

تمرین ۱: انتگرال مقابل را در نظر بگیرید: $\int_1^2 e^x dx$

مقدار آن را با شبیه سازی مونت - کارلو با ۱۰ نقطه ی داده شده بدست آورید.

x_i	۱/۱	۱/۳۱	۱/۵۱	۲/۵۵	...
y_i	۲/۲۱	۲/۹۱	۳/۲۵	۶/۲۳	...

(در امتحان نقاط به طور کامل داده می شود)

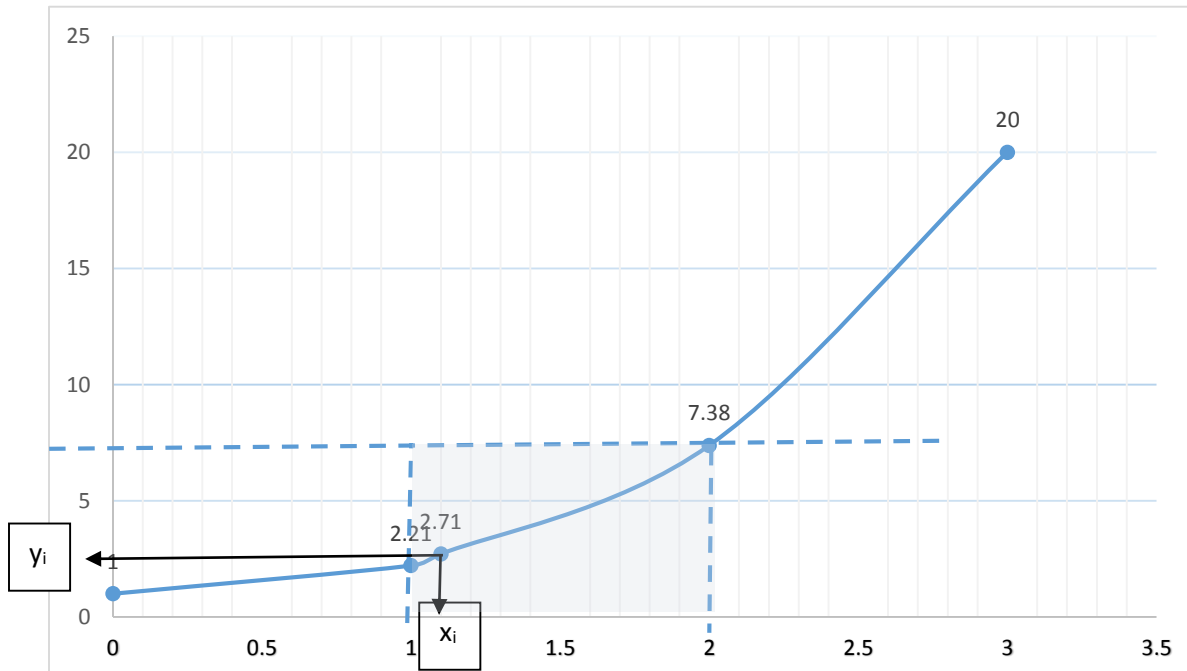
جواب:

۱- ابتدا رسم شکل $y = e^x$ با دادن نقاط

$$X = 0 \Rightarrow e^0 = 1$$

$$X = 1 \Rightarrow e^1 = ۲/۷۱$$

$$X = ۲ \Rightarrow e^2 = ۷/۳۸$$



$$\max \leq e^2 > e^1$$

۲- یافتن Max نقطه در آن بازه

۳- $(x_i, y_i) \Rightarrow (1/1, 2/۷۱)$ منطقه رنگی سطحی است که توسط انتگرال بدست می آید

$$y'_i = e^{x_i} \Rightarrow |y_i| \leq |y'_i| \Rightarrow n++$$

اگر $|y_i| \geq |y'_i|$ باشد نقطه (X_i, Y_i) بالای منحنی قرار می گیرد.

اگر $|y'_i| = |y_i|$ باشد نقطه دقیقاً روی منحنی قرار می گیرد.

$$y'_i = e^{r_i} \Rightarrow r/r_1 \leq e^{r_i} \Rightarrow n=1$$

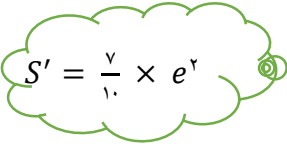
.

.

.

.

.

فرض $n=10 \Rightarrow S = 1 \times e^r \Rightarrow S' = \frac{y}{r} \times e^r$ 

تمرین ۲: معادله بیضی زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{معادله بیضی: } \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$$

با استفاده از شبیه سازی مونت-کارلو و ۱۰ نقطه داده شده ی زیر مساحت بیضی را بدست آورید.

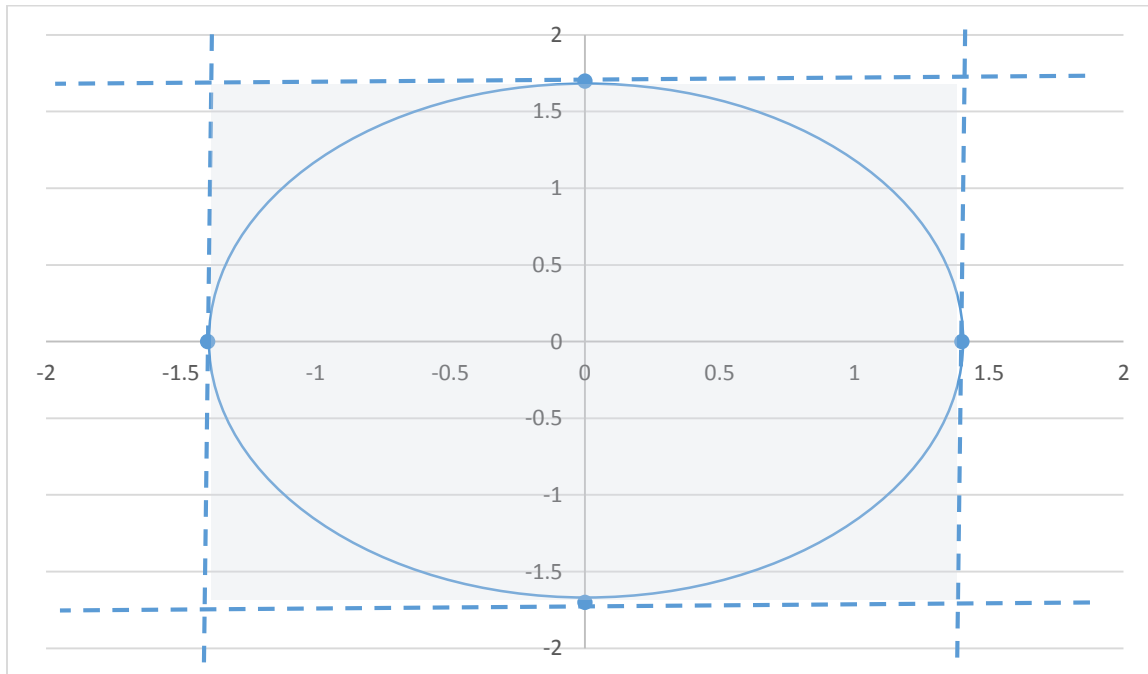
x_i	-0.2	-0.1	0.22	...
y_i	-0.3	-0.7	0.3	...

جواب:

ابتدا نقاط را بدست می آوریم و سپس شکل را می کشیم.

$$y = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{2} = 1 \Rightarrow x^2 = 2, x = \pm\sqrt{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{y^2}{3} = 1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3}$$



(x_i, y_i)

$$\frac{x^r}{r} + \frac{y^r}{r} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad n++$$

$$\frac{(-x/r)^r}{r} + \frac{(-y/r)^r}{r} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad n++$$

.

.

.

.

فرض $n=5$

$$S = 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$$

\Rightarrow

$$S' = \frac{5}{11} \times 4\sqrt{6}$$

تمرین ۳: معادله مقابل را در نظر بگیرید:

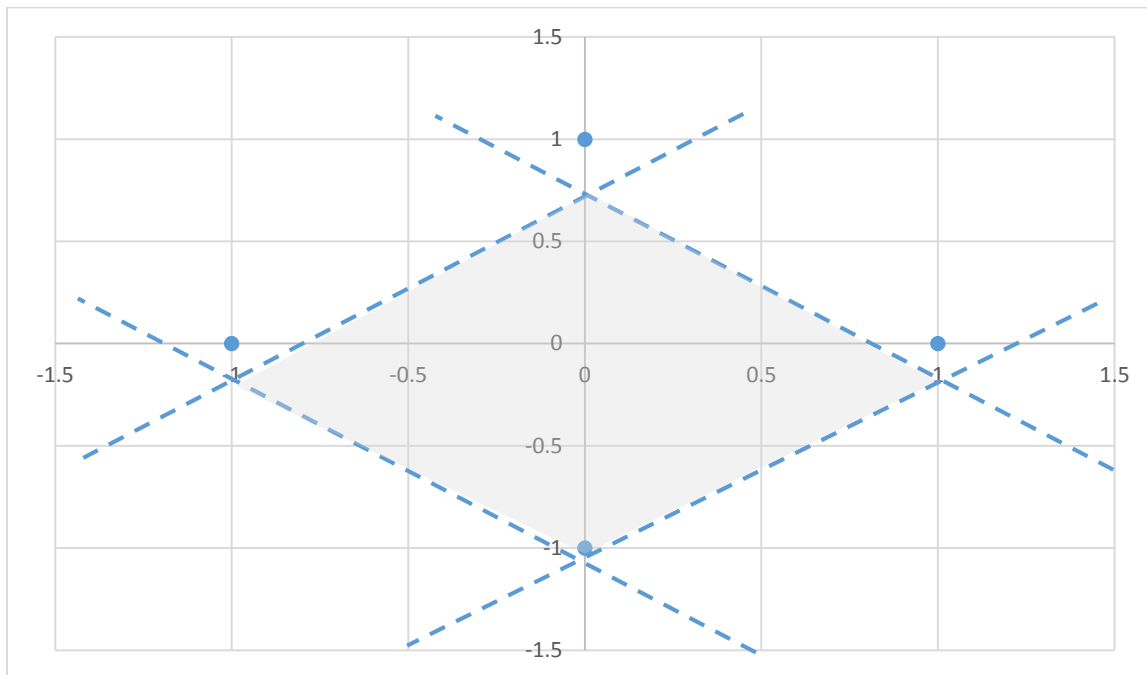
$$|x| + |y| = 1$$

مساحت این شکل را با استفاده از شبیه سازی مونت-کارلو و با استفاده از ۱۰ نقطه داده شده ی زیر تخمین بزنید.

x_i	-0.9	-0.7	\dots	0.31	\dots
y_i	-0.3	-0.21	\dots	0.42	\dots

جواب:

$$y = 0 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$



$$|x_i| + |y_i| \leq 1 \Rightarrow n = ?$$

$$|-0.9| + |-0.3| \leq 1 \Rightarrow 0.9 + 0.3 \not\leq 1$$

$$|-0.7| + |-0.21| \leq 1 \Rightarrow n = 1$$

$$|0.31| + |0.42| \leq 1 \Rightarrow n = 2$$

با این فرض که ۷ نقطه دیگر مقدارش ۱ ≤ شود که غ ق است.

$$S = 2 \times 2 = 4$$

$$S' = \frac{2}{10} \times 4 = 0.8$$