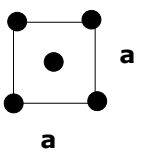
$$PD_{(100)FCC} = \frac{No.\ of\ atoms}{area} = \frac{4\times\frac{1}{4}+1\times1}{a^2} = \frac{2}{a^2} = \frac{2}{\left(\frac{4r}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{1}{4r^2}$$

مسئله

چه تعداد اتم در هر میلی متر مربع (100) سرب با ساختار FCC وجود دارد به شرط آن که شعاع اتمی سرب ۱/۷۵ Å باشد.



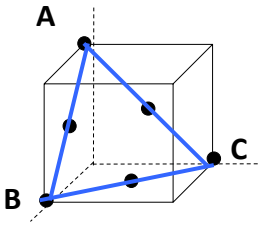
(100)=ABCD



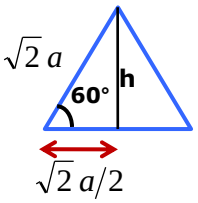
از مسئله قبل داریم

$$PD_{(100)FCC} = \frac{4\times\frac{1}{4}+1\times1}{a^2} = \frac{2}{a^2} = \frac{1}{4r^2} = \frac{1}{4\left(1.75\times10^{-7}\right)^2} = 8.2\times10^{12}\ \frac{atoms}{mm^2}$$

مسئله: چگالی صفحه ای را برای (111)، FCC بر حسب a محاسبه کنید.



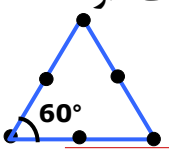
* **(111) در مکعب، مثلث متساوی الاضلاع است**



$$\sin 60 = \frac{h}{\sqrt{2}\,a} \quad \rightarrow \quad h = \sqrt{2}\,a \sin 60$$

$$Area_{ABC} = \sqrt{2}\,a\left(\frac{h}{2}\right) = \sqrt{2}\,a\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{2}\sin 60\right) = a^2 \sin 60$$

* **اتم گوشه با (111)، به نسبت زاویه 60/360 یا 1/6سطح مشترک دارد**



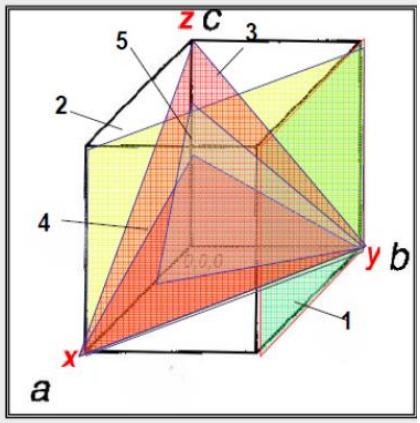
$$PD_{(111)FCC} = \frac{No.of\ atoms}{area} = \frac{3\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{2}}{a^2 \sin 60} = \frac{2}{a^2 \sin 60}$$

اگر PD را در امتداد $\{100\}$ ، $\{110\}$ و $\{111\}$ برای SC، BCC و FCC محاسبه کنیم داریم

* **بیشترین PD در SC در $\{100\}$**
* **بیشترین PD در BCC در $\{110\}$**
* **بیشترین PD در FCC در $\{111\}$**

Miller Indices-- Based on reciprocal of the intersection of the plane with the cell axes, indicated with **parenthesis** (*h, k, l*)

- Plane 1 $1/\infty$, 1/1, $1/\infty$ = **(010)**
- Plane 2 1/1 , 1/1, $1/\infty$ = **(110)**
- Plane 3 1/1, 1/1, 1/1 = **(111)**
- Plane 4 1/1 , 1/1, 1/(½) = **(112)**
- Plane 5 1/(½) , 1/1, 1/(¾) = **(634)**

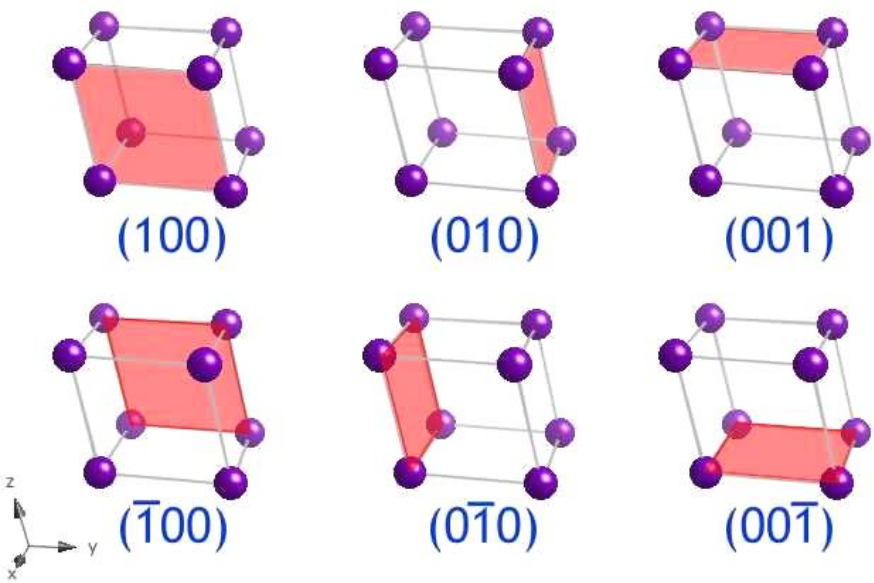


-- Parallel planes have the same value (111) = (222)

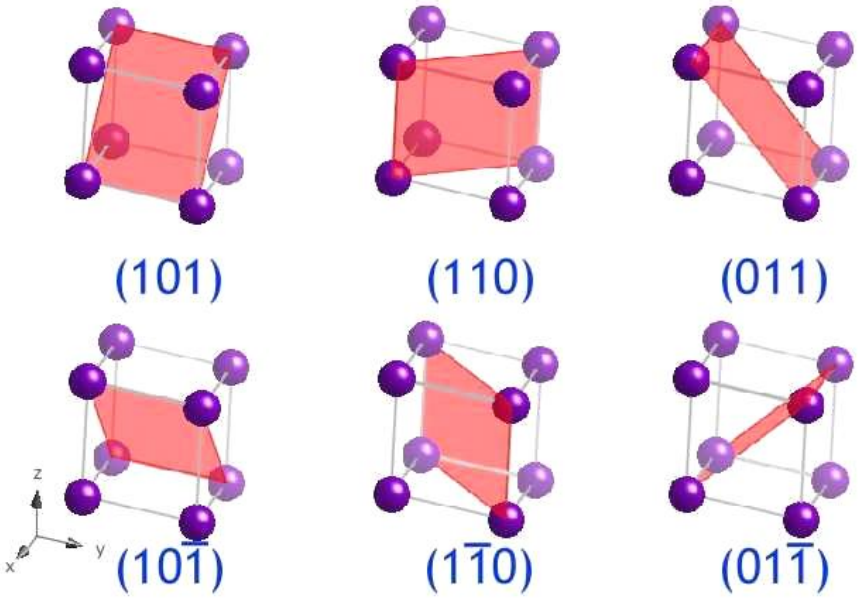
-- No Fractions, convert to integers (½ ½ 1) = (112)

Wiliam H. Miller, 1801-1880, Professor of Mineralogy,

25



26



27