سرشاخ شدن با کنکور
konkoori.blog.ir

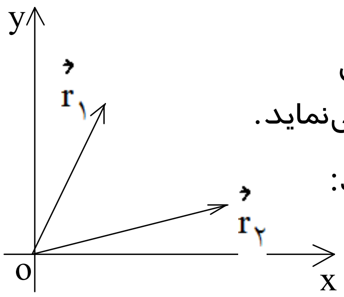
سرشاخ شدن با کنکور

- خلاصه مطالب دروس
- جزوات برترین اساتید
- ارایه نکات کنکوری
- مشاوره کنکور
- اخبار کنکوری ها

«همه وهمه در سرشاخ شدن با کنکور»

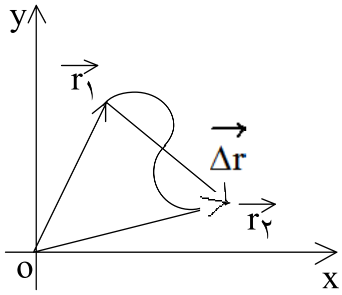
www.konkoori.blog.ir

۱- مفاهیم اولیه



متحرکی را در نظر بگیرید که در صفحه‌ی xoy حرکت می‌کند. بردار مکان متحرک، برداری است که مرکز دستگاه مختصات را به محل جسم متصل می‌نماید.

در شکل بردار مکان اولیه و ثانویه به‌صورت $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ نمایش داده شده است:



۲- بردار جابه‌جایی: برداری است که از تفاضل بردارهای مکان ثانویه و اولیه به‌دست می‌آید. این بردار با نام بردار $\vec{\Delta r}$ نمایش داده می‌شود:

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

بردار جابه‌جایی را می‌توان برحسب مؤلفه‌های بردارهای مکان هم‌به‌دست آورد:

$$\vec{\Delta r} = \vec{\Delta x} + \vec{\Delta y} \Rightarrow \quad \vec{\Delta x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 \quad \vec{\Delta y} = \vec{y}_2 - \vec{y}_1$$

۳- نکته: اگر دستگاه مختصات را جابه‌جا نماییم، بردارهای مکان و مؤلفه‌های افقی و قائم آن‌ها تغییر می‌کنند ولی بردار جابه‌جایی تغییر نمی‌کند.

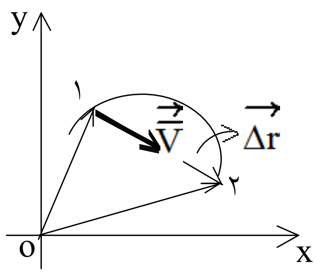
اگر مختصات مبداءِ مختصات جدید به‌صورت x'o'y' باشد، بردارهای مکان جسم بدین شکل معرفی می‌شوند:

$$y' = y - y_{o'} \quad \text{و} \quad x' = x - x_{o'}$$

که در آن $x_{o'}$ و $y_{o'}$ مختصات نقطه‌ی o' در دستگاه قبلی است. لذا بردار جابجایی و مولفه‌های عمودی و افقی این بردار به صورت زیر است:

$$\left.\begin{aligned}\vec{\Delta x'} &= \left(\vec{x}_2 - \vec{x}_{o'}\right) - \left(\vec{x}_1 - \vec{x}_{o'}\right) = \vec{x}_2 - \vec{x}_1\\ \vec{\Delta y'} &= \left(\vec{y}_2 - \vec{y}_{o'}\right) - \left(\vec{y}_1 - \vec{y}_{o'}\right) = \vec{y}_2 - \vec{y}_1\end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{\Delta r'} = \vec{\Delta x'} + \vec{\Delta y'} = \vec{\Delta x} + \vec{\Delta y} = \vec{\Delta r}$$

۴- سرعت متوسط

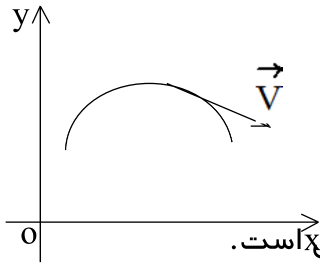


تعریف: برابر است با نسبت جابه‌جایی جسم به زمان جابه‌جایی $\vec{\bar{V}} = \dfrac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$

چون جابه‌جایی یک کمیت برداری است، پس سرعت متوسط نیز کمیتی است برداری و یکای آن در سیستم SI متر بر ثانیه $\left(\dfrac{m}{s}\right)$ است.

بردار سرعت متوسط بر بردار جابه‌جایی منطبق است.

۵- سرعت لحظه‌ای

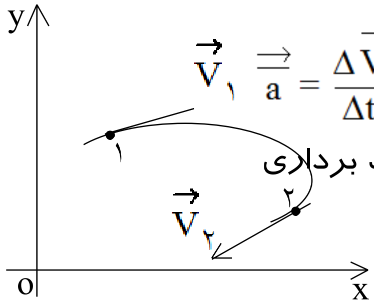


تعریف: برابر است با آهنگ تغییر مکان جسم. $\vec{V} = \frac{\overrightarrow{dx}}{dt}$

سرعت لحظه‌ای نیز یک کمیت برداری است و یکای آن نیز $\frac{m}{s}$ است.

راستای بردار سرعت لحظه‌ای در هر نقطه از مسیر بر مسیر حرکت مماس است.

۶- شتاب متوسط

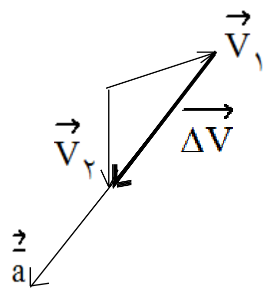


تعریف: برابر است با نسبت تغییر سرعت جسم به زمان تغییر سرعت. $\vec{\bar{a}} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$

چون سرعت یک کمیت برداری است، پس شتاب متوسط نیز کمیتی است برداری

و یکای آن در سیستم SI متر بر مجذور ثانیه $\left(\frac{m}{s^2}\right)$ است.

۷- اگر خواسته باشیم بردار شتاب متوسط را رسم نماییم. نخست باید بردارهای سرعت اولیه و سرعت ثانویه را از یک نقطه نمایش دهیم و پس از رسم بردار تغییر سرعت، بردار شتاب متوسط را منطبق بر آن ترسیم نماییم.



۸- شتاب لحظه‌ای

تعریف: برابر است با آهنگ تغییر سرعت جسم. $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{dv}}{dt}$

شتاب لحظه‌ای نیز یک کمیت برداری است و یکای آن نیز $\frac{m}{s^2}$ است.

۹- حرکت بر مسیر مستقیم

در این نوع حرکت، متحرک در مسیری مستقیم حرکت می‌کند و چون همه بردارهای جابجایی یا سرعت یا شتاب متحرک بر یک راستا قرار می‌گیرند، عملیات برداری به عملیات جبری تبدیل می‌شوند.

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{و} \quad V = \frac{dx}{dt} \quad \text{و} \quad \bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{و} \quad a = \frac{dV}{dt}$$

۱۰- چند تعریف (حرکت بر مسیر مستقیم):

۱- معادله حرکت: رابطه‌ای است بین مکان جسم و زمان حرکت. مانند: $x = t^{۳} - ۵$ یا $x = \sin t$

۲- معادله سرعت: رابطه‌ای است بین سرعت جسم و زمان حرکت. مانند: $v = ۳t^{۲}$ یا $v = \cos t$

۳- معادله شتاب: رابطه‌ای است بین شتاب جسم و زمان حرکت. مانند: $a = ۶t$ یا $a = -\sin t$

توجه داشته باشیم که معادله سرعت با مشتق گرفتن از معادله حرکت و معادله شتاب با مشتق گرفتن از معادله سرعت به‌دست می‌آید.

٤- مبدأ زمان: لحظه شروع محاسبه زمان است. $(t_{۰})$

۵- مکان اولیه: مکان متحرک است در مبدأ زمان. $(x_{۰})$

۶- سرعت اولیه: سرعت متحرک است در مبدأ زمان. $(v_{۰})$

۱۱- حرکت در مسیر مستقیم با سرعت ثابت

ویژگی‌ها:

۱- جابه‌جایی‌های انجام شده در زمان‌های مساوی دارای مقادیر یکسانی است.

۲- سرعت ثابت است پس مقدار شتاب در این حرکت برابر صفر است.

۳- معادله حرکت از درجه یک است: $x = v.t + x_{۰}$

٤- معادله سرعت فاقد درجه است: $v = k$

۱۲- نکاتی در مورد سرعت متوسط در حرکت بر مسیر مستقیم با سرعت ثابت:

۱- برای به‌دست‌آوردن سرعت متوسط در حالتی‌که متحرک نصف مسیر حرکت را با سرعت ثابت $v_{۱}$ و نصف دیگر آن را با سرعت ثابت $v_{۲}$ طی نموده است، از رابطه‌ی $\bar{v} = \frac{۲v_{۱}v_{۲}}{v_{۱} + v_{۲}}$ استفاده می‌نماییم.

۲- اگر متحرک نصف زمان حرکت را با سرعت ثابت $v_{۱}$ و نصف دیگر زمان حرکت را با سرعت ثابت $v_{۲}$ طی کرده باشد، از رابطه‌ی $\bar{v} = \frac{v_{۱} + v_{۲}}{۲}$ استفاده می‌کنیم.

۳- در حالت کلی اگر متحرک $\frac{m}{n}$ مسیر حرکت را با سرعت ثابت $v_{۱}$ و بقیه‌ی آن‌را با سرعت ثابت $v_{۲}$ طی کند. سرعت متوسط در این حرکت از رابطه $\bar{v} = \frac{nv_{۱}v_{۲}}{mv_{۲} + (n-m)v_{۱}}$ بدست می‌آید.

۱۳- ۳- اگر مسیر حرکت و یا زمان حرکت را به قطعات مختلف تقسیم کرده و هر قسمت را با سرعت‌های متفاوتی طی نماییم، بهتر است برای مسیر یا زمان حرکت مقدار مشخصی را به طور فرضی در نظر گرفته و بر اساس اعداد حاصل مسئله را حل نماییم.

مثال: متحرکی ثلث مسیر مستقیم را با سرعت ۱۰ متربرثانیه و مابقی آن را با سرعت ۳۰ متربرثانیه طی نموده است. سرعت متوسط آن در کل مسیر چقدر بوده است؟

حل:

روش اول:

$$\text{فرضی}\quad x=۹۰m \Rightarrow x_۱=۳۰m \text{ و } x_۲=۶۰m \Rightarrow t_۱=\frac{۳۰}{۱۰}=۳s \text{ و } t_۲=\frac{۶۰}{۳۰}=۲s \Rightarrow \bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \bar{v}=\frac{۹۰}{۳+۲}=۱۸\frac{m}{s}$$

روش دوم: با توجه به نکته ۳، $m=۱$ و $n=۳$ است:

$$\bar{v}=\frac{۳\times ۱۰\times ۳۰}{۳۰\times ۱+(۳-۱)\times ۱۰}=\frac{۹۰۰}{۳۰+۲۰}=۱۸\frac{m}{s}$$

۱۴- حرکت در مسیر مستقیم با شتاب ثابت

ویژگی‌ها:

۱- شتاب ثابت است پس شتاب متوسط برابر است با شتاب لحظه‌ای.

۲- مقدار تغییر سرعت در زمان‌های مساوی دارای مقادیر یکسانی است.

۳- اگر سرعت اولیه صفر باشد، جابه‌جایی متحرک در زمان t با $t^۲$ متناسب می‌باشد پس:

$$v_۰=۰ \Rightarrow \Delta x \propto t^۲$$

٤- معادله حرکت از درجه دو است: $x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰$

۵- معادله سرعت از درجه یک است: $v=at+v_۰$

۶- معادله شتاب فاقد درجه است: $a=k$

۷- در این حرکت جابه‌جایی‌های انجام شده در زمان‌های مساوی و متوالی جملات یک تصاعد حسابی هستند با قدر نسبت $at^۲$. (مهم)

۱۵- روابط حرکت در مسیر مستقیم با شتاب ثابت

۱- رابطه مستقل از شتاب: $\Delta x=\frac{v+v_۰}{۲}t$

۲- رابطه مستقل از زمان: $v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x$

۳- سرعت متوسط: $\bar{v}=\frac{v+v_۰}{۲}$

٤- جابه‌جایی در ثانیه آخر: $d=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰$

۵- جابه‌جایی در n ثانیه آخر از حرکت t ثانیه‌ای: $d=\frac{۱}{۲}an(۲t-n)+v_۰n$

۱۶- حرکت شتاب‌دار بر دو دسته است: (چه شتاب ثابت باشد و چه نباشد.)

۱- کند شونده: مقدار سرعت در حال کاهش است و شرط آن این است که: $aV < ۰$

۲- تند شونده: مقدار سرعت در حال افزایش است و شرط آن این است که: $aV > ۰$

۱۷- چند نکته:

۱- در هنگام عبور متحرک از مبدأ داریم: $x = ۰$

۲- در هنگام توقف داریم: $v = ۰$

۳- در هنگام تغییر جهت حرکت برای یک لحظه داریم: $v = ۰$ (این شرط لازم است اما کافی نیست.)

٤- صفر شدن سرعت به معنای صفر شدن مکان و یا شتاب نیست.

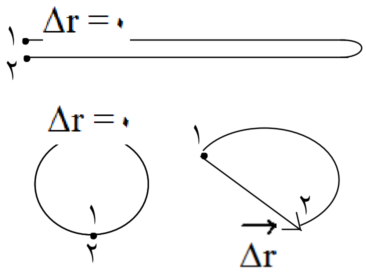
۵- صفر شدن جابه‌جایی یا مکان به معنای صفر شدن سرعت و یا شتاب نیست.

۱۸- نکته:

جابه‌جایی متحرک ربطی به شکل مسیر نداشته و تنها وابسته به نقاط ابتدا و انتهای مسیر است.

نکته:

مسافت طی شده به شکل مسیر وابسته است و مقدار آن تنها با عدد مثبت بیان می‌شود.



۱۹- نکته: برای حل بسیاری از مسائل می توان از مفهوم حرکت نسبی استفاده کرد.

در این مورد یکی از متحرک‌ها را ثابت فرض نموده و شتاب و سرعت متحرک دیگر را نسبت به آن محاسبه نموده و مسئله را بر اساس داده‌های جدید حل می کنیم.

مثال: دو متحرک که در فاصله‌ی ۱۰۰ متری از هم واقعند در مسیری مستقیم با شتاب‌های $a_۱ = ۵\frac{m}{s^۲}$ و $a_۲ = ۳\frac{m}{s^۲}$ به طرف هم شروع به حرکت می‌کنند. پس از چند ثانیه به هم می‌رسند؟

یکی از متحرک‌ها را ثابت فرض کرده، شتاب متحرک دوم برابر می‌شود با:

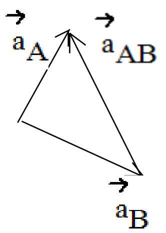
$a = a_۱ + a_۲$

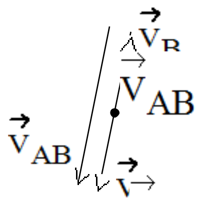
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{۱}{۲}(۵ + ۳)t^۲ \Rightarrow t = ۵s$$

۲۰- یاد آوری:

۱- سرعت نسبی متحرک A نسبت به متحرک B: $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$

۲- شتاب نسبی متحرک A نسبت به متحرک B: $\vec{a}_{AB} = \vec{a}_A - \vec{a}_B$





۲۱- سقوط آزاد

همه‌ی اجسام در غیاب مقاومت هوا و در مجاورت سطح زمین با شتاب ثابت و یکسانی در حال سقوط هستند.

پس این حرکت یک حرکت در مسیر مستقیم با شتاب ثابت است و روابط این حرکت عبارتند از:

۱- معادله حرکت: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t + y_0$

۲- معادله سرعت: $V = -gt + V_0$

۳- رابطه مستقل از شتاب: $h = \frac{V + V_0}{2} \times t$

٤- رابطه مستقل از زمان: $V^2 - V_0^2 = -2gh$

(در همه روابط چون شتاب g رو به پایین است، با علامت منفی وارد رابطه شده است.)

۲۲- به خاطر داشته باشیم که در سقوط آزاد جهت مثبت حرکت رو به بالا انتخاب شده است. پس مقدار شتاب سقوط همواره منفی است. اما مقادیر سرعت یا جابه‌جایی یا مکان می‌تواند مثبت یا منفی باشد. مثلاً اگر جسم را رو به بالا پرتاب نماییم، سرعت اولیه دارای مقدار مثبت است و اگر آن را رو به پایین پرتاب نماییم، مقدار سرعت اولیه با علامت منفی در روابط وارد می‌شود.

در حل مسائل سقوط آزاد می‌توان گاهی اوقات جهت رو به پایین را مثبت فرض کرد. توصیه می‌شود این کار تنها در حالتی صورت گیرد که حرکت جسم در تمام مدت رو به پایین صورت گرفته باشد. در حالت کلی جهت مثبت را در هر صورتی که در نظر بگیریم، اگر مقادیر سرعت یا شتاب منفی بدست آید، بدان معناست که سرعت و شتاب در سوی مخالف جهت مثبت قرار دارد.

۲۳- چند رابطه‌ی مفید درباره‌ی سقوط آزاد

۱- زمان اوج:

$$t = \frac{V_0}{g}$$

۲- زمان بازگشت به محل پرتاب:

$$t = \frac{2V_0}{g}$$

۳- ارتفاع اوج:

$$h = \frac{V_0^2}{2g}$$

٤- سرعت جسم در ارتفاع h:

$$V = \sqrt{V_0^2 - 2gh}$$

۵- سرعت گلوله‌ای که به طرف بالا پرتاب شده در $\frac{m}{n}$ ارتفاع اوج:

$$V = V_0^2\sqrt{1 - \frac{m}{n}}$$

۶- زمان رسیدن گلوله‌ای که به طرف بالا پرتاب شده به $\frac{m}{n}$ ارتفاع اوج:

$$t = t_h\left(1 - \sqrt{1 - \frac{m}{n}}\right)$$

۷- جابه‌جایی در n ثانیه آخر از سقوط t ثانیه‌ای:

$$d = \frac{1}{2}gn(2t - n) + V_0 n$$

۲۴- چند نکته:

چون حرکت سقوط آزاد یک حرکت در مسیر مستقیم با شتاب ثابت است، پس همه‌ی نکات گفته شده در مورد آن حرکت در مورد سقوط آزاد نیز صدق می‌کند. از جمله:

۱- تغییرات سرعت در این حرکت در زمان‌های مساوی دارای مقادیر یکسانی است.

۲- جابه‌جایی متحرک متناسب با مجذور زمان حرکت است. (اگر $V_0 = 0$)

۳- معادله حرکت از درجه دو است.

٤- معادله سرعت از درجه یک است.

۵- جابه‌جایی‌های انجام شده در زمان‌های مساوی و متوالی T جملات یک تصاعد حسابی هستند با قدر نسبت gT^2.

۶- شرط کند شونده بودن حرکت: $gV < 0$

۷- شرط تند شونده بودن حرکت: $gV > 0$

۸- در هنگام عبور متحرک از مبدأ داریم: $y = 0$

۹- در هنگام توقف داریم: $V = 0$

۱۰- در هنگام تغییر جهت حرکت داریم: $V = 0$

۱۱- صفر شدن سرعت به معنای صفر شدن شتاب یا مکان یا جابه‌جایی نیست.

۱۲- صفر شدن جابه‌جایی یا مکان به معنای صفر شدن شتاب یا سرعت نیست.

۲۵- نکته: در حرکت سقوط آزاد زمان رفت و برگشت جسم بین دو تراز برابر است و این ربطی ندارد به این که ترازها در محل پرتاب یا اوج باشند.

نکته: هم‌چنین سرعت رفت و برگشت جسم در یک تراز مشخص دارای مقدار یکسانی است.

۲۶- چند نکته در باب سقوط آزاد:

۱- اگر ارتفاع سقوط را n برابر نماییم سرعت برخورد با زمین $\sqrt{n}$ برابر می شود. (به شرط $V_0 = 0$)

۲- اگر ارتفاع سقوط را n برابر نماییم زمان رسیدن به زمین $\sqrt{n}$ برابر می‌شود. (به شرط $V_0 = 0$)

۳- اگر سرعت پرتاب جسم را به سمت بالا n برابر نماییم، ارتفاع اوج n^2 برابر می‌شود.

٤- اگر سرعت پرتاب جسم را به سمت بالا n برابر نماییم، زمان رسیدن به اوج n برابر می‌شود.

۲۷- یک مطلب مهم:

فرض کنید گلوله‌ای از سطح زمین با سرعت V_0 به سمت بالا پرتاب شود و در دو لحظه‌ی t_1 و t_2 از ارتفاع h عبور نماید. در این صورت می‌توان نوشت: $h = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t$ و از آن‌جا:

$$\frac{1}{2}gt^2 - V_0 t + h = 0$$

در این معادله درجه ۲ ریشه‌ها همان t_1 و t_2 هستند و داریم:

$$t_1 t_2 = \frac{2h}{g} \qquad t_2 + t_1 = \frac{2V_0}{g} \qquad t_2 - t_1 = \frac{2\sqrt{V_0^2 - 2gh}}{g} = \frac{2V}{g}$$

سرعت در هنگام عبور از ارتفاع h

این روابط ارزشمند هستند.

۲۸- حرکت صفحه‌ای

گاهی متحرک در یک صفحه جابه‌جا می‌شود که به عبارتی می‌توان گفت در هر دو بعد افقی و قائم دارای جابه‌جایی است. در این صورت برای تحلیل حرکت جسم، می‌توان حرکت افقی و قائم آن را به طور جداگانه مورد بررسی قرار داد و در صورت نیاز هر جا لازم بود، نتایج را ترکیب کرد.

به یاد داشته باشیم که سرعت کل متحرک در هر لحظه برآیند برداری دو مؤلفه سرعت آن در دو راستای x و y است.

همچنین است شتاب کل متحرک که در هر لحظه برآیند برداری دو مؤلفه شتاب متحرک در دو راستای x و y است.

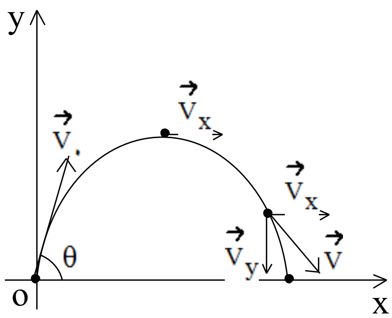
$$\vec{a}_t = \vec{a}_x + \vec{a}_y \quad \text{و} \quad \vec{V}_t = \vec{Vx} + \vec{V}_y$$

رابطه‌ی مستقیم بین جابه‌جایی افقی و قائم متحرک که به عبارتی معادله مسیر متحرک نیز هست، با حذف t از روابط آن‌ها به دست می‌آید. مثلاً $y = \frac{x^۲}{۴} \Leftarrow y = t^۲$ و $x = ۲t$ اگر

اگر معادله‌ی حرکت افقی یا حرکت قائم متحرک به صورت $x = k$ یا $y = k$ داده شده باشد، در این صورت مسیر حرکت متحرک خط راستی است موازی محور افقی یا قائم و معادله‌ی مسیر آن همان روابط $x = k$ یا $y = k$ می‌باشد.

۲۹- حرکت پرتابی

یکی از نمونه‌های حرکت صفحه‌ای است که در هنگام بررسی آن را به دو حرکت افقی و قائم تجزیه می‌نماییم. حرکت افقی متحرک حرکتی است در مسیر مستقیم با سرعت ثابت $V_۰ \cos\theta$ (θ زاویه پرتاب نسبت به راستای افقی می‌باشد.)
حرکت قائم آن حرکت سقوط آزاد با سرعت اولیه‌ی $V_۰ \sin\theta$ می‌باشد.



۳۰- در مورد حرکت افقی پرتابه این روابط برقرار است:

$$V_x = V_0 \cos\theta \quad \text{و} \quad x = V_0 t \cos\theta$$

و در مورد حرکت قائم آن این روابط برقرار است:

$$V_y = -gt + V_0 \sin\theta \quad \text{و} \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \sin\theta$$

بردار مکان پرتابه در هر نقطه از مسیر برآیند برداری جابه‌جایی‌های افقی و قائم متحرک است.

$$\vec{r} = \vec{x} + \vec{y}$$

و بردار سرعت آن نیز در هر نقطه از مسیر برآیند سرعت‌های افقی و قائم آن است.

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$$

رابطه‌ی مستقل از زمان بین جابه‌جایی افقی و قائم پرتابه چنین است:

$$y = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2\theta} + x\,tg\theta$$

دقت نمایید که در حرکت پرتابی سرعت و شتاب حرکت هیچ‌گاه صفر نمی‌شوند.

۳۱- دیگر روابط مهمی که در حرکت پرتابی مورد استفاده قرار می‌گیرد:

زمان رسیدن به اوج:

$$t = \frac{V_0 \sin\theta}{g}$$

زمان رسیدن به تراز پرتاب:

$$t = \frac{2V_0 \sin\theta}{g}$$

ارتفاع اوج:

$$h = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

برد افقی:

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

دقت نمایید رابطه فوق وقتی قابل استفاده است که نقاط پرتاب و برخورد در یک تراز باشند.

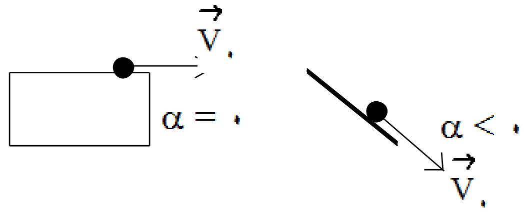
سرعت در ارتفاع h:

$$V = \sqrt{V_0^2 - 2gh}$$

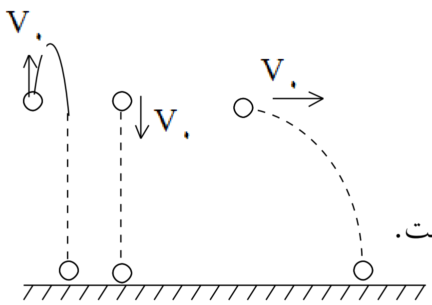
۳۲- چند نکته درباره‌ی حرکت پرتابی:
- سرعت پرتابه در اوج به حداقل می‌رسد. این سرعت افقی بوده و مقدار آن برابر $V_0 \cos\theta$ می‌باشد.
- سرعت پرتابه در ارتفاع پرتاب برابر سرعت اولیه پرتاب بوده و این ربطی به زاویه پرتاب ندارد.
- مولفه قائم سرعت در تراز پرتاب نیز برابرمولفه قائم سرعت اولیه پرتاب می‌باشد.
- در هر ارتفاعی سرعت و مولفه قائم سرعت در رفت و برگشت دارای مقدار برابر می‌باشند.

۳۳- چند نکته درباره‌ی حرکت پرتابی:
- زمان بالا رفتن و پایین آمدن بین هر دو ارتفاعی در غیاب مقاومت هوا برابر است.
- مقدار زاویه برخورد با زمین در تراز پرتاب با مقدار زاویه پرتاب برابر است.
- وقتی برد افقی پرتابه حداکثر است که زاویه پرتاب ۴۵ درجه باشد.
- در حرکت پرتابی جهت بردار شتاب همواره در راستای قائم و رو به پایین است.
- برد افقی سرعت در دو زاویه پرتاب برابر می‌گردد. این دو زاویه باید متمم باشند: $\alpha + \beta = 90^\circ$

۳۴- چند نکته درباره‌ی حرکت پرتابی:
- در طول حرکت زاویه بین بردار مکان و بردار شتاب متحرک کاهش می‌یابد.
- در طول حرکت زاویه بین بردار سرعت و بردار شتاب متحرک کاهش می‌یابد.
- مقدار زاویه پرتاب در روابط می‌تواند صفر یا منفی باشد.



۳۵- نکته:
اگر پرتابه از ارتفاع معینی و با سرعت معینی در زوایای متفاوتی پرتاب گردد، سرعت برخورد آن با ترازی معین برابر است. مثلاً اگر گلوله‌هایی به‌صورت افقی یا رو به بالا یا رو به پایین از ارتفاع معینی با سرعت یکسان شلیک شوند، با سرعتی برابر به زمین می‌رسند. اما زمان رسیدن گلوله‌ها به سطح زمین یکسان نیست.

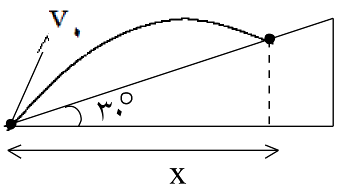


سرعت ها در برخورد با زمین برابر است.

۳۶- نکته:

در بعضی مسائل پرتابه پس از شلیک بر روی یک سطح شیب‌دار فرود می‌آید. به این مثال توجه نمایید:

از پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویه ۳۰ می‌سازد جسمی با زاویه ۶۰ درجه نسبت به افق با سرعت ۲۰ متربرثانیه پرتاب می‌شود. فاصله افقی محل برخورد آن روی سطح با محل پرتاب چند متر است؟



حل:

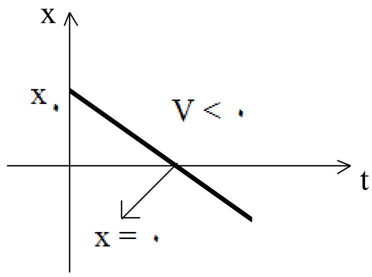
معادله مسیر: $y = -\frac{x^2}{20} + \sqrt{3}x$

معادله سطح شیب‌دار: $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

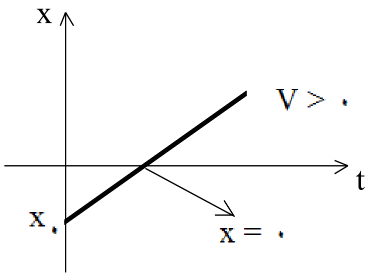
معادلات مسیر و سطح شیب‌دار را قطع می‌دهیم.

$$\Rightarrow -\frac{x^2}{20} + \sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3}x \Rightarrow x = 22.8\ m$$

۳۷- نمودار مکان- زمان حرکت در مسیر مستقیم با سرعت ثابت:



نمودار(۲)



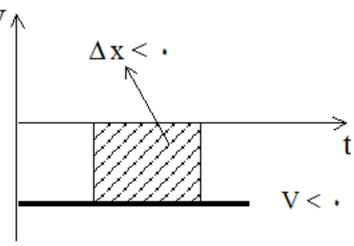
نمودار(۱)

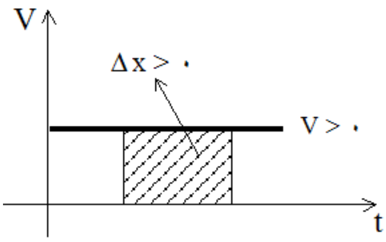
در این نمودار شیب خط (که ثابت هم هست) برابر است با سرعت متحرک و نقطه‌ی آغاز نمودار نشان‌دهنده‌ی مکان اولیه است.

در نمودار (۱) سرعت متحرک مثبت و در نمودار (۲) سرعت متحرک منفی است.

از روی این نمودار همچنین می‌توان مقادیر مکان را در زمان‌های مختلف به دست آورد.

۳۸- نمودار سرعت- زمان حرکت در مسیر مستقیم با سرعت ثابت:



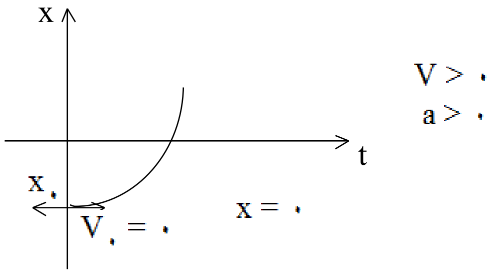


در این نمودارها سطح زیر منحنی برابر است با جابه‌جایی متحرک.

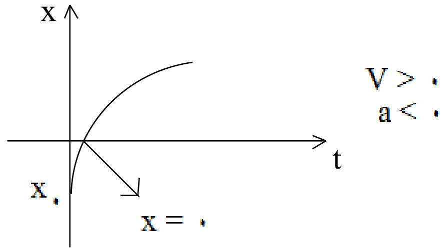
اگر این سطح زیر محور افقی باشد، جابه‌جایی منفی است و اگر این سطح بالای محور افقی باشد، جابه‌جایی مثبت است.

برای محاسبه‌ی مسافت طی شده توسط متحرک در این نمودارها، همه‌ی سطوح را با علامت مثبت با یکدیگر جمع می‌کنیم.

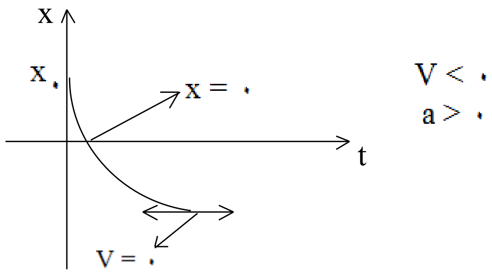
۳۹- نمودار مکان- زمان حرکت در مسیر مستقیم با شتاب ثابت:



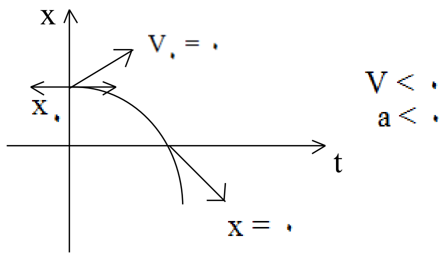
نمودار(۱)



نمودار(۲)



نمودار(۳)

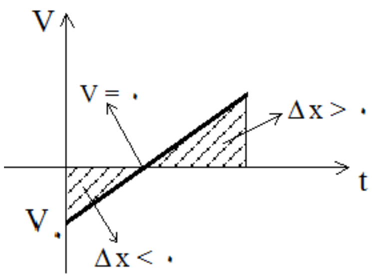


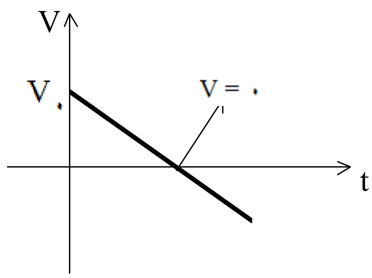
نمودار(۴)

- در این نمودار شیب خط برابر است با سرعت متحرک. پس در نمودارهای ۱ و ۲ سرعت متحرک، مثبت و در نمودارهای ۳ و ٤ سرعت متحرک، منفی است.
- در این نمودارها نقطه‌ی آغاز نمودار، نشان‌دهنده‌ی مکان اولیه‌ی متحرک است.
- از روی این نمودار همچنین می‌توان به علامت شتاب پی برد. زیرا شتاب مشتق دوم مکان است. نمودارهایی که تعقر آن‌ها روبه بالاست نشان‌دهنده‌ی حرکت با شتاب مثبت و نمودارهایی که تعقر آن‌ها روبه پایین است نشان‌دهنده‌ی حرکت با شتاب منفی می‌باشند.

همچنین با توجه به افزایش یا کاهش شیب منحنی می‌توان به افزایش یا کاهش سرعت پی برد.
به هر حال به یاد داشته باشیم که در حرکت تندشونده علامت سرعت و شتاب موافق است(نمودارهای ۱ و ٤) و در حرکت کندشونده علامت سرعت و شتاب مخالف یکدیگرند(نمودارهای ۲ و ۳).

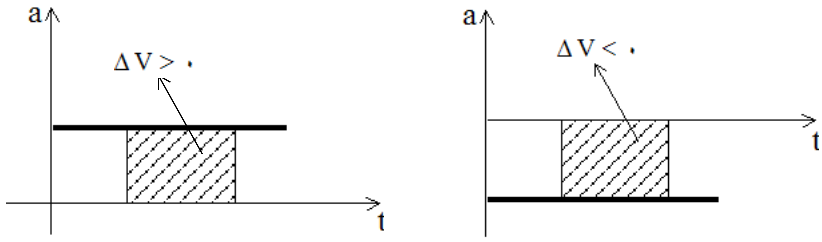
۴۰- نمودار سرعت- زمان حرکت در مسیر مستقیم با شتاب ثابت:





در این نمودار شیب خط برابر است با شتاب متحرک.
پس در نمودار (۱) شتاب متحرک مثبت است و در نمودار (۲) شتاب متحرک منفی است.
در این نمودارها نقطه‌ی آغاز نمودار نشان‌دهنده‌ی سرعت اولیه‌ی متحرک است.
در این جا هم سطح زیر منحنی سرعت- زمان برابر است با جابه‌جایی متحرک.
باید توجه شود که سطوح زیر محور زمان با علامت منفی سطوح بالای محور زمان با علامت مثبت در نظر گرفته شود و جابجایی از جمع جبری این سطوح محاسبه می‌گردد.

۴۱- نمودار شتاب- زمان حرکت در مسیر مستقیم با شتاب ثابت:



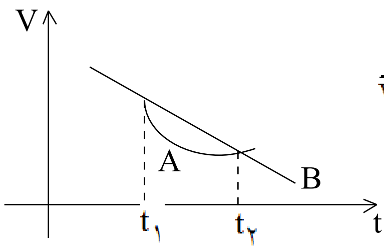
همان طور که از شکل پیداست نمودار شتاب- زمان این حرکت یک خط راست و افقی است و سطح زیر خط برابر است با تغییر سرعت متحرک.
اگر این سطح زیر محور افقی (زمان) باشد، تغییر سرعت منفی و اگر این سطح بالای محور افقی باشد، تغییر سرعت مثبت است.

۴۲- نمودار حرکت‌های دیگر
در مورد حرکات دیگر:
- در نمودار مکان- زمان: شیب خط برابر است با سرعت لحظه‌ای متحرک.
- در نمودار سرعت- زمان: شیب خط برابر است با شتاب لحظه‌ای متحرک و سطح زیر منحنی برابر است با جابه‌جایی متحرک.
- در نمودار شتاب- زمان: سطح زیر منحنی برابر است با تغییر سرعت متحرک.

۴۳- نکته:
۱- در نمودار مکان- زمان هرگاه شیب منحنی صفر شد، متحرک متوقف شده و یا در حال تغییر جهت است.
۲- در نمودار مکان- زمان هرگاه منحنی محور افقی را ملاقات کرد، متحرک از مبداءِ عبور کرده است.

۴۴- نکته: اگر نمودار شتاب- زمان خطی راست و غیرافقی باشد، نشانه‌ی حرکت با شتاب متغیر است. منحنی سرعت- زمان این حرکت سهمی شکل است و نمودار مکان - زمان این حرکت تابعی درجه سوم از زمان می‌باشد.

۴۵- نکته: هر چقدر سطح زیر منحنی سرعت- زمان بیشتر باشد، جابه‌جایی متحرک و سرعت متوسط آن در یک بازه‌ی زمانی مشخص بیشتر است. به شکل مقابل توجه نمایید:



$$\bar{V}_A < \bar{V}_B$$